



## بررسی ارتعاش آزاد ورق کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به همراه لایه مگنتوالکتروالاستیک

سهیل رضوی\*، علیرضا شوشتری

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۵ مرداد ۱۳۹۵  
بازنگری: ۱ آذر ۱۳۹۵  
پذیرش: ۵ دی ۱۳۹۵  
ارائه آنلاین: ۹ دی ۱۳۹۵

### کلمات کلیدی:

ارتعاش آزاد  
ورق مستطیلی  
کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی  
لایه مگنتوالکتروالاستیک

**چکیده:** در این تحقیق، ارتعاش آزاد ورق مستطیلی هوشمند دولایه‌ای متشکل از یک لایه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک جداره و یک لایه هوشمند چندفازی مگنتوالکتروالاستیک بررسی شده است. نانولوله‌های کربن به صورت یکنواخت در راستای ضخامت لایه کامپوزیتی توزیع شده‌اند. دمای محیط به صورت یکنواخت تغییر می‌کند. ورق بر روی تکیه‌گاه ساده قرار گرفته شده و تحت بارگذاری‌های الکتریکی و مغناطیسی می‌باشد. از نظریه برشی مرتبه اول ورق‌ها برای تعیین معادلات حرکت ورق استفاده شده و از قوانین گاوس برای حالت‌های الکترواستاتیک و مگنتواستاتیک برای مدل‌سازی رفتار مگنتوالکتریک استفاده شده است. با بیان متغیرهای تعمیم یافته ورق به صورت سری فوریه دوگانه و استفاده از روابط تعامد توابع مثلثاتی، معادلات دیفرانسیل جزئی به دستگاه معادله جبری برحسب بسامد طبیعی ورق تبدیل گردیده‌اند و رابطه‌ای تحلیلی برای بسامد طبیعی اصلی ورق به دست آمده است. پس از صحنه‌گذاری مدل پیشنهادی، مثال‌هایی برای بررسی اثرات پارامترهای مختلف بر روی پاسخ ارتعاش آزاد این ورق هوشمند ارائه شده‌اند.

### ۱- مقدمه

نانولوله‌های کربنی به دلیل دارا بودن خواص شیمیایی و فیزیکی منحصر به فرد نظیر سفتی و مقاومت نسبی بالا موضوع بسیاری از مطالعات بوده‌اند. لیو و همکاران [۱] مروری بر تحقیقات صورت گرفته در مورد تحلیل مکانیکی کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربن ارائه نمودند. وو و لی [۲] و ژانگ و همکاران [۳] ارتعاش آزاد ورق کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربن را، به ترتیب، با استفاده از روش سه بعدی و نظریه تغییر شکل برشی مرتبه یک تحلیل نمودند. دستجردی و همکاران [۴] پاسخ دینامیکی پوسته استوانه‌ای تقویت شده توسط نانولوله‌های کربن به بارگذاری ضربه‌ای را تعیین نمودند. ناتاراجان و همکاران [۵] از روش اجزا محدود و نظریه برشی مرتبه بالاتر برای مطالعه ورق ساندویچی و وو و همکاران [۶] از روش تریبج تفاضلی<sup>۱</sup> و نظریه تیموشنکو برای تحلیل تیر ساندویچی که لایه‌های کناری آن‌ها از جنس کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربن بودند، استفاده نمودند. مہار و همکاران [۷] ارتعاش آزاد ورق کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربن را با استفاده از نظریه برشی مرتبه بالاتر مطالعه نمودند. پاسخ غیرخطی ورق ساندویچی که لایه‌های کناری آن‌ها از کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربن ساخته شده‌اند نیز مورد مطالعه قرار گرفته است [۸]. علی‌بیگلو [۹] ارتعاش آزاد پوسته استوانه‌ای تقویت شده با نانولوله‌های کربن

به همراه لایه‌های پیزوالکتریک را بررسی نمود. ژانگ و همکاران [۱۰] و شارما و همکاران [۱۱] با استفاده از لایه‌های پیزوالکتریک به عنوان حسگر و عمرگر، کنترل ارتعاش ورق‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی را بررسی نمودند.

مشخصه اصلی مواد مگنتوالکتروالاستیک اثر مگنتوالکتریک می‌باشد. این اثر باعث می‌گردد که انرژی‌های مکانیکی، مغناطیسی و الکتریکی قابل تبدیل به یکدیگر باشند؛ بنابراین همانند لایه‌های پیزوالکتریک، از لایه‌های مگنتوالکتروالاستیک می‌توان برای کنترل ارتعاشات استفاده نمود، با این تفاوت که به هنگام استفاده از لایه مگنتوالکتروالاستیک می‌توان از راه دور و با اعمال میدان مغناطیسی پاسخ سازه را کنترل نمود. پان [۱۲] برای اولین بار حرکت استاتیکی ورق‌های مستطیلی مگنتوالکتروالاستیک چندلایه‌ای را بررسی نمود. پان و هایلبرگر [۱۳] ارتعاش آزاد این ورق‌ها را مورد مطالعه قرار دادند. لیو و چانگ [۱۴] ارتعاش عرضی ورق نازک مگنتوالکتروالاستیک را بررسی نموده و پاسخی دقیق برای ارتعاش آزاد کامپوزیت دولایه‌ای  $BaTiO_3-CoFe_2O_4$  به دست آوردند. ژین و هو [۱۵] و شوشتری و رضوی [۱۶]، به ترتیب، از نظریه الاستیسیته سه بعدی و نظریه تغییر شکل برشی مرتبه سه برای بررسی ارتعاش آزاد ورق‌های مگنتوالکتروالاستیک استفاده نمودند. واعظی و همکاران [۱۷] ارتعاش آزاد میکرو تیر مگنتوالکتروالاستیک را براساس نظریه تیر اوپلر - برنولی مورد بررسی قرار دادند. که، وانگ [۱۸]، لی، همکاران [۱۹]، جندقیان و

1 Differential quadrature (DQ)

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: s.razavi@basu.ac.ir

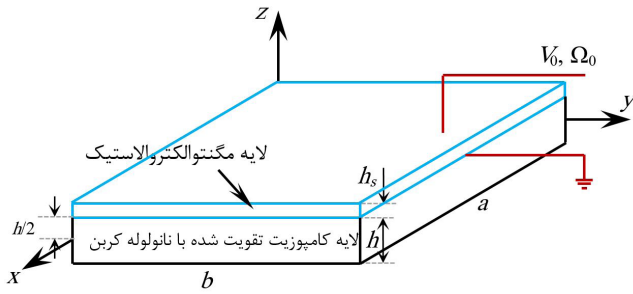


Fig. 1. Schematic of the studied plate  
شکل ۱: شکل شماتیک ورق مورد مطالعه

رحمانی [۲۰] ارتعاش آزاد نانو تیر مگنتوالکترولاستیک را بر مبنای نظریه تیر تیموشنکو و نظریه غیرموضعی مطالعه نمودند. که، همکاران [۲۱]، لی و همکاران [۲۲] ارتعاش آزاد نانو ورق‌های مگنتوالکترولاستیک را، به ترتیب، با استفاده از نظریه غیرموضعی کیرششف و نظریه غیرموضعی میندلین بررسی نمودند. همچنین که و همکاران [۲۳] مدلی برای تحلیل ارتعاش آزاد نانو پوسته استوانه‌ای مگنتوالکترولاستیک براساس نظریه پوسته لاو و نظریه غیرموضعی ارائه نمودند. علاوه بر این، مدلی غیرخطی برای تحلیل نانو تیر [۲۴] و نانو ورق‌های [۲۵] مگنتوالکترولاستیکی نیز ارائه شده است. با توجه به مطالعات موجود، مشاهده می‌شود که ارتعاشات ورق یا پوسته چندلایه‌ای تقویت شده با نانولوله کربنی به همراه لایه‌های مگنتوالکترولاستیک مورد بررسی قرار نگرفته است.

در این تحقیق، ارتعاش آزاد ورق مستطیلی هوشمند دولایه‌ای متشکل از یک لایه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک جداره و یک لایه هوشمند چندفازی مگنتوالکترولاستیک برای اولین بار بررسی شده است. از نظریه برشی مرتبه اول ورق‌ها، قانون گاوس برای حالت‌های الکترواستاتیک و مگنتواستاتیک و اصل تعامد توابع مثلثاتی برای محاسبه تحلیلی بسامد طبیعی مود اول ارتعاش این ورق هیبریدی هوشمند استفاده شده است.

## ۲- مدل‌سازی مسأله

مطابق شکل ۱، ورق کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربن تک جداره را در نظر بگیرید که  $a$ ،  $b$  و  $h$  به ترتیب، طول، عرض و ضخامت آن می‌باشند. لایه‌ای با ضخامت  $h_s$  و از جنس مگنتوالکترولاستیک به این ورق کامپوزیتی متصل شده است. نانولوله‌های کربن به صورت یکنواخت در راستای ضخامت لایه کامپوزیتی توزیع شده‌اند. دمای محیط به صورت یکنواخت تغییر نموده و ورق تحت اثر پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی قرار گرفته است.

منتجه‌های نیروی داخل صفحه‌ای  $\{N\}$  و جانبی  $\{Q\}$  و منتجه‌های ممان  $\{M\}$  این ورق هیبریدی را می‌توان با استفاده از روابط زیر محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} \{N_x \ N_y \ N_{xy}\}^T &= \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy}\}_C^T dz + \\ &\int_{h/2}^{h/2+h_s} \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy}\}_S^T dz, \\ \{M_x \ M_y \ M_{xy}\}^T &= \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy}\}_C^T z dz + \\ &\int_{h/2}^{h/2+h_s} \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy}\}_S^T z dz, \\ \{Q_x \ Q_y\}^T &= K \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma_{xz} \ \sigma_{yz}\}_C^T dz + \\ &K \int_{h/2}^{h/2+h_s} \{\sigma_{xz} \ \sigma_{yz}\}_S^T dz \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن  $\sigma_x$  و  $\sigma_y$  مؤلفه‌های تنش قائم بوده و  $\sigma_{xz}$ ،  $\sigma_{yz}$  و  $\sigma_{xy}$  تنش‌های برشی می‌باشند. علاوه بر این، زیرنویس‌های  $C$  و  $S$  به ترتیب، بیانگر لایه کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربن و لایه مگنتوالکترولاستیک بوده و  $K$

ضریب تصحیح برش می‌باشد.

معادله مشخصه لایه کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربن به صورت

زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_C &= \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_C \times \\ &\begin{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_C \end{pmatrix} \Delta T \end{aligned} \quad (2)$$

به طوری که  $\Delta T$  بیانگر تغییرات دمای محیط بوده و مؤلفه‌های سختی با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌گردند:

$$\begin{aligned} Q_{11c} &= E_{11c} / (1 - \nu_{12c} \nu_{21c}), \\ Q_{12c} &= \nu_{21c} E_{11c} / (1 - \nu_{12c} \nu_{21c}), \\ Q_{22c} &= E_{22c} / (1 - \nu_{12c} \nu_{21c}), \\ Q_{44c} &= G_{23c}, \quad Q_{55c} = G_{13c}, \quad Q_{66c} = G_{12c} \end{aligned} \quad (3)$$

در روابط (۲) و (۳)، خواص ماده کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربن با استفاده از روابط زیر به دست می‌آیند [۲۶]:

$$E_{11c} = \eta_1 V_{\text{CNT}} E_{11}^{\text{CNT}} + V_m E^m \quad (4)$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22c}} = \frac{V_{\text{CNT}}}{E_{22}^{\text{CNT}}} + \frac{V_m}{E^m} \quad (5)$$

$$\frac{\eta_3}{G_{12c}} = \frac{V_{\text{CNT}}}{G_{12}^{\text{CNT}}} + \frac{V_m}{G^m} \quad (6)$$

$$\nu_{12c} = V_{\text{CNT}} \nu_{12}^{\text{CNT}} + V_m \nu^m \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \eta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \eta_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \eta_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ H_z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p_z \end{Bmatrix} \Delta T \quad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & q_{15} & 0 \\ 0 & 0 & q_{24} & 0 & 0 \\ q_{31} & q_{32} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ H_z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_z \end{Bmatrix} \Delta T \quad (13)$$

که در آن فرض شده میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در راستای محور  $z$  اعمال شده‌اند.  $H_z$  و  $E_z$  مؤلفه‌های میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در راستای محور  $z$  می‌باشند.  $D$  و  $B$  بردارهای جابجایی الکتریکی و چگالی شار مغناطیسی هستند.  $e_{ki}$ ،  $q_{ki}$  و  $d_{kl}$  به ترتیب، ضرایب پیزوالکتریک، پیزومغناطیس و مگنتوالکتریک بوده و  $C_{ij}$ ،  $\eta_{kl}$  و  $\mu_{kl}$  به ترتیب، نشان‌دهنده ضرایب الاستیک، دی‌الکتریک و نفوذپذیری مغناطیسی می‌باشند. در این روابط،  $p_z$  و  $m_z$  به ترتیب، ثابت‌های پیروالکتریک و پیرومغناطیس هستند. با بیان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی برحسب پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی، یعنی  $E_z = -\phi_{,z}$  و  $H_z = -\psi_{,z}$  و سپس با استفاده از قانون گاوس برای حالت‌های الکترواستاتیک و مگنتواستاتیک [۱۳] مقادیر زیر برای  $\phi_{,z}$  و  $\psi_{,z}$  حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned} \phi_{,z} &= M_1(z - h_0) + V_0/h_s \\ \psi_{,z} &= M_2(z - h_0) + \Omega_0/h_s \end{aligned} \quad (14)$$

در این روابط  $\phi$  و  $\psi$  به ترتیب، پتانسیل الکتریکی و پتانسیل مغناطیسی بوده و  $h_0 = (h + h_s)/2$  می‌باشد.  $V_0$  و  $\Omega_0$  به ترتیب، پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی اعمال شده به سطح بالایی لایه مگنتوالکتروالاستیک هستند. ضرایب مجهول  $M_1$  و  $M_2$  تابع خواص مگنتوالکتریک ورق و مشتقات مکانی متغیرهای تغییر مکان بوده و در پیوست الف تعریف شده‌اند. برای به دست آوردن این روابط از شرط مرزی مگنتوالکتریک زیر استفاده شده است:

$$\rho_{0c} = V_{CNT} \rho_0^{CNT} + V_m \rho_0^m \quad (8)$$

$$\alpha_{11c} = V_{CNT} \alpha_{11}^{CNT} + V_m \alpha^m \quad (9)$$

$$\alpha_{22c} = (1 + \nu_{12}^{CNT}) V_{CNT} \alpha_{22}^{CNT} + (1 + \nu^m) V_m \alpha^m - \nu_{12} \alpha_{11c} \quad (10)$$

به طوری که  $E_{11}^{CNT}$  و  $E_{22}^{CNT}$  مدول‌های الاستیک و  $G_{12}^{CNT}$  مدول برشی نانولوله‌های کربن تک جداره هستند.  $E^m$  و  $G^m$  به ترتیب، مدول‌های الاستیک و برشی ماتریس ایزوتروپ هستند.  $\eta_1$ ،  $\eta_2$  و  $\eta_3$  پارامترهای کارایی نانولوله کربنی می‌باشند.  $V_m$  و  $V_{CNT}$  به ترتیب، کسر حجمی نانولوله‌های کربنی و ماتریس می‌باشند که در رابطه  $V_m + V_{CNT} = 1$  صدق می‌کنند. علاوه بر این،  $\nu_{12}^{CNT}$  و  $\rho_0^{CNT}$  ضریب پواسون و چگالی نانولوله کربنی بوده و  $\nu^m$  و  $\rho_0^m$  ضریب پواسون و چگالی ماتریس می‌باشند. در این روابط،  $\alpha_{11}^{CNT}$ ،  $\alpha_{22}^{CNT}$  و  $\alpha^m$  ضرایب انبساط حرارتی نانولوله کربنی و ماتریس هستند.

معادلات مشخصه لایه مگنتوالکتروالاستیک را می‌توان به صورت زیر بیان نمود [۲۷]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_S = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}_S \times \left( \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_S \Delta T \right) - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & e_{24} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & q_{31} \\ 0 & 0 & q_{32} \\ 0 & q_{24} & 0 \\ q_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ H_z \end{Bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

شده است. در این معادلات، ضرایب  $\alpha_i$  ( $i=1, \dots, 35$ ) پارامترهای ثابتی هستند که تابع مشخصات هندسی ورق و خواص ماده لایه کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی و لایه مگنتوالکتروالاستیک می‌باشند که در پیوست ب ارائه گردیده‌اند. همچنین، ممان اینرسی جرمی ورق هیبریدی مورد مطالعه (یعنی  $I_0$ ) برابر است با:

$$I_0 = [\rho_0^m (1 - V_{CNT}) + V_{CNT} \rho_0^{CNT}] h + \rho_{0s} h_s \quad (23)$$

برای ورق مستطیلی با تکیه‌گاه‌های ساده می‌توان جابه‌جایی‌ها و دوران‌ها را با استفاده از رابطه زیر تعیین نمود:

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U \cos(\pi x/a) \sin(\pi y/b) \\ V \sin(\pi x/a) \cos(\pi y/b) \\ W \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b) \\ X \cos(\pi x/a) \sin(\pi y/b) \\ Y \sin(\pi x/a) \cos(\pi y/b) \end{Bmatrix} \exp(i \omega_0 t) \quad (24)$$

به طوری که  $\omega_0$  بسامد طبیعی بوده و  $U, V, W, X, Y$  توابع مجهول می‌باشند که دامنه تغییر مکان‌ها یا دوران‌ها را نشان می‌دهند. با جایگذاری توابع معادله (۲۴) در معادلات (۱۸) الی (۲۲) و استفاده از اصل تعامد در توابع مثلثاتی، دستگاه معادلات جبری زیر حاصل می‌گردد:

$$\begin{bmatrix} L_1 & L_2 & 0 & L_3 & L_4 \\ L_5 & L_6 & 0 & L_7 & L_8 \\ 0 & 0 & (L_9 - L_{10} \omega_0^2) & L_{11} & L_{12} \\ L_{13} & L_{14} & L_{15} & L_{16} & L_{17} \\ L_{18} & L_{19} & L_{20} & L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \\ X \\ Y \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (25)$$

در ماتریس ضرایب دستگاه (۲۵)، ضرایب  $L_i$  ( $i=1, \dots, 22$ ) ثابت بوده و تابع خواص ماده و هندسی ورق می‌باشند. علاوه بر این، در این رابطه فقط بسامد طبیعی یعنی  $\omega_0$  مجهول می‌باشد. معادله بالا فقط در صورتی جواب غیرصفر خواهد داشت که دترمینان ماتریس ضرایب مساوی صفر قرار داده شود؛ بنابراین بسامد طبیعی ورق هوشمند مورد نظر به دست می‌آید.

### ۳- بحث و بررسی نتایج

خواص نانولوله کربنی در جدول ۱ و مقادیر پارامترهای کارایی نانولوله کربنی در جدول ۲ ارائه شده‌اند. علاوه بر این، خواص ماتریس ایزوتروپ در لایه کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی عبارتند از:  $E^m = (3.51 - 0.0047T) \text{ Gpa}$  و  $\nu^m = 0.34$ ،  $\rho_0^m = 1150 \text{ kg/m}^3$  خواص لایه مگنتوالکتروالاستیک را نشان می‌دهد. در تمامی مثال‌ها مقدار ضریب تصحیح برش برابر با  $5/6$  در نظر گرفته شده است.

برای صحت‌گذاری مدل پیشنهادی ورق مربعی تقویت شده با نانولوله کربن تک جداره در نظر گرفته شده و بسامدهای طبیعی آن به ازای  $T = 300 \text{ K}$  و مقادیر مختلف  $a/h$  و  $V_{CNT}$  به دست آمده‌اند. نتایج در جدول‌های ۴، ۵ و ۶ نشان داده شده و با نتایج حاصل از روش‌های مختلف

$$\begin{aligned} \phi(x, y, z = h/2) &= \psi(x, y, z = h/2) = 0, \\ \phi(x, y, z = h/2 + h_s) &= V_0, \\ \psi(x, y, z = h/2 + h_s) &= \Omega_0 \end{aligned} \quad (15)$$

بنابراین تنش‌های مورد نیاز برای محاسبه منته‌های نیرو و ممان لایه مگنتوالکتروالاستیک به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_s} &= C_{11s} \varepsilon_x + C_{12s} \varepsilon_y + e_{31} [M_1(z - h_0) + V_0/h_s] \\ &\quad q_{31} [M_2(z - h_0) + \Omega_0/h_s] - [C_{11s} \alpha_{11s} + C_{12s} \alpha_{22s}] \Delta T \\ \sigma_{y_s} &= C_{12s} \varepsilon_x + C_{22s} \varepsilon_y + e_{32} [M_1(z - h_0) + V_0/h_s] \\ &\quad q_{32} [M_2(z - h_0) + \Omega_0/h_s] - [C_{12s} \alpha_{11s} + C_{22s} \alpha_{22s}] \Delta T \\ \sigma_{z_s} &= C_{44s} \gamma_{yz}, \quad \sigma_{xz_s} = C_{55s} \gamma_{xz}, \quad \sigma_{xy_s} = C_{66s} \gamma_{xy} \end{aligned} \quad (16)$$

فرم خطی روابط کرنش-جابه‌جایی به صورت زیر بیان می‌گردد [۲۸]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= u_{0,x} + z \theta_{x,x}, \quad \varepsilon_y = v_{0,y} + z \theta_{y,y}, \\ \gamma_{yz} &= w_{0,y} + \theta_y, \quad \gamma_{xz} = w_{0,x} + \theta_x, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\gamma_{xy} = u_{0,y} + v_{0,x} + z (\theta_{x,y} + \theta_{y,x})$$

به طوری که  $u_0$  و  $v_0$  و  $w_0$  به ترتیب، تغییر مکان یک نقطه از سطح میانی در راستای محور  $x, y$  و  $z$  بوده و  $\theta_x$  و  $\theta_y$  به ترتیب، دوران خطوط جانبی عمود بر سطح میانی حول محور  $y$  و  $x$  می‌باشند. با استفاده از معادلات حرکت ورق کامپوزیتی براساس نظریه برشی مرتبه اول [۲۸] و معادلات (۱) الی (۴)، (۱۶) و (۱۷)، معادلات حرکت برحسب مشتقات جابه‌جایی‌ها و دوران‌ها به دست می‌آیند:

$$\alpha_1 u_{0,xx} + \alpha_2 u_{0,yy} + \alpha_3 v_{0,xy} + \alpha_4 \theta_{x,xx} + \alpha_5 \theta_{x,yy} + \alpha_6 \theta_{y,xy} = 0 \quad (18)$$

$$\alpha_7 u_{0,xy} + \alpha_8 v_{0,xx} + \alpha_9 v_{0,yy} + \alpha_{10} \theta_{y,xx} + \alpha_{11} \theta_{y,yy} + \alpha_{12} \theta_{x,xy} = 0 \quad (19)$$

$$\alpha_{13} w_{0,xx} + \alpha_{14} w_{0,yy} + \alpha_{15} \theta_{x,x} + \alpha_{16} \theta_{y,y} = I_0 w_{0,tt} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{17} u_{0,xx} + \alpha_{18} u_{0,yy} + \alpha_{19} v_{0,xy} + \alpha_{20} w_{0,xxx} + \\ \alpha_{21} w_{0,xyy} + \alpha_{22} w_{0,x} + \alpha_{23} \theta_{x,xx} \\ + \alpha_{24} \theta_{x,yy} + \alpha_{25} \theta_{y,xy} + \alpha_{26} \theta_{x,x} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{27} u_{0,xy} + \alpha_{28} v_{0,xx} + \alpha_{29} v_{0,yy} + \alpha_{30} w_{0,xyy} + \\ \alpha_{31} w_{0,yyy} + \alpha_{32} w_{0,y} + \alpha_{33} \theta_{x,xy} \\ + \alpha_{34} \theta_{y,xx} + \alpha_{35} \theta_{y,yy} + \alpha_{36} \theta_{y,y} = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

در معادلات (۱۸) تا (۲۲) از اینرسی‌های صفحه‌ای و دورانی صرف‌نظر

فریت کبالت (CoFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub>) با استفاده از رابطه  $\omega = \omega_0 a \sqrt{\rho_{0s} / C_{max}}$  تعیین شده و با نتایج حاصل از نظریه برشی مرتبه بالا مقایسه گردیده است (جدول ۸). در این رابطه  $C_{max}$  بیانگر بیشینه مقدار  $C_{ij}$  بوده و  $\rho_{0s}$  چگالی ماده مورد نظر می‌باشد. خواص ماده تیتانات باریوم و فریت کبالت توسط مویتا و همکاران [۳۱] ارائه گردیده‌اند.

جدول‌های ۹ تا ۱۲ بسامد طبیعی ورق مربع دولایه‌ای کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی / مگنتوالکترولاستیک و با فرض  $h = 1$  را در دمای  $T = 300$  K و تحت اثر اختلاف پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی در سطوح بالا و پایین لایه مگنتوالکترولاستیک ارائه می‌کنند.

جدول ۴: بسامد طبیعی بی‌بعد ورق مربع تقویت شده با نانولوله کربنی در دمای  $T = 300$  K ( $V_{CNT} = +/11$ ).

Table 4. Dimensionless natural frequency of the square plate reinforced with carbon nanotube, at  $T = 300$  K ( $V_{CNT} = 0.11$ )

روش حل	a/h		
	۵۰	۲۰	۱۰
انسیس [۲۶]	۱۹/۱۸۴	۱۷/۳۲۸	۱۳/۵۲۱
سه بعدی [۲]	۱۹/۱۵۴۷	۱۷/۳۱۳۹	۱۳/۵۵۷۸
تحقیق حاضر	۱۹/۱۵۹۴	۱۷/۳۳۱۳	۱۳/۵۶۹۶
خطا %	۰/۰۲	۰/۱۰	۰/۰۹

جدول ۵: بسامد طبیعی بی‌بعد ورق مربع تقویت شده با نانولوله کربنی در دمای  $T = 300$  K ( $V_{CNT} = +/14$ ).

Table 5. Dimensionless natural frequency of the square plate reinforced with carbon nanotube, at  $T = 300$  K ( $V_{CNT} = 0.14$ )

روش حل	a/h		
	۵۰	۲۰	۱۰
انسیس [۲۶]	۲۱/۳۱۱	۱۸/۸۹۳	۱۴/۲۹۶
سه بعدی [۲]	۲۱/۳۱۶۸	۱۸/۹۰۷۲	۱۴/۳۶۰۸
تحقیق حاضر	۲۱/۳۲۱۹	۱۸/۹۲۳۳	۱۴/۳۵۸۲
خطا %	۰/۰۲	۰/۰۹	-۰/۰۲

جدول ۶: بسامد طبیعی بی‌بعد ورق مربع تقویت شده با نانولوله کربنی در دمای  $T = 300$  K ( $V_{CNT} = +/17$ ).

Table 6. Dimensionless natural frequency of the square plate reinforced with carbon nanotube, at  $T = 300$  K ( $V_{CNT} = 0.17$ )

روش حل	a/h		
	۵۰	۲۰	۱۰
انسیس [۲۶]	۲۳/۶۴۹	۲۱/۴۲۲	۱۶/۸۰۱
سه بعدی [۲]	۲۳/۶۰۷۱	۲۱/۴۰۰۲	۱۶/۸۴۰۹
تحقیق حاضر	۲۳/۶۱۳۰	۲۱/۴۲۲۴	۱۶/۸۵۸۶
خطا %	۰/۰۲	۰/۱۰	۰/۱۱

جدول ۱: خواص ماده نانولوله کربنی تک جداره (۱۰ و ۱۰) ( $v_{12}^{CNT} = +/175$ ) [۲۶].

Table 1. Material properties of single-walled carbon nanotube (10,10) ( $v_{12}^{CNT} = 0.175$ ) [26].

T, K	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰
$E_{11}^{CNT}$ , TPa	۵/۶۴۶۶	۵/۵۳۰۸	۵/۴۷۴۴
$E_{22}^{CNT}$ , TPa	۷/۰۸۰۰	۶/۹۳۴۸	۶/۸۶۴۱
$G_{12}^{CNT}$ , TPa	۱/۹۴۴۵	۱/۹۶۴۳	۱/۹۶۴۴
$\alpha_{11}^{CNT}$ , 10 <sup>-6</sup> /K	۳/۴۵۸۴	۴/۵۳۶۱	۴/۶۶۷۷
$\alpha_2^{CNT}$ , 10 <sup>-6</sup> /K	۵/۱۶۸۲	۵/۰۱۸۹	۴/۸۹۴۳

جدول ۲: پارامترهایی کارایی برای مقادیر مختلف  $V_{CNT}$  [۲۶].

Table 2. Efficiency parameters for different values of  $V_{CNT}$  [26].

$V_{CNT}$	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$
۰/۱۱	۰/۱۴۹	۰/۹۳۴	۰/۹۳۴
۰/۱۴	۰/۱۵۰	۰/۹۴۱	۰/۹۴۱
۰/۱۷	۰/۱۴۹	۱/۳۸۱	۱/۳۸۱

جدول ۳: خواص الاستیک، پیزوالکتریک، پیزومغناطیس، دی‌الکتریک و مغناطیسی ماده مگنتوالکترولاستیک [۲۷، ۲۹].

Table 3. Elastic, piezoelectric, piezomagnetic, dielectric and magnetic properties of magnetoelastoelectroelastic material [27, 29]

$C_{44s}$ (MPa)	$C_{22s}$ (MPa)	$C_{12s}$ (MPa)	$C_{11s}$ (MPa)
۴۴	۲۲۶	۱۲۴	۲۲۶
$e_{32}$ (C/m <sup>2</sup> )	$e_{31}$ (C/m <sup>2</sup> )	$C_{66s}$ (MPa)	$C_{55s}$ (MPa)
-۲/۲	-۲/۲	۵۱	۴۴
$q_{32}$ (N/Am)	$q_{31}$ (N/Am)	$e_{15}$ (C/m <sup>2</sup> )	$e_{24}$ (C/m <sup>2</sup> )
۲۹۰/۲	۲۹۰/۲	۵/۸	۵/۸
$\mu_{33}$ (Ns <sup>2</sup> /C <sup>2</sup> )	$\eta_{33}$ (C <sup>2</sup> /N.m <sup>2</sup> )	$q_{15}$ (N/Am)	$q_{24}$ (N/Am)
۸۳/۵ × ۱۰ <sup>-۶</sup>	۶/۳۵ × ۱۰ <sup>-۹</sup>	۲۷۵	۲۷۵
$\rho_{0s}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\alpha_{22s}$ (10 <sup>-6</sup> /K)	$\alpha_{11s}$ (10 <sup>-6</sup> /K)	$d_{33}$ (Ns/VC)
۵۵۰۰	۱۲/۹	۱۲/۹	۲۷۳۷/۵ × ۱۰ <sup>-۱۲</sup>

مقایسه شده‌اند. در این جدول‌ها بسامدهای طبیعی بی‌بعد با استفاده از رابطه  $\omega = \omega_0 (a^2/h) \sqrt{\rho_0^m / E^m}$  محاسبه گردیده و مقادیر خطا با توجه به مقادیر حاصل از روش سه بعدی (3D) محاسبه شده‌اند. مشاهده می‌گردد که مقادیر بسامد طبیعی علاوه بر ورق‌های نازک، برای ورق‌های نسبتاً ضخیم با  $h = 10$  نیز با دقت مناسبی پیش‌بینی شده‌اند. در جدول ۷ اثر تغییر دما بر روی بسامد طبیعی بی‌بعد در نظر گرفته شده و با نتایج حاصل از نظریه برشی مرتبه بالاتر مقایسه گردیده است. به عنوان آخرین مقایسه، بسامد بی‌بعد ورق‌های ضخیم پیزوالکتریک تیتانات باریوم (BaTiO<sub>3</sub>) و مگنتواستریکتیو

جدول ۱۱: بسامد طبیعی ورق مورد مطالعه بر حسب رادیان بر ثانیه به ازای پتانسیل‌های مغناطیسی مختلف ( $V_{CNT} = 0.11$ ,  $h_s = 0.1h$ ).

Table 11. Natural frequencies (rad/s) of the studied plate for different magnetic potentials ( $V_{CNT} = 0.11$ ,  $h_s = 0.1h$ )

$\Omega_0$ (A)			$a/h$
۱۰۰۰	*	-۱۰۰۰	
۲۵۸/۳۴۳۷	۲۵۸/۲۷۹۵	۲۵۸/۲۱۵۳	۱۰
۷۰/۳۷۵۷	۷۰/۳۱۶۸	۷۰/۲۵۷۸	۲۰
۱۱/۶۱۷۳	۱۱/۵۵۹۹	۱۱/۵۰۲۴	۵۰

جدول ۱۲: بسامد طبیعی ورق مورد مطالعه بر حسب رادیان بر ثانیه به ازای پتانسیل‌های مغناطیسی مختلف ( $V_{CNT} = 0.14$ ,  $h_s = 0.1h$ ).

Table 12. Natural frequencies (rad/s) of the studied plate for different magnetic potentials ( $V_{CNT} = 0.14$ ,  $h_s = 0.1h$ )

$\Omega_0$ (A)			$a/h$
۱۰۰۰	*	-۱۰۰۰	
۲۷۲/۷۲۱۷	۲۷۲/۶۶۱۱	۲۷۲/۶۰۰۶	۱۰
۷۵/۳۴۹۱	۷۵/۱۹۴۳	۷۵/۱۳۹۴	۲۰
۱۲/۴۷۳۱	۱۲/۴۲۰۰	۱۲/۳۶۶۸	۵۰

حدود پنج درصدی در بسامد طبیعی می‌گردد. علاوه بر این، مشاهده می‌گردد نسبت  $a/h$  تأثیر قابل توجهی بر روی بسامد طبیعی دارد. افزایش  $a/h$  سبب کاهش بسامد طبیعی ورق هوشمند مورد نظر می‌گردد. به دلیل کوپلینگ ضعیف الکتریکی و مغناطیسی لایه مگنتوالکتروالاستیک، پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی، در مقایسه با مؤلفه‌های سختی ورق، تأثیر کم‌تری بر روی بسامد طبیعی ورق می‌گذارند. مشاهده می‌گردد که پتانسیل الکتریکی منفی و پتانسیل مغناطیسی مثبت سبب افزایش بسامد طبیعی ورق هوشمند کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی / مگنتوالکتروالاستیک می‌گردد. دلیل این امر افزایش سختی سامانه در اثر اعمال این پتانسیل‌ها به ورق می‌باشد. در جدول ۱۳ اثر دما بر روی بسامد طبیعی بی‌بعد این ورق هوشمند ارائه شده است. ورق در نظر گرفته شده مربعی شکل بوده ( $a/h = 20$ ) و شرط مرزی مگنتوالکتریک آن به صورت مدار - بسته می‌باشد. بسامدهای طبیعی ورق با استفاده از رابطه  $\omega = \omega_0(a^2/h)\sqrt{\rho_0^m/E^m}$  بی‌بعد گردیده‌اند. مشاهده می‌شود که با افزایش دما بسامد طبیعی ورق هیبریدی کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی / مگنتوالکتروالاستیک کاهش می‌یابد.

در شکل‌های ۲ و ۳ منحنی‌های بسامد طبیعی، به ترتیب، بر حسب نسبت طول به ضخامت ( $a/h$ ) و نسبت طول به عرض ( $a/b$ ) ارائه گردیده‌اند. در هر دو شکل  $h_s = 0.1h$  بوده و در شکل ۳،  $a = 5.0h$  در نظر گرفته شده است. در شکل ۲ مشاهده می‌گردد که با افزایش نسبت  $a/h$  بسامد طبیعی به طور پیوسته کاهش می‌یابد، به طوری که نرخ این کاهش برای مقادیر مختلف  $V_{CNT}$  تقریباً یکسان است. در حالی که شکل ۳ نشان می‌دهد که با افزایش نسبت  $a/b$  بسامد طبیعی برای حالتی که  $V_{CNT} = 0.17$  می‌باشد، با

جدول ۷: اثر دما بر روی بسامد طبیعی بی‌بعد ورق مربع تقویت شده با نانولوله کربنی ( $V_{CNT} = 0.17$ ).

Table 7. Effect of the temperature on the natural frequency of the square plate reinforced with carbon nanotube ( $V_{CNT} = 0.17$ )

خطا %	روش حل		$T$ (K)
	تحقیق حاضر	نظریه برشی مرتبه بالا [۳۰]	
۰/۱۴۹	۱۵/۴۱۰۴	۱۵/۳۸۷۵	۳۰۰
-۰/۰۴۰	۱۳/۸۹۶۲	۱۳/۹۰۱۷	۵۰۰
-۰/۴۶۶	۱۱/۷۹۸۲	۱۱/۸۵۳۴	۷۰۰

جدول ۸: بسامد طبیعی بی‌بعد ورق ضخیم پیزوالکتریک و مگنتواستریکتیو ( $a = b = 3h$ ).

Table 8. Dimensionless natural frequencies of piezoelectric and magnetostrictive thick plates ( $a = b = 3h$ )

ورق	روش حل	
	تحقیق حاضر	نظریه برشی مرتبه بالا [۳۱]
BaTiO <sub>3</sub>	۱/۳۳۶۸	۱/۲۶۲۹
CoFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	۱/۱۷۳۵	۱/۱۳۵۸

جدول ۹: بسامد طبیعی ورق مورد مطالعه بر حسب رادیان بر ثانیه به ازای پتانسیل‌های الکتریکی مختلف ( $V_{CNT} = 0.11$ ,  $h_s = 0.1h$ ).

Table 9. Natural frequencies (rad/s) of the studied plate for different electric potentials ( $V_{CNT} = 0.11$ ,  $h_s = 0.1h$ )

$V_0$ (V)			$a/h$
۱۰۰۰	*	-۱۰۰۰	
۲۵۸/۲۷۹۰	۲۵۸/۲۷۹۵	۲۵۸/۲۸۰۰	۱۰
۷۰/۳۱۶۳	۷۰/۳۱۶۸	۷۰/۳۱۷۲	۲۰
۱۱/۵۵۹۵	۱۱/۵۵۹۹	۱۱/۵۶۰۴	۵۰

جدول ۱۰: بسامد طبیعی ورق مورد مطالعه بر حسب رادیان بر ثانیه به ازای پتانسیل‌های الکتریکی مختلف ( $V_{CNT} = 0.14$ ,  $h_s = 0.1h$ ).

Table 10. Natural frequencies (rad/s) of the studied plate for different electric potentials ( $V_{CNT} = 0.14$ ,  $h_s = 0.1h$ )

$V_0$ (V)			$a/h$
۱۰۰۰	*	-۱۰۰۰	
۲۷۲/۶۶۰۷	۲۷۲/۶۶۱۱	۲۷۲/۶۶۱۶	۱۰
۷۵/۱۹۳۸	۷۵/۱۹۴۳	۷۵/۱۹۴۷	۲۰
۱۲/۴۱۹۶	۱۲/۴۲۰۰	۱۲/۴۲۰۴	۵۰

مشاهده می‌شود که نسبت حجمی نانولوله کربن در مقایسه با اختلاف پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی تأثیر بیشتری بر روی بسامد طبیعی دارد، به طوری که سه درصد افزایش نسبت حجمی نانولوله کربن منجر به افزایش

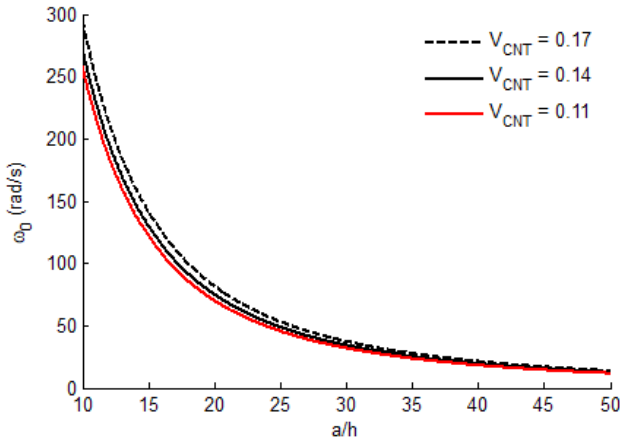


Fig. 2.

شکل ۲: تغییرات بسامد طبیعی ورق مربعی بر حسب نسبت طول به ضخامت ( $\Delta T = V_0 = \Omega_0 = 0$ ).

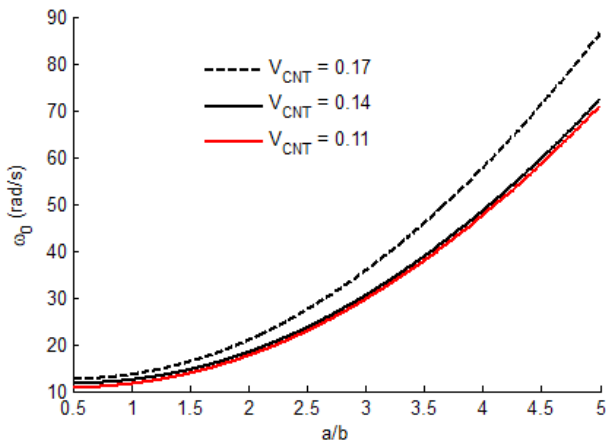


Fig. 3.

شکل ۳: تغییرات بسامد طبیعی ورق مورد مطالعه بر حسب نسبت طول به عرض ( $\Delta T = V_0 = \Omega_0 = 0$ ).

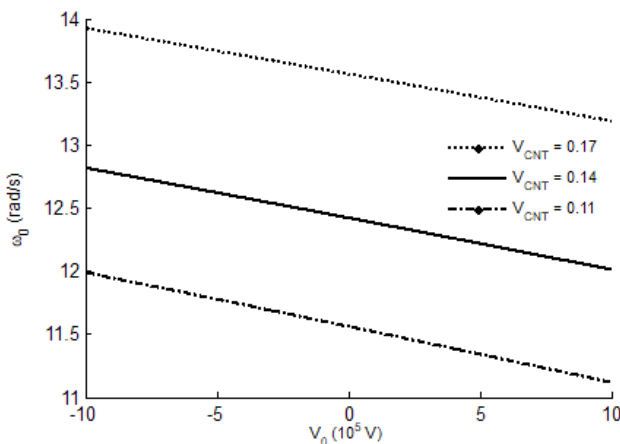


Fig. 4.

شکل ۴: اثر پتانسیل الکتریکی بر روی بسامد طبیعی ورق مربع ( $\Delta T = \Omega_0 = 0, a/h = 50, h_s = 0/1h$ ).

جدول ۱۳: اثر دما بر روی بسامد طبیعی بی بعد ورق هوشمند مورد مطالعه ( $h_s = 2h = 2 \text{ mm}$ ).

Table 13. Effect of the temperature on the dimensionless natural frequency of the studied smart plate ( $h_s = 2h = 2 \text{ mm}$ )

$V_{CNT}$	$T \text{ (K)}$		
	۷۰۰	۵۰۰	۳۰۰
۰/۱۱	۳۷/۴۰۲۷	۴۷/۳۲۵۱	۵۵/۴۰۸۴
۰/۱۴	۳۷/۹۰۹۱	۴۸/۱۵۲۰	۵۶/۴۳۴۶
۰/۱۷	۳۸/۳۲۶۴	۴۸/۹۷۵۰	۵۷/۵۴۰۵

نرخ بیشتری افزایش می یابد.

شکل ۴ نشان می دهد که مطابق آنچه در جدول های ۹ و ۱۰ بیان گردید، با افزایش مقدار پتانسیل الکتریکی مثبت، بسامد طبیعی ورق مورد نظر کاهش می یابد. در جدول ۱۴ اثر پتانسیل الکتریکی بر روی بسامد طبیعی ورق مربع با مقادیر مختلف برای ضخامت و با ثابت فرض نمودن نسبت های  $h_s/h = 0/1$  و  $a/h = 50$  مورد بررسی قرار گرفته است. بسامد طبیعی با استفاده از رابطه  $\omega = \omega_0 \alpha \sqrt{\rho_{0s}/C_{max}}$  بی بعد گردیده است تا بتوان تأثیر تغییر پتانسیل بر روی بسامد طبیعی ورق های دارای ضخامت مختلف را با یکدیگر مقایسه نمود.

جدول ۱۴: اثر ضخامت ورق بر روی بسامد طبیعی بی بعد ورق هوشمند مورد مطالعه ( $V_{CNT} = 0/17, \Delta T = 0$ ).

Table 14. Effect of the plate thickness on the dimensionless natural frequency of the studied smart plate ( $V_{CNT} = 0.17, \Delta T = 0$ )

ضخامت، $h$		پتانسیل الکتریکی، $V$
۰/۰۰۰۱	۰/۱	
۰/۱۰۸۶۰۲	۰/۱۰۵۷۷۶	-۱۰۰
۰/۱۰۵۷۷۳	۰/۱۰۵۷۷۳	۰
۰/۱۰۲۸۶۶	۰/۱۰۵۷۷۰	+۱۰۰

از جدول ۱۴ نتیجه می شود که در حالت مدار بسته، یعنی در حالتی که لایه مگنتوالکترولاستیک تحت اثر پتانسیل الکتریکی یا مغناطیسی قرار ندارد، تغییر مقدار ضخامت ورق تأثیری بر روی بسامد بی بعد ورق ندارد؛ اما با اعمال اختلاف پتانسیل به سطوح بالا و پایین لایه مگنتوالکترولاستیک، ورقی که ضخامت کمتری دارد، دچار تغییر بیشتری در بسامد بی بعد خود می گردد.

#### ۴- نتیجه گیری و جمع بندی

در این تحقیق، ارتعاش آزاد ورق هوشمند دولایه ای کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی  $\square$  مگنتوالکترولاستیک بررسی گردید. معادلات حرکت بر مبنای نظریه برشی مرتبه اول به دست آمده و پس از حل تحلیلی این معادلات، رابطه ای تحلیلی برای بسامد طبیعی مود اول این ورق هیبریدی

$$\alpha_{13} = K(h_s C_{55_s} + h Q_{55_c}) + e_{31} V_0 + q_{31} \Omega_0 - [h_s(C_{11_s} \alpha_{11_s} + C_{12_s} \alpha_{22_s}) + h(Q_{11_c} \alpha_{11_c} + Q_{12_c} \alpha_{22_c})] \Delta T$$

$$\alpha_{14} = K(h_s C_{44_s} + h Q_{44_c}) + e_{32} V_0 + q_{32} \Omega_0 - [h_s(C_{12_s} \alpha_{11_s} + C_{22_s} \alpha_{22_s}) + h(Q_{12_c} \alpha_{11_c} + Q_{22_c} \alpha_{22_c})] \Delta T$$

$$\alpha_{15} = K(h_s C_{55_s} + h Q_{55_c})$$

$$\alpha_{16} = K(h_s C_{44_s} + h Q_{44_c})$$

$$\alpha_{17} = \alpha_4$$

$$\alpha_{18} = \alpha_5$$

$$\alpha_{19} = \alpha_6$$

$$\alpha_{20} = h_s^3 (a_1 e_{31} + a_5 q_{31}) / 12$$

$$\alpha_{21} = h_s^3 (a_2 e_{31} + a_6 q_{31}) / 12$$

$$\alpha_{22} = -\alpha_{15}$$

$$\alpha_{23} = \frac{1}{12} h_s^3 (a_3 e_{31} + a_7 q_{31}) + \frac{1}{12} h^3 Q_{11_c} + \frac{1}{12} h_s C_{11_s} (4h_s^2 + 6hh_s + 3h^2)$$

$$\alpha_{24} = \frac{1}{12} h^3 Q_{66_c} + \frac{1}{12} h_s C_{66_s} (4h_s^2 + 6hh_s + 3h^2)$$

$$\alpha_{25} = \frac{1}{12} h_s^3 (a_4 e_{31} + a_8 q_{31}) + \frac{1}{12} h^3 (Q_{66_c} + Q_{12_c}) + \frac{1}{12} h_s (C_{66_s} + C_{12_s}) (4h_s^2 + 6hh_s + 3h^2)$$

$$\alpha_{26} = -\alpha_{15}$$

$$\alpha_{27} = \alpha_6$$

$$\alpha_{28} = \alpha_5$$

$$\alpha_{29} = \alpha_{11}$$

$$\alpha_{30} = h_s^3 (a_1 e_{32} + a_5 q_{32}) / 12$$

$$\alpha_{31} = h_s^3 (a_2 e_{32} + a_6 q_{32}) / 12$$

$$\alpha_{32} = -\alpha_{16}$$

$$\alpha_{33} = \frac{1}{12} h_s^3 (a_3 e_{32} + a_7 q_{32}) + \frac{1}{12} h^3 (Q_{66_c} + Q_{12_c}) + \frac{1}{12} h_s (C_{66_s} + C_{12_s}) (4h_s^2 + 6hh_s + 3h^2)$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{24}$$

$$\alpha_{35} = \frac{1}{12} h_s^3 (a_4 e_{32} + a_8 q_{32}) + \frac{1}{12} h^3 Q_{22_c} + \frac{1}{12} h_s C_{22_s} (4h_s^2 + 6hh_s + 3h^2)$$

$$\alpha_{36} = -\alpha_{16}$$

(۱-ب)

### منابع

[1] K.M. Liew, Z.X. Lei, L.W. Zhang, Mechanical analysis

حاصل شد. با ارائه مثال‌هایی، نتایج زیر حاصل شدند: (الف) افزایش نسبت حجمی نانولوله کربن سبب افزایش بسامد طبیعی ورق می‌گردد، (ب) پتانسیل الکتریکی منفی و پتانسیل مغناطیسی مثبت باعث افزایش بسامد طبیعی می‌شوند، (پ) با افزایش دما، بسامد طبیعی ورق کاهش می‌یابد و (ت) به ازای مقادیر ثابت برای نسبت‌های  $h_s/h$  و  $a/h$ ، بسامد بی‌بعد ورقی که دارای ضخامت کمتری است، حساسیت بیشتری به تغییرات پتانسیل‌های اعمال شده به لایه مگنتوالکترولاستیک دارد.

### پیوست

#### پیوست الف

$$M_1 = a_1 w_{0,xx} + a_2 w_{0,yy} + a_3 \theta_{x,x} + a_4 \theta_{y,y}$$

$$M_2 = a_5 w_{0,xx} + a_6 w_{0,yy} + a_7 \theta_{x,x} + a_8 \theta_{y,y}$$

(الف-۱)

به طوری که:

$$\delta_1 = d_{33} / (d_{33}^2 - \mu_{33} \eta_{33})$$

$$\delta_2 = \mu_{33} / (d_{33}^2 - \mu_{33} \eta_{33})$$

$$\delta_3 = \eta_{33} / (d_{33}^2 - \mu_{33} \eta_{33})$$

$$a_1 = \delta_1 q_{15} - \delta_2 e_{15}, \quad a_2 = \delta_1 q_{24} - \delta_2 e_{24}$$

$$a_3 = \delta_1 (q_{15} + q_{31}) - \delta_2 (e_{15} + e_{31})$$

$$a_4 = \delta_1 (q_{24} + q_{31}) - \delta_2 (e_{24} + e_{31})$$

$$a_5 = \delta_1 e_{15} - \delta_3 q_{15}, \quad a_6 = \delta_1 e_{24} - \delta_3 q_{24}$$

$$a_7 = \delta_1 (e_{15} + e_{31}) - \delta_3 (q_{15} + q_{31})$$

$$a_8 = \delta_1 (e_{24} + e_{31}) - \delta_3 (q_{24} + q_{31})$$

(الف-۲)

#### پیوست ب

ضرایب معادلات (۱۸) الی (۲۲) عبارت هستند از:

$$\alpha_1 = C_{11_s} h_s + Q_{11_c} h$$

$$\alpha_2 = C_{66_s} h_s + Q_{66_c} h$$

$$\alpha_3 = (C_{66_s} + C_{12_s}) h_s + (Q_{66_c} + Q_{12_c}) h$$

$$\alpha_4 = h_s (h_s + h) C_{11_s} / 2$$

$$\alpha_5 = h_s (h_s + h) C_{66_s} / 2$$

$$\alpha_6 = \frac{1}{2} h_s (h_s + h) (C_{66_s} + C_{12_s})$$

$$\alpha_7 = \alpha_3$$

$$\alpha_8 = \alpha_2$$

$$\alpha_9 = C_{22_s} h_s + Q_{22_c} h$$

$$\alpha_{10} = \alpha_5$$

$$\alpha_{11} = h_s (h_s + h) C_{22_s} / 2$$

$$\alpha_{12} = \alpha_6$$



- multilayered magneto-electro-elastic plates, *Journal of Applied Mechanics*, 68(4) (2001) 608-618.
- [13] E. Pan, P.R. Heyliger, Free vibrations of simply supported and multilayered magneto-electro-elastic plates, *Journal of Sound and Vibration*, 252(3) (2002) 429-442.
- [14] M.F. Liu, T.P. Chang, Closed form expression for the vibration problem of a transversely isotropic magneto-electro-elastic plate, *Journal of Applied Mechanics*, 77(2) (2010) 024502.
- [15] L. Xin, Z. Hu, Free vibration of simply supported and multilayered magneto-electro-elastic plates, *Composite Structures*, 121(1) (2015) 344-350.
- [16] A. Shooshtari, S. Razavi, Vibration analysis of a magneto-electro-elastic rectangular plate based on a higher-order shear deformation theory, *Latin American Journal of Solids and Structures*, 13(3) (2016) 554-572.
- [17] M. Vaezi, M.M. Shirbani, A. Hajnayeb, Free vibration analysis of magneto-electro-elastic microbeams subjected to magneto-electric loads, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 75(1) (2016) 280-286.
- [18] L.L. Ke, Y.S. Wang, Free vibration of size-dependent magneto-electro-elastic nanobeams based on the nonlocal theory, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 63(1) (2014) 52-61.
- [19] Y.S. Li, P. Ma, W. Wang, Bending, buckling, and free vibration of magneto-electro-elastic nanobeam based on nonlocal theory, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 27(9) (2016) 1139-1149.
- [20] A.A. Jandaghian, O. Rahmani, Free vibration analysis of magneto-electro-thermo-elastic nanobeams resting on a Pasternak foundation, *Smart Materials and Structures*, 25(3) (2016) 035023.
- [21] L.L. Ke, Y.S. Wang, J. Yang, S. Kitipornchai, Free vibration of size-dependent magneto-electro-elastic nanoplates based on the nonlocal theory, *Acta Mechanica Sinica*, 30(4) (2014) 516-525.
- [22] Y.S. Li, Z.Y. Cai, S.Y. Shi, Buckling and free vibration of magneto-electro-elastic nanoplate based on nonlocal theory, *Composite Structures*, 111(1) (2014) 522-529.
- [23] L.L. Ke, Y.S. Wang, J. Yang, S. Kitipornchai, The size-dependent vibration of embedded magneto-electro-elastic cylindrical nanoshells, *Smart Materials and Structures*, 23(12) (2014) 125036.
- [24] R. Ansari, R. Gholami, H. Rouhi, Size-dependent nonlinear forced vibration analysis of magneto-electro-thermo-elastic Timoshenko nanobeams based upon the nonlocal elasticity, *Composite Structures*, 126(1) (2015) 216-226.
- of functionally graded carbon nanotube reinforced composites: A review, *Composite Structures*, 120(1) (2015) 90-97.
- [2] C.P. Wu, H.Y. Li, Three-dimensional free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates with various boundary conditions, *Journal of Vibration and Control*, 22(1) (2016) 89-107.
- [3] L.W. Zhang, W.C. Cui, K.M. Liew, Vibration analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite thick plates with elastically restrained edges, *International Journal of Mechanical Sciences*, 103(1) (2015) 9-21.
- [4] R. Moradi-Dastjerdi, M. Foroutan, A. Pourasghar, Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite cylinders reinforced by carbon nanotube by a mesh-free method, *Materials and Design*, 44(1) (2013) 256-266.
- [5] S. Natarajan, M. Haboussi, G. Manickam, Application of higher-order structural theory to bending and free vibration analysis of sandwich plates with CNT reinforced composite facesheets, *Composite Structures*, 113(1) (2014) 197-207.
- [6] H. Wu, S. Kitipornchai, J. Yang, Free vibration and buckling analysis of sandwich beams with functionally graded carbon nanotube-reinforced composite face sheets, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 15(7) (2015) 1540011.
- [7] K. Mehar, S.K. Panda, A. Dehengia, V.R. Kar, Vibration analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite plate in thermal environment, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 18(2) (2016) 151-173.
- [8] Z.X. Wang, H.S. Shen, Nonlinear vibration and bending of sandwich plates with nanotube-reinforced composite face sheets, *Composites Part B: Engineering*, 43(2) (2012) 411-421.
- [9] A. Alibeigloo, Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical panel embedded in piezoelectric layers by using theory of elasticity, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 44(1) (2014) 104-115.
- [10] L.W. Zhang, Z.G. Song, K.M. Liew, Optimal shape control of CNT reinforced functionally graded composite plates using piezoelectric patches, *Composites Part B: Engineering*, 85(1) (2016) 140-149.
- [11] A. Sharma, A. Kumar, C.K. Susheel, R. Kumar, Smart damping of functionally graded nanotube reinforced composite rectangular plates, *Composite Structures*, 155(1) (2016) 29-44.
- [12] E. Pan, Exact solution for simply supported and

- and shells: theory and analysis*, 2nd Edition, CRC Press, 2004.
- [29] Y. Li, J. Zhang, Free vibration analysis of magneto-electroelastic plate resting on a Pasternak foundation, *Smart Materials and Structures*, 23(2) (2014) 025002.
- [30] Z.X. Wang, H.S. Shen, Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite plates in thermal environments, *Computational Materials Science*, 50(8) (2011) 2319-2330.
- [31] J.M.S. Moita, C.M.M. Soares, C.A.M. Soares, Analyses of magneto-electro-elastic plates using a higher order finite element model, *Composite Structures*, 91(4) (2009) 421-426.
- [25] A. Farajpour, M.R. Hairi Yazdi, A. Rastgoo, M. Loghmani, M. Mohammadi, Nonlocal nonlinear plate model for large amplitude vibration of magneto-electro-elastic nanoplates, *Composite Structures*, 140(1) (2016) 323-336.
- [26] P. Zhu, Z.X. Lei, K.M. Liew, Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory, *Composite Structures*, 94(4) (2012) 1450-1460.
- [27] Y. Ootao, Y. Tanigawa, Transient analysis of multilayered magneto-electro-thermoelastic strip due to nonuniform heat supply, *Composite Structures*, 68(4) (2005) 471-480.
- [28] J.N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates*

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

S. Razavi and A. Shooshtari, On the Free Vibration Analysis of a CNT-Reinforced Plate Bonded to a Magneto-electroelastic Layer, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 50(1) (2018) 15-24.  
DOI: 10.22060/mej.2016.11818.5191

