

# کنترل دیجیتال سامانه‌های غیرخطی با روش تلفیقی فازی و نگاشت ورودی کنترلی

امیرحسین دوائی مرکزی<sup>۱\*</sup>؛ محمد سعادت<sup>۲</sup>؛ بهروز رحمانی<sup>۳</sup>

## چکیده

در این مقاله راهکار جدیدی برای کنترل دیجیتال سامانه‌های غیرخطی پیشنهاد شده است. ایده محوری، مبتنی بر توسعه روش نگاشت ورودی کنترلی (پی‌آی‌ام)، به حوزه سامانه‌های غیرخطی است؛ روشی که در گذشته برای بازطراحی دیجیتال کنترل‌کننده‌های پیوسته‌ی به کار گرفته شده است. برای رسیدن به چنین هدفی، ایده ترکیب روش جبران‌سازی توزیع‌شده موازی (پی‌دی‌سی) و روش پی‌آی‌ام ارائه شده است، به این ترتیب که با روش پی‌دی‌سی، ابتدا تعدادی کنترل‌کننده خطی برای سامانه پیوسته طراحی شده و ورودی کنترلی از ترکیب فازی این کنترل‌کننده‌ها به دست می‌آید. سپس در روند گسسته‌سازی، با استفاده از روش پی‌آی‌ام، معادل گسسته‌ی هر کدام از این کنترل‌کننده‌های پیوسته را به دست آورده و با استفاده مجدد از روش پی‌دی‌سی در حوزه گسسته، کنترل‌کننده‌ی دیجیتال نهایی برای سامانه غیرخطی محاسبه می‌شود. از آنجایی که روش نگاشت ورودی کنترلی، پایداری حلقه بسته سامانه‌های دیجیتال خطی را به ازای فرکانس‌های نمونه‌برداری کم تضمین می‌نماید، در هم‌افزایی با روش پی‌دی‌سی، این موضوع مهم به حوزه کنترل‌کننده‌های دیجیتال غیرخطی نیز توسعه داده شده است. شرط کافی برای پایداری سامانه حلقه‌بسته با استفاده از قضیه لیاپانوف برای سامانه‌های فازی کلیدزن نیز ارائه شده است. شبیه‌سازی‌های انجام شده بر روی یک مساله معیار، کارایی استثنای روش پیشنهادی را نشان داده شده است.

**کلمات کلیدی:** جبران‌سازی موازی توزیع‌شده، بازطراحی گسسته، PIM، نگاشت ورودی کنترلی، پایداری

## *Digital Control of Nonlinear Control Systems using a PIM Based Fuzzy Method*

Amir.H.D. Markazi; Mohammad Saadat and Behrooz Rahmani

### ABSTRACT

A new approach for digital control of a class of nonlinear systems is proposed. For this purpose, a combination of the well-known Parallel Distributed Compensation (PDC) method, and a particular linear digital redesign approach, namely, the plant-input mapping (PIM) method, is employed. In this methodology, a group of linear continuous-time controllers for fuzzy blending using the PDC method is designed and using the PIM method, every linear controller is discretised using the PIM method, with a unique property of guaranteeing the closed-loop stability of every subsystem for all non-pathological sampling periods. Closed loop stability of the resulting digital control system is studied, using the second Lyapunov stability theorem, extended for fuzzy-switching systems. The superiority of the resulting nonlinear digital control system is demonstrated through an example.

**KEYWORDS:** PDC, Digital redesign, Plant-Input Mapping, PIM, Switching systems

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۹/۱۷

تاریخ اصلاحات مقاله: ۱۳۹۰/۱۱/۱۶

<sup>۱\*</sup> نویسنده مسئول و دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران markazi@iust.ac.ir

<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران msaadat@mecheng.iust.ac.ir

<sup>۳</sup> دانشجوی دکتری دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت و در حال حاضر (زمان چاپ مقاله) استادیار گروه مهندسی مکانیک،

دانشگاه یاسوج b\_rahmani@iust.ac.ir

ورودی سامانه در کنترل (دستگاه) است. ویرایش‌های مختلفی از روش پی‌آی‌ام در مقالات مختلف ارائه شده است. روش مبتنی بر بهینه‌سازی رفتار سامانه گسسته شده بر مبنای رفتار سامانه پیوسته اصلی در مرجع [۵] ارائه شده است که در آن از معیار نرم  $H^\infty$  استفاده می‌شود. این روش مبنای کار در مقاله حاضر قرار گرفته است. روش پی‌آی‌ام، غیر بهینه ولی با مرتبه کاهش یافته نیز در مرجع [۶] ارائه شده است. خاصیت انحصاری روش پی‌آی‌ام در تضمین پایداری حلقه بسته به ازای کلیه تواترهای نمونه‌برداری است که این امر، در مراجع مستقل نیز مورد تایید قرار گرفته است [۷].

هدف اصلی این مقاله، توسعه روش پی‌آی‌ام برای استفاده در کنترل سامانه‌های غیر خطی است، زیرا استفاده از کنترل‌کننده‌های خطی گسسته معمولی برای این سامانه‌ها، منجر به کاهش کارایی سامانه حلقه‌بسته و حتی ناپایداری خواهد شد. یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای توسعه روش پی‌آی‌ام به حوزه سامانه‌های غیرخطی، ترکیب آن با ایده سامانه‌های کنترلی فازی و مدل‌بناست. یکی از این رویکردهای کنترلی، روش جبران‌سازی توزیع‌شده موازی<sup>۱</sup> یا پی‌دی‌سی است [۷]. در این روش، طرح غیرخطی به مجموعه‌ای از زیرسامانه‌های خطی تبدیل شده و برای هر یک از این زیرسامانه‌ها، یک کنترل‌کننده خطی طراحی می‌شود. با ترکیب فازی خروجی این کنترل‌کننده‌ها می‌توان یک ورودی کنترلی پایدارساز را در هر لحظه ایجاد نمود. شرایط پایداری حلقه بسته در این روش با استفاده از تئوری سامانه‌های فازی کلید زن<sup>۲</sup> قابل تحقیق و صحت‌گذاری خواهد بود.

بعضی از پژوهش‌های قبلی کنترل دیجیتال سامانه‌های غیرخطی، بر استفاده از بازطراحی گسسته‌ی سامانه‌های فازی تاکاگی سوگینو استوار شده است. در این راستا، روش‌هایی مبتنی بر تطبیق حالت<sup>۳</sup> در [۸] و [۹] ارائه شده است. اما محدودیت روش‌های گفته شده و رویکردهای بازطراحی گسسته محلی، نیاز به فرکانس نمونه‌برداری بالاست که در موارد بسیاری به ویژه در سامانه‌های کنترل تحت شبکه ممکن است که امکان‌پذیر نباشد.

در این مقاله، رویکرد جدیدی برای کنترل دیجیتال سامانه‌های غیرخطی ارائه می‌شود که از ویژگی‌های شاخص آن تضمین پایداری و همچنین حفظ کارایی سامانه حلقه‌بسته در فرکانس‌های نمونه‌برداری پایین است. به این ترتیب که کنترل‌کننده‌های پیوسته خطی موردنیاز در ساختار شناخته شده‌ی پی‌دی‌سی طراحی شده و سپس با استفاده از روش پی‌آی‌ام، به معادل گسسته‌ی‌شان تبدیل می‌شوند. با ترکیب

امروزه به کارگیری سامانه‌های کنترل نمونه‌بردار<sup>۱</sup> به صورت یک رویه جاری و استاندارد درآمده است. در این روش، کنترل سامانه‌های پیوسته بر عهده‌ی رایانه‌های دیجیتال است. هزینه کم، نصب آسان و قابلیت تغییر و انعطاف بالا، از جمله مزایای استفاده از چنین سامانه‌هایی است [۱]. یکی از مشکلات در طراحی سامانه‌های نمونه‌بردار آن است که حتی اگر سامانه تحت کنترل پیوسته و خطی بوده و کنترل‌کننده نیز خطی و گسسته باشد، رفتار حلقه بسته متغیر با زمان خواهد بود. برای دوری از این پیچیدگی، به طور کلی دو روش سنتی برای طراحی کنترل‌کننده‌های گسسته وجود دارد: روش مستقیم و روش غیر مستقیم. در روش مستقیم، به جای تابع تبدیل سامانه پیوسته، از یک طرح گسسته معادل استفاده شده و طراحی کنترل‌کننده در محیطی گسسته انجام شده است. اما در روش غیر مستقیم، ابتدا یک کنترل‌کننده پیوسته طراحی شده و سپس معادل گسسته‌ی آن محاسبه می‌شود.

روش‌های غیرمستقیم که موضوع این مقاله هستند، خود به دو دسته محلی و کلی (حلقه بسته) تقسیم می‌شوند. در رویکرد حلقه بسته، گسسته‌سازی کنترل‌کننده پیوسته با در نظر گرفتن جایگاه و اثر آن بر رفتار حلقه‌بسته انجام می‌شود و این برخلاف رویکرد ساده‌تر محلی است که در آن روش گسسته‌سازی مستقل از محل به کارگیری کنترل‌کننده است. اگر فرکانس نمونه‌برداری پایین باشد، هزینه‌های سامانه کنترلی کاهش خواهد یافت، زیرا با فرکانس نمونه‌برداری پایین می‌توان محاسبات موجود را با میکروکنترلرکننده‌ها و ادوات واسط ارزان‌تر انجام داد [۱]. روش‌های گسسته‌سازی محلی، مانند روش تاستین<sup>۲</sup> و یا روش صفرها و قطب‌های تطبیق‌یافته<sup>۳</sup>، تنها برای تواترهای نمونه‌برداری بالا قابل استفاده بوده و در تواترهای کم، سامانه حلقه بسته را ناپایدار می‌نمایند. از سوی دیگر، در بسیاری از موارد امکان استفاده از نمونه‌برداری سریع امکان‌پذیر نیست، مانند سامانه‌های کنترلی که محل ارتباطی آنها شبکه اینترنت است [۲].

در میان روش‌های بازطراحی گسسته حلقه‌بسته، روش نگاشت ورودی کنترلی<sup>۴</sup> (پی‌آی‌ام) را می‌توان به عنوان یک روش کارا برای تبدیل کنترل‌کننده‌های پیوسته خطی به معادل گسسته دانست. ایده‌های اصلی این روش در مراجع [۳] و [۴] ارائه شده و مبنای آن بر ایجاد انطباق بیشینه تابع تبدیل ورودی دستگاه<sup>۵</sup> در سامانه کنترل پیوسته اصلی با همتای آن در سامانه کنترل گسسته شده است. تابع تبدیل ورودی دستگاه (پی‌آی‌تی‌اف)، بنا به تعریف، تابع تبدیل از ورودی مرجع تا

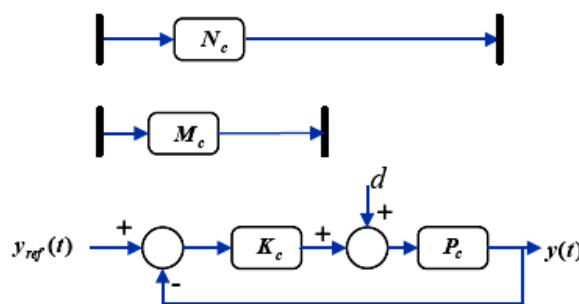
لحظه‌ای و فازی خروجی این کنترل‌کننده‌ها، یک خروجی گسسته و پایدارساز برای اعمال به سامانه تحت کنترل ایجاد می‌شود.

مقدمه‌ای درباره‌ی روش‌های پی‌ای‌ام و پی‌دی‌سی [در بخش‌های ۲ و ۳] ارائه می‌شود. آنگاه در بخش ۴، ایده جدید این مقاله که توسعه روش پی‌ای‌ام به حوزه سامانه‌های غیرخطی است مورد بررسی قرار خواهد گرفت. موضوع پایداری حلقه بسته سامانه نیز در بخش ۵ مورد توجه قرار خواهد گرفت. درستی عملکرد روش پیشنهادی، در قالب یک مثال در بخش ۶ نشان داده شده و در بخش ۷ جمع‌بندی نتایج ارائه خواهد شد.

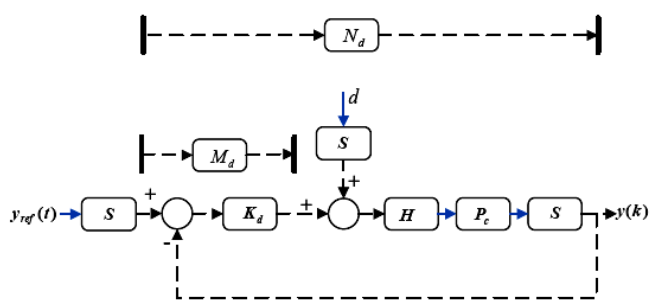
## ۲- روش PIM برای سامانه‌های خطی

یکی از روش‌های طراحی سامانه‌های کنترل گسسته، روش طراحی غیر مستقیم است. در این روش، ابتدا یک کنترل‌کننده پیوسته طراحی شده و سپس با یک کنترل‌کننده گسسته معادل جایگزین می‌شود. در روش‌های غیر مستقیم محلی، مانند روش تاستین، برای حفظ پایداری و عملکرد حلقه‌بسته، تواتر نمونه‌برداری بالایی مورد نیاز است، که این موضوع برای بعضی از کاربردها میسر نیست. برای رفع نسبی این اشکال، روش‌های گسسته‌سازی پیشرفته‌تری ارائه شده‌اند. روش پی‌ای‌ام، یکی از این روش‌های جدید است که رفتار حلقه‌بسته را در روند گسسته‌سازی مدنظر قرار می‌دهد. این روش ویژگی منحصر به فردی در تضمین پایداری حلقه‌بسته برای تقریباً تمامی تواترهای نمونه‌برداری دارد [۳]. مبنای این روش بر انطباق دادن بیشینه تابع تبدیل ورودی دستگاه در سامانه کنترل پیوسته اصلی با هم‌تای آن در سامانه کنترل گسسته شده است.

سامانه کنترل پیوسته خطی ثابت با زمان و تک‌ورودی-تک‌خروجی نشان داده شده در شکل (۱) را در نظر بگیرید. هدف طراحی، جایگزین نمودن کنترل‌کننده پیوسته  $K_c$  با کنترل‌کننده گسسته  $K_d$  است، به نحوی که پایداری حلقه‌بسته برای تمامی دوره‌های نمونه‌برداری،  $T_s$  تضمین شود. سامانه کنترل گسسته حاصل، در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل (۱): سامانه کنترل پیوسته



شکل (۲): سامانه کنترل گسسته

در شکل (۱) و شکل (۲)،  $N_c(s)$  و  $N_d(z)$  به ترتیب بیانگر توابع تبدیل حلقه‌بسته پیوسته و گسسته و  $M_c(s)$  و  $M_d(z)$  به ترتیب بیانگر پی‌ای‌تی‌اف‌های پیوسته و گسسته هستند. به عنوان مثال، پی‌ای‌تی‌اف سامانه پیوسته چنین محاسبه می‌شود:

$$M_c(s) = (I + K_c(s)P_c(s))^{-1}K_c(s) \quad (1)$$

همچنین جعبه‌های S و H به ترتیب نشان‌دهنده عملگر نمونه‌برداری و عملگر نگهدارنده مرتبه صفر هستند. این عملگرها هم‌زمان و دارای زمان نمونه‌برداری  $T_s$  هستند. هدف روش پی‌ای‌ام، طراحی کنترل‌کننده  $K_d(z)$  به نحوی است که توابع تبدیل  $M_c(s)$  و  $M_d(z)$  تا حد ممکن به یکدیگر نزدیک باشند. اما مشکلی که در اینجا وجود دارد آن‌است که این دو تابع تبدیل دارای پاسخ‌های ضربه غیر قابل مقایسه‌ای هستند، زیرا یکی از آنها پیوسته و دیگری گسسته در زمان است و بنابراین به سادگی قابل مقایسه نیستند. یک راه حل آن‌است که به جای مقایسه  $M_d(z)$  با  $M_c(s)$ ، سعی شود تا تابع  $M_d(z)$  را تا-جای‌ممکن به یک طرح گسسته از  $M_c(s)$ ، با نام  $M_d^*(z)$ ، نزدیک شود. برای تعیین  $M_d^*(z)$  از به کارگیری روش کلاسیک صفر و قطب تطبیق یافته بر روی تابع  $M_c(s)$  استفاده می‌نماییم. یعنی اگر تابع  $M_c(s)$  قطب یا صفری در نقطه  $s = -\alpha$  داشته باشد، تابع  $M_d^*(z)$  نیز صفر یا قطبی در  $z = e^{-\alpha T_s}$  خواهد داشت. همچنین در صورتی که تعداد صفرهای  $M_c(s)$  کمتر از تعداد قطب‌های آن باشد، به تعداد لازم صفر جدید در  $z = -1$  اضافه می‌نماییم تا تعداد صفرها و قطب‌های  $M_d^*(z)$  با هم برابر شوند. حال تابع تبدیل حلقه بسته‌ی  $N_d^*(z) = P_d(z)M_d^*(z)$  را در نظر بگیرید که در آن،  $P_d(z)$  معادل گسسته مرتبه صفر دستگاه است. برای اطمینان از یکسان بودن پاسخ پله ماندگار سامانه‌های پیوسته و گسسته شده، تابع  $M_d^*(z)$  را در یک ضریب تصحیح ضرب نموده تا خاصیت حلقه بسته‌ی رابطه (۲) برقرار گردد:

$$\lim_{z \rightarrow 1} N_d^*(z) = \lim_{s \rightarrow 0} N_c(s) \quad (2)$$

با روش «حافظ پاسخ پله<sup>۱</sup>» است، یعنی

$$P_d(z) = \mathcal{Z}\{\mathcal{L}^{-1}\{SP_cH\}\} \quad (6)$$

که  $\mathcal{Z}\{\cdot\}$  و  $\mathcal{L}\{\cdot\}$  به ترتیب عملگرهای  $\mathcal{Z}$  و لاپلاس هستند.

با استفاده از روابط (۳) و (۴)، تابع تبدیل حلقه بسته به شکل کلی رابطه (۷) به دست می آید:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = T_d(z) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}; \quad (7)$$

اکنون هدف ما یافتن یک کنترل کننده دیجیتال،  $K_d(z)$  است به نحوی که نرم  $H^\infty$  سامانه گسسته  $T_d(z)$  کمینه شود [۱۲]. به عبارت دیگر،

$$K_d(z) = \arg \min_{K_d^*(z) \in SC} \|T_d(z)\|_\infty \quad (8)$$

در اینجا، SC مجموعه تمامی کنترل کننده های پایدار ساز در ساختار بازخورد شکل (۴) است. این کمینه سازی به طور معمول با استفاده از روش تکرار انجام شده و می تواند تا هر حدی به نرم کمینه نزدیک شود. اگر حد دقت مورد نیاز را  $\gamma$  بنامیم، آنگاه هدف مساله به صورت زیر خواهد بود:

$$\|T_d(z)\|_\infty < \gamma \quad (9)$$

رویکرد مرسوم برای حل چنین مسایل کمینه سازی  $H^\infty$  گسسته، استفاده از الگوریتم های حوزه پیوسته است. برای این کار، بیش تر از تبدیل معکوس دو خطی برای ارتباط دادن فضاهای پیوسته و گسسته استفاده می شود، زیرا این تبدیل حافظ نرم  $H^\infty$  است:

$$z = \frac{T_s s / 2 + 1}{-T_s s / 2 + 1} \quad (10)$$

### ۳- روش پی دی سی برای سامانه های غیرخطی

سامانه دینامیک غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x}_c(t) = f(x_c(t), u_c(t)) \quad (11)$$

که  $x_c(t) \in R^n$  بردار حالت و  $u_c(t)$  بردار ورودی کنترلی است.

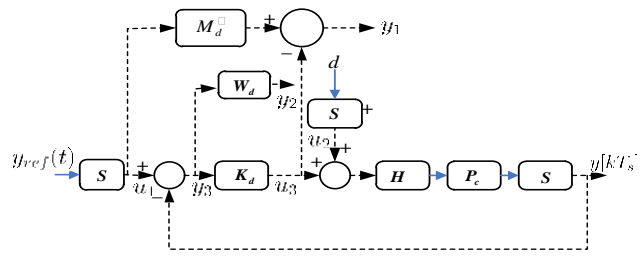
پایین نویس "c" به معنای کنترل پیوسته و پایین نویس "d" نشان دهنده کنترل گسسته خواهد بود. میدان برداری  $f: U \subset R^n \times R^m \rightarrow V \subset R^n$  روی یک مجموعه  $U$  مفروض است. در سامانه فازی تاکاگی سوگینو جمله غیرخطی  $f(x_c(t), u_c(t))$  در نواحی مختلف عملکردی با یک نگاهت خطی به صورت رابطه (۱۲) جایگزین می شود:

$$\chi(x_c(t), u_c(t)): U \subset R^n \times R^m \rightarrow V \subset R^n \quad (12)$$

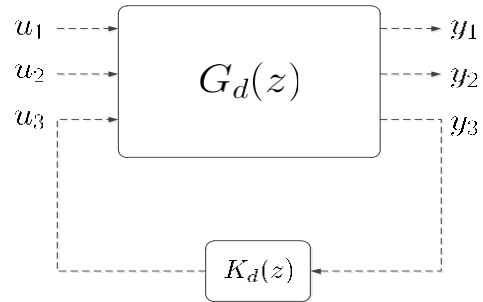
برای افزایش دقت این جایگزینی لازم است که شرط زیر برقرار باشد:

$$\sup_{x_c(t), u_c(t) \in U} \|f(x_c(t), u_c(t)) - \chi(x_c(t), u_c(t))\| \leq \varepsilon \quad (13)$$

که  $\varepsilon$  یک مقدار اسکالر دلخواه، مثبت و کوچک است.



شکل (۳): ساختار طراحی کنترل کننده دیجیتال در روش پی آی ام



شکل (۴): روش PIM در ساختار استاندارد بهینه سازی با

روش  $H^\infty$ .

با این روش همانطور که در شکل (۳) نشان داده شده، مساله کمینه سازی فاصله بین  $M_d(z)$  با  $M_d^*(z)$  با معیار  $H^\infty$  و به طور کامل در فضای گسسته انجام خواهد گرفت. با تعریف سیگنال های  $u_1, u_2, u_3, y_1, y_2, y_3$  طبق شکل (۳)، هدف مساله، کمینه سازی اثرات  $u_1$  و  $u_2$  بر  $y_1$  و  $y_2$  است [۱۰]. به عبارت دیگر، اگر  $u_1(kT), u_2(kT) \in \mathcal{L}_2$  آنگاه می خواهیم که نرم  $\mathcal{L}_2$  برای سیگنال های  $y_1(kT), y_2(kT)$  کمینه باشد. برای دوری از حذف صفر و قطب های ناپایدار بین دستگاه و کنترل کننده، تابع وزنی  $W_d(z)$  در شکل (۳) به گونه ای انتخاب می شود که در نزدیکی قطب های ناپایدار و کم میرای دستگاه، دامنه  $P(j\omega)$  دامنه  $W_d(e^{j\omega T_s})$  نسبت به سایر محدوده های فرکانسی اندازه بزرگی داشته باشد [۳] [۱۱]. با توجه به شکل (۳)، این مساله می تواند به چارچوب یک مساله استاندارد بهینه سازی بر اساس نرم  $H^\infty$  طبق شکل (۴) تبدیل شود که در آن دستگاه گسسته تعمیم یافته با تعریف زیر است:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = G_d(z) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$$u_3 = K_d(z) y_3 \quad (4)$$

$$G_d(z) = \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} M_d^*(z) & 0 & -1 \\ W_d(z) & -W_d(z)P_d(z) & -W_d(z)P_d(z) \\ 1 & -P_d(z) & -P_d(z) \end{bmatrix}$$

که در عبارت فوق،  $P_d(z)$  طرح گسسته  $P(s)$  به دست آمده

فرض کنید که تعداد  $q$  جفت  $v_i = (A_i, B_i)$  برای بیان  
دینامیکی محلی (۱۱) وجود دارند به نحوی که

$$F = Co\{[A_1, B_1], \dots, [A_q, B_q]\} \quad (14)$$

شامل ناحیه  $U$  و  $Co$  نشان دهنده‌ی یک بدنه محدب از  
مجموعه  $v = Co\{v_1, v_2, \dots, v_q\}$  و  $A_i \in R^{n \times n}$  و  $B_i \in R^{n \times m}$  است.

بنابراین می‌توان یک نگاشت مناسب در لحظه زمانی  $t$  با خطای  
 $\varepsilon$  یافت که

$$\chi(x_c(t), u_c(t)) = A(\theta)x_c(t) + B(\theta)u_c(t) \quad (15)$$

که در آن  $A(\theta)$  روی یک مجموعه ماتریسی تغییر می‌نماید:

$$A(\theta) \in Co\{A_1, \dots, A_q\} \quad (16)$$

$$B(\theta) \in Co\{B_1, \dots, B_q\} \text{ و}$$

$$\theta_i \geq 0 \text{ و } \sum_{i=1}^q \theta_i = 1$$

ایده کلیدی سامانه استنتاج فازی تاکاگی-سوگینو، تعیین  
ضرایب  $\theta_i$  است که در یک ترکیب محدب از رئوس داده شده  $V$   
بوسیله پایگاه دستوری اگر-آنگاه به مقادیر عددی تبدیل  
می‌شوند. به عبارت دیگر،  $i$  امین قانون سامانه فازی  
تاکاگی-سوگینو به شکل زیر فرموله می‌شود:

$R^i$ : اگر  $\tilde{z}_1(t)$  حوالی  $\Gamma_1^i$  و... و  $\tilde{z}_n(t)$  حوالی  $\Gamma_n^i$  باشد، آنگاه

$$\dot{x}_c(t) = A_i x_c(t) + B_i u_c(t) \quad (17)$$

که به ازای  $i = 1, \dots, q, h = 1, \dots, n$  نشان دهنده  $i$ -امین  
قانون استنتاج فازی،  $z_h(t)$  - $h$  امین متغیر فازی و  $\Gamma_h^i$  مجموعه  
فازی  $h$ -ام در  $i$ -امین قانون فازی است. با استفاده از روش  
میانگین مرکز، روند غیرفازی‌سازی انجام شده و در نتیجه  
دینامیک حلقه بسته سامانه فازی تاکاگی-سوگینو چنین توصیف  
می‌شود:

$$\dot{x}_c(t) = \sum_{i=1}^q \theta_i(z(t)) (A_i x_c(t) + B_i u_c(t)) \quad (18)$$

که

$$\theta_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^q w_i(z(t))}, \quad (19)$$

$$w_i(z(t)) = \prod_{h=1}^n \Gamma_h^i(z_h(t)), \quad (20)$$

در اینجا،  $\Gamma_h^i(z_h(t))$  مقدار عضویت  $h$ -امین متغیر مفروض،  
در  $z_h(t)$  در  $\Gamma_h^i$  است. خواص اساسی  $\theta_i(z(t))$  عبارتند از:

$$\sum_{i=1}^q \theta_i(z(t)) = 1 \text{ و } \theta_i(z(t)) \geq 0 \quad (21)$$

در بیش تر مسائل کنترل واقعی، به طور معمول اندازه‌گیری  
همه متغیرهای حالت در رابطه (۱۷) امکان‌پذیر نیست. در این  
شرایط، یک راه حل، استفاده از یک رویکرد مرتبه‌کامل لوتنبرگر

است که با قوانین زیر محقق می‌شود:

$R^i$ : اگر  $\tilde{z}_1(t)$  حوالی  $\Gamma_1^i$  و... و  $\tilde{z}_p(t)$  حوالی  $\Gamma_p^i$  باشد، آنگاه

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_c(t) = A_i \hat{x}_c(t) + B_i u_c(t) + L_c^i (y_c(t) - \hat{y}_c(t)) \\ \hat{y}_c(t) = C_i \hat{x}_c(t) \end{cases} \quad (22)$$

که خروجی فازی‌زادایی شده چنین خواهد بود:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_c(t) = \sum_{i=1}^r \theta_i(z(t)) (A_i \hat{x}_c(t) + B_i u_c(t) + L_c^i (y_c(t) - \hat{y}_c(t))) \\ \hat{y}_c(t) = \sum_{i=1}^r \theta_i(z(t)) C_i \hat{x}_c(t) \end{cases} \quad (23)$$

قانون کنترلی در سامانه کنترل فازی پیوسته با بازخورد

حالات رویت شده با قوانین زیر بیان می‌شود:

$R^i$ : اگر  $\tilde{z}_1(t)$  حوالی  $\Gamma_1^i$  و... و  $\tilde{z}_p(t)$  حوالی  $\Gamma_p^i$  باشد، آنگاه

$$u_c(t) = g_c^i \hat{x}_c(t) \quad (24)$$

خروجی غیرفازی شده قوانین کنترل به صورت زیر خواهد بود:

$$u_c(t) = \sum_{i=1}^r \theta_i(z(t)) g_c^i \hat{x}_c(t) \quad (25)$$

با در نظر گرفتن خطای تخمین  $e_c(t) = x_c(t) - \hat{x}_c(t)$

سامانه فازی حلقه بسته تاکاگی-سوگینو پیوسته به صورت زیر  
بازنویسی می‌شود:

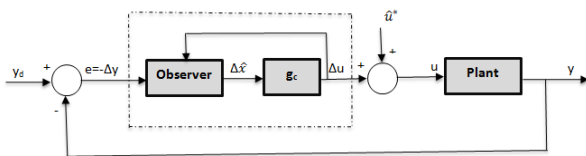
$$\dot{\chi}_c(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_i(z(t)) \theta_j(z(t)) \times \begin{bmatrix} A_i + B_i g_c^j & -B_i g_c^j \\ 0 & A_i - L_c^j C_j \end{bmatrix} \chi_c(t) \quad (26)$$

که در اینجا،

$$\chi_c(t) = col\{x_c(t), e_c(t)\} \quad (27)$$

اینک برای هر زیرسامانه خطی، یک کنترل‌کننده بازخورد

حالت رویت شده، با به دست آوردن ضریب‌های بازخورد حالت  
 $g_c$  و ضریب‌های رویتگر  $L_c$ ، طراحی می‌شود. ساختار کنترلی  
در هر زیرسامانه در شکل (۵) آمده است.



شکل (۵): کنترل‌کننده هر زیرسامانه در ساختار فضای حالت

گفتنی است که تابع تبدیل کنترل‌کننده پیوسته برای هر

زیرسامانه از رابطه (۲۸) به دست می‌آید [۱۲]:

$$K_c(s) = g_c (sI - A + Bg_c + L_c C)^{-1} L_c \quad (28)$$

ماتریس بهره کنترل‌کننده  $g_c$  و ماتریس ضرایب رویتگر  $L_c$  به  
کمک روش‌های مرسوم در حوزه روش‌های طراحی فضای  
حالت از قبیل جانمایی قطب، قابل طراحی هستند [۱۲]. پایداری  
سامانه حلقه بسته فازی پیوسته حاصل با استفاده از قضیه  
زیر قابل بررسی است.

لم [۸]: سامانه فازی توصیف شده در رابطه (۲۶) پایدار

مجانبی است، اگر یک ماتریس مثبت معین  $P$  وجود داشته باشد، به گونه‌ای که:

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0 \quad (29)$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) < 0, \quad i < j \text{ s.t. } h_i \cap h_j = \emptyset \quad (30)$$

که در آنها

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} A_i + B_i g_c^j & -B_i g_c^j \\ 0 & A_i - L_c^j C_j \end{bmatrix} \quad (31)$$

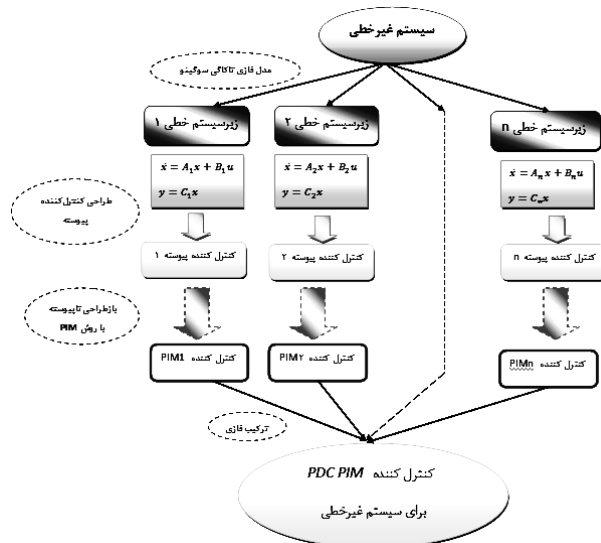
## ۴- ترکیب روش‌های پی‌آی‌ام و پی‌دی‌سی برای

### گسسته‌سازی سامانه‌های غیر خطی

در این مقاله، رویکرد جدیدی برای کنترل دیجیتال سامانه‌های غیرخطی ارائه شده است که از ویژگی‌های شاخص آن تضمین پایداری و حفظ کارایی سامانه در فرکانس‌های نمونه‌برداری پایین است. به این ترتیب که کنترل‌کننده‌های پیوسته خطی موردنیاز در ساختار شناخته شده پی‌دی‌سی طراحی شده و سپس با استفاده از روش پی‌آی‌ام، به معادل گسسته‌ی‌شان تبدیل می‌شوند. با ترکیب لحظه‌ای و فازی خروجی این کنترل‌کننده‌ها، یک خروجی گسسته و پایدار ساز برای اعمال به سامانه تحت کنترل ایجاد می‌شود. نمای کلی این روش در شکل (۶) و ساختار عملیاتی آن در شکل (۷) نشان داده شده است. در اینجا نیز،  $S$  و  $H$  به ترتیب عملگرهای نمونه‌برداری و نگهداشت مرتبه صفر هستند.



شکل (۶): نمای کلی سامانه کنترلی پیشنهادی



شکل (۷): ساختار عملیاتی کنترل‌کننده پیشنهادی

در روش‌های بازطراحی گسسته فازی، سهم وزنی قوانین پس از گسسته‌سازی با مقادیر پیوسته آنها در لحظات نمونه‌برداری برابر در نظر گرفته می‌شود، به عبارت دیگر ساختار کلی پی‌دی‌سی ثابت می‌ماند. این موضوع در فرض ۱ بیان شده است.

فرض ۱ [۸]: سهم وزنی قانون  $i$ ام  $\theta_i(z(t))$  با مقدار آن در لحظه  $kT$  تخمین زده می‌شود، یعنی:

$$\theta_i(z(t)) \cong \theta_i(z(kT)), t \in [kT, kT + T] \quad (32)$$

اینک، برای بازطراحی گسسته از روش پی‌آی‌ام در هر زیر سامانه مراحل زیر باید انجام شود:

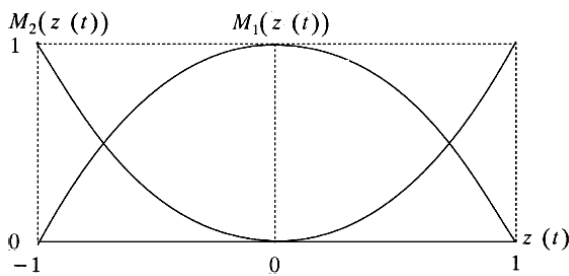
- از روی نمایش فضای حالت دستگاه در زیرسامانه  $(A, B, C, D)$ ، تابع تبدیل آن یعنی  $P(s)$  را محاسبه می‌نماییم.
- پی‌آی‌تی‌اف پیوسته،  $M_c(s)$ ، را از رابطه (۱) محاسبه نموده و آن را با استفاده از روش صفر و قطب تطبیق‌یافته و بر اساس دوره نمونه‌برداری انتخابی  $T_s$ ، به معادل گسسته آن، یعنی  $M_d^*$ ، تبدیل می‌نماییم. بنا به تعریف،  $M_d^*$  را به عنوان یک طرح مطلوب برای پی‌آی‌تی‌اف در سامانه کنترل گسسته انتخاب می‌نماییم.
- طرح گسسته نگهدارنده مرتبه صفر دستگاه  $P_d(z)$  را بر اساس دوره نمونه‌برداری  $T_s$  به دست می‌آوریم.
- مسئله کمینه‌سازی (۸) را برای یافتن کنترل‌کننده پی‌آی‌ام  $K_d(z)$  تشکیل می‌دهیم.
- مسئله بهینه‌سازی (۸) را با به کارگیری تبدیل دوخطی معکوس رابطه (۲) به ناحیه پیوسته انتقال داده و این مسئله را برای یافتن کنترل‌کننده پیوسته کمینه‌ساز حل می‌نماییم.
- کنترل‌کننده پیوسته را دوباره با استفاده از تبدیل دوخطی به ناحیه گسسته بر می‌گردانیم.
- کنترل‌کننده‌های پی‌آی‌ام را برای یافتن کنترل‌کننده غیرخطی دیجیتال نهایی در ساختار روش پی‌دی‌سی پیاده‌سازی می‌نماییم.

## ۵- پایداری حلقه بسته

یکی از مباحث مهم در سامانه‌های کنترل، بحث پایداری حلقه بسته است. برای بررسی پایداری، روش‌های مختلفی وجود دارد اما برای سامانه‌های فازی به‌طور معمول از معیار پایداری لیپانف استفاده می‌شود. در رویکرد پیشنهادی این مقاله، برای هر زیر سامانه یک کنترل‌کننده گسسته به صورت

$$M_2(z) = \begin{cases} \frac{b_1 \sin^{-1}(z) - z}{(b_1 - b_2) \sin^{-1}(z)} & z \neq 0 \\ 0 & z = 0 \end{cases}$$

در شکل (۸) نمودار این توابع عضویت رسم شده است. قابل ذکر است برای برقراری شرایط کارکرد درست سامانه فازی بایستی توابع عضویت همیشه در ناحیه بین صفر و یک تغییر نمایند و مجموع آنها همواره برابر یک باشد که این نکات در مسأله حاضر برقرار است.



شکل (۸): نمودار توابع عضویت  $M_1$  و  $M_2$

حال می‌توان قوانین فازی را برای طراحی سامانه غیرخطی در قالب طرح فازی چنین بیان نمود:  
قانون ۱:

اگر  $z$  برابر  $M_1$  باشد آنگاه

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + Bu(t)$$

قانون ۲:

اگر  $z$  برابر  $M_2$  باشد آنگاه

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + Bu(t)$$

که مقادیر  $A_1$  و  $A_2$  و  $B$  برابرند با

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ gb_1 & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ gb_2 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

پس از شناسایی زیرسامانه‌ها یا همان نواحی خطی، کنترل‌کننده فازی پیوسته طراحی شده که در نتیجه سامانه فازی این‌گونه بازنویسی می‌شود.

قانون ۱:

اگر  $z$  برابر  $M_1$  باشد آنگاه:

$$\dot{X}_c(t) = G_1 X_c(t)$$

قانون ۲:

اگر  $z$  برابر  $M_2$  باشد آنگاه:

$$\dot{X}_c(t) = G_2 X_c(t)$$

که در آنها  $X_c(t) = [x(t) \ e(t)]'$  و

$$G_1 = \begin{bmatrix} A_1 + Bg_c^1 & -Bg_c^1 \\ 0 & A_1 - L_c^1 C \end{bmatrix}$$

تابع تبدیل طراحی می‌شود. برای استفاده از معیار لیاپانف بهتر است که زیر سامانه‌ها به شکل فضای حالت تبدیل شوند. برای این‌کار، ابتدا در زیر سامانه  $i$ -ام، با استفاده از تابع تبدیل  $P_{di}(z)$  و تابع تبدیل کنترل‌کننده پی‌آی‌ام زیر سامانه  $j$ -ام، یعنی  $K_{dj}(z)$ ، تابع تبدیل حلقه بسته محاسبه می‌شود:

$$T_{dij}(z) = \frac{K_{dj}(z) P_{di}(z)}{1 + K_{dj}(z) P_{di}(z)} \quad (33)$$

سپس از روی این تابع تبدیل، مقادیر ماتریس‌های یکی از تحقق‌های کمینه معادل یعنی  $A_{dij}$ ،  $B_{dij}$ ،  $C_{dij}$  و  $D_{dij}$  را به دست می‌آید. در نتیجه، معادله حالت حاکم بر سامانه فازی گسسته حلقه بسته این چنین خواهد بود:

$$\chi_d(k+1) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_i(z(k)) \theta_j(z(k)) A_{dij} \chi_d(k). \quad (34)$$

که  $\chi_d(k)$  بردار حالت سامانه حلقه بسته و هم‌تای گسسته (۲۶) است. همچنین، در بردارنده دینامیک حلقه بسته گسسته برای زیرسامانه  $i$ -ام تحت اثر کنترل‌کننده  $j$ -ام است. اگر بتوان برای تمامی این زیرسامانه‌ها، یک ماتریس مثبت معین و مشترک  $P$  را در چارچوب نامعادلات ماتریسی خطی و بر طبق رابطه پایداری لیاپانف  $[Y]$  چنان بیابیم که

$$A_{dij}^T P A_{dij} - P < 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, r, \quad (35)$$

آنگاه سامانه فازی گسسته حلقه بسته، پایدار مجانبی خواهد بود (شرط کافی).

روند طراحی و کارایی روش پیشنهادی در بخش ۶-و در قالب یک مثال عددی بیان خواهد شد.

## ۶- مثال عددی

فرض کنید معادلات غیرخطی حاکم بر سامانه‌ای چنین باشد:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = g \sin(x_1(t)) - u(t)$$

در این معادلات،  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ، برحسب رادیان

و  $z = \sin(x_1(t))$  یک جمله‌ای غیرخطی است که می‌توان آن را این‌گونه نوشت:

$$\sin(x_1(t)) = (M_1(z)b_1 + M_2(z)b_2)x_1(t)$$

که در آن  $b_1 = 1$  و  $b_2 = -1$  و توابع عضویت عبارتند از:

$$M_1(z) = \begin{cases} \frac{z - b_2 \sin^{-1}(z)}{(b_1 - b_2) \sin^{-1}(z)} & z \neq 0 \\ 1 & z = 0 \end{cases}$$

$$P_1(s) = \frac{-1}{s^2 - 9.81}$$

$$P_2(s) = \frac{-1}{s^2 + 9.81}$$

در نتیجه پی‌آی‌تی‌اف پیوسته زیرسامانه‌ها عبارتند از:

$$M_{c1}(s) = \frac{-301.1s^3 - 942.5s^2 + 2953s + 9246}{s^4 + 14.67s^3 + 74.73s^2 + 157.2s + 113.1}$$

$$M_{c2}(s) = \frac{-7.903s^3 + 117.2s^2 - 77.53s + 1150}{s^4 + 7.333s^3 + 33.29s^2 + 79.84s + 113.1}$$

تابع تبدیل گسسته طرح نگهدار مرتبه صفر دستگاه در سامانه‌های خطی با دوره نمونه برداری ثانیه  $T_s = 0.4$  چنین است:

$$P_{d1}(z) = \frac{-0.09103z - 0.09103}{z^2 - 3.786z + 1}$$

$$P_{d2}(z) = \frac{-0.07007z - 0.07007}{z^2 - 0.6253z + 1}$$

بنابراین، با استفاده از روش صفر و قطب تطبیق یافته، پی‌آی‌تی‌اف گسسته مطلوب در زیرسامانه‌ها برای ثانیه  $0.4$ ،  $T_s =$  این چنین به دست می‌آید:

$$M_{d1}^*(z) = \frac{-7.531z^4 + 23.13z^3 + 14.98z^2 - 13.53z + 2.153}{z^4 - 1.133z^3 + 0.428z^2 - 0.06327z + 0.002831}$$

$$M_{d2}^*(z) = \frac{-0.006042z^4 + 2.275z^3 + 0.8511z^2 + 0.8473z + 2.277}{z^4 - 0.9045z^3 + 0.7161z^2 - 0.2506z + 0.05324}$$

حال با تشکیل مسأله بهینه‌سازی (۸) و حل آن در فضای  $H^\infty$ ، کنترل‌کننده‌های گسسته پی‌آی‌ام را برای کلیه زیرسامانه‌ها به دست می‌آوریم:

$$K_{d1}(z) = \frac{-21.6188(z - 0.2857)(z + 0.2559)(z^2 - 0.6265z + 0.8305)}{(z^2 + 0.6984z + 0.1472)(z^2 - 0.6258z + 0.8282)}$$

$$K_{d2}(z) = \frac{0.084819(z + 25.59)(z + 1.006)(z^2 - 0.7157z + 1.005)}{(z^2 + 0.3056z + 0.204)(z^2 - 1.209z + 0.9925)}$$

همان‌طور که در بخش ۵ توضیح داده شد، برای بررسی پایداری سامانه حلقه‌بسته فازی گسسته، ماتریس‌های  $A_d$  زیرسامانه‌های خطی مورد نیاز است که عبارتند از:

$$G_2 = \begin{bmatrix} A_2 + Bg_c^2 & -Bg_c^2 \\ 0 & A_2 - L_c^2 C \end{bmatrix}$$

طراحی ضرایب بازخورد و روینگر با استفاده از روش تنظیم‌گر مربعات خطی (LQR) برای هر دو زیرسامانه انجام شده است و مقادیر  $g_c$  و  $L_c$  چنین به دست آمده‌اند:

$$g_{c1} = [-19.6455 \quad -6.3475]$$

$$g_{c2} = [-0.0255 \quad -1.0251]$$

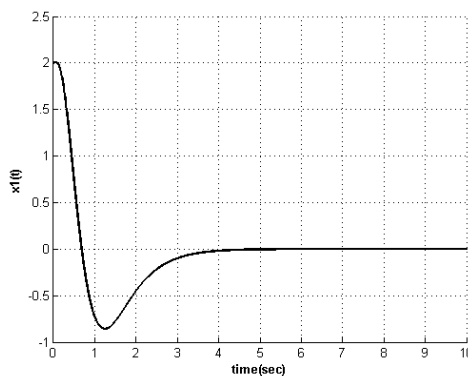
$$L_{c1} = [6.2776 \quad 19.6684]$$

$$L_{c2} = [0.4102 \quad 0.0484]$$

در ادامه پایداری این سامانه فازی پیوسته با استفاده از لم ۱ بررسی و ماتریس مثبت معین  $P$  با استفاده از چارچوب نامساوی‌های ماتریسی خطی بدست آمده است.

$$P = \begin{bmatrix} 134 & 7.3 & -58.1 & -31.2 \\ 7.3 & 15.9 & 26.7 & -10 \\ -58 & 26.7 & 540 & -16 \\ -31.2 & -10 & -16 & 61 \end{bmatrix}$$

بنابراین سامانه حلقه‌بسته فازی پیوسته به صورت مجانبی پایدار است که نتایج شبیه‌سازی انجام شده نیز پایداری را تایید می‌نماید. این موضوع در شکل (۹) نشان داده شده است.



شکل (۹): پاسخ زمانی سامانه فازی پیوسته

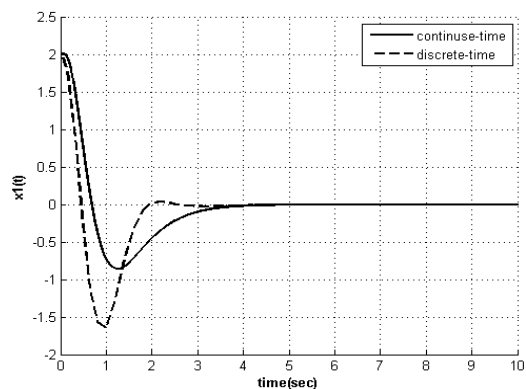
حال برای استفاده از روش پی‌آی‌ام در بازطراحی گسسته کنترل‌کننده پیوسته، نیاز به تابع تبدیل زیر سامانه‌ها داریم که بر اساس (۲۸) خواهیم داشت:

$$K_{c1}(s) = \frac{-301.1s - 942.5}{s^2 + 14.67s + 84.54}$$

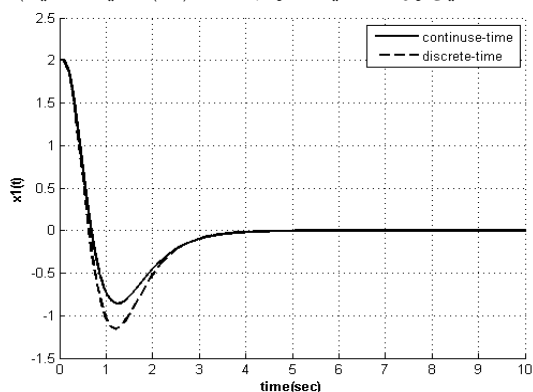
$$K_{c2}(s) = \frac{-7.903s + 117.2}{s^2 + 7.333s + 23.48}$$

هم‌چنین تابع تبدیل دستگاه پیوسته نیز در زیرسامانه‌های اول و دوم چنین هستند:



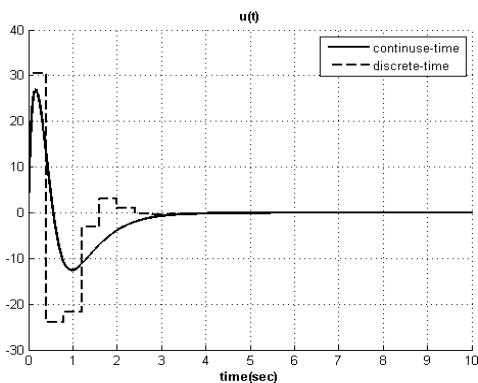


شکل (۱۰): پاسخ سامانه فازی پیوسته و سامانه فازی گسسته به شرایط اولیه‌ی غیر صفر برای ثانیه  $T_s = 0.4$ . (برای تصدیق کارایی استثنایی روش جدید آن را با شکل (۱۳) مقایسه کنید.)



شکل (۱۱): پاسخ سامانه فازی پیوسته و سامانه فازی گسسته به شرایط اولیه‌ی غیر صفر برای ثانیه  $T_s = 0.1$ .

در روش پی‌آی‌ام، ورودی کنترلی سامانه پیوسته به ورودی کنترلی سامانه گسسته نگاشته می‌شود. این موضوع در رویکرد پیشنهادی این مقاله نیز که توسعه روش پی‌آی‌ام در بازطراحی گسسته فازی است، برقرار بوده و می‌توان گفت در این رویکرد، ورودی کنترلی سامانه فازی پیوسته به ورودی کنترلی سامانه گسسته نگاشته می‌شود. در شکل (۱۲) مقایسه ورودی کنترلی سامانه فازی پیوسته و گسسته نشان داده شده است.



شکل (۱۲): ورودی کنترلی سامانه فازی پیوسته و سامانه فازی گسسته برای ثانیه  $T_s = 0.4$

$$A_{d22} = \begin{bmatrix} -0.12 & -0.14 & -0.15 & 0.13 & 0 \\ 1.00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.00 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.00 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{d12} = \begin{bmatrix} -1.86 & -2.61 & -1.03 & -0.16 & -0.01 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{d21} = \begin{bmatrix} 3.07 & 2.54 & 1.16 & 0.67 & 0.04 \\ 1.00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.00 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.00 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{d11} = \begin{bmatrix} 0.85 & -0.12 & -0.05 & 0.01 & 0 \\ 1.00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.00 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.00 & 0 \end{bmatrix}$$

ماتریس  $P$  برای این سامانه گسسته این چنین محاسبه خواهد شد:

$$P = \begin{bmatrix} 889.8 & -186.7 & 92.4 & 56.5 & -37. \\ -186.7 & 476.6 & -135.6 & 29.2 & 22.3 \\ 92.4 & -135.6 & 323.3 & -89.7 & 21.9 \\ 56.5 & 29.2 & -89.7 & 220.4 & -49.1 \\ -37 & 22.3 & 21.9 & -49.1 & 73.4 \end{bmatrix}$$

بنابراین سامانه حلقه‌بسته فازی گسسته، طبق معیار پایداری لیاپانف در ثانیه  $T_s = 0.4$  پایدار مجانبی است. شکل (۱۰) پاسخ زمانی سامانه فازی گسسته در مقابل یک شرایط اولیه‌ی غیر صفر نمایش داده شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود، در این دوره‌ی تناوب نمونه‌برداری، پاسخ سامانه‌های کنترلی پیوسته و گسسته به هم نزدیک است.

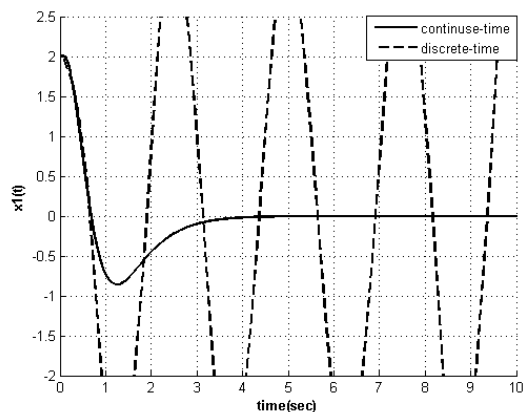
روش بازطراحی گسسته فازی مبتنی بر روش پی‌آی‌ام علاوه بر حفظ پایداری سامانه گسسته، قادر است کارایی عملکردی سامانه را نیز حفظ نماید. در دوره‌های نمونه‌برداری کوچکتر، این موضوع مشهودتر است و اختلاف پاسخ سامانه پیوسته و گسسته ناچیز است. برای نشان دادن این نکته، با فرض ثانیه  $T_s = 0.4$  مسأله حل شده و پاسخ سامانه بررسی شد. همان‌گونه که در شکل (۱۱) نشان داده شده است، پاسخ سامانه‌های پیوسته و گسسته در این حالت خیلی به هم نزدیک است با افزایش دوره‌ی تناوب نمونه‌برداری، اختلاف این پاسخ‌ها افزایش می‌یابد، اما کارایی عملکردی در حد مطلوبی حفظ می‌شود. این موضوع در شکل (۱۰) قابل مشاهده است.

دلیل اصلی ناپایداری سامانه فازی در استفاده از روش تاستین را می‌توان در ناپایداری بعضی و یا تمامی زیرسامانه‌های آن بیان نمود. زیرا کنترل‌کننده پیوسته هر یک از زیرسامانه‌ها که با روش‌های محلی بازطراحی شده است، در دوره‌های نمونه‌برداری بزرگ ناپایدارند.

## ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی جدید برای کنترل دیجیتال سامانه‌های غیرخطی پیشنهاد شده است. در روش جدید، کنترل‌کننده‌های پیوسته خطی موردنیاز در روش پی‌دی‌سی طراحی شده و با استفاده از روش پی‌آی‌ام، معادل گسسته‌ی هرکدام از این کنترل‌کننده‌های پیوسته مشخص شد. سپس استنتاج فازی آنها بر اساس روش پی‌دی‌سی، به کنترل‌کننده‌ی دیجیتال نهایی منجر شد. مزیت روش پیشنهادی، تضمین پایداری سامانه‌های غیرخطی در فرکانس‌های نمونه‌برداری پایین است. همچنین شرط کافی برای پایداری سامانه حلقه‌بسته با استفاده از قضیه لیاپانوف بررسی شد. شبیه‌سازی انجام شده کارایی استثنایی روش پیشنهادی را نشان داد.

همان‌طورکه توضیح داده شد، در این مقاله، برای بازطراحی گسسته کنترل‌کننده‌های پیوسته، از روش پی‌آی‌ام استفاده شد. روش‌های محلی معمول نیز برای این بازطراحی گسسته قابل استفاده هستند، اما برتری روش پی‌آی‌ام بر روش‌های گفته شده حفظ پایداری سامانه در دوره‌های نمونه‌برداری بزرگ‌تر است. برای نشان‌دادن این موضوع مثال ۱ را با استفاده از روش گسسته‌سازی تاستین نیز بررسی نموده‌ایم. بازطراحی گسسته فازی مبتنی بر روش‌های محلی تنها در دوره‌های نمونه‌برداری کوچک قادر به حفظ پایداری سامانه فازی است و با افزایش دوره نمونه‌برداری، سامانه فازی گسسته ناپایدار می‌شود. در شکل (۱۳) پاسخ به شرایط اولیه‌ی سامانه فازی گسسته در ثانیه  $T_s = 0.4$  نشان داده شده است.



شکل (۱۳): پاسخ سامانه فازی پیوسته و پاسخ ناپایدار سامانه فازی گسسته طراحی شده با استفاده از روش تاستین به جای روش پی‌آی‌ام برای ثانیه  $T_s = 0.4$

## ۸- مراجع

- [۱] ک. اوگاتا، ترجمه دکتر پرویز جبه دار مارالارانی - دکتر علی خاکی صدیق، "سیستم‌های کنترل دیجیتال"، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ چهارم، ۱۳۸۴
- [۲] B. Rahmani, A.H.D. Markazi, and P. Maleky Nezhad, "Plant input-mapping-based predictive control of systems through band-limited networks", IET Control Theory and Applications, Vol. 5, No. 2, pp. 341-350, 2011.
- [۳] A.H.D. Markazi, "A new approach to the digital implementation of analog controllers and continuous-time reference model". Ph.D. Dissertation, McGill University, Montreal, 1994.
- [۴] A.H.D. Markazi, N. Hori, "A new method with guaranteed stability for discretization of continuous-time control systems". in Proc. American Control Conf., Chicago, IL, pp. 1397-1402, 1992
- [۵] A.H.D. Markazi, N. Hori, "Discretisation of continuous-time control systems with guaranteed stability". IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol. 42. No. 4, pp. 323-328, 1995.
- [۶] C.A. Rabbath, N. Hori, "Reduced-order PIM methods for digital redesign", IEE Proc. Control Theory Appl, Vol. 150, No. 4, pp. 335-346, 2003.
- [۷] G. Zhanga, X. Chenb, T. Chen "Digital redesign via the generalised bilinear transformation", International Journal of Control, Vol. 82, No. 4, 741-754, 2009.
- [۸] K. Tanaka, H. O. Wang, "Fuzzy Control Systems Design and Analysis", John Wiley & Sons, 2001.
- [۹] H.J. Lee, H.Kim, Y.H.Joo, W.Chang, J.B.Park, "A New Intelligent Digital Redesign for T-S Fuzzy Systems: Global Approach", IEEE transactions on fuzzy systems, Vol. 12, No. 2, 2004.
- [۱۰] H.J. Lee, J.B. Park, Y.H. Joo, "Digitalizing a Fuzzy Observer-Based Output-Feedback Control: Intelligent Digital Redesign Approach", IEEE transactions on fuzzy systems, Vol. 13, No. 5, 2005.
- [۱۱] R. Dargahi, A.H.D. Markazi, "H<sup>∞</sup>-optimal digital redesign method", Journal of the Franklin Institute, Vol 344 553-564, 2007.
- [۱۲] P. Belanger, "Control Engineering-A Modern Approach", McGraw Hill, 1995

- ∧ Sampled Data Control System
- ∨ Tustin
- ∨ Zero-pole Matched
- ε Plant Input Mapping (PIM)
- ° Continues Time Plant Input Transfer function(CT-PITF)
- ∨ Parallel Distributed Compensation (PDC)
- ∨ Fuzzy Switching Control Systems
- ^ State-matching method
- ^ Step-invariant discrete-time model

