



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

دوره چهل و پنجم، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۲، صفحه ۷۷ تا ۸۶
Vol. 45, No. 2, winter 2013, pp. 77-86



نشریه علمی - پژوهشی امیرکبیر (مهندسی مکانیک)
Amirkabir Journal of Science & Research (Mechanical Engineering)
(AJSR - ME)

کنترل گام به عقب وفقی-مقاوم یک سیستم غیر خطی با وجود عدم قطعیت، اغتشاش و تاخیر زمانی مجهول

حسین چهاردولی^۱، محمد اقتصاد^{۲*}

۱- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز

۲- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز

(دریافت ۱۳۹۱/۳/۳۱، پذیرش ۱۳۹۲/۱۱/۲)

چکیده

در این مقاله کنترل گام به عقب وفقی-مقاوم برای دسته‌ای از سامانه‌های غیرخطی به صورت پسخور اکید با تاخیر زمانی مجهول و تحت اغتشاش در نظر گرفته شده است. در کاربرد عملی، اندازه‌گیری دقیق مقدار تاخیر زمانی بنا به دلایلی چون فرسودگی قطعات، عدم قطعیت‌های مجموعه و عدم احاطه به کل مجموعه بسیار دشوار است. بنابراین در این تحقیق مقدار تاخیر زمانی مجهول فرض شده است. با توجه به این فرض جمله‌های دارای تاخیر زمانی نباید در قوانین به روز رسانی و کنترلی ظاهر شوند. بنابراین به کمک تابعک لیاپانوف کراسوفسکی این عبارات از قوانین مزبور حذف می‌شوند. عدم قطعیت در متغیرهای مجموعه، در بسیاری از سامانه‌های فیزیکی وجود دارد. دسته‌ای از سامانه‌های غیر خطی به فرم پسخور اکید هستند که می‌توان برای آن‌ها کنترلگر گام به عقب طراحی کرد. در عمل امکان ورود اغتشاش به بسیاری از سامانه‌های مکانیکی، هیدرولیکی و الکتریکی وجود دارد، بنابراین در این تحقیق برای سامانه‌های وفقی به فرم پسخور اکید کنترل مقاومی در برابر تاخیر زمانی مجهول و اغتشاش اعمالی به سامانه طراحی می‌شود. در عمل اغتشاش‌های اعمالی به سامانه‌های فیزیکی کراندار هستند، به همین دلیل برای عبارات اغتشاش کران بالایی در نظر گرفته می‌شود. در پایان دو مثال برای نشان دادن کیفیت روش ارائه شده در این مقاله ارائه شده است.

کلمات کلیدی

کنترل وفقی-مقاوم، سامانه پسخور اکید، تاخیر زمانی مجهول، اغتشاش کراندار، قوانین وفقی، تابعک لیاپانوف کراسوفسکی.

* نویسنده مسئول و عهده دار مکاتبات Email: Eghtesad@shirazu.ac.ir

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر مسئله کنترل سامانه‌های غیر خطی توجه بسیاری را به خود جلب کرده است. از آن جایی که عدم قطعیت در بسیاری از مدل‌سازی‌های فیزیکی وجود دارد تحقیقات زیادی بر سامانه‌های غیر خطی با وجود عدم قطعیت انجام شده است. در مرجع [۱] مسئله کنترل وفقی-مقاوم برای یک سامانه غیر خطی با عدم قطعیت در پارامترهای سامانه در نظر گرفته شده است. در مرجع [۲] برای یک سامانه غیرخطی چند ورودی چند خروجی با فرض عدم قطعیت در پارامترهای سامانه، کنترل وفقی-مقاوم طراحی شده است. در مراجع [۳ و ۴] مسئله طراحی کنترلر وفقی برای سامانه‌های غیرخطی به فرم پسخور اکید با وجود عدم قطعیت در پارامترهای سامانه بررسی شده است. کنترل وفقی برای دسته‌ای از سامانه‌های غیرخطی پسخور اکید که عدم قطعیت نه تنها ناشی از پارامترها، بلکه ناشی از توابع نامعلوم است، در [۵] در نظر گرفته شده است.

تاخیر زمانی پدیده‌ای است که در بسیاری از فرایندهای فیزیکی همچون سامانه‌های نورد، فرآیندهای شیمیایی، سامانه‌های زیست‌شناختی و غیره وجود دارد. وجود تاخیر زمانی در سامانه‌های عملی باعث ناپایداری سامانه گشته و عملکرد کنترلر را مختل می‌کند. مطالعات زیادی در سال‌های اخیر در مورد پایداری سامانه‌های تاخیر زمانی انجام شده است. در مرجع [۶] مسئله کنترل یک سامانه خطی با تاخیر زمانی معلوم در نظر گرفته شده است. مسئله پایداری دسته‌ای از سامانه‌های غیرخطی با تاخیر زمانی معلوم در [۷] آورده شده است. تحقیقات زیادی روی سامانه‌های وفقی دارای تاخیر زمانی صورت گرفته است که شامل کنترل وفقی سامانه‌های خطی با تاخیر زمانی معلوم و عدم قطعیت در ورودی [۸ و ۹]، کنترل وفقی-مقاوم دسته‌ای از سامانه‌های غیرخطی با تاخیر زمانی معلوم [۱۰]، کنترل وفقی-مقاوم سامانه‌های خطی با تاخیر زمانی معلوم [۱۱ و ۱۲] و همچنین سامانه‌های غیرخطی تاخیر زمانی معلوم با عدم قطعیت در پارامترهای سامانه [۱۳] می‌باشند.

گرچه ابزار نامساوی ماتریس‌های خطی ابزاری قدرتمند در تحلیل پایداری سامانه‌های خطی است اما کاربرد آن برای سامانه‌های غیرخطی بسیار دشوار است. در تحلیل پایداری این سامانه‌ها از تابع لیاپانوف کراسوفسکی استفاده می‌گردد [۱۴]. مشکل عمده‌ای که در تحلیل پایداری سامانه‌های تاخیر زمانی وجود دارد آن است که مقدار تاخیر زمانی به طور دقیق مشخص نیست. تحقیقات بسیار کمی در زمینه پایداری سامانه-

۲- توصیف مسئله

سامانه غیر خطی یک ورودی-یک خروجی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \theta^T \mathbf{f}_1(x_1) + \psi^T \mathbf{h}_1(x_{1,\tau_1}) + d_1 \\ \dot{x}_2 = x_3 + \theta^T \mathbf{f}_2(x) + \psi^T \mathbf{h}_2(x_{\tau_2}) + d_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = u + \theta^T \mathbf{f}_n(x) + \psi^T \mathbf{h}_n(x_{\tau_n}) + d_n \end{cases}$$

$$y = x_1$$

به ترتیب متغیرهای حالت سامانه، ورودی سامانه و خروجی سامانه هستند. $\mathbf{f}_i(x)$ و $\mathbf{h}_i(x)$ توابع مشخصی بر حسب متغیرهای حالت سامانه و τ_i تاخیرهای زمانی نامعلوم هستند. θ, ψ بردار پارامترهای عدم قطعیت، d_i سیگنال

لم ۱ [۱۸]: نامساوی زیر برای هر $\varepsilon_1 > 0$ و $\eta \in \mathbb{R}$ برقرار است:

$$0 \leq |\eta| - \eta \tanh\left(\frac{\eta}{\varepsilon_1}\right) \leq k\varepsilon_1$$

لم ۲: نامساوی یانگ [۱۸]: به ازاء ثوابت $q > 1, p > 1$ و $\varepsilon > 0$ به قسمی که $(p-1)(q-1) = 1$ آنگاه نامساوی

$$xy \leq \frac{\varepsilon^p}{p} |x|^p + \frac{1}{q\varepsilon^q} |y|^q$$

۳- طراحی کنترلگر

۳-۱- مرحله اول

معادله اول از (۱) را در نظر بگیرید ($z_1 = x_1$):

$$\dot{z}_1 = x_2 + \theta^T \mathbf{f}_1(x_1) + \psi^T \mathbf{h}_1(x_{1,\tau_1}) + d_1 \quad (3)$$

که برای آن تابع لیپانوف $V_{z_1} = \frac{1}{2} z_1^2$ در نظر گرفته می‌شود. مشتق این تابع عبارتست از:

$$\dot{V}_{z_1} = z_1(x_2 + \mathbf{f}_1^T \theta + \psi^T \mathbf{h}_{1,\tau_1} + d_1) \quad (4)$$

با وجود معلوم بودن $\mathbf{h}_1(\cdot)$ این تابع بر حسب $x_1(t - \tau_1)$ است که به دلیل نامعلوم بودن τ_1 قابل محاسبه نیست. بنابراین در طراحی کنترلگر نمی‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. از طرفی ضرب شدن این تابع در بردار نامعلوم ψ باعث پیچیدگی مسئله شده است. بنابراین با استفاده از نامساوی یانگ (لم ۲) این دو عبارت از یکدیگر جدا می‌شوند:

$$\dot{V}_{z_1} \leq z_1(x_2 + \mathbf{f}_1^T \theta + \frac{1}{2} z_1 \psi^T \psi + \frac{1}{2 z_1} \mathbf{h}_{1,\tau_1}^T \mathbf{h}_{1,\tau_1} + d_1) \quad (6)$$

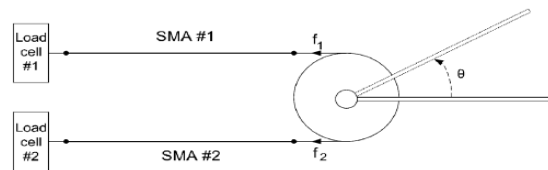
حال به منظور حذف تابع \mathbf{h}_{1,τ_1} از قوانین کنترلی، تابع لیپانوف کراسوفسکی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$V_{U_1} = \frac{1}{2} \int_{t-\tau_1}^t \mathbf{h}_1^T(x_1(\tau)) \mathbf{h}_1(x_1(\tau)) d\tau \quad (7)$$

که مشتق آن به صورت رابطه (۸) است:

اغتشاش ورودی به سامانه در مرحله i هستند و $\mathbf{x}_{\tau_k} = \mathbf{x}(t - \tau_k)$

سامانه‌های فیزیکی زیادی می‌توان یافت که معادله حاکم بر آن‌ها شبیه رابطه (۱) است [۱۷]. مثال‌هایی همچون رآکتورهای بازسازی شده، مخازن بازسازی شده و نورد سرد از این دست سامانه‌ها هستند. شکل (۱) یک سامانه تفاضلی از آلیاژهای حافظه‌دار را نشان می‌دهد [۱۸].



شکل (۱): یک ساختار تفاضلی از آلیاژهای حافظه‌دار [۱۸]

معادله حاکم بر سامانه به صورت زیر است [۱۸]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = hu + g \cdot x_2 + d \end{cases} \quad (1)$$

که در آن g و h توابعی پیچیده برحسب تنش، دما و کسر مارتنزیتی ماده می‌باشند و d سیگنال اغتشاش اعمالی به سامانه است. اگر برای یک سیم از جنس آلیاژ حافظه‌دار تاخیر زمانی مدت زمان لازم برای گرم شدن سیم تعریف گردد این مقدار می‌تواند قابل توجه باشد. آلیاژهای حافظه‌دار پایه مس رسانش حرارتی بیشتر و در نتیجه تاخیر زمانی کمتری دارند. معادله (۲) با لحاظ تاخیر زمانی به صورت معادله (۳) بازنویسی می‌گردد:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = hu + g \cdot x_{2,\tau} + d \end{cases} \quad (2)$$

واضح است که این معادله حالت خاصی از معادله (۱) است.

فرض ۱: تمامی سیگنال‌های اغتشاش d_i کراندار بوده و کران بالایی به این صورت برای آن‌ها در نظر گرفته می‌شود: $|d_i| < D_i, i = 1, \dots, n$.

$\mathbf{h}_1(\cdot)$ از بردار Ψ جدا می‌شود، دوم اینکه تخمین بردار Ψ تبدیل به تخمین اسکالر $\Psi^T \Psi$ می‌گردد. بنابراین تعداد قوانین به روزرسانی و حجم محاسبات بسیار کاهش یافته و دستور کنترلی ساده‌تر می‌گردد.

۲-۳- مرحله ۲:

در این مرحله با تغییر متغیر $(z_2 = x_2 - \alpha_1)$ تابع لیپانوف و قوانین وفقی به صورت زیر خواهند شد:

$$V_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 z_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \tilde{\theta}_i^T \Gamma_{i,\theta}^{-1} \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \Gamma_{i,\beta}^{-1} \tilde{\beta}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (3-i) \int_{t-\tau_i}^t \mathbf{h}_i^T(s) \mathbf{h}_i(s) ds \quad (14)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \Gamma_{2,\theta} (\mathbf{f}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \mathbf{f}_1) z_2, \quad (15)$$

$$\dot{\hat{\beta}}_2 = \frac{1}{2} \Gamma_{2,\beta} [1 + (\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1})^2] z_2^2$$

که در این روابط $\hat{\theta}_2$ و $\hat{\beta}_2$ به ترتیب دومین تخمین بردار θ و مجهول β هستند. اما همانطور که از رابطه (۱۳) مشخص است α_1 به دلیل ناپیوستگی $sign(z_1)$ در مبدا در این نقطه مشتق-پذیر نیست. برای حل این مشکل این تابع با تابع $\tanh(100z_1)$ جایگزین می‌گردد (لم ۱). شکل (۲) مقایسه-ایست بین دو تابع $sign(z_1)$ و $\tanh(100z_1)$ به ازاء مقادیر مختلف a . قانون پسخور مرحله دوم عبارت خواهد بود از:

$$x_3 = \alpha_2 = -z_1 - k_2 z_2 - \hat{\theta}_2^T \mathbf{f}_2 - \frac{1}{2z_1} [\mathbf{h}_2^T(x) \mathbf{h}_2(x) + \mathbf{h}_1^T(x_1) \mathbf{h}_1(x_1)] - sign(z_2) [D_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} D_1] - \frac{1}{2} z_2 \hat{\beta}_2 [1 + (\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1})^2] + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \hat{\theta}_2^T \mathbf{f}_1) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \theta_1} z_1 \Gamma_{1,\theta} \mathbf{f}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \beta_1} \frac{1}{2} z_1^2 \Gamma_{1,\beta} \quad (16)$$

$$\frac{1}{2} z_2 \hat{\beta}_2 [1 + (\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1})^2] + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \hat{\theta}_2^T \mathbf{f}_1) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \theta_1} z_1 \Gamma_{1,\theta} \mathbf{f}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \beta_1} \frac{1}{2} z_1^2 \Gamma_{1,\beta}$$

$$\dot{V}_{U_1} = \frac{1}{2} [\mathbf{h}_1^T(x_1) \mathbf{h}_1(x_1) - \mathbf{h}_1^T(x_{1\tau_1}) \mathbf{h}_1(x_{1\tau_1})] \quad (8)$$

با تعریف تابع لیپانوف به صورت $V_1 = V_{z_1} + V_{U_1}$ ، مشتق‌گیری زمانی از V_1 ، استفاده از لم ۲ و فرض ۱ داریم:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_{z_1} + \dot{V}_{U_1} \leq z_1(x_2 + \mathbf{f}_1^T \theta + \frac{1}{2} z_1 \Psi^T \Psi + \frac{1}{2z_1} \mathbf{h}_1^T \mathbf{h}_1 + sign(z_1) D_1) \quad (9)$$

حال برای محاسبه قوانین وفقی عبارت $\frac{1}{2} \tilde{\theta}_1^T \Gamma_{1,\theta}^{-1} \tilde{\theta}_1 + \frac{1}{2} \Gamma_{1,\beta}^{-1} \tilde{\beta}_1^2$ را که در آن: $(\Gamma_{1,\theta}^T = \Gamma_{1,\theta}, \Gamma_{1,\theta} \succ 0, \Gamma_{1,\beta} \succ 0)$ به تابع لیپانوف V_1 اضافه می‌کنیم:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_1^T \Gamma_{1,\theta}^{-1} \tilde{\theta}_1 + \frac{1}{2} \Gamma_{1,\beta}^{-1} \tilde{\beta}_1^2 + \frac{1}{2} \int_{t-\tau_1}^t \mathbf{h}_1^T(x_1(s)) \mathbf{h}_1(x_1(s)) ds \quad (10)$$

که در آن $\hat{\theta}_1 = \theta - \tilde{\theta}_1$ ، $\hat{\beta}_1 = \beta - \tilde{\beta}_1$ و $\beta = \Psi^T \Psi$ و $\hat{\beta}_1$ به ترتیب تخمین‌های اول بردار θ و پارامتر β هستند. مشتق زمانی از رابطه (۱۰)، استفاده از نامساوی یانگ و فرض ۱ رابطه (۱۱) را نتیجه می‌دهد:

$$\dot{V}_1 \leq z_1(x_2 + \mathbf{f}_1^T \hat{\theta}_1 + \frac{1}{2} z_1 \hat{\beta}_1 + \frac{1}{2z_1} \mathbf{h}_1^T \mathbf{h}_1 + sign(z_1) D_1) \quad (11)$$

و قوانین وفقی به صورت رابطه (۱۲) به دست خواهند آمد:

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = z_1 \Gamma_{1,\theta} \mathbf{f}_1, \quad \dot{\hat{\beta}}_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \Gamma_{1,\beta} \quad (12)$$

با استفاده رابطه (۱۱) قانون پسخور مرحله (۱) عبارت خواهد بود از:

$$x_2 = \alpha_1(z_1, \hat{\theta}_1, \hat{\beta}_1) = -k_1 z_1 - \hat{\theta}_1^T \mathbf{f}_1 - \frac{1}{2} z_1 \hat{\beta}_1 - \frac{1}{2z_1} \mathbf{h}_1^T \mathbf{h}_1 - sign(z_1) D_1 \quad (13)$$

استفاده از نامساوی یانگ دارای دو مزیت است: اول اینکه تابع

$$\begin{aligned}
 x_{r+1} = \alpha_r = & -k_r z_r - z_{r-1} - \hat{\theta}_r^T \mathbf{f}_r - \\
 & \frac{1}{2} z_r \left[1 + \sum_{i=1}^{r-1} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i} \right)^2 \right] \hat{\beta}_r - \frac{1}{2 z_r} \sum_{i=1}^r \mathbf{h}_i^T(x) \mathbf{h}_i(x) \\
 & - \text{sign}(z_r) \left[D_r + \sum_{i=1}^{r-1} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i} \right) D_i \right] + \\
 & \sum_{i=1}^{r-1} \frac{\partial \alpha_{r-1}}{\partial x_i} (x_{i+1} + \mathbf{f}_i^T \hat{\theta}_r) + \\
 & + \sum_{i=1}^{r-1} \frac{\partial \alpha_{r-1}}{\partial \hat{\theta}_i} \Gamma_{i,\theta} (\mathbf{f}_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \mathbf{f}_j) z_i \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{r-1} \frac{\partial \alpha_{r-1}}{\partial \hat{\beta}_i} \Gamma_{i,\beta} \left[1 + \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{r-1}}{\partial x_j} \right)^2 \right] z_i^2
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

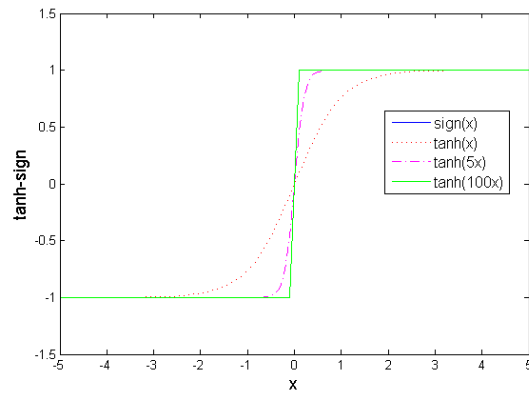
۳-۴- مرحله n

در این مرحله تابع لیپانوف و قوانین وقتی به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned}
 V_n = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n z_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \hat{\theta}_i^T \Gamma_{i,\theta}^{-1} \hat{\theta}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \Gamma_{i,\beta}^{-1} \hat{\beta}_i^2 \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (n-i+1) \int_{t-\tau_i}^t \mathbf{h}_i^T(s) \mathbf{h}_i(s) ds \\
 \dot{\hat{\theta}}_n = & \Gamma_{n,\theta} (\mathbf{f}_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} \mathbf{f}_j) z_n, \\
 \dot{\hat{\beta}}_n = & \frac{1}{2} \Gamma_{n,\beta} \left[1 + \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} \right)^2 \right] z_n^2
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

مشق گیری زمانی رابطه (۲۰) و استفاده از رابطه (۲۱) نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_n \leq & - \sum_{i=1}^{n-1} k_i z_i^2 + z_n \{ z_{n-1} + u + \mathbf{f}_n^T \hat{\theta}_n + \frac{1}{2} z_n \left[1 + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i} \right)^2 \right] \hat{\beta}_n \\
 & + \frac{1}{2 z_n} \sum_{i=1}^n \mathbf{h}_i^T(x) \mathbf{h}_i(x) + \text{sign}(z_n) \left[D_n + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i} \right) D_i \right] \\
 & - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} (x_{i+1} + \mathbf{f}_i^T \hat{\theta}_n) - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}_i} \Gamma_{i,\theta} (\mathbf{f}_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \mathbf{f}_j) z_i \\
 & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\beta}_i} \Gamma_{i,\beta} \left[1 + \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} \right)^2 \right] z_i^2 \}
 \end{aligned}
 \tag{22}$$



شکل (۲): مقایسه بین دو تابع Sign(x) و tanh(ax)

۳-۳- مرحله r (r=3,...,n-1):

با تعریف $z_r = x_r - \alpha_{r-1}$ ، تابع لیپانوف و قوانین وقتی به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned}
 V_r = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r z_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \hat{\theta}_i^T \Gamma_{i,\theta}^{-1} \hat{\theta}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \Gamma_{i,\beta}^{-1} \hat{\beta}_i^2 \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r (r-i+1) \int_{t-\tau_i}^t \mathbf{h}_i^T(s) \mathbf{h}_i(s) ds \\
 \dot{\hat{\theta}}_r = & \Gamma_{r,\theta} (\mathbf{f}_r - \sum_{j=1}^{r-1} \frac{\partial \alpha_{r-1}}{\partial x_j} \mathbf{f}_j) z_r, \\
 \dot{\hat{\beta}}_r = & \frac{1}{2} \Gamma_{r,\beta} \left[1 + \sum_{j=1}^{r-1} \left(\frac{\partial \alpha_{r-1}}{\partial x_j} \right)^2 \right] z_r^2
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

که در آن ها $\hat{\theta}_r$ و $\hat{\beta}_r$ به ترتیب آمین تخمین بردار θ و پارامتر β هستند. پسخور این مرحله به صورت زیر خواهد بود:

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت روش ارائه شده در بخش (۳) در قالب دو مثال، اعتبار سنجی می‌گردد.

۴-۱- مثال ۱:

سامانه زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + f_1\theta + \psi h_{1,\tau_1} + d_1 \\ \dot{x}_2 = gu + f_2\theta + \psi h_{2,\tau_2} + d_2 \end{cases} \quad (24)$$

که در آن g پارامتر عدم قطعیت با علامت مثبت است. توابع و ثوابت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} f_1 &= 2x_1^3, h_1 = x_{1\tau}^2, d_1 = 0.1\sin(t)^2, D_1 = 0.11, \\ f_2 &= x_1^2 x_2, h_2 = \sin(x_{1\tau}), d_2 = 0.5\sin(t) + 0.3\cos(t), \\ D_2 &= 0.7, \tau_1 = 1, \tau_2 = 2, \theta = 1, g = 1, \psi = 0.5 \end{aligned}$$

ابع لیاپانوف به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2g}z_2^2 + \frac{1}{2}(\gamma_1\tilde{\theta}_1 + \gamma_2\tilde{\beta}_1^2) + \\ &\frac{1}{2}\tilde{\xi}^T \Gamma \tilde{\xi} + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{g}\right) \int_{t-\tau_1}^t h_1^2(s)ds + \frac{1}{2} \int_{t-\tau_2}^t h_2^2(s)ds \end{aligned}$$

قوانین کنترلی و وقتی به صورت زیر به دست خواهند آمد:

$$\begin{aligned} \alpha_1(z_1, \hat{\theta}_1, \hat{\beta}_1) &= -k_1 z_1 - f_1 \hat{\theta}_1 - \frac{1}{2} z_1 \hat{\beta}_1 - \frac{1}{2z_1} h_1^2 \\ &- \text{sign}(z_1) D_1, \dot{\xi} = z_1 \Gamma \mathbf{F}_\xi, \\ \xi &= \left[\frac{\theta}{g}, \frac{\psi^2}{g}, \frac{1}{g} \right], \dot{\theta}_1 = \gamma_1 z_1 f_1, \dot{\beta}_1 = \frac{1}{2} \gamma_2 z_1^2 \\ \mathbf{F}_\xi &= \left[f_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial z_1} f_1; \frac{1}{2} z_2; \frac{1}{2z_2} (h_1^2 + h_2^2) + \text{sign}(z_2) D_2 \right. \\ &\left. - \frac{\partial \alpha_1}{\partial z_1} x_2 + \text{sign}(z_2) \left| \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \right| D_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \theta_1} \gamma_1 z_1 f_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \beta_1} \frac{1}{2} \gamma_1 z_1^2 \right] \\ u &= \begin{cases} -z_1 - k_1 z_2 - \dot{\xi}^T \mathbf{F}_\xi, & \text{if } z_2 \neq 0 \\ 0, & \text{if } z_2 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

نتایج شبیه‌سازی برای مقادیر زیر آورده شده‌اند:

در این مرحله قانون کنترلی باید به گونه‌ای انتخاب گردد که $\dot{V}_n < 0$. با این وجود امکان منفرد شدن قانون کنترلی در $z_n = 0$ وجود دارد. از دید عملی هنگامی که سامانه به مبدا می‌رسد، هیچگونه تلاش کنترلی نباید به آن اعمال گردد. بنابراین قانون کنترلی به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$u = \begin{cases} -k z_n - z_{n-1} - \mathbf{f}_n^T \hat{\theta}_n - \frac{1}{2} z_n \left[1 + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i} \right)^2 \right] \hat{\beta}_n - \\ \frac{1}{2z_n} \sum_{i=1}^n \mathbf{h}_i^T(x) \mathbf{h}_i(x) - \text{sign}(z_n) \left[D_n + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i} \right) D_i \right] + \\ \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} (x_{i+1} + \mathbf{f}_i^T \hat{\theta}_n) + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \theta_i} \Gamma_{i,\theta} (\mathbf{f}_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \mathbf{f}_j) z_i \\ + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \beta_i} \Gamma_{i,\beta} \left[1 + \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} \right)^2 \right] z_i^2, & z_n \neq 0 \\ 0, & z_n = 0 \end{cases} \quad (23)$$

نتایج به طور خلاصه در قضیه (۱) بیان شده‌اند.

قضیه ۱: سامانه غیرخطی حلقه بسته (۱) تحت کنترلگر (۲۳) و با قوانین وقتی (۲۱) پایدار مجانبی فراگیر خواهد بود.

اثبات: جایگذاری (۲۳) در (۲۲) و استفاده از (۲۱) سبب می‌-

$$\dot{V}_n \leq - \sum_{i=1}^{n-1} k_i z_i^2$$

شود تا: یعنی مشتق تابع لیاپانوف منفی

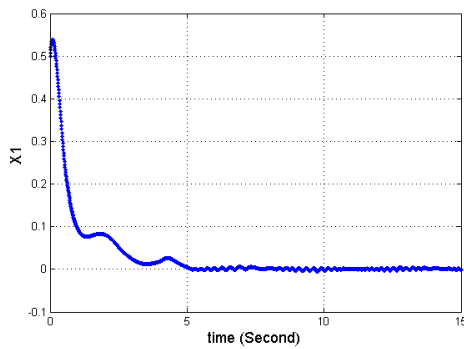
نیمه اکید می‌شود. برای اثبات پایداری از لم باربالات استفاده

می‌گردد [۱۹]. از آنجایی که تابع V مثبت و \dot{V} تابعی منفی

است بنابراین $V(x, \theta)$ تابعی غیر افزایشی با زمان خواهد بود و

این یعنی: $x_1, \dot{x}_1 \in \ell_\infty$ و از طرفی:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq - \sum_{i=1}^n k_i z_i^2 &\Rightarrow \int_0^\infty dV \leq - \int_0^\infty \sum_{i=1}^n k_i z_i^2 dt < \infty \\ &\Rightarrow \int_0^\infty k_1 x_1^2 dt < \infty \Rightarrow x_1 \in \ell_2 \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = 0 \end{aligned}$$



شکل (۵): نتیجه اعمال کنترلگر با فرض $\tau_1 = \tau_2 = 4s$

شکل (۳) نشان می‌دهد با وجود عدم قطعیت، اغتشاش و تاخیر زمانی نامعلوم، کنترلگر عملکرد خوبی داشته و زمان نشست حدود ۲ ثانیه است. اعمال اغتشاش به سامانه باعث جابجایی نقطه تعادل آن می‌گردد. به همین دلیل سامانه نوسانات ریزی حول نقطه تعادل خود دارد. این شکل قابل مقایسه با شکل (۵) است. در شکل (۵) نتایج شبیه‌سازی با افزایش در مقادیر تاخیر زمانی به صورت $\tau_1 = \tau_2 = 4s$ آورده شده است. همانطور که از این شکل پیداست افزایش تاخیر زمانی باعث افزایش زمان نشست می‌گردد اما سامانه همچنان پایدار خواهد بود چرا که طبق قضیه (۱) کنترلگر در برابر تاخیر زمانی مجهول مقاوم است. طبق شکل (۴) با وجود اینکه تخمین متغیرهای مجهول به مقادیر اصلی آن-ها میل نمی‌کند اما طبق قضیه (۱) سامانه پایدار خواهد بود.

۴-۲- مثال ۲:

در این قسمت سامانه زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + f_{1,k} \theta + \psi h_{1,\tau_1} + d_1 \\ \dot{x}_2 = u + f_{2,k} \theta + \psi h_{2,\tau_2} + d_2 \end{cases}, \quad y = x_1 \quad (25)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} f_1 &= x_1^2, h_1 = x_{1\tau}^3, d_1 = 0, D_1 = 0, f_2 = x_2^2 \sin(x_2), \\ h_2 &= x_{2\tau} \sin(x_{1\tau}), d_2 = 0.3 \sin(t) - 0.4 \cos(t), D_2 = 0.51 \\ \tau_1 &= 2, \tau_2 = 1, \theta = 2, \psi = 2 \end{aligned}$$

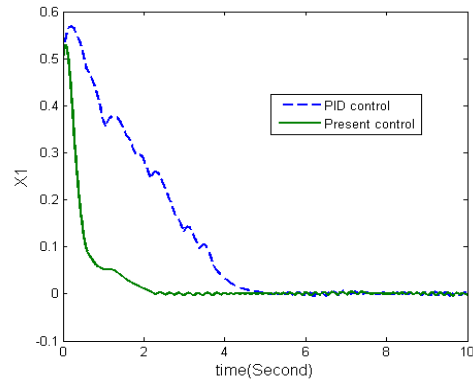
مقادیر اولیه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} x_1(0) &= .1; x_2(0) = 0; \hat{\theta}_1(0) = 1.8; \\ \hat{\beta}_1(0) &= 3.9; \hat{\theta}_2(0) = 1.9; \hat{\beta}_2(0) = 3.8 \end{aligned}$$

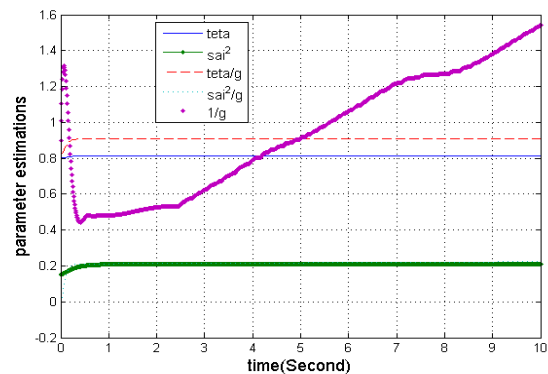
$$\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 1, \Gamma = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0 \\ 0 & 0 & 1.4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= [x_1, x_2, \hat{\theta}_1, \hat{\beta}_1, (\hat{\theta}/g), (\hat{\psi}^2/g), (1/g)] \\ \mathbf{R}_1(0) &= 0.5, \mathbf{R}_2(0) = 0.4, \mathbf{R}_3(0) = 0.8, \mathbf{R}_4(0) = 0.15, \\ \mathbf{R}_5(0) &= 0.8, \mathbf{R}_6(0) = -0.05, \mathbf{R}_7(0) = 0.9 \end{aligned}$$

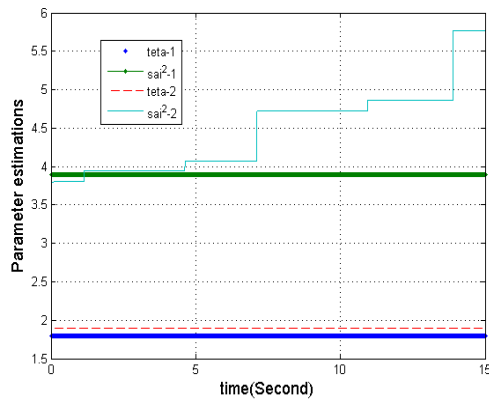
معرفی بردار پارامترهای وقتی به صورت ξ دارای مزیتی است. به جای تخمین پارامتر g پارامتر $1/g$ تخمین زده می‌شود. بنابراین از منفرد شدن قانون کنترلی بر اثر $\hat{g} = 0$ اجتناب می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های (۳) تا (۵) آورده شده‌اند. شکل (۳) مقایسه دو کنترلگر PID و کنترلگر ارائه شده در این مقاله است (ضرایب PID به صورت دستی تنظیم شده‌اند).



شکل (۳): رفتار سامانه (۲۴) پس از اعمال کنترلگر



شکل (۴): نمودار تخمین متغیرهای نامعلوم



شکل (۷): نمودار تخمین متغیرهای نامعلوم

شکل (۶) مقایسه‌ای بین دو کنترلگر مد لغزشی و کنترلگر ارائه شده در این مقاله را نشان می‌دهد. کنترلگر مد لغزشی از جمله کنترلگرهای مقاوم است. با این حال همانطور که از این شکل مشخص است عمل تعقیب توسط کنترلگر ارائه شده در این مقاله با دقت بیشتری نسبت به کنترلگر مد لغزشی انجام می‌گیرد. طبق این شکل با وجود عدم قطعیت در متغیرهای سامانه، اغتشاش و تاخیر زمانی مجهول عمل تعقیب سیگنال مطلوب توسط کنترلگر ارائه شده به خوبی انجام می‌شود. با افزایش دامنه سیگنال اغتشاش خطای تعقیب افزایش می‌یابد. شکل (۷) منحنی تخمین متغیرهای مجهول را نشان می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله دسته‌ای از سامانه‌های غیرخطی تاخیر زمانی به صورت پس‌خور اکید در نظر گرفته شد. سامانه مورد نظر با افزودن متغیرهای عدم قطعیت و نیز عبارت‌های اغتشاش کراندار تعمیم داده شد. سپس برای سامانه مورد نظر کنترلگر وفقی-مقاوم طراحی گردید و اثبات شد که کنترلگر مورد نظر در مقابل تاخیر زمانی مجهول و عبارت‌های اغتشاش کراندار به خوبی مقاوم بوده و سامانه مورد نظر تحت این کنترلگر پایدار مجانبی فراگیر خواهد بود. در انتها دو مثال عددی بیان شد. مثال اول مسئله تنظیم را بررسی می‌کرد. به دلیل اعمال اغتشاش، سامانه پس از اعمال کنترلگر حول نقطه تعادل خود نوسانات ضعیفی می‌کرد. مثال دوم مسئله تعقیب سیگنال مطلوب بود. با وجود اغتشاش و تاخیر زمانی مجهول سامانه به خوبی خروجی مرجع را تعقیب می‌کرد

ثابت‌های کنترلگر به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 0.1, \gamma_3 = 0.1, \gamma_4 = 0.1, k_1 = 1.1, k_2 = 0.1$
 هدف کنترلگر آن است که خروجی y سیگنال مطلوب $y_d(t) = 0.1(\sin(t) + 0.5\sin(2t))$ را تعقیب کند. برای طراحی کنترلگر تعریف می‌کنیم: $z_1 = x_1 - y_d$ و $z_2 = x_2 - \alpha_1$ قوانین کنترلی و وفقی به صورت زیر خواهند بود:

$$\alpha_1 = -k_1 z_1 - \hat{\theta}_1 f_1 - \frac{1}{2} z_1 \hat{\beta}_1 - \frac{1}{2 z_1} h_1^2$$

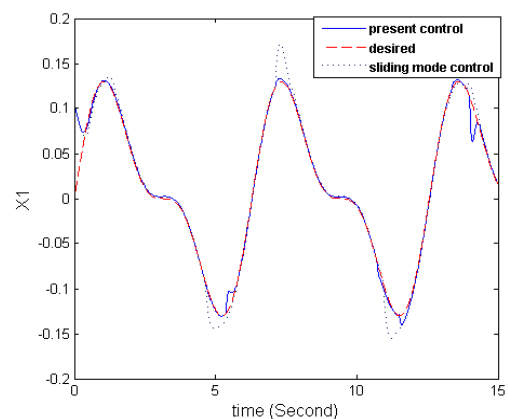
$$- \text{sign}(z_1) D_1 + \dot{x}_d$$

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = z_1 \gamma_1 f_1, \quad \dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma_3 z_2 (f_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} f_1),$$

$$\dot{\hat{\beta}}_1 = \frac{1}{2} \gamma_2 z_1^2, \quad \dot{\hat{\beta}}_2 = \frac{1}{2} \gamma_4 z_2^2 [1 + (\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1})^2]$$

$$u = \begin{cases} -z_1 - k_2 z_2 - \hat{\theta}_2 f_2 - \frac{1}{2} z_2 \hat{\beta}_2 - \text{sign}(z_2) D_2 \\ + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \hat{\theta}_2 f_1) - \frac{1}{2} (\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1})^2 z_1 \hat{\beta}_1 \\ - \frac{1}{2 z_2} (h_1^2 + h_2^2) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \theta_1} z_1 \gamma_1 f_1 \\ + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\beta}_1} \frac{1}{2} \gamma_2 z_1^2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} ; & z_2 \neq 0 \\ 0, & z_2 = 0 \end{cases}$$

شکل‌های (۶) و (۷) نتایج اعمال کنترلگر مورد نظر را نشان می‌دهند.



شکل (۸): مسئله تعقیب برای سامانه (۲۵)

۶- مراجع

- robust control for uncertain T-S fuzzy large-scale systems with time-delay”, *International Journal of Innovative Computing Information and Control*, vol. 3, no.3, pp. 657-672, 2007.
- J. P. Gao, B. Huang, and Z. D. Wang ,“LMI- [۱۱] based robust H_∞ control of uncertain linear jump systems with time-delays”, *Automatica*, vol.37, no. 7, pp. 1141-1146, 2001.
- B. T. Cui and M. Hua ,“Observer-based passive [۱۲] control of linear time-delay systems with parametric uncertainty”, *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 32, pp. 160-167, 2007.
- F. L. S. He ,“Observer-based passive control for [۱۳] nonlinear uncertain time-delay jump systems”, *Acta Mathematica Scientia. Series A* vol. 29, no.2, pp. 135-143, 2009.
- J. Hale ,“Theory of functional differential [۱۴] equations”, 2nd ed., New York: Springer, 1977.
- S. S. Ge, F. Hong, and T. H. Lee ,“Robust [۱۵] adaptive control of nonlinear systems with unknown time delays”, *Automatica*, vol. 4, pp. 1181-1190, 2005.
- S. S. Ge, F. Hong, and T. H. Lee ,“Adaptive [۱۶] neural control of nonlinear time-delay systems with unknown virtual control coefficients”, *IEEE Trans. on System, Man, Cybernetics B*, vol.34, no. 1, pp. 499-516, 2004.
- M. Malek-Zavarei ,“Time-delay systems [۱۷] -analysis, optimization and applications”, *North Hollandsystems and control series*, vol. 9, New York: Elsevier Science, pp. 87-92, 1987 .
- M. Moallem and V. A. Tabrizi ,“Nonlinear [۱۸] Position Control of Antagonistic Shape Memory Alloy Actuators”, *Proc. of the American Control Conf.*, pp. 88-93, 2007.
- M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic, [۱۹] “Nonlinear and adaptive control design: Wiley, Interscience”, *American Control Conf.*, pp. 8893, 1995.
- Z. Qu ,“Robust control of nonlinear systems by [۱] estimating time variant uncertainties,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 47, no. 1, pp. 121-115, 2002.
- H. Lee ,“Robust Adaptive Fuzzy Control by [۲] Backstepping for a Class of MIMO Nonlinear Systems”, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 19, 275, -no. 2, pp. 265, 2011.
- J. Zhou, C. Wen, and Y. Zhang; ,“Adaptive [۳] Backstepping Control of a Class of Uncertain Nonlinear Systems With Unknown Backlash-Like on Automatic Control, Hysteresis”, *IEEE Trans* vol. 49, no. 10, pp. 1757-1751, 2004.
- J. Maneeratanaporn, P. Patompak, and S. [۴] Varongkriengkrai ,“Adaptive Backstepping Controller for Triple Rotary Joint Manipulator”, in *SICE Annual Conference, Taipei, Taiwan*, pp. 436-431, 2010.
- Basar ,“Adaptive controller design Z. Pan, and T [۵] for tracking and disturbance attenuation in parametric strict-feedback nonlinear systems”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 43, no.8, pp. 1066-1083, 1998.
- E. Fridman, U. Shaked “An improved stabilization [۶] method for linear time-delay systems”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 47, pp.1931-1937, 2002.
- S. K. Nguory ,“Robust stabilization of a class of [۷] time-delay nonlinear systems”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol.45, pp. 756-762, 2000.
- S. Xu, J. Lam, and Y. Zou ,“Delay-dependent [۸] guaranteed cost control of uncertain system with state and input delays”, *IEEE Proceedings Control Theory and Applications*, vol. 153, no.6, pp. 307-313, 2006.
- J. D. Chen ,“Delay-dependent robust H_∞ control [۹] of uncertain neutral systems with state and input delays : LMI optimization approach”, *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 33, no.2, pp. 595-606, 2007.
- S. Tong, W. Wang, and L. Qu ,“Decentralized [۱۰]

۷- فهرست علائم اختصاری

VU_i : تابعک لیاپانوف کراسوفسکی مرحله i ام

τ : تاخیر زمانی مجهول

V_i : تابع لیاپانوف مرحله i ام

θ و η : بردار پارامترهای نامعلوم

k_i : بهره کنترلی

d : سیگنال اغتشاش

α_i : سیگنال کنترلی مجازی مرحله i ام

D : کران بالای سیگنال اغتشاش

X : بردار متغیرهای حالت سامانه

t : زمان

$\Gamma, \beta, \Gamma, \theta$: بهره های قوانین بروز رسانی

T : عملگر ترانسپوز

۸- زیرنویس ها

-
- ^۱ Multi input-multi output
 - ^۲ Parametric strict feedback form
 - ^۳ Time delay
 - ^۴ Linear matrix inequality Lyapunov-Krasovskii functional
 - ^۵ Recycled reactors
 - ^۶ Adaptation laws
 - ^۷ Singular
 - ^۸ Globally asymptotically stable
 - ^۹ Barbalat lemma