تابع هدف نوین در سنتز تولید مسیر مکانیزم چهارمیله‌ای با زمان‌بندی معین

عباس مکبری[1]، مصطفی نظری[1]، سیدمجتبی واردی کولایی[1*]

[1] دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران،

[*] نویسنده عهده‌دار مکاتبات: varedi@shahroodut.ac.ir

چکیده

مساله طراحی مکانیزم‌های چهارمیله‌ای، به عنوان ساده‌ترین و پرکاربردترین مکانیزم میله‌ای، همواره یکی از مسائل اساسی مطرح‌شده در حوزه طراحی مکانیزم می‌باشد. امروزه با پیشرفت تکنولوژی و ابداع روش‌های بهینه‌سازی عددی و الگوریتم‌های فراابتکاری، امکان حل دقیق و بهینه مسائل با تعداد نقاط دقت بسیار بالا نیز فراهم شده است. سنتز تولید مسیر این مکانیزم نیز با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی مختلف و در حالت‌های متنوع طراحی حل شده است. برای درنظر گرفتن سرعت مکانیزم در عبور از نقاط دقت، مساله سنتز با زمان‌بندی معین در نظر گرفته می‌شود، که این مساله نسبت به مساله بدون زمان‌بندی معین سخت‌تر بوده و دارای خطای تولید مسیر بالاتری می‌باشد. در این پژوهش، برای حل مساله سنتز تولید مسیر مکانیزم چهارمیله‌ای با زمان‌بندی معین از تابع هدف جدیدی استفاده می‌شود که شامل دو جمله، خطای مسیر و خطای زاویه‌گیری، می‌باشد. استفاده از این تابع هدف جدید موجب کاهش خطای تولید مسیر برای مساله با زمان‌بندی معین می‌شود. برای رسیدن به تابع هدف مدنظر، چهار حالت مختلف طراحی در نظر گرفته شده و نتایج آن‌ها، که با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات استخراج شدند، با هم مقایسه می‌شوند. نتایج حل این مساله برای سه مثال عددی با تعداد نقاط دقت مختلف نشان می‌دهد طراحی در حالت چهارم، که براساس تابع هدف جدید می‌باشد، نسبت به همه حالات قبلی خطای تولید مسیر کمتری دارد.

کلمات کلیدی

مکانیزم چهارمیله‌ای، سنتز تولید مسیر، زمان‌بندی معین، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات.

ACCEPTED MANUSCRIPT

۱- مقدمه

مکانیزم‌ها به‌عنوان عناصر بنیادی صنعتی با قابلیت کنترل دقیق حرکات و انتقال نیروها، به بهبود کیفیت، کارایی، کاهش هزینه‌ها و افزایش ایمنی تولیدات صنعتی کمک می‌کنند. در این راستا، طراحی دقیق و بهینه مکانیزم‌ها امری اساسی در صنعت مدرن محسوب می‌شود. طراحی مکانیزم‌ها برای کاربردهای مختلف و تولید حرکت‌های گوناگون همیشه جزء مسائل سخت اما مهم محسوب می‌شوند. در طراحی مکانیزم‌ها، تنها برای تعداد نقاط دقت مشخص و محدودی می‌توان مکانیزم را به‌گونه‌ای طراحی کرد که به طور دقیق (بدون خطا) از همه آن موقعیت‌های دقت عبور نماید. برای مسائلی که دارای تعداد نقاط دقت بالاتری باشند، باید از روش‌هایی همچون روش حداقل مربعات و یا روش‌های بهینه‌سازی استفاده نمود [۱-۳]. مکانیزم‌های چهارمیله‌ای دسته‌ای از مکانیزم‌های ساده اما عملاً مهم و پرکاربرد در صنعت هستند. در تقسیم‌بندی مکانیزم‌ها بر مبنای فضای‌کاری، این مکانیزم‌ها جزء مکانیزم‌های صفحه‌ای محسوب می‌شوند، به این دلیل که تمامی نقاط آن در یک صفحه یا صفحات موازی هم حرکت می‌کنند [۴, ۵]. برای مکانیزم چهارمیله‌ای، از نظر تئوری، یافتن مکانیزمی برای عبور از نقاط دقت با تعداد بالا نیاز به بهینه‌سازی خطا بین مسیر مطلوب و مسیر تولیدشده توسط مکانیزم دارد. این بهینه‌سازی معمولاً دشوار است و اغلب به دلیل تعداد زیاد محدودیت‌ها و حداقل‌های محلی در فضای جستجو با ابعاد بالا نتایج ضعیفی به همراه دارد [۶].

برای محققان در بسیاری از ادوار گذشته ثابت شده است که اندیشیدن در مورد مکانیزم‌ها راهی پربار برای درک و استفاده از طبیعت است. یکی از مهم‌ترین انگیزه‌ها برای توسعه مکانیزم‌ها در گذشته‌های دور و همچنین امروزه، نیاز بشر به اسباب و وسائل مختلف بوده است [۷]. در سال ۱۹۵۴ ایجاد سینماتیک مدرن در ایالات متحده با مقاله فرودنشتین برای طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای آغاز شد، که از آن زمان طراحی مکانیزم‌ها از حالت روش گرافیکی به روش عددی تغییرکرد [۸]. در سال‌های ۱۹۷۶ تا ۱۹۸۱ توسط انتشارات میر در مسکو کتابی با عنوان "مکانیزم‌ها در فناوری مدرن" اثر آرتوبولفسکی منتشر شد که به‌عنوان یک مجموعه جامع در مورد مکانیزم‌ها بود و در زمان خود به‌عنوان یک دایره المعارف کامل ماشین‌ها شناخته می‌شد [۹, ۱۰]. وامپر و همکاران در سال ۱۹۹۲ مقاله‌ای در ارتباط با مکانیزم‌های چهارمیله‌ای که هدف آن‌ها تولید مسیر است و منحنی کوپلر آن‌ها باید از ۹ نقطه دقت که برای آن‌ها تعریف شده، عبور کند را منتشر کردند. همچنین این مساله را یک مشکل حل‌نشده دیرینه و اساسی در سینماتیک مکانیزم‌ها بیان کردند و برای حل این مشکل راه کارهایی را ابداع و با استفاده از یک الگوریتم محاسباتی و فرمول‌های ریاضی، راه‌حل‌های مختلفی برای این مساله پیدا کردند که هم زمان لازم برای حل مساله کاهش یافته و هم دقت مساله چندین برابر افزایش یافته بود [۱۱]. نریمان‌زاده و همکاران در سال ۲۰۰۸ به سنتز مکانیزم‌های چهارمیله‌ای برای تولید مسیر با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک چندهدفه ترکیبی[۱] پرداختند. در این مقاله، اولین تابع هدف خطای ردیابی[۲] و دومین تابع هدف هم خطای زاویه انتقال بوده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم می‌تواند بین این دو تابع هدف هماهنگی ایجاد کرده و به طراحان این امکان را می‌دهد تا بهترین مکانیزم چهارمیله‌ای را برای اهداف خود به دست آورند [۱۲]. واردی و رضاقلی‌زاده در سال ۲۰۲۰ مقاله‌ای را با عنوان سنتز تولید مسیر مکانیزم چهارمیله‌ای با انتخاب شکل کوپلر منتشر کردند. این مقاله شامل سنتز گرافیکی و تحلیلی برای طراحی مکانیزم در هر دو حالت با و بدون زمان‌بندی تعیین شده است [۱۳]. محمدرضا حق‌جو و همکاران در سال ۲۰۲۲ مقاله‌ای را با عنوان سنتز مسیر مکانیزم هشت‌میله‌ای با استفاده از روابط کنترلی منتشر کردند. این مقاله یک رویکرد دومرحله‌ای جدید برای سنتز مسیر در مکانیزم‌هایی با تعداد لینک بالا ارائه می‌دهد [۱۴]. کپسالیاموف و همکاران در سال ۲۰۲۳ به سنتز مکانیزم شش‌لینکی برای ایجاد مسیر حرکت زانو و مچ پا با استفاده از شبکه عصبی مولد عمیق[۳] پرداختند [۱۵].

هدف اصلی این مقاله، طراحی بهینه یک مکانیزم چهارمیله‌ای براساس مساله تولید مسیر و با ارائه تابع هدف جدید است. برای رسیدن به تابع هدف مدنظر، چهار حالت مختلف طراحی در نظر گرفته شده و نتایج بهینه آن‌ها، که با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات بدست می‌آیند، با هم مقایسه می‌شوند. برای حالت چهارم طراحی، تابع هدف جدیدی ارائه شده است که هم خطای مسیر و هم خطای زاویه را شامل می‌شود. در واقع نوآوری این مقاله در ارائه این تابع هدف جدید می‌باشد که توانسته تاثیر قابل‌توجهی در

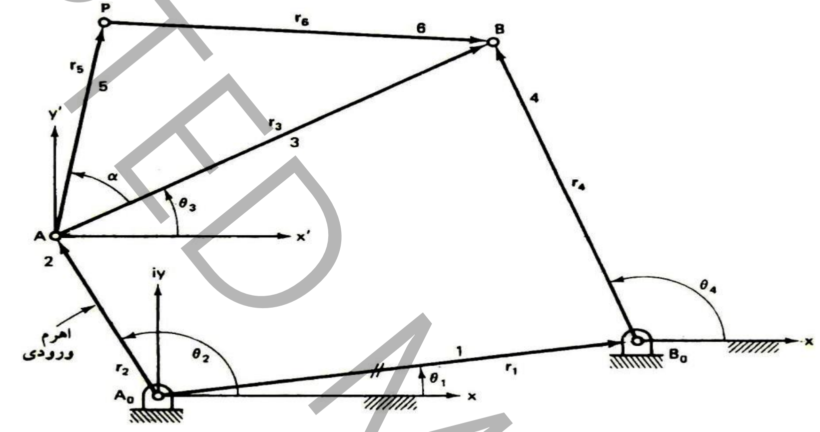
1-Multi-Objective Genetic Algorithms (GAs)
2-Tracking Error (TE)
3-Deep generative Neural Network (DGNN)

ACCEPTED MANUSCRIPT

نتایج داشته باشد. برای ارزیابی اثرات چهار حالت طراحی، سه مثال با تعداد نقاط دقت متفاوت حل و بررسی می‌شود که در نهایت نتایج قابل‌قبول و مطلوبی به دست آمده است.

۲- آنالیز سینماتیکی مکانیزم چهارمیله‌ای

شکل ۱ شماتیک کلی از زوایا و لینک‌های مکانیزم چهارمیله‌ای را نشان می‌دهد که عضو زمین به عنوان لینک شماره ۱، عضو واسط لینک شماره ۳، و عضوهای ورودی و خروجی نیز به‌ترتیب لینک‌های شماره ۲ و ۴ هستند. در یک مکانیزم چهارمیله‌ای، با فرض معلوم بودن طول لینک‌ها و زاویه ثابت $\theta_{۱}$، با اطلاع از موقعیت زاویه‌ای عضو ورودی ($\theta_{۲}$) می‌توان موقعیت زاویه‌ای بقیه عضوها را به دست آورد که به این عملیات آنالیز جابه‌جایی مکانیزم گفته می‌شود. بدیهی است اگر موقعیت زاویه‌ای همه اعضا مشخص شود، آنگاه موقعیت مکانی تمامی نقاط روی لینک‌ها، از جمله مکان نقطه P، را می‌توان بدست آورد. در ادامه روابط مربوط به آنالیز جابجایی مکانیزم چهارمیله‌ای ارائه خواهند شد.



شکل ۱ شماتیک کلی مکانیزم چهارمیله‌ای

Figure 1. A schematic view of the four-bar mechanism

در آنالیز جابجایی، $\theta_{۲}$ متغیر مستقل و $\theta_{۳}$ و $\theta_{۴}$ متغیرهای وابسته (مجهول) هستند. پارامترهای ثابت معلوم طول عضوهای مختلف مکانیزم شامل $r_{۱}$، $r_{۲}$ ، $r_{۳}$ ، $r_{۴}$ ، $r_{۵}$ ، $r_{۶}$ و زاویه $\theta_{۱}$ هستند. البته بجای $r_{۶}$ گاهی زاویه ثابت α به عنوان پارامتر ثابت در نظر گرفته می‌شود. زمانی که این پارامترها معلوم باشند، یعنی مکانیزم داده شده باشد، با اطلاع از مقدار $\theta_{۲}$ می‌توان $\theta_{۳}$ و $\theta_{۴}$ را با استفاده از روابط زیر به دست آورد [۹]:

$$\vec{D} = \vec{R_1} - \vec{R_2} \tag{۱}$$

$$d = |D| = \sqrt{D_X^2 + D_Y^2} \tag{۲}$$

$$\theta_{\mathrm{D}} = \tan^{-1}\left(\frac{D_Y}{D_X}\right) \tag{۳}$$

$$\Delta = (\pm 1)\left|\cos^{-1}\left[\frac{r_3^2 + D^2 - r_4^2}{2 r_3 D}\right]\right| \tag{۴}$$

$$\sigma = (\pm 1)\left|\cos^{-1}\left[\frac{r_4^2 + D^2 - r_3^2}{2 r_4 D}\right]\right| \tag{۵}$$

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$\theta_3 = \theta_D + \Delta \quad (۶)$$

$$\theta_4 = \theta_D + (\pi - \sigma) \quad (۷)$$

حال با اطلاع از $\theta_۳$ و $\theta_۴$، می‌توان موقعیت جدید نقطه P را هم به دست آورد.

$$\overrightarrow{R_P} = \overrightarrow{R_2} + \overrightarrow{R_5}, \quad \overrightarrow{R_5} = r_5 e^{i(\theta_3+\alpha)} \quad (۸)$$

$$X_P = r_2\cos(\theta_2) + r_5\cos(\theta_3+\alpha), Y_P = r_2\sin(\theta_2) + r_5\sin(\theta_3+\alpha) \quad (۹)$$

۳- بهینه‌سازی مکانیزم

یکی از مهم‌ترین مراحل یک فرایند بهینه‌سازی، انتخاب یک تابع هدف مناسب است. پرکاربردترین تابع هدف که برای طراحی یک مکانیزم تولید مسیر استفاده می‌شود، خطای مکان است که به‌عنوان مجموع مربعات فاصلهٔ اقلیدسی بین نقاط هدف و نقاط به‌دست‌آمده از عضو واسط تعریف می شود [۶]. همچنین برای انجام فرایند بهینه‌سازی، پارامترهای طراحی مساله، قیود حاکم و الگوریتم بهینه‌سازی مورداستفاده نیز باید مشخص شوند.

۳-۱- تعریف مساله بهینه‌سازی

سنتز ابعادی مکانیزم چهارمیله‌ای براساس مساله تولیدمسیر موضوع این مقاله است. در این حالت، طول لینک‌ها و زوایا و فواصل ثابت در مکانیزم به عنوان متغیرهای طراحی مساله بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شوند. در نهایت و پس از طی فرایند بهینه‌سازی، مقادیر بهینه متغیرهای طراحی باید استخراج شوند. متغیرهای طراحی و تابع هدف تعریف‌شده در این مساله در بخش ۳-۳ و براساس حالات طراحی بصورت کامل توصیف خواهند شد.

در هر مساله بهینه‌سازی، قیودی برای تغییرات متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شود. قیودی که برای طراحی یک مکانیزم می توان در نظر گرفت عبارتند از:

- نسبت طول‌ها در طراحی خیلی مهم هستند که نسبت بیشترین طول اعضا به کمترین آن از یک حدی فراتر نرود.
- شرط گراشفی در طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای همواره یکی از قیود و شرط‌های مهم برای تولید یک حرکت پیوسته است. بر اساس معیار گراشف، شرط اینکه در مکانیزم چهارمیله‌ای حداقل یک عضو بتواند دوران کامل داشته باشد (مکانیزم حرکت پیوسته‌ای داشته باشد) این است که رابطه ۱۰ بین طول لینک‌ها برقرار باشد:

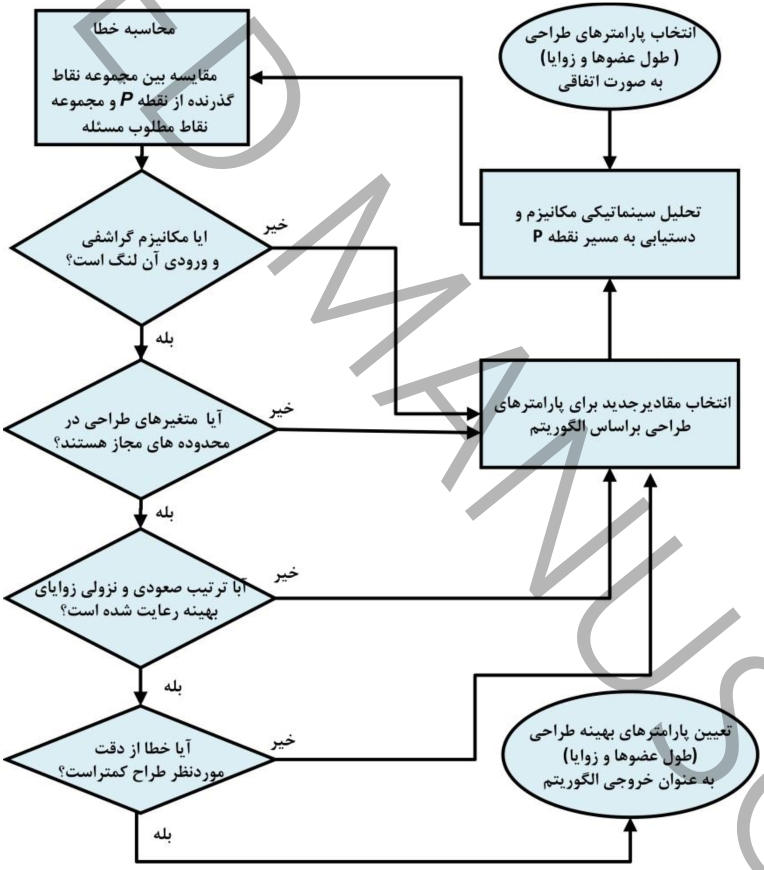
$$l + s \le p + q \quad (۱۰)$$

  که l و s به ترتیب طول بلندترین و کوتاهترین عضوهای مکانیزم و p و q طول دو عضو دیگر هستند.
- شرط لنگ‌بودن عضو ورودی، نیز از جمله شروط دیگری است که در طراحی مکانیزم‌ها مدنظر قرار می‌گیرد. لنگ‌بودن عضو ورودی را می‌توان براساس مکان عضو کوتاه‌تر مکانیزم تعیین کرد.
- قید توالی زوایای ورودی نیز باید در نظر گرفته شود، بگونه‌ای که مکانیزم طراحی‌شده بتواند از نقاط دقت با ترتیبی که مشخص شده عبور نماید.
- قید بعدی که برای طراحی یک مکانیزم باید در نظر گرفت این است که یک محدوده مجاز متغیرهای طراحی برای طول لینک‌ها در نظر گرفت و لینک‌ها بر این اساس طراحی شوند که از یک حدی کمتر و از یک حدی بیشتر نشوند.

برای اعمال قیود در روند اجرای الگوریتم بهینه‌سازی از تابع پنالتی استفاده خواهد شد. در واقع اگر در حین بهینه‌سازی، قیود و شرط‌هایی که اعمال شده است ارضا نشوند، تابع پنالتی مقدار تابع هدف را جریمه می‌کند و یک مقدار زیادی به آن اختصاص می‌دهد. پس با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی می‌توان یک مساله بهینه‌سازی را که دارای المان‌های توصیف‌شده است، حل نمود.

ACCEPTED MANUSCRIPT

الگوریتم‌های بهینه‌سازی وظیفه دارند مقادیر متغیرهای طراحی را به‌گونه‌ای تغییر دهند که علاوه بر ارضای قیود حاکم بر مساله، تابع هدف مدنظر کمینه یا بیشینه شود. این الگوریتم‌ها در حالت کلی به دو گروه، روش‌های گرادیانی و روش‌های جستجوی تصادفی تقسیم می‌شوند. روش‌های گرادیانی که به روش‌های فرمولی نیز معروف هستند بر پایه مشتق‌گیری از تابع هدف عمل می‌کنند. اما مشتق‌گیری از تابع هدف برای خیلی از مسائل کار سنگین و پیچیده‌ای است که همین امر سبب پیدایش روش‌های جستجو شده است. روش‌های جستجوی تصادفی خود به دو دسته روش‌های ابتکاری و روش‌های فراابتکاری تقسیم‌بندی می‌شود. روش‌های ابتکاری، جستجوهای هدایت‌شده‌ای هستند تا با استفاده از یک سری مراحل، فرایند جستجو را به‌گونه‌ای انجام دهند تا بتواند به نقطه هدف نزدیک شوند. اما روش‌های فراابتکاری، روش‌های نوینی هستند که اخیرا توسعه یافته و البته هر روزه بر تعداد این روش‌ها افزوده می‌شود. این الگوریتم‌ها معمولاً از پدیده‌های طبیعی الهام گرفته شده‌اند و نیازی به مشتق‌گیری از تابع هدف ندارند. الگوریتم‌های فراابتکاری، که براساس جستجوی تصادفی و هدایت‌شده بنا نهاده شدند، به چهار دسته‌ی الگوریتم‌های تکاملی، الگوریتم‌های بر مبنای جمعیت، الگوریتم‌های بر مبنای پدیده‌های فیزیکی و الگوریتم‌های بر مبنای جوامع انسانی تقسیم‌بندی می‌شوند [۱۶, ۱۷]. در این مقاله از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات[۱]، که یکی از الگوریتم‌های فراابتکاری بر مبنای جمعیت است استفاده شده است. شکل۲ فلوچارت مورداستفاده برای سنتز تولید مسیر مکانیزم چهارمیله‌ای صفحه‌ای را نشان می‌دهد. در بخش بعدی به توضیح الگوریتم و فلوچارت بهینه‌سازی ازدحام ذرات پرداخته می‌شود.



شکل ۲ الگوریتم سنتز تولیدمسیر مکانیزم چهارمیله‌ای

Figure 2. The path generation synthesis algorithm for a four-bar mechanism

1- Particle Swarm Optimization (PSO)

ACCEPTED MANUSCRIPT

۳-۲- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات جزء روش‌های مشهور، پرکاربرد و توانمند است که در سال ۱۹۹۵ توسط کندی[۱] و ابرهارت[۲] از طریق الهام از رفتار دسته‌جمعی موجوداتی مثل پرندگان و حشرات ارائه شده است. اساس این الگوریتم بدین‌گونه بوده است که اگر یکی از اعضای گروه منبعی از غذا پیدا کند، علاوه بر این که خود به دنبال آن می‌رود بقیه اعضای گروه را نیز به همراه خود می‌کشاند. پس می‌توان گفت حرکت و فعالیت هرکدام از اعضای گروه براساس آگاهی و اندیشهٔ خود و اطلاعات کلی گروه است. تمامی اعضای جمعیت دو مشخصهٔ اصلی و مهم دارند: موقعیت و سرعت. این دو مشخصه دائماً در حال تغییر و اصلاح‌اند و مشخص‌کننده مسیر حرکت هر عضو در فضای طراحی مساله هستند. همه اعضا به دنبال جستجوی نقطه بهینه هستند، ضمن اینکه هرکدام از اعضا بهترین موقعیت خود را نسبت به موقعیت‌های قبلی در حافظه خود نگه می‌دارند. اطلاعاتی که میان اعضا تبادل می‌شود براساس بهترین نقاط برای هر عضو و بهترین نقطه تمام اعضا، باعث به‌روزشدن مداوم موقعیت و سرعت هر عضو مطابق روابط زیر می‌شود [۱۸]:

$$V_j(i) = \gamma V_j(i-1) + c_1 r_1 \left(P_{best,j} - X_j(i-1)\right) + c_2 r_2 \left(G_{best} - X_j(i-1)\right), \quad j = 1,2,\ldots,N \qquad (۱۱)$$

$$X_j(i) = X_j(i-1) + V_j(i) \qquad j = 1,2,\ldots,N \qquad (۱۲)$$

c_1 و c_2 به‌ترتیب نرخ دریافت اطلاعات شخصی و گروهی هستند که معمولا برابر عدد ثابت ۲ در نظر گرفته می‌شوند. r_1 و r_2 نیز اعداد رندوم بین صفر و یک هستند. G_{best} بهترین مکان در میان کل اعضا است و $P_{best,j}$ نیز بهترین نقطه برای عضو j ام می‌باشد. همچنین γ ضریب وزنی است که بین یک مقدار کمینه و بیشینه به‌صورت خطی تغییر می‌کند. مقدار بالای این ضریب وزنی برای جستجوی کلی و مقدار پایین آن برای جستجوی محلی مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین در روند مراحل تکرار الگوریتم برای پیداکردن نقطه بهینه، این ضریب به‌صورت خطی و مطابق رابطه زیر کاهش می‌یابد تا در آخرین مرحله به کمترین مقدار خود می‌رسد.

$$\gamma(i) = \gamma_{max} - \{\frac{\gamma_{max} - \gamma_{\min}}{i_{max}}\} i \qquad (۱۳)$$

که در رابطه بالا، i شماره تکرار و $i_{\max}$ بیشینه مراحل تعیین شده برای تکرار الگوریتم است که γ را در فرایند بهینه‌سازی به‌صورت خطی از $\gamma_{\max}$ تا $\gamma_{\min}$ تغییر داده می‌شود. γ اگر مقدار بالا انتخاب شود، به عنوان مثال نزدیک به ۱، گام‌های حرکتی در فرایند بهینه‌سازی، گام‌های درشتی است و اگر مقادیر نزدیک به صفرانتخاب شود گام‌های حرکتی ریزتر است و بابت همین موضوع γ را به‌صورت کاهشی قرار داده می‌شود. در صورتی حل نهایی مساله همگرا شده و نقطه بهینه به دست می‌آید که همهٔ عضوها به یک نقطه نزدیک شوند یا فاصله اعضا از یکدیگر تا مقدار تعیین شده‌ای کاهش یابد. معمولاً الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای مسائلی استفاده می‌شود که بیشینه‌کردن تابع هدف مدنظر باشد؛ اما اگر در مواردی مساله موردنظر مینیمم‌سازی تابع هزینه باشد می‌توان با ضرب تابع در یک منفی مساله کمینه‌سازی را به یک مساله بیشینه‌سازی تبدیل نمود و در نهایت تابع جدید را به این الگوریتم حل نمود [۱۹]. با توجه به شکل ۳ که فلوچارت الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات را نشان می‌دهد، مراحل اجرای این الگوریتم را می‌توان بصورت زیر خلاصه نمود:

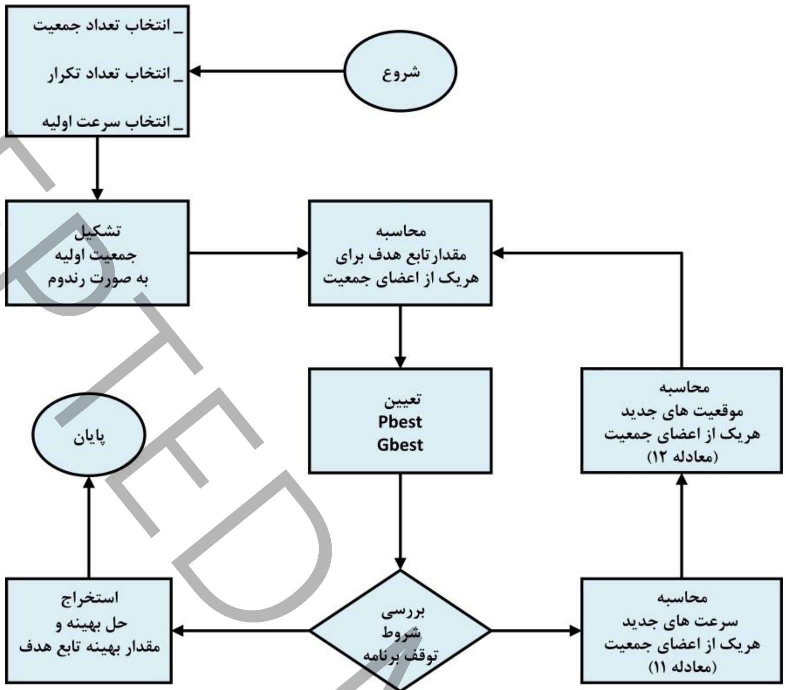
- تصمیم‌گیری درخصوص انتخاب‌های اولیه همانند: تعدادجمعیت، تعداد تکرار، سرعت اولیه و برخی از پارامترها مانند c_1 و c_2 و γ
- تشکیل جمعیت اولیه به‌صورت رندوم
- محاسبه مقدار تابع هدف برای هرکدام از اعضای جمعیت
- تعیین $P_{best,j}$ و G_{best}

1- Kennedy
2- Eberhart

ACCEPTED MANUSCRIPT

- بررسی شروط توقف
- محاسبه سرعت و موقعیت جدید هر کدام از اعضای جمعیت

روند تکرار حلقه ادامه می‌یابد تا جایی که یکی از شروط توقف برنامه ارضا شود و بردار طراحی بهینه بدست آید.



شکل ۳ فلوچارت الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

Figure 3. The flowchart of the PSO algorithm

۳-۳- حالات مختلف طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای

برای سنتز تولید مسیر یک مکانیزم چهارمیله‌ای در حالت عمومی، تابع هدف مساله بهینه‌سازی، که خطای بین مسیر تولیدشده توسط مکانیزم و مسیر خواسته‌شده (مطلوب) است، بصورت زیر تعریف می‌شود:

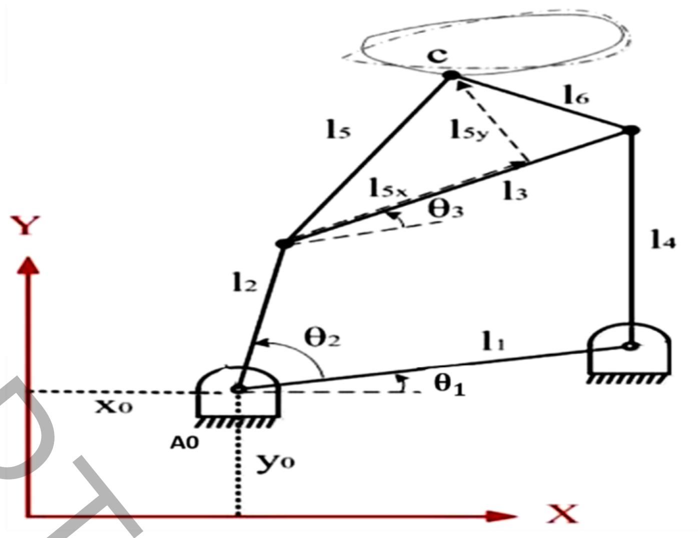
$$F_1=\frac{1}{n}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\left[\left(C_{xd}^i-C_x^i\left(X\right)\right)^2+\left(C_{yd}^i-C_y^i\left(X\right)\right)^2\right]\right)} \quad (۱۴)$$

که n تعداد نقاط دقت مساله و $C_d^i=\left[C_{xd}^i, C_{yd}^i\right]^T$ مجموعه نقاط مطلوب مساله است. همچنین $C^i=\left[C_x^i, C_y^i\right]^T$ مجموعه نقاطی است که نقطه P عضو واسط مکانیزم طراحی‌شده از آن عبور می‌کند. همچنین با توجه به شکل ۵، متغیرهای طراحی مساله بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$X=[l_1,l_2,l_3,l_4,l_{5x},l_{5y},x_0,y_0,\theta_1] \quad (۱۵)$$

که در آن $l_i\ (i=۱...۵)$ بیانگر طول لینک‌ها مطابق شکل ۴، $x_۰$ و $y_۰$ مختصات مفصل $A_۰$ در صفحه و $\theta_۱$ نیز زاویه عضو زمین نسبت به محور افقی می‌باشد. در سنتز تولید مسیر یک مکانیزم چهارمیله‌ای، می‌توان حالات مختلفی برای طراحی در نظر گرفت که در ادامه به توضیح آن پرداخته خواهد شد.

ACCEPTED MANUSCRIPT



شکل ۴ متغیرهای طراحی موجود در مساله سنتز مکانیزم چهارمیله‌ای

Figure 4. Design variables for the synthesis problem of the four-bar mechanism

۳-۲-۱- حالت۱: طراحی مکانیزم بدون زمان‌بندی معین

در این حالت هیچ زمان‌بندی مشخصی برای عبور مکانیزم از نقاط مطلوب تعیین نمی‌شود، بنابراین مکانیزم آزاد است با هر فاصله زمانی از روی نقاط مطلوب عبور نماید. در واقع در این مساله، هدف فقط عبور از روی نقاط است. باتوجه‌به اینکه طراحی مکانیزم بدون زمان‌بندی است، به تعداد نقاط دقت زاویه مجهول برای عضو ورودی تعریف می‌شود، که این مجهولات نیز باید در طی فرایند بهینه‌سازی بدست آیند. بنابراین در این حالت، پارامترهای طراحی مساله بهینه‌سازی به‌صورت بردار زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$X = [l_1, l_2, l_3, l_4, l_{5x}, l_{5y}, x_0, y_0, \theta_1, \theta_2^1, \theta_2^2, ..., \theta_2^n] \quad (۱۶)$$

که در آن $\theta_۲^i \ (i = ۱...n)$ زوایای عضو ورودی با محور Xها متناظر با n نقطه دقت مساله می‌باشد. بنابراین باتوجه به تعداد نقاط دقت مساله، $n + ۹$ پارامتر طراحی وجود خواهد داشت. پارامترها باید بگونه‌ای تعیین شوند تا مسیر نقطه P مکانیزم طراحی‌شده از نقاط دقت مساله عبور نماید. در این حالت از طراحی، برای تابع هدف می‌توان از همان رابطه ۱۴ استفاده نمود ($F_{obj} = F_۱$).

۳-۲-۲- حالت۲: طراحی مکانیزم بازمان‌بندی معین($\theta_۲^i$ متغیرطراحی نباشد)

در این حالت، هر چند هدف اصلی همچنان طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای براساس کمترین خطای مسیر است، اما زمان‌بندی عبور از نقاط مطلوب نیز دارای اهمیت است و مقادیر آن توسط مساله داده می‌شود. از سویی، با توجه به سرعت زاویه‌ای ثابتی که برای لینک ورودی در نظر گرفته می‌شود، زمان عبور از نقاط دقت با تغییرات زاویه‌ای عضو ورودی متناسب است. بنابراین، بجای ارائه زمان، صورت مساله معمولاً زوایای $\theta_۲^i \ (i = ۱...n)$ را بصورت عددی تعیین می‌کند و مکانیزم طراحی شده مجبور است در هر یک از این زوایای داده شده از نقطه دقت متناظر عبور نماید. بردار متغیرهای طراحی در این حالت همان رابطه (۱۵) خواهد بود. همچنین تابع هدف نیز مشابه حالت قبل بصورت معادله (۱۴) در نظر گرفته می‌شود ($F_{obj} = F_۱$). باید توجه نمود تفاوت این حالت با حالت بدون زمان‌بندی معین این است که زوایای داده شده برای لینک ورودی، موجب محدودشدن مساله و کاهش فضای طراحی می‌شود، بدین معنی که حل مساله سخت‌تر خواهد بود و احتمالا مقادیر بالاتری برای خطای مسیر نسبت به حالت۱ ایجاد خواهد شد. در واقع در حالت۱ که بدون زمان‌بندی معین بود هیچ‌گونه محدودیتی برای $\theta_۲$ها وجود نداشت و آزاد بودند که هر زاویه‌ای داشته باشند، اما در حالت۲ این زوایا مقادیر مشخص و معینی هستند.

ACCEPTED MANUSCRIPT

۳-۲-۳- حالت۳: طراحی مکانیزم با زمان‌بندی معین (θ_2^1 متغیرطراحی باشد)

این حالت مشابه حالت۲ است و تنها تفاوتی که وجود دارد این است که θ_2^1 در حالت۳ جزء متغیرهای طراحی است. در واقع در اینجا بجای زمان عبور از هر نقطه دقت، اختلاف زمان در عبور از نقاط مختلف دارای اهمیت است. به عبارتی دیگر، بجای مقادیر مشخص زاویه ورودی برای یک نقطه دقت خاص، اختلاف زاویه عضو ورودی در عبور از نقاط دقت مختلف توسط صورت مساله داده می‌شود. بنابراین در این حالت پارامترهای طراحی بصورت رابطه زیر تعریف می‌شوند.

$$X = [l_1, l_2, l_3, l_4, l_{5x}, l_{5y}, x_0, y_0, \theta_1, \theta_2^1] \tag{۱۷}$$

اگر مساله تغییرات مطلوب زاویه ورودی در عبور از نقاط دقت را بصورت $\Delta\theta_i \quad (i = 1,...,n-1)$ بدهد، آنگاه مقادیر θ_2^i با استفاده از θ_2^1 بهینه و بصورت زیر بدست می‌آیند.

$$\theta_2^{(i+1)} = \theta_2^i + \Delta\theta_i, \;\; i = 1,2,...,n-1 \tag{۱۸}$$

در حالت۳ نیز رابطه تابع هدف همان رابطه معرفی‌شده برای حالات قبلی است ($F_{obj} = F_1$).

۳-۲-۴- حالت۴: طراحی مکانیزم با زمان‌بندی معین و براساس دو تابع هدف

در دو حالت قبلی، که مربوط به طراحی با زمان‌بندی معین بوده است، زوایای عضو ورودی براساس خواسته مساله بصورت دقیق تعیین می‌شدند، بدین معنی که هیچ اختلافی در این زوایا مورد قبول نبوده است. اما در حالت۴، بازه‌ای برای هر کدام از زوایای عضو ورودی (متناظر با هر نقطه دقت) در نظر گرفته می‌شود، و این زوایا در این بازه می‌توانند دارای تغییرات باشند. در این صورت، مساله طراحی با زمان‌بندی معین دقیقا در زاویه‌های خواسته مساله رخ نخواهد داد و خطایی در این خصوص قابل تعریف است. هدف اصلی از طراحی در حالت چهارم این است که بین خطای مسیر و خطای زاویه‌گیری یک تعادلی برقرار گردد. در واقع در حالات ۲ و ۳ که خطای زاویه‌گیری صفر بوده است، خطای مسیر بالاتر است، اما در حالت۴، با توجه به بازه‌ای که در خصوص زوایا داده شده، خطای مسیر قطعا کمتر خواهد شد. بنابراین، در حالت۴ علاوه بر این که خطای مسیر کمینه می‌شود، می‌توان خطای زاویه‌گیری را هم به عنوان تابع هدف جدید مدنظر قرار داد. در نهایت دو تابع هدف با هم جمع می‌شوند و تابع هدف کلی برای این حالت بصورت زیر خواهد بود.

$$F_{Obj} = M_1 F_1 + M_2 F_2 \tag{۱۹}$$

که F_1 و F_2 توابع هدف مربوط به خطای مسیر و خطای زاویه هستند. M_1 و M_2 ضرائب وزنی هستند که برابر ۱ در نظر گرفته می شوند، F_1 در رابطه ۱۴ داده شده و F_2 نیز بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$F_2 = \frac{1}{n}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\theta_{2d}^i - \theta_2^i\right)^2} \tag{۲۰}$$

در این حالت، متغیرهای طراحی مساله نیز همان بردار معادله ۱۶ می‌باشد.

در بخش بعدی به ارائه چندین مثال عددی مختلف پرداخته می‌شود تا اثرات استفاده از حالات مختلف طراحی در فرایند طراحی روشن‌تر شود. این مثال‌ها شامل تعداد نقاط دقت مختلفی هستند، بدیهی است هر چه تعداد نقاط دقت افزایش یابد حل مساله سنتز تولید مسیر سخت‌تر و پیچیده‌تر خواهد بود.

۴- مثال عددی

برای بهینه‌سازی مکانیزم در حالات مختلف، کدنویسی روابط سینماتیکی مکانیزم در نرم‌افزار متلب انجام شده است. همچنین برای الگوریتم ازدحام ذرات نیز کدنویسی در متلب انجام، و پارامترهای مربوط به الگوریتم تنظیم شدند. برای حل همه مثال‌های عددی این

ACCEPTED MANUSCRIPT

ACCEPTED MANUSCRIPT

پژوهش، تعداد جمعیت برابر ۱۵۰ در نظر گرفته شده است. همچنین تعداد بیشینه تکرارها در فرایند بهینه‌سازی نیز برابر ۲۰۰۰۰ انتخاب شد.

۴-۱- مساله اول: مسیر با ۶ نقطه دقت

در اولین مثال، مسیری با شش نقطه دقت در نظر گرفته شده و طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای برای مسیر داده‌شده مدنظر قرار می گیرد. نقاط دقت مطلوب این مساله در جدول۱ ارائه شده است. محدوده‌های مجاز متغیرهای طراحی نیز در جدول۲ آورده شده است. مساله مدنظر براساس حالات مختلف طراحی، که در بخش‌های قبلی توضیح داده شدند، حل شده و نتایج آن‌ها مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

جدول ۱ نقاط دقت مطلوب مساله اول [۲۰]

Table 1. Precision points for the first problem [20]

P_6	P_5	P_4	P_3	P_2	P_1	
۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	x_{des}
۴۵	۴۰	۳۵	۳۰	۲۵	۲۰	y_{des}

جدول ۲ محدوده تغییرات متغیرهای طراحی مساله اول[۲۰]

Table 2. Range of changes in design variables for the first problem [20]

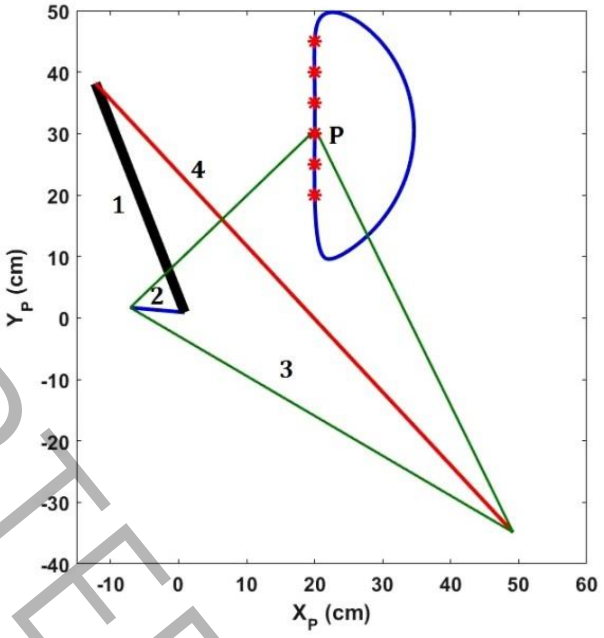
$\theta_2^i\ (i=1..n)$ (deg)	θ_1 (deg)	y_0 (cm)	x_0 (cm)	l_{5y} (cm)	l_{5x} (cm)	l_4 (cm)	l_3 (cm)	l_2 (cm)	l_1 (cm)	
۰	۰	-۶۰	-۶۰	-۶۰	-۶۰	۵	۵	۵	۵	محدوده پایین
۳۶۰	۳۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	محدوده بالا

۴-۱-۱ حل مساله اول در حالت اول طراحی

در حالت۱، که براساس مساله تولید مسیر بدون زمان‌بندی معین می‌باشد، علاوه بر ۹ متغیر طراحی اصلی، ۶ متغیر طراحی جدید نیز بر مبنای ۶ نقطه دقت وجود خواهد داشت، و در نهایت مساله دارای ۱۵ متغیر طراحی خواهد بود. بدین معنی که θ_2های مجهول هم به متغیرهای طراحی برنامه اضافه می‌شوند. از این ۱۵ متغیر طراحی، ۸ متغیر اول از جنس طول و ۷ متغیر بعدی از جنس زاویه هستند. با طی فرایند طراحی به کمک روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات، مکانیزم چهارمیله‌ای، نشان داده شده در شکل ۵، طراحی شد. شایان ذکر است با تغییر مقادیر کمینه و بیشینه γ و از بین اجراهای مختلف برنامه، بهترین نتیجه استخراج و به عنوان طرح بهینه مکانیزم انتخاب شد. حل بهینه در این حالت براساس تغییرات γ بین ۰/۵ تا ۰/۹ بدست آمده و مقدار تابع هدف نیز ۰/۰۱۶۱ شده است.

۴-۱-۲ حل مساله اول در حالت دوم طراحی

در این حالت، براساس آنچه که در بخش‌های قبلی توضیح داده شد، زوایای لینک ورودی به‌ازای هر کدام از نقاط دقت توسط مساله داده می‌شود. بنابراین مساله تنها ۹ متغیر طراحی دارد. زوایای لینک ورودی برای این حالت در جدول۳ مشخص شده است.



شکل ۵ مکانیزم طراحی‌شده در حالت اول برای مساله ۶ نقطه دقت

Figure 5. The designed mechanism in Case1 for the problem with 6 precision points

جدول ۳ زوایای مطلوب لینک ورودی برای حل حالت دوم در مساله اول

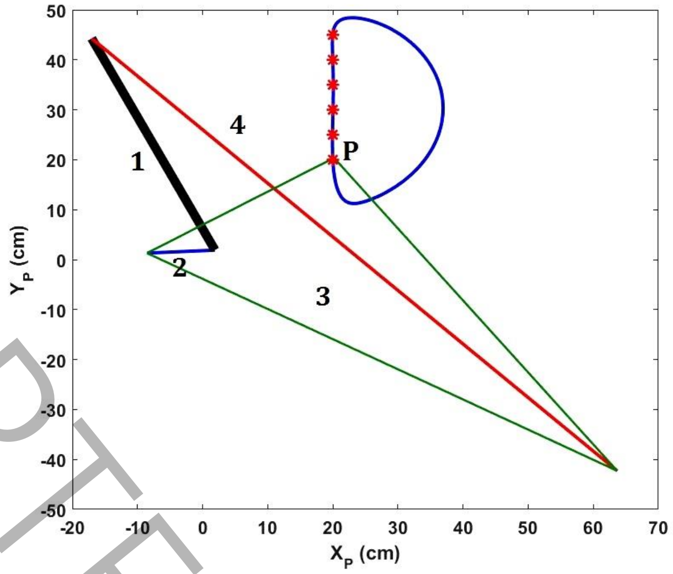
Table 3. Desired angles of the input link for design in Case2 of the first problem

θ_2^6 (deg)	θ_2^5 (deg)	θ_2^4 (deg)	θ_2^3 (deg)	θ_2^2 (deg)	θ_2^1 (deg)
۱۳۲/۳۵	۱۵۰/۶۹	۱۶۶/۱۶	۱۸۱/۰۵	۱۹۶/۵۲	۲۱۳/۷۱

در این حالت هم اجراهای مختلفی براساس تغییر در مقادیر کمینه و بیشینه γ انجام شد تا بتوان مکانیزم بهینه‌ای که بتواند ۶ نقطه دقت مدنظر مساله را با کمترین خطا طی کند را به دست آورد. بهترین مکانیزم به دست آمده با خطای مسیر F_1برابر ۰/۰۶۵۷ و با استفاده از مقادیر کمینه و بیشینه γ برابر با ۰/۵ تا ۰/۹ بوده است. شکل ۶، شش نقطه دقت مساله و مسیر طی شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت دوم نشان می‌دهد که بیانگر عملکرد درست مکانیزم طراحی شده است.

ACCEPTED MANUSCRIPT

ACCEPTED MANUSCRIPT

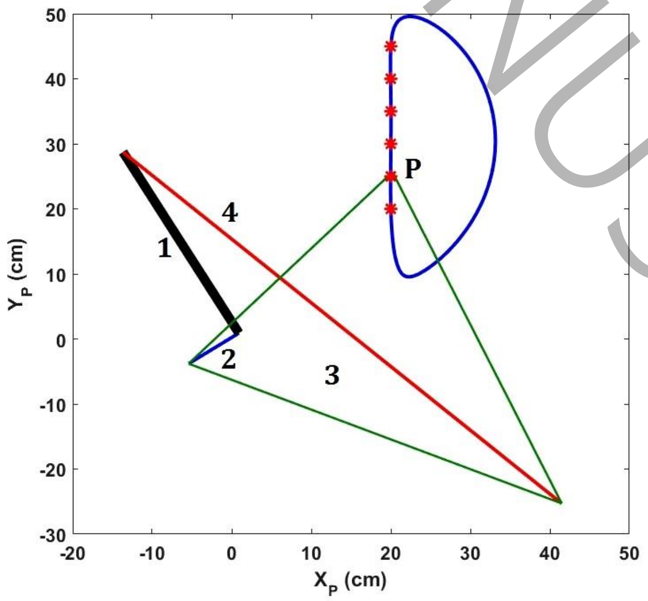


شکل ۶ مکانیزم طراحی‌شده در حالت دوم برای مساله ۶ نقطه دقت

Figure 6. The designed mechanism in Case2 for the problem with 6 precision points

۴-۱-۳ حل مساله اول در حالت سوم طراحی

همانطور که در بخش‌های قبلی توضیح داده شد، این حالت مشابه حالت قبلی است با این تفاوت که زاویه θ_2^1 مجهول بوده و جزو متغیرهای طراحی به حساب می‌آید. بنابراین در این حالت اختلاف زوایای مطلوب داده‌شده در جدول ۳ محاسبه شده و مدنظر قرار خواهد گرفت. با مشخص‌شدن θ_2^1 پس از اتمام فرایند بهینه‌سازی، بقیه زوایای لینک ورودی نیز قابل محاسبه خواهد بود. مشابه حالت‌های قبل، الگوریتم بهینه‌سازی در γهای مختلف اجرا و بهترین مکانیزم با خطای برابر با ۰/۰۲۳۲ و براساس γهای بین ۰/۶ تا ۰/۹ بدست آمد. نکته قابل‌توجه این است که در حالت سوم چون θ_2^1 آزاد است که هر زاویه‌ای بگیرد، خطای مسیر کم‌تر از حالت دوم شده است. شکل ۷، شش نقطه دقت مساله و مسیر طی‌شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت سوم نشان می‌دهد.



شکل ۷ مکانیزم طراحی‌شده در حالت سوم برای مساله ۶ نقطه دقت

Figure 7. The designed mechanism in Case3 for the problem with 6 precision points

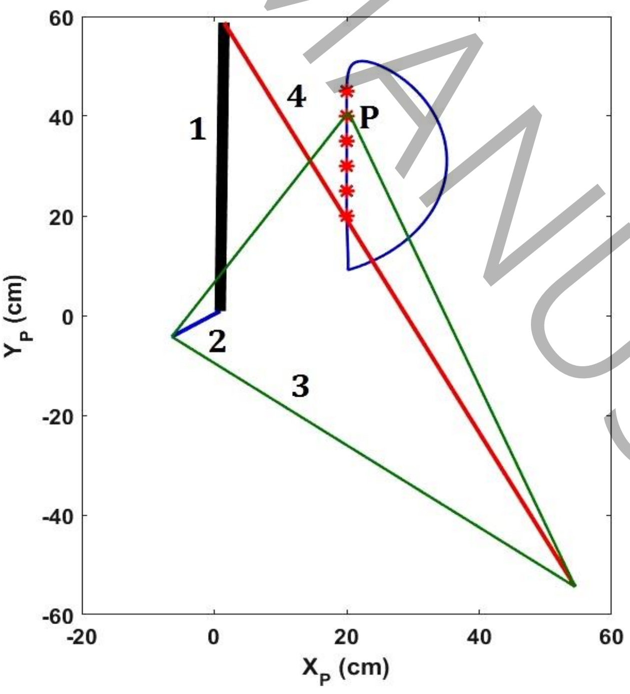
۴-۱-۴ حل مساله اول در حالت چهارم طراحی

در این بخش مطابق توضیحاتی که در قسمت‌های قبلی داده شده است، بنا است زوایای داده شده در مساله با زمان‌بندی معین با کمی خطا (و نه به‌صورت دقیق) در نظر گرفته شوند، با این هدف که خطای مسیر کاهش یابد. برای محاسبه زوایای لینک ورودی در این حالت، همان زوایای مطلوب بدست آمده از حالت اول را در نظر گرفته می‌شود، با این تفاوت که قرار است مقادیر بهینه زوایا در محدوده $\pm 2^{\circ}$ در حوالی زاویه های مطلوب بدست آیند. جدول ۴ محدوده تغییرات زوایای لینک ورودی برای این حالت را نشان می‌دهد. در واقع در این حالت نیز، مشابه حالت اول طراحی، مقادیر نهایی زوایای لینک ورودی به ازای هر یک از نقاط دقت از طریق فرایند بهینه سازی استخراج می‌شود، با این تفاوت که در اینجا محدوده تغییرات مجاز این زوایا محدود شده و در حوالی زوایای مطلوب مساله انتخاب شده است. در واقع، هر چند مساله با زمان‌بندی معین است، اما زوایای عضو ورودی در این حالت هم جزء متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شوند، به شرطی که از محدوده مجاز اعلامی خارج نشوند. از بین تمام اجراهای برنامه در این حالت، بهترین مکانیزم در تغییرات γ بین ۰/۵تا ۰/۹ و با خطای $F_{۱}$ برابر با ۰/۰۱۰۷ طراحی شد. شکل ۸، شش نقطه دقت مساله و مسیر طی شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت چهارم نشان می‌دهد که بیانگر عملکرد درست مکانیزم طراحی شده است.

جدول ۴ محدوده تغییرات زوایای لینک ورودی در حل حالت چهارم مساله اول

Table 4. Range of changes in angles of the input link for design in Case4 of the first problem

θ_2^6(deg)	θ_2^5(deg)	θ_2^4(deg)	θ_2^3(deg)	θ_2^2(deg)	θ_2^1(deg)	
۱۳۰/۳۵	۱۴۸/۶۹	۱۶۴/۱۶	۱۷۹/۰۵	۱۹۴/۵۲	۲۱۱/۷۱	محدوده پایین
۱۳۴/۳۵	۱۵۲/۶۹	۱۶۸/۱۶	۱۸۳/۰۵	۱۹۸/۵۲	۲۱۵/۷۱	محدوده بالا



شکل ۸ مکانیزم طراحی‌شده در حالت چهارم برای مساله ۶ نقطه دقت

ACCEPTED MANUSCRIPT

Figure 8. The designed mechanism in Case4 for the problem with 6 precision points

۴-۱-۵ مقایسه نتایج حالات مختلف در مساله اول

جدول ۵ متغیرهای طراحی و مقادیر توابع هدف $F_۱$ و $F_۲$ را در چهار حالت طراحی نشان می‌دهد. بر اساس آنچه در جدول ۵ آمده است، نتایج زیر قابل‌استخراج است:

- به‌صورت کلی در حالت‌های با زمان‌بندی معین به دلیل این که الگوریتم بهینه‌سازی مقید می‌شود که در زاویه‌های مشخص مکانیزم را طراحی کند، خطای تولید مسیر نسبت به حالت بدون زمان‌بندی بیشتر شده است.
- به این دلیل که در حالت دوم، زمان‌بندی عبور از نقاط مطلوب مقادیر مشخص و معینی دارند، خطای تولید مسیر نسبت به حالت اول که هیچ‌گونه محدودیتی وجود ندارد بیشتر شده است.
- به دلیل متغیرگرفتن زاویه $\theta_۲^۱$ در حالت سوم، خطای تولید مسیر در این حالت نسبت به حالت دوم کمتر شده است.
- با مقایسه حالت‌های با زمان‌بندی معین، در حالت چهارم به دلیل این که بازه‌ای برای هرکدام از زوایای عضو ورودی در نظر گرفته می‌شود و این زوایا در این بازه‌ها می‌توانند دارای تغییرات باشند، خطای تولید مسیر نسبت به حالت‌های دوم و سوم کمتر شده است.

۴-۲- مساله دوم: مسیر با ۱۰ نقطه دقت

دومین مثال در مورد طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای مسیری با ۱۰ نقطه دقت است. نقاط دقت مطلوب مساله و محدوده‌های مجاز متغیرهای طراحی در جداول۶ و ۷ مشخص شده است. این مساله نیز براساس حالات مختلف طراحی حل شده و نتایج آن‌ها مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

جدول ۵ متغیرهای طراحی بهینه و مقدار خطای طراحی برای مساله اول

Table 5. Optimal design variables and the error value for the first problem

	حالت اول طراحی	حالت دوم طراحی	حالت سوم طراحی	حالت چهارم طراحی
l_1 (cm)	۳۹/۵۳۰	۴۶/۴۲۷	۴۹/۰۲۲	۵۷/۸۷۲
l_2 (cm)	۷/۳۰۶	۸/۶۴۲	۱۹/۲۴۳	۷/۶۹۶
l_3 (cm)	۱۱/۰۵۵	۱۰/۳۲۷	۲۷/۳۰۳	۱۱/۰۲۷
l_4 (cm)	۳۶/۱۸۵	۴۵/۶۸۰	۵۶/۴۶۷	۵۴/۵۴۱
l_{5x} (cm)	-۱۸/۰۴	-۱۱/۴۴۹	۳۸/۸۲۷	-۱۳/۶۶۱
l_{5y} (cm)	-۲/۲۶۲	۴/۱۹۴	۲/۶۲۷	-۹/۰۸۹۵
x_0 (cm)	۹/۱۳۹	۱۶/۴۸۴	۳۶/۷۷۵	۱۱/۲۸۶
y_0 (cm)	۳۰/۷۰۱	۳۰/۶۶۳	-۶/۹۶۸	۳۰/۵۶۳
θ_1 (deg)	۱۰۹/۳۷۷	۱۱۴/۰۷۵	۳۳/۶۸۹	۸۹/۳۸۱
θ_2^1 (deg)	۲۱۳/۸۸۵	–	۲۱۸/۲۳۹	۲۱۳/۴۲۶
θ_2^2 (deg)	۱۹۶/۹۲۵	–	–	۱۹۶/۷۵۳
θ_2^3 (deg)	۱۸۱/۵۷۰	–	–	۱۸۱/۲۸۳
θ_2^4 (deg)	۱۶۶/۶۷۳	–	–	۱۶۶/۱۵۷
θ_2^5 (deg)	۱۵۱/۱۴۶	–	–	۱۵۰/۴۰۱
θ_2^6 (deg)	۱۳۲/۸۱۱	–	–	۱۳۲/۲۳۸

ACCEPTED MANUSCRIPT

۰/۰۱۰۷	۰/۰۲۳۲	۰/۰۶۵۷	۰/۰۱۶۱	F_1
۰/۰۰۳۶	۰	۰	–	F_2

جدول ۶ نقاط دقت مطلوب مساله دوم [۲۰]

Table 6. Precision points for the second problem [20]

P_{10}	P_9	P_8	P_7	P_6	P_5	P_4	P_3	P_2	P_1	
۲۰	۱۷/۶۶	۱۱/۷۳۶	۵	۰/۶۰۳۰۷	۰/۶۰۳۰۷	۵	۱۱/۷۳۶	۱۷/۶۶	۲۰	x_{des}
۱۰	۴/۸۵۷۷	۲/۱۲۱۵	۳/۰۷۱۸	۷/۲۶۳۸	۱۲/۷۳۶	۱۶/۹۲۸	۱۷/۸۷۸	۱۵/۱۴۲	۱۰	y_{des}

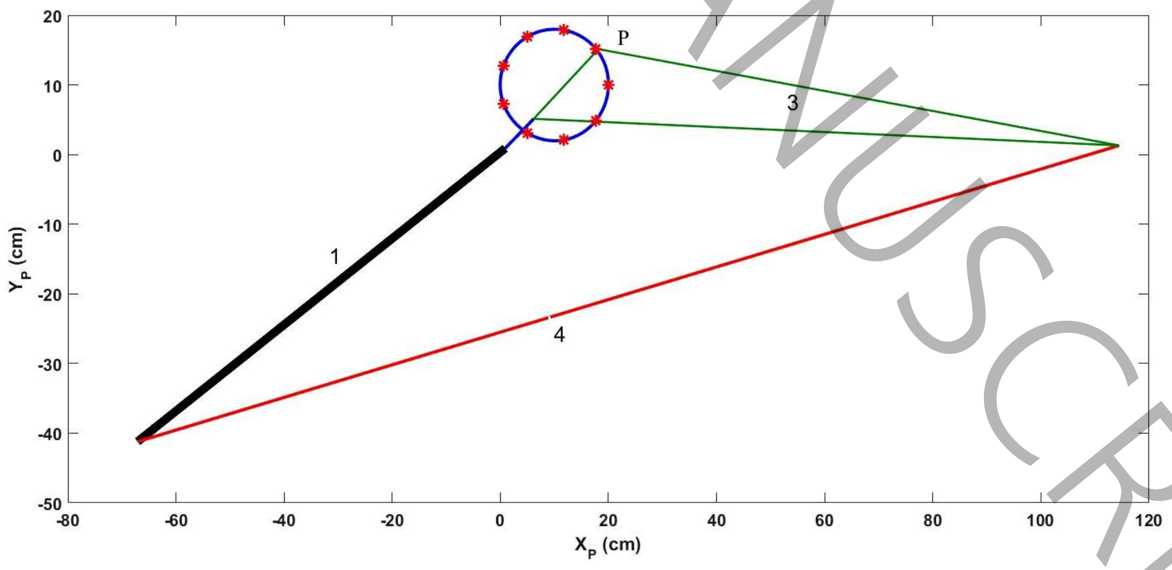
جدول ۷ محدوده تغییرات متغیرهای طراحی مساله دوم [۲۰]

Table 7. Range of changes in design variables for the second problem [20]

$\theta_2^i\ (i=1..n)$ (deg)	θ_1 (deg)	y_0 (cm)	x_0 (cm)	l_{5y} (cm)	l_{5x} (cm)	l_4 (cm)	l_3 (cm)	l_2 (cm)	l_1 (cm)	
۰	۰	-۸۰	-۸۰	-۸۰	-۸۰	۵	۵	۵	۵	محدوده پایین
۳۶۰	۳۶۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	محدوده بالا

۴-۲-۱ حل مساله دوم در حالت اول طراحی

در این حالت طراحی، برای مکانیزم چهارمیله‌ای با ۱۰ نقطه دقت، تمامی روابط و قیود مطابق توضیحاتی است که در مساله اول برای این حالت بیان شده است و مطابق آن عمل خواهد شد و در نهایت مساله دارای ۱۹ متغیر طراحی خواهد بود. در نهایت با اجراهای مختلف، مکانیزمی با خطای مسیر برابر ۰/۰۱۸۳ و براساس تغییرات γ از ۰/۹ تا ۰/۵ در حالت بدون زمان‌بندی معین طراحی شد که از تمام ۱۰ نقطه دقت مدنظر مساله عبور می‌کند. شکل ۹، ده نقطه دقت مساله و مسیرطی شده توسط مکانیزم طراحی شده را نشان می دهد که بیانگر عملکرد درست مکانیزم طراحی شده است.



شکل ۹ مکانیزم طراحی شده در حالت اول برای مساله ۱۰ نقطه دقت

ACCEPTED MANUSCRIPT

Figure 9. The designed mechanism in Case1 for the problem with 10 precision points

۴-۲-۲ حل مساله دوم در حالت دوم طراحی

در این حالت، بر اساس آنچه که در حالت دوم طراحی برای مساله اول توضیح داده شده، زوایای لینک ورودی به‌ازای هر کدام از نقاط دقت توسط مساله داده می‌شود، بنابراین مساله تنها ۹ متغیر طراحی دارد. زوایای لینک ورودی برای این حالت در جدول ۸ مشخص شده است.

جدول ۸ زوایای مطلوب لینک ورودی برای حل حالت دوم در مساله دوم

Table 8. Desired angles of the input link for design in Case2 of the second problem

θ_2^{10} (deg)	θ_2^{9} (deg)	θ_2^{8} (deg)	θ_2^{7} (deg)	θ_2^{6} (deg)	θ_2^{5} (deg)	θ_2^{4} (deg)	θ_2^{3} (deg)	θ_2^{2} (deg)	θ_2^{1} (deg)
۳۵۹/۹۵	۳۱۹/۹۳	۲۷۸/۸۱	۲۳۷/۹۴	۱۹۷/۶۹	۱۵۷/۲۱	۱۱۷/۶۲	۷۸/۶۳	۳۹/۷۵	۰

در این حالت، برای به دست آوردن یک مکانیزم بهینه که بتواند ۱۰ نقطه دقت ، مورد نظر مساله را با کمترین خطا طی کند، اجراهای مختلفی بر اساس تغییر در مقادیر کمینه و بیشینه γ انجام شد. بهترین مکانیزم که با استفاده از مقادیر کمینه و بیشینه γ در بازه ۰/۳ تا ۰/۹ به دست آمده است، دارای خطای مسیر F_1 برابر با ۰/۰۳۵۵ است. در شکل ۱۰، عملکرد صحیح مکانیزم طراحی شده در حالت دوم با نمایش ده نقطه دقت مساله و مسیر طی‌شده را نشان می‌دهد.

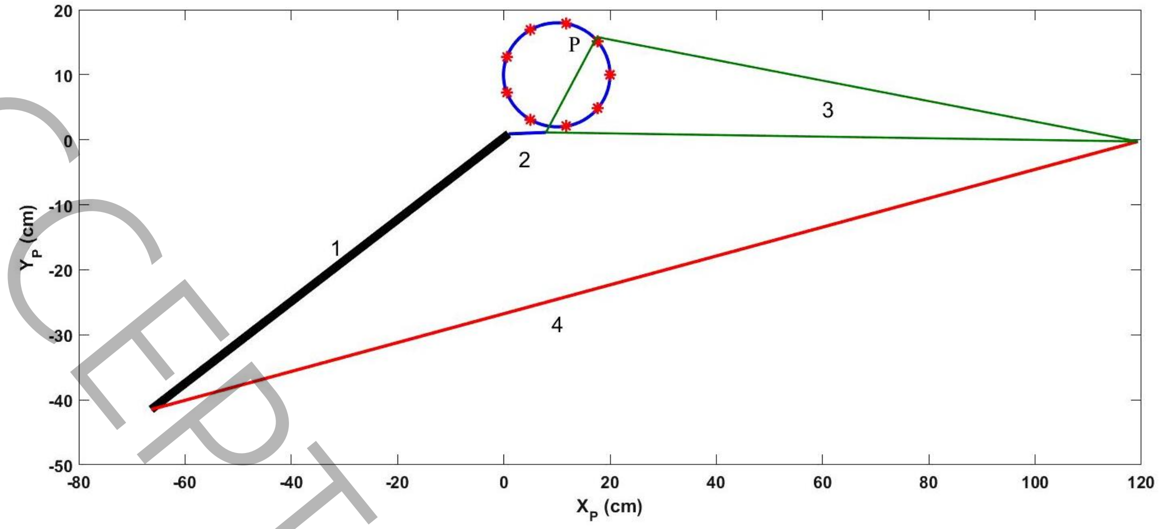
۴-۲-۳ حل مساله دوم در حالت سوم طراحی

در این حالت همانطور که در مساله اول توضیح داده شد، تمامی روابط و قیود مشابه حالت دوم است و تفاوت اصلی در زاویه θ_2^1 است که جزو مجهولات بوده و به متغیرهای طراحی اضافه می‌شود. بنابراین در این حالت اختلاف زوایای مطلوب در جدول ۸ محاسبه شده و در برنامه اعمال می‌شود. مشابه حالت‌های قبل، الگوریتم بهینه‌سازی در γهای مختلف اجرا و بهترین مکانیزم با خطای برابر با ۰/۰۲۴۱ و براساس γهای بین ۰/۹ تا ۰/۵ بدست آمد. شکل ۱۱، ده نقطه دقت مساله و مسیر طی‌شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت سوم نشان می‌دهد.

۴-۲-۴ حل مساله دوم در حالت چهارم طراحی

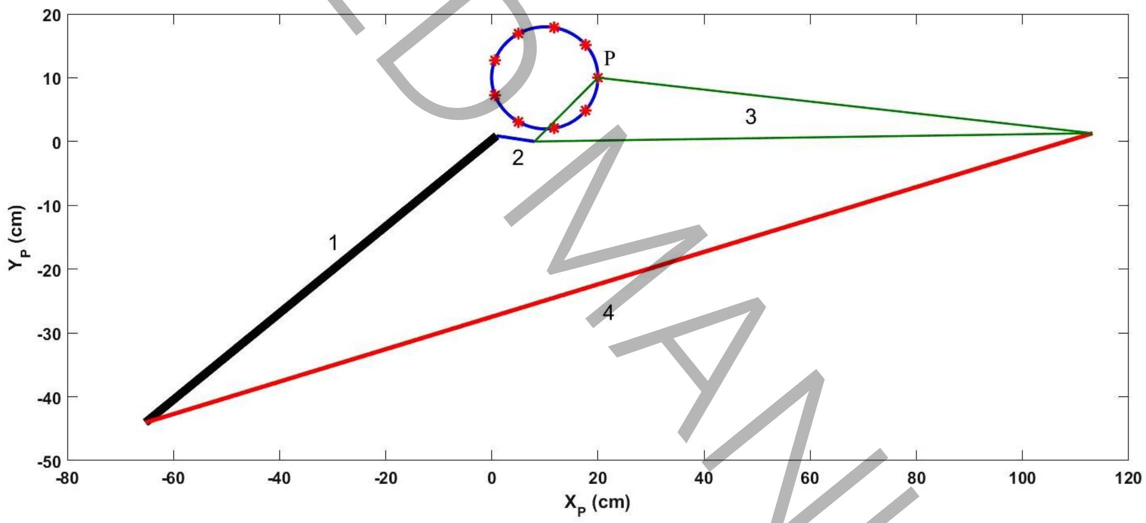
در این بخش مطابق توضیحاتی که برای حالت چهارم در بخش‌های قبلی و مساله اول داده شده است، عمل می‌شود. برای محاسبه زوایای لینک ورودی برای این حالت، محدوده $\pm 2^{\circ}$ نسبت به مقادیر جدول ۸ در نظر گرفته می‌شود. جدول ۹ محدوده تغییرات زوایای لینک ورودی برای این حالت را نشان می‌دهد. از بین تمام اجراها که برای این حالت انجام شده بهترین مکانیزم بهینه در γ برابر ۰/۶تا۰/۹ با خطای F_1 برابر ۰/۰۱۱۳ طراحی شد. شکل ۱۲، ده نقطه دقت مساله و مسیر طی شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت چهارم نشان می‌دهد که بیانگر عملکرد درست مکانیزم طراحی شده است .

ACCEPTED MANUSCRIPT



شکل ۱۰ مکانیزم طراحی‌شده در حالت دوم برای مساله ۱۰ نقطه دقت

Figure 10. The designed mechanism in Case2 for the problem with 10 precision points



شکل ۱۱ مکانیزم طراحی‌شده در حالت سوم برای مساله ۱۰ نقطه دقت

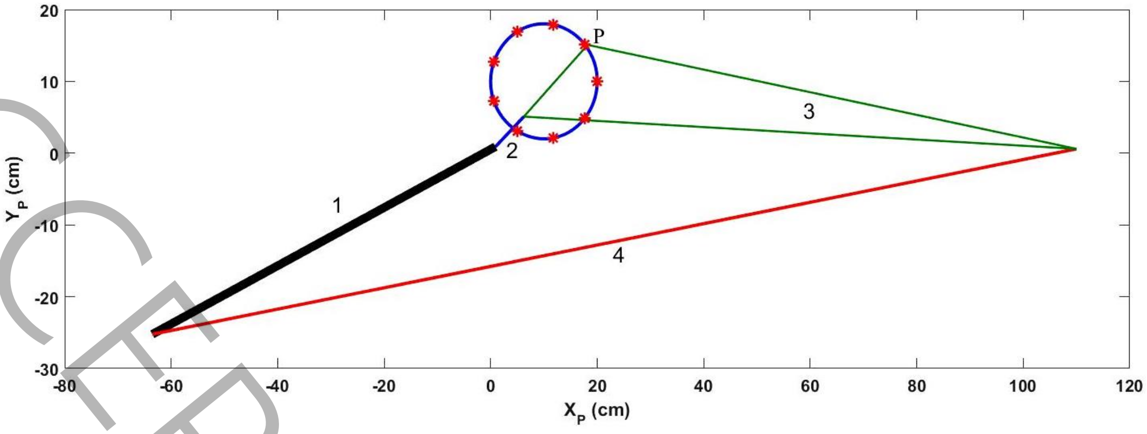
Figure 11. The designed mechanism in Case3 for the problem with 10 precision points

جدول ۹ محدوده تغییرات زوایای لینک ورودی در حالت چهارم مساله دوم

Table 9. Range of changes in angles of the input link for design in Case4 of the second problem

θ_2^{10} (deg)	θ_2^{9} (deg)	θ_2^{8} (deg)	θ_2^{7} (deg)	θ_2^{6} (deg)	θ_2^{5} (deg)	θ_2^{4} (deg)	θ_2^{3} (deg)	θ_2^{2} (deg)	θ_2^{1} (deg)	
۳۵۷/۹۵	۳۱۷/۹۳	۲۷۶/۸۱	۲۳۵/۹۴	۱۹۵/۶۹	۱۵۵/۲۱	۱۱۵/۶۲	۷۶/۶۳	۳۷/۷۵	۲-	محدوده پایین
۳۶۱/۹۵	۳۲۱/۹۳	۲۸۰/۸۱	۲۳۹/۹۴	۱۹۹/۶۹	۱۵۹/۲۱	۱۱۹/۶۲	۸۰/۶۳	۴۱/۷۵	۲	محدوده بالا

ACCEPTED MANUSCRIPT



شکل ۱۲ مکانیزم طراحی شده در حالت چهارم برای مساله ۱۰ نقطه دقت

Figure 12. The designed mechanism in Case4 for the problem with 10 precision points

۴-۲-۵ مقایسه نتایج حالات مختلف در مساله دوم

جدول ۱۰ متغیرهای طراحی و مقادیر توابع هدف $F_۱$ و $F_۲$ را در چهار حالت طراحی برای مساله دوم نشان می‌دهد. بر اساس این نتایج می‌توان نتیجه گرفت:

- به‌صورت کلی در حالت بدون زمان‌بندی معین به دلیل این که هیچ زمان‌بندی مشخصی برای عبور مکانیزم از نقاط مطلوب تعیین نمی‌شود خطای مسیر تولید شده در این حالت از حالت های با زمان‌بندی معین کمتر است.
- با مقایسه بین دو حالت چهارم و حالت اول، در حالت چهارم به دلیل این که بازه‌ای برای هرکدام از زوایای عضو ورودی در نظر گرفته می‌شود و این زوایا در این بازه‌ها می‌توانند دارای تغییرات باشند، خطای تولید مسیر نسبت به حالت اول که هیچ زمان بندی مشخصی تعیین نمی‌شود کمتر شده است.

جدول ۱۰ متغیرهای طراحی بهینه و مقدار خطای طراحی برای مساله دوم

Table 10. Optimal design variables and the error value for the second problem

	حالت اول طراحی	حالت دوم طراحی	حالت سوم طراحی	حالت چهارم طراحی
l_1 (cm)	۸۰	۷۹/۵۱۱	۸۰	۶۹/۵۴۵
l_2 (cm)	۸/۰۲۳	۸/۰۱۹	۸/۰۱۹	۸/۰۴۰
l_3 (cm)	۵۸/۲۵۷	۵۵/۴۶۴	۵۹/۸۹۸	۴۰/۹۶۸
l_4 (cm)	۳۴/۴۹۳	۳۹/۸۳۵	۳۳/۱۹۹	۴۰/۴۶۱
l_{5x} (cm)	-۹/۴۵۱	-۱۰/۳۶۳	-۱۰/۲۳۱	-۶/۲۴۲
l_{5y} (cm)	-۸/۴۲۵	-۷/۴۶۱	-۸/۴۲۹	-۶/۰۴۳
x_0 (cm)	۱۱/۱۲۹	۱۱/۰۸۰	۱۱/۰۹۸	۱۰/۸۵۱
y_0 (cm)	-۲/۶۲۷	-۲/۷۴۱	-۳/۲۳۱	۱/۳۷۶
θ_1 (deg)	۲۱۱/۷۷۰	۲۱۲/۲۱۷	۲۱۴/۱۸۸	۲۰۲/۰۷۶
θ_2^1 (deg)	٠	–	۰/۰۶۸	۰/۰۴۹
θ_2^2 (deg)	۳۹/۷۵۱	–	–	۳۹/۲۷۶
θ_2^3 (deg)	۷۸/۶۲۶	–	–	۷۸/۰۰۲
θ_2^4 (deg)	۱۱۷/۶۱۶	–	–	۱۱۷/۴۵۶
θ_2^5 (deg)	۱۵۷/۲۱۳	–	–	۱۵۷/۰۲۴

ACCEPTED MANUSCRIPT

۱۹۷/۴۵۸	–	–	۱۹۷/۶۸۷	θ_2^6 (deg)
۲۳۸/۱۴۴	-	-	۲۳۷/۹۳۷	θ_2^7 (deg)
۲۷۹/۰۰۱	-	-	۲۷۸/۸۱۲	θ_2^8 (deg)
۳۱۹/۹۱۶	-	-	۳۱۹/۹۲۸	θ_2^9 (deg)
۳۶۰	-	-	۳۵۹/۹۵۵	θ_2^{10} (deg)
۰/۰۱۱۳	۰/۰۲۴۱	۰/۰۳۵۵	۰/۰۱۸۳	F_1
۰/۰۰۵۰	۰	۰	–	F_2

۴-۳- مساله سوم: مسیر با ۲۰ نقطه دقت

سومین مثال در مورد طراحی مکانیزم چهارمیله‌ای مسیری با ۲۰ نقطه دقت است. نقاط دقت مطلوب و محدوده‌های مجاز متغیرهای طراحی در جداول ۱۱ و ۱۲مشخص شده‌اند. این مساله نیز براساس حالات مختلف طراحی حل شده و نتایج آن‌ها مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

جدول ۱۱ نقاط دقت مطلوب مساله سوم [۲۰]

Table 11. Precision points for the third problem [20]

P_{10}	P_9	P_8	P_7	P_6	P_5	P_4	P_3	P_2	P_1	
−۱۹/۳۴۱۱	−۹/۳۶۲۷	۷/۵۶۲	۲۱/۴۰۷۲	۴۴/۴۳۱۶	۵۸/۷۰۴۸	۷۳/۸۶	۸۲/۳۳۸۶	۸۶/۱۵۹۲	۹۲/۷۴۲۳	x_{des}
۱۶۰/۶۰۷۲	۱۷۱/۰۳۴۲	۱۸۲/۳۸۵۶	۱۸۸/۳۷۰۲	۱۹۳/۵۴۲۵	۱۹۴/۰۸۲۲	۱۹۲/۳۶	۱۹۰/۱۶۳۱	۱۸۸/۷۶۳۶	۱۸۴/۲۸۵۸	y_{des}
P_{20}	P_{19}	P_{18}	P_{17}	P_{16}	P_{15}	P_{14}	P_{13}	P_{12}	P_{11}	
۴۵/۲۹۴۳	۲۳/۷۷۶۴	۱۱/۰۰۴۵	−۵/۵۷۴۰	−۱۰/۴۷۲۲	−۱۶/۶۳۲۷	−۲۰/۵۵۴۴	−۲۲/۶۹۷۳	−۲۳/۹۳۶۹	−۲۴/۰۷۴۴	x_{des}
۱۷۶/۶۷۰۹	۱۶۹/۵۶۳۶	۱۶۳/۸۴۳۱	۱۵۵/۱۱۳۳	۱۵۲/۴۷۲۰	۱۴۹/۴۹۸۵	۱۴۸/۲۷۶۹	۱۴۸/۳۵۱۲	۱۴۹/۵۹۵۹	۱۵۰/۹۹۲۷	y_{des}

جدول ۱۲ محدوده تغییرات متغیرهای طراحی مساله سوم [۲۰]

Table 12. Range of changes in design variables for the third problem [20]

θ_2^i $(i=1..n)$ (deg)	θ_1 (deg)	y_0 (cm)	x_0 (cm)	l_{5y} (cm)	l_{5x} (cm)	l_4 (cm)	l_3 (cm)	l_2 (cm)	l_1 (cm)	
۰	۰	-۵۰	-۵۰	-۵۰	-۵۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	محدوده پایین
۳۶۰	۶۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۳۲۰	۳۲۰	۳۲۰	۳۲۰	محدوده بالا

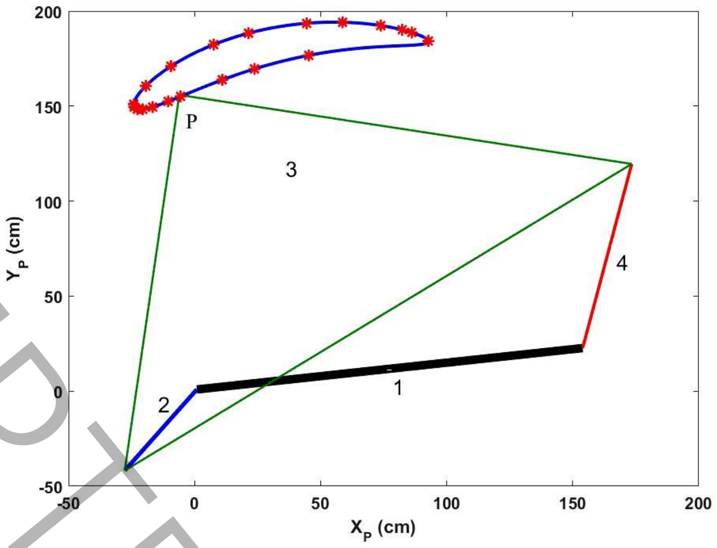
۴-۳-۱ حل مساله سوم در حالت اول طراحی

در این حالت طراحی مساله دارای ۲۹ متغیر طراحی خواهد بود و تابع هدف نیز همان رابطه ۱۴ می‌باشد. مکانیزم بهینه در این حالت با استفاده از تغییرات γ بین ۰/۹ تا ۰/۴ و مقدار تابع هدف برابر ۰/۰۳۲۶ بدست آمده است. در شکل ۱۳ عملکرد مکانیزم طراحی شده و عبور آن از روی ۲۰ نقطه دقت به وضوح مشاهده می‌شود.

۴-۳-۲ حل مساله سوم در حالت دوم طراحی

در حالت دوم طراحی باید زوایای لینک ورودی به‌ازای هر کدام از نقاط دقت توسط مساله داده شود، بنابراین مساله تنها ۹ متغیر طراحی دارد. زوایای لینک ورودی برای این حالت در جدول ۱۳ مشخص شده است. شکل ۱۴، مکانیزم طراحی‌شده را که دارای خطای مسیر برابر با ۰/۰۸۷۰ بوده و براساس تغییرات γ بین ۰/۹ تا ۰/۳ بدست آمده را نشان می‌دهد.

ACCEPTED MANUSCRIPT



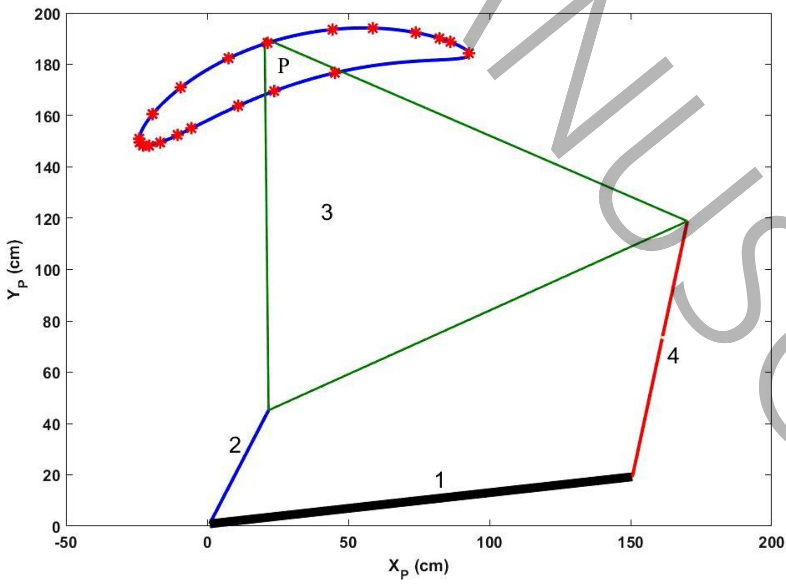
شکل ۱۳ مکانیزم طراحی‌شده در حالت اول برای مساله ۲۰ نقطه دقت

Figure 13. The designed mechanism in Case1 for the problem with 20 precision points

جدول ۱۳ زوایای مطلوب لینک ورودی برای حل حالت دوم در مساله سوم

Table 13. Desired angles of the input link for design in Case2 of the third problem

θ_2^{10} (deg)	θ_2^{9} (deg)	θ_2^{8} (deg)	θ_2^{7} (deg)	θ_2^{6} (deg)	θ_2^{5} (deg)	θ_2^{4} (deg)	θ_2^{3} (deg)	θ_2^{2} (deg)	θ_2^{1} (deg)
۱۹۸/۶۳۳	۱۷۴/۸۴۳	۱۴۹/۱۲۳	۱۳۲/۳۵۳	۱۰۷/۶۷۵	۹۲/۶۲۴	۷۵/۲۷۵	۶۳/۷۱۲	۵۷/۳۸۱	۳۶/۵۳۱
θ_2^{20} (deg)	θ_2^{19} (deg)	θ_2^{18} (deg)	θ_2^{17} (deg)	θ_2^{16} (deg)	θ_2^{15} (deg)	θ_2^{14} (deg)	θ_2^{13} (deg)	θ_2^{12} (deg)	θ_2^{11} (deg)
۳۳۹/۹۸۷	۳۲۳/۳۳۷	۳۱۱/۵۸۵	۲۹۱/۳۳۱	۲۸۳/۲۱۳	۲۷۰/۰۲۹	۲۵۷/۹۹۷	۲۴۸/۰۷۳	۲۳۶/۵۸۰	۲۲۸/۹۵۹



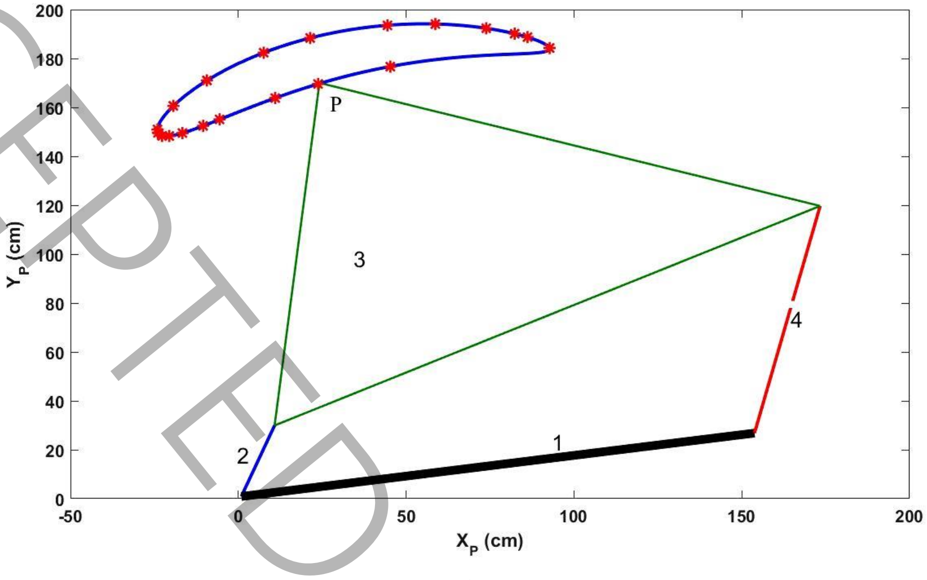
شکل ۱۴ مکانیزم طراحی‌شده در حالت دوم برای مساله ۲۰ نقطه دقت

Figure 14. The designed mechanism in Case2 for the problem with 20 precision points

ACCEPTED MANUSCRIPT

۴-۳-۳ حل مساله سوم در حالت سوم طراحی

برای این حالت اختلاف زوایای مطلوب داده‌شده در جدول ۱۳ محاسبه شده و مدنظر قرار خواهد گرفت. مشابه حالت‌های قبل، الگوریتم بهینه‌سازی در γ های مختلف اجرا و بهترین مکانیزم با خطای برابر با ۰/۰۳۸۱ و براساس γ های بین ۰/۹ تا ۰/۶ بدست آمد. شکل ۱۵، بیست نقطه دقت مساله و مسیر طی‌شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت سوم نشان می‌دهد.



شکل ۱۵ مکانیزم طراحی‌شده در حالت سوم برای مساله ۲۰ نقطه دقت

Figure 15. The designed mechanism in Case3 for the problem with 20 precision points

۴-۳-۴ حل مساله سوم در حالت چهارم طراحی

در طراحی حالت چهارم برای مساله سوم تمامی روابط و قیود مشابه مثال‌های قبلی است و تغییرات زوایای لینک ورودی نیز براساس محدوده $\pm 2^\circ$ نسبت به مقادیر جدول ۱۳ در نظر گرفته می‌شوند. مقادیر کمینه و بیشینه این زوایا در جدول ۱۴ نشان داده شده‌اند. از بین تمام اجراهای برنامه در این حالت، بهترین مکانیزم در تغییرات γ بین ۰/۹ تا ۰/۶ و با خطای F_1 برابر با ۰/۰۲۸۳ طراحی شد. شکل ۱۶، بیست نقطه دقت مساله و مسیر طی شده توسط مکانیزم طراحی شده را در حالت چهارم نشان می‌دهد که بیانگر عملکرد درست مکانیزم طراحی شده است.

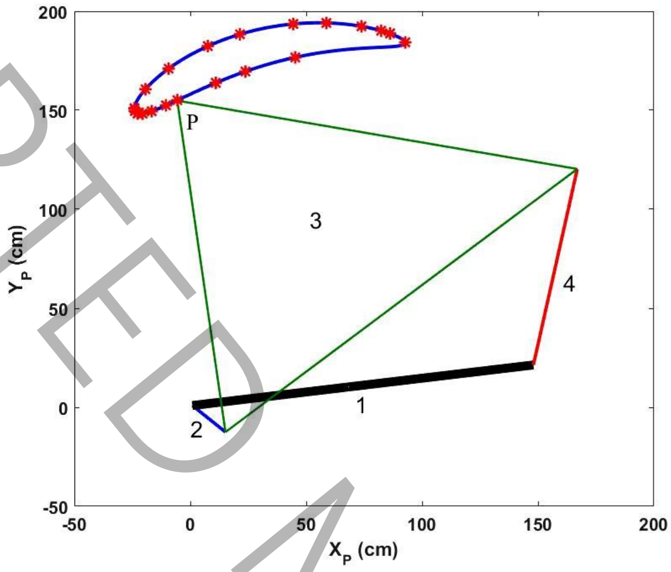
جدول ۱۴ محدوده تغییرات زوایای لینک ورودی در حل حالت چهارم مساله سوم

Table 14. Range of changes in angles of the input link for design in Case4 of the third problem

θ_2^{10} (deg)	θ_2^{9} (deg)	θ_2^{8} (deg)	θ_2^{7} (deg)	θ_2^{6} (deg)	θ_2^{5} (deg)	θ_2^{4} (deg)	θ_2^{3} (deg)	θ_2^{2} (deg)	θ_2^{1} (deg)	
۱۹۶/۵۱۸	۱۷۲/۷۲۹	۱۴۷/۰۰۹	۱۳۰/۳۵۳	۱۰۵/۶۷۵	۹۰/۶۲۴	۷۳/۲۷۵	۶۱/۷۱۲	۵۵/۳۸۱	۳۴/۵۳۱	محدوده پایین

ACCEPTED MANUSCRIPT

محدوده بالا	۳۸/۵۳۱	۵۹/۳۸۱	۶۵/۷۱۲	۷۷/۲۷۵	۹۴/۶۲۴	۱۰۹/۶۷۵	۱۳۴/۳۵۳	۱۵۱/۰۰۹	۱۷۶/۷۲۹	۲۰۰/۵۱۸
	θ_2^{11} (deg)	θ_2^{12} (deg)	θ_2^{13} (deg)	θ_2^{14} (deg)	θ_2^{15} (deg)	θ_2^{16} (deg)	θ_2^{17} (deg)	θ_2^{18} (deg)	θ_2^{19} (deg)	θ_2^{20} (deg)
محدوده پایین	۲۲۶/۸۴۵	۲۳۴/۴۶۵	۲۴۵/۹۵۸	۲۵۵/۸۸۲	۲۶۷/۹۱۴	۲۸۱/۰۹۸	۲۸۹/۲۱۷	۳۰۹/۴۷۱	۳۲۱/۲۲۲	۳۳۷/۸۷۲
محدوده بالا	۲۳۰/۸۴۵	۲۳۸/۴۶۵	۲۴۹/۹۵۸	۲۵۹/۸۸۲	۲۷۱/۹۱۴	۲۸۵/۰۹۸	۲۹۳/۲۱۷	۳۱۳/۴۷۱	۳۲۵/۲۲۲	۳۴۱/۸۷۲



شکل ۱۶ مکانیزم طراحی شده در حالت چهارم برای مساله ۲۰ نقطه دقت

Figure 16. The designed mechanism in Case4 for the problem with 20 precision points

۴-۳-۵ مقایسه نتایج حالات مختلف در مساله سوم

جدول ۱۵ متغیرهای طراحی و مقادیر توابع هدف $F_۱$ و $F_۲$ را در چهار حالت طراحی برای مساله سوم نشان می‌دهد. همانند مثال های عددی قبلی، در اینجا نیز خطای تولید مسیر در حالت چهارم کمتر از بقیه حالات شده است.

جدول ۱۵ متغیرهای طراحی بهینه و مقدار خطای طراحی برای مساله سوم

Table 15. Optimal design variables and the error value for the third problem

	حالت اول طراحی	حالت دوم طراحی	حالت سوم طراحی	حالت چهارم طراحی
l_1 (cm)	۱۵۴/۵۶۷	۱۵۰/۸۳۹	۱۵۵/۰۷۲	۱۴۸/۵۲۷
l_2 (cm)	۵۰/۱۳۵	۵۰/۱۲۱	۴۹/۵۱۳	۴۹/۱۸۹
l_3 (cm)	۱۸۶/۵۳۵	۱۸۱/۵۳۹	۱۸۹/۷۵۰	۱۸۲/۶۶۵
l_4 (cm)	۱۲۱/۰۵۲	۱۲۰/۴۱۷	۱۲۱/۰۸۹	۱۲۱/۷۵۴
l_{5x} (cm)	۱۵۸/۲۰۶	۱۵۴/۲۵۸	۱۶۰/۷۹۱	۱۵۴/۸۸۵
l_{5y} (cm)	۲۰	۲۰	۲۰/۸۳۷	۲۰/۶۲۰
x_0 (cm)	-۶۶/۴۳۴	-۶۳/۹۹۸	-۶۵/۷۶۶	-۶۱/۱۴۸
y_0 (cm)	۴۸/۱۷۹	۵۱/۴۰۸	۴۴/۲۹۵	۴۸/۴۷۱
θ_1 (deg)	۸/۰۹۵	۶/۹۷۸	۹/۶۱۹	۷/۹۲۴
θ_2^1 (deg)	۳۶/۵۳۱	-	۳۹۷/۲۰۸	۳۷/۰۹۳

ACCEPTED MANUSCRIPT

θ_2^2 (deg)	۵۷/۳۸۱	–	–	۵۸/۰۷۵
θ_2^3 (deg)	۶۳/۷۱۲	–	–	۶۴/۴۳۴
θ_2^4 (deg)	۷۵/۲۷۵	–	–	۷۶/۰۵۴
θ_2^5 (deg)	۹۲/۶۲۴	–	–	۹۳/۵۰۰
θ_2^6 (deg)	۱۰۷/۶۷۵	–	–	۱۰۸/۶۴۴
θ_2^7 (deg)	۱۳۲/۳۵۳	-	-	۱۳۳/۵۰۴
θ_2^8 (deg)	۱۴۹/۰۰۹	-	-	۱۵۰/۲۹۸
θ_2^9 (deg)	۱۷۴/۷۲۹	-	-	۱۷۶/۲۴۱
θ_2^{10} (deg)	۱۹۸/۵۱۸	-	-	۲۰۰/۲۲۰
θ_2^{11} (deg)	۲۲۸/۸۴۵	-	-	۲۳۰/۶۸۴
θ_2^{12} (deg)	۲۳۶/۴۶۵	-	-	۲۳۸/۲۶۴
θ_2^{13} (deg)	۲۴۷/۹۵۸	-	-	۲۴۹/۶۸۳
θ_2^{14} (deg)	۲۵۷/۸۸۲	-	-	۲۵۹/۶۳۵
θ_2^{15} (deg)	۲۶۹/۹۱۴		-	۲۷۱/۶۶۲
θ_2^{16} (deg)	۲۸۳/۰۹۸	-	-	۲۸۴/۷۸۸
θ_2^{17} (deg)	۲۹۱/۲۱۷	-	-	۲۹۲/۸۴۴
θ_2^{18} (deg)	۳۱۱/۴۷۱	-	-	۳۱۲/۸۹۷
θ_2^{19} (deg)	۳۲۳/۲۲۲	-	-	۳۲۴/۵۰۰
θ_2^{20} (deg)	۳۳۹/۸۷۲	-	-	۳۴۰/۹۳۸
F_1	۰/۰۳۲۶	۰/۰۸۷۰	۰/۰۳۸۱	۰/۰۲۸۳
F_2	-	۰	۰	۰/۰۲۴۰

شکل ۱۷ مقایسه‌ای بین حالات مختلف طراحی در ۳ مثال عددی آورده است. نتایج کلی که از طراحی‌ها در حالات و مثال‌های مختلف می‌توان استخراج نمود عبارتند از:

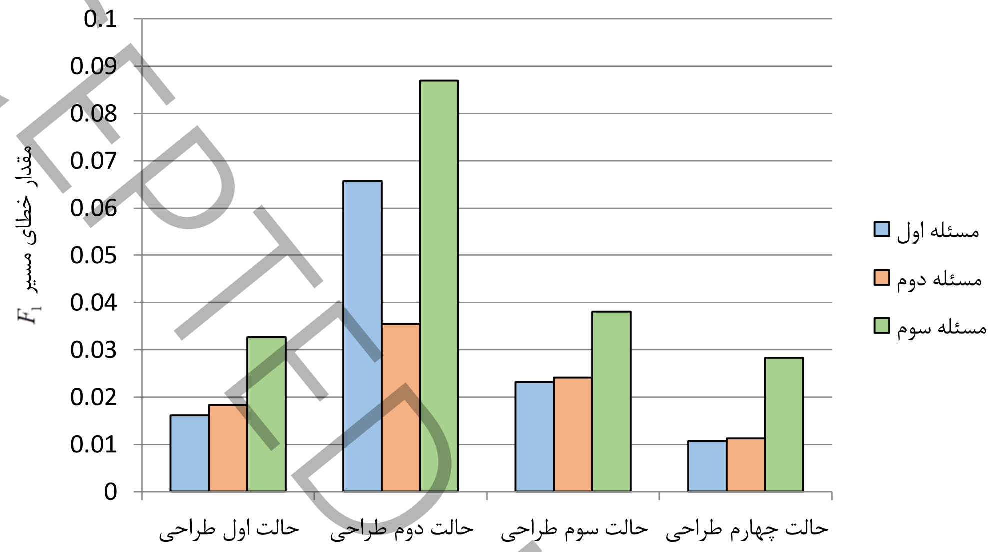
- هر چه تعداد نقاط دقت افزایش یابد حل مساله سنتز تولید مسیر سخت‌تر و پیچیده‌تر خواهد شد و میزان خطاب تولید مسیر بالاتر خواهد بود.
- مساله سنتز تولید مسیر با زمان‌بندی معین (حالت دوم) همواره خطای تولید مسیر بالاتری نسبت به مساله سنتز بدون زمان بندی معین (حالت اول) دارد.
- با استفاده از دو تدبیر می‌توان خطای مساله با زمان‌بندی معین را کاهش داد:
  - الف) متغیرکردن زاویه اولیه (حالت سوم طراحی)
  - ب) رسیدن به نزدیکی زوایای مطلوب (حالت چهارم طراحی)
- استفاده از تدابیر بیان‌شده فوق می‌تواند خطای مساله با زمان‌بندی معین را کاهش دهد.
- خطای تولید مسیر در حالت چهارم طراحی همواره کمترین بوده است و این نشان می‌دهد تدبیر اتخاذشده پاسخ خوبی برای مساله تولید مسیر داشته است.

۵- نتیجه گیری

هدف اصلی این مقاله، طراحی بهینه یک مکانیزم چهارمیله‌ای برای تولید یک مسیر مشخص براساس مفهوم زمان‌بندی معین بوده است. مسائل طراحی با زمان‌بندی معین نسبت به مسائل بدون زمان‌بندی معین همواره دارای خطای تولید مسیر بالاتری می‌باشند. در

ACCEPTED MANUSCRIPT

این پژوهش با ارائه یک تابع هدف جدید، که هم خطای تولید مسیر و هم خطای تولید جهت‌گیری (زاویه) را در بردارد، سعی شده خطای تولید مسیر کاهش یابد. برای اثبات کارایی این تابع جدید، از سه مثال عددی به ترتیب با ۶، ۱۰ و ۲۰ نقطه دقت استفاده شده است. برای فرایند بهینه‌سازی نیز از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات استفاده شده است. نتایج طراحی در حالات مختلف نشان می‌دهد استفاده از تابع هدف جدید توانسته میزان خطای تولید مسیر برای مساله با زمان‌بندی معین را بطور محسوسی کاهش دهد.



شکل ۱۷ مقایسه میزان خطای مسیر F_1 در مثال‌ها و حالات مختلف

Figure 17. Comparison of the path error (F_1) value in different cases and examples

مراجع و منابع

[1] H.M. Daniali, Kinematic Design of Linkages, Babol Noshirvani University of Technology, Iran (in Persian), 2015.

[2] S.A.A. Moosavian, Dynamics of Machines, K. N. Toosi University of Technology, Iran (in Persian), 2005.

[3] M.R. Sabaapour, J. Yoon, A novel method for optimal path synthesis of mechanisms based on tracking control of shadow robot, Mechanism and Machine Theory, 131 (2019) 218-233.

[4] S. Acharyya, M. Mandal, Performance of EAs for four-bar linkage synthesis, Mechanism and Machine Theory, 44(9) (2009) 1784-1794.

[5] J. Buśkiewicz, Reduced number of design parameters in optimum path synthesis with timing of four-bar linkage, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 56(1) (2018) 43-55.

[6] H. Zhou, E.H. Cheung, Optimal synthesis of crank‐rocker linkages for path generation using the orientation structural error of the fixed link, Mechanism and Machine Theory, 36(8) (2001) 973-982.

[7] S. Glennan, P. Illari, The Routledge handbook of mechanisms and mechanical philosophy, Taylor & Francis, 2017.

[8] F. Freudenstein, Approximate synthesis of four-bar linkages, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 77(6) (1955) 853-859.

[9] A.K. Dhingra, Mechanism design: Analysis and synthesis: Vol. 1, 2nd edn By AG Erdman and GN Sandor. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991, xviii+ 631 pp, in, Pergamon, 1993.

[10] R. Norton, Design of machinery an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines, 1999, in, McGraw-Hill, Maidenhead.

ACCEPTED MANUSCRIPT

[11] C.W. Wampler, A. Morgan, A.J. Sommese, Complete solution of the nine-point path synthesis problem for four-bar linkages, (1992).
[12] N. Nariman-Zadeh, M. Felezi, A. Jamali, M. Ganji, Pareto optimal synthesis of four-bar mechanisms for path generation, Mechanism and Machine Theory, 44(1) (2009) 180-191.
[13] S. Varedi-Koulaei, H. Rezagholizadeh, Synthesis of the four-bar linkage as path generation by choosing the shape of the connecting rod, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 234(13) (2020) 2643-2652.
[14] M.R. Haghjoo, J. Yoon, Two-stage mechanism path synthesis using optimized control of a shadow robot: Case study of the eight-bar Jansen mechanism, Mechanism and Machine Theory, 168 (2022) 104569.
[15] A. Kapsalyamov, S. Hussain, N.A. Brown, R. Goecke, M. Hayat, P.K. Jamwal, Synthesis of a six-bar mechanism for generating knee and ankle motion trajectories using deep generative neural network, Engineering Applications of Artificial Intelligence, 117 (2023) 105500.
[16] J. Mariappan, S. Krishnamurty, A generalized exact gradient method for mechanism synthesis, Mechanism and Machine Theory, 31(4) (1996) 413-421.
[17] J. Zhang, X. Du, Time-dependent reliability analysis for function generation mechanisms with random joint clearances, Mechanism and Machine Theory, 92 (2015) 184-199.
[18] L. Vanneschi, S. Silva, Particle Swarm Optimization, in: Lectures on Intelligent Systems, Springer, 2023, pp. 105-111.
[19] S.S. Rao, Engineering optimization: theory and practice, John Wiley & Sons, 2019.
[20] A. Sardashti, H. Daniali, S. Varedi-Koulaei, Geometrical similarity error function-innovative adaptive algorithm methodology in path generation synthesis of the four-bar mechanism using metaheuristic algorithms, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 236(3) (2022) 1550-1570.

ACCEPTED MANUSCRIPT

A novel objective function for path generation synthesis of the four-bar mechanism with prescribed timing

Abbas Mokabberi[1], Mostafa Nazari [1], Seyyed Mojtaba Varedi-Koulaei[*1],

Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
* Corresponding author: varedi@shahroodut.ac.ir

ABSTRACT

Dimensional synthesis of the four-bar mechanisms, as the simplest and most widely used linkage, is always one of the main issues raised in the field of mechanism design. In the past, geometric and graphical analysis methods were used to design these mechanisms, but with the advancement of technology in recent decades, numerical optimization methods and meta-heuristic algorithms have been utilized more. Moreover, it is possible to solve problems more precisely and consider a higher number of precision points. The path generation synthesis problem of this mechanism has been solved using different algorithms and in different design modes, including with and without prescribed timing. The synthesis problem with prescribed timing is more difficult and has a higher path generation error. In this research, to solve the path generation synthesis problem of the four-bar mechanism with prescribed timing, a novel objective function is utilized. The proposed function includes two terms, path error and angle error. This new objective function leads to a lower error for path generation with prescribed timing. Four different designs are considered and their results, where extracted by the PSO algorithm, are compared. The results of solving this problem for three numerical examples show that the design in the proposed way, has fewer path generation errors.

KEYWORDS:

Four-bar mechanism, Path generation synthesis, Prescribed timing, Particle swarm optimization algorithm.

ACCEPTED MANUSCRIPT