

# اثر سیم‌های حافظه‌دار بر ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی

علی مظفری<sup>۱</sup>؛ محمدکرمی<sup>۲</sup>؛ امیرحسین آذرینیا<sup>۳</sup>

## چکیده

آلیاژهای حافظه‌دار به علت نمایش رفتارهای ویژه از جمله میرایی بالا، قابلیت حافظه‌داری و سوپرالاستیسیته برای کاربرد در سامانه‌های مختلف مهندسی مورد توجه قرار گرفته‌اند. همچنین با توجه به توسعه کاربرد سازه‌های کامپوزیتی و به خصوص ساختارهای ساندویچی در صنایع مختلف از جمله هوافضا، برای اولین بار در کار حاضر تلاش شده تا اثر برخی از ویژگی‌های آلیاژهای حافظه‌دار بر رفتار ارتعاشات آزاد پانل ساندویچی حافظه‌دار مستطیلی با هسته انعطاف‌پذیر عرضی و رویه کامپوزیتی بررسی شود. به این منظور، الیاف حافظه‌دار در رویه‌های کامپوزیتی ورق ساندویچی، هم جهت با الیاف گرافیت تعبیه شده‌است. در این بررسی، از تئوری بهبود یافته مرتبه بالای صفحات ساندویچی<sup>۱</sup> استفاده شده، به نحوی که در رویه‌های کامپوزیتی از تئوری برشی مرتبه اول<sup>۲</sup> و در هسته میانی از تئوری الاستیسیته با در نظر گرفتن اثرات اینرسی هسته میانی و رویه‌ها استفاده شده است. معادلات حاکم برای شرایط مرزی اطراف لولا با استفاده از اصل همیلتون استخراج و تنش بازیافتی ناشی از تحریک سیم‌های SMA به عنوان اثر نیروهای خارجی در نظر گرفته شده و مسئله، به کمک روش گالرکین ساده و حل شده است. نتایج حاصله بیانگر بهبود فرکانس‌ها و برخی ویژگی‌های سامانه به نسبت افزایش دمای سیم‌های SMA است.

**کلمات کلیدی:** پانل ساندویچی، آلیاژ حافظه‌دار (SMA)، اصل همیلتون، تئوری بهبود یافته مرتبه بالا، تئوری برشی مرتبه اول

## *Effects Of SMA Wires Free Vibration Of Shape Memory Sandwich Panel*

A.mozaffari; M.Karami and A.H.Azarnia

### ABSTRACT

Shape memory alloys (SMA) due to the exhibition of certain performance such as high damping, shape memory effects and Super-elasticity are considered for application in engineering systems.

In this study, considering the usage of composite-sandwich structures in various industries including aerospace, the effects of SMA parameters such as SMA volume fraction and SMA wires temperature on hybrid sandwich panel free vibrations with transverse flexible core have been surveyed. The SMA wires (NiTiNol) are embedded at the mid-plane of the sandwich face sheets. For analyze, the improved high order theory is applied, First Shear Deformation Theory (FSDT) at the composite face sheets and Elasticity Theory by the assumption of inertia forces at the core. For governing equations of simply support panel Hamiltonian method has been used. At this study it is assumed that the SMA recovery stress produced via temperature actuation is exerted tensely on mid-plane of the face sheets. For solving problem and simplification the Galerkin method is used. The results showed that SMA actuation improves the vibration behaviors of whole sandwich panel.

**KEYWORDS:** Sandwich panel- shape memory alloy- Hamilton principle- Improved high order theory- FSDT

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۶/۲۱

تاریخ اصلاحات مقاله: ۱۳۹۰/۱/۲۲

<sup>۱</sup> دکتری هوافضا، هیئت علمی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی هوافضا [mozaffari@kntu.ac.ir](mailto:mozaffari@kntu.ac.ir)

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول و دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی هوافضا، [mohammadkarami61@gmail.com](mailto:mohammadkarami61@gmail.com)

<sup>۳</sup> دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی دانشکده مهندسی هوافضا، [azarnia@gmail.com](mailto:azarnia@gmail.com)

سازه در نقاط مرزی سامانه مقید می‌شود. با اعمال جریان الکتریکی از داخل این وایرها، گرمای الکتریکی تولید شده در آن منجر به شروع استحاله فازی معکوس و بازیابی طول اولیه وایرها شده که از بازیابی شکل اولیه در این قیود جلوگیری شده و بنابراین تنش بازیافتی کششی به سامانه اعمال می‌شود. همچنین با صرف نظر از تنش بازیافتی القاء شده از الیاف SMA به سازه، روش کنترلی دیگری به نام روش خواص فعال<sup>۱</sup> ارائه می‌شود. در این روش الیاف SMA، بدون تغییر طول در سازه تعبیه شده که با تغییر مدول یانگ SMA در طول استحاله فازی، سختی کل سازه نیز تغییر می‌نماید. [۱]

در شکل (۲) رابطه تنش بازیافتی را با توجه به پیش کرنش‌های متفاوت و افزایش دما می‌توان دید.

پانل‌های ساندویچی نیز بیش از نیم قرن است که در صنایع مختلف از جمله هوافضا، ساختمان، خودروسازی و غیره به کار می‌روند. یک پانل ساندویچی، به‌طور کلی متشکل از دو رویه با جنس فلزی یا ورق‌های چندلایه کامپوزیتی و یک هسته از نوع لانه زنبوری است که در جهت عمودی سفت و در جهت افقی انعطاف‌پذیر است. در سال‌های اخیر، فوم‌های پلاستیکی، جایگزین هسته‌های لانه زنبوری شده‌اند. بنابراین رفتار هسته به واسطه انعطاف‌پذیری آن در جهت عمودی، با اثرات موضعی ناشی از میدان خطی جابه‌جایی‌ها و تنش‌های موضعی، مرتبط می‌شود. در کار حاضر رفتار ارتعاشات آزاد پانل ساندویچی-کامپوزیتی هوشمند مورد مطالعه قرار گرفته است. پانل گفته شده، متشکل از رویه‌های کامپوزیتی سه‌لایه و یک هسته از جنس فوم است که در جهت عرضی انعطاف‌پذیر است. رویه‌های کامپوزیتی حاوی الیاف SMA، در جهت الیاف تقویت کننده (گرافیت) این لایه‌ها است. برای به‌دست آوردن ثوابت هندسی و سختی لایه‌های مرکب حافظه‌دار رویه، از روش بسط میکرومکانیک کامپوزیت حافظه‌دار مرجع [۲] استفاده شده است. در این روش خواص لایه‌های کامپوزیتی رویه شامل الیاف معمولی گرافیت و ماتریس اپوکسی، ابتدا با میکرومکانیک مناسب محاسبه می‌شوند سپس با افزودن الیاف SMA و استفاده از همان طرح میکرومکانیک که کامپوزیت معمولی را به عنوان ماتریس ایزوتروپیک عرضی در نظر می‌گیرد، خواص کامپوزیت مرکب حافظه‌دار محاسبه می‌شود. در ادامه رابطه تنش-کرنش اصلاح شده با رابطه تنش بازیافتی الیاف SMA تعبیه شده در رویه‌ها نیز بدست می‌آید. با توجه به این که هسته انعطاف‌پذیر، تحمل شرایط تکیه‌گاهی را ندارد بنابراین شرایط مرزی لولا فقط روی رویه‌ها اعمال می‌شود. برای به-دست آوردن معادلات حاکم بر این پانل از اصل همیلتون

در سال‌های اخیر، برای کنترل ناپایداری‌ها، مشخصه‌های ارتعاشی پانل‌ها و پوسته‌های بیرونی تمام سازه‌های هوافضایی مافوق صوت که تحت اثر بارهای حرارتی ناشی از گرمایش آیرودینامیکی هستند، از سازه‌های هوشمند (حافظه-دار) استفاده شده است. این افزایش دما در پوسته، با انتقال به سطوح درونی سازه می‌تواند منجر به القای کمانش گرمایی و ناپایداری دینامیکی پانل‌ها شود. بنابراین با توجه به خواص منحصر به فرد آلیاژهای حافظه‌دار، تحریک آلیاژهای هوشمند تعبیه شده در این سازه‌ها می‌تواند بروز این پدیده‌ها را به تاخیر اندازد. سازه‌های هوشمند، سازه‌هایی هستند که آلیاژهای هوشمندی مانند مواد پیزوالکتریک، مگنتوالکتریک و آلیاژهای حافظه‌شکل یا حافظه‌دار<sup>۲</sup> در ساخت آن استفاده شده‌اند. از جمله این سازه‌ها، کامپوزیت‌هایی هستند که وایرهای SMA از جنس نیتینول<sup>۳</sup> به عنوان تقویت‌کننده در صفحه میانی آن با درصد حجمی خاص در جهات مختلف تعبیه شده‌اند.

از اوایل دهه ۱۹۸۰ میلادی آلیاژهای حافظه‌دار در زمینه‌های وسیعی از جمله تعدیل رفتار آیروالاستیسیته آنتن ماهواره‌ها، کنترل ارتعاش سازه‌های فضایی، کنترل ارتعاش سطوح کنترلی هواپیماها و حتی در شبیه‌سازی‌های پزشکی مورد استفاده قرار گرفته است و توسعه و گسترش فناوری‌های مختلف با کاربرد این آلیاژها همچنان ادامه دارد. SMAها دو فاز جامد جدا از هم دارند؛ فاز دمای پایین مارتنزیت<sup>۴</sup> و فاز دما بالای آستنیت<sup>۵</sup>. تبدیل این فازها به یکدیگر به استحاله موسوم است. این فرآیند تغییر شکل برشی شبکه کریستالی SMA است که روش اصلی استحاله فازی SMA را توجیه می‌نماید. یعنی ساختار کریستالی مارتنزیتی با افزایش دما به ساختار کریستالی آستنیتی تبدیل می‌شود و در هنگام سرد شدن، فرآیند عکس رخ خواهد داد. اگر در این آلیاژها در دمای پایین، هنگامی که فاز مارتنزیت دوقلویی حاکم است، تغییر شکل پلاستیک روی دهد، ساختار کریستالی غیر دو قلو شده برای آلیاژ ایجاد می‌شود. با گرمایش آلیاژ تغییر شکل یافته تا دمای متناظر با پایان فاز آستنیت، شکل اولیه بازیافت می‌شود. در اثر فرآیند برگشت به شکل اولیه، تنش‌هایی در آلیاژ ایجاد می‌شود که این تنش باعث تحریک می‌شود. این تنش‌های حاصله، تنش بازیافتی<sup>۶</sup> نامیده می‌شود. روشی که با این تنش به بررسی رفتار سازه می‌پردازد به روش فعالسازی انرژی کرنشی<sup>۸</sup> معروف است. در این روش وایرهای SMA قبل از جایگذاری در سازه، ابتدا با کرنش ۶ تا ۸ درصدی روبرو شده و با تعبیه در

الاستیسیته، با در نظر گرفتن نیروهای اینرسی کامل در هسته میانی و رویه‌ها، ممان‌های اینرسی و تغییر شکل‌های برشی در هسته میانی، برای دستیابی به روابط حاکم بر این پانل، از روش انرژی و اصل همپلتون استفاده می‌شود. روابط جابجایی در تئوری برشی مرتبه اول به صورت رابطه (۱) نوشته می‌شود [۴]:

$$u_i(x, y, z, t) = u_{0j}(x, y, t) + z\psi_{xj} \quad (1)$$

$$v_i(x, y, z, t) = v_{0j}(x, y, t) + z\psi_{yj}$$

$$w_i(x, y, z, t) = w_{0j}(x, y, t)$$

که  $w_{0j}, v_{0j}, u_{0j}$  به ترتیب تغییر مکان‌ها در جهات  $x$  و  $y$  و  $z$  برای صفحه میانی رویه بالا و پایین و همچنین  $\psi_{yj}$  و  $\psi_{xj}$  نشان دهنده چرخش لایه‌ها است ( $j = t, b$ ). بنابراین برای روابط سینماتیکی داریم:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xj} \\ \epsilon_{yj} \\ \gamma_{xyj} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{0j,x} \\ v_{0j,y} \\ u_{0j,y} + v_{0j,x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \psi_{xj,x} \\ \psi_{yj,y} \\ \psi_{xj,y} + \psi_{yj,x} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_{0,x} + \psi_x \\ w_{0,y} + \psi_y \end{Bmatrix} \quad (3)$$

از اصل همپلتون به صورت رابطه (۴) استفاده می‌شود [۱۱]:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(U + V - T) dt = 0 \quad (4)$$

که  $U$  و  $V$ ،  $T$  به ترتیب معرف انرژی جنبشی، کار نیروهای خارجی و انرژی پتانسیل درونی پانل است.  $\delta$  نیز اپراتور تغییرات است. متغیر  $t$  نشان‌دهنده زمان است و انتگرال‌گیری فوق در بازه زمانی  $t_1 - t_2$  انجام می‌شود. تغییرات مرتبه اول انرژی جنبشی با فرض شرایط همگن برای سرعت‌ها و تغییر مکان‌ها در لحظات  $t_1$  و  $t_2$  به صورت زیر انجام می‌شود:

$$\delta T = - \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \sum_{j=t,b,c} \int_{V_j} \rho_j [\ddot{u}_j \delta u_j + \ddot{v}_j \delta v_j + \ddot{w}_j \delta w_j] dV_j \right\} dt \quad (5)$$

$w, v, u$  مبین تغییر مکان‌ها و  $\ddot{w}, \ddot{v}, \ddot{u}$  نیز معرف مولفه‌های شتاب به ترتیب در جهت  $x, y$  و  $z$  و  $j = t, b, c$  است. تغییرات مرتبه اول انرژی پتانسیل درونی بر حسب کرنش‌های مجازی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta U = - \int_{t_1}^{t_2} \int_{V_j} [\sigma_{xx}^j \delta \epsilon_{xx}^j + \sigma_{yy}^j \delta \epsilon_{yy}^j + \tau_{xy}^j \delta \gamma_{xy}^j + \tau_{xz}^j \delta \gamma_{xz}^j + \tau_{yz}^j \delta \gamma_{yz}^j] dv dt$$

$$+ \int_{t_1}^{t_2} \int_{V_c} [\tau_{xz}^c \delta \gamma_{xz}^c + \tau_{yz}^c \delta \gamma_{yz}^c + \sigma_{zz}^c \delta \epsilon_{zz}^c] dv dt \quad (6)$$

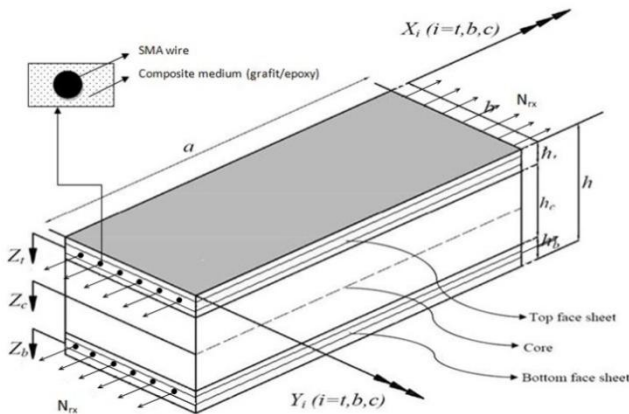
استفاده شده که شامل استنتاج معادلات حاکم همراه با شرایط مرزی مناسب است. از روش گالرکین برای ساده‌سازی و حل این معادلات استفاده شده است. از نکات مهم مقاله حاضر این است که؛ تاکنون تحقیقی در مورد تعبیه الیاف SMA در این نوع از سازه‌های کامپوزیتی (پانل ساندویچی) انجام نشده است. اما تعدادی از مقالات به بحث در مورد اثر الیاف SMA بر روی عملکرد دینامیکی ورق‌های کامپوزیتی پرداخته‌اند.

استاچوویچ<sup>۱</sup> و همکارانش در سال ۲۰۰۰، اثر الیاف SMA را در تغییرات فرکانس طبیعی و کماتش حرارتی یک ورق کامپوزیت چند لایه بررسی نموده و معادلات حاکم بر آن را بر اساس روش المان محدود توضیح داده‌اند. آنها نشان دادند که تحریک الیاف SMA اثر زیادی در افزایش فرکانس طبیعی سازه دارد [۳]. در سال ۲۰۰۶، ملکزاده و همکارانش برای تحلیل پاسخ دینامیکی مرتبه بالای پانل ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر به ضربه سرعت پایین، معادلات حاکم بر این پانل را بدست آوردند [۴]. شیه یائوکو<sup>۱۱</sup> و همکارانش در سال ۲۰۰۹، اثرات SMA را بر روی رفتار کماتش یک ورق کامپوزیتی به روش المان محدود بررسی نمودند و ماتریس سختی هندسی و ماتریس سختی ناشی از تنش ریکواری وابسته به دما را برای این ورق محاسبه نمودند. آنها نشان دادند تمرکز این الیاف در ناحیه میانی ورق، باعث بهبود محسوس بار کماتش ورق می‌شود [۵]. خلیلی و همکارانش نیز در ۲۰۰۷، اثر تحریک وایرهای SMA را بر روی خمش، کرنش صفحه‌ای و تنش در سازه بررسی نمودند. نتایج آنها مبین نقش مهم کسر حجمی مارتنزیتی و بعضی عامل‌های دیگر این الیاف در پاسخ دینامیکی و طراحی سازه است [۶]. هشام حامد ابراهیم و همکارانش در سال ۲۰۱۰، اثر بارهای آیرودرئومکانیکی را بر ورق کامپوزیتی حافظه‌دار که وایرهای تحریک شده SMA در جهت کماتش ورق تعبیه شده‌اند به روش المان محدود بررسی نمودند. تحقیقات آنها نشان داد که مقاومت کماتش و نیروی بحرانی کماتش برای شرایط مرزی ساده بهبود می‌یابد [۷]. م. احمدی در سال ۲۰۰۷، اثرات تحریک SMA بر روی ورق کامپوزیتی حافظه‌دار را بررسی نمود. او نشان داد که افزایش حرارت سیم‌های تعبیه شده SMA در ورق منجر به افزایش نوسانات طبیعی ورق می‌شود [۸]. فرضیات به کار رفته در این کار برای پانل ساندویچی کامپوزیتی طبق مرجع [۴] و اثر آلیاژهای حافظه‌دار مبتنی بر مراجع [۲] و [۵] است.

## ۲- معادله حرکت حاکم

با اعمال تئوری مرتبه اول برشی برای رویه‌ها و تئوری

پایین پانل در راستای محور  $x$ ها تعبیه و در تکیه‌گاه مقید می‌شوند که نتوانند در صورت واقع شدن در دمای بالاتر از دمای شروع فاز آستنتیت به ابعاد طبیعی خود بازگردند. جلوگیری از بازیابی شکل اولیه، منجر به تولید تنش بازیافت کششی در سیم می‌شود که به صورت نیروی صفحه‌ای  $\bar{N}_x$  از طرف تکیه‌گاه به صفحه میانی رویه‌های حافظه‌دار اعمال می‌شوند (شکل (۱)):



شکل (۱): پانل ساندویچی-کامپوزیتی حافظه‌دار

تغییرات مرتبه اول کار نیروهای خارجی صفحه‌ای که شامل نیروهای بازیافتی و ایرهای نیتینول به صورت رابطه (۱۰) است [۳] و [۹]:

$$\delta V = - \int_V \left[ \bar{N}_{xi} \left( \frac{\partial^2 w_{0i}}{\partial x^2} \right) + \bar{N}_{yi} \left( \frac{\partial^2 w_{0i}}{\partial y^2} \right) + 2\bar{N}_{xyi} \left( \frac{\partial^2 w_{0i}}{\partial x \partial y} \right) \right] dV \delta w_{0i} \quad (10)$$

$N_{ji}$  بارهای خارجی از نوع صفحه‌ای<sup>۱۲</sup> است که ماهیت تنش دارند و در کار حاضر نیروی بازیافتی ( $N^r$ ) ناشی از استحاله فازی و ایرهای نیتینول تعبیه شده در رویه‌های بالا و پایین پانل است که به صورت کششی از طرف تکیه‌گاه بر رویه‌ها اعمال می‌شود و با انتگرال‌گیری در عرض ورق حافظه‌دار بر حسب مقادیر کسر حجمی این الیاف به دست می‌آید. ( $j = x, y$  و  $i = t, b$ )

$$N^r = \iint_{A_w} \sigma^r dA_w = \sigma^r h_s V \quad (11)$$

$A_w$  و  $h_s$  و  $V_s$  به ترتیب مربوط به سطح مقطع و ضخامت لایه محتوی SMA (هیبریدی)، کسر حجمی نیتینول موجود در لایه حافظه‌دار است. مقدار  $\sigma^r$  که تابعی از دما و پیش کرنش است از راه شکل (۲) برای پیش کرنش‌های متفاوت به دست می‌آید [۵].

$\sigma_{ii}$  و  $\epsilon_{ii}$  به ترتیب معرف تنش‌ها و کرنش‌های نرمال در جهات  $x, y$  بوده و  $\tau_{iz}$  و  $\gamma_{iz}$  با توجه به ( $i=x$  یا  $y$ ) نشان‌دهنده تنش‌ها و کرنش‌های برشی قائم در هسته میانی هستند.

$\sigma_{zz}^c$  و  $\epsilon_{zz}^c$  تنش‌ها و کرنش‌های نرمال در جهت قائم در هسته میانی هستند. همان‌طور که گفته شد؛ تنش‌های صفحه‌ای در هسته، انعطاف‌پذیر در نظر گرفته نشده‌اند. همچنین  $V_b, V_t$  و  $V_{core}$  به ترتیب حجم رویه‌های بالایی، پایینی و هسته میانی هستند.

برای هسته انعطاف‌پذیر عرضی در پانل ساندویچی با در نظر گرفتن تغییر مکان‌ها و چرخش‌های کوچک، روابط سینماتیکی کرنش‌ها به شکل رابطه (۷) است [۶]:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{xz}^c \\ \gamma_{yz}^c \\ \epsilon_{zz}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{c,z} + w_{c,x} \\ v_{c,z} + w_{c,y} \\ w_{c,x} \end{bmatrix} \quad (7)$$

در این روابط  $w_c$  و  $u_c, v_c$  معرف مؤلفه‌های تغییر مکان در هسته ورق به ترتیب درجهت  $x, y$  و  $z$  هستند.

با فرض تغییرات خطی شتاب در جهت محورهای  $x, y$  و در جهت محور قائم از رویه بالا به سمت رویه پایین در هسته میانی، می‌توان شتاب هسته میانی را بر حسب شتاب رویه‌های بالا و پایین نوشت. در این صورت:

$$\begin{aligned} \ddot{u}_c(x, y, z_c, t) &= (\ddot{u}_{0b} - \ddot{u}_{0t}) \left( \frac{z_c}{c} \right) + \ddot{u}_{0t} \\ \ddot{v}_c(x, y, z_c, t) &= (\ddot{v}_{0b} - \ddot{v}_{0t}) \left( \frac{z_c}{c} \right) + \ddot{v}_{0t} \\ \ddot{w}_c(x, y, z_c, t) &= (\ddot{w}_{0b} - \ddot{w}_{0t}) \left( \frac{z_c}{c} \right) + \ddot{w}_{0t} \end{aligned} \quad (8)$$

که  $z_c$  و  $c$  به ترتیب ارتفاع هسته و ضخامت کل هسته است. معادلات تعادل دینامیکی در هسته میانی با توجه به تحمل نکردن تنش‌های نرمال و برشی صفحه‌ای در هسته و انعطاف‌پذیری آن، عبارت است از:

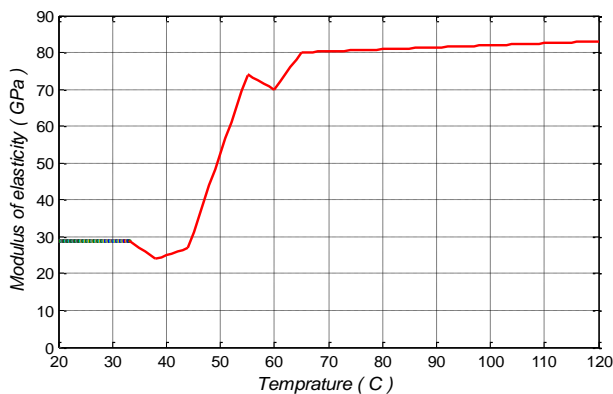
$$\begin{aligned} \tau_{xz,z}^c &= \rho_c \ddot{u}_c, \tau_{yz,z}^c = \rho_c \ddot{v}_c \\ \tau_{xz,x}^c + \tau_{yz,y}^c + \sigma_{zz,z}^c &= \rho_c \ddot{w}_c \end{aligned} \quad (9)$$

برای تعبیه و ایرهای SMA در رویه‌های کامپوزیتی پانل گفته شده از روش فعالسازی انرژی کرنشی استفاده شده است [۱]. طول و ایرهای SMA تا محدوده پلاستیک افزایش یافته و بدون هیچ‌گونه تنش در صفحه میانی رویه‌های کامپوزیتی بالا و

جدول (۱): خواص و ثوابت مهندسی لایه حافظه‌دار

$E_1$	$E_{1m}V_m + E_sV_s$
$E_2$	$E_{2m}E_s/E_{2m}V_s + E_sV_m$
$\nu_{12}$	$\nu_{12m}V_m + \nu_sV_s$
$\nu_{21}$	$\nu_{21m}V_m + \nu_sV_s$
$G_{12}$	$Q_{12} = G_{12m}G_s/(G_{12m}V_s - G_sV_m)$
$G_{23}$	$G_{23m}V_m + G_sV_s$
$V_m$	$1 - V_s$

تغییرات مدول الاستیسیته سیم‌های نیتینول  $E_s(t)$  است که وابسته به دمای سیم‌های SMA بوده و در کار حاضر در بازه‌های دمایی کوچک به صورت خطی فرض شده و از شکل (۳) به دست می‌آید [۵].



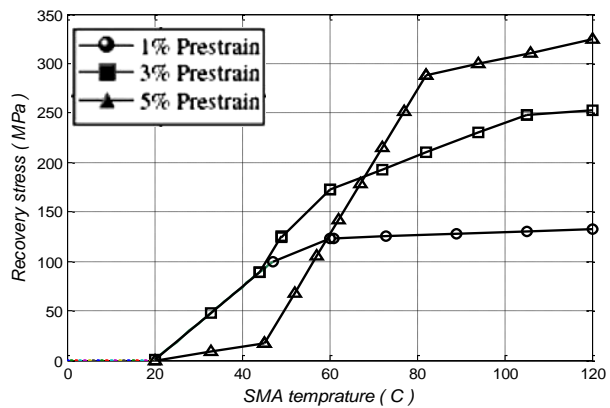
شکل (۳): تغییرات مدول الاستیک سیم‌های SMA با افزایش دما با انتگرال‌گیری از روابط تنش- کرنش اصلاح شده (رابطه ۱۲) در ضخامت لایه‌های ورق روابط ساختاری به صورت رابطه (۱۴) استفاده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \psi \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N^r \\ M^r \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} KA_{45}(w_{0,y} + \psi_y) + KA_{55}(w_{0,x} + \psi_x) \\ KA_{44}(w_{0,y} + \psi_y) + KA_{45}(w_{0,x} + \psi_x) \end{bmatrix}$$

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^k(1, z, z^2) dz$$

$N^r$  و  $M^r$  بردارهای برابند نیروهای بازیافتی و ترکیب آن در واحد طول هستند که به وسیله الیاف SMA تولید شده‌اند. فرض بر تقارن رویه‌ها و کل پانل است، بنابراین  $B=M$   $r=0$  است.  $N$  و  $Q$  به ترتیب مولفه‌های محوری نیرو و نیروهای برشی هستند.  $A$ ،  $B$  و  $D$  به عنوان ماتریس‌های سختی برشی و جفت خمشی- برشی و خمشی معرفی می‌شوند.  $h$  ضخامت هر لایه است.  $K$  عامل تصحیح برشی است که توسط ماینرلین [۱۱]



شکل (۲): تنش بازیابی  $\sigma^r$  بر حسب دمای الیاف SMA برای پیش- کرنش‌های مختلف

### ۳- روابط ساختاری

روابط ساختاری برای ورق کامپوزیت مرکب چند لایه با اثرات نیروی بازیافتی الیاف نیتینول (SMA) ترکیب شده و روابط تنش-کرنش اصلاح شده به دست می‌آیند [۵] و [۲]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} + V_s \begin{Bmatrix} \sigma_1^r \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}$$

$[Q_{ij}]$  ماتریس سختی کاهش یافته برای ورق‌های کامپوزیت هیبریدی (ورق متشکل از گرافیت/اپوکسی به عنوان بستر کامپوزیت و سیم‌های نیتینول به عنوان الیاف) است که به صورت رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود [۲]:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= E_1/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{12} &= \nu_{21}E_1/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{22} &= E_2/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{66} &= G_{21} \end{aligned} \quad (13)$$

فرمولاسیون استفاده شده برای محاسبه ثابت‌های هندسی و خواص لایه حافظه‌دار نیز بر اساس قانون ترکیبی است که برای گسترش طرح میکرومکانیکی ورق کامپوزیت معمولی به کار می‌رود. این ثوابت برای لایه مرکب حافظه‌دار به صورت جدول (۱) نوشته می‌شود.

عامل‌های  $G, \nu, V, E$  به ترتیب بیانگر مدول الاستیسیته، کسر حجمی، ضریب پواسون و مدول برشی بوده و پایین نویس‌های  $s$  و  $m$  معرف خواص سیم‌های نیتینول و بستر کامپوزیت است. پایین نویس‌های ۱ و ۲ نیز مبین جهات  $x$  و  $y$  است.

بالا، پایین و هسته است.  $\tau_{yz}^c, \tau_{xz}^c$  و  $\sigma_{zz}^c$  در  $(z_c = 0, z)$  به- ترتیب، تنش‌های برشی و نرمال قائم در سطح مشترک بالا و پایین هسته و رویه‌ها هستند.  $Q_y^j$  و  $Q_x^j$  نیروهای برشی توزیع شده بر واحد طول لبه‌های پانل به ترتیب در راستای  $x$  و  $y$  است.  $(j = t, b)$ .  $\rho_b$  و  $\rho_t$  به ترتیب چگالی رویه‌های بالا و پایین است. برای ممان اینرسی لایه‌ها داریم: (۱۶)

$$j = 0, 2, I_{jb} = \int_{-h_b/2}^{h_b/2} \rho_b z^j dz \text{ و } I_{jt} = \int_{-h_t/2}^{h_t/2} \rho_t z^j dz$$

## ۵- حل معادلات و به دست آوردن فرکانس‌های

### طبیعی سیستم

با استفاده از روابط سینماتیکی، روابط ساختاری تنش- کرنش اصلاح شده، روابط (۱۳) و ماتریس‌های سختی (برشی، خمشی و جفت خمشی-برشی) و سپس جایگزینی مشتقات جزئی آن در مجموعه روابط شماره (۱۵)، معادلات دینامیکی پانل ساندویچی حافظه‌دار با هسته انعطاف‌پذیر به دست می‌آید. برای مثال نتیجه اعمال روابط گفته شده در رابطه ششم (معادله مربوط به خیز رویه پایینی) از مجموعه معادلات (۱۵) به- صورت رابطه (۱۷) بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} & KA_{45}^b (2w_{0b,xy} + \psi_{yb,x} + \psi_{xb,y}) + N^r w_{0b,xx} \quad (17) \\ & + KA_{44}^b (w_{0b,yy} + \psi_{yb,y}) + KA_{55}^b (w_{0b,xx} + \psi_{xb,x}) \\ & - (\tau_{xz,x}^c + \tau_{yz,y}^c) \left( \frac{c}{2} \right) + (w_{0t} - w_{0b}) \left( \frac{E_c}{c} \right) \\ & + \rho_c \{ \ddot{w}_{0b} (c/3) + \ddot{w}_{0t} (c/6) \} = I_{0b} \ddot{w}_{0b} \end{aligned}$$

برای به دست آوردن پاسخ دینامیکی ارتعاشات آزاد ورق با هسته میانی انعطاف‌پذیر، از روش حل با سری‌های فوریه استفاده شده است. برای ورق با لبه‌های لولا (تکیه‌گاه ساده)، توابع فوریه استفاده شده برای مولفه‌های جابجایی، چرخش و تنش برشی در هسته عبارت هستند از [۶]:

$$\begin{bmatrix} u_{0j}(x, y, t) \\ v_{0j}(x, y, t) \\ w_{0j}(x, y, t) \\ \psi_{xj}(x, y, t) \\ \psi_{yj}(x, y, t) \\ \tau_{xz}^c(x, y, t) \\ \tau_{yz}^c(x, y, t) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{bmatrix} u_{0jmn} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ v_{0jmn} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \\ w_{0jmn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ A_{0jmn} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ B_{0jmn} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \\ T_{cxmn} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ T_{cymn} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \end{bmatrix} e^{-i\omega t}$$

با اعمال روش پیش‌گفته همیلتون (روش انرژی) و کلیه روابط اعم از روابط سینماتیکی و سازگاری در رویه و هسته و استفاده از روابط حاکم بین مولفه‌های تنش و نیروهای صفحه‌ای و ممان‌های صفحه‌ای، نیروهای بازایستی سیم‌های SMA، به مجموعه معادلات حاکم بر سامانه می‌توان دست یافت. با انتگرال‌گیری در جهت ضخامت و استفاده از روش انتگرال‌گیری جزء به جزء و صفر قرار دادن ضرایب تغییرات اول مولفه‌های تغییر مکان و چرخش و تنش برشی در رویه‌ها و هسته، می‌توان معادلات دیفرانسیلی حاکم بر حرکت پانل ساندویچی- کامپوزیتی حافظه‌دار (محتوی سیم‌های SMA) و معادلات شرایط مرزی را به دست آورد.

$$\begin{aligned} & N_{xx,x}^t + N_{xy,y}^t + \tau_{xz}^c(z_c = 0) = I_{0t} \ddot{u}_{0t} \\ & N_{yy,y}^t + N_{xy,x}^t + \tau_{yz}^c(z_c = 0) = I_{0t} \ddot{v}_{0t} \\ & Q_{x,x}^t + Q_{y,y}^t + \bar{N}_{xt} + \sigma_{zz}^c(z_c = 0) = I_{0t} \ddot{w}_{0t} \\ & N_{xx,x}^b + N_{xy,y}^b - \tau_{xz}^c(z_c = c) = I_{0b} \ddot{u}_{0b} \\ & N_{yy,y}^b + N_{xy,x}^b - \tau_{yz}^c(z_c = c) = I_{0b} \ddot{v}_{0b} \\ & Q_{x,x}^b + Q_{y,y}^b + \bar{N}_{xb} - \sigma_{zz}^c(z_c = c) = I_{0b} \ddot{w}_{0b} \quad (15) \\ & M_{xx,x}^t + M_{xy,y}^t - Q_x^t + \tau_{xz}^c(z_c = 0)(h_t/2) = I_{2t} \ddot{\psi}_{xt} \\ & M_{yy,y}^t + M_{xy,x}^t - Q_y^t + \tau_{yz}^c(z_c = 0)(h_t/2) = I_{2t} \ddot{\psi}_{yt} \\ & M_{xx,x}^b + M_{xy,y}^b - Q_x^b - \tau_{xz}^c(z_c = c)(h_b/2) = I_{2b} \ddot{\psi}_{xb} \\ & M_{yy,y}^b + M_{xy,x}^b - Q_y^b + \tau_{yz}^c(z_c = c)(h_b/2) = I_{2b} \ddot{\psi}_{yb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xz,z}^c &= \rho_c \ddot{u}_c \\ \tau_{yz,z}^c &= \rho_c \ddot{v}_c \\ \tau_{xz,x}^c + \tau_{yz,y}^c + \sigma_{zz,z}^c &= \rho_c \ddot{w}_c \end{aligned}$$

برای روابط فوق داریم:

$w_c$  و  $w_{0b}, w_{0t}$  به ترتیب جابجایی عرضی رویه بالا، پایین و هسته است.  $u_c$  و  $v_{0b}, u_{0t}$  جابجایی در راستای  $x$  برای رویه

(۱۸)

متلب<sup>۱۴</sup> تهیه شد که با استفاده از آن می‌توان مشخصه‌های دینامیکی مورد نیاز برای پانل ساندویچی-کامپوزیتی با رویه‌های محتوی سیم‌های SMA را بررسی نمود. کلیه خصوصیات پانل ساندویچی - کامپوزیتی حافظه‌دار مورد بررسی در این قسمت در جدول (۲) آورده شده‌است. پانل گفته شده دارای رویه‌های ۳ لایه است. لایه میانی رویه، هیبریدی بوده و خواص آن از شکل (۳) و جدول (۲) و قانون ترکیب بدست می‌آید.

جدول (۲): خواص الاستیسیته مواد موجود در لایه‌های پانل

[۹۰/۰, SMA(۰)/۹۰/core/۹۰/۰, SMA(۰)/۹۰]			
$a/b$	$h_c/h$	$a/b$	Ks
۱۰	۰/۸۴	۱	۰/۳
properties	graphit-epoxy	SMA	Core (foam)
$E_{11}$ (Gpa)	۱۵۵	Es(t)	۰/۱۱۳۵
$E_{22}$ (Gpa)	۸/۰۷	Es(t)	۰/۱۱۳۵
$E_{33}$ (Gpa)	۸/۰۷	Es(t)	۰/۱۱۳۵
$G_{12}$ (Gpa)	۴/۵۵	۲۵/۶	۰/۰۱۸۸۶
$G_{13}$ (Gpa)	۴/۵۵	۲۵/۶	۰/۰۱۸۸۶
$G_{23}$ (Gpa)	۳/۲۵	۲۵/۶	۰/۰۱۸۸۶
$\nu_{12}$	۰/۲۲	۰/۳	۰/۳۲
$\nu_{13}$	.	.	.
$\nu_{23}$	.	.	.
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	۱۵۸۶	۶۴۵۰	۱۳۰

برای بررسی درستی نتایج حاصل از تحریک سیم‌های SMA تعبیه شده در رویه‌های پانل ساندویچی حافظه‌دار، نتایج حاصل از تحریک پانل ساندویچی با شرایط فیزیکی  $h_c/h=1/7$  و  $a/h=170$  و  $a/b=0/70$  در جدول (۳) مقایسه می‌شود. اثرات تنش بازیافتی سیم‌های SMA بر فرکانس طبیعی اول و دوم پانل با نتایج ورق اورتوتروپ مرجع [۱۰] و فرض کسر حجمی ۵٪ برای الیاف SMA مقایسه می‌شود.

جدول (۳) بیانگر هم‌خوانی فرکانس اول در مرجع [۱۰] و کار حاضر است. در حالت دوم کمی اختلاف دیده می‌شود. این تفاوت به این دلیل است که همه معادلات این کار بر اساس وجود یک هسته انعطاف‌پذیر (فوم) محاسبه شده است. بنابراین علت تفاوت فرکانس آن نسبت به لمینیت مرجع [۱۰] وجود یک لایه نرم در پانل حاضر است.

در رابطه (۱۸)، ضرایب فوریه در ماتریس سمت راست، وابسته به زمان هستند و  $m, n$  نیز به ترتیب تعداد نیم موج‌ها در جهت  $x$  و  $y$  هستند و  $\omega$  نیز فرکانس نوسانات (rad/s) است و  $j=t, b$ . با جایگذاری مشتقات جزئی توابع فوریه مربوطه و اعمال روش عددی گالرکین در نمونه معادله (۱۷) رابطه (۱۹) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}
 & KA_{45}^b (2\alpha_m \beta_n f_4 w_{0bmn} + \alpha_m f_4 B_{0bmn} + \beta_n f_4 A_{0bmn}) \\
 & - KA_{44}^b (\beta_n^2 f_3 w_{0bmn} + \beta_n f_3 B_{0bmn}) - N^r \alpha_m^2 f_3 w_{0bmn} \\
 & - KA_{55}^b (\alpha_m^2 f_3 w_{0bmn} + \alpha_m f_3 A_{0bmn}) \\
 & - (\alpha_m f_3 T_{cxmn} + \beta_n f_3 T_{cymn}) \left( \frac{c}{2} \right) \\
 & + (f_3 w_{0tmn} - f_3 w_{0bmn}) \left( \frac{E_c}{c} \right) \\
 & - \omega^2 \rho_c f_3 \left( \frac{c}{6} \right) \{ 2w_{0bmn} + w_{0tmn} \} = -I_{0b} \omega^2 f_3 w_{0bmn}
 \end{aligned} \quad (19)$$

ماتریس جرمی و سختی سامانه را از معادلات فوق به دست می‌آید.

چون در این مسئله المان‌هایی از آلیاژهای حافظه‌دار موجود است که باعث تولید نیروی بازیافتی در صفحه میانی لایه‌های رویه می‌شوند، بنابراین ماتریس سختی حاصل شده، از دو ماتریس سختی هندسی سامانه و ماتریس سختی ناشی از تنش بازیافت تشکیل شده‌است.

$$[k]_{10 \times 10} = [k_s]_{10 \times 10} + [k_r]_{10 \times 10} \quad (20)$$

بنابراین مسئله با محاسبه ماتریس‌های جرمی و سختی، به یک مسئله استاندارد مقادیر ویژه تبدیل می‌شود.

$$[M] \{ \ddot{\chi} \} + ([k_s] + [k_r]) \{ \chi \} = \{ 0 \} \quad (21)$$

$[M]$  و  $[k_s]$  ماتریس‌های  $10 \times 10$  جرمی و سختی هندسی است.  $[k_r]$  ماتریس تعمیم‌یافته سختی ناشی از تنش بازیافتی سیم‌های SMA است. بنابراین به معادله (۲۲) خواهیم رسید:

$$([k] - \omega^2 [M]) \{ \chi \} = \{ 0 \} \quad (22)$$

با فرض  $K^{-1}M = A$  و  $\lambda = (1/\omega^2)$  معادله مشخصه به دست می‌آید که با صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب آن مقادیر ویژه و فرکانس‌های طبیعی سامانه حاصل می‌شود.

$$|A - \lambda I| = 0 \quad (23)$$

## ۶- بررسی درستی نتایج

برای حل معادلات برنامه‌ای جامع در فضای نرم‌افزار

جدول (۳): مقایسه فرکانس طبیعی اول و دوم کار حاضر و مرجع [۱۰]

[۴۵/۴۵۰, SMA(۰)/۹۰/۹۰/۰, SMA(۰)/-۴۵/۴۵]

$K_s = 0.5$

$\sigma^r$ *(10 <sup>4</sup> psi)	Ref.[19]		Present work	
	1 <sup>st</sup> freq.	2 <sup>nd</sup> freq.	1 <sup>st</sup> freq.	2 <sup>nd</sup> freq.
۰	۲۶	۵۱	۲۵/۲	۴۸/۲
۰/۵	۲۷/۱	۵۱/۵	۲۶/۸	۵۰/۴
۱	۲۸/۳	۵۲	۲۹/۱	۵۰/۹
۱/۵	۲۹/۷	۵۳/۱	۳۰/۴۲	۵۱/۳
۲	۳۱	۵۴	۳۱/۵	۵۲/۱
۳	۳۲/۹	۵۵	۳۳/۴	۵۳
۴	۳۵/۵	۵۶/۲	۳۶/۲	۵۴

## ۷- بررسی و تحلیل نتایج

رفتار دینامیکی پانل ساندویچی برای رویه‌های حافظه‌دار با شرایط تکیه‌گاهی ساده و خواص مواد مندرج در جدول (۲) محاسبه شده‌است. در این پانل، رویه‌ها، ارتوتروپ فرض شده و الیاف حافظه‌دار در لایه میانی رویه و در راستای محور  $x$  است.

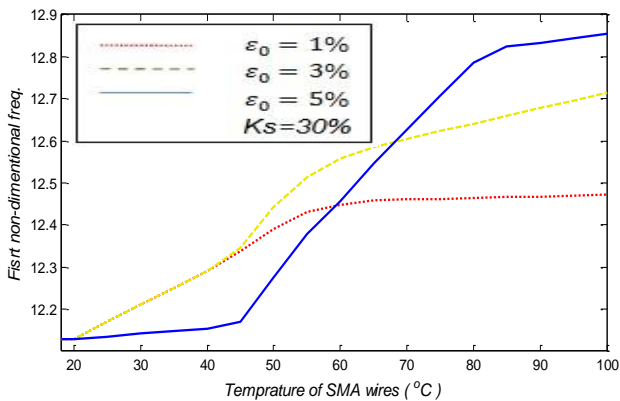
با توجه به شکل (۴)، نتایج حاصل از فرکانس طبیعی اول، بیانگر وابستگی آن به دمای الیاف SMA و تنش بازیافتی است. در این نمودار به وضوح رفتار فرکانس طبیعی پانل ساندویچی بر حسب تغییر دمای الیاف متناظر با شکل (۲) تغییر می‌نماید. دیده می‌شود که با افزایش تنش بازیافتی بر فرکانس سامانه افزوده می‌شود.

در شکل (۵) تغییرات نسبی پنج فرکانس طبیعی اول پانل حافظه‌دار بر حسب تغییر دمای و ایرهای SMA دیده می‌شود. خصوصیات پانل مورد بحث در جدول (۲) آورده شده‌است. در این نمودار  $\bar{\omega}_n$ ، مقدار فرکانس‌های طبیعی پانل در زمانی است که الیاف SMA تحریک نشده‌اند و فرکانس‌های  $\omega_n$  با در نظر گرفتن اثرات تحریک الیاف SMA به دست آمده‌اند. در این شکل نیز دیده می‌شود که بیشترین تغییرات فرکانس طبیعی در بازه دمایی شروع و پایان استحاله معکوس مارتنزیتی الیاف SMA رخ می‌دهد.

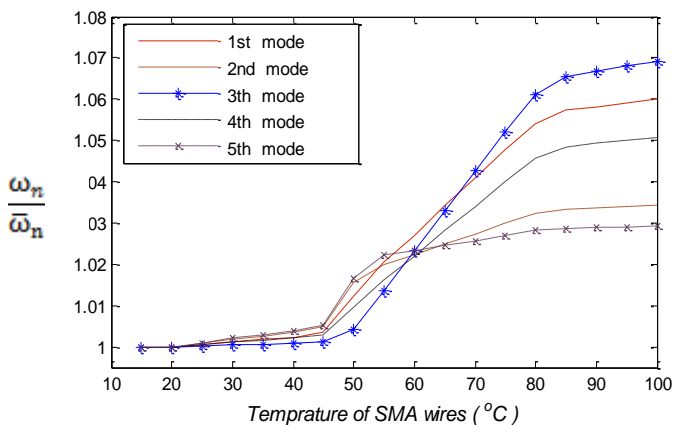
این نتایج نشان می‌دهند که الیاف SMA با بالا رفتن دما، اثرات مطلوبی بر روی فرکانس‌ها می‌گذارند اما بر روی بعضی از فرکانس‌ها مثلاً فرکانس پنجم ( $\omega_5$ ) اثر مطلوبی ندارد.

در شکل‌های (۴) و (۵) دیده می‌شود که کاربرد سیم‌های حافظه‌دار در داخل لایه‌چینی رویه‌های کامپوزیتی پانل مورد نظر، بیشترین اثر را بر فرکانس سوم ( $\omega_3$ ) دارد. افزایش

دما باعث کشیده شدن الیاف SMA و در نتیجه اعمال تنش کششی بازیافتی الیاف مذکور بر لایه می‌شود که منجر به افزایش سفتی‌های عرضی سازه و در نتیجه افزایش نوسانات طبیعی سامانه می‌شود.



شکل (۴): تغییرات فرکانس اول پانل بر حسب افزایش دما برای پیش کرنش‌های متفاوت



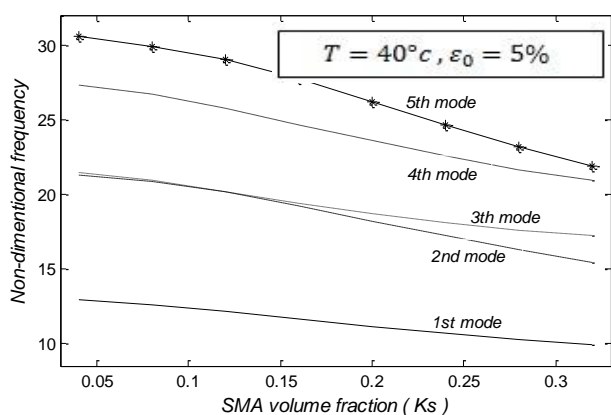
شکل (۵): نسبت پنج فرکانس اول پانل ساندویچی حافظه‌دار به همان فرکانس‌ها برای پانل معمولی بر حسب دمای سیم‌های SMA

در شکل‌های (۶a) و (۶b) تغییرات فرکانس اول و چهارم پانل با خواص گفته شده در جدول (۲) بر حسب تغییرات دمایی الیاف SMA برای مقادیر متفاوت کسر حجمی این الیاف نشان داده شده‌است. دیده می‌شود که با افزایش کسر حجمی الیاف SMA، نوسانات سامانه بیشتر تحت اثر افزایش دما قرار می‌گیرند. به نوعی کنترل بیشتر بر فرکانس‌های سامانه با کنترل درصد حجمی این الیاف امکان‌پذیر است. در این شکل یک نقطه عطف برای نوسانات سامانه وجود دارد. در این نقطه دمایی خاص، مقدار فرکانس طبیعی سامانه برای مقادیر مختلف کسر حجمی الیاف SMA یکسان است. در دمای کمتر از این دمای خاص، افزایش کسر حجمی باعث افت فرکانس شده و در

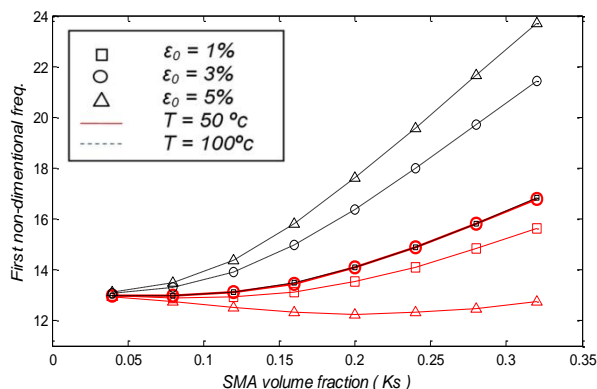


نبود تنش بازیافتی الیاف SMA است.

در شکل (۸) نیز افزایش نوسانات پایه سامانه پیش‌گفته با پیش‌گرفتنش‌های متفاوت برای درصد حجمی‌های مختلف در دو دمای پایین و بالا بررسی شده است. برآیند تنش کششی بازیافتی الیاف که وابسته به دمای نیتینول است، بر چگالی ناشی از افزایش کسر حجمی غالب شده و منجر به افزایش سختی هندسی سامانه و در نتیجه افزایش نوسانات طبیعی سامانه می‌شود. در این شکل دیده می‌شود که در دمای  $50^{\circ}\text{C}$ ، پیش‌گرفتنش ۳٪ بیش‌ترین اثر را در افزایش نوسانات طبیعی دارد. با مراجعه به شکل (۲) می‌توان دید که الیاف SMA در دمای  $0^{\circ}\text{C}$  و ۵۰ پیش‌گرفتنش ۳٪، بیش‌ترین میزان تنش را بازتولید می‌نماید.



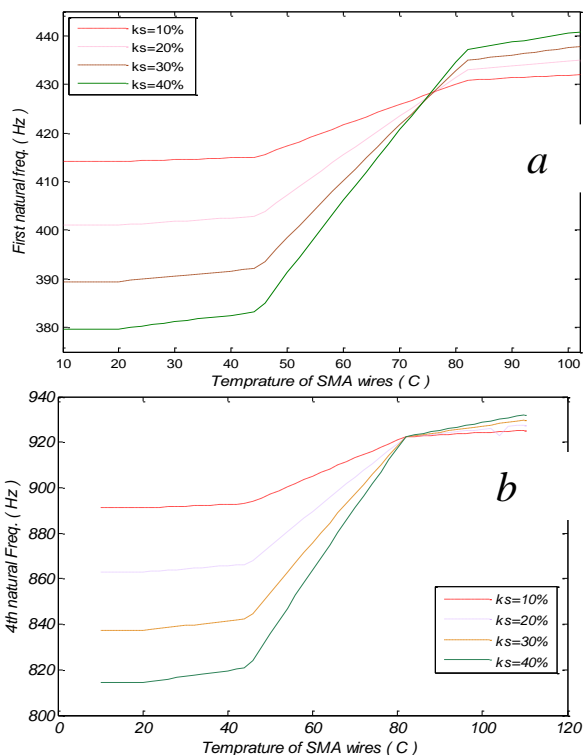
شکل (۷): اثرات افزایش کسر حجمی الیاف نیتینول بر روی تغییرات پنج فرکانس اول پانل در دمای  $40^{\circ}\text{C}$



شکل (۸): اثر پیش‌گرفتنش‌های متفاوت بر روی مقادیر فرکانس طبیعی سامانه بر حسب کسر حجمی الیاف نیتینول واقع در دو دمای ۵۰ و ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد

با توجه به شکل‌های (۹a) و (۹b)، افزایش میزان پیش‌گرفتنش سیم‌های نیتینول اثر فزاینده‌ای بر روی رفتار فرکانس‌های اول و دوم بر حسب تغییرات کسر حجمی این سیم‌ها دارد. بدین صورت که افزایش تولید تنش بازیافتی

دمای بالاتر از این دما، کسر حجمی بزرگتر سبب رشد نوسانات سامانه می‌شود. به نوعی افزایش کسر حجمی الیاف SMA پیش از اتمام استحاله فازی موجب کاهش فرکانس طبیعی پانل شده و در زمان گذار از دمای پایان استحاله، افزایش Ks به همراه افزایش دما باعث افزایش فرکانس سامانه می‌شود. این پدیده ناشی از این است که تا زمان تکمیل استحاله معکوس (در دماهای کمتر از دمای انتهای فاز آستنیت الیاف SMA)، افزایش وزن سازه به موجب افزایش کسر حجمی نیتینول بر تنش بازیافتی این الیاف غلبه نموده و موجب تعدیل فرکانس سامانه می‌شود. این پدیده با توجه به چگالی بالای الیاف SMA قابل تحلیل است.



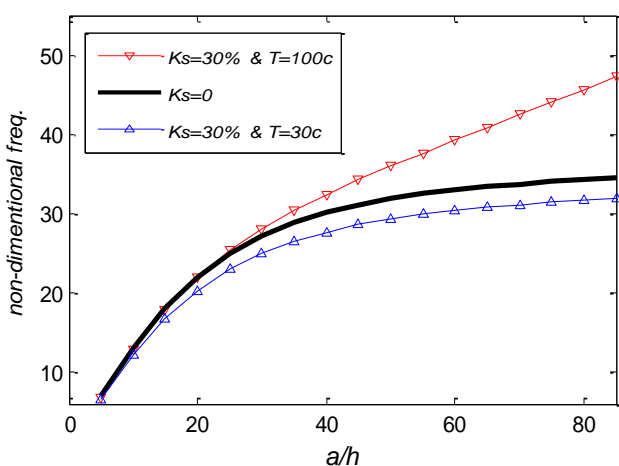
شکل (۹): اثر کسر حجمی بر روی تغییرات فرکانس طبیعی اول و چهارم بر حسب دمای سیم‌های SMA

شکل‌های بعدی برای پانل ساندویچی-کامپوزیتی حافظه‌دار با مشخصات مندرج در جدول (۲) بررسی شده است با این تفاوت که مشخصه  $h_c/h$  به میزان ۰/۹۴ در نظر گرفته شده است.

در شکل (۷) که برای پانل ساندویچی گفته شده به دست آمده است، دیده می‌شود که با افزایش کسر حجمی الیاف نیتینول در یک دمای مشخص  $40^{\circ}\text{C}$  (دمای کمتر از دمای پایان فاز مارتنزیت) و پیش‌گرفتنش  $\varepsilon_0 = 5\%$  پنج فرکانس اول کاهش می‌یابد. این مسئله ناشی از افزایش چگالی و جرم سازه پانل در

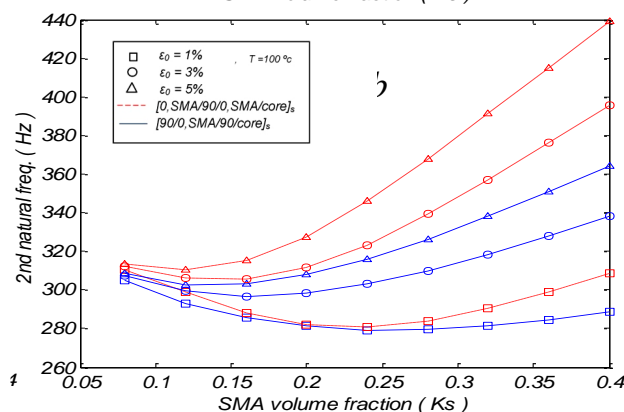
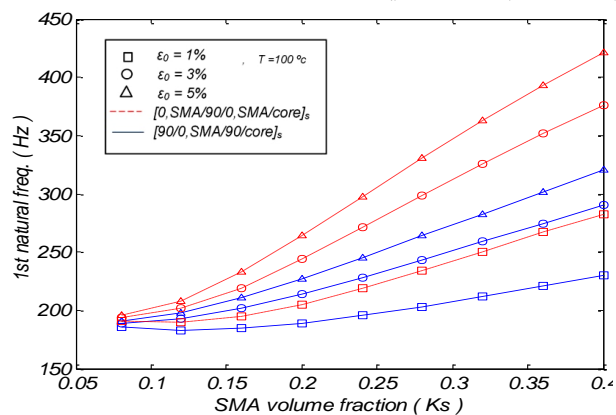
اثر افزایش پیش کرنش الیاف نیتینول در نسبت‌های منظری کوچک محسوس‌تر بوده و باعث افزایش بیشتر در فرکانس می‌شود، دماهای بالاتر تنش‌های بازیافتی بزرگتری تولید می‌نماید که به‌صورت کششی بر لایه موردنظر از رویه‌های پانل اعمال شده و باعث افزایش سفتی نسبی پانل و در نتیجه افزایش نوسانات می‌شود. هرچه این نسبت (نسبت منظری) افزایش یابد، اثرات افزایش پیش کرنش کاهش می‌یابد. علت آن در ابتدا کاهش سفتی نسبی پانل در جهت طولی و ثابت ماندن برآیند تنش بازیافتی همزمان با افزایش طول پانل است. لذا بنابراین با افزایش  $a/h$  سفتی ورق افزایش کمتری نشان داده و فرکانس طبیعی افزایش کمتری نشان خواهد داد. از نظر کاربردی استفاده از الیاف نیتینول در حالت باریکه لولایا، اثر بسیار کمی در افزایش فرکانس طبیعی خواهد داشت و در عمل بی‌اثر خواهد شد. افزایش فرکانس بیشتر در محدوده بین دماهای شروع و پایان استحاله معکوس قابل ملاحظه است (الیاف SMA در جهت طولی قرار دارند).

شکل (۱۱) برای بررسی اثر محدوده دمایی الیاف نیتینول بر رفتار نوسانات پانل ساندویچی بر حسب تغییر نسبت  $a/h$  رسم شده‌است. خصوصیات پانل به‌طور دقیق منطبق بر جدول (۲) و مقدار پیش کرنش ۵٪ و لایه‌چینی<sup>۱۰</sup> نیز مشخص است. در شکل (۱۱) اثر دمای کمتر از دمای شروع استحاله معکوس (۳۰ درجه سانتی‌گراد) و دمای بالاتر از دمای پایان استحاله معکوس (۱۰۰ درجه سانتی‌گراد) بر روی فرکانس پانل در  $a/h$ های مختلف برای دو کسر حجمی الیاف حافظه‌دار (۰ و ۳۰٪) مورد بررسی قرار گرفته است.



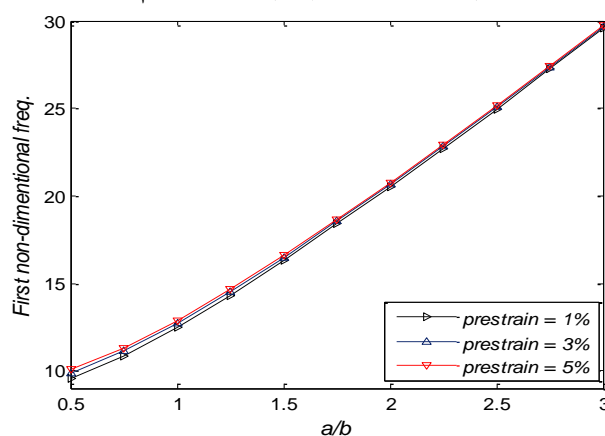
شکل (۱۱): اثر محدوده‌های دمایی بر تغییرات فرکانس اول بر حسب نسبت‌های  $a/h$

کششی ناشی از افزایش کسر حجمی، باعث سخت‌تر شدن سازه و بنابراین بیشتر شدن مقادیر فرکانس سامانه می‌شود. با توجه به این شکل‌ها در لایه‌چینی نوع دوم چون مقدار الیاف SMA تعبیه شده زیادتر از نوع اول است پس برآیند تولید تنش بازیافتی در این مورد طبق شکل (۲) بیشتر شده و اثر بزرگتری بر روی افزایش فرکانس سامانه دارد.



شکل (۹): اثر پیش کرنش بر رفتار فرکانس طبیعی اول (a) و دوم (b) پانل ساندویچی برای دو نوع لایه چینی بر حسب کسر حجمی الیاف نیتینول در دمای ۱۰۰ °C

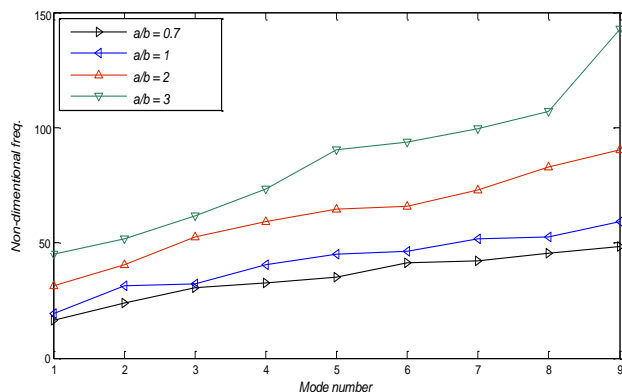
در شکل (۱۰) اثر پیش کرنش‌های مختلف بر رفتار نوسانی سامانه بر حسب نسبت منظری ( $a/b$ ) مختلف رسم شده‌است.



شکل (۱۰): اثر پیش کرنش‌های مختلف بر رفتار نوسانی سامانه بر حسب نسبت منظری ( $a/b$ )

کمترین اختلاف در حالت دوم و سوم روی می‌دهد. در همه حالات رسم شده، فرکانس طبیعی نسبت به عامل

$$\bar{\omega} = \omega \sqrt{a^4 E_c / h^2 \rho_c} \text{ بی‌بعد شده‌است.}$$



شکل (۱۳): رفتار ۹ مود اول فرکانسی برای نسبت‌های مختلف  $a/b$

## ۸- نتیجه‌گیری

در این کار، یک طرح تحلیلی برای بررسی اثرات تعبیه الیاف حافظه‌دار (نیتینول) در رویه‌های کامپوزیتی پانل ساندویچی با استفاده از تئوری بهبود یافته مرتبه بالا برای پانل ساندویچی ارائه شد که به طور کلی به نتایج زیر می‌توان اشاره نمود:

۱- الیاف SMA اثر مطلوبی در افزایش اکثر فرکانس‌های طبیعی دارند که این اثر در برخی فرکانس‌ها بیشتر محسوس است.

۲- سریع‌ترین افزایش فرکانسی در بازه دمایی استحاله معکوس مارتنزیتی برای سیم‌های SMA روی می‌دهد. این افزایش فرکانس متناظر با نمودار تنش دمای الیاف SMA (شکل (۳)) است.

۳- با بزرگ شدن نسبت طول به ضخامت پانل ( $a/h$ )، فرکانس‌ها به نحو چشمگیری افزایش می‌یابند.

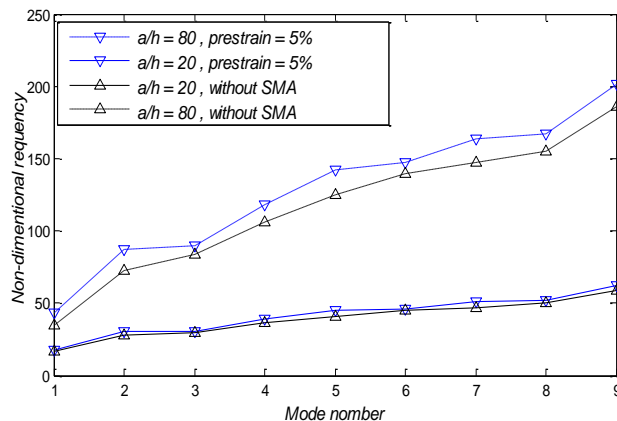
۴- با افزایش نسبت منطری ( $a/b$ ) اثر الیاف SMA به علت ثابت ماندن برآیند تنش بازیافتی و بزرگ شدن طول ورق کاهش می‌یابد.

۵- افزایش کسر حجمی بدون حضور تنش بازیافتی باعث کاهش فرکانس و افزایش خیز رویه‌های پانل می‌شود.

بنابراین می‌توان با کنترل دما و کسر حجمی اعمالی به سیم‌های الیاف SMA، میزان ارتعاشات سامانه را کنترل نمود.

با توجه به اینکه در دمای  $30^\circ C$  برآیند تنش بازیافتی الیاف نیتینول ناچیز است، اثر سنگینی سازه ناشی از حضور  $30\%$  کسر حجمی بر تنش بازیافتی کششی غالب شده و سبب کاهش فرکانس سامانه می‌شود. در این دما و کسر حجمی ( $K_s = 30\%$ ) در تمام نسبت‌های  $a/h$  نوسانات پایین‌تر از حالت  $K_s = 0$  است. در دمای  $100^\circ C$  (بالتر از  $A_f$ )، تنش بازیافتی کششی کافی برای غلبه بر سنگینی سازه ناشی از کسر حجمی الیاف نیتینول تولید شده است که منجر به افزایش سفتی هندسی سامانه می‌شود. در این حالت برای تمام مقادیر  $a/h$  میزان فرکانس بیش‌تر از حالت  $K_s = 0$  است.

در شکل (۱۲) اثر الیاف SMA بر روی فرکانس‌های اول تا نهم در مقادیر مختلف  $a/h$  در دو حالت پانل بدون الیاف SMA و پانل حافظه‌دار مرکب با الیاف SMA رسم شده‌است. ویژگی‌های فیزیکی این پانل به صورت  $hc/h = 0.8$ ،  $a/b = 1$  است. دما، پیش کرنش و کسر حجمی الیاف SMA نیز به ترتیب برابر  $85^\circ C$ ،  $5\%$  و  $30\%$  فرض شده‌است. دیده می‌شود در بعضی از فرکانس‌ها مانند فرکانس‌های دوم، پنجم و هفتم الیاف SMA بیش‌ترین تاثیر را دارد. با افزایش  $a/h$  نوسانات به مراتب افزایش می‌یابند. که این امر بدلیل افزایش طول پانل و کاهش ضخامت هسته نرم (فوم) پانل است. در نسبت‌های بالاتر  $a/h$  به علت کاهش هسته نرم انعطاف‌پذیر، تنش بازیافتی اثر بیش‌تری بر رویه داشته و حساسیت این رویه‌های سخت به تنش بازیافتی افزایش می‌یابد.



شکل (۱۲): رفتار ۹ حالت اول فرکانسی برای نسبت‌های مختلف  $a/h$

در شکل (۱۳) رفتار ۹ حالت اول فرکانسی برای نسبت‌های مختلف  $a/h$  پانل مشخص شده در شکل قبلی رسم شده‌است.

دیده می‌شود که با افزایش نسبت  $a/b$  مقدار هر فرکانس در هر حالت افزایش می‌یابد. بیش‌ترین افزایش در حالت پنجم و

## ۹- مراجع

Jae-Sang, B.; Park, S.; Hwan, k.; "Vibration of thermally post-buckled composite plates embedded with shape memory alloy fibers", Composite structures, vol. 63, p.p. 179-188, 2004. [۲]

John, S.; Hariri, M.; "Effect of shape memory alloy actuation on the dynamic response of polymeric composite plates", Composites, applied science and manufacturing: Part A, vol. 39, p.p.769-776, 2008. [۱]

ملک زاده، کرامت؛ مظفری، علی؛ احمدی، مجتبی؛ "تأثیر الیاف حافظه‌دار در فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای یک ورق کامپوزیت مرکب هوشمند با تکیه‌گاه مفصلی"، هفتمین همایش سالانه (بین‌المللی) انجمن هوا فضای ایران، صنعتی شریف، ۳۰ بهمن - ۲ اسفند ۱۳۸۶.

Reddy, J.N.; "Energy principles and variational methods in applied Mechanics", Department of Mechanical Engineering of Texas, A&M University, 2002.

Rogers, C.A.; Liang, C.; Jia, J.; "Structural modification of simply-supported laminated plates using embedded shape memory alloy fibers", Composite Structures, Vol. 38, p.p. 569-580, 1999.

آذرینیا، امیرحسین. "ارتعاشات آزاد پانل ساندریجی - کامپوزیتی با هسته انعطاف پذیر"، پایان نامه کارشناسی ارشد هوافضا، دانشگاه خواجه نصیر، تهران، ۱۳۸۶.

- [۳] Ostachowicz, W.; Krawczuk, M.; Zak, A.; "Dynamics and Buckling of a multilayer composite plate with embedded SMA wires", Composite Structures, vol. 48, p.p. 163-167, 2008.
- [۴] Malekzadeh, K.; Kalili, M.R.; Olsson, R.; Jafari, A.; "High-order dynamic response of composite sandwich panels with flexible core under simultaneous low - velocity impact", International Journal of Solids and Structures, vol. 43, p.p. 6667-6687, 2006.
- [۵] Shih-Yao, K.; Le-chang, S.; Ke-han, C.; "Buckling analysis of shape memory reinforced composite laminates", Composite structures, vol. 90, p.p. 188-195, 2009.
- [۶] Kalili, M.R.; Shokuhfar, A.; Malekzadeh, K.; Ghasemi, F.; "Low-velocity impact response of active thin-walled hybrid composite structures embedded with SMA wires", Thin-Walled Structures, vol. 45, p.p. 799-808, 2007.
- [۷] Ibrahim, H.H.; HeeYoo,H.; SooLee, K.; "Aero-thermo-mechanical characteristics of imperfect shape memory alloy hybrid composite panels", Journal of Soundand Vibration, p.p. 230-237, 2010.
- [۸]
- [۹]
- [۱۰]
- [۱۱]

## ۱۰- زیرنویس

- ۱ IHSAPT  
 ۲ FSĐT  
 ۳ Shape Memory Alloy (SMA)  
 ۴ NiTiNol  
 ۵ Martensit  
 ۶ Austenite  
 ۷ Recovery stress  
 ۸ Active Property Tuning (APT)  
 ۹ Active strain Energy Tuning (ASET)  
 ۱۰ Ostachowicz  
 ۱۱ Shih yao kou  
 ۱۲ in-plane  
 ۱۳ Mindlin  
 ۱۴ MATLAB  
 ۱۵ [90/0,SMA/90/core/90/0,SMA/90]s