

کنترل مقاوم گشتاور ربات‌های سیار چرخ دار با وجود اغتشاشات سینماتیکی

اسلام محمدپور^۱؛ مهیار نراقی^{۲*}

چکیده

در این مقاله کنترل مقاوم ربات‌های سیار با وجود اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های پارامتری سیستم دینامیکی که قید سینماتیکی غیرهولونومیک^۱ عدم لغزش را برآورده نمی‌کنند، مورد بررسی قرار گرفته است. برخلاف کارهای قبلی که بر روی طراحی کنترل سینماتیکی متمرکز شده‌اند، یک کنترلر مقاوم گشتاور بر اساس نوسانگر دینامیک میرا با فرکانس نوسان قابل تنظیم، به صورت یک روش یگانه^۲ برای هر دو مسأله ردیابی مسیر مرجع و پایدارسازی ربات حول وضعیت ثابت توسعه یافته است. کنترلر پیشنهادی، همگرایی نمایی خطای ردیابی را به یک همسایگی کوچک دلخواه از مبدأ تضمین می‌کند. برای نشان دادن عملکرد کنترلر پیشنهادی، نتایج شبیه سازی برای دو نمونه از ربات های رانش تفاضلی و فرمانش لغزشی ارائه شده است.

کلمات کلیدی: کنترل مقاوم، اغتشاشات سینماتیکی، پایدارسازی حول وضعیت ثابت، ردیابی مسیر مرجع، ربات‌های

سیار چرخ دار

Robust Torque Control of Wheeled Mobile Robots with Kinematic Disturbances

E. Mohammadpour, M. Naraghi

ABSTRACT

In this paper, robust control of the wheeled mobile robots in presence of external disturbances and parameter uncertainties of the dynamical system violating the nonholonomic kinematic constraint of non-slipping is presented. Despite to the previous works focused on the kinematic control design, a robust torque control developed as a unified approach for both of the tracking and regulation problems based on the tunable dynamic oscillator. The proposed controller guarantees that the tracking error converges exponentially to an arbitrarily small neighborhood of the origin. To demonstrate the performance of the proposed controller, simulation results for typical differential drive and skid steer mobile robots presented.

KEYWORDS: Robust Control, Kinematic Disturbances, Posture Stabilization, Trajectory Tracking, Wheeled mobile robots

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۱/۱۹

تاریخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۹/۸/۱۶

^۱ دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر؛ mohammadpour@aut.ac.ir

^{۲*} نویسنده مسئول و استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر؛ naraghi@aut.ac.ir، تلفن: ۰۲۱-۶۶۴۳۴۴۹-۰، نمابر:

۰۲۱-۶۶۴۱۹۷۳۶



دو هدف ردیابی مسیر و پایدارسازی قابل استفاده است. ما^۶ و تسو^{۱۴}] از یک کنترلر مقاوم برای پایدارسازی نمایی کلی ربات‌های سیار با در نظر گرفتن نامعینی‌های پارامتری استفاده نموده‌اند. به تازگی در مرجع [۱۵] از یک کنترلر تطبیقی برای ردیابی مسیر مرجع یک ربات با در نظر گرفتن دینامیک موتورها استفاده شده است. همچنین در مرجع [۱۶] یک کنترلر مقاوم تطبیقی برای ردیابی مسیر مرجع ربات با استفاده از مود لغزشی طراحی شد. در این تحقیقات همواره فرض شده است که قید عدم لغزش ربات برقرار است. در حالیکه در حرکت‌های سریع ربات‌های واقعی در پیچ‌ها، ممکن است نیروی اصطکاکی جانبی ربات آن اندازه بزرگ نباشد که بتواند از لغزش جانبی چرخ‌ها جلوگیری نماید و بنابراین قید سینماتیکی عدم لغزش برآورده نشود. همچنین ربات‌های فرمانش لغزشی^۷ به علت وجود لغزش جانبی در چرخ‌هایشان در مانورهای چرخشی، همواره قید عدم لغزش ربات را برآورده نمی‌کنند.

گروهی از محققین با فرض برقرار نبودن قید عدم لغزش ربات اقدام به طراحی قانون کنترل نمودند. در مرجع [۱۷] یک کنترلر سینماتیکی برای پایدارسازی ربات با استفاده از کنترلر مود لغزشی گسسته با زمان بکار گرفته شده است. دیکسون و همکارانش [۱۸] یک کنترلر سینماتیکی با استفاده از نوسانگر دینامیکی ارائه داده‌اند که می‌تواند هم زمان ردیابی مسیر مرجع و پایدارسازی حول وضعیت را با وجود هر نوع اغتشاش کراندار در قید سینماتیکی انجام دهد. کازلوفسکی^۸ و پازدرسکی^۹ [۱۹]، [۲۰] در تحقیقات خود بر روی ربات‌های فرمانش لغزشی، کنترلرهای سینماتیکی بر پایه نوسانگر دینامیکی دیکسون طراحی نمودند. بر خلاف این تحقیقات که بر روی طراحی کنترلر سینماتیکی متمرکز شدند، گروهی از محققین، کنترلر ربات‌های سیار با فرض برقرار نبودن قید عدم لغزش ربات را در سطح دینامیکی مورد بررسی قرار دادند. در مراجع [۲۱] و [۲۲] مساله ردیابی مسیر مرجع ربات‌های سیار در سطح دینامیکی بر اساس معلوم بودن مقادیر دقیق پارامترهای سیستم مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. ونگ^{۱۰} و همکارانش [۲۳] یک کنترلر مقاوم تطبیقی برای ردیابی مسیر مرجع با استفاده از روش بازگشت به عقب ارائه دادند که در آن فرض شده بود که اندازه اغتشاش سینماتیکی با مجذور سرعت زاویه‌ای ربات متناسب باشد. گفتنی است که کنترلرهای طراحی شده در سطح دینامیکی مساله ردیابی مسیر مرجع را مورد بررسی قرار داده‌اند و همچنین بر روی نوع خاصی از اغتشاش در قید سینماتیکی معروف به "اغتشاش غیرمنطبق"^{۱۱} متمرکز شده‌اند.

امروزه ربات‌های سیار در بسیاری از کاربردهای صنعتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. به همین دلیل در سال‌های اخیر کنترلر بازخور این ربات‌ها برای اهداف ردیابی مسیر و پایدارسازی مورد توجه بسیاری از محققین بوده است. بر اساس قضیه براکت [۱] هیچ بازخور هموار استاتیکی از متغیرهای حالت وجود ندارد که بتواند یک سیستم غیرهولونومیک با پویایی محدود را حول یک وضعیت ثابت پایدار کند [۲]. بنابراین روش‌های گوناگونی برای پایدارسازی ربات‌های سیار غیرهولونومیک ارائه شد که بطور کلی می‌توان آنها را به دو گروه کنترلرهای ناپیوسته و کنترلرهای هموار متغیر با زمان تقسیم نمود. کنترلرهای هموار متغیر با زمان به وسیله سمسون [۳]، [۴] گسترش یافت در حالیکه کنترلرهای ناپیوسته به شکل‌های مختلف طراحی شدند [۵]-[۹].

بسیاری از این کنترلرها در سطح سینماتیکی طراحی شدند که در آنها سرعت‌های خطی و زاویه‌ای ربات ورودی‌های کنترلی هستند. در واقع در این تحقیقات فرض می‌شود که یک کنترلر دینامیکی وجود دارد به گونه‌ای که بتواند سرعت‌های مورد نیاز کنترلر سینماتیکی را به طور کامل در هر لحظه فراهم نماید. اما در عمل، مدل‌سازی ربات در سطح دینامیکی که در آن گشتاورها و نیروها ورودی‌های کنترلی باشند، رویکرد واقعی‌تری است. از سوی دیگر تعیین مقادیر دقیق پارامترهای یک ربات سیار واقعی تقریباً غیر ممکن است. بنابراین برای غلبه بر نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی در سیستم‌های دینامیکی کنترلرهای مقاوم توسعه پیدا کردند.

در مرجع [۱۰] با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های پارامتری، کنترلر تطبیقی برای گروهی از سیستم‌های مکانیکی غیرهولونومیک در سطح دینامیکی طراحی شده است. جی^۳ و همکارانش [۱۱]، پایدارسازی سیستم‌های زنجیره‌ای را با در نظر گرفتن اثرات نامعینی‌های پارامتری و اغتشاش با کنترلر تطبیقی مقاوم مورد بررسی قرار دادند. در این روش ابتدا معادلات دینامیکی سیستم به صورت شبه متقارن زنجیره‌ای تبدیل شدند و سپس کنترلر تطبیقی برای در نظر گرفتن اثر نامعینی‌های پارامتری و مود لغزش برای حذف اثر اغتشاش مورد استفاده قرار گرفت. در مرجع [۱۲] نیز ردیابی مسیر مرجع یک ربات دو چرخ با در نظر گرفتن اثرات نامعینی‌های پارامتری و اغتشاش با استفاده از روش بازگشت به عقب انجام شده است. دیکسون^۸ و همکارانش [۱۳] با استفاده از روش بازگشت به عقب، کنترلر تطبیقی طراحی نموده‌اند که برای هر

۲-۲- انتقال مختصات مدل

خطای ردیابی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\tilde{q} = q - q_r$$

که در آن $q_r = [x_r \ y_r \ \theta_r]^T$ بیانگر مسیر مرجع متغیرهای حالت است، به طوری که:

$$\dot{q}_r = S(q_r)v_r \quad (5)$$

همچنین فرض می‌شود که v_r ، \dot{v}_r ، q_r و \dot{q}_r در همه زمان‌ها کراندار باشند. با استفاده از انتقال مختصات معکوس پذیر (۶): [۱۹]

$$x = P(\theta, \tilde{\theta})\tilde{q} \quad (6)$$

که در آن $x = [x^{*T} \ x_3]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ و

$$P(\theta, \tilde{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\tilde{\theta} \cos \theta + 2 \sin \theta & -\tilde{\theta} \sin \theta - 2 \cos \theta & 0 \end{bmatrix}$$

به معادلات انتقال یافته (۷) خواهیم رسید [۱۹]:

$$\dot{x}^* = u + \rho^* \quad (7)$$

$$\dot{x}_3 = x^{*T} J u + f + \rho_3$$

که در آن $f(x^*, v_r) = 2(v_{r2} x_2 - v_{r1} \sin x_1)$ و $J \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ یک ماتریس شبه متقارن بوده که عبارت است از:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

و ورودی کمکی u و v نیز به شکل (۸) با هم ارتباط پیدا می‌کنند:

$$u = T^{-1}v - [v_{r2} \ v_{r1} \ \cos \tilde{\theta}]^T \quad (8)$$

$$v = Tu + \Pi$$

که در آن:

$$T = \begin{bmatrix} \tilde{x}_c \sin \theta - \tilde{y}_c \cos \theta & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} v_{r1} \cos \tilde{\theta} + v_{r2} (\tilde{x}_c \sin \theta - \tilde{y}_c \cos \theta) \\ v_{r2} \end{bmatrix}$$

همچنین ρ^* و ρ_3 که در (۷) آمده‌اند، از رابطه (۹) بدست می‌آیند:

$$\rho^* = \left[d_3 \ d_1 \cos \theta + d_2 \sin \theta - \frac{d_3}{2} (x_3 + x_1 x_2) \right]^T$$

$$\rho_3 = 2(d_1 \sin \theta - d_2 \cos \theta) + d_3 \left(x_2 + \frac{x_1}{2} (x_3 + x_1 x_2) \right) - x_1 (d_1 \cos \theta + d_2 \sin \theta) \quad (9)$$

در این مقاله یک کنترلر مقاوم گشتاور با وجود هر نوع اغتشاش کراندار در قید سینماتیکی برای ردیابی مسیر مرجع و پایداری حول وضعیت ارائه شده است و همگرایی نمایی خطای ردیابی به یک همسایگی کوچک دلخواه از مبدأ اثبات می‌شود.

۲- مدل‌سازی ربات

در این بخش ابتدا مدل سینماتیکی و دینامیکی ربات با وجود اغتشاش در قید غیرهولونومیک سینماتیکی سیستم ارائه می‌شود. سپس با انتقال مختصات مدل، معادلات سیستم را به یک شکل مناسب برای اهداف کنترلی تبدیل می‌نماییم.

۲-۱- مدل سینماتیکی و دینامیکی ربات

مدل سینماتیکی یک چرخ تنها^{۱۱} که برای مدل‌سازی بسیاری از ربات‌های سیار بکار می‌رود، به صورت (۱) است [۱۸]:

$$\dot{q} = S(q)v \quad (1)$$

که در آن $q = [x_c \ y_c \ \theta]^T$ بردار متغیرهای حالت، $v = [v_x \ \Omega]^T$ بردار سرعت و $S(q)$ عبارت است از:

$$S(q) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

در سیستم (۱) رابطه زیر که به قید عدم لغزش معروف است برقرار است:

$$\dot{x}_c \sin \theta - \dot{y}_c \cos \theta = 0$$

حال فرض کنید که به علت وجود لغزش در چرخ‌ها این قید برآورده نشود، در اینصورت رابطه (۱) به (۲) تبدیل می‌شود [۱۸]:

$$\dot{q} = S(q)v + d(q,t) \quad (2)$$

که در آن $d(q,t) = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$ یک اغتشاش نامعلوم از متغیرهای حالت و زمان است، به طوری که:

$$\forall t \geq 0, \forall q \in \chi \Rightarrow |d(q,t)| \leq D \quad (3)$$

که در آن χ هر زیر مجموعه فشرده‌ای از \mathbb{R}^3 بوده و $D = [D_1 \ D_2 \ D_3]^T$ یک بردار ثابت معلوم است.

مدل دینامیکی سیستم را به صورت (۴) در نظر می‌گیریم [۱۸]:

$$M\dot{v} + E(v) + \tau_d = B\tau \quad (4)$$

که در آن $M \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ماتریس ثابت اینرسی، $E(v) \in \mathbb{R}^2$ بردار اثرهای اصطکاکی، $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ماتریس ورودی، $\tau \in \mathbb{R}^2$ بردار گشتاورهای ورودی و $\tau_d \in \mathbb{R}^2$ بردار اغتشاشات نامعین خارجی و دینامیک‌های مدل نشده سیستم هستند.

که در آن $\varepsilon > 0$ یک مقدار کوچک دلخواه است.

۳-۱- کنترل سینماتیکی ربات

بردار متغیرهای حالت جدید را به صورت (۱۱) در نظر می‌گیریم [۱۹]:

$$z = [z^* \quad z_3]^T = [x^* - x_d^* \quad x_3 + x_d^* J x^*]^T \quad (11)$$

که در آن x_d^* یک سیگنال کمکی است که به وسیله نوسانگر خطی زیر تولید می‌شود:

$$x_d^* = \Psi \xi$$

که $\Psi = \text{diag}\{\psi_1, \psi_2\}$ یک ماتریس مثبت معین است و ξ از حل معادله زیر بدست می‌آید [۱۹]:

$$\dot{\xi} = u_w J \xi, \quad \|\xi(0)\| = 1$$

که u_w بیانگر فرکانس لحظه‌ای نوسانگر است. می‌توان به سادگی نشان داد که:

$$\frac{d}{dt} (\xi^T \xi) = 0 \Rightarrow \forall t \geq 0 \quad \|\xi(t)\| = \|\xi(0)\| = 1$$

با مشتق‌گیری از (۱۱) معادلات دینامیکی سیستم به صورت (۱۲) بدست می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}^* \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u - \dot{x}_d^* + \rho^* \\ (x^{*T} + x_d^{*T}) J u + \dot{x}_d^* J x^* + x_d^{*T} J \rho^* + \rho_3 + f \end{bmatrix} \quad (12)$$

با توجه به روابط (۳) و (۹) کران بالای $\|\rho^*\|$ و $|\rho_3|$ به صورت (۱۳) خواهد بود:

$$\|\rho^*\| \leq \Pi^*, \quad |\rho_3| \leq \Pi_3 \quad (13)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \Pi^* &\geq \left\{ D_3^2 + \left(D_1 + D_2 + \frac{D_3}{4} \left[2|z_3| + \|z^*\|^2 + \|x_d^*\|^2 \right] \right)^{0.5} \right\} \\ \Pi_3 &\geq (D_1 + D_2) \left(2 + \|z^*\| + \|x_d^*\| \right) \\ &\quad + \frac{D_3}{4} \left(\|z^*\| + \|x_d^*\| \right) \left\{ 4 + 2|z_3| + \|z^*\|^2 + \|x_d^*\|^2 \right\} \end{aligned}$$

ψ_1, ψ_2 را به صورت (۱۴) در نظر می‌گیریم:

$$\psi_i = a_i \exp(-\alpha_i t) + \varepsilon_i \quad i=1,2 \quad (14)$$

بنابراین می‌توان نشان داد که:

$$\|x_d^*\| \leq \sqrt{(a_1 + \varepsilon_1)^2 + (a_2 + \varepsilon_2)^2} = a_d \quad (15)$$

با ضرب دو طرف (۴) در ماتریس T^T و استفاده از (۸)، معادلات دینامیک سیستم در دستگاه جدید به صورت (۱۰) بدست می‌آیند [۱۸]:

$$\bar{M} \dot{u} + \bar{V}_m u + \bar{N} + \bar{\tau}_d = \bar{B} \tau \quad (10)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \bar{M} &= T^T M T, \quad \bar{V}_m = T^T M \dot{T}, \quad \bar{N} = T^T (M \ddot{T} + E) \\ \bar{\tau}_d &= T^T \tau_d, \quad \bar{B} = T^T B \end{aligned}$$

اکنون ویژگی‌هایی را که در طراحی کنترلرها مورد استفاده قرار خواهند گرفت، در مدل دینامیکی سیستم در نظر می‌گیریم که عبارتند از [۲۴]:

ویژگی ۱. ماتریس اینرسی انتقال یافته \bar{M} ، حقیقی، متقارن و مثبت معین است و بنابراین طبق قضیه ریلی ریتز داریم:

$$\forall \zeta \in \mathbb{R}^2 \quad m_1 \|\zeta\|^2 \leq \zeta^T \bar{M} \zeta \leq m_2 (x) \|\zeta\|^2$$

که در آن m_1 یک ثابت حقیقی مثبت معلوم و $m_2(x)$ تابع مثبت معلومی است که اگر آرگومان آن کراندار باشد، کراندار خواهد بود (m_1 و $m_2(x)$ به ترتیب بیانگر مقادیر ویژه کمینه و بیشینه \bar{M} هستند). همچنین می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\forall \zeta \in \mathbb{R}^2 \quad \frac{1}{m_2(x)} \|\zeta\|^2 \leq \zeta^T \bar{M}^{-1} \zeta \leq \frac{1}{m_1} \|\zeta\|^2$$

ویژگی ۲. ماتریس $\dot{\bar{M}} - 2\bar{V}_m$ شبه متقارن است یعنی:

$$\forall X \in \mathbb{R}^2 \quad X^T (\dot{\bar{M}} - 2\bar{V}_m) X = 0$$

ویژگی ۳. دینامیک ربات بدون وجود اغتشاشات خارجی و دینامیک‌های مدل نشده به صورت زیر قابل خطی‌سازی است:

$$\bar{M} \dot{u} + \bar{V}_m u + \bar{N} = Y g$$

که در آن g بردار پارامترهای ثابت سیستم و Y ماتریس رگرسیون سیستم است.

۳- کنترل ربات

در این بخش یک قانون کنترل سینماتیکی بر اساس نوسانگر دینامیک [۱۹] برای ردیابی مسیر مرجع و پایدارسازی ربات بدست می‌آید. سپس با استفاده از روش استاندارد بازگشت به عقب، یک کنترلر مقاوم با وجود نامعینی‌های پارامتری، اغتشاشات خارجی و دینامیک‌های مدل نشده طراحی می‌شود.

تعریف مساله: بردار ورودی‌های کنترلی (v یا τ) را طوری پیدا کنید که به ازای هر مقدار اولیه $\tilde{q}(0)$ داشته باشیم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{q}(t)\| < \varepsilon$$

قضیه ۱. سیستم (۱۲) با ورودی کنترلی:

$$u = \dot{x}_d^* - k_1 z^* - h^* \quad (16)$$

و فرکانس لحظه‌ای نوسانگر:

$$u_w = \frac{1}{\psi_1 \psi_2} \left\{ k_2 z_3 + \xi^T \Psi^T J \Psi \xi + 2k_1 z^{*T} J x_d^* - 2x_d^{*T} J h^* + f + h_3 + h_3' \right\} \quad (17)$$

که در آنها:

$$\begin{aligned} h_3 &= g(z_3, \Pi_3, o_3) \\ h_3' &= g(z_3, \Pi^* a_d, o_3') \\ h^* &= g(z^*, \Pi^*, \varepsilon^*) \end{aligned} \quad (18)$$

و

$$g(x, a, \varepsilon) = \frac{a^2 x}{a \|x\| + \varepsilon} \quad (19)$$

با فرض مثبت بودن ثابت‌های o_3, o_3', k_2, k_1 و ε^* به شکل (۲۰)، GUUB^{۱۳} است.

$$\|z^*(t)\| \leq \sqrt{\|z^*(0)\|^2 \exp(-2k_1 t) + \frac{\varepsilon^*}{k_1} (1 - \exp(-2k_1 t))} \quad (20)$$

$$|z_3(t)| \leq \sqrt{z_3^2(t) \exp(-2k_2 t) + \frac{\varepsilon_3}{k_2} (1 - \exp(-2k_2 t))}$$

که در آن $\varepsilon_3 = o_3 + o_3'$.

اثبات:

ابتدا نشان می‌دهیم که ویژگی (۴) برای تابع $g(x, a, \varepsilon)$ که در واقع تقریبی از a برابر تابع علامت $sign(x)$ است، برقرار است.

ویژگی ۴. اگر $\|b\| \leq a$ ، $b \in \mathcal{R}^n$ باشد آنگاه:

$$\forall x \in \mathcal{R}^n \rightarrow x^T (b - g(x, a, \varepsilon)) \leq \varepsilon$$

اثبات:

$$x^T (b - g(x, a, \varepsilon)) \leq \|x\| a - \frac{a^2 \|x\|^2}{a \|x\| + \varepsilon} = \frac{a \|x\|}{a \|x\| + \varepsilon} \varepsilon \leq \varepsilon$$

با توجه به روابط (۱۲)، (۱۶) و (۱۷) دینامیک حلقه بسته سیستم به صورت (۲۱) بدست می‌آید:

$$\dot{z}^* = -k_1 z^* + (\rho^* - h^*) \quad (21)$$

$$\dot{z}_3 = -k_2 z_3 + (\rho_3 - h_3) + (x_d^{*T} J \rho^* - h_3')$$

تابع لیاپانوف شعاعی بی‌کران^{۱۴} مثبت معین (۲۲) را در نظر می‌گیریم.

$$V_{11} = \frac{1}{2} z^{*T} z^* \quad (22)$$

با مشتق‌گیری از تابع (۲۲) و استفاده از معادله اول (۲۱) رابطه

زیر بدست می‌آید:

$$\dot{V}_{11} = -k_1 z^{*T} z^* + z^{*T} (\rho^* - h^*)$$

حال با استفاده از ویژگی ۴ می‌توان به سادگی نشان داد که:

$$\dot{V}_{11} \leq -k_1 z^{*T} z^* + \varepsilon^*$$

بنابراین:

$$\dot{V}_{11} \leq -2k_1 V_{11} + \varepsilon^*$$

حال با استفاده از لم ۱ ضمائم داریم:

$$V_{11}(t) \leq V_{11}(0) \exp(-2k_1 t) + \frac{\varepsilon^*}{2k_1} (1 - \exp(-2k_1 t)) \quad (23)$$

و در پایان با توجه به (۲۲) و (۲۳) رابطه اول (۲۰) اثبات می‌شود. حال تابع لیاپانوف شعاعی بی‌کران مثبت معین (۲۴) را در نظر می‌گیریم:

$$V_{12} = \frac{1}{2} z_3^2 \quad (24)$$

با مشتق‌گیری از (۲۴) و استفاده از رابطه دوم (۲۱) رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\dot{V}_{12} = -k_2 z_3^2 + z_3 (\rho_3 - h_3) + z_3 (x_d^{*T} J \rho^* - h_3')$$

اکنون با استفاده از ویژگی ۴ می‌توان به سادگی نشان داد که:

$$\dot{V}_{12} \leq -k_2 z_3^2 + \varepsilon_3 = -2k_2 V_{12} + \varepsilon_3 \quad (25)$$

بنابراین با استفاده از لم ۱ ضمائم و روابط (۲۴) و (۲۵)، رابطه دوم (۲۰) اثبات می‌شود.

از (۲۰) می‌توان نشان داد که:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x^*\| \leq \sqrt{\frac{\varepsilon^*}{k_1}} + \varepsilon_m = e_1$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_3| \leq \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{k_2}} + \varepsilon_m e_1 = e_2$$

که در آن $\varepsilon_m = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}$. بنابراین:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{x}_c|, |\tilde{y}_c| \leq \frac{1}{2} (e_1 \sqrt{e_1^2 + 4} + e_2)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{\theta}| \leq e_1$$

تذکر ۱: با استفاده از (۲۰) می‌توان نتیجه گرفت که

$x_d^*(t) \in \ell_\infty$. $z(t) \in \ell_\infty$ در نتیجه با توجه به اینکه از (۱۵)

است، بنابراین با کمک (۱۱) خواهد بود. از (۱۸) و

(۱۹) مشخص است که $h_3(t), h_3'(t), h^*(t) \in \ell_\infty$ است. با توجه

به اینکه $v_r(t), \Psi(t), \xi(t) \in \ell_\infty$ است، با استفاده از (۱۴) و

(۱۷) $u_w(t) \in \ell_\infty$ خواهد بود. در نتیجه $\dot{x}_d^* \in \ell_\infty$. بنابراین با

توجه به (۱۶) می‌توان نتیجه گرفت که $u(t) \in \ell_\infty$.

$$\mathbf{z}(t) = [\mathbf{z}^T(t) \quad \boldsymbol{\eta}^T(t)]^T \text{ و } \alpha_{min} = \min\{\alpha_1, \alpha_2\}$$

اثبات:

تابع لیاپانوف شعاعی بی‌کران مثبت معین (۳۲) را در نظر بگیرید:

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} = \frac{1}{2} \mathbf{z}^{*T} \mathbf{z}^* + \frac{1}{2} z_3^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} \quad (32)$$

با مشتق‌گیری از (۳۲) و استفاده از ویژگی ۲ و قانون کنترل (۲۹) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 \mathbf{z}^{*T} \mathbf{z}^* - k_2 z_3^2 + \mathbf{z}^{*T} (\boldsymbol{\rho}^* - \mathbf{h}^*) \\ & + z_3 (\rho_3 - h_3) + z_3 (\mathbf{x}_d^{*T} \mathbf{J} \boldsymbol{\rho}^* - h_3') \\ & + \boldsymbol{\eta}^T (\bar{\mathbf{M}})^{-1} [\mathbf{Y}_d \tilde{\boldsymbol{g}} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_d] \\ & + (z_3 \mathbf{J} (\mathbf{z}^* + 2\mathbf{x}_d^*) - z_3^*) - k_\eta m_2(\mathbf{x}) \boldsymbol{\eta} \\ & - m_2(\mathbf{x}) \mathbf{h}_\eta \end{aligned}$$

بنابراین با کمک ویژگی ۴:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -k_1 \|\mathbf{z}^*\|^2 - k_2 z_3^2 + \varepsilon^* + \varepsilon_3 \\ & - k_\eta m_2(\mathbf{x}) \boldsymbol{\eta}^T (\bar{\mathbf{M}})^{-1} \boldsymbol{\eta} + \Lambda \|\boldsymbol{\eta}\| \\ & - m_2(\mathbf{x}) \frac{\boldsymbol{\eta}^T (\bar{\mathbf{M}})^{-1} \boldsymbol{\eta} \Lambda^2}{\Lambda \|\boldsymbol{\eta}\| + \varepsilon_\eta} \end{aligned}$$

در نتیجه با استفاده از ویژگی ۱ و با انجام محاسبات ساده داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -k_1 \|\mathbf{z}^*\|^2 - k_2 z_3^2 - k_\eta \|\boldsymbol{\eta}\|^2 + \varepsilon^* + \varepsilon_3 + \varepsilon_\eta \\ \leq & -2k_{min} V_2 + \varepsilon_0 \end{aligned}$$

بنابراین با توجه به لم ۱ ضمام می‌توان رابطه (۳۳) را بدست آورد:

$$V_2(t) \leq V_2(0) \exp(-2k_{min}t) + \frac{\varepsilon_0}{2k_{min}} (1 - \exp(-2k_{min}t)) \quad (33)$$

در پایان به کمک (۳۲) و (۳۳)، رابطه (۳۱) بدست می‌آید.

حال به سادگی می‌توان نشان داد که:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}^*\| \leq \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{k_{min}}} + \varepsilon_m = e'_1$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_3| \leq \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{k_{min}}} + \varepsilon_m e'_1 = e'_2$$

بنابراین:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{x}_c|, |\tilde{y}_c| \leq \frac{1}{2} (e'_1 \sqrt{e_1'^2 + 4} + e'_2)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{\theta}| \leq e'_1$$

تذکر ۳: با استفاده از (۳۲) و (۳۳) می‌توان نتیجه گرفت که $V_2(t) \in \ell_\infty$ است. بنابراین $\mathbf{z}(t), \boldsymbol{\eta}(t) \in \ell_\infty$ در نتیجه با توجه

تذکر ۲: با توجه به اینکه در بدست آوردن قانون کنترل هیچ

قیدی برای مسیر مرجع غیر از کراندار بودن \dot{v}_r, v_r و q_r استفاده نشده است، بنابراین مسأله ردیابی موقعیت و جهت ربات قابل تبدیل به پایدارسازی موقعیت و جهت ربات است. بنابراین اگر هدف پایدارسازی ربات به یک موقعیت ثابت دلخواه $\mathbf{q}_r = [x_r \quad y_r \quad \theta_r]^T$ باشد، کافی است در رابطه (۵)، عبارت v_r را برابر صفر قرار دهیم. در نتیجه عبارت $f(\mathbf{x}^*, v_r)$ در (۷) نیز برابر با صفر خواهد شد. هم‌چنین در این حالت رابطه (۸) به شکل (۲۶) تبدیل خواهد شد:

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{v} \rightarrow \mathbf{v} = \mathbf{T} \mathbf{u} \quad (26)$$

۲-۳- کنترل مقاوم ربات

سیگنال خطای بازگشت به عقب به صورت (۲۷) تعریف می‌شود.

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{u}_k - \mathbf{u} \quad (27)$$

که در آن کنترلر سینماتیکی طراحی شده در قضیه ۱ و \mathbf{u} ورودی سیستم (۱۲) است. بنابراین معادلات دینامیکی (۱۰) به شکل زیر تبدیل می‌شوند:

$$[\bar{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{u}}_k + \bar{\mathbf{V}}_m \mathbf{u} + \bar{\mathbf{N}}] + \bar{\boldsymbol{\tau}}_d - \bar{\mathbf{M}} \dot{\boldsymbol{\eta}} = \bar{\mathbf{B}} \boldsymbol{\tau}$$

با توجه به ویژگی ۳ می‌توان عبارت داخل براکت را به شکل زیر برحسب پارامترهای سیستم خطی‌سازی کرد:

$$\bar{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{u}}_k + \bar{\mathbf{V}}_m \mathbf{u} + \bar{\mathbf{N}} = \mathbf{Y}_d \boldsymbol{g}$$

که در آن $\boldsymbol{g} \in \mathbb{R}^p$ بردار پارامترهای ثابت سیستم و $\mathbf{Y}_d \in \mathbb{R}^{2 \times p}$ ماتریس رگرسیون سیستم است. بردار $\boldsymbol{\kappa}_d$ به صورت (۲۸) تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{\kappa}_d = \bar{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{u}}_k + \bar{\mathbf{V}}_m \mathbf{u} + \bar{\mathbf{N}} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_d = \mathbf{Y}_d \boldsymbol{g} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_d \quad (28)$$

در نتیجه دینامیک خطای $\boldsymbol{\eta}(t)$ به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = (\bar{\mathbf{M}})^{-1} (\boldsymbol{\kappa}_d - \bar{\mathbf{B}} \boldsymbol{\tau})$$

قضیه ۲. سیستم معادلات دینامیکی (۱۰) و (۱۲) با گشتاور

کنترلی (۲۹)

$$\boldsymbol{\tau} = (\bar{\mathbf{B}})^{-1} [\hat{\boldsymbol{\kappa}}_d + k_\eta m_2(\mathbf{x}) \boldsymbol{\eta} + m_2(\mathbf{x}) \mathbf{h}_\eta] \quad (29)$$

که در آن $\hat{\boldsymbol{\kappa}}_d = \mathbf{Y}_d \boldsymbol{g}$ بهترین تخمین برای $\boldsymbol{\kappa}_d$ ، k_η ثابت مثبت کنترلی و $\mathbf{h}_\eta = g(\boldsymbol{\eta}, \Lambda, \varepsilon_\eta)$ است، با فرض اینکه:

$$\|(\bar{\mathbf{M}})^{-1} [\mathbf{Y}_d \tilde{\boldsymbol{g}} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_d + \bar{\mathbf{M}} (z_3 \mathbf{J} (\mathbf{z}^* + 2\mathbf{x}_d^*) - z_3^*)]\| \leq \Lambda \quad (30)$$

که در آن Λ مقدار معلومی است، به شکل (۳۱) GUUB است:

$$\|\mathbf{z}(t)\| \leq \sqrt{\|\mathbf{z}(0)\|^2 \exp(-2k_{min}t) + \frac{\varepsilon_0}{k_{min}} (1 - \exp(-2k_{min}t))} \quad (31)$$

که در آن $k_{min} = \min\{k_1, k_2, k_\eta\}$ ، $\varepsilon_0 = \varepsilon_3 + \varepsilon^* + \varepsilon_\eta$

که در آن d_0 و t_0 ثابت‌های مثبت و $H(\cdot)$ تابع پله هوی‌ساید استاندارد^{۱۰} است.

نمودار شماتیک یک ربات رانش تفاضلی در شکل (۱) نشان داده شده است. با توجه به این شکل معادلات دینامیکی ربات به صورت (۴) است که در آن:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & 0 \\ 0 & \frac{L}{2r} \end{bmatrix}$$

$$E(v) = \begin{bmatrix} F_{s1} \operatorname{sgn}(v_1) + F_{d1}v_1 \\ F_{s2} \operatorname{sgn}(v_2) + F_{d2}v_2 \end{bmatrix}$$

که در آن m جرم ربات، I ممان اینرسی ربات حول مرکز جرم، r شعاع چرخ‌ها، L پهنای ربات، $\operatorname{sgn}(\cdot)$ بیانگر تابع علامت و ماتریس $E(v)$ نشان دهنده نیروهای اصطکاکی موجود بین سطح زمین و چرخ‌های ربات هستند.

از آنجا که ناپیوستگی تابع علامت با ماهیت فیزیکی رفتار نیروهای اصطکاکی بین ربات و سطح زمین در تناقض است، به جای تابع علامت از تابع هموار زیر استفاده می‌کنیم که بر اساس ایده ارائه شده در [۲۵] برای مدل‌سازی نیروهای تائیری بدست آمده است:

$$\hat{\operatorname{sgn}}(u) = \operatorname{sgn}(u) \left(1 - \exp(-k_v |u|) \right)$$

که در آن k_v ثابت مثبتی است. در شبیه‌سازی‌های انجام شده پارامترهای ربات بر اساس پارامترهای ربات **K2A** اصلاح شده در نظر گرفته شده است [۱۸]:

$$m = 165 \text{ kg}, \quad I = 4.643 \text{ kg.m}^2$$

$$r = 0.010 \text{ m}, \quad L = 0.667 \text{ m}$$

$$k_v = 10, \quad d_0 = 0.05, \quad t_0 = 3 \text{ s}$$

$$F_{s1} = 200 \text{ N}, \quad F_{d1} = 10 \text{ kg.s}^{-1}$$

$$F_{s2} = 50 \text{ N}, \quad F_{d2} = 2 \text{ kg.s}^{-1}$$

پارامترهای کنترلر مقاوم ارائه شده در قضیه ۲ را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon^* = \varepsilon_\eta = 0.02$$

$$k_1 = k_2 = 1.5, \quad k_\eta = 4, \quad a_1 = a_2 = 2$$

$$\Lambda = \left\| z_3 J \left(z^* + 2x_d^* \right) - z^* \right\| + 1.5$$

در حالت پایدارسازی حول وضعیت ثابت $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.3$ و در حالت ردیابی مسیر مرجع $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.5$ است. با فرض ۳۰٪ خطا برای مقادیر جرم و ممان اینرسی ربات، نتایج شبیه‌سازی به صورت شکل‌های (۲) تا (۷) خواهد بود.

به اینکه $x_d^*(t) \in \ell_\infty$ است، به کمک (۱۱) $x(t) \in \ell_\infty$ خواهد بود. از تعریف تابع $g(\cdot)$ مشخص است که $h_3(t), h_3'(t), \dot{h}^*(t), \dot{h}_\eta(t) \in \ell_\infty$ —————
 $v_r(t), \xi(t), \Psi(t), \dot{\Psi}(t) \in \ell_\infty$ بنا براین با استفاده از (۱۷) $u_w(t) \in \ell_\infty$ در نتیجه است. پس با توجه به (۱۶) می‌توان نتیجه گرفت که $u_k(t) \in \ell_\infty$ و بنا براین از (۲۷) $u(t) \in \ell_\infty$ خواهند بود. با کمک (۱۲) و (۱۳) $\dot{z}(t) \in \ell_\infty$ بنا براین از آنجا که تابع $g(\cdot)$ در کل دامنه‌اش تابعی هموار است، $\dot{h}_3(t), \dot{h}_3'(t), \dot{h}^*(t), \dot{h}_\eta(t) \in \ell_\infty$ بنا براین $\dot{u}_w(t) \in \ell_\infty$ و در نتیجه $\dot{u}_k(t) \in \ell_\infty$ بنا براین از (۲۸) $\kappa_d \in \ell_\infty$ و در نتیجه $Y_d \in \ell_\infty$ است. از (۳۰) $\tilde{q} \in \ell_\infty$ و به کمک تعریف \tilde{q} می‌توان نتیجه گرفت که $\hat{q} \in \ell_\infty$. در نتیجه $\hat{\kappa}_d \in \ell_\infty$ در پایان با فرض اینکه ماتریس \bar{B} معکوس پذیر باشد، با توجه به (۲۹) $\tau \in \ell_\infty$ خواهد بود.

تذکر ۴: مانند بحث مطرح شده در تذکر ۲: در بدست آوردن قانون کنترل، هیچ قیدی برای مسیر مرجع غیر از کراندار بودن \dot{q}_r و q_r ، \dot{v}_r ، v_r ، (۱۶)، (۱۷) و (۲۹) برای مسأله پایدارسازی موقعیت و جهت ربات حول وضعیت ثابت نیز قابل استفاده است.

۴- نتایج شبیه سازی

برای سنجش درستی تحلیل‌های تئوری، نتایج شبیه‌سازی کنترلر مقاوم طراحی شده را برای دو نمونه ربات دوچرخ رانش تفاضلی و چهارچرخ فرمانش لغزشی مورد بررسی قرار می‌دهیم. شرایط اولیه در هر دو حالت $q(0) = [0 \ 1 \ 0]^T$ در نظر گرفته شده است. همچنین برای پایدارسازی ربات‌ها حول وضعیت ثابت، وضعیت نهایی را به صورت $q_f = [0 \ 0 \ 0]^T$ و برای ردیابی مسیر مرجع، مسیر دایروی زیر را به عنوان مسیر مرجع در نظر می‌گیریم:

$$x_r(t) = 0.75 \sin(0.4t)$$

$$y_r(t) = 0.75 \cos(0.4t)$$

که $\theta_r(t)$ از (۵) بدست می‌آید. همچنین فرض می‌شود که مؤلفه‌های τ_d نویز سفید با حداکثر دامنه ۰/۲ باشند.

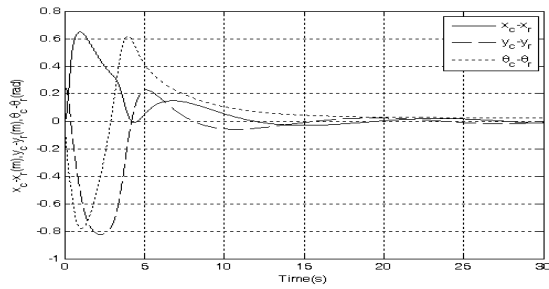
۴-۱- ربات رانش تفاضلی

مدل سینماتیکی ربات به صورت (۲) است که در آن اغتشاش سینماتیکی $d(q,t) = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$ مشابه [۱۸] عبارت است از:

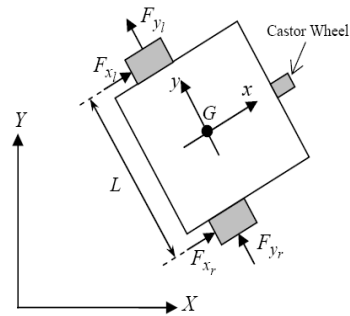
$$d_1 = d_0(H(t) - H(t-t_0)) \sin \theta$$

$$d_2 = -d_0(H(t) - H(t-t_0)) \cos \theta$$

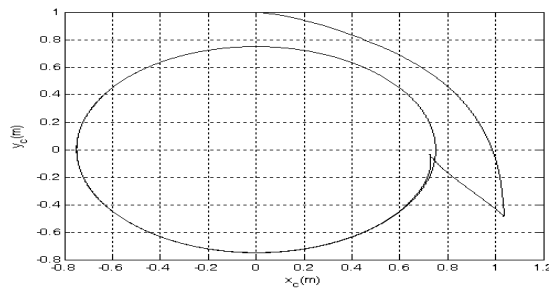
$$d_3 = d_0(H(t) - H(t-t_0))$$



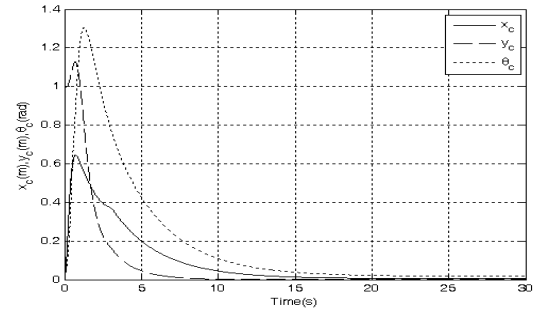
شکل (۵): پاسخ زمانی خطای متغیرهای حالت در حالت ردیابی مسیر مرجع ربات رانش تفاضلی



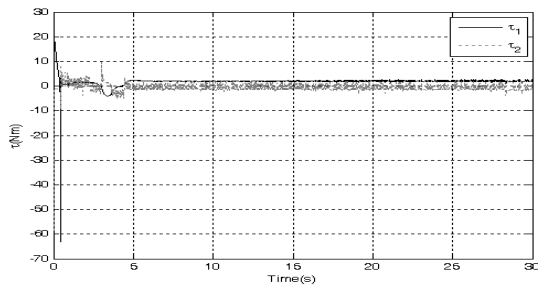
شکل (۱): ربات رانش تفاضلی



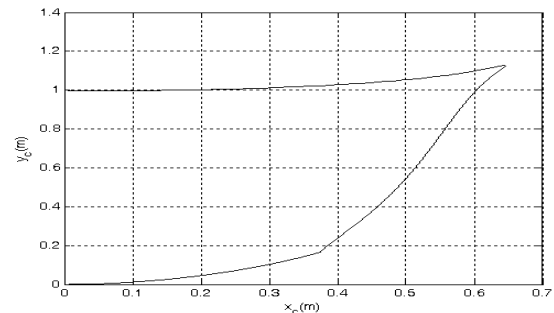
شکل (۶): مسیر طی شده در صفحه مختصات در حالت ردیابی مسیر مرجع ربات رانش تفاضلی



شکل (۲): پاسخ زمانی متغیرهای حالت در حالت پایدارسازی ربات رانش تفاضلی



شکل (۷): گشتاورهای اعمالی به ربات در حالت ردیابی مسیر مرجع ربات رانش تفاضلی

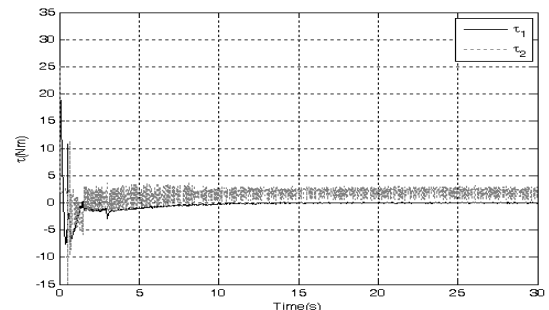


شکل (۳): مسیر طی شده در صفحه مختصات در حالت پایدارسازی ربات رانش تفاضلی

بر اساس این شبیه‌سازی‌ها کنترلر مقاوم قادر به انجام هر دو هدف کنترلی پایدارسازی حول وضعیت ثابت و ردیابی مسیر مرجع است. در واقع در حالت پایدارسازی $|\tilde{x}_c| \leq 5mm$ ، $|\tilde{y}_c| \leq 0.5mm$ و $|\tilde{\theta}| \leq 1.05 deg$ و در حالت ردیابی مسیر مرجع $|\tilde{x}_c| \leq 15mm$ ، $|\tilde{y}_c| \leq 15mm$ و $|\tilde{\theta}| \leq 1.45 deg$ است.

۴-۲- ربات چهارچرخ فرمانش لغزشی

همان‌طور که گفته شد، ربات‌های فرمانش لغزشی به علت وجود لغزش جانبی در چرخ‌هایشان در مانورهای چرخشی، همواره قید عدم لغزش ربات را برآورده نمی‌کنند. بنابراین یکی از موارد کاربردی کنترلرهای طراحی شده بر اساس عدم



شکل (۴): گشتاورهای اعمالی به ربات در حالت پایدارسازی ربات رانش تفاضلی

ارضای قید عدم لغزش این دسته از ربات‌ها هستند.

معادلات سینماتیکی ربات فرمانش لغزشی به صورت (۲) است که در آن عبارت است از:

$$d(q,t) = [-\sin\theta \quad \cos\theta \quad 0]^T v_y$$

که v_y سرعت جانبی مرکز جرم ربات است. با اعمال انتقال مختصات (۶)، $\rho^* = \theta$ ، $\rho_3 = -2v_y$ خواهد شد. بنابراین با فرض برقراری نامساوی $|v_y| \leq v_0$ که در آن مقدار معلومی است، می‌توان نتیجه گرفت که $\Pi^* = 0$ ، $\Pi_3 = 2v_0$ ، بنابراین $h^* = 0$ و $h'_3 = 0$ ، $h_3 = g(z_3, \Pi_3, o_3)$ خواهد بود.

با توجه به شکل (۸)، معادلات دینامیکی ربات فرمانش لغزشی به صورت (۴) است که در آن:

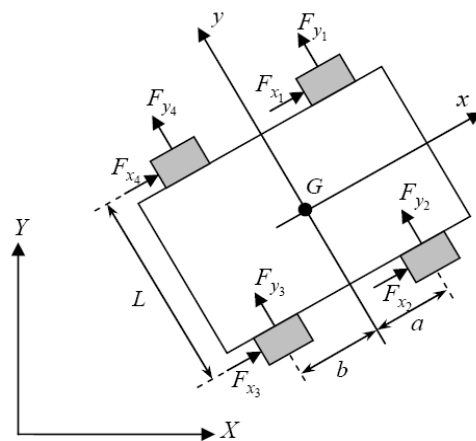
$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, B = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} n & n \\ -L & L \end{bmatrix}, E(v) = \begin{bmatrix} -mv_y\omega \\ bF_{yb} - aF_{yf} \end{bmatrix}$$

که m جرم ربات، I ممان اینرسی ربات حول مرکز جرم، r شعاع چرخ‌ها، n نسبت چرخ دنده‌ها، L طول محور بین چرخ‌های ربات، a و b به ترتیب فاصله مرکز جرم ربات از محورهای عقب و جلو، ω سرعت دورانی ربات و F_{yf} و F_{yb} به ترتیب مجموع نیروهای اصطکاکی جانبی چرخ‌های جلو و عقب ربات هستند. در شبیه‌سازی‌ها، پارامترهای ربات به صورت زیر انتخاب شده است:

$$m = 40 \text{ kg}, I = 0.413 \text{ kg.m}^2, \mu = 0.5, n = 49.8$$

$$r = 0.1075 \text{ m}, L = 0.395 \text{ m}, g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$$

$$a = 0.138 \text{ m}, b = 0.122 \text{ m}$$



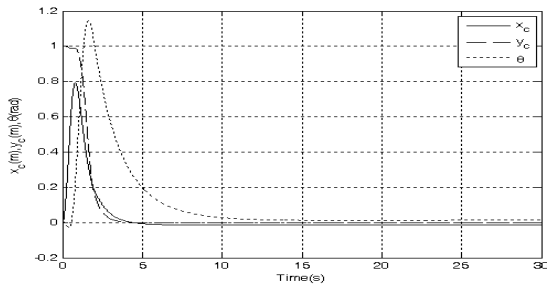
شکل (۸): ربات فرمانش لغزشی

با فرض ۳۰٪ خطا برای مقادیر جرم و ممان اینرسی ربات و با فرض پارامترهای کنترلر به صورت زیر، نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های (۹) تا (۱۲) آورده شده است.

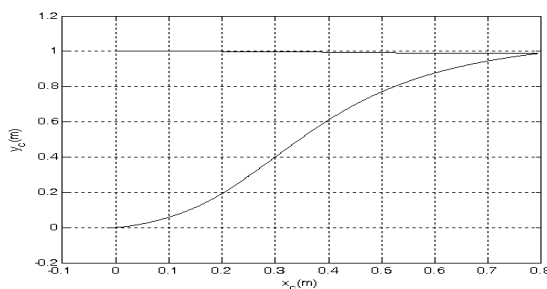
$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon^* = \varepsilon_\eta = 0.02, v_0 = 0.3$$

$$k_1 = k_2 = 1, k_\eta = 3, a_1 = a_2 = 2, \alpha_1 = \alpha_2 = 0.5$$

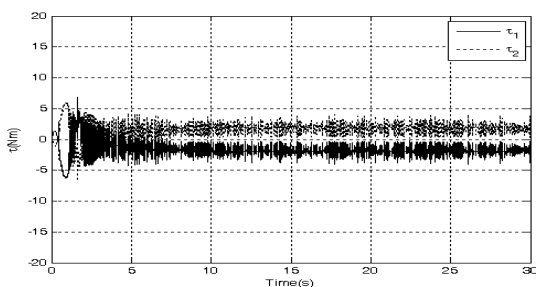
$$\Lambda = \left\| z_3 J(z^* + 2x_d^*) - z^* \right\| + 1$$



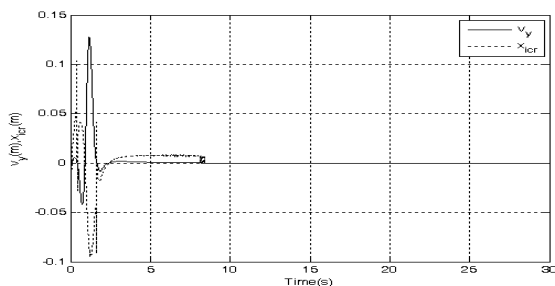
شکل (۹): پاسخ زمانی متغیرهای حالت در حالت پایدارسازی ربات فرمانش لغزشی



شکل (۱۰): مسیر طی شده در صفحه مختصات در حالت پایدارسازی ربات فرمانش لغزشی



شکل (۱۱): گشتاورهای اعمالی به ربات در حالت پایدارسازی ربات فرمانش لغزشی



شکل (۱۲): سرعت جانبی مرکز جرم و مولفه طولی مرکز آنی دوران در حالت پایدارسازی ربات فرمانش لغزشی

بر اساس این شبیه‌سازی‌ها کنترلر مقاوم، قادر به پایدارسازی ربات حول وضعیت ثابت است. در واقع در این

برای دو نمونه متفاوت ربات‌های رانش تفاضلی و فرمانش لغزشی نشان‌دهنده عملکرد مناسب کنترلرهای پیشنهادی بود. در آینده کنترلرهای طراحی شده بر روی ربات‌های واقعی پیاده‌سازی خواهند شد.

۶- ضمائم

لم ۱ [۲۶]: فرض کنید که $V(t)$ یک تابع عددی نامنفی از زمان باشد که برای آن نامساوی دیفرانسیلی زیر برقرار باشد:

$$\dot{V} \leq -\gamma V + \varepsilon$$

که در آن γ و ε ثابت‌های مثبت هستند. در این صورت:

$$\forall t \geq 0 \quad V(t) \leq V(0)\exp(-\gamma t) + \frac{\varepsilon}{\gamma}(1 - \exp(-\gamma t))$$

حالت $|\theta| \leq 0.8d$ و $|y_c| \leq 0.1mm$ ، $|x_c| \leq 13mm$ و همچنین با توجه به شکل‌های فوق روابط $|v_y| \leq v_0$ و $-a \leq x_{icr} \leq b$ نیز برقرارند.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله قوانین کنترل سینماتیکی و مقاوم دینامیکی ربات ارائه شدند. کنترلرهای پیشنهادی قادر به انجام هر دو هدف ردیابی مسیر مرجع و پایدارسازی حول وضعیت ثابت هستند. همچنین نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی در سیستم دینامیکی که در آن قید سینماتیکی عدم لغزش ربات برآورده نمی‌شود، مورد بررسی قرار گرفت. در هر حالت همگرایی نمایی خطای ردیابی به یک همسایگی کوچک دلخواه از مبدأ با استفاده از قضیه لیاپانوف اثبات شد. نتایج شبیه‌سازی

۷- مراجع

- [۱۰] Dong, W.; Liang Xu, W.; and Huo, W.; "Trajectory Tracking Control of Dynamic Nonholonomic Systems with Unknown Dynamics", Int. J. of Robust and Nonlinear Control Vol. 9, p.p. 905-922, 1999.
- [۱۱] Ge, S. S.; Wang, J.; Lee, T. H.; and Zhou, G. Y.; "Adaptive Robust Stabilization of Dynamic Nonholonomic Chained Systems", J. of Robotic Systems, Vol. 18, p.p. 119-133, 2000.
- [۱۲] Kim, M. S.; Shin, J. H.; Hong, S. G.; and Lee, J. J.; "Designing a Robust Adaptive Dynamic Controller for Nonholonomic Mobile Robots Under Modeling Uncertainty and Disturbances", Mechatronics, Vol. 13, p.p. 507-519, 2003.
- [۱۳] Dong, W.; and Kuhnert, K. D.; "Robust Adaptive Control of Nonholonomic Mobile Robot with Parameter and Nonparameter Uncertainties", IEEE Trans. on Robotics, vo. 21, p.p. 261-266, 2005.
- [۱۴] Ma, B. L.; and Tso, S. K.; "Robust Discontinuous Exponential Regulation of Dynamic Nonholonomic Wheeled Mobile Robots with Parameter Uncertainties", Int. J. of Robust and Nonlinear Control, Vol. 18, p.p. 960-974, 2007.
- [۱۵] Mauder, M.; "Robust Tracking Control of Nonholonomic Dynamic Systems with Application to The Bi-Steerable Mobile Robot", Automatica Vol. 44, p.p. 2588-2592, 2008.
- [۱۶] Chen, C. Y.; Li, T. S.; Yeh, Y. C.; and Chang, C. C.; "Design and Implementation of an Adaptive Sliding-Mode Dynamic Controller for Wheeled Mobile Robots", Mechatronics, Vol. 19, p.p. 156-166, 2009.
- [۱۷] Corradini, M. L.; Leo, T.; and Orlando, G.; "Robust Stabilization of Mobile Robot Violating The Nonholonomic Constraint Via Quasi-Sliding Modes", Proc. of American Control Conference, San Diego, California, p.p. 3935-3939, 1999.
- [۱] Brockett, R.W.; "Asymptotic Stability and Feedback Stabilization", Differential Geometric Control Theory, R.W. Brockett, R.S. Millman, and H.J. Sussmann (Editors), Birkhauser, Boston, pp. 181-191, 1983.
- [۲] Bloch, A. M.; Reyhanoglu, M.; McClamroch, and N. H.; "Control and Stabilization of Nonholonomic Dynamic Systems", IEEE Trans. on Automat Control, Vol. 37, p.p.1746-1757, 1992.
- [۳] Samson, C.; "Time-varying Feedback Stabilization Control of a Car-Like Wheeled Mobile Robot", Int. J. of Robotics Research, Vol. 12, p.p. 55-66, 1993.
- [۴] Samson, C.; "Control of Chained Systems Application to Path Following and Time-Varying Point-Stabilization of Mobile Robots", IEEE Trans. on Automat Control, Vol. 40, p.p. 64-77, 1995.
- [۵] Bloch, A. M.; McClamroch, N. H.; and Reyhanoglu, M.; "Controllability and Stabilizability Properties of a Nonholonomic Control System", Proc. of 29th IEEE Int. Conf. on Decision and Control, Hawaii, p.p. 1312-1314, 1990.
- [۶] Canudas de Wit, C.; and Sordalen, O. J.; "Exponential Stabilization of Mobile Robots with Nonholonomic Constraints", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 37, p.p. 1791-1797, 1992.
- [۷] Guldner, J.; and Utkin, V. I.; "Stabilization of Nonholonomic Mobile Robots Using Lyapunov Function for Navigation and Sliding Mode Control", Proc. of 33rd IEEE Int. Conf. on Decision and Control, p.p. 2967-2972, 1994.
- [۸] Astolfi, A.; "Discontinuous Control of Nonholonomic Systems", System & Control Letters, Vol. 27, p.p. 37-45, 1996.
- [۹] Pourboghra, F.; "Exponential Stabilization of Nonholonomic Mobile Robots", Computers and Electrical Engineering, Vol. 28, p.p. 349-359, 2002.

- Wang, Z. P.; Su, C. Y.; Lee, T. H.; and Ge, S. S.; “Robust Adaptive Control of a Wheeled Mobile Robot Violating The Pure Nonholonomic Constraint”, 8th Int. Conf. on Control, Automation, Robotics and Vision, Kuming, China, p.p. 987-992, 2004. [۲۳]
- Lewis, F.; Abdallah, C.; and Dawson, D.; Control of Robot Manipulators, 1st Edition, MacMillan Publishing Co., 1993. [۲۴]
- Ward, C. C.; and Iagnemma, K.; “A Dynamic-Model-Based Wheel Slip Detector for Mobile Robots on Outdoor Terrain”, IEEE Trans. on Robotics, Vol. 24, p.p. 821-831, 2008. [۲۵]
- Dawson, D. M.; Hu, J.; and Burg, T. C.; Nonlinear Control of Electric Machinery, 1st Edition, Marcel Dekker Inc., 1998. [۲۶]
- Dixon, W. E.; Dawson, D. M.; Zergeroglu, E.; and Behal, A.; Nonlinear Control of Wheeled Mobile Robots, 1st Edition, Springer-Verlag, 2001. [۱۸]
- Kozłowski, K.; and Pazderski, D.; “Practical Stabilization of a Skid-Steering Mobile Robot- A Kinematic-Based Approach”, IEEE 3rd Int. Conference on Mechatronics, Budapest, p.p. 519-524, 2006. [۱۹]
- Pazderski, D.; and Kozłowski, K.; “Trajectory Tracking of Underactuated Skid-Steering Robot”, American Control Conference, Washington, USA, p.p. 3506-3511, 2008. [۲۰]
- Leroquais, W.; and d'Andrea-Novet, B.; “Modeling and Control of Wheeled Mobile Robots Not Satisfying Ideal Velocity Constraints: The Unicycle Case”, Proc. of 35th Conf. on Decision and Control, Kobe, Japan, p.p. 1437-1442, 1996. [۲۱]
- Motte, I.; and Campion, G.; “A Slow Manifold Approach for The Control of Mobile Robots Not Satisfying The Kinematic Constraints”, IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol. 16, p.p. 875-880, 2000. [۲۲]

۸- زیر نویس ها

- ^۱ - Nonholonomic
^۲ - Unified Approach
^۳ - Ge
^۴ - Dixon
^۵ - Ma
^۶ - Tso
^۷ - Skid Steer
^۸ - Kozłowski
^۹ - Pazderski
^{۱۰} - Wang
^{۱۱} - Unmatched Disturbance
^{۱۲} - Unicycle
^{۱۳} - Globally Uniformly Ultimately Bounded
^{۱۴} - Radially Unbounded
^{۱۵} - Standard Heaviside Step Function

