

تخمین وضعیت یک جسم پرنده با استفاده از خروجیهای IMU و ارتفاعسنج در حرکتهای شتابدار

حبيب قنبرپور اصل^۱، سيد حسين پورتاكدوست^۲

چکیده

در این مقاله یک روش نوین برای تخمین وضعیت چرخشی یک وسیله پرنده با استفاده از اطلاعات واحد اندازه گیری اینرسی (IMU) و ارتفاعسنج در حرکتهای شتابدار آمده است. معمولاً تعیین زوایای رول و پیچ با استفاده از یک IMU در حرکات نزدیک به پرواز کروز (بدون شتاب) امکان پذیر می باشد، ولی زمانی که پرواز از حالت کروز فاصله می گیرد خطاهای بسیار زیادی در تعیین وضعیت از خروجیهای IMU بوجود می آید. در این مقاله برای پایدارسازی خطای تخمین وضعیت از تلفیق اطلاعات IMU و یک ارتفاعسنج بارومتري استفاده شده است. خروجی ارتفاعسنج به دلیل موثر بودن از شتاب جاذبه زمین و تصویر شتاب مخصوص در راستای قائم بر زمین، حاوی اطلاعات کمی درباره وضعیت می باشد. از آنجا که شتاب مخصوص قائم تابعی از زوایای رول و پیچ وسیله پرنده می باشد، اگر این زوایا به دلیلی دارای خطا باشند، تصاویر آن که توسط شتابسنجها اندازه گیری شده است، دچار خطا شده و پیرو آن سرعت قائم و ارتفاع محاسبه شده دارای خطا خواهند بود. همین طور باید توجه نمود که مشاهده پذیری ضعیفی بین خروجی ارتفاعسنج و زوایای اویلر (فقط رول و پیچ) وجود دارد. به همین دلیل برای داشتن خطای کمتر در تخمین، سعی شده است که معادلات وضعیت را به شکل خطی در آورده تا بتوان از فیلتر کالمن خطی استفاده نمود. در چنین حالتی برای خطی ماندن معادلات دینامیکی از المانهای ماتریس کسینوسهای هادی بین دو دستگاه ناوبری و بدنی استفاده شده است که خود باعث افزایش تعداد معادلات دیفرانسیل مربوط به وضعیت می گردد، ضمن آن که یک قید اضافی نیز به وجود می آید. در پایان نتایج فیلتر کالمن خطی جدید و فیلتر غیرخطی مرتبه دوم مقایسه گردیده اند. شبیه سازیها نشان می دهند که فیلتر خطی جدید ارائه شده برای مسئله مورد نظر دارای کارایی بهتری نسبت به فیلتر غیرخطی مرتبه دوم می باشد.

کلمات کلیدی:

تخمین وضعیت، فیلتر غیر خطی، تخمین وضعیت از روش متصل به بدنه، ناوبری تلفیقی

Strapdown Attitude Estimation Using IMU and Altimeter Integration for Maneuvering Vehicles

H. ghanbarpour asl, S. H. Pourtakdust

ABSTRACT

In this paper, a new algorithm for attitude estimation in maneuvering flight, utilizing a combination of inertial measuring unit (IMU) and altimeter information is presented. Attitude estimation using a single IMU is possible only for near cruise flights, however for non-cruise flights, very large errors are obtained. In this paper, attitude estimation error is stabilized using an integrated IMU and altimeter system. The

^۱ فارغ التحصیل دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه شریف، ata_co_iran@yahoo.com

^۲ پروفسور، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه شریف، pourtak@sharif.edu

altimeter output being affected by gravity and the specific forces projected into the vertical plane bears insufficient information regarding the attitude states. Being a function of the roll and pitch angle, the specific forces will be in error, due to errors estimation of the attitude angles. Subsequently the vehicle vertical acceleration, speed and attitude will be inaccurate. In addition, due to a weak observability between the altitude measurements and the attitude angles to be estimated. For this reason and having a better estimate of the attitudes, the nonlinear attitude equations are converted into linear space, which will be beneficial for the estimation algorithm. Finally, simulation results using linear and unscented Kalman filters are carried out. A Monte Carlo simulation reveals that the newly suggested linear filter has a better performance in comparison with the non-linear unscented Kalman filter.

KEYWORDS

Attitude Estimation, Nonlinear Filter, Strapdown attitude estimation, Integrated navigation

خواهد شد [۵]. برعکس در پروازهای نزدیک کروز (شتاب کم) پاندول در بیشتر مواقع جهت قائم را درست نشان می‌دهد و میانگین خطا نزدیک صفر است [۴]. بنابراین می‌توان با یک بهره^۵ ضعیف از خروجی پاندول، خطای قائم بودن بردار مونتوم زاویه‌ای ژيروسکوپ را تصحیح نمود [۶]. چون خطاهای ژيروسکوپ دو درجه آزادی دارای ماهیت فرکانس پایین بوده و خطاهای پاندول دارای ماهیت فرکانس بالا می‌باشد، این دو سیستم مکمل هم بوده و ترکیب این دو مجموعه می‌تواند یک ژيروسکوپ عمودی را ارائه نماید [۶].

برخلاف سیستم طوقه دار، در سیستم های چسبیده به بدنه با انتگرال‌گیری از خروجی ژيروسکوپ های نرخ می‌توان وضعیت را محاسبه نمود [۷]. این کار بوسیله انتگرال‌گیری از معادلات زوایای اویلر و یا کوآترین‌ها و استفاده از خروجی ژيروسکوپ‌ها عملی می‌گردد. در این سیستم‌ها به دلیل خطای ژيروسکوپ‌ها، خطای محاسبه زوایای رول و پیچ بدون محدودیت در طول زمان افزایش می‌یابد و برای عملی نمودن چنین سیستم‌هایی، نیاز به ژيروسکوپ‌های دقیق در سطح ناوبری بوده که در این حالت نیز مثل سیستم‌های مکانیکی، هزینه مجموعه بسیار زیاد خواهد بود. به همین دلیل در سالهای اخیر گرایش به سمت استفاده از حس‌گرهای ارزان قیمت به صورت چسبیده به بدنه با تکیه بر ایده اصلی ژيروسکوپ‌های عمودی مکانیکی زیاد بوده است. محققین زیادی برای جایگزینی ژيروسکوپ‌های دقیق با ژيروسکوپ‌های ارزان کار کرده‌اند [۸]، [۹]، [۱۰]، [۱۱]. این سیستم‌ها از سه ژيروسکوپ نرخ عمود بر هم به جای ژيروسکوپ دو درجه آزادی و از سه شتاب‌سنج عمود برهم به صورت چسبیده به بدنه، به عنوان یک مرجع خارجی استفاده می‌کنند [۱۱]. در این سیستم‌ها وضعیت چرخشی هم از طریق ژيروسکوپ‌های نرخ و هم توسط خروجی شتاب‌سنج‌ها با فرض پرواز کروز محاسبه می‌شوند. چون وسیله پرنده در اکثر زمان پروازی خود به صورت پرواز بدون شتاب و یا کم شتاب قرار دارد، زوایای رول و پیچ

۱- مقدمه

معمولاً وجود ژيروسکوپ عمودی برای اکثر اجسام پرنده ضروری می‌باشد، زیرا این وسیله می‌تواند دو زاویه رول و پیچ یک وسیله پرنده را اندازه‌گیری کند که بدون علم به این دو زاویه کنترل وسیله پرنده ممکن نمی‌باشد. دقت اندازه‌گیری این دو زاویه تا حد ممکن باید زیاد باشد. به عنوان مثال برای هواپیماهای بدون سرنشین با ارتفاع زیاد، دقت اندازه‌گیری باید بهتر از 1° و تفکیک پذیری آن باید کمتر از 0.5° باشد [۱]. اندازه‌گیری این دو زاویه در اکثر وسایل پرنده توسط ژيروسکوپ عمودی^۲ انجام می‌گیرد [۲]. ژيروسکوپ مکانیکی عمودی حاوی یک چرخ دوار با سرعت زاویه‌ای بالا می‌باشد که معمولاً برای راه‌اندازی ژيروسکوپ و قائم نگه داشتن بردار مونتوم زاویه‌ای آن نسبت به سطح زمین و برای جلوگیری از انباشتگی خطا در این ژيروسکوپ، از پاندول و یا کلیدهای سطح افق^۳ استفاده می‌شود [۳]. چنین سیستم‌هایی، بسیار گران قیمت، حجیم و پیچیده بوده و دارای مشکلات تعمیر و نگهداری می‌باشند. این ژيروسکوپ بسیار شبیه ژيروسکوپ دو درجه آزادی آزاد می‌باشد ولی به دلیل انحرافات که در ژيروسکوپ دو درجه آزادی وجود دارد، هر لحظه باپس‌خوردی که از پاندول می‌گیرد توسط گشتاورسازها که به طوقه^۴ نصب هستند خطاهای قائم بودن بردار مونتوم زاویه‌ای ژيروسکوپ نسبت به افق تصحیح می‌شود [۴]. باید توجه نمود که حتی اگر ژيروسکوپ دو درجه آزادی ایده‌آل فرض گردد، در پروازهای بلند مدت باز هم به دلیل کروی بودن زمین باید جهت مونتوم زاویه‌ای ژيروسکوپ در فضا تصحیح شود تا همیشه قائم بر زمین باقی بماند. پاندول از دیر باز برای نشان دادن قائم مطرح بوده است ولی یک پاندول نمی‌تواند در حرکت‌های شتابدار جهت قائم را تشخیص دهد [۵]. بنابراین در حرکت‌های شتابدار، تصحیح غلط بردار مونتوم زاویه‌ای ژيروسکوپ که باید هر لحظه قائم بر سطح زمین باقی بماند باعث انحرافات شدیدتر

شبهه‌سازیه‌ای انجام گرفته شده برای حرکات مانوردار کارائی الگوریتم و فیلترسازی ارائه شده را نشان می‌دهد.

۲- بدست آوردن وضعیت با استفاده از خروجی ژيروسکوپها

وضعیت چرخشی یک جسم پرنده نسبت به یک دستگاه می‌تواند توسط روشهای متفاوتی نشان داده شود که هر کدام دارای خواص ویژه‌ای می‌باشد. این روشها به طور کلی عبارتند از ماتریس کسینوسهای هادی^۱، کواترنینها، بردار دوران و زوایای اوایلر [۱۹].

معادلات دینامیکی حاکم بر پارامترهای یادشده فقط برای کواترنینها و DCM خطی بوده و برای معادلات اوایلر و بردار دوران دارای معادلات غیرخطی می‌باشد. علاوه بر اینها کواترنینها دارای یک قید اضافی و مستقل بوده و المانهای ماتریس کسینوسهای هادی دارای ۶ قید مستقل می‌باشند [۱۹]. در اصل برای تعیین وضعیت کامل نیاز به سه پارامتر مستقل است [۱۹]. چون در تعیین وضعیت اجسام پرنده بیشتر تعیین وضعیت وسیله نسبت به دستگاه ناوبری مطرح می‌باشد، در اینجا تمامی پارامترهای معرفی شده برای نشان دادن وضعیت چرخشی دستگاه بدنی نسبت به دستگاه ناوبری خواهند بود. باید توجه نمود که در اینجا هدف تعیین زوایای رول و پیچ است و تعیین زاویه سمت در ژيروسکوپهای عمودی مورد توجه نمی‌باشد. در این فرمول بندی‌ها، معادله زاویه یاو نیز وارد می‌شود که آن در نظر گرفته نمی‌شود. با استفاده از مرجع [۷]:

$$C_b^n = C_b^m \Omega_{nb}^b \quad (۱)$$

که در آن

$$C_b^n = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}, \quad \Omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

که $\omega_{nb}^b = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه ناوبری می‌باشد. باید توجه نمود که خروجی ژيروسکوپها در اصل برابر با سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه اینرسی می‌باشد. لذا داریم [۷]:

$$\omega_{ib}^b = \omega_{ie}^b + \omega_{en}^b + \omega_{nb}^b \quad (۳)$$

زمانی که از سیستمهای اینرسی ارزان قیمت استفاده می‌شود می‌توان از سرعت زاویه‌ای ω_{en}^b که تابعی از سرعت وسیله نسبت به زمین می‌باشد در مقابل خطای حسگرها چشم نموده

محاسبه شده توسط شتابسنجها دارای میانگین خطای صفر خواهد بود و می‌توان از این اطلاعات برای تصحیح خطای وضعیت زاویه‌ای محاسبه شده از ژيروسکوپهای نرخی و جبران‌سازی انحرافات ژيروسکوپها استفاده نمود [۱۲].

کنترلر اصلی که در بیشتر ژيروسکوپهای مکانیکی استفاده شده است، یک کنترلر PI می‌باشد که می‌تواند خطای زوایای رول و پیچ را با استفاده از خروجی زوایای رول و پیچ محاسبه شده توسط شتابسنجها با پهناهای باند بسیار کم کنترل کند. به تازگی تلاشهایی برای تنظیم این ضرایب برای توسعه کاربرد سیستم برای حرکات شتابدار نزدیک به کروز انجام شده است [۱۱]. همچنین در کاربردهای همچون سیستمهای تعیین وضعیت، کارهایی در زمینه تنظیم ماتریس کواریانس خطای اندازه‌گیری زوایا توسط شتابسنجها انجام شده است [۱۳]. در بیشتر کاربردهای ماهواره‌ای به صورت AHRS سعی شده خروجی با معادلات دینامیکی وسیله پرنده و یک مرجع خارجی مانند مگنتومتر تلفیق شود [۱۴]، [۱۵]، [۱۶]. همچنین در بعضی از سیستمها استفاده از یک مرجع خارجی مانند سرعتسنج و یا GPS که بتواند شتابهای اضافی بر حالت کروز را احساس کند به مجموعه اضافه شده است [۱۷]، [۱۸].

در این مقاله از یک ارتفاعسنج برای تصحیح خطای ایجاد شده در اثر حل معادلات وضعیت با استفاده از خروجی ژيروسکوپها آمده است. نشان داده شده است که خطای وضعیت ایجاد شده باعث ایجاد خطا در شتاب قائم محاسبه شده می‌شود و بر اثر آن ارتفاع محاسبه شده توسط خروجی IMU دارای خطا خواهد بود. برای کنترل این خطا چون در راستای قائم بر سطح زمین است از یک ارتفاعسنج بارومتری استفاده شده است. به دلیل مشاهده‌پذیری ضعیف خطای وضعیت بوسیله ارتفاعسنج، زمانی که از معادلات اوایلر استفاده می‌شود حتی در صورت استفاده از یک فیلتر کالمن غیر خطی مرتبه دوم خطا زیاد می‌باشد. ولی در صورت استفاده از معادلات کواترنینها، معادلات وضعیت خطی بوده ولی باز معادلات کانال ارتفاع غیرخطی می‌ماند که باز هم تولید خطای زیادی می‌کند. در اینجا برای بدست آوردن معادلات خطی هم برای معادلات وضعیت و هم معادلات کانال قائم از تعدادی از المانهای ماتریسی دوران استفاده شده است. در این شرایط جمله‌های غیرخطی کوچکی در معادله دینامیکی پدید می‌آید که با تخمین ماتریس کواریانس آنها به صورت تحلیلی، فیلتر کالمن خطی توسعه داده شده، جوابهای بهتری را نسبت به روش زوایای اوایلر و استفاده از فیلتر غیرخطی تولید می‌کند.

و سرعت زاویه‌ای ω_{ie}^b را با علم به عرض جغرافیائی می‌توان جبران سازی نمود. معادلات سینماتیکی مربوط به زوایای اوایلر عبارتند از [۷]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \operatorname{tg} \theta \sin \phi & \operatorname{tg} \theta \cos \phi \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (4)$$

در مقایسه با معادلات اوایلر که شکل غیرخطی دارند معادلات مربوط به کواترنینها، شکل خطی دارند. می‌توان نوشت [۷]:

$$\begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{c} \\ \dot{d} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (5)$$

که در آن $q_b^n = [a \ b \ c \ d]^T$ کواترنین مربوط به وضعیت می‌باشد. همچنین سطر سوم ماتریس تبدیل را می‌توان به صورت رابطه (۶) نوشت [۷]:

$$C_b^n(3,:) = [-\sin \theta \ \sin \phi \cos \theta \ \cos \phi \cos \theta] \\ = [2(bd - ac) \ 2(cd + ab) \ (a^2 - b^2 - c^2 + d^2)] \quad (6)$$

باید توجه نمود سطر سوم از ماتریس دوران شامل جمله‌های مربوط به سمت نبوده و برای تعیین وضعیت می‌توان از آنها استفاده نمود. واضح است که برای تعیین زوایای رول و پیچ می‌توان از معادلات دیفرانسیل مربوط به این المانها استفاده نمود. بنا به [۷] داریم:

$$\begin{aligned} \dot{C}_{31} &= \omega_z C_{32} - \omega_y C_{33} \\ \dot{C}_{32} &= \omega_x C_{33} - \omega_z C_{31} \\ \dot{C}_{33} &= \omega_y C_{31} - \omega_x C_{32} \end{aligned} \quad (7)$$

باید توجه نمود که نرم هر سطر از ماتریس تبدیل برابر با واحد می‌باشد. بنابراین:

$$C_{31}^2 + C_{32}^2 + C_{33}^2 = 1 \quad (8)$$

معادلات دیفرانسیل (۷) با قید یاد شده در (۸) می‌تواند معادلات حاکم بر وضعیت چرخشی وسیله پرنده را تشکیل دهد.

۳- تعیین وضعیت با استفاده از شتاب سنجه‌ها

زوایای وضعی θ , ϕ همچنین می‌توانند در پرواز کروز با استفاده از خروجی‌های شتاب‌سنج‌ها نیز تعیین شوند. برای این کار معادلات مربوط به سرعت نسبت به زمین V_e را در دستگاه ناوبری در نظر بگیرید [۷]:

$$\dot{V}_e^n = C_b^n f^b - [2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n] \times V_e^n + g^n \quad (9)$$

که در آن ماتریس کسینوسهای هادی C_b^n برای انتقال شتابهای مخصوص از دستگاه بدنی به دستگاه ناوبری استفاده شده است. در اینجا g^n شتاب جاذبه ظاهری در دستگاه ناوبری بوده که معمولاً فقط یک المان در راستای قائم دارد. جمله دوم ظاهر شده در معادله (۹) مربوط به جبران‌سازی شتابهای کوریولیس می‌باشد که در اثر چرخش دستگاه‌های ناوبری و زمینی ایجاد شده‌اند و مقدار بسیار کمی دارند که در مقابل خطای شتاب‌سنج‌های ارزان قیمت قابل چشم‌پوشی می‌باشند. در پرواز نزدیک به کروز می‌توان از تغییرات سرعت چشم‌پوشی نمود. باید توجه شود که لازم نیست در پرواز کروز زوایای رول و پیچ صفر باشند [۱۱]، [۱۲]:

$$f^b \equiv -C_n^b g^n = g \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \phi \\ -\cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \text{ if } \operatorname{abs}(\|f^b\| - g) < \varepsilon \quad (10)$$

که در آن ε شتاب کوچکی می‌باشد. بنابراین با استفاده از معادله (۱۰) می‌توان با استفاده از خروجی شتاب‌سنج‌ها زوایای رول و پیچ را به صورت رابطه زیر محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} \phi &= \operatorname{arc} \operatorname{tag} 2(f_y, f_z) \\ \theta &= \operatorname{arc} \sin(f_x / g) \end{aligned} \quad (11)$$

اگر ε کوچک نباشد، حرکت شتابدار خواهد بود، در این حالت تنها با معلوم بودن شتاب کل می‌توان وضعیت را محاسبه نمود:

$$F_t^n = \dot{V}_e^n + [2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n] \times V_e^n = C_b^n f^b + g^n \quad (12)$$

بنابراین در حرکت‌های شتابدار تخمین بدون بایاس از زوایای رول و پیچ بدون علم به شتاب کل عملاً غیر ممکن می‌باشد.

۴- توسعه تعیین وضعیت با استفاده از پارامترهای

ماتریس دوران

در اینجا فرض کنید که $c = [C_{31} \ C_{32} \ C_{33}]^T$ باشد با استفاده از معادله (۷) می‌توان نوشت:

$$\dot{c} = [-\omega_{nb}^b \times] c \quad (13)$$

که در آن $[-\omega_{nb}^b \times]$ یک ماتریس پادمقارن از بردار ω_{nb}^b می‌باشد. باید توجه نمود که نرم c باید در تمام لحظات برابر واحد باشد، بنابراین باید در هر لحظه دو باره نرمال گردد. در مرجع [۱۹] برای کنترل خطای نرمال ماندن کواترنینها، از جمله‌های قطری برای کنترل خطا در معادله (۵) استفاده شده است. در اینجا نیز می‌توان روشی مشابه به روش فوق برای کنترل خطای نرمال بودن c ارائه داد.

$$c_m = \frac{s^2 c_g + k_p c_a s + k_i c_a}{s^2 + k_p s + k_i} \quad (18)$$

با استفاده از معادله ۱۸ اگر $t \rightarrow \infty$ میل کند در این حالت:

$$\lim_{s \rightarrow 0} c_m = c_a \quad (19)$$

که نشان می‌دهد خروجی فیلتر که c_m می‌باشد در حالت حدی به c تخمین زده شده توسط خروجی شتاب‌سنج‌ها بعد از نرمال سازی نزدیک خواهد شد. بنابراین با تنظیم مناسب k_p , k_i می‌توان انتظار داشت که در بلند مدت خروجی فیلتر به خروجی شتاب‌سنج‌ها نزدیک شود. در اینجا می‌توان ضرایب را به ضریب میرایی و فرکانس قطع به صورت رابطه (۲۰) مربوط نمود.

$$k_i = \omega^2, \quad k_p = 2\xi\omega \quad (20)$$

برای اینکه خطا، حالت فرا جهش نداشته باشد، مقدار $\xi = 0.707$ انتخاب می‌شود. در این حالت k_p به صورت رابطه (۲۱) خواهد بود:

$$k_p = \sqrt{2}\omega \quad (21)$$

در اینجا طراحی کنترلر خطا که به شکل PI بوده به انتخاب فرکانس قطع منجر می‌شود. تغییرات این فرکانس در سیستم‌های عملی بین $0.1 \frac{rad}{sec}$ تا $0.01 \frac{rad}{sec}$ خواهد بود. در مرجع [۱۱] یک روش فازی برای انتخاب بهینه ω آمده است.

۵- فرمول بندی جدید برای تخمین وضعیت

حال دینامیک کانال قائم به معادلات اضافه می‌گردد. با استفاده از معادله سوم (۹) و چشم‌پوشی از جمله مربوط به شتابهای کریولیس می‌توان نوشت:

$$\dot{V}_d = c^T f^b + g \quad (24)$$

که در آن V_d سرعت رو به پایین می‌باشد. همچنین با استفاده از مرجع [۷] می‌توان نوشت:

$$\dot{h} = -V_d \quad (25)$$

با جمع نمودن معادلات مربوط به وضعیت و معادلات مربوط به کانال قائم به شکل ماتریسی:

$$\dot{c} = k\gamma c - \Omega_{nb}^b c = [k\gamma I - \Omega_{nb}^b] c \quad (14)$$

که در آن γ خطای عدم نرمال بودن c بوده و به صورت رابطه (۱۵) تعریف می‌گردد.

$$\gamma = 1 - (c^T c) \quad (15)$$

که در آن k یک مقدار بزرگی می‌باشد [۱۹]. جمله تصحیح موجود در معادله (۱۴) باعث پایداری نرمال بودن c معادله از دیدگاه عددی می‌شود.

در شکل (۱) یک روش تلفیق اطلاعات رایج نشان داده شده است. در اینجا نقش فیلتر، مقایسه زاویه خروجی بین ژيروسکوپ‌ها و شتاب‌سنج‌ها و سپس کنترل خطای بین آنها با استفاده از یک کنترلر PI می‌باشد. بهره‌های کنترلر تناسبی k_p است و بهره کنترلر انتگرالی k_i می‌باشد.

حال فرض کنید که با استفاده از این کنترلر هدف کاهش خطای ایجاد شده به دلیل خطای ژيروسکوپ‌های نرخی در بلند مدت و نزدیک نمودن آن به خروجی شتاب‌سنج‌ها باشد. با استفاده از معادله (۱۰) و همچنین با استفاده از معادله (۲) برای حرکت کروز می‌توان نوشت:

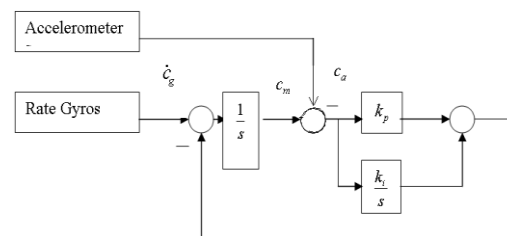
$$f^b \approx -C_n^b g^n = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} = -g \begin{bmatrix} C_{31} \\ C_{32} \\ C_{33} \end{bmatrix} = -gc \quad (15)$$

حال با استفاده از معادله بالا می‌توان المانهای ماتریس دوران را برای پرواز کروز با استفاده از خروجی شتاب‌سنج‌ها، به شکل رابطه (۱۷-الف) محاسبه نمود:

$$\hat{c} = \frac{-1}{g} f^b \quad (17-الف)$$

که در آن \hat{c} تخمین c با استفاده از خروجی شتاب‌سنج‌ها می‌باشد. چون نرم c باید واحد باشد بنابراین می‌توان نوشت:

$$c_a = \frac{-1}{\|f^b\|} f^b \quad (17-ب)$$



شکل (۱): تصحیح نمودن خطای وضعیت با استفاده از کنترلر PI با توجه به شکل (۱) می‌توان نوشت:

توسعه داده شده است از روش استفاده شده در [۲۰] استفاده گردیده است. در پایان معادلات سیستم (۲۶) و معادله اندازه گیری را می توان به صورت رابطه (۲۸) نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(t)x + Bu + C(x)w \\ z &= Hx + v \end{aligned} \quad (28)$$

با گسسته سازی معادله (۲۸) رابطه (۲۹) به دست خواهد آمد.

$$x_{k+1} = F_k x_k + L_k u_k + G(x_k)w_k \quad (29)$$

که در آن $u_k = g$ بوده و رابطه (۳۰) را نتیجه می دهد:

$$F_k = \exp\left(\int_{t_k}^{t_{k+1}} A(t)dt\right), \quad G(x_k) \approx \Delta t C(x_k), \quad L_k \approx \Delta t B \quad (30)$$

حال با به کار بردن فیلتر کالمن خطی می توان تخمینهای x_k را از روی اندازه گیریهای z_k به شکل رابطه (۳۱) به دست آورد [۲۰].

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k-1} &= F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} + L_{k-1} u_{k-1} \\ P_{k|k-1} &= F_{k-1} P_{k-1|k-1} F_{k-1}^T + G(\hat{x}_{k-1|k-1}) Q_{k-1} G^T(\hat{x}_{k-1|k-1}) + \Gamma(Q_{k-1} \otimes P_{k-1|k-1}) \Gamma^T \\ K_k &= P_{k|k-1} H^T (HP_{k-1|k-1} H^T + R_k)^{-1} \\ P_{k|k} &= P_{k|k-1} - P_{k|k-1} H^T (HP_{k-1|k-1} H^T + R_k)^{-1} H P_{k|k-1} \\ \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + K_k (z_k - H \hat{x}_{k|k-1}) \end{aligned} \quad (31)$$

که در آن Q_{k-1} کواریانس نویز پروسه سیستم و R_k کواریانس نویز اندازه گیری می باشد. $\hat{x}_{k|k}$ تخمین فراهم شده برای لحظه k با استفاده از اندازه گیریها تا لحظه k م می باشد و $\hat{x}_{k|k-1}$ تخمین فراهم شده برای لحظه k م با استفاده از اندازه گیریهای تا لحظه $k-1$ م می باشد. همچنین \otimes نشان دهنده ضرب کرانکر دوماتریس می باشد و $G_{ci}, i=1, \dots, 6$ به شکل رابطه (۳۲) تعریف می گردند [ضمیمه A]:

$$\Gamma = [G_{c1} \quad G_{c2} \quad \dots \quad G_{c6}] \quad (32)$$

که هر ماتریس $G_{ci} \in R^{5 \times 6}, i=1, 2, \dots, 6$ به صورت رابطه (۳۳) تعریف می شود:

$$G_{ci} x_k = G(x_k) e_i \quad (33)$$

که در آن e_i بردار واحد که دارای مقدار واحد در i -امین سطر و در دیگر سطرها برابر با صفر می باشد.

۶- مثال عددی

در اینجا وسیله پرنده ای را در نظر بگیرید که دارای مانورهای مختلفی می باشد. باید توجه نمود که با استفاده از معادله های (۲۶) وجود شتاب در راستاهای شمال و شرق

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{c}_1 \\ \dot{c}_2 \\ \dot{c}_3 \\ \dot{V}_d \\ \dot{h} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} k\gamma & \tilde{\omega}_z & -\tilde{\omega}_y & 0 & 0 \\ -\tilde{\omega}_z & k\gamma & \tilde{\omega}_x & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}_y & -\tilde{\omega}_x & k\gamma & 0 & 0 \\ \tilde{f}_x & \tilde{f}_y & \tilde{f}_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ V_d \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} g \\ & \quad (26) \end{aligned}$$

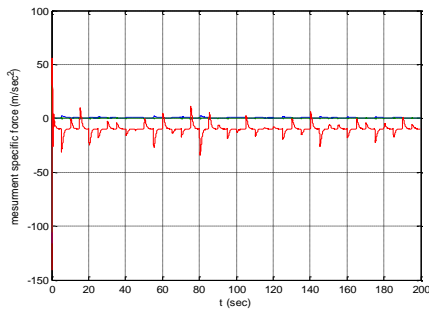
$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 0 & -c_3 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ c_3 & 0 & -c_1 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{wx} \\ n_{wy} \\ n_{wz} \\ n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

که در آن، $\tilde{\omega} = [\tilde{\omega}_x \quad \tilde{\omega}_y \quad \tilde{\omega}_z]^T$ خروجی ژيروسکوپها بعد از جبران سازی سرعت زاویه ای زمین، و $\tilde{f}^b = [\tilde{f}_x \quad \tilde{f}_y \quad \tilde{f}_z]^T$ خروجی شتابسنجها و $n_w = [n_{wx} \quad n_{wy} \quad n_{wz}]^T$ نویز سفید گوسی اضافه شده به خروجی ژيروسکوپها و $n_a = [n_{ax} \quad n_{ay} \quad n_{az}]^T$ نویز سفید گوسی ظاهر شده در خروجی شتابسنجها می باشد. معادلات (۲۶) دارای ۵ متغیر حالت می باشد، حال اینکه فقط ۴ متغیر مستقل موجود است. زیرا نرم سه متغیر حالت اول باید برابر واحد باشند. برای اینکه نرم c واحد باقی بماند جمله هائی به شکل یک ضریب بزرگ در خطای نرمال بودن c به معادله (۲۶) اضافه شده است. این جمله باعث پایداری عددی خطای نرمال بودن خواهد شد. اثبات این مسئله در [۱۹] برای کواترنینها بیان شده است.

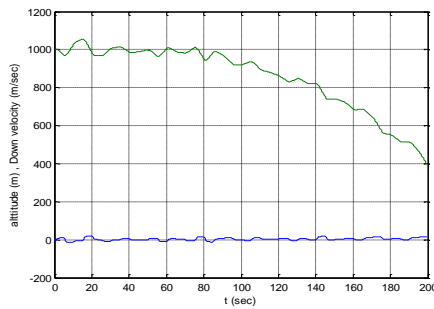
بنابراین با استفاده از معادله (۲۵) دیده می شود که در پرواز کروز، V_d ثابت بوده و در نتیجه \dot{V}_d باید برابر با صفر باشد. باید دقت نمود که معادلات (۲۶) معادلات خطی می باشند که در صورت استفاده از کواترنینها معادله (۲۴) غیرخطی می شود. در این حالت معادله اندازه گیری به صورت رابطه (۲۷) خواهد بود:

$$z = Hx + v, \quad H = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1] \quad (27)$$

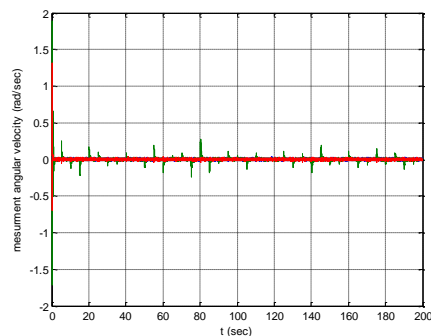
که یک معادله خطی می باشد و v نویز سفید مربوط به اندازه گیریهای ارتفاعسنج بوده که در اینجا با میانگین صفر و کواریانس R_k فرض شده است. چون معادلات حالت و معادله اندازه گیری خطی می باشند، بنابراین استفاده از فیلتر کالمن خطی می تواند تخمین بهینه را فراهم کند. باید دقت شود که در معادلات (۲۶) جمله های غیر خطی کوچک (جمله سوم) وجود دارند که به فرم $G(x)w$ می باشند که در آن w متغیرهای تصادفی مستقل از هم بوده و ماتریس G تابعی خطی از المانهای بردار حالت x می باشد. محاسبه تحلیلی میانگین و واریانس این جمله ها در ضمیمه A آمده است. برای پیاده سازی فیلتر کالمن خطی که برای جمله های غیر خطی ذکر شده



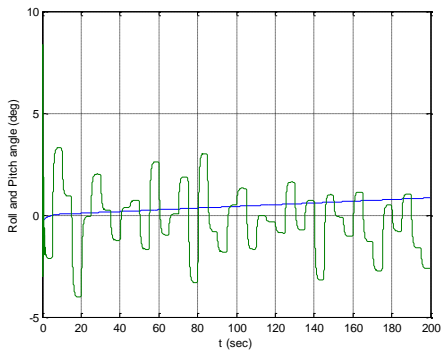
شکل (۳): شتابهای مخصوص اندازه گیری شده



شکل (۴): سرعت قائم و ارتفاع



شکل (۵): سرعتهای زاویه ای اندازه گیری شده



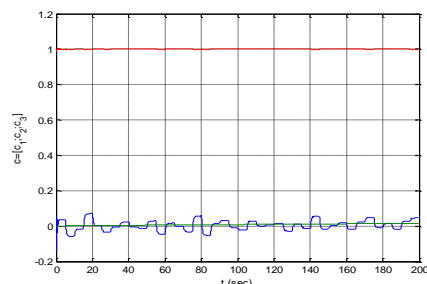
شکل (۶): زوایای رول و پیچ

در اینجا فرض شده نویز حسگرها به صورت گوسی و سفید بوده که دارای بایاس صفر می‌باشند. انحراف استاندارد ژيروسکوپها $0.5 \frac{\text{deg}}{\text{sec}}$ و انحراف استاندارد شتابسنجها $\frac{m}{\text{sec}^2}$ و 0.1 و برای ارتفاع سنج $2m$ می‌باشد.

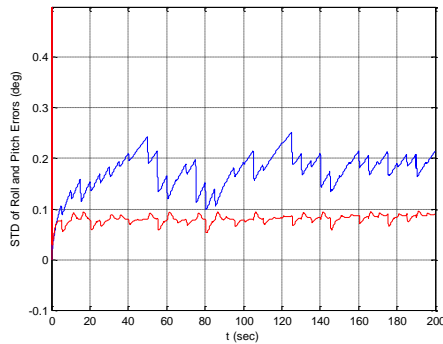
در اینجا برای نشان دادن کارایی فیلتر خطی توسعه داده

تاثیری در دینامیک کانال قائم ندارد. به همین دلیل در شبیه‌سازی‌ها سعی شده بیشتر شتابها در صفحه قائم صورت گیرد. برای مقایسه تاثیر دینامیک در نظر گرفته شده بوسیله پارامترهای ماتریس دوران و زوایای اولیه، تلفیق اطلاعات با ارتفاع سنج به دو طریق انجام گرفته است. ابتدا بوسیله معادلات دینامیکی ارائه شده در معادله (۲۸) و فیلتر خطی ارائه شده در بخش ۴ شبیه‌سازیها انجام گرفته است. در روش دوم از معادلات مربوط به زوایای اولیه ارائه شده بوسیله معادله (۴) و برای معادلات زوایای رول و پیچ و معادلات (۲۴) و (۲۵) برای دینامیک کانال قائم استفاده شده‌اند. در حالتی که از زوایای اولیه استفاده می‌شود چون معادلات دینامیکی به شدت غیرخطی می‌باشند برای تخمین از یک فیلتر معادل فیلتر کالمن مرتبه دوم که معروف به Unscented Kalman Filter (UKF) می‌باشد، استفاده شده است. این فیلتر برای محاسبه میانگین و کواریانس توابع غیرخطی از یک الگوریتم غیرتصادفی با استفاده از یک سری نقاط سیگما که از روی ماتریس کواریانس خطا تولید می‌شوند استفاده می‌کند که دارای حداقل دقت مرتبه دوم بسط تیلور می‌باشد. دقت این فیلتر از فیلتر کالمن توسعه یافته زیادتیر است. این فیلتر در مراجع [۲۱]، [۲۵] و فاکتورسازی آن در [۲۶] توسط نویسنده مقاله ارائه گردیده است.

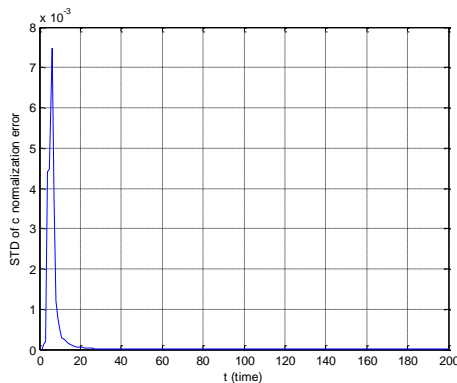
برای مسیر نامی المانهای سطر سوم ماتریس دوران در شکل (۲)، خروجیهای شتابسنجها در شکل (۳) و سرعت قائم و ارتفاع در شکل (۴)، خروجیهای ژيروسکوپها در شکل (۵) و زوایای رول و پیچ در شکل (۶) نمایش داده شده‌اند. همچنانکه از شکل (۳) دیده می‌شود شتابها در صفحه قائم زیاد می‌باشند در نتیجه نمی‌توان از الگوریتمهای معمول استفاده نمود. خروجیهای شتابسنجها و ژيروسکوپها در دستگاه بدنی به دلیل خطای نویز سفید حسگرها دارای خطا می‌باشند.



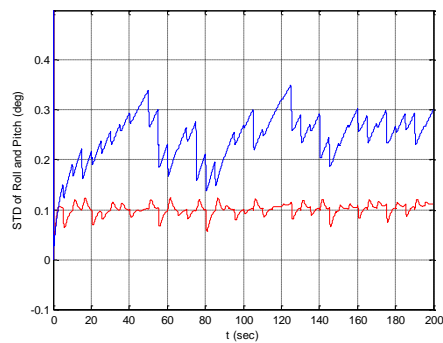
شکل (۲): المانهای سطر سوم ماتریس دوران



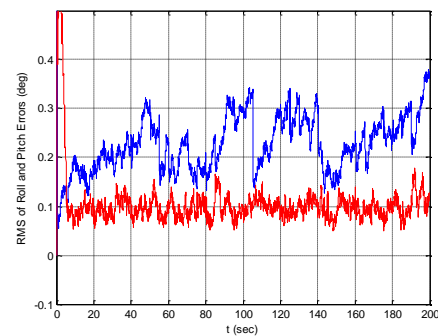
شکل (۹): RMS انحراف استاندارد تخمین زده شده برای خطای زوایای رول و پیچ توسط فیلتر خطی



شکل (۱۰): RMS خطای واحد بودن پارامترهای ماتریس دوران

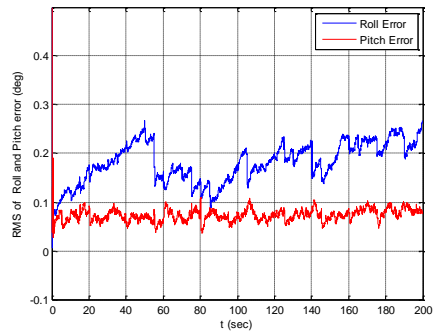


شکل (۱۱): RMS انحراف استاندارد تخمین زده شده برای خطای زوایای رول و پیچ توسط فیلتر غیر خطی

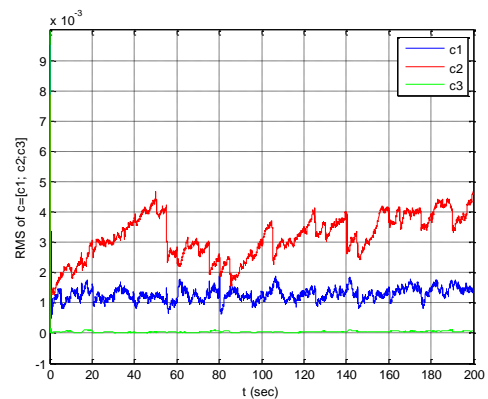


شکل (۱۲): RMS خطای روی و پیچ توسط فیلتر غیر خطی

شده نسبت به فیلتر غیر خطی (UKF) شبیه سازی برای ۱۰۰ مرتبه شبیه سازی مستقل مونت کارلو تکرار گردیده است. جذر میانگین مربع خطای زوایای رول و پیچ و پارامترهای ماتریس دوران با استفاده از الگوریتم ارائه شده برای فیلتر خطی به ترتیب در شکل‌های (۷) و (۸) نمایش داده شده‌اند که نشان می‌دهند باند خطای تخمین محدود می‌باشد. همچنین جذر میانگین مربع انحراف استاندارد تخمین زده شده برای خطای زوایای رول و پیچ با استفاده از فیلتر خطی در شکل (۹) آمده است. مقایسه شکل (۷) و (۹) نشان می‌دهد که انحراف استاندارد تخمین زده شده برای خطای زوایا با واقعیت مطابقت زیادی دارد. در شکل (۱۰) جذر میانگین مربع خطای مشاهده شده در خطای نرمال بودن پارامترهای ماتریس دوران نمایش داده شده است، که نشان می‌دهد که خطای نرمال بودن وضعیت پایدار داشته و افزودن خطای نرمال بودن پارامترها در عملکرد معادلات تاثیر مثبت داشته است.



شکل (۷): RMS خطای زوایای رول و پیچ



شکل (۸): RMS خطای پارامترهای ماتریس دوران

خطی و معادلات زوایای اولیه، مقایسه گردید. نتایج نشان می‌دهند که حتی در صورت استفاده از فیلتر غیرخطی مرتبه دوم، خطا نسبت به سیستم خطی افزایش می‌یابد و این در حالی است که استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته برای دینامیک زوایای اولیه در این حالت حتی واگرایی فیلتر را سبب خواهد شد. باید توجه نمود که دلیل گرایش به سمت فیلتر خطی مشاهده پذیری بسیار ضعیف رول و پیچ با استفاده از خروجی‌های ارتفاع سنج بود. این سیستم می‌تواند در حرکت‌های شتابدار نیز جواب دهد زیرا خطای ایجاد شده در اثر وجود شتاب در کانال قائم نفوذ خواهد نمود که خروجی یک ارتفاع سنج می‌تواند این خطا را مشاهده کند...

۸- ضمیمه A: تخمین میانگین و کواریانس دینامیک

سیستم

در نظر بگیرید که می‌خواهیم میانگین و کواریانس y_k را که تابعی از بردارهای تصادفی $w_k \in R^m$ و $x_k \in R^n$ است و به شکل زیر تعریف می‌شود را بدست آوریم.

$$y_k = F_k x_k + G(x_k) w_k \quad (1-a)$$

که در آن

$$\begin{aligned} E(w_k) &= 0 & E(x_k) &= \hat{x}_k \\ E(w_k w_k^T) &= Q_k & E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] &= P_k \end{aligned} \quad (2-a)$$

باشد، که در آن w_k مستقل از x_k بوده و $G(x_k)$ تابعی خطی از المانهای بردار x_k می‌باشد. جمله $G(x_k)w_k$ را می‌توان به صورت رابطه (3-a) نوشت:

$$z_k = G(x_k)w_k = G(x_k) \left(\sum_{i=1}^m w_{i,k} e_i \right) \quad (3-a)$$

معادله (3-a) را به دلیل اسکالر بودن $w_{i,k}$ می‌توان به شکل رابطه (4-a) نوشت:

$$\begin{aligned} z_k &= G(x_k)w_k = \sum_{i=1}^m w_{i,k} [G(x_k)e_i] = \\ &= \sum_{i=1}^m w_{i,k} (G_{ci} x_k) = \left(\sum_{i=1}^m w_{i,k} G_{ci} \right) x_k \end{aligned} \quad (4-a)$$

برای محاسبه میانگین z_k می‌توان به شکل رابطه (5-a) عمل نمود.

$$E(z_k) = E \left[\left(\sum_{i=1}^m w_{i,k} G_{ci} \right) x_k \right] = \sum_{i=1}^m E(w_{i,k}) G_{ci} E(x_k) = 0 \quad (5-a)$$

دلیل آن صفر بودن میانگین $w_{i,k}$ و مستقل بودن دو بردار

شکل (11) و (12) نیز به ترتیب Root Mean Square (RMS) انحراف استاندارد تخمین خطایی رول و پیچ را برای شبیه سازی مونت کارلو و RMS خطای رول و پیچ تخمین زده شده توسط فیلتر غیر خطی را نشان می‌دهند که حاکی از عملکرد خوب فیلتر برای تخمین انحراف استاندارد حالتها می‌باشد. همچنین باید دقت نمود که RMS خطای تخمین زوایا توسط فیلتر غیرخطی بیشتر از فیلتر خطی می‌باشد. به طور تقریبی می‌توان گفت که خطای زاویه رول و پیچ توسط فیلتر خطی برابر با 0.16 deg ، 0.07 deg برای فیلتر غیر خطی 0.21 deg ، 0.1 deg می‌باشد که نشان‌دهنده عملکرد خوب فیلتر خطی توسعه داده شده برای مسئله یاد شده می‌باشد.

۷- نتیجه گیری

در این مقاله تلفیق اطلاعات واحد اندازه‌گیری اینرسی با یک ارتفاع سنج برای مشاهده زوایای رول و پیچ یک وسیله پرنده مانوردار ارائه گردید. ابتدا معادلات دینامیکی زوایای اولیه و کواترنینها و المانهای ماتریس دوران برای محاسبه وضعیت با استفاده از خروجی‌های ژيروسکوپها ارائه گردید. دیده شد که معادلات کواترنینها و المانهای ماتریس دوران به صورت خطی بودند. برای حالت‌های پروازی نزدیک کروز و دینامیک کم از روشهای معمول می‌توان دو زاویه رول و پیچ را با استفاده از خروجیهای شتاب سنجها اندازه گیری نموده و خطای حاصل شده از خروجی ژيروسکوپها را تصحیح نمود [11]. برای اینکه مجموعه برای شتابهای بالا نیز جواب دهد معادلات مربوط به کانال قائم و یک ارتفاع سنج به مجموعه اضافه گردید. مشاهده شد که در صورت استفاده از کواترنینها هنوز معادلات حالت کانال قائم به صورت غیرخطی می‌مانند ولی در صورت استفاده از تعدادی از معادلات پارامترهای ماتریس دوران، معادلات کانال قائم نیز خطی خواهند بود. چون معادلات دینامیکی سیستم و اندازه گیری در این حالت خطی باقی می‌مانند بنابراین استفاده از فیلترهای خطی مناسب می‌باشد. در چنین شرایطی می‌توان از معادلات فیلتر کالمن استاندارد استفاده نمود. فقط یک جمله غیرخطی کوچکی در معادلات سیستم حاصل از ضرب پارامترهای ماتریس دوران در نویز حسگرها باقی می‌ماند. در اینجا فیلتر خطی با استفاده از روشهای تحلیلی مانند [20] برای در بر گرفتن چنین جمله‌های غیرخطی توسعه داده شد [ضمیمه A].

برای نشان دادن تاثیر معادلات خطی و فیلتر خطی استفاده شده در دقت تخمینها، جوابها با نتایج گرفته شده از فیلتر غیر

تصادفی می باشد. بنابراین میانگین y_k به شکل رابطه (۶-ا) خواهد بود:

$$\hat{y}_k = F_x \hat{x}_k \quad (7-a)$$

برای محاسبه کواریانس y_k :

$$P_{y_k} = E[(y_k - \hat{y}_k)(y_k - \hat{y}_k)^T] = F_x E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] F_x^T + F_x E[(x_k - \hat{x}_k)w_k^T G^T(x_k)] + E[G(x_k)w_k(x_k - \hat{x}_k)^T] + E[G(x_k)w_k w_k^T G^T(x_k)] \quad (7-a)$$

می توان به راحتی نشان داد که جمله های سوم و دوم سمت راست معادله (۷-ا) برابر با صفر می باشند. دلیل این امر مستقل بودن x_k از w_k می باشد. بنابراین:

$$P_{y_k} = F_x P_k F_x^T + E[G(x_k)w_k w_k^T G^T(x_k)] \quad (8-a)$$

برای محاسبه جمله دوم معادله (۸-ا) می توان x_k را به صورت تابعی از \hat{x}_k و خطای تخمین \hat{x}_k نوشت:

$$x_k = \hat{x}_k + (x_k - \hat{x}_k) \quad (9-a)$$

با جایگذاری (۹-ا) در جمله دوم معادله (۸-ا):

$$E[G(x_k)w_k w_k^T G^T(x_k)] = [G(\hat{x}_k)w_k w_k^T G^T(\hat{x}_k)] + E[G(\hat{x}_k)w_k w_k^T G^T(x_k - \hat{x}_k)] + E[G(x_k - \hat{x}_k)w_k w_k^T G^T(\hat{x}_k)] + E[G(x_k - \hat{x}_k)w_k w_k^T G^T(x_k - \hat{x}_k)] \quad (10-a)$$

جمله های دوم و سوم به دلیل مستقل بودن x_k و w_k و همچنین صفر بودن خطای تخمین اولیه $E(x_k - \hat{x}_k) = 0$ و همچنین با بسط $G(x_k - \hat{x}_k)w_k$ با استفاده از معادله (۹-ا) برابر با صفر خواهند بود. بنابراین:

$$E[G(x_k)w_k w_k^T G^T(x_k)] = [G(\hat{x}_k)E(w_k w_k^T)G^T(\hat{x}_k)] + E[G(x_k - \hat{x}_k)w_k w_k^T G^T(x_k - \hat{x}_k)] = [G(\hat{x}_k)Q_k G^T(\hat{x}_k)] + E[G(x_k - \hat{x}_k)w_k w_k^T G^T(x_k - \hat{x}_k)] \quad (11-a)$$

با بسط جمله دوم معادله (۱۱-ا) مطابق با معادله (۹-ا) بدست خواهد آمد:

$$E[G(x - \hat{x}_k)w_k w_k^T G^T(x - \hat{x}_k)] = E\left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ci} w_{i,k} w_{j,k} (x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T G_{cj}^T\right] = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ci} E[w_{i,k} w_{j,k} (x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] G_{cj}^T \quad (12-a) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ci} E[w_{i,k} w_{j,k}] E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] G_{cj}^T$$

$$= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ci} Q_{ij} P_k G_{cj}^T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ci} [Q \otimes P_k] G_{cj}^T \quad (12-a) = [G_{c1} G_{c2} \dots G_{cm}] [Q \otimes P_k] [G_{c1} G_{c2} \dots G_{cm}]^T = \Gamma(Q \otimes P_k) \Gamma^T$$

دومین تساوی به دلیل خطی بودن اپراتور E می باشد که می تواند با اپراتور \sum جابجا گردد. سومین تساوی به دلیل مستقل بودن x_k, w_k اتفاق می افتد. در تساوی پنجم از تعریف ضرب کانکر دو ماتریس استفاده شده است. تساوی آخر نیز به دلیل تعریف Γ و حذف \sum ها می باشد. حال با جایگذاری (۱۲-ا) در (۱۱-ا) و حاصل در (۸-ا) کواریانس y_k براحتی قابل محاسبه خواهد بود.

$$P_{y_k} = F_k P_k F_k^T + G(\hat{x}_k) Q_k G(\hat{x}_k) + \Gamma(Q \otimes P_k) \Gamma^T \quad (13-a)$$

۹- مراجع

- [۱] S.A. Whitmore, M. Fife, L. Brasher, "Development of strapdown attitude system for an ultrahigh altitude flight experiment", NASA TM-4775, January 1997.
- [۲] G.M. Siouris, "Aerospace Avionics Systems: A Modern Synthesis", Academic Press, New York, 1993.
- [۳] B. Wie, "Space Vehicle Dynamics and Control", AIAA Education Series, AIAA Inc., USA, 1998.
- [۴] Kayton, M. and W.R. Fried, "Avionics Navigation Systems", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1969.
- [۵] Schuler, M: "Die Störung von Pendel- und kreiselapparaten durch die Beschleunigung des Fahrzeuges", Physik. Z., vol. 24 July, 1923. [a translation appears in G. R. Pitman, Jr. (ed), "Inertial Guidance," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1962].
- [۶] C. J. Savant, R.C. Howard, C.B. Solloway, C.A. Savant, "Principles of Inertial Navigation", McGraw-Hill, 1961.
- [۷] D. H. Titerton and J. L. Weston, "Strapdown Inertial Navigation Technology", Peter Peregrinus Ltd., 1997.
- [۸] J.P. Gilmore, "Modular strapdown guidance unit with embedded micro processor", J. Guid. Contr. 3 (1) (1980) 560-565
- [۹] M. Koifman, S.J. Merhav, "Autonomously aided strapdown attitude reference system", J. Guid. Contr. Dyn. 14 (6) (1991) 1164-1172.
- [۱۰] S.K. Hong, "Compensation of nonlinear thermal bias drift of resonant rate sensor (RRS) using fuzzy logic, Sens". Actuators A 73 (2-3) (1999) 143-148

H. Ghanbarpourasl, S.H. Pourtakdust, "UD Covariance Factorization for Unscented Kalman Filter using Sequential Measurements Update" Academy of Science, Engineering and technology, Vol. 25, Nov. 2007, ISSN 1307-6884. [۲۶]

فهرست علائم

C_b^n	ماتریس تبدیل از دستگاه بدنی به ناوبری
ω_{nb}^b	سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به ناوبری در دستگاه بدنی
ω_{en}^b	سرعت زاویه‌ای دستگاه ناوبری نسبت به زمینی در دستگاه بدنی
ω_{ie}^b	سرعت زاویه‌ای دستگاه زمینی نسبت به اینرسی در دستگاه بدنی
Ω_{nb}^b	ماتریس پاد مقارن از بردار سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به ناوبری در دستگاه بدنی
a, b, c, d	کوآرتینینها
$\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$	المانهای سطر سوم از ماتریس دوران
ϕ, θ, ψ	رول، پیچ و یاو (سمت)
V_e^n	سرعت وسیه نسبت به زمین در دستگاه ناوبری
V_d	سرعت رو به پایین وسیله پرنده
F_t^n	شتاب کل در دستگاه ناوبری
$\tilde{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$	خروجیهای ژيروسکوپها
$\tilde{f}^b = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix}$	خروجیهای شتابسنجها

۱- زیرنویس ها

- ∖Resolution
- ∧Vertical
- ∧Level Switches
- ∧Gimbals
- ∧Gain
- ∧Direction Cosine Matrix (DCM)

Sung Kyung Hong, "Fuzzy logic based closed-loop strapdown attitude system for unmanned aerial vehicle (UAV)", www.elsevier.com, accepted 4 June 2003. [۱۸]

I. Madani, "An investigation into a reduced sensor fit for unmanned aircraft", M.Sc. Thesis, Cranfield University, 1998. [۱۲]

M. Wang, Y. Yang, R. R. Hatch, and Y. Zhang, "Adaptive Filter for a Miniature MEMS Based Attitude and Heading Reference System", IEEE, April 26-29, 2004. [۱۳]

L. Crassidis and E L. Markley, "Unscented Filtering for Spacecraft Attitude Estimation", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 26, no. 4, pp. 536542, July-August 2003. [۱۴]

Guang-fu Ma, Xue-Yuan Jiang, "Unscented Kalman Filter for Spacecraft Attitude Estimation and Calibration using Magnetometer Measurements", Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Guangzhou, 18-21 August 2005. [۱۵]

E.J. Lefferts, F.L. Markley, M.D. Shuster, "Kalman Filtering for Spacecraft Attitude estimation", J. Guidance, Vol.5, No.5, Sept-Oct 1982. [۱۶]

J.F Guerrero Castellanos, S. Lesecq, N. Marchand, J. Delamare, "A Low-Cost Air Data attitude Heading Reference System for the Tourism Airplane Applications". [۱۷]

R. P. Kornfeld, R. J. Hansman and J.J. Deyst, "Single-Antenna GPS-Based Aircraft Attitude Determination", Journal of The Institute of Navigation, Vol. 45, No.1, Spring 1998. [۱۸]

W. F. Phillips, C. E. Hailey, "Review of Attitude Representations Used for Aircraft Kinematics", Journal of Aircraft, Vol. 38, No. 4, July-August, 2001. [۱۹]

D. Choukroun, I.Y. Bar-Itzhack, Y. Oshman, "A Novel Quaternion Kalman Filter", 42th AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Monterey, Aug. 2002. [۲۰]

S. J. Julier and J. K. Uhlmann, "A General Method for Approximating Nonlinear Transformations of Probability Distributions," Department of Engineering Science, University of Oxford, Oxford, OX1 3PI UK, Tech. Rep., Nov 1996. [۲۱]

E. A. Wan and R. van der Merwe, "Kalman Filtering and Neural Networks" Haykin, S. (Ed.), John Wiley & Sons, New York, 2001. [۲۲]

Rudolph van der Merwe, "Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models", Ph.D thesis, OGI School of Science & Engineering, Oregon Health & Science University, Portland, OR, April 2004. [۲۳]

S. J. Julier and J. K. Uhlmann, "Unscented Filtering and Nonlinear Estimation" Proceedings of the IEEE, Vol. 92, No. 3, pp. 401-422, March 2004. [۲۴]

Edgar Kraft, "A Quaternion-based Unscented Kalman Filter for Orientation Tracking", in Proceedings of Fusion, Cairns, Australia, July 2003. [۲۵]

