



## به کارگیری روش تابع گرین در تحلیل دینامیکی نانولوله حامل سیال تحت نیروی متحرک

عباس زندی باغچه مریم، محمد حسینی\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۲۸ اسفند ۱۳۹۴  
بازنگری: ۱۸ خرداد ۱۳۹۵  
پذیرش: ۲۷ تیر ۱۳۹۵  
ارائه آنلاین: ۲۵ مرداد ۱۳۹۵

### کلمات کلیدی:

نانولوله کربنی حامل سیال  
روش تابع گرین  
نیروی متحرک هارمونیک  
شرایط مرزی مختلف  
حالت‌های مختلف حرکت نیرو

**چکیده:** در این مقاله پاسخ دینامیکی نانولوله کربنی حامل سیال تحت نیروی متحرک هارمونیک با استفاده از روش تحلیلی تابع گرین بررسی شده است. نتایج این بررسی برای چهار شرایط مرزی مختلف، دوسرگیردار، یکسرگیردار - یکسرمفصل، یک-سرمفصل - یکسرگیردار و دوسرطرف به دست آمده است. نیروی متحرک با سرعت یکنواخت، شتاب تندشونده و شتاب کندشونده و جریان سیال با سرعت یکنواخت حرکت می‌کند. به منظور تحلیل پاسخ دینامیکی نانولوله کربنی از تبدیل لاپلاس و تابع گرین استفاده شده است، که می‌توان حل دقیقی از تغییر مکان با استفاده از این روش‌ها به دست آورد. در این بررسی تأثیر تغییرات پارامترهای مختلف از جمله ضریب ویسکوالاستیک، سرعت جریان سیال و نیروی متحرک، پارامتر مقیاس طول، شرایط مرزی، ضریب میرایی و حالت‌های حرکت نیرو بر تغییر مکان نانولوله کربنی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهد که پارامترهای ذکر شده، تأثیر قابل توجهی در تغییر مکان نانولوله کربنی دارند. مشاهده گردید که تغییر مکان دینامیکی به پارامتر مقیاس طول بسیار حساس بوده به طوری که افزایش آن موجب افزایش تغییر مکان و کاهش سفتی سیستم می‌شود.

### ۱- مقدمه

امروزه اهمیت میکرو و نانو سازه‌ها در پیشبرد و توسعه صنایع مختلف بر کسی پوشیده نیست. کاربردهای فراوان این تجهیزات در نانو ساختارها بعد از کشف نانولوله‌های کربنی در سال ۱۹۹۱ باعث ترغیب محققان برای تحلیل رفتار آنها شده است [۱]. نانولوله‌های کربنی دارای خواص مکانیکی، الکتریکی و گرمایی منحصر به فردی می‌باشند [۶-۲] که این خواص منحصر به فرد موجب کارایی زیاد آنها در تمامی شاخه‌های نانو تکنولوژی، از دانش سیال‌شناسی تا دانش پزشکی گردیده است. از سویی دیگر بررسی دینامیک مسائل با بارگذاری متحرک به دلیل کاربرد فراوان آنها در مدل‌سازی بسیاری از سامانه‌های فیزیکی موضوع مورد بحث بسیاری از محققان بوده است. هر سازه‌ای را که حرکت یک نیرو بر روی آن منجر به ارتعاشات آن سازه شود می‌توان جزو این دسته از مسائل شمرد. این نوع مسائل در بسیاری از صنایع و شاخه‌های مهندسی کاربردهای بی شماری دارد، از آن جمله می‌توان به نانو سنسورهای بیولوژیکی، نانومحرک‌ها، فشارسنج‌ها، سامانه‌های تزریق دارویی به سلول‌های مورد هدف اشاره کرد [۹-۷].

از آنجایی که اندازه نانولوله به قدر کافی بزرگ نیست، باید اثرات وابسته به اندازه را در تحلیل دینامیکی آنها در نظر گرفت [۱۰، ۱۱]. لذا در ابعاد کوچک، استفاده از مدل تیر کلاسیک برای تحلیل نانولوله‌ها، خطاهای ناخواسته‌ای را ایجاد می‌کند. در این صورت استفاده از یک مدل اصلاح

شده که اثرات پارامترهایی در بعد نانو را نیز در نظر گرفته باشد، الزامی است. نظریه الاستیسیته غیرمحلی از جمله پر کاربردترین نظریه‌های غیر کلاسیک است، با توجه به این نظریه، تنش در یک نقطه از جسم تابع کرنش در تمامی نقاط جسم می‌باشد.

امروزه تحقیقات فراوانی در زمینه کمانش و ارتعاشات میکرو و نانولوله‌ها بدون بار متحرک انجام شده است. در نخستین مطالعات انجام شده در این زمینه، یون و همکاران [۱۲] به مطالعه اثرات جریان سیال بر روی ارتعاشات نانولوله‌های کربنی حامل جریان سیال پرداختند. در این مطالعه آنها نشان دادند که جریان سیال درون لوله بر روی بسامد ارتعاشی نانولوله کربنی اثر می‌گذارد که این اثرات برای نانولوله‌هایی با قطر بزرگتر، طول بیشتر و سیال با سرعت داخلی بیشتر، قابل توجه می‌باشد. آنها همچنین به بررسی نقش محیط الاستیک اطراف لوله بر روی بسامدهای نانولوله کربنی پرداختند و نشان دادند که این محیط الاستیک می‌تواند اثرات سیال درون لوله را کاهش دهد. آنها در مطالعه خود از نظریه تیر کلاسیک برای مدل کردن نانولوله کربنی و تحلیل خواص ارتعاشی آن استفاده کردند. با استفاده از مدل تیر کلاسیک، مطالعات زیاد دیگری بر روی ارتعاشات نانولوله‌های کربنی حامل جریان سیال نظیر مطالعات انجام شده توسط وانگ و همکاران [۱۳]، وانگ و نی [۱۴] و ژن و همکاران [۱۵] صورت گرفته است. آنها در این مطالعات با استفاده از مدل تیر کلاسیک به مطالعه اثرات پارامترهای مختلف بر روی رفتار دینامیکی نانولوله‌های کربنی حامل جریان سیال پرداختند. لازم به ذکر

نسبت پواسون، سرعت نیروی متحرک و ضریب بستر الاستیک بر پاسخ دینامیکی میکروتیر بررسی شده است. لی و یانگ [۲۸] به بررسی ارتعاشات لوله حامل سیال تحت نیروی متحرک با سرعت یکنواخت با استفاده از روش تابع گرین پرداختند. تفاوت پژوهش حاضر با مرجع [۲۸] در این است که در مقاله حاضر اثرات ویسکوالاستیک، پارامتر مقیاس طول (غیرمحلی) و حالت مختلف حرکت نیروی متحرک در معادلات اعمال می‌شود؛ بنابراین تابع گرین برای یک نانولوله کربنی ویسکوالاستیک حامل جریان سیال تحت نیروی متحرک با سرعت غیریکنواخت حاصل شده است.

با توجه به مرور منابع مشخص می‌شود که این مطالعات بیشتر در ارتباط با تیر با شرایط مرزی دوسرمفصل و بدون جریان سیال بوده و نانولوله کربنی حامل سیال تحت تأثیر نیروی متحرک هارمونیک با حالت مختلف حرکت (شتاب ثابت، شتاب تندشونده و شتاب کندشونده) و شرایط مرزی مختلف بررسی نشده است. همچنین به دلیل پیچیدگی حاصل از روش‌های تحلیلی برای شرایط مرزی مختلف عمدتاً از روش‌های عددی در استخراج نتایج استفاده شده است و تغییر مکان نانولوله کربنی حامل سیال تحت تأثیر نیروی متحرک با استفاده از روش تابع گرین مورد بررسی قرار گیرد. نانولوله کربنی دارای شرایط مرزی دوسرگیردار، یک‌سرگیردار-یک‌سرمفصل، یک‌سرمفصل-یک‌سرگیردار و دوسر مفصل می‌باشد. نیروی متحرک با سرعت یکنواخت، شتاب تندشونده و شتاب کندشونده و جریان سیال با سرعت یکنواخت حرکت می‌کند. برای به‌دست آوردن تغییر مکان عرضی نانولوله کربنی از تبدیل لاپلاس و تابع گرین استفاده شده است که می‌توان حل دقیقی از تغییر مکان با استفاده از این روش به‌دست آورد. در این مطالعه تأثیر تغییرات پارامترهای مختلف شامل سرعت سیال و نیروی متحرک، پارامتر مقیاس طول و حالت‌های مختلف حرکت نیرو بر تغییر مکان عرضی نانولوله کربنی بررسی می‌شود. صحت نتایج با مقایسه با نتایج حاصل از آنچه قبلاً در تحقیقات قبلی ارائه شده است، تأیید می‌گردد.

## ۲- معادله حرکت

نمایی از یک نانولوله کربنی همگن ویسکوالاستیک حامل سیال تحت تأثیر نیروی متمرکز متحرک  $p(x,t)$  در شکل ۱ مشاهده می‌شود.

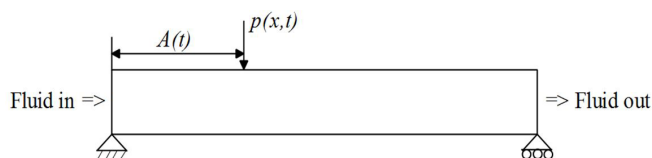


Fig. 1. The carbon nanotubes conveying fluid under moving load

شکل ۱: نانولوله کربنی حامل جریان سیال تحت نیروی متحرک

است که معادله دیفرانسیل جزئی حاکم بر حرکت نانولوله‌های کربنی حامل جریان سیال با استفاده از مدل تیر کلاسیک از مرتبه چهارم می‌باشد. ارتعاشات عرضی نانولوله کربنی تک‌جداره و دوجداره تحت نیروی محوری با استفاده از نظریه تیر اویلر برنولی و تیموشنکو توسط قربانپور و همکاران [۱۶] بررسی شد. در این بررسی نشان داده شد که نظریه غیرمحلی، بسامد طبیعی کمتری نسبت به نظریه کلاسیک پیش بینی می‌کند.

علاوه‌براین تحلیل دینامیک سازه‌ها تحت نیروی متحرک با استفاده از نظریه کلاسیک در پژوهش‌های فراوانی بررسی شده است. از جمله مطالعات انجام شده در این زمینه، کارگرنوین و یونسین [۱۷] پاسخ دینامیکی فرم بسته تیر تیموشنکو نامتناهی را تحت اثر بار متحرک به‌دست آوردند. معادلات حاکم به روش تبدیل فوریه مختلط و نظریه انتگرال کانولوشن حل شده‌اند. کارهای تکمیلی مربوط به مسأله جرم متحرک شامل استفاده از پاسخ دینامیکی به‌دست آمده برای دستیابی به نمودارهای توزیع لنگر، برش و تنش در تیرها است که از این دست کارهای تکمیلی می‌توان به مطالعه بیاندی و همکاران [۱۸] اشاره نمود. بلات و کلیسنگلو [۱۹] پاسخ دینامیکی یک تیر دوسر مفصل و با جرم متحرک را با استفاده از روش عددی به‌دست آوردند. شرابتی و زیزکوااسکی [۲۰] با استفاده از روش اجزا محدود، یک تیر اویلر برنولی با شرایط مرزی دوسر مفصل تحت تأثیر جرم متحرک را بررسی کردند. صادقی و کریمی [۲۱] رفتار ارتعاشاتی یک لوله حامل جریان سیال را با استفاده از روش گالرکین حل کرده و ارتعاشات عرضی را برای حالت‌های مختلف به‌دست آوردند. یو و همکاران [۲۲] به بررسی ارتعاشات تیر با بستر الاستیک تحت نیروی اعمالی بر روی سطح خارجی با سرعت یکنواخت، با استفاده از روش ماتریس انتقال پرداختند. کارگرنوین و همکاران [۲۳] ارتعاشات یک تیر تیموشنکو را تحت جرم متحرک که به‌طور نوسانی در حال حرکت بود، مطالعه نمودند. افتخار اعظم و همکاران [۲۴] معادلات مربوط به ارتعاشات تیر تیموشنکو را که تحت تأثیر یک جرم متحرک می‌باشد، با استفاده از اصل توسعه یافته همپلتون استخراج کرده و پاسخ‌های ارتعاشی برای مقادیر مختلف پارامترها را مورد مطالعه قرار دادند. میسبورک و اسنایدی [۲۵] پاسخ دینامیکی تیر تحت بار متحرک را توسط شیوه ریاضی جدیدی حل نموده و قسمت حل خصوصی پاسخ را به‌صورت تحلیلی به‌دست آورده است.

با بررسی مطالعات پیشین مشخص می‌شود که مطالعات وسیعی در زمینه تحلیل دینامیکی تیرها و لوله‌ها تحت نیروی متحرک با استفاده از نظریه کلاسیک، همچنین کمانش و ارتعاشات آزاد نانو و میکرولوله‌ها انجام شده است و مطالعات در حوزه نانو و میکروسامانه‌ها تحت نیروی متحرک بسیار محدود هستند. سیمسک [۲۶] براساس نظریه‌های مختلف، ارتعاشات تیر دوسر مفصل با مواد مدرج تابعی تحت نیروی متحرک را مورد مطالعه قرار داد. در پژوهشی دیگر سیمسک [۲۷] با استفاده از روش تحلیلی و عددی ارتعاشات میکروتیر تحت نیروی متحرک را براساس نظریه تنش کوپل اصلاح شده تحلیل کرد. در این بررسی تأثیر ضریب مقیاس طول،

$$\frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + \kappa \frac{\partial^5 \eta}{\partial \xi^4 \partial \tau} + \left(1 - \nu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \left( V^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + 2V^2 \psi \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} \right) + \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} + c \frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \left(1 - \nu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \bar{p}(\xi, \tau) \quad (5)$$

نیروی اعمال شده به صورت هارمونیک است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{p}(\xi, \tau) = \bar{p}(\xi) \cos \omega \tau \quad (6)$$

پس از جایگذاری معادله (۶) در معادله (۵)، فرم بدون بعد معادله حرکت به فرم مختلط زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial^4 \bar{\eta}}{\partial \xi^4} + \kappa \frac{\partial^5 \bar{\eta}}{\partial \xi^4 \partial \tau} + \left(1 - \nu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \left( V^2 \frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial \xi^2} + 2V^2 \psi \frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial \xi \partial \tau} \right) + \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial \tau^2} + c \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \tau} = \left(1 - \nu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \bar{p}(\xi) \exp(i \omega \tau) \quad (7)$$

که  $i = \sqrt{-1}$  واحد موهومی است. تغییر مکان عرضی بدون بعد نانولوله کربنی از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\eta(\xi, \tau) = \text{Re} \{ \bar{\eta}(\xi, \tau) \} \quad (8)$$

با توجه به هارمونیک بودن نیروی متحرک، حل معادله (۷) به صورت زیر می‌باشد:

$$\bar{\eta}(\xi, \tau) = X(\xi) \exp(i \omega \tau) \quad (9)$$

با جایگزینی معادله (۹) در معادله (۷)، معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} & (1 + i \kappa \omega - \nu^2 V^2) \frac{\partial^4 X}{\partial \xi^4} - (2V^2 \psi i \nu^2 \omega) \frac{\partial^3 X}{\partial \xi^3} + (V^2 \\ & + \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \nu^2 \omega^2 - i c \omega \nu^2) \frac{\partial^2 X}{\partial \xi^2} + (2V^2 \psi i \omega) \frac{\partial X}{\partial \xi} \\ & + \left( i c \omega - \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \omega^2 \right) X = \bar{p}(\xi) - \nu^2 \frac{\partial^2 (\bar{p}(\xi))}{\partial \xi^2} \end{aligned} \quad (10)$$

### ۳- روش گرین

روش‌های زیادی برای حل معادله دیفرانسیل پاره‌ای وجود دارد که یکی از روش‌های تحلیلی برای تعیین جواب یک معادله دیفرانسیل خطی، استفاده از تابع گرین است. در این قسمت از روش گرین برای حل معادله (۱۰) که معادله با مشتقات پاره‌ای نسبت به مکان است، استفاده می‌شود. در روش گرین مجهول معادله به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۳۸]:

$$X(\xi) = \int_0^L \bar{p}(l) G(\xi, l) dl \quad (11)$$

که  $G(\xi, l)$  تابع گرین است. تابع گرین تغییر مکان را در هر نقطه  $\xi$  تحت نیروی متحرک متمرکز واحد در مکان  $l$  تعیین می‌کند. با در نظر

معادله حاکم نانولوله کربنی افقی با جریان یکنواخت سیال براساس نظریه غیرمحلّی ارینگن و تیر اویلر برنولی به صورت زیر است [۳۰، ۲۹]:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + EI g \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} + \left(1 - (e_0 a_0)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) q(x, t) = \left(1 - (e_0 a_0)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) p(x, t) \quad (1)$$

$E, I, L, I, e_0 a_0$  و  $g$  به ترتیب بیانگر مدول یانگ، ممان اینرسی سطح، طول نانولوله، ضریب پارامتر غیرمحلّی ارینگن (پارامتر مقیاس طول) و ضریب ثابت ماده ویسکوالاستیک (میرایی داخلی تیر) هستند. همچنین  $w(x, t)$ ، تغییر مکان عرضی دینامیکی نانولوله کربنی است که در آن  $t$  و  $x$  به ترتیب متغیرهای زمان و مکان می‌باشند. نیروی  $q(x, t)$  به دلیل وجود جریان سیال و میرایی ویسکوز خارجی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$q(x, t) = m_f \nu_f \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f \nu_f \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + (m_f + m_t) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \bar{c} \frac{\partial w}{\partial t} \quad (2)$$

$\bar{c}$  و  $\nu_f, m_f, m_t$  به ترتیب جرم لوله بر واحد طول، جرم سیال بر واحد طول، سرعت یکنواخت سیال درون لوله و ضریب میرایی است. نیروی هارمونیک به صورت متمرکز و با حالت‌های مختلف حرکت، سرعت یکنواخت، شتاب تندشونده و شتاب کندشونده بر روی نانولوله کربنی اعمال می‌شود و به صورت معادله زیر تعریف می‌شود:

$$p(x, t) = F_0 \delta(x - A(t)) \cos \Omega t$$

$$A(t) = x_0 + \nu_p t + \frac{a t^2}{2} \quad (3)$$

که  $F_0, \nu_p, \alpha_0, \Omega$  و  $A(t)$  به ترتیب بسامد تحریک نیرو، مکان ابتدایی اعمال نیرو، سرعت اولیه نیروی متحرک، دامنه نیروی متمرکز متحرک، شتاب اولیه نیرو و موقعیت نیروی متمرکز در هر لحظه تعریف می‌شوند. همچنین  $\delta(\cdot)$  تابع دیراک می‌باشد. به منظور بی‌بعد کردن معادله (۱)، از پارامترهای بی‌بعد زیر استفاده می‌شود:

$$\eta = \frac{w}{L}, \xi = \frac{x}{L}, \beta = \frac{m_f}{m_f + m_t}, T = \frac{t}{L^2} \left( \frac{EI}{m_f + m_t} \right)^{1/2}$$

$$c = \frac{\bar{c} L^3}{EI}, \nu = \frac{e_0 a_0}{L}, V = \nu_f L \left( \frac{m_f}{EI} \right)^{1/2}, \psi = \frac{\nu_p}{\nu_f}, \tau = \frac{\nu_p}{L} t \quad (4)$$

$$\omega = \bar{\Omega} \frac{L}{\nu_p}, \bar{p}(\xi, \tau) = \frac{L^2 p(x, t)}{EI}, \kappa = \frac{g \nu_p}{L}$$

در رابطه (۴)،  $\tau$  براساس سرعت یکنواخت نیرو بدون بعد شده است؛ بنابراین با استفاده از پارامترهای بی‌بعد ذکر شده در این رابطه و جایگذاری در معادله (۱)، معادله حرکت بی‌بعد برای حالت سرعت یکنواخت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta(0, \tau) = \eta'(0, \tau) = 0, \eta(1, \tau) = \eta'(1, \tau) = 0 \quad (16)$$

$$\eta(0, \tau) = \eta'(0, \tau) = 0, \eta(1, \tau) = M(1, \tau) = 0 \quad (17)$$

$$\eta(0, \tau) = M(0, \tau) = 0, \eta(1, \tau) = \eta'(1, \tau) = 0 \quad (18)$$

$$\eta(0, \tau) = M(0, \tau) = 0, \eta(1, \tau) = M(1, \tau) = 0 \quad (19)$$

معادله (۱۵) در شرایط مرزی مختلف جایگذاری می‌شوند تا متغیرهای  $X(0), X'(0), X''(0), X'''(0)$  حاصل شوند. ممان خمشی غیرمحل بی‌بعد شده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$M(\xi, \tau) = -\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + (v^2) \left( V^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + 2V^2 \psi \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} + \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} - \bar{p}(\xi, \tau) \right) \quad (20)$$

شرایط اولیه نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$w(x, 0) = 0; \quad \left. \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (21)$$

### ۳-۱-۱- شرایط مرزی دوسرگیردار

با اعمال شرایط مرزی دوسرگیردار در معادله (۱۵)، معادلات به صورت ماتریس زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{pmatrix} \phi_3(1) & \phi_4(1) \\ \phi_3'(1) & \phi_4'(1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X''(0) \\ X'''(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_5 \phi_3(1-l) - \lambda_4 \phi_4(1-l) \\ \lambda_5 \phi_3'(1-l) - \lambda_4 \phi_4'(1-l) \end{pmatrix} \quad (22)$$

با توجه به شرایط مرزی دوسرگیردار  $X(0) = X'(0) = 0$  می‌باشد. همچنین ضرایب  $X''(0), X'''(0)$  از روش کرامر [۳۳] به صورت روابط زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$X''(0) = \frac{\phi_4'(1)(\lambda_5 \phi_3(1-l) - \lambda_4 \phi_4(1-l))}{\phi_4'(1)\phi_3(1) - \phi_4(1)\phi_3'(1)} \quad (23)$$

$$\frac{\phi_4(1)(\lambda_5 \phi_3'(1-l) - \lambda_4 \phi_4'(1-l))}{\phi_4'(1)\phi_3(1) - \phi_4(1)\phi_3'(1)}$$

$$X'''(0) = \frac{\phi_3(1)(\lambda_5 \phi_3'(1-l) - \lambda_4 \phi_4'(1-l))}{\phi_4'(1)\phi_3(1) - \phi_4(1)\phi_3'(1)} \quad (24)$$

$$\frac{\phi_3'(1)(\lambda_5 \phi_3(1-l) - \lambda_4 \phi_4(1-l))}{\phi_4'(1)\phi_3(1) - \phi_4(1)\phi_3'(1)}$$

با تعیین متغیرهای  $X''(0), X'''(0)$  تابع گرین شرایط مرزی دوسرگیردار را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

گرفتن  $G(\xi, l) = X(\xi, l)$  می‌توان تابع گرین را از حل معادله زیر به دست آورد.

$$\begin{aligned} & (1 + i\kappa\omega - v^2 V^2) \frac{\partial^4 X}{\partial \xi^4} - (2V^2 \psi i v^2 \omega) \frac{\partial^3 X}{\partial \xi^3} + (V^2 \\ & + \frac{V^2 \psi^2}{\beta} v^2 \omega^2 - ic\omega v^2) \frac{\partial^2 X}{\partial \xi^2} + (2V^2 \psi i \omega) \frac{\partial X}{\partial \xi} \\ & + \left( ic\omega - \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \omega^2 \right) X = \delta(\xi - l) - v^2 \frac{\partial^2 (\delta(\xi - l))}{\partial \xi^2} \end{aligned} \quad (12)$$

از پارامترهای زیر برای ساده‌سازی معادله (۱۲) استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{2V^2 \psi i v^2 \omega}{1 + i\kappa\omega - v^2 V^2}, \lambda_2 = \frac{V^2 + \frac{V^2 \psi^2}{\beta} v^2 \omega^2 - ic\omega v^2}{1 + i\kappa\omega - v^2 V^2}, \\ \lambda_3 &= \frac{2V^2 \psi i \omega}{1 + i\kappa\omega - v^2 V^2}, \lambda_4 = \frac{1}{1 + i\kappa\omega - v^2 V^2} \\ \lambda_5 &= \frac{v^2}{1 + i\kappa\omega - v^2 V^2}, \lambda_6 = \frac{ic\omega - \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \omega^2}{1 + i\kappa\omega - v^2 V^2} \end{aligned} \quad (13)$$

با تبدیل لاپلاس از معادله حرکت (۱۲) و با استفاده از پارامترهای رابطه (۱۳)، معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \bar{X}(s, l) &= \frac{\lambda_4 \exp(-sl) - \lambda_3 s^2 \exp(-sl)}{s^4 - \lambda_1 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_3 s + \lambda_6} \\ &+ \frac{(s^3 - \lambda_1 s^2 + \lambda_2 s + \lambda_3) X(0)}{s^4 - \lambda_1 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_3 s + \lambda_6} \\ &+ \frac{(s^2 - \lambda_1 s + \lambda_2) X'(0) + (s - \lambda_1) X''(0) + X'''(0)}{s^4 - \lambda_1 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_3 s + \lambda_6} \end{aligned} \quad (14)$$

که در آن  $X(0), X'(0), X''(0), X'''(0)$  متغیرهایی هستند که از شرایط مرزی حاصل می‌شوند. با اعمال شرایط مرزی و سپس تبدیل لاپلاس معکوس از معادله (۱۴)، تابع گرین به صورت رابطه (۱۵) حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} G(\xi, l) &= X(\xi, l) = \lambda_4 \phi_4(\xi - l) u(\xi - l) \\ &- \lambda_3 \phi_5(\xi - l) u(\xi - l) + X(0) \phi_1(\xi) \\ &+ X'(0) \phi_2(\xi) + X''(0) \phi_3(\xi) + X'''(0) \phi_4(\xi) \end{aligned} \quad (15)$$

که در رابطه فوق  $G(\xi, l)$  تابع گرین،  $u(\xi)$  تابع پله واحد و توابع  $\phi_1(\xi), \phi_2(\xi), \phi_3(\xi), \phi_4(\xi)$  متغیرهای مکان می‌باشند که از تبدیل لاپلاس معکوس معادله (۱۴) حاصل می‌شوند که این ضرایب در پیوست آورده شده است.

### ۳-۱-۱- شرایط مرزی

شرایط مرزی بی‌بعد در نظر گرفته شده برای یک نانولوله کربنی برای شرط مرزی دوسرگیردار، یک‌سرمفصل‌دار-یک‌سرمفصل، یک‌سرمفصل-یک‌سرمفصل‌دار و دوسرگیردار به ترتیب در روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$c_2 = \phi_4(1) \left( -v^2 \omega^2 \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \right) + \phi_4'(1) (2V^2 \psi v^2 i \omega) + \phi_4''(1) (v^2 V^2 - 1)$$

$$c_3 = (v^2 V^2 - 1) (\lambda_5 \phi_5''(1-l) - \lambda_4 \phi_4''(1-l)) + (2V^2 \psi v^2 i \omega) (\lambda_5 \phi_5'(1-l) - \lambda_4 \phi_4'(1-l)) + \left( -v^2 \omega^2 \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \right) (\lambda_5 \phi_5(1-l) - \lambda_4 \phi_4(1-l))$$

با توجه به شرایط مرزی گیردار - مفصل  $X(0)=X'(0)=0$  می‌باشد. همچنین ضرایب  $X''(0)$ ،  $X'''(0)$  از روش کرامر به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$X''(0) = \frac{c_2(\lambda_5 \phi_5(1-l) - \lambda_4 \phi_4(1-l)) - \phi_4(1)(c_3)}{c_2 \phi_3(1) - c_1 \phi_4(1)} - \frac{\phi_4(1)(c_3)}{c_2 \phi_3(1) - c_1 \phi_4(1)} \quad (33)$$

$$X'''(0) = \frac{\phi_3(1)(c_3)}{c_2 \phi_3(1) - c_1 \phi_4(1)} - \frac{c_1(\lambda_5 \phi_5(1-l) - \lambda_4 \phi_4(1-l))}{c_2 \phi_3(1) - c_1 \phi_4(1)} \quad (34)$$

پس از محاسبه متغیرهای  $X(0)$ ،  $X'(0)$ ،  $X''(0)$ ،  $X'''(0)$  تابع گرین برای شرایط مرزی گیردار-مفصل به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$G(\xi, l) = \lambda_4 \phi_4(\xi-l) - \lambda_5 \phi_5(\xi-l) + X''(0) \phi_3(\xi) + X'''(0) \phi_4(\xi) \quad (35)$$

### ۳-۱-۳- شرایط مرزی مفصل-گیردار

با جایگذاری شرایط مرزی معادله (۱۸) در رابطه (۱۵)، معادلات مربوطه به صورت ماتریس زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \phi_2(1) & \phi_3(1) & \phi_4(1) \\ \phi_2'(1) & \phi_3'(1) & \phi_4'(1) \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X'(0) \\ X''(0) \\ X'''(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_5 \phi_5(1-l) - \lambda_4 \phi_4(1-l) \\ \lambda_5 \phi_5'(1-l) - \lambda_4 \phi_4'(1-l) \\ c_4 \end{bmatrix} \quad (36)$$

که ضرایب  $c_1, c_2, c_3, c_4$  در رابطه فوق به صورت زیر می‌باشند:

$$c_1 = \phi_2(0) \left( -v^2 \omega^2 \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \right) + \phi_2'(0) (2V^2 \psi v^2 i \omega) + \phi_2''(0) (v^2 V^2 - 1) \quad (37)$$

$$c_2 = \phi_3(0) \left( -v^2 \omega^2 \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \right) + \phi_3'(0) (2V^2 \psi v^2 i \omega) + \phi_3''(0) (v^2 V^2 - 1)$$

$$G(\xi, l) = \lambda_4 \phi_4(\xi-l) - \lambda_5 \phi_5(\xi-l) + X''(0) \phi_3(\xi) + X'''(0) \phi_4(\xi) \quad (25)$$

نانولوله کربنی حامل سیال با شرایط مرزی دوسرگیردار تحت نیروی هارمونیک در موقعیت دلخواه  $A$  می‌باشد که با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{p}(\xi) = F_0 \delta(\xi - A(\xi)) \quad (26)$$

با جایگزینی رابطه (۲۶) و تابع گرین معادله (۲۵) در معادله (۱۱)، تغییر مکان بی‌بعد سامانه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X(\xi) = \int_0^1 F_0 \delta(l-A) [\lambda_4 \phi_4(\xi-l) u(\xi-l) - \lambda_5 \phi_5(\xi-l) u(\xi-l)] dl + \int_0^1 F_0 \delta(l-A) [X''(0) \phi_3(\xi) + X'''(0) \phi_4(\xi)] dl \quad (27)$$

با استفاده از قاعده جداپذیری انتگرال، انتگرال اول را می‌توان به صورت معادله (۲۸) به دست آورد:

$$I_1(\xi) = \begin{cases} 0 & 0 < \xi < A \\ F_0 [\lambda_4 \phi_4(\xi-A) - \lambda_5 \phi_5(\xi-A)] & A < \xi < 1 \end{cases} \quad (28)$$

همچنین انتگرال دوم معادله (۲۷) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$I_2(\xi) = F_0 [X''(0) \phi_3(\xi) + X'''(0) \phi_4(\xi)] \quad (29)$$

با استفاده از معادلات (۸) و (۹)، تغییر مکان سامانه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\eta(\xi, \tau) = \text{Re}(X(\xi)) \cos \omega \tau - \text{Im}(X(\xi)) \sin \omega \tau \quad (30)$$

که در رابطه فوق  $\text{Re}(X(\xi))$  قسمت حقیقی تغییر مکان و  $\text{Im}(X(\xi))$  قسمت موهومی آن است.

### ۳-۱-۲- شرایط مرزی گیردار-مفصل

مقادیر تغییر مکان نانولوله کربنی برای شرایط مرزی گیردار-مفصل با استفاده از معادله (۱۷) به دست می‌آید. با اعمال شرایط مرزی در تابع گرین بیان شده در معادله (۱۵)، معادلات به صورت ماتریس زیر حاصل می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} \phi_3(1) & \phi_4(1) \\ c_1 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X''(0) \\ X'''(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_5 \phi_5(1-l) - \lambda_4 \phi_4(1-l) \\ c_3 \end{bmatrix} \quad (31)$$

که ضرایب  $c_1, c_2, c_3$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$c_1 = \phi_3(1) \left( -v^2 \omega^2 \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \right) + \phi_3'(1) (2V^2 \psi v^2 i \omega) + \phi_3''(1) (v^2 V^2 - 1) \quad (32)$$

روش ترکیبی گلرکین-رانگ کوتا و آنچه قبلاً در تحقیقات قبلی ارائه شده است، تأیید می‌گردد. مقادیر در نظر گرفته شده برای استخراج نتایج به صورت زیر است [۲۸].

$$F_0 = 10, \beta = 0.5, c = 10, \kappa = 5, \psi = 1, \omega = 2, \\ V = 1, \xi = 0.3, \nu = 0.1 \quad (41)$$

در جدول ۱ نتایج روش حاضر با نتایج حاصل از روش ترکیبی گلرکین-رانگ کوتا مرتبه چهار مقایسه شده و با توجه به آن مشخص می‌شود که دقت آن بسیار مناسب و قابل اطمینان می‌باشد. همچنین در این جدول حداکثر تغییر مکان بی‌بعد شده برحسب مقادیر مختلف سرعت بدون بعد سیال  $V$  برای شرایط مرزی دوسرگیردار به دست آمده است. با توجه به این نتایج مشخص است که با افزایش این مقادیر حداکثر تغییر مکان افزایش می‌یابد، به طوری که به ازای مقدار  $V=6$  حداکثر تغییر مکان ناشی از نیروهای وارده با استفاده از روش گرین  $0.11018$  و با استفاده از روش ترکیبی گلرکین-رانگ کوتا مرتبه چهار  $0.10935$  می‌باشد.

**جدول ۱: مقایسه حداکثر تغییر مکان به دست آمده در  $\xi = 0.3$  با روش تابع گرین و روش ترکیبی گلرکین-رانگ کوتا مرتبه چهار برحسب مقادیر مختلف سرعت بی‌بعد شده سیال برای نانولوله کربنی با شرایط مرزی دوسرگیردار**

**Table 1. Comparison of maximum non-dimensional deflection at  $\xi=0.3$  with Green function method and Galerkin and fourth-order Runge-Kutta method versus the dimensionless fluid velocity for fixed-fixed boundary condition**

نتایج روش ترکیبی گلرکین-رانگ کوتا	نتایج روش تابع گرین	سرعت بی‌بعد
۰/۰۰۲۶۳۰	۰/۰۰۲۷۴۴	$V=0$
۰/۰۰۵۳۳۴	۰/۰۰۵۷۷۸	$V=4$
۰/۰۱۶۸۵۰	۰/۰۱۷۰۴۳	$V=5$
۰/۰۱۰۹۳۵	۰/۰۱۱۰۱۸	$V=6$

علاوه بر این به منظور اعتبارسنجی و مقایسه نتایج به دست آمده با نتایج مرجع [۲۸] در غیاب اثرات ویسکوالاستیک و براساس نظریه کلاسیک در حالت سرعت یکنواخت نیرو، شکل ۲ ترسیم شده است. در این شکل تغییر مکان بی‌بعد شده برحسب پارامتر بی‌بعد زمان و سرعت سیال  $V=5$  رسم شده است. همچنین نتایج شکل ۲ به ازای مقادیر مختلف پارامترهای  $\nu=0, z=0, \beta=0, F_0=10, c=6, \psi=1, \omega=4, \xi=0.3$  استخراج شده است. با توجه به مقایسه نتایج به دست آمده مشخص است که نتایج یکسان بوده و می‌توان از صحت نتایج به دست آمده اطمینان حاصل کرد. لازم به ذکر است که نتایجی که در ادامه بررسی می‌شود، به ازای  $\xi=0.3$  و براساس پارامترهای ذکر شده در رابطه (۴۱) می‌باشد. همچنین نیروی متحرک در ابتدا در مکان  $\xi=0$  (انتهای سمت چپ نانولوله) و در زمان بی‌بعد  $\tau=1$  در  $\xi=1$  (انتهای سمت راست نانولوله) قرار می‌گیرد. در شکل ۳ مقدار تغییر مکان بی‌بعد برحسب زمان به ازای مقادیر مختلف سرعت سیال ترسیم

$$c_3 = \phi_4(0) \left( -v^2 \omega^2 \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \right) + \phi_4'(0) (2V^2 \psi v^2 i \omega) \\ + \phi_4''(0) (v^2 V^2 - 1) \\ c_4 = (v^2 V^2 - 1) (\lambda_5 \phi_5''(-l) - \lambda_4 \phi_4''(-l)) \\ + (2V^2 \psi v^2 i \omega) (\lambda_5 \phi_5'(-l) - \lambda_4 \phi_4'(-l)) \\ + \left( -v^2 \omega^2 \frac{V^2 \psi^2}{\beta} \right) (\lambda_5 \phi_5(-l) - \lambda_4 \phi_4(-l))$$

با توجه به شرایط مرزی مفصل-گیردار،  $X(0)=0$  است. علاوه بر این مقدار  $X'''(0), X''(0), X'(0)$  از روش کرامر به دست می‌آید که با استفاده از این ضرایب تابع گرین نیز حاصل می‌شود.

### ۳-۱-۴ شرایط مرزی دوسرهمفصل

روند حل شرایط مرزی دوسرهمفصل نیز مشابه با شرایط مرزی ذکر شده است؛ بنابراین برای اجتناب از محاسبات بیش از حد و غیرضروری، فرایند حل در اینجا فقط توضیح داده می‌شود. با استفاده از شرایط مرزی معادله (۱۹) و جایگذاری در معادله (۱۵)، همچنین حل دستگاه معادلات با استفاده از قاعده کرامر، ضرایب  $X'''(0), X''(0), X'(0)$  حاصل می‌شود. با استفاده از ضرایب ذکر شده، تابع گرین و تغییر مکان بی‌بعد شده نیز حاصل می‌شود.

### ۳-۲ حالت‌های مختلف حرکت

در این بررسی نیروی متحرک دارای حالت‌های حرکت سرعت یکنواخت، شتاب تندشونده و شتاب کندشونده می‌باشد که شتاب و زمان بی‌بعد شده برای حالت‌های سرعت یکنواخت، شتاب تندشونده و شتاب کندشونده به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a = 0, \tau = \frac{tv_p}{L} \quad (38)$$

$$a = \frac{v_p^2}{2L}, \tau = \frac{tv_p}{2L} \quad (39)$$

$$a = \frac{-v_p^2}{2L}, \tau = \frac{tv_p}{2L} \quad (40)$$

پارامتر بدون بعد  $\tau$  به گونه‌ای در نظر گرفته شده است که در  $\tau=0$  نیروی متحرک در ابتدای نانولوله می‌باشد و در  $\tau=1$  نیروی متحرک از انتهای نانولوله عبور می‌کند.

### ۴- نتایج و بحث

در این قسمت به بررسی نتایج حاصل از تأثیر تغییرات پارامترهای مختلف مانند سرعت نیروی متحرک و سیال، تأثیر شرایط مرزی‌های غیر کلاسیک، تأثیر پارامتر ویسکوالاستیک و اثر پارامترهای دیگر بر تغییر مکان عرضی نانولوله کربنی پرداخته می‌شود. صحت نتایج با مقایسه با نتایج حاصل از

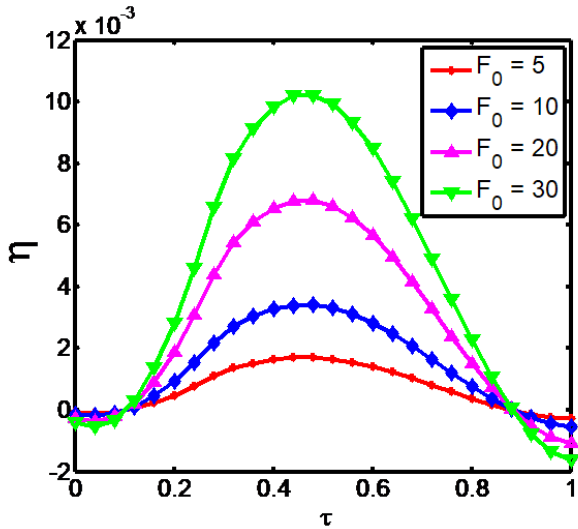


Fig. 4. The non-dimensional deflection at  $\xi=0.3$  versus the dimensionless time for dimensionless load and fixed- fixed boundary condition  
 شکل ۴: مقدار تغییر مکان بی بعد در  $\xi = 0.3$  برحسب زمان بی بعد شده به ازای مقادیر مختلف نیروی بی بعد شده و شرایط مرزی دوسرگیردار

در نقاط خاصی دچار تقاطع می شود. دلیل آن بخاطر نوسانی بودن پاسخ دینامیکی است که دارای بسامدی برابر با بسامد نیروی تحریک می باشد؛ بنابراین، به دلیل یکسان بودن دوره تناوب زمانی پاسخ دینامیکی برای همه مقادیر نیرو، نقاط گره یکسانی ایجاد می شود. این وضعیت با تغییر پارامترهای دیگر مادامیکه بسامد ارتعاشی نانولوله با تغییر پارامتر مورد نظر دچار تغییر و یا اختلاف فاز نشود نیز رخ می دهد. در شکل ۵ با به کارگیری نظریه الاستیسیته غیرمحلی، به بررسی تأثیر پارامتر مقیاس طول نانولوله کربنی بر تغییر مکان سامانه پرداخته می شود. همانطور که مشخص است، استفاده از نظریه غیرمحلی ارینگن باعث افزایش تغییر مکان بی بعد نانولوله کربنی

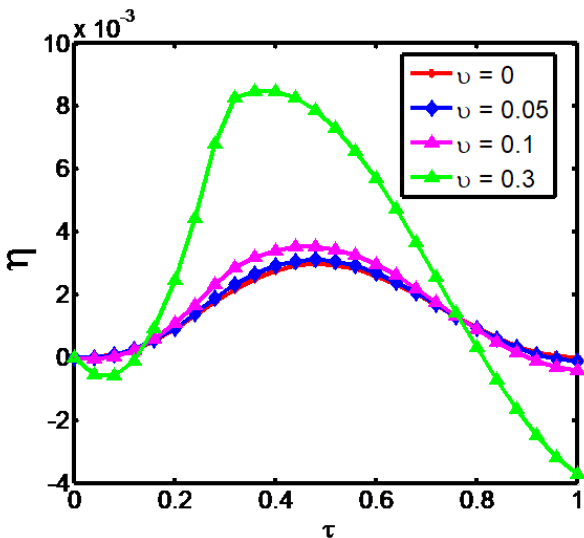


Fig. 5. The non-dimensional deflection at  $\xi=0.3$  versus the dimensionless time for length scale parameter and fixed- fixed boundary condition  
 شکل ۵: مقدار تغییر مکان بی بعد در  $\xi = 0.3$  برحسب زمان بی بعد شده به ازای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس نانولوله کربنی و شرایط مرزی دوسرگیردار

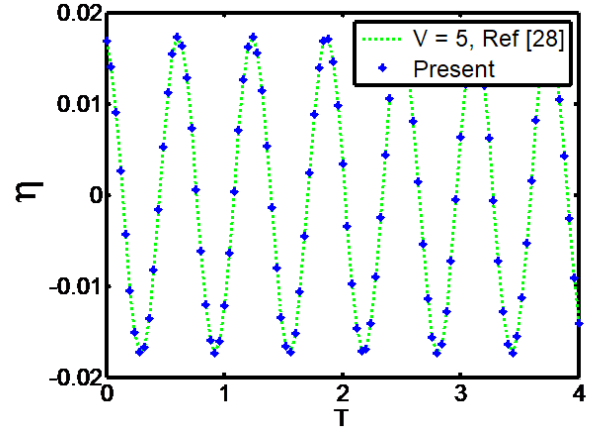


Fig. 2. Validate and comparison of non-dimensional deflection of CNT at  $\xi=0.7$  versus the dimensionless time with Ref. [28] for fixed- fixed boundary condition

شکل ۲: اعتبار سنجی و مقایسه مقدار تغییر مکان بی بعد در  $\xi = 0.7$  برحسب زمان بی بعد شده با مرجع [۲۸] با شرایط مرزی دوسرگیردار

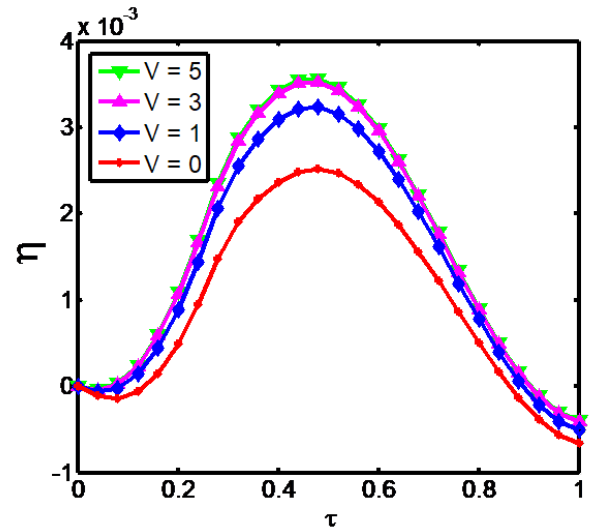


Fig. 3. The non-dimensional deflection at  $\xi=0.3$  versus the dimensionless time for dimensionless fluid velocity and fixed- fixed boundary condition  
 شکل ۳: مقدار تغییر مکان بی بعد در  $\xi = 0.3$  برحسب زمان بی بعد شده به ازای مقادیر مختلف سرعت سیال و شرایط مرزی دوسرگیردار

شده است. در این شکل ملاحظه می شود که با افزایش پارامتر بی بعد شده سرعت سیال، تغییر مکان بدون بعد افزایش می یابد. توجه فیزیکی این رخداد به دلیل کاهش سفتی مؤثر سازه با افزایش سرعت سیال می باشد [۱۱]؛ بنابراین این امر نشان دهنده وابستگی رفتار نانولوله کربنی به پارامتر سرعت سیال می باشد.

جهت مطالعه اثر نیروی متحرک بر تغییر مکان بی بعد نانولوله کربنی به ازای مقادیر مختلف زمان بدون بعد و شرایط مرزی دوسرگیردار، شکل ۴ ترسیم شده است. در این شکل محور عمودی تغییر مکان بی بعد سامانه و محور افقی نیز زمان بی بعد شده است. مشاهده می شود که کاهش پارامتر نیروی متحرک همانطور که انتظار می رود موجب کاهش تغییر مکان می گردد. طبق شکل ۴ مشخص است که نمودارهای مربوط به مقادیر مختلف نیرو

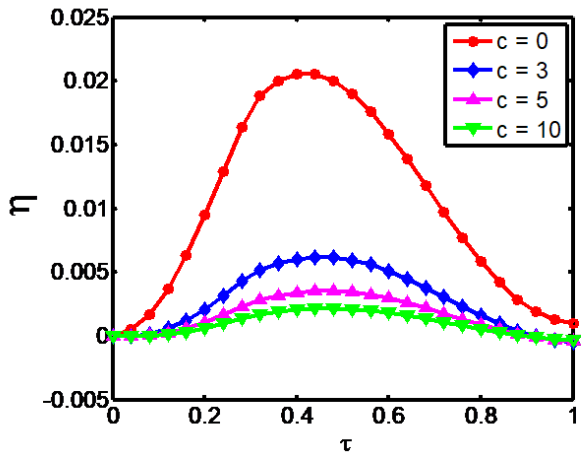


Fig. 7. The non-dimensional deflection at  $\xi=0.3$  versus the dimensionless time for  $c$  parameter and fixed- fixed boundary condition

شکل ۷: مقدار تغییر مکان بی بعد در  $\xi = 0.3$  برحسب زمان بی بعد شده به ازای پارامتر بی بعد  $c$  و شرایط مرزی دوسرگیردار

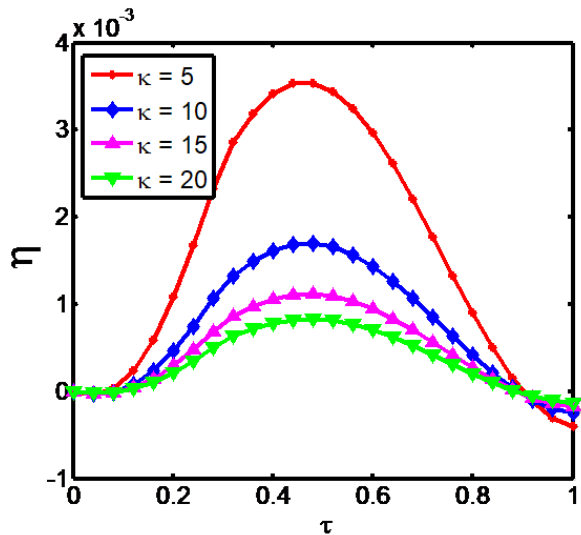


Fig. 8. The non-dimensional deflection at  $\xi=0.3$  versus the dimensionless time for dimensionless viscoelastic and fixed- fixed boundary condition

شکل ۸: مقدار تغییر مکان بی بعد در  $\xi = 0.3$  برحسب زمان بی بعد شده به ازای پارامتر ویسکو الاستیک و شرایط مرزی دوسرگیردار

به وجود اثرات ضریب میرایی ویسکو الاستیک در معادله حاکم برمی گردد که این ترها باعث افزایش نیروی بازگرداننده و بالطبع کاهش جابه جایی سامانه می گردد. در جدول ۲ حداکثر تغییر مکان نانولوله کرنی حامل سیال با شرایط مرزی مختلف به ازای پارامترهای مقیاس طول ( $\nu$ )، سرعت بی بعد سیال ( $V$ ) و نسبت سرعت نیرو به سرعت سیال ( $\psi$ ) آورده شده است. از سویی دیگر حداکثر تغییر مکان در شتاب تندشونده نیروی متحرک رخ می دهد و کمترین مقدار آن در سرعت یکنواخت اتفاق می افتد. همچنین با افزایش پارامترهای مقیاس طول و نسبت سرعت بدون بعد تغییر مکان افزایش یافته و با افزایش پارامتر بی بعد نسبت سرعت مقدار آن افزایش می یابد. شرایط مرزی در نظر گرفته شده دوسر مفصل، یک سر مفصل- یک سر گیردار، یک سر گیردار-

می شود؛ بنابراین می توان این گونه بیان نمود که با افزایش پارامتر مقیاس طول، انعطاف پذیری نانولوله کرنی نسبت به نانولوله کرنی مدل شده در نظریه کلاسیک، افزایش یافته و رفتار نرم تری نسبت به مدل کلاسیک نشان می دهد. به بیانی دیگر افزایش پارامتر مقیاس طول ( $\nu$ ) اثرات بین اتم های نانولوله کرنی را کاهش داده و باعث نرمی سامانه می شود.

در شکل ۶ به بررسی تغییر مکان بدون بعد نانولوله کرنی با شرایط مرزی دوسرگیردار در مکان های بدون بعد مختلف  $\xi$  برحسب پارامتر زمان بدون بعد  $\tau$  تحت بارگذاری متمرکز متحرک پرداخته شده است. با توجه به این شکل می توان دریافت که با فاصله گرفتن از ابتدا و انتهای نانولوله که اثرات تکیه گاه ها کاهش می یابد تغییر مکان سامانه افزایش می یابد. همچنین مشاهده می شود که تغییر مکان نانولوله کرنی با افزایش  $\xi$  تا  $\xi = 0.5$  افزایش یافته و بعد از آن دچار کاهش می یابد، به طوری که حداکثر مقدار در وسط طول نانولوله کرنی اتفاق می افتد. در شکل ۷ مقدار تغییر مکان بی بعد برحسب زمان بی بعد شده به ازای پارامتر بی بعد  $c$  و شرایط مرزی دوسرگیردار ترسیم شده است. همچنین در این شکل مشاهده می شود که افزایش پارامتر میرایی با کاهش تغییر مکان نانولوله کرنی همراه است؛ زیرا افزایش میرایی سامانه موجب افزایش نیروی بازگرداننده توسط دمپر می گردد و این منجر به کاهش جابه جایی می شود.

جهت مطالعه اثر پارامتر بی بعد ویسکو الاستیک بر حداکثر تغییر مکان نانولوله کرنی حامل جریان سیال با شرایط تکیه گاهی دوسرگیردار، شکل ۸ ارائه گردیده و به ازای مقادیر بی بعد  $\kappa = 3, 5, 10, 20$  رسم شده است. در این شکل تغییر مکان دینامیکی بی بعد برحسب زمان ترسیم شده است. مشاهده می شود که با افزایش این پارامتر، تغییر مکان دینامیکی نانولوله کرنی، همان طوری که پیش بینی می شود، کاهش می یابد. دلیل فیزیکی این رخداد

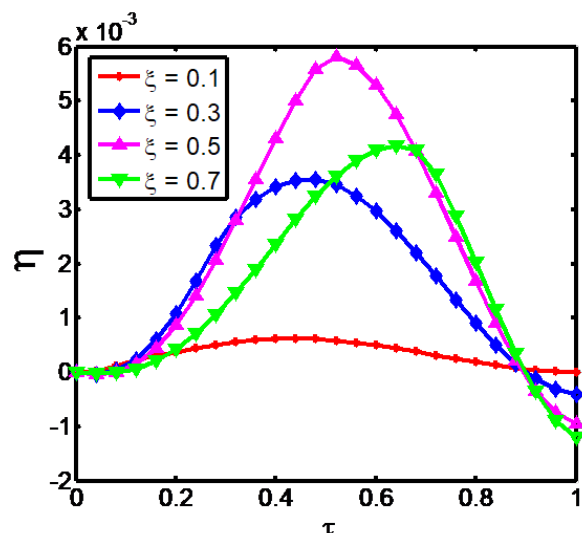


Fig. 6. The non-dimensional deflection versus the dimensionless time for  $\xi$  parameter and fixed- fixed boundary condition

شکل ۶: مقدار تغییر مکان بی بعد برحسب زمان بی بعد شده به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $\xi$  و شرایط مرزی دوسرگیردار



جدول ۲: حداکثر تغییر مکان ( $10^2 \times \eta$ ) نانولوله کربنی حامل سیال در  $\xi = 0.3$  برحسب شرایط مرزی مختلف و حالت‌های مختلف شتاب تندشونده ( $AM$ )، شتاب کندشونده ( $DM$ ) و سرعت یکنواخت ( $UM$ ) به‌زای پارامتر مختلف

Table 2. The maximum deflection ( $\xi \times 10^2$ ) of CNT conveying fluid at  $\xi=0.3$  versus different boundary condition and types of the load motion for different parameter

دوسرگیردار			یک‌سرگیردار - یک‌سر مفصل			یک‌سر مفصل - یک‌سرگیردار			دوسر مفصل			مقدار	پارامتر
UM	DM	AM	UM	DM	AM	UM	DM	AM	UM	DM	AM		
۰/۲۳۶۷	۰/۳۹۶۷	۰/۶۳۰۳	۰/۲۶۸۹	۰/۴۲۶۴	۰/۶۶۹۷	۰/۲۷۲۳	۰/۴۳۱۵	۰/۶۷۳۶	۰/۲۹۷۹	۰/۴۶۴۵	۰/۷۰۰۰	۰	V
۰/۷۹۲۹	۱/۴۹۳۶	۲/۴۶۳۸	۰/۸۱۳۴	۱/۵۲۳۴	۲/۴۹۷۸	۰/۸۲۱۴	۱/۵۳۰۳	۲/۵۰۱۶	۰/۸۴۴۹	۱/۵۵۳۹	۲/۵۲۰۶	۰/۳	
۳/۰۰۱۵	۵/۰۳۶۰	۹/۶۶۰۳	۳/۰۲۳۴	۵/۰۶۹۱	۹/۶۹۳۲	۳/۰۳۹۵	۵/۰۸۰۳	۹/۷۰۰۱	۳/۰۶۸۵	۵/۱۰۲۳	۹/۷۲۱۲	۰/۷	
۰/۲۹۳۷	۰/۴۴۳۴	۰/۶۸۲۹	۰/۳۲۳۴	۰/۴۷۲۴	۰/۷۱۶۷	۰/۳۳۰۴	۰/۴۸۸۲	۰/۷۲۴۶	۰/۳۵۳۹	۰/۵۰۶۴	۰/۷۴۱۲	۱	V
۰/۶۷۷۳	۰/۸۷۳۵	۱/۱۴۹۷	۰/۷۰۱۴	۰/۹۰۶۷	۱/۱۸۳۹	۰/۷۱۵۴	۰/۹۱۴۵	۱/۱۹۶۴	۰/۷۳۸۳	۰/۹۳۲۵	۱/۲۱۴۲	۳	
۱/۳۶۷۱	۱/۷۸۱۶	۲/۰۹۸۳	۱/۳۹۴۲	۱/۸۱۳۷	۲/۱۱۳۸	۱/۴۰۱۴	۱/۸۲۴۶	۲/۱۲۳۴	۱/۴۲۵۸	۱/۸۴۷۱	۲/۱۴۲۵	۵	
۰/۲۰۳۸	۰/۳۷۵۴	۰/۶۰۳۵	۰/۲۴۳۵	۰/۴۰۴۱	۰/۶۳۴۲	۰/۲۵۶۴	۰/۴۱۲۴	۰/۶۴۴۵	۰/۲۷۶۱	۰/۴۳۰۴	۰/۶۶۰۹	۰/۵	psi
۰/۲۹۳۷	۰/۴۴۳۴	۰/۶۸۲۹	۰/۳۲۳۴	۰/۴۷۲۴	۰/۷۱۶۷	۰/۳۳۰۴	۰/۴۸۸۲	۰/۷۲۴۶	۰/۳۵۳۹	۰/۵۰۶۴	۰/۷۴۱۲	۱	
۰/۵۶۳۱	۰/۷۱۸۷	۰/۹۵۳۴	۰/۵۹۴۵	۰/۷۴۳۵	۰/۹۸۸۳	۰/۶۰۱۵	۰/۷۵۲۸	۰/۹۹۳۷	۰/۶۲۳۹	۰/۷۷۹۱	۱/۰۱۶۵	۲	

می‌یابد. همانطور که در این شکل نشان داده شده است، با افزایش بسامد تحریک، پاسخ سامانه به نیروی تحریک به‌دلیل وجود اینرسی و میرایی کاهش می‌یابد، به‌طوری‌که افزایش بسامد منجر به کاهش تغییر مکان عرضی نانولوله می‌شود. شکل ۱۰ به‌منظور بررسی تأثیر حالات مختلف حرکت نیروی متحرک بر رفتار ارتعاشی نانولوله کربنی ترسیم شده است. نیرو می‌تواند دارای حالت‌های مختلف حرکت سرعت یکنواخت، شتاب تندشونده و شتاب کندشونده باشد. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که تغییر مکان در شتاب تندشونده بیشتر از حالات دیگر حرکت است و کمترین تأثیر

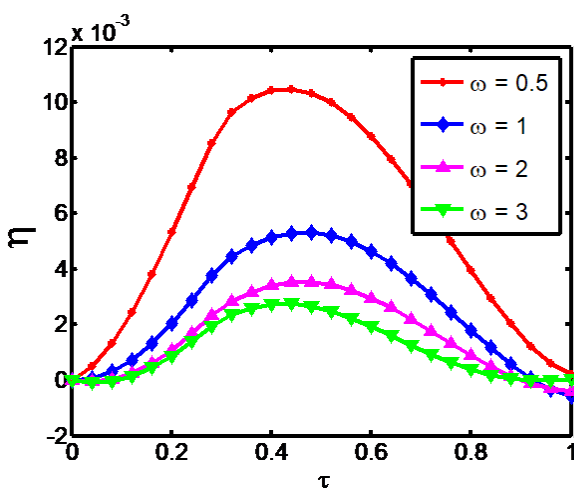


Fig. 9. The non-dimensional deflection at  $\xi=0.3$  versus the dimensionless time for excited frequency of moving load and fixed-fixed boundary condition

شکل ۹: مقدار تغییر مکان بی‌بعد در  $\xi = 0.3$  برحسب زمان بی‌بعد شده به‌زای پارامتر بسامد تحریک نیروی متحرک و شرایط مرزی دوسرگیردار

یک‌سر مفصل و دوسرگیردار می‌باشد. با توجه به این جدول ملاحظه می‌شود که بیشترین تغییر مکان مربوط به دوسر مفصل و کمترین آن مربوط به دوسرگیردار است. نکته قابل توجه مربوط به تأثیر شرایط مرزی در مقدار سفتی و نرمی نانولوله کربنی است. با توجه به نتایج مشخص می‌شود که وجود و نوع تکیه‌گاه تأثیر زیادی در سفتی سامانه دارد، به‌طوری‌که در شرایط مرزی دوسرگیردار سامانه سفت‌تر بوده و شرایط مرزی دوسر مفصل سفتی کمتری نسبت به دیگر شرایط مرزی به‌دلیل وجود تکیه‌گاه مفصلی دارد و متناظر با آن دارای تغییر مکان بیشتری است. همچنین تفاوت بین نانولوله با دو شرط مرزی یک‌سر مفصل - یک‌سرگیردار و یک‌سرگیردار - یک‌سر مفصل در این است که برای شرط مرزی گیردار - مفصل نیرو و جریان سیال از قسمت گیردار وارد نانولوله می‌شود، در حالی که برای شرط مرزی مفصل - گیردار نیرو و جریان سیال از انتهای دارای تکیه‌گاه مفصل وارد بر نانولوله می‌شود. رفتار نانولوله در حالت کلی برای این شرایط مرزی یکسان است، هرچند به‌دلیل جهت حرکت نیرو تفاوت‌هایی بین رفتار دینامیکی این دو نانولوله دیده می‌شود. حداکثر جابه‌جایی دینامیکی در نانولوله مفصل - گیردار قدری بیشتر از حداکثر جابه‌جایی دینامیکی در نانولوله گیردار - مفصل است؛ زیرا تکیه‌گاه مفصل در انتهای سمت چپ که محل ورود نیرو می‌باشد، اجازه حرکت چرخشی را به سازه می‌دهد.

جهت مطالعه تأثیر بسامد تحریک نیروی متحرک بر تغییر مکان عرضی نانولوله کربنی حامل سیال به‌زای پارامتر بی‌بعد شده  $\omega$ ، شکل ۹ ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که در زمان ابتدایی اختلاف بین نمودارها کم است و با افزایش زمان بی‌بعد شده تا مقداری مشخص اختلاف بین آنها افزایش

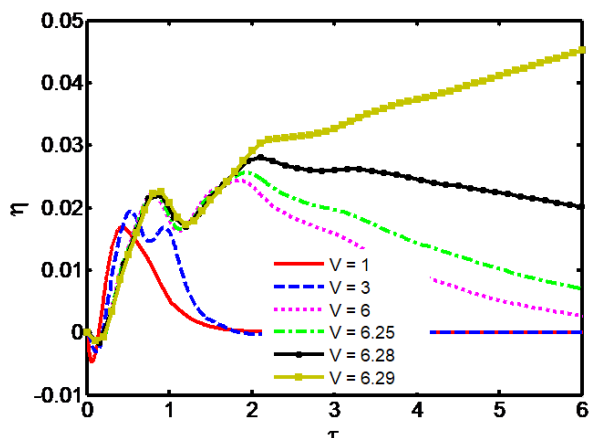


Fig. 11. The non-dimensional deflection at  $\xi=0.3$  versus the dimensionless time for dimensionless fluid velocity ( $V$ ) and fixed- fixed boundary condition and  $v=0, \psi=1$

شکل ۱۱: مقدار تغییر مکان بی بعد در  $\xi = 0.3$  برحسب زمان بی بعد شده به ازای مقادیر مختلف سرعت سیال ( $V$ ) و شرایط مرزی دوسرگیردار به ازای  $v = 0$  و  $\psi = 1$

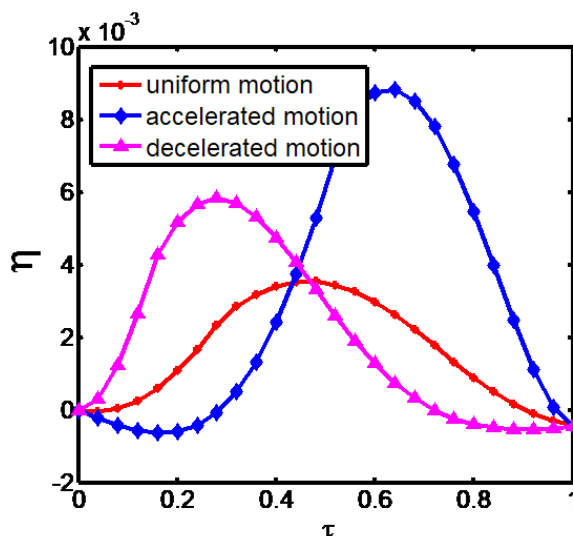


Fig. 10. The non-dimensional deflection at  $\xi=0.3$  versus the dimensionless time for types of the load motion and fixed- fixed boundary condition

شکل ۱۰: مقدار تغییر مکان بی بعد در  $\xi = 0.3$  برحسب زمان بی بعد شده به ازای حالات مختلف حرکت و شرایط مرزی دوسرگیردار

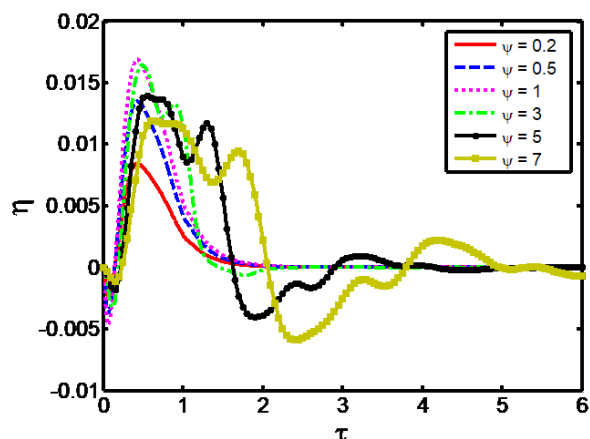


Fig. 12. The non-dimensional deflection at  $\xi=0.3$  versus the dimensionless time for dimensionless load velocity ( $\psi$ ) and fixed- fixed boundary condition and  $V=1$

شکل ۱۲: مقدار تغییر مکان بی بعد در  $\xi = 0.3$  برحسب زمان بی بعد شده به ازای مقادیر مختلف سرعت نیروی متحرک ( $\psi$ ) و شرایط مرزی دوسرگیردار به ازای  $V = 1$

نوع حرکت بر تغییر مکان را سرعت یکنواخت دارد. دلیل این تفاوت در پاسخ دینامیکی به انواع مختلف حرکت مرتبط به سینماتیک حرکت می باشد. در حالت شتاب تندشونده نیرو از سرعت صفر در انتهای سمت چپ نانولوله به مقدار حداکثر خود  $v_p$  در انتهای سمت راست می رسد، درحالی که در حالت شتاب کندشونده عکس این رفتار وجود دارد؛ بنابراین می توان استنتاج کرد که حداکثر تغییر مکان عرضی در حرکت با سرعت یکنواخت و حرکت با شتاب تندشونده در یک زمان بیشتری نسبت به حرکت با شتاب کندشونده رخ می دهد.

برای بررسی رخداد ناپایداری سامانه در اثر سرعت سیال و نیروی متحرک شکل ۱۱ و شکل ۱۲ ترسیم شده است. در شکل ۱۱ تغییر مکان سامانه برحسب زمان بی بعد به ازای مقادیر مختلف سرعت سیال ( $V$ ) و  $v=0$  و مابقی پارامترهای ذکر شده در رابطه (۴۱) ترسیم شده است. در این شکل نیروی متحرک با سرعت بدون بعد  $\psi=1$  تا زمان بی بعد  $\tau=1$  بر نانولوله اثر می کند و بعد از آن اثرات نیروی متحرک حذف می شود. همانطور که مشاهده می شود با افزایش سرعت سیال تغییر مکان سامانه نیز افزایش می یابد. چنانچه نیرو از انتهای سازه عبور کند که در  $\tau=1$  رخ می دهد، به دلیل خاصیت میرایی سازه و ضریب ویسکوالاستیک، پاسخ دینامیکی با گذشت زمان میرا شده و در نهایت مقدار آن به سمت صفر میل می کند. چنانچه مقدار سرعت سیال از مقدار خاصی بیشتر باشد، حتی پس از عبور نیرو از انتهای سازه، مقدار تغییر مکان نانولوله با گذشت زمان زیاد شده و میرا نمی گردد که در این حالت سامانه دچار ناپایداری می گردد. این سرعت خاص را که پس از آن ناپایداری رخ می دهد، سرعت بحرانی می نامند. براساس شکل ۱۱ برای لوله دوسرگیردار سرعت بحرانی بدون بعد  $V_{cr} = 6/28$  می باشد؛ چرا که پس از آن پاسخ دینامیکی سامانه با زمان افزایش می یابد و میرا نمی شود. البته باید توجه شود که در اینجا دقت محاسبه سرعت بحرانی تا دو رقم اعشار پس از

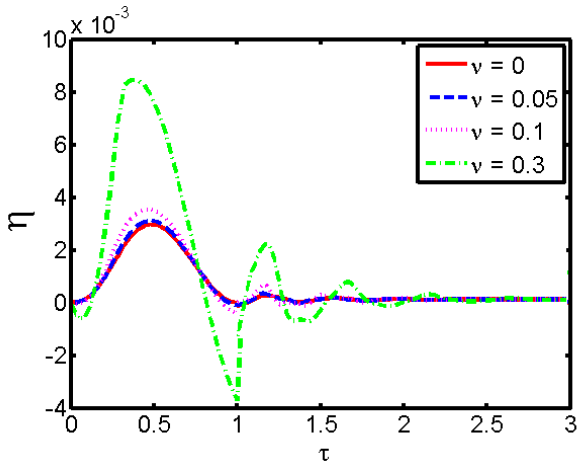
میز می باشد. جهت بررسی دقت محاسبه سرعت بحرانی برای شرایط مرزی مختلف، نتایج تحقیق کنونی با نتایج مرجع [۳۳] در جدول ۳ مقایسه گردیده است و تطابق بسیار خوبی بین نتایج مشاهده می شود.

در شکل ۱۲ به بررسی اثرات سرعت نیروی متحرک ( $\psi$ ) بر پاسخ دینامیکی سامانه پرداخته می شود. در این شکل مقادیر پارامترهای سامانه براساس رابطه (۴۱) می باشد که مقدار سرعت بدون بعد سیال  $V=1$  در نظر گرفته شده است. همانطور که مشخص است، پارامتر سرعت نیروی متحرک ( $\psi$ ) بر تغییر مکان نانولوله تأثیرگذار است. با توجه به ثابت بودن سرعت سیال در این شکل، افزایش پارامتر سرعت نیروی متحرک ( $\psi$ ) تنها

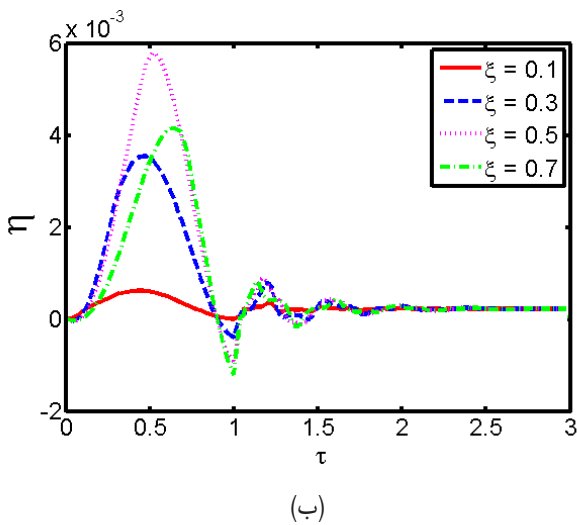
جدول ۳: مقایسه سرعت بحرانی سیال پژوهش حاضر با مرجع [۳۳] به ازای  $\nu = 0$  و  $\psi = 1$

Table 3. comparison of critical fluid velocity present study with Ref. [33] for  $\nu=0$  and  $\psi=1$

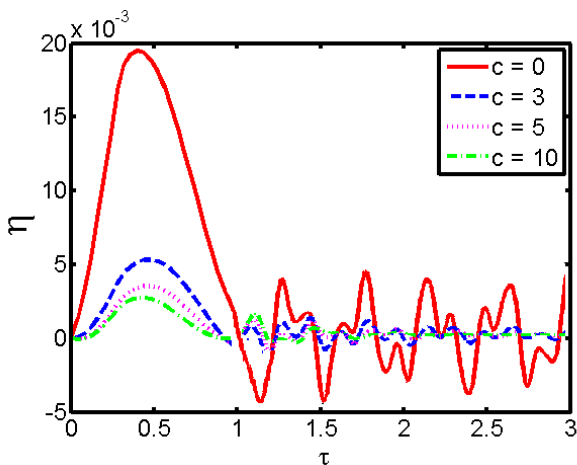
سرعت بحرانی سیال		شرایط مرزی
مرجع [۳۳]	پژوهش حاضر	
۳/۱۴۱۶	۳/۱۴	دوسرمفصل
۴/۴۹۳۴	۴/۴۹	یک سرگردار - یک سرمفصل
۶/۲۸۳۲	۶/۲۸	دوسرگردار



آمد. همچنین پارامترهای مختلف از جمله سرعت سیال و نیروی متحرک،



(ب)



(ج)

Fig. 13. The non-dimensional deflection versus the dimensionless time for fixed-fixed boundary condition; a) length scale parameter b)  $\xi$  parameter c) damping parameter

شکل ۱۳: مقدار تغییر مکان بی بعد بر حسب زمان بی بعد  $\tau$  برای شرایط مرزی دوسرگردار به ازای (الف) پارامتر مقیاس طول (ب) پارامتر  $\xi$  (ج) شرایط میرایی

بر روی تغییر مکان دینامیکی نانولوله تأثیرگذار است و پس از عبور نیرو از روی نانولوله به دلیل خاصیت میرایی، نوسانات سازه میرا می شود؛ بنابراین تغییر سرعت نیرو حتی در مقادیر بالا نیز باعث ناپداری سازه نمی شود. زیرا سرعت و دامنه نیرو براساس معادله (۷) تنها بر روی پاسخ اجباری سازه (حل خصوصی معادله (۷)) تأثیرگذار است و پس از عبور نیرو از نانولوله اثرات آن حذف می شود و پاسخ همگن مسأله بر روی رفتار دینامیک سازه در زمان های طولانی تأثیرگذار است. لذا جهت بررسی ناپایداری حل همگن مسأله (حل عمومی معادله (۷)) دارای اهمیت می باشد و از آنجایی که سرعت سیال در حل عمومی تأثیرگذار است و در شکل ۱۲ سرعت سیال کمتر از مقدار بحرانی است؛ لذا ناپایداری در آن رخ نمی دهد.

در شکل ۱۳ به بررسی پارامترهای مختلف بر روی تغییر مکان سامانه برای زمانهای قبل و بعد از عبور نیرو از انتهای نانولوله کربنی ( $\tau=1$ ) پرداخته شده است. همانطور که در شکل ۱۳(الف) مشاهده می شود و قبلاً نیز اشاره گردید، تغییر مکان سامانه به دلیل کاهش اثرات بین اتم های نانولوله کربنی با افزایش پارامتر مقیاس طول، افزایش می یابد. علاوه بر این پس از عبور نیرو از انتهای نانولوله کربنی با افزایش زمان تغییر مکان سامانه به دلیل وجود اثرات میرایی به سمت صفر میل می کند. البته جهت میرا شدن پاسخ دینامیکی باید سرعت سیال کمتر از مقدار بحرانی باشد تا سامانه دچار ناپداری نشود. همچنین رفتارهای مشابهی پس از عبور نیرو از انتهای نانوله در شکل های ۱۳(ب) و ۱۳(ج) با تغییر متغیرهای  $\xi$  و  $c$  ملاحظه می شود. در شکل ۱۳(ج) در حالتی که میرایی  $c=0$  می باشد؛ پس از عبور نیرو نوسانات نانولوله میرا نمی شود و حرکت ارتعاشی نانولوله ادامه پیدا می کند.

## ۵- نتیجه گیری

در این بررسی ارتعاشات یک نانولوله کربنی همگن الاستیک حامل سیال تحت نیروی متحرک هارمونیک با استفاده از روش تابع گرین مطالعه شد. شرایط مرزی دوسرگردار، یک سرگردار-یک سرمفصل، یک سرمفصل-یک سرگردار و دوسرمفصل در این مقاله در نظر گرفته شد. ارتعاشات اجباری نانولوله کربنی تحت نیروی متحرک بررسی و تابع تغییر مکان به صورت تابعی از مکان و زمان با استفاده از تبدیل لاپلاس و روش تابع گرین به دست

$$\phi_4(\xi) = \frac{\exp(s_1\xi)}{(s_1-s_2)(s_1-s_3)(s_1-s_4)} - \frac{\exp(s_2\xi)}{(s_1-s_2)(s_2-s_3)(s_2-s_4)} + \frac{\exp(s_3\xi)}{(s_1-s_3)(s_2-s_3)(s_3-s_4)} + \frac{\exp(s_4\xi)}{(s_1-s_4)(s_2-s_4)(s_3-s_4)} \quad (\text{الف-۴})$$

### منابع

- [1] S. Iijima, Helical microtubules of graphitic carbon, *nature*, 354(6348) (1991) 56-58.
- [2] E. Asadi, M. Farhadi Nia, Vibrational study of laminated composite plates reinforced by carbon nanotubes, *Modares Mechanical Engineering*, 14(3) (2014) 7-16.
- [3] T.W. Ebbesen, *Carbon nanotubes: preparation and properties*, CRC press, 1996.
- [4] S.-C. Fang, W.-J. Chang, Y.-H. Wang, Computation of chirality-and size-dependent surface Young's moduli for single-walled carbon nanotubes, *Physics Letters A*, 371(5) (2007) 499-503.
- [5] M. Zakeri, M. Shayanmehr, M. Shokrieh, Interface modeling of nanotube reinforced nanocomposites by using multi-scale modeling method, *Modares Mechanical Engineering*, 12(5) (2013) 1-11.
- [6] E.V. Dirote, *Trends in nanotechnology research*, Nova Publishers, 2004.
- [7] R. Rafiee, Analysis of Nonlinear Vibrations of a Carbon Nanotube Using Perturbation Technique, *Modares Mechanical Engineering*, 12(3) (2012) 60-67.
- [8] M. Foldvari, M. Bagonluri, Carbon nanotubes as functional excipients for nanomedicines: II. Drug delivery and biocompatibility issues, *Nanomedicine: Nanotechnology, Biology and Medicine*, 4(3) (2008) 183-200.
- [9] N. Khosravian, H. Rafii-Tabar, Computational modelling of a non-viscous fluid flow in a multi-walled carbon nanotube modelled as a Timoshenko beam, *Nanotechnology*, 19(27) (2008) 275703.
- [10] R. Ansari, B. Arash, Nonlocal Flügge Shell Model for Vibrations of Double-Walled Carbon Nanotubes With Different Boundary Conditions, *Journal of Applied Mechanics*, 80(2) (2013) 021006.
- [11] L. Wang, Vibration and instability analysis of tubular nano-and micro-beams conveying fluid using nonlocal elastic theory, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41(10) (2009) 1835-1840.

پارامتر مقیاس طول، شرایط مرزی و حالت حرکت نیرو بر تغییر مکان نانولوله کربنی بررسی شد. برای اعتبارسنجی مسأله از مقایسه پاسخ به‌دست آمده با پژوهش‌های قبلی استفاده شده است. علاوه‌براین در ادامه به‌طور اختصار نتایج اصلی این مطالعه ارائه می‌شود.

- با افزایش پارامترهای بدون بعد سرعت و نیروی متحرک، تغییر مکان ناشی از نیروی متحرک افزایش می‌یابد.
- استفاده از نظریه غیرمحملی اربینگن باعث افزایش تغییر مکان بی‌بعد نانولوله کربنی و باعث نرمی سامانه می‌شود.
- افزایش ضرایب ویسکوالاستیک و ضریب میرایی موجب کاهش تغییر مکان سامانه می‌گردد.
- حداکثر تغییر مکان در شتاب تندشونده و کمترین مقدار آن در سرعت یکنواخت اتفاق می‌افتد.
- در سرعت‌های پایین سیال، دامنه ارتعاشات با گذر زمان کاهش می‌یابد، در صورتی که در سرعت‌های سیال بالاتر از سرعت بحرانی سامانه دچار ناپایداری می‌شود، به‌طوری‌که تغییر مکان نانولوله با گذشت زمان میرا نمی‌شود بلکه افزایش می‌یابد.

### پیوست

$$\phi_1(\xi) = \frac{\exp(s_1\xi)(s_1^3 - \lambda_1 s_1^2 + \lambda_2 s_1 + \lambda_3)}{(s_1-s_2)(s_1-s_3)(s_1-s_4)} - \frac{\exp(s_2\xi)(s_2^3 - \lambda_1 s_2^2 + \lambda_2 s_2 + \lambda_3)}{(s_1-s_2)(s_2-s_3)(s_2-s_4)} + \frac{\exp(s_3\xi)(s_3^3 - \lambda_1 s_3^2 + \lambda_2 s_3 + \lambda_3)}{(s_1-s_3)(s_2-s_3)(s_3-s_4)} - \frac{\exp(s_4\xi)(s_4^3 - \lambda_1 s_4^2 + \lambda_2 s_4 + \lambda_3)}{(s_1-s_4)(s_2-s_4)(s_3-s_4)} \quad (\text{الف-۱})$$

$$\phi_2(\xi) = \frac{\exp(s_1\xi)(s_1^2 - \lambda_1 s_1 + \lambda_2)}{(s_1-s_2)(s_1-s_3)(s_1-s_4)} - \frac{\exp(s_2\xi)(s_2^2 - \lambda_1 s_2 + \lambda_2)}{(s_1-s_2)(s_2-s_3)(s_2-s_4)} + \frac{\exp(s_3\xi)(s_3^2 - \lambda_1 s_3 + \lambda_2)}{(s_1-s_3)(s_2-s_3)(s_3-s_4)} - \frac{\exp(s_4\xi)(s_4^2 - \lambda_1 s_4 + \lambda_2)}{(s_1-s_4)(s_2-s_4)(s_3-s_4)} \quad (\text{الف-۲})$$

$$\phi_3(\xi) = \frac{\exp(s_2\xi)(\lambda_1 - s_2)}{(s_1-s_2)(s_2-s_3)(s_2-s_4)} - \frac{\exp(s_1\xi)(\lambda_1 - s_1)}{(s_1-s_2)(s_1-s_3)(s_1-s_4)} - \frac{\exp(s_3\xi)(\lambda_1 - s_3)}{(s_1-s_3)(s_2-s_3)(s_3-s_4)} + \frac{\exp(s_4\xi)(\lambda_1 - s_4)}{(s_1-s_4)(s_2-s_4)(s_3-s_4)} \quad (\text{الف-۳})$$

- 123-131.
- [22] D. Yu, J. Wen, H. Shen, X. Wen, Propagation of steady-state vibration in periodic pipes conveying fluid on elastic foundations with external moving loads, *Physics Letters A*, 376(45) (2012) 3417-3422.
- [23] M.H. Kargarnovin, M.T. Ahmadian, R.-A. Jafari-Talookolaei, Dynamics of a delaminated Timoshenko beam subjected to a moving oscillatory mass, *Mechanics based design of structures and machines*, 40(2) (2012) 218-240.
- [24] S.E. Azam, M. Mofid, R.A. Khoraskani, Dynamic response of Timoshenko beam under moving mass, *Scientia Iranica*, 20(1) (2013) 50-56.
- [25] K. Misiurek, P. Śniady, Vibrations of sandwich beam due to a moving force, *Composite Structures*, 104 (2013) 85-93.
- [26] M. Şimşek, Vibration analysis of a functionally graded beam under a moving mass by using different beam theories, *Composite Structures*, 92(4) (2010) 904-917.
- [27] M. Şimşek, Dynamic analysis of an embedded microbeam carrying a moving microparticle based on the modified couple stress theory, *International Journal of Engineering Science*, 48(12) (2010) 1721-1732.
- [28] Y.-d. Li, Y.-r. Yang, Forced vibration of pipe conveying fluid by the Green function method, *Archive of Applied Mechanics*, 84(12) (2014) 1811-1823.
- [29] Z.K. Maraghi, A.G. Arani, R. Kolahchi, S. Amir, M. Bagheri, Nonlocal vibration and instability of embedded DWBNT conveying viscose fluid, *Composites Part B: Engineering*, 45(1) (2013) 423-432.
- [30] M. Abu-Hilal, M. Mohsen, Vibration of beams with general boundary conditions due to a moving harmonic load, *Journal of Sound and Vibration*, 232(4) (2000) 703-717.
- [31] D.G. Duffy, *Green's functions with applications*, CRC Press, 2015.
- [32] D. Poole, *Linear algebra: A modern introduction*, Cengage Learning, 2014.
- [33] M.P. Paidoussis, *Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow*, Academic press, 1998.
- [12] J. Yoon, C. Ru, A. Mioduchowski, Vibration and instability of carbon nanotubes conveying fluid, *Composites Science and Technology*, 65(9) (2005) 1326-1336.
- [13] L. Wang, Q. Ni, M. Li, Buckling instability of double-wall carbon nanotubes conveying fluid, *Computational Materials Science*, 44(2) (2008) 821-825.
- [14] L. Wang, Q. Ni, A reappraisal of the computational modelling of carbon nanotubes conveying viscous fluid, *Mechanics Research Communications*, 36(7) (2009) 833-837.
- [15] Y.-X. Zhen, B. Fang, Y. Tang, Thermal-mechanical vibration and instability analysis of fluid-conveying double walled carbon nanotubes embedded in visco-elastic medium, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 44(2) (2011) 379-385.
- [16] A. Ghorbanpourarani, M. Mohammadimehr, A. Arefmanesh, A. Ghasemi, Transverse vibration of short carbon nanotubes using cylindrical shell and beam models, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 224(3) (2010) 745-756.
- [17] M. Kargarnovin, D. Younesian, Dynamics of Timoshenko beams on Pasternak foundation under moving load, *Mechanics research communications*, 31(6) (2004) 713-723.
- [18] B. Biondi, G. Muscolino, A. Sidoti, Methods for calculating bending moment and shear force in the moving mass problem, *Journal of vibration and acoustics*, 126(4) (2004) 542-552.
- [19] H. Bulut, O. Kelesoglu, Comparing numerical methods for response of beams with moving mass, *Advances in Engineering Software*, 41(7) (2010) 976-980.
- [20] E. Sharbati, W. Szyszkowski, A new FEM approach for analysis of beams with relative movements of masses, *Finite Elements in Analysis and Design*, 47(9) (2011) 1047-1057.
- [21] M.H. Sadeghi, M.H. Karimi-Dona, Dynamic behavior of a fluid conveying pipe subjected to a moving sprung mass—an FEM-state space approach, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 88(4) (2011)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

A. Zandi Baghche Maryam and M. Hosseini, Using Green Function Method to Dynamic Analysis of Nanotubes Conveying Fluid Under Moving Load, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 50(1) (2018) 137-150.  
DOI: 10.22060/mej.2016.738



