نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۰، شماره ۲، سال ۱۳۹۷، صفحات ۲۳۳ تا ۲۵۴
DOI: 10.22060/mej.2017.11808.5189

انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون یک محفظه بسته مربعی حاوی یک پره انعطاف‌پذیر

محمد قلم‌باز*، اسماعیل جام‌سحر، محمود صبور

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول ، دزفول، ایران

چکیده: در این پژوهش اثر حضور یک پره انعطاف‌پذیر بر روی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون یک محفظه بسته مربعی بررسی شد. یک پره انعطاف‌پذیر نازک با زاویه انحراف ۳۰° نسبت به محور افقی، بر روی دیواره عمودی گرم سمت چپ، درون محفظه بسته قرار گرفته است. معادلات حاکم بر جریان آرام، انتقال حرارت سیال و تغییر شکل پره انعطاف‌پذیر با لحاظ نمودن برهم‌کنش میان جریان سیال- سازه و با بهره‌گیری از روش شبکه متحرک لاگرانژی- اویلری ارائه شدند و سپس به شکل بی‌بُعد انتقال یافتند. معادلات با استفاده از روش المان محدود حل شدند و سپس صحت نتایج در مقایسه با پژوهش‌های معتبر پیشین ارزیابی شد. نتایج، یک‌بار به همراه پره انعطاف‌پذیر و بار دیگر با پره صلب در بازه زمانی بی‌بُعد صفر تا ۰/۰۷، در محدود اعداد رایلی 10^{+6} تا $2\times10^{+7}$ و زوایای انحراف ۱۰°- تا ۴۰°+، درون محفظه بسته ترسیم گردید. نتایج نشان می‌دهند که استفاده از پره انعطاف‌پذیر نسبت به پره صلب باعث کاهش میزان انتقال حرارت می‌گردد. از سوی دیگر، استفاده از پره عایق به‌جای پره رسانا، سبب بروز الگوهای متفاوتی برای عدد ناسلت متوسط در طول بازه زمانی شده و تضعیف انتقال حرارت را در پی دارد.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱ مرداد ۱۳۹۵
بازنگری: ۹ اسفند ۱۳۹۵
پذیرش: ۱۵ اسفند ۱۳۹۵
ارائه آنلاین: ۲۳ اسفند ۱۳۹۵

کلمات کلیدی:
جریان آرام جابه‌جایی طبیعی
پره انعطاف‌پذیر
برهم کنش سیال- سازه
روش لاگرانژی- اویلری
شبکه متحرک

۱- مقدمه

انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در محفظه‌ها به دلیل کاربرد آسان، سر و صدای پایین و حذف اجزای متحرک مانند فن، همواره مورد توجه مهندسان در بخش‌های مختلف صنعت همانند سیستم‌های مهندسی و ژئوفیزیک بوده است. از آن‌جایی که در سیستم‌های انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی، حرکت سیال در اثر اختلاف دما یا غلظت به وجود می‌آید، این حرکت ضعیف بوده و در نتیجه طراحی شکل هندسی و یا وجود موانع می‌تواند بر انتقال حرارت در محفظه بسته تأثیرگذار باشد. بنابراین، طراحی سیستم‌های مبتنی بر انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی موضوعی کاربردی و چالش برانگیز است؛ چرا که در مواردی مانند سیستم‌های عایق‌کاری [۱]، کلکتورهای خورشیدی [۲ و ۳]، تهویه مطبوع در ساختمان‌ها [۴]، خنک‌کاری سیستم‌های الکتریکی [۵] و یا دفن زباله‌های هسته‌ای [۶ و ۷] کاربرد دارد.

وال دیویس [۸]، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در محفظه بسته مربعی را مورد بررسی قرار داد. وال دیویس تأثیر عدد رایلی بر انتقال حرارت را سنجید و دریافت با افزایش عدد رایلی، نرخ انتقال حرارت نیز افزایش می‌یابد.

در طول دو دهه گذشته، از مکانیزم‌های مختلفی با هدف افزایش و یا کاهش میزان انتقال حرارت در محفظه‌ها استفاده شده است. از جمله این مکانیزم‌ها می‌توان به حضور یک جسم جامد درون محفظه بسته اشاره نمود.

دنگ و تانگ [۹] انتقال حرارت همبسته[1] با حضور یک جسم صلب در مرکز محفظه را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها به تأثیر عدد رایلی بر عدد ناسلت پرداختند و دریافتند با افزایش عدد رایلی، میزان انتقال حرارت نیز افزایش می‌یابد. کامینسکی و پراکاش [۱۰]، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی همبسته درون محفظه بسته مستطیلی را مورد بررسی قرار دادند. در پژوهش آن‌ها دیواره عمودی سمت راست دارای یک ضخامت مشخص و در دمای بالاتر قرار داشت. همچنین سه روش برای ارزیابی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی همبسته استفاده شده است: (۱) تحلیل همبسته کاملاً دو بعدی، (۲) مدل رسانش دیوار تک‌بعدی و (۳) روش پارامتر فشرده مرتبه صفرم[2]. نتایج نشان می‌دهد که در اعداد گراشف بالا، توزیع دما در دیواره به شکل دو بعدی و در مرز بین سیال و جامد کاملاً غیریکنواخت است. ساتیامورتی و شمخه [۱۱]، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون محفظه بسته مربعی در حضور پره متصل به دیواره پایین را مورد ارزیابی قرار دادند. از جمله شرایط مرزی مورد لحاظ در این پژوهش می‌توان به ثابت بودن دمای دیواره پایین و عایق بودن دیواره بالا اشاره نمود. همچنین دمای بیشتر و دمای کم‌تر به ترتیب برای پایین‌ترین و بالاترین نقطه دیواره‌های عمودی در نظر گرفته شده بود. نتایج نشان می‌دهد که حضور پره در وسط دیواره باعث شکل‌گیری سلول‌های رایلی- بنارد شده و هر چه مکان پره به چپ و یا راست محفظه بسته انتقال

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: m.ghalambaz@iaud.ac.ir

1 Conjugate
2 Zeroth- order lumped parameter

یابد، سلول‌های قوی‌تری به ترتیب در سمت راست و چپ ایجاد خواهد شد. در نهایت، از نتایج حاصل شده می‌توان دریافت که حضور پره باعث کاهش نرخ انتقال حرارت درون محفظه بسته شده است. شی و خدادادی [۱۲]، میزان انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در محفظه بسته مربعی با حضور یک پره صلب افقی متصل به دیواره گرم را ارزیابی کردند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که اتصال پره صلب به دیواره گرم باعث افزایش حرارت منتقل شده به سیال درون محفظه شده است؛ اما در صورتی که پره صلب به عنوان یک حائل درون محفظه بسته قرار گیرد، تأثیر هیدرودینامیکی پره بیشتر از تأثیر حرارتی آن شده و باعث کاهش انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در محفظه بسته می‌شود. بن‌نخی و شمخه [۱۳] انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی پایا در حضور یک پره صلب نازک درون محفظه بسته مربعی را به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در پژوهش خود به ارزیابی طول و زاویه پره صلب و تعیین اثرات آن بر انتقال حرارت پرداختند. نتایج نشان می‌دهد که حداقل میزان انتقال حرارت برای پره صلب افقی اتفاق می‌افتد. از طرفی، تأثیر هیدرودینامیکی پره بیشتر از تأثیر حرارتی آن بوده، به طوری که در نقش یک مانع عمل کرده، سد راه جریان طبیعی سیال شده و انتقال حرارت را در مقایسه با محفظه بدون پره تضعیف نموده است. العَتَر و همکاران [۱۴]، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون محفظه بسته مربعی را در اعداد رایلی مختلف بررسی کردند. درون محفظه بسته یک پره صلب به صورت افقی بر روی دیواره سمت چپ قرار گرفت. آن‌ها دریافتند که در تمام مقادیر عدد رایلی، با افزایش طول پره و نسبت رسانش حرارتی، میزان اثر بخشی پره نیز بهبود می‌یابد. نامحسوس بودن اثر تغییرات ضخامت پره بر نرخ انتقال حرارت از جمله دیگر نتایج به‌دست آمده در پژوهش العَتَر و همکاران است. الشوراییان و خانافر [۱۵] از یک پره صلب متخلخل[1] درون محفظه بسته بهره بردند. پره مورد نظر یک‌بار بر روی دیواره عمودی گرم سمت چپ و بار دیگر بر روی دیواره عایق افقی پایین محفظه بسته قرار گرفت. آن‌ها در پژوهش خود با ارائه مقادیر مختلفی برای عدد ریچاردسون، عدد دارسی و نسبت رسانش حرارتی به نمایش نتایج پرداختند. نتایج نشان می‌دهد که قرارگیری پره متخلخل بر روی دیواره گرم عمودی و دیواره عایق افقی نسبت به عدم حضور پره، به ترتیب موجب افزایش و کاهش میزان انتقال حرارت درون محفظه بسته می‌شود.

برهم‌کنش سیال- سازه[2] از جایگاه ویژه‌ای در مبحث پیزوالکتریک‌ها برخوردار است. پیزوالکتریک‌ها به وسیله جریان الکتریکی از خود ارتعاش نشان می‌دهند و برعکس از ارتعاش پیزوالکتریک در اثر حرکت مکانیکی نیز می‌توان جریان و اختلاف ولتاژ تولید نمود. در واقع، اگر بتوان یک پیزوالکتریک را به حرکت واداشت، می‌توان از آن انرژی الکتریکی دریافت کرد. از این‌رو، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی می‌تواند گزینه قابل بررسی در راستای تولید انرژی الکتریکی در مصارف پیزوالکتریک و در کاربردهای میکرو و نانوتکنولوژی باشد. تودا و اوزاکا [۱۶] در یک مطالعه تجربی نشان دادند که با استفاده از یک پره پیزوالکتریک ۱۴ میلی‌واتی می‌توان دمای یک گیرنده تلویزیون را از ۶۶ به ۴۹ کاهش داد. آسیکلیکن و همکاران [۱۷] به طور تجربی دریافتند که می‌توان از پیزوالکتریک‌ها برای خنک‌کاری فن‌های سانتریفیوژ و اجزای حساس به حرارت در رایانه‌ها استفاده نمود.

با بررسی مطالعات انجام شده در سطح دنیا می‌توان دریافت که از نظر تئوری و شبیه‌سازی، مباحث انتقال حرارت و برهم‌کنش سیال- سازه کم‌تر مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. تغییر شکل ضلع پایین یک محفظه مربعی با درب متحرک توسط کوتلر و وال]۱۸[بررسی شد. در واقع ضلع کف محفظه، انعطاف‌پذیر بوده و در اثر برخورد سیال دچار تغییر شکل شده است. علی‌رغم این‌که در پژوهش کوتلر و وال برهم‌کنش میان سیال و سازه مورد مطالعه قرار گرفته، اما مبحث انتقال حرارت در مطالعه آن‌ها جایی نداشته است. فوو و شیح [۱۹] به‌صورت تجربی تأثیر وجود ارتعاش اجباری در راستای عمودی و نیز نیروی جاذبه را بر انتقال حرارت درون محفظه بسته مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در پژوهش خود، محدوده اعداد رایلی ۱۰۴ تا ۱۰۶ را بررسی نمودند و انتقال حرارت جابه‌جایی را به پنج ناحیه: (۱) جابه‌جایی شبه ایستا، (۲) جابه‌جایی ارتعاشی، (۳) جابه‌جایی ارتعاشی تشدید شده، (۴) جابه‌جایی میانه و (۵) جابه‌جایی ارتعاشی با فرکانس بالا، تقسیم کردند. آن‌ها دریافتند که در اعداد رایلی بالا، انتقال حرارت جابه‌جایی، بیشتر متأثر از نیروی گرانش بوده و ارتعاش اجباری نمی‌تواند به طور چشم‌گیری میزان انتقال حرارت را افزایش دهد. اثر وجود یک دیواره بسیار نازک درون یک محفظه بسته بر روی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در یک بازه زمانی معین توسط ژوو و همکاران [۲۰] بررسی شد. با در نظر گرفتن دیواره بسیار نازک صلب به صورت عمودی در مرکز محفظه بسته، محفظه به دو قسمت مساوی تقسیم شد. آن‌ها، دیواره سمت راست را در دمای گرم، دیواره سمت چپ را در دمای سرد و دیواره‌های بالا و پایین را عایق فرض نمودند. گرم و سرد بودن سیال موجود در قسمت سمت راست و سمت چپ محفظه بسته در لحظات اولیه، دیگر فرض حاکم بر مسئله را تشکیل می‌داد. در پژوهش شی و خدادادی [۲۱]، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون یک محفظه بسته، با وجود یک درپوش متحرک مورد بررسی قرار گرفته است. در مطالعه آن‌ها پره انعطاف‌پذیر بوده و به صورت افقی بر روی دیوار جانبی قرار گرفته است. در اثر حرکت نوسانی واداشته پره، طول مشخصی از پره به داخل محفظه وارد و سپس خارج شده است. حرکت رفت و برگشتی پره، باعث ایجاد نوسان در حرکت سیال درون محفظه شده و انتقال حرارت را تحت تأثیر قرار داده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوی عدد ناسلت در طول زمان به صورت نوسانی به دست می‌آید. جام‌سحر و همکاران [۲۲] انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی و برهم‌کنش سیال- سازه، در یک محفظه مربعی با در نظر گرفتن یک غشای نازک (محفظه را به دو بخش مثلثی تقسیم می‌کرد) را مورد ارزیابی قرار دادند. همچنین، محفظه بسته نبوده و سیال از مرزهای باز در نظر گرفته شده در سمت چپ و راست محفظه در حال رفت و آمد است.

1 Porous

2 Fluid- Structure Interaction

آن‌ها دریافتند که وجود غشاء باعث کاهش انتقال حرارت می‌شود. اما هرچه غشاء منعطف‌تر گردد، انتقال حرارت نیز، افزایش خواهد یافت. در پژوهشی دیگر، انتقال حرارت جابه‌جایی مخلوط[1] درون یک محفظه بسته توسط قلم‌باز و همکاران [۲۳] مطالعه شده است. در اثر اختلاف دمای دیواره‌های عمودی سمت چپ و سمت راست محفظه، سیال هوا درون محفظه بسته به گردش در آمده، این درحالی است که یک پره انعطاف‌پذیر با دمای مشخص و دامنه‌های نوسانی گوناگون در یک بازه زمانی معین، در میان سیال هوا، به نوسان واداشته شده است. آن‌ها در پژوهش خود، پره‌های انعطاف‌پذیر با طول و دوره نوسانی مختلف را ارزیابی کردند و دریافتند که حداکثر نرخ انتقال حرارت با به‌کارگیری یک پره به طول بی‌بُعد ۰/۲ دست‌یافتنی است. از طرفی، با افزایش دامنه و همچنین کاهش دوره تناوب می‌توان انتقال حرارت را بهبود داد.

تفاوت اصلی پژوهش حاضر و پژوهش‌های پیشین با درنظر گرفتن پره انعطاف‌پذیر، حرکت پره به صورت واداشته بوده که نوسان آن توسط نیروی خارجی کنترل شده است. در پژوهش حاضر، حرکت پره واداشته نبوده و صرفاً در اثر برهم‌کنش سیال و سازه ایجاد می‌شود. بنابراین، ماهیت نوسانی پره و کوپل سیال، سازه و حرارت در این پژوهش، تفاوت بنیادی با پژوهش موجود در ادبیات تحقیق دارد. همچنین، هندسه پژوهش حاضر، به تبعیت از هندسه پژوهش‌های ساتیامورتی و شمخه [۱۱]، شی و خدادادی [۱۲]، بن نخی و شمخه [۱۳]، العَتَر و همکاران [۱۴] و الشوراییان و خانافر [۱۵] در زمینه پره صلب و جام‌سحر و همکاران [۲۲] در زمینه پره با نوسان واداشته، انتخاب شده است. با انتخاب این هندسه، مقایسه کیفی نتایج با پژوهش‌های پیشین امکان‌پذیر خواهد بود.

۲- بیان مسئله

شکل ۱، یک محفظه بسته مربعی با ابعاد $L\times L$ را نشان می‌دهد که در آن یک پره انعطاف‌پذیر به طول l=۰/۲L، ضخامت t_f=۰/۰۱L و زاویه انحراف ϕ از محور افقی در وسط دیواره عمودی قرار گرفته است. سیال درون محفظه نیوتنی، تراکم‌ناپذیر و همچنین جریان ایجاد شده به صورت وابسته به زمان و در محدود رژیم آرام فرض شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دیواره عمودی سمت چپ در دمای بالای T_h و دیواره عمودی سمت راست در دمای پایین T_c قرار گرفته است. ضمن این‌که دیواره‌های افقی بالا و پایین محفظه به صورت عایق حرارتی در نظر گرفته شده‌اند. با لحاظ نمودن اثر نیروی جاذبه و اختلاف دمای ایجاد شده درون محفظه بسته مربعی، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در این محفظه رخ داده و باعث تغییر شکل هندسی پره انعطاف‌پذیر خواهد شد.

1 Mixed convection

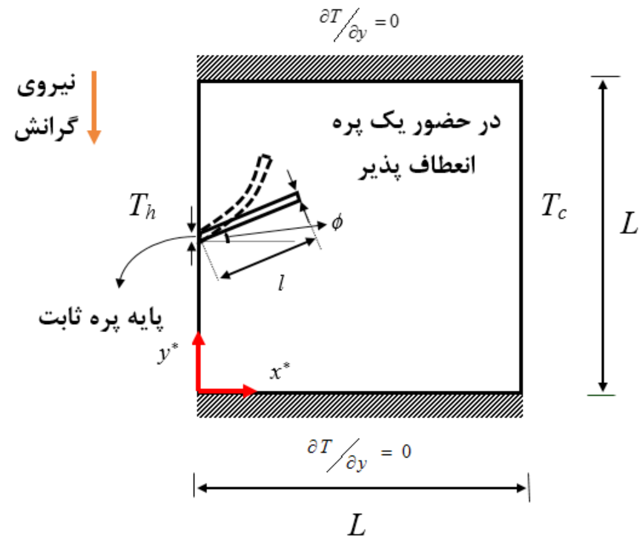


Fig. 1. The square enclosure in presence of a flexible fin.

شکل ۱: محفظه بسته مربعی در حضور یک پره انعطاف‌پذیر

۳- معادلات حاکم

۳- ۱- معادلات حاکم بر پره انعطاف‌پذیر

معادلات بقای انرژی (انتقال حرارت رسانش) و مومنتوم، معادلات حاکم بر پره انعطاف‌پذیر را تشکیل می‌دهند. همچنین تغییر ساختار غیرخطی (الاستو- دینامیکی) هندسی پره نیز در این معادلات گنجانده شده است [۲۴]:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha_s \nabla^2 T_s \tag{۱}$$

$$\rho_s \frac{d^2 d_s^*}{dt^2} - \nabla \sigma^* = F_v^* \tag{۲}$$

که در این معادلات، t، زمان، T_s، دمای پره و d_s^*، بردار جابه‌جایی پره می‌باشد. α_s، ρ_s و σ^* به‌ترتیب بیان‌گر ضریب پخشندگی حرارتی پره، چگالی پره و تانسور تنش در پره هستند. همچنین F_v^* برآیند نیروهای وارده بر پره در واحد حجم می‌باشد که شامل نیروی وزن پره و نیروی شناوری است و از رابطه زیر قابل استنتاج است:

$$F_v^* = \frac{-mg + \rho_f \eta g}{\eta} = \frac{-\rho_f \eta g + \rho_s \eta g}{\eta} = (\rho_s - \rho_f)\cdot g \tag{۳}$$

در رابطه (۳)، m، جرم پره و η، حجم پره، ρ_f، چگالی سیال و ρ_s چگالی پره است. با در نظر گرفتن پره به صورت یک جسم الاستیک و نیز با لحاظ نمودن اثرات هندسی غیرخطی، تانسور تنش(σ) به صورت زیر قابل بازنویسی می‌باشد [۲۴ و ۲۵]:

$$\sigma^* = J^{-1} F S F^T \tag{۴}$$

که در آن $F=(I+\Delta d_s^*)$ و J=det(F) هستند. ضمن این‌که تانسور تنش

مرتبه دوم پیولا- کیرشهف یعنی S از طریق رابطه زیر به پارامتر کرنش (ε) ارتباط می‌یابد [۲۴ و ۲۵]:

$$S = C : (\varepsilon) \tag{۵}$$

در رابطه (۵)، C، تانسور الاستیسیته[1] و یا تانسور سختی[2] نامیده می‌شود که در پژوهش حاضر، به شکل ماتریسی، با ۳۶ درایه و بر حسب مدول الاستیسیته (E) و ضریب پواسون (ν) بیان شده است.

۳- ۲- معادلات حاکم بر فاز سیال

برای فاز سیال درون محفظه بسته، معادلات پیوستگی سیال (بقای جرم)، مومنتوم در راستای افقی و عمودی و بقای انرژی، ساختار اصلی معادلات حاکم در دیدگاه لاگرانژی- اویلری را تشکیل می‌دهند [۲۴ و ۲۶]:

$$\nabla . V^* = 0 \tag{۶}$$

$$\frac{\partial V^*}{\partial t} + \left(V^* - w^*\right).\nabla V^* = -\frac{1}{\rho_f}\nabla P^* + \upsilon_f \nabla^2 V^* + g_y \beta\left(T_f - T_c\right) \tag{۷}$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + \left(V^* - w^*\right).\nabla T_f = \alpha_f \nabla^2 T_f \tag{۸}$$

تابع جریان نیز به صورت زیر قابل تعریف خواهد بود:

$$\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} - \frac{\partial v^*}{\partial x}\right) = \nabla^2 \psi^* \tag{۹}$$

که در روابط بالا u^* ، مؤلفه افقی سرعت سیال، v^* ، مؤلفه عمودی سرعت سیال، w^* ، سرعت حرکت شبکه محاسباتی و در نتیجه، V^*-w^*، سرعت نسبی میان سیال و شبکه محاسباتی می‌باشد. ضمن این‌که α_f ، β و ν_f ضرایب انبساط حجمی، پخش حرارتی و لزجت سینماتیک سیال هستند.

۳- ۳- شرایط مرزی و اولیه

از جمله شرایط مرزی حاکم بر مسئله می‌توان به دمای T_h در دیواره سمت چپ و دمای T_c در دیواره سمت راست اشاره نمود. از طرفی دو دیواره افقی بالا و پایین محفظه عایق می‌باشند:

$$T_f\left(0, y^*, t\right) = T_h, T_f\left(L, y^*, t\right) = T_c$$
$$\left.\frac{\partial T_f}{\partial y^*}\right|_{(x^*,0,t)} = 0, \left.\frac{\partial T_f}{\partial y^*}\right|_{(x^*,0,t)} = 0 \tag{۱۰}$$

علاوه بر معادلات حاکم بر پره (یعنی معادلات (۱) تا (۵)) و فاز سیال (یعنی معادلات (۶) تا (۹))، معادله رسانش حرارتی با بهره‌گیری از قانون بقای انرژی در سطح مشترک میان سیال و پره انعطاف‌پذیر، به صورت زیر برقرار می‌گردد:

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial n} = k_s \frac{\partial T_s}{\partial n} \tag{۱۱}$$

در مرز مشترک سیال و پره انعطاف‌پذیر، شرط پیوستگی دمایی زیر نیز برقرار است:

$$T_f = T_s \tag{۱۲}$$

در شرط مرزی (۱۲)، T_f ، دمای سیال و T_s ، دمای پره است.

همچنین شرایط مرزی عدم لغزش و عدم نفوذ سیال بر روی پره انعطاف‌پذیر مطابق با رابطه ذیل می‌باشد:

$$V^*.\hat{t} = 0 \quad , \quad V^*.\hat{n} = 0 \tag{۱۳}$$

که در رابطه (۱۳)، $\hat{i}$ ، بردار مماسی و $\hat{n}$ ، بردار عمود بر مرز مشترک سیال و دیواره است. همچنین، تنش‌های فشاری و برشی از سمت سیال برابر تنش وارده بر پره انعطاف‌پذیر خواهد بود. با در نظر گرفتن شرایط مرزی (۱۱) تا (۱۳) و شبکه محاسباتی پره، برای سیال در سطح مشترک با پره انعطاف‌پذیر می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial d_s^*}{\partial t} = V^*$$
$$\sigma^*.n = (-P^* + \mu_f(\nabla V^* + (\nabla V^*)^T)).n \tag{۱۴}$$

که در رابطه بالا μ_F ، لزجت دینامیک سیال است. نحوه دست‌یابی و اثبات رابطه (۱۴) در پیوست آمده است. در نهایت، فشار نسبی صفر در گوشه بالایی دیواره گرم به عنوان نقطه مرجع فشار استفاده گردید.

از آن‌جایی که حل مسئله به صورت وابسته به زمان است، می‌بایست شرایط اولیه حل را نیز تعیین نمود. روابط ذیل (روابط (۱۵) و (۱۶)) شرایط اولیه حاکم بر مسئله را تشکیل می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دمای پره و سیال موجود درون محفظه در لحظه ابتدایی برابر دمای میانگین (T_P) دو دیواره سرد و گرم در نظر گرفته شده؛ ضمن این‌که سرعت سیال و پره در لحظه ابتدایی نیز برابر صفر است:

$$T\left(x^*, y^*, 0\right) = \frac{T_h + T_c}{2} = T_p$$
$$, 0 < x^*, y^* < L \tag{۱۵}$$

$$\psi^*\left(x^*, y^*, 0\right) = 0 \qquad 0 < x^*, y^* < L \tag{۱۶}$$

---
1 Elasticity tensor
2 Stiffness tensor

۳- ۴- بی‌بعدسازی معادلات حاکم

به‌منظور دست‌یابی به شکل استاندارد و بی‌بُعد معادلات حرارت و تغییر شکل هندسی پره (معادلات (۱) و (۲)) و نیز معادلات پیوستگی، مومنتوم و حرارت فاز سیال (یعنی معادلات (۶) تا (۹))، می‌بایست این مجموعه معادلات را به شکل بی‌بُعد تبدیل نمود. بدین منظور از روابط ذیل برای بی‌بعدسازی معادلات یاد شده استفاده شده است:

$$d_s = \frac{d_s^*}{L}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \sigma = \frac{\sigma^*}{E},$$
$$w = \frac{w^* L}{\alpha_f}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c},$$
$$\left(x, y\right) = \frac{\left(x^*, y^*\right)}{L}, \delta_t = \frac{t_f}{L}, \tau = \frac{t\alpha_f}{L^2}, \quad (۱۷)$$
$$P = \frac{L^2}{\rho_f \alpha_f^2} P^*, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \psi = \frac{\psi^*}{\alpha_f},$$
$$V = (\mathrm{u,v}) = \frac{\left(u^*, v^*\right) L}{\alpha_f}$$

که در روابط (۱۷)، d_s ، σ و w ، به‌ترتیب بیان بی‌بُعدی از بردار جابه‌جایی، تانسور تنش و سرعت حرکت شبکه محاسباتی (حرکت لاگرانژی) می‌باشند. ضمن اینکه V ، P ، θ و τ نیز تعاریف بی‌بعدی از سرعت سیال، فشار، دما و زمان هستند. پس از اعمال روابط (۱۷) در معادلات با بُعد (۱)، (۲) و (۶) تا (۹) معادلات بی‌بُعد زیر به دست می‌آیند:

$$\kappa\left(\frac{\partial^2\theta_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta_s}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial\theta_s}{\partial\tau} \quad (۱۸)$$

$$\frac{1}{\rho_R}\frac{d^2 d_s}{d\tau^2} - E_\tau\left(\frac{\partial\sigma}{\partial x} + \frac{\partial\sigma}{\partial y}\right) = E_\tau F_V \quad (۱۹)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (۲۰)$$

$$\frac{\partial v}{\partial\tau} + \left(u - w_x\right)\frac{\partial v}{\partial x} + \left(v - w_y\right)\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \Pr\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \quad (۲۱)$$

$$\frac{\partial v}{\partial\tau} + \left(u - w_x\right)\frac{\partial v}{\partial x} + \left(v - w_y\right)\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \Pr\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + Ra\Pr\theta \quad (۲۲)$$

$$\frac{\partial\theta_f}{\partial\tau} + \left(u - w_x\right)\frac{\partial\theta_f}{\partial x} + \left(v - w_y\right)\frac{\partial\theta_f}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2\theta_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta_f}{\partial y^2}\right) \quad (۲۳)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) = \nabla^2\psi \quad (۲۴)$$

که در روابط (۱۸) تا (۲۳)، Ra ، عدد رایلی، Pr ، عدد پرانتل ، E_τ ، پارامتر انعطاف سازه (پره)، F_v ، نیروی حجمی وارد بر سازه (پره)، ρ_R ، نسبت چگالی سیال به چگالی سازه و λ ، نسبت ضریب پخش حرارتی سازه به ضریب پخش حرارتی سیال است و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Ra = \frac{g_y \beta_f \left(T_h - T_c\right) L^3}{\upsilon_f \alpha_f}, \Pr = \frac{\upsilon_f}{\alpha_f},$$
$$\lambda = \frac{\alpha_s}{\alpha_f}, E_\tau = \frac{EL^2}{\rho_f \alpha_f^2}, \quad (۲۵)$$
$$\rho_R = \frac{\rho_f}{\rho_s}, \kappa = \frac{k_s}{k_f},$$
$$F_v = \frac{\left(\rho_f - \rho_s\right) L g_y}{E}$$

ضمن این‌که نسبت ضریب پخش حرارتی سازه به سیال (λ) معادل نسبت ضریب رسانش حرارتی سازه به سیال (κ) درنظر گرفته شده است. در این‌جا می‌توان شرایط مرزی (۱۰) تا (۱۴) را پس از اعمال روابط (۱۷) به‌صورت بی‌بُعد بازنویسی نمود:

$$\theta_f\left(1, y, \tau\right) = 0, \theta_f\left(0, y, \tau\right) = 1$$
$$\left.\frac{\partial\theta_f}{\partial y}\right|_{(x,0,\tau)} = 0, \left.\frac{\partial\theta_f}{\partial y}\right|_{(x,1,\tau)} = 0 \quad (۲۶)$$

$$\kappa\frac{\partial\theta_f}{\partial n} = \frac{\partial\theta_s}{\partial n} \quad (۲۷)$$

$$\theta_f = \theta_s \quad (۲۸)$$

$$V.\hat{t} = 0 \quad , \quad V.\hat{n} = 0 \quad (۲۹)$$

$$\frac{ds}{d\tau} = V, E_\tau \sigma.n = -P + \Pr\nabla V \quad (۳۰)$$

شکل بی‌بُعد شرایط اولیه (۱۵) و (۱۶) نیز در ذیل آمده است:

$$\theta(x,y,0)=\tfrac{1}{2} \qquad 0<x,y<1 \tag{۳۱}$$

$$\psi(x,y,0)=0 \qquad 0<x,y<1 \tag{۳۲}$$

۳- ۵- تعیین عدد ناسلت

بدون شک یکی از مهم‌ترین و تعیین کننده‌ترین پارامترها در مسائل مربوط به انتقال حرارت، عدد بی‌بعد ناسلت است. تعریف عمومی عدد ناسلت به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$Nu=\frac{hL}{k} \tag{۳۳}$$

که h ، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی است. انتقال حرارت از سمت دیوار گرم شامل انتقال حرارت مستقیم از دیواره و انتقال حرارت از طریق پره می‌باشد. همچنین، رسانش حرارتی از دیواره گرم به دو بخش تقسیم می‌شود: حرارت منتقل شده به سیال مجاور دیواره و حرارت منتقل شده به پره متصل شده به دیواره. با توجه به این امر و با بهره‌گیری از رابطه (۱۷)، عدد بی‌بُعد ناسلت برای سیال و پره، مطابق با رابطه ذیل قابل بازنویسی است:

$$\begin{cases} Nu_f(\tau)=-\dfrac{\partial\theta(\tau)}{\partial x} & \text{در مجاورت سیال} \quad (۳۴) \\[2ex] Nu_s(\tau)=-\kappa\dfrac{\partial\theta(\tau)}{\partial x} & \text{در مجاورت پره} \quad (۳۵) \end{cases}$$

همچنین با انتگرال‌گیری بر روی دیواره گرم عمودی، عدد ناسلت متوسط به صورت زیر به دست می‌آید:

$$Nu(\tau)=\int_0^{h_1}Nu_f(\tau)dy+\int_{h_1}^{h_2}Nu_s(\tau)dy+\int_{h_2}^{H}Nu_f(\tau)dy \tag{۳۶}$$

در رابطه (۳۶)، h_1 و h_2 به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$\begin{cases} h_1=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\delta_t}{2} \\[2ex] h_2=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\delta_t}{2} \end{cases} \tag{۳۷}$$

که در آن δ_t ، ضخامت بی‌بُعد پره و برابر ۰/۰۱ می‌باشد. همچنین میزان بهبود انتقال حرارت در حضور پره انعطاف‌پذیر نسبت به پره صلب درون محفظه بسته از رابطه ذیل قابل ارزیابی است:

$$Enhancement(\%)=\frac{Nu_{Flexible}(\tau)-Nu_{Rigid}(\tau)}{Nu_{Rigid}(\tau)}\times 100 \tag{۳۸}$$

٤- روش حل، شبکه محاسباتی و اعتبارسنجی

۴- ۱- روش حل

معادلات (۱۸) تا (۲۳) و شرایط مرزی متناظر با آن‌ها، که معادلاتی غیرخطی و کوپل شده با یکدیگر هستند، به صورت عددی حل شدند. در مدل‌سازی سیستم‌های با مرز متحرک که در آن‌ها حرکت مرز موجب تغییر شکل هندسه سیستم می‌شود، از روش لاگرانژی-اویلری قراردادی[1] (ALE) استفاده می‌گردد [۲۶ و ۲۷]. این روش قادر است دو دیدگاه تحلیلی مناسب، یعنی دامنه‌های متحرک (ارائه شده توسط روش لاگرانژ) و دامنه‌های ثابت (ارائه شده توسط اویلر) را به یک‌دیگر مرتبط نماید [۳۰-۲۸]. در پژوهش حاضر نیز، شبکه محاسباتی متحرک بوده و با تغییر شکل پره انعطاف‌پذیر، تغییر می‌کند. جزئیات روش لاگرانژی- اویلری قراردادی و شبکه متحرک در مراجع [۳۱ و ۳۲] به تفصیل آمده است. از این‌رو، معادلات غیرخطی (۱۸) تا (۲۳) و شرایط مرزی (۲۶) تا (۳۰) در سیستم لاگرانژی- اویلری قراردادی با استفاده از روش المان محدود حل شدند. برای استفاده از روش المان محدود، ابتدا معادلات حاکم در شکل ضعیف[2] بازنویسی شدند. برای فاز جامد، سرعت شبکه، جابه‌جایی پره، تنش و همچنین دمای سازه را می‌توان به استناد سری $\{\xi_k\}_{k=1}^{N}$ به شکل زیر در بازه‌های $0<x<1$ و $0<y<1$ بسط داد[۳۳]:

$$\begin{aligned} w&=\sum_{j=1}^{M}w_j\,\xi_j(x,y,\tau)\\ d_s&=\sum_{j=1}^{M}d_{s,j}\,\xi_j(x,y,\tau)\\ \sigma&=\sum_{j=1}^{M}\sigma_j\,\xi_j(x,y,\tau)\\ \theta_s&=\sum_{j=1}^{M}\theta_{s,j}\,\xi_j(x,y,\tau) \end{aligned} \tag{۳۹}$$

بنابراین باقی‌مانده‌های غیرخطی برای معادله مومنتوم و انرژی جسم جامد در گره‌های درونی برابرند با [۳۳]:

$$\begin{aligned} R_l^1&=\frac{1}{\rho_R}\left[\sum_{j=1}^{M}d_{s,j}\iiint\frac{\partial\xi_j}{\partial\tau}\frac{\partial\xi_l}{\partial\tau}dx\,dy\,d\tau\right]\\ &-E_\tau\left[\sum_{j=1}^{M}\sigma_j\iiint\left(\frac{\partial\xi_j}{\partial x}+\frac{\partial\xi_j}{\partial y}\right)\xi_l\,dx\,dy\,d\tau\right]\\ &+E_\tau F_V \end{aligned} \tag{۴۰}$$

1 Arbitrary Lagrangian-Eulerian
2 Weak form

$$R_I^2 = \kappa\left[\sum_{j=1}^{M}\theta_{s,j}\iiint\left(\frac{\partial\xi_j}{\partial x}\frac{\partial\xi_l}{\partial x}+\frac{\partial\xi_j}{\partial y}\frac{\partial\xi_l}{\partial y}\right)dxdyd\tau\right] \left[\sum_{j=1}^{M}\theta_{s,j}\iiint\frac{\partial\xi_j}{\partial\tau}\,\xi_l dxdyd\tau\right] \qquad (۴۱)$$

در فاز سیال، از یک قید به‌عنوان یک پارامتر جریمه (γ) در معادلات مومنتوم، استفاده شده است. ضمن این‌که برای مقادیر بسیار زیادِ پارامتر جریمه (γ=۱۰^۷)، معادله پیوستگی ارضاء خواهد شد. با بهره‌گیری از قید تعریف شده، می‌توان ترم فشار در معادلات مومنتوم را به شکل زیر نوشت [۳۴]:

$$P=-\gamma\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right) \qquad (۴۲)$$

معادلات مومنتوم در جهت افقی و عمودی با بهره‌گیری از رابطه (۴۲):

$$\begin{aligned}&\frac{\partial v}{\partial\tau}+\left(u-w_x\right)\frac{\partial v}{\partial x}+\left(v-w_y\right)\frac{\partial v}{\partial y}\\&=\gamma\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+\Pr\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)\end{aligned} \qquad (۴۳)$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial v}{\partial\tau}+\left(u-w_x\right)\frac{\partial v}{\partial x}+\left(v-w_y\right)\frac{\partial v}{\partial y}\\&=\gamma\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+\Pr\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)\\&+Ra\,\Pr\,\theta\end{aligned} \qquad (۴۴)$$

حال سرعت‌های افقی و عمودی، سرعت شبکه و همچنین دما را نیز می‌توان به استناد سری $\{\xi_k\}_{k=1}^{N}$ به شکل زیر در بازه‌های $۰<x<۱$ و $۰<y<۱$ بسط داد:

$$\begin{aligned}u&=\sum_{k=1}^{N}u_k\,\omega_k\left(x,y,\tau\right)\\v&=\sum_{k=1}^{N}v_k\,\omega_k\left(x,y,\tau\right)\\\theta_f&=\sum_{k=1}^{N}\theta_{f,k}\,\omega_k\left(x,y,\tau\right)\end{aligned} \qquad (۴۵)$$

با استناد به روش المان محدود، باقی‌مانده‌های غیرخطی برای معادلات مومنتوم و انرژی فاز سیال در گره‌های درونی برابرند با:

$$\begin{aligned}R_I^3=&\left[\sum_{k=1}^{N}u_k\iiint\frac{\partial\omega_k}{\partial\tau}\,\omega_i dxdyd\tau\right]+\left[\sum_{k=1}^{N}u_k\,\omega_k\left(x,y,\tau\right)\right.\\&\left.-\sum_{j=1}^{M}w_{x,j}\,\xi_j\left(x,y,\tau\right)\right]\left[\sum_{k=1}^{N}u_k\iiint\frac{\partial\omega_k}{\partial x}\,\omega_i dxdyd\tau\right]\\&+\left[\sum_{k=1}^{N}v_k\,\omega_k\left(x,y,\tau\right)\right.\\&\left.-\sum_{j=1}^{M}w_{y,j}\,\xi_j\left(x,y,\tau\right)\right]\left[\sum_{k=1}^{N}u_k\iiint\frac{\partial\omega_k}{\partial y}\,\omega_i dxdyd\tau\right]\\&+\gamma\left[\left(\sum_{k=1}^{N}u_k\iiint\frac{\partial\omega_k}{\partial x}\frac{\partial\omega_i}{\partial x}dxdyd\tau\right)\right.\\&\left.+\left(\sum_{k=1}^{N}v_k\iiint\frac{\partial\omega_k}{\partial y}\frac{\partial\omega_i}{\partial y}dxdyd\tau\right)\right]\\&+\Pr\left[\sum_{k=1}^{N}u_k\iiint\left(\frac{\partial\omega_k}{\partial x}\frac{\partial\omega_i}{\partial x}+\frac{\partial\omega_k}{\partial y}\frac{\partial\omega_i}{\partial y}\right)dxdyd\tau\right]\end{aligned} \qquad (۴۶)$$

$$\begin{aligned}R_I^4=&\left[\sum_{k=1}^{N}v_k\iiint\frac{\partial\omega_k}{\partial\tau}\,\omega_i dxdyd\tau\right]\\&+\left[\sum_{k=1}^{N}u_k\,\omega_k\left(x,y,\tau\right)-\sum_{j=1}^{M}w_{x,j}\,\xi_j\left(x,y,\tau\right)\right]\\&\left[\sum_{k=1}^{N}v_k\iiint\frac{\partial\omega_k}{\partial x}\,\omega_i dxdyd\tau\right]\\&+\left[\sum_{k=1}^{N}v_k\,\omega_k\left(x,y,\tau\right)-\sum_{j=1}^{M}w_{y,j}\,\xi_j\left(x,y,\tau\right)\right]\\&\left[\sum_{k=1}^{N}v_k\iiint\frac{\partial\omega_k}{\partial y}\,\omega_i dxdyd\tau\right]\\&+\gamma\left[\left(\sum_{k=1}^{N}u_k\iiint\frac{\partial\omega_k}{\partial x}\frac{\partial\omega_i}{\partial x}dxdyd\tau\right)\right.\\&\left.+\left(\sum_{k=1}^{N}v_k\iiint\frac{\partial\omega_k}{\partial y}\frac{\partial\omega_i}{\partial y}dxdyd\tau\right)\right]\\&+\Pr\left[\sum_{k=1}^{N}v_k\iiint\left(\frac{\partial\omega_k}{\partial x}\frac{\partial\omega_i}{\partial x}+\frac{\partial\omega_k}{\partial y}\frac{\partial\omega_i}{\partial y}\right)dxdyd\tau\right]\\&+Ra\,\Pr\left(\sum_{k=1}^{N}\theta_{f,k}\,\omega_k\left(x,y,\tau\right)\right)\end{aligned} \qquad (۴۷)$$

$$
\begin{aligned}
R_I^5 =& \left[\sum_{k=1}^{N} \theta_{f,k} \iiint \frac{\partial \omega_k}{\partial \tau} \omega_i dxdyd\tau \right] \\
&+ \left[\sum_{k=1}^{N} u_k \omega_k \left(x,y,\tau\right) - \sum_{j=1}^{M} w_{x,j} \xi_j \left(x,y,\tau\right) \right] \\
&\left[\sum_{k=1}^{N} \theta_{f,k} \iiint \frac{\partial \omega_k}{\partial x} \omega_i dxdyd\tau \right] \\
&+ \left[\sum_{k=1}^{N} v_k \omega_k \left(x,y,\tau\right) - \sum_{j=1}^{M} w_{y,j} \xi_j \left(x,y,\tau\right) \right] \\
&\left[\sum_{k=1}^{N} \theta_{f,k} \iiint \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \omega_i dxdyd\tau \right] \\
&+ \left[\sum_{k=1}^{N} \theta_{f,k} \iiint \left(\frac{\partial \omega_k}{\partial x}\frac{\partial \omega_i}{\partial x} + \frac{\partial \omega_k}{\partial y}\frac{\partial \omega_i}{\partial y} \right) dxdyd\tau \right]
\end{aligned}
\qquad (۴۸)
$$

سپس از چند جمله‌ای‌های درجه چهارم و روش گاوس سه نقطه برای محاسبه باقی‌مانده‌ها استفاده گردید. در نهایت برای کاهش باقی‌مانده‌ها و رسیدن به همگرایی مناسب از روش تکرار نیوتن- رافسون استفاده شد.

محاسبات در هر مرحله زمانی، با بهره‌گیری از روش تکرار نیوتن تا هنگامی که دقت پاسخ کمتر از $۱۰^{-۵}$ شود، ادامه یافته است. به منظور همگرا ماندن محاسبات در طول زمان، از روش گام زمانی غیرثابت بهره گرفته شد. به همین منظور گام زمانی به صورت زیر تعریف شده است [۳۶ و ۳۷] :

$$\Delta\tau \le \frac{\Delta X}{V_{\max}} \qquad (۴۹)$$

یا

$$\Delta\tau \le \frac{\Delta X}{\tau_{\text{oscillation}}} \qquad (۵۰)$$

در رابطه (۴۹) و (۵۰)، Δx (یا Δy) ، V_{max} و $\tau_{oscillation}$ به ترتیب بیان‌گر فاصله بین هر گره از شبکه محاسباتی، حداکثر سرعت سیال درون محفظه بسته و پریود زمانی نوسان پره هستند. با توجه به اندازه شبکه محاسباتی، Δx =۰/۰۱۴ در نظر گرفته شده است. از طرفی، گام زمانی اولیه برابر $\Delta\tau$ =۰/۰۰۱ فرض شده که این مقدار به صورت تقریبی به دست آمده و در هر گام مطابق با حداکثر سرعت سیال درون محفظه بسته و همچنین پریود زمانی نوسان پره به‌روز می‌شود. روابط (۴۹) و (۵۰) در هر گام زمانی محاسبه شده و از میان مقادیر $\Delta\tau$ حاصل دو شرط (۴۹) و (۵۰)، مقدار کوچک‌تر برگزیده می‌شود.

در پژوهش حاضر، برای حل معادلات جبری از یک حل‌گر متن باز (حل‌گر دنباله غیرخطی و معادله جبری- دیفرانسیلی[1]) و زیربخش جبری-دیفرانسیلی ضمنی[2] [۳۷] استفاده شده است. در حل‌گر جبری-دیفرانسیلی ضمنی، انتگرال‌گیری به صورت مرتبه متغیر[3] و با بهره‌گیری از فرمول دیفرانسیلی پسرو با ضرایب متغیر[4] صورت می‌گیرد. از زیربخش جبری-دیفرانسیلی ضمنی با تنظیم پیش‌فرض مرتبه حل‌گر بین مرتبه یک و مرتبه دو (مرتبه متغیر است) و گام زمانی آزاد[5] استفاده گردید. بنابراین، گام‌های زمانی استفاده شده در حل‌گر، از گام‌های استخراج نتایج حل عددی، مستقل بوده و گام‌های زمانی لازم میان هر استخراج داده براساس پیشینه حل، مرتبه حل‌گر و حساسیت پاسخ، توسط حل‌گر محاسبه شده و اعمال می‌گردد. کدهای جبری-دیفرانسیلی ضمنی به همراه راهنمای حل‌گر از مرجع [۳۷] به صورت دسترسی آزاد قابل دانلود است. ذکر این نکته حائز اهمیت است که به منظور استخراج نتایج در طول زمان، نتایج از زمان شروع حل (t=۰) با گام زمانی t=۱×۱۰$^{-۵}$ تا زمان نهایی (t=۰/۰۷) استخراج شده‌اند. گام زمانی به منظور استخراج نتایج، متفاوت از گام زمانی حل‌گر می‌باشد. گام زمانی برای استخراج نتایج به صورت عددی ثابت با رعایت این شرط که به اندازه کافی از پریود زمانی نوسان پره کوچک‌تر باشد (در حدود یک صدم پریود زمانی نوسان پره) انتخاب گردید تا بتواند تغییرات مسئله را به خوبی رصد نماید. به این ترتیب نتایج حاصل از حل عددی با توجه به اعتبارسنجی و استقلال حل از شبکه محاسباتی در تمام بازه زمانی در نظر گرفته شده معتبر است.

۴- ۲- تولید و بازتولید شبکه[6] محاسباتی

با توجه به توضیحات مربوط به شبکه محاسباتی در بخش ۴-۱، می‌بایست شبکه محاسباتی ایجاد شده، نسبت به تغییرات سیال و پره از خود واکنش داده و در طول زمان تغییر کند. این امر با توجه به روش لاگرانژی-اویلری قراردادی صورت می‌پذیرد. هرگاه جابه‌جایی پره اندک باشد، شبکه محاسباتی به همراه تغییرات پره نیز تغییر وضعیت می‌دهد؛ اما گاهی جابه‌جایی پره به قدری است که کیفیت شبکه را بر هم زده و شبکه دچار تداخل می‌شود؛ در پژوهش حاضر به منظور غلبه بر این مشکل از ابزار بازتولید شبکه به همراه یک قید بهره گرفته شده است. در واقع، اگر میزان تداخل شبکه از قید مجاز آن بگذرد، نیاز به بازتولید شبکه پیش می‌آید. این قید به صورت جذر مقدار بیشینه تخریب المان شبکه[7] تعریف شده و نباید این مقدار از عدد ۶ که به‌صورت تجربی به‌دست آمده است، بالاتر رود. در ابتدا یک شبکه مثلثی تولید شد. برای افزایش دقت شبکه، با بهره‌گیری از ابزار لایه‌مرزی، اندازه شبکه در مجاورت دیواره‌ها، ریزتر درنظر گرفته شد. در این‌جا، برای بررسی استقلال حل از اندازه شبکه محاسباتی، دمای بی‌بُعد برای یک نقطه با مختصات معلوم (۰/۷ و ۰/۱) در یک بازه زمانی برای چهار اندازه شبکه مختلف، بررسی شد و تعداد گره‌های دامنه‌ای و مرزی در جدول

1 Suite of Nonlinear and Differential/ALgebraic Equation Solvers

2 Implicit Differential-Algebraic
3 Variable-order
4 Variable-coefficient BDF (Backward Differentiation Formula)
5 Fee time steps
6 Automatic Remeshing
7 Maximum element distortion

جدول ۱: مشخصات مربوط به هر نمونه شبکه

Table 1. Related properties to each grid sample.

نمونه‌ها	گره دامنه‌ای		گره مرزی
	فاز سیال	فاز جامد(پره)	
نمونه ۱	۳۸۱۳	۱۰۸	۱۴۲
نمونه ۲	۵۰۴۷	۱۲۲	۲۲۲
نمونه ۳	۱۹۸۹۷	۲۹۰	۶۶۲
نمونه ۴	۲۹۶۰۳	۳۲۶	۸۶۲

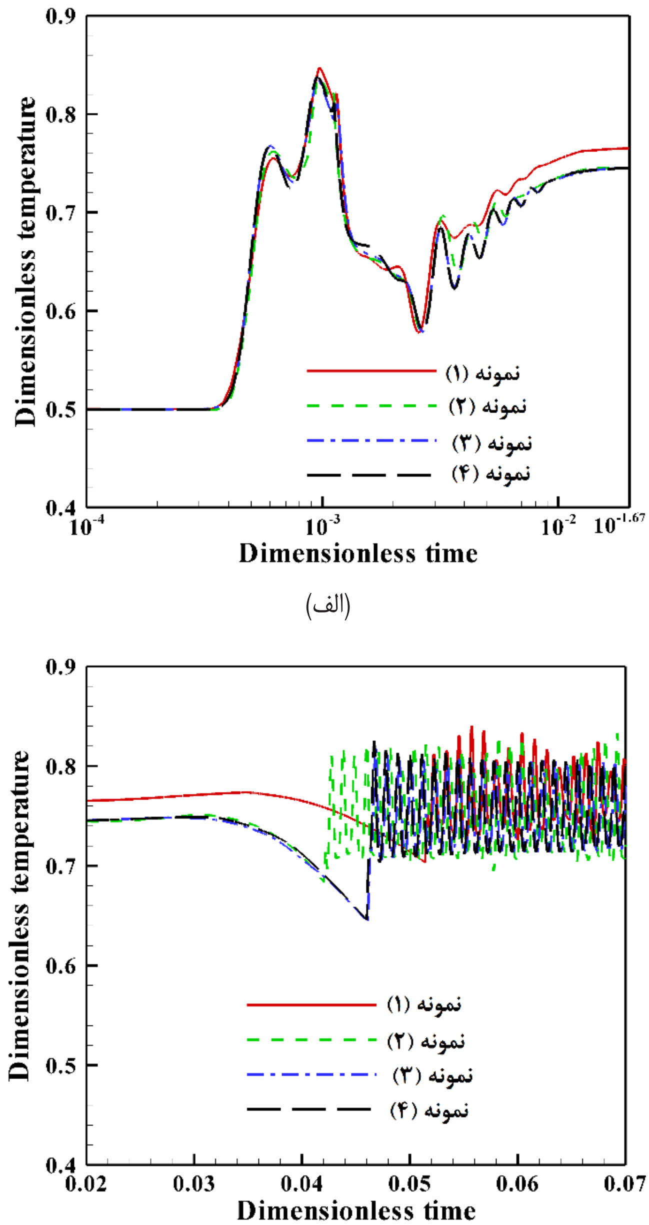
۱ برای هر نمونه آمده است.

نتایج مربوط به دمای بی‌بُعد نقطه (۰/۷ و ۰/۱) در طول زمان در شکل ۲ آمده‌اند. شکل ۲ (الف) مربوط به دما در زمان‌های ابتدایی شروع به حل و شکل ۲ (ب) دما در زمان‌های طولانی‌تر را نشان می‌دهد. در شکل ۲ (الف) دما از مقدار اولیه خود یعنی θ=۰/۵ در زمان صفر شروع و با گذشت زمان به یک حالت نوسانی رسیده است. حالت نوسانی مشاهده شده ناشی از نوسان پره در اثر برخورد سیال با پره می‌باشد. از مقایسه منحنی‌های مربوط به هر نمونه شبکه در شکل ۲، نهایتاً نمونه سوم به عنوان شبکه مناسب انتخاب شده و در شکل ۳ قابل مشاهده است.

به منظور ارزیابی صحت کد مورد استفاده، نتایج پژوهش حاضر در چند مورد با نتایج گزارش شده در پژوهش‌های معتبر پیشین مقایسه گردیده است. کامینسکی و پراکاش [۱۰] انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی همبسته در محفظه بسته مربعی با در نظر گرفتن یک ضلع ضخیم با دمای بالا را مورد مطالعه قرار داده‌اند. آن‌ها دیواره‌های سمت راست و سمت چپ را به ترتیب در دمای گرم و سرد و همچنین دیواره‌های بالا و پایین را عایق فرض نمودند. عدد ناسلت متوسط در پژوهش حاضر و مطالعه آن‌ها برای مقادیر مختلفی از اعداد گراشف و نیز نسبت ضریب رسانندگی حرارتی در جدول ۲ مقایسه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود تطابق مناسبی بین نتایج پژوهش حاضر و پژوهش کامینسکی و پراکاش وجود دارد.

اثر وجود یک دیواره بسیار نازک[1] درون یک محفظه بسته بر روی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در یک بازه زمانی معین توسط ژوو و همکاران [۲۰] بررسی شد. با در نظر گرفتن دیواره بسیار نازک صلب به صورت عمودی در مرکز محفظه بسته، محفظه به دو قسمت مساوی تقسیم شد. آن‌ها، دیواره سمت راست را در دمای گرم، دیواره سمت چپ را در دمای سرد و دیواره‌های بالا و پایین را عایق فرض نمودند. گرم و سرد بودن سیال موجود در قسمت سمت راست و سمت چپ محفظه بسته در لحظات اولیه، دیگر فرض حاکم بر مسئله را تشکیل می‌داد. مقایسه نتایج پژوهش حاضر با نتایج به دست آمده توسط ژوو و همکاران در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شکل دمای بی‌بُعد یک نقطه با مختصات معلوم (۰/۳۷۵ و ۰/۰۰۸۳) در طول بازه زمانی، ارزیابی شده که نتایج آن توافق بسیار خوبی میان پژوهش حاضر و

1 Partition



(الف)

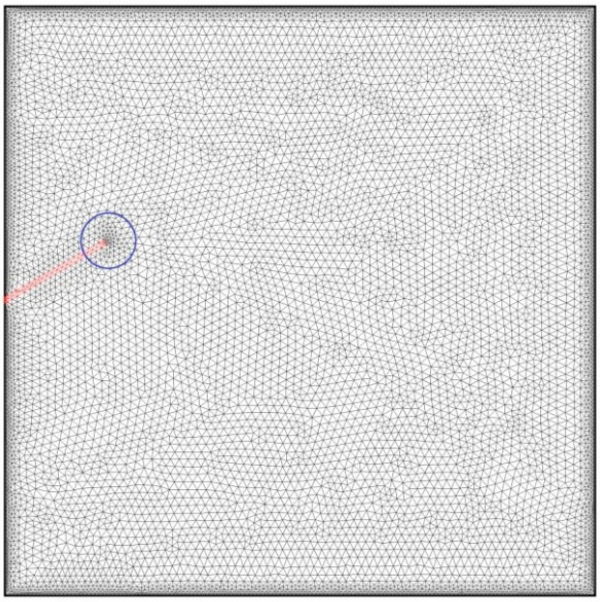
(ب)

Fig. 2. Non- dimensional temperature versus non dimensional time in the point (0.1, 0.7) for four grid samples in the (a) Primitive state, and (b) Steady state for $Ra=10^{+7}$, $Pr=6$ and $E_\tau=4\times10^{+10}$.

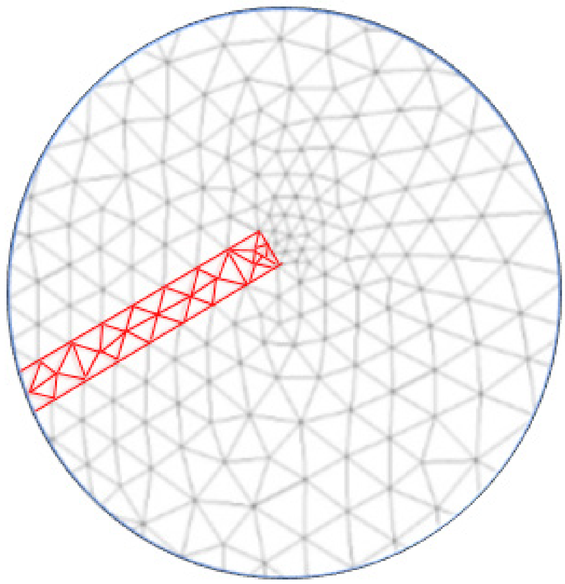
شکل ۲: دمای بی‌بعد در نقطه (۰/۷ و ۰/۱) در طول زمان در ازای چهار نمونه شبکه (الف) در حالت اولیه (ب) در حالت پایا برای E_τ=٤×۱۰^۱۰ ، Pr=٦ ، Ra=۱۰^۷

پژوهش پیشین را نشان می‌دهد.

به عنوان آخرین اعتبارسنجی، نتایج پژوهش حاضر و کار شی و خدادادی [۲۱] در جدول ۳ مقایسه شده‌اند. انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون یک محفظه بسته با وجود یک درپوش متحرک و با در نظر گرفتن یک پره نوسان‌گر به صورت وابسته به زمان مورد بررسی قرار گرفته است. پره به صورت افقی به دیواره سمت راست متصل و طول آن با الگوی $2\pi St\cos(2\pi ft)$ نسبت به زمان در تغییر است. کم‌ترین اندازه طول پره برابر



(الف)



(ب)

Fig. 3. (a) Illustration of created triangular grid in third sample, and (b) Grid details between flexible fin and fluid in the boundary areas.

شکل ۳: (الف) تصویری از شبکه مثلثی ایجاد شده در نمونه سوم، (ب) جزییات شبکه در نواحی مرزی بین پره انعطاف‌پذیر و سیال.

۰/۰۵ و بیشترین آن به ۰/۱۰۵ می‌رسد. با شروع حرکت پره و رسیدن به سرعت بیشینه، سیال در محفظه به حرکت درآمده و پره با حرکت نوسانی و رفت و برگشتی خود باعث ایجاد نوسان در انتقال حرارت شده است. مقادیر به دست آمده برای عدد ناسلت موضعی بر روی مرز پایین و در زمان‌های مختلف، نشان‌دهنده توافق این نتایج با نتایج کار شی و خدادادی [۲۱] می‌باشد. نتایج مورد نظر در جدول ۳ به نمایش درآمده‌اند.

جدول ۲: اعتبارسنجی عدد ناسلت متوسط در مقابل کار کامینسکی و پراکاش [۱۰] در اعداد گراشف (Gr) مختلف با Pr=۰/۷.

Table 2. Validation of average Nusselt number against Kamenski and Prakash [10] work in the various Grashof number with Pr=0.7.

پژوهش حاضر	کامینسکی و پراکاش [۱۰]	κ^*	Gr	درصد خطا
۲/۰۸	۲/۰۸	۱	$۱۰^۵$	۰
۳/۴۰	۳/۴۲	۵		۰/۵۸۵
۳/۷۰	۳/۷۲	۱۰		۰/۵۳۷
۴/۰۶	۴/۰۸	∞		۰/۴۹۰
۲/۸۶	۲/۸۷	۱	$۱۰^۶$	۰/۳۵۰
۵/۸۵	۵/۸۹	۵		۰/۶۷۹
۶/۸۰	۶/۸۱	۱۰		۰/۱۴۷
۷/۹۹	۷/۹۹	∞		۰
۳/۵۱	۳/۵۳	۱	$۱۰^۷$	۰/۵۶۷
۹/۰۲	۹/۰۸	۵		۰/۶۶۱
۱۱/۳۰	۱۱/۳۹	۱۰		۰/۷۹۰
۱۵/۰۸	۱۵/۰۹	∞		۰/۰۶۶

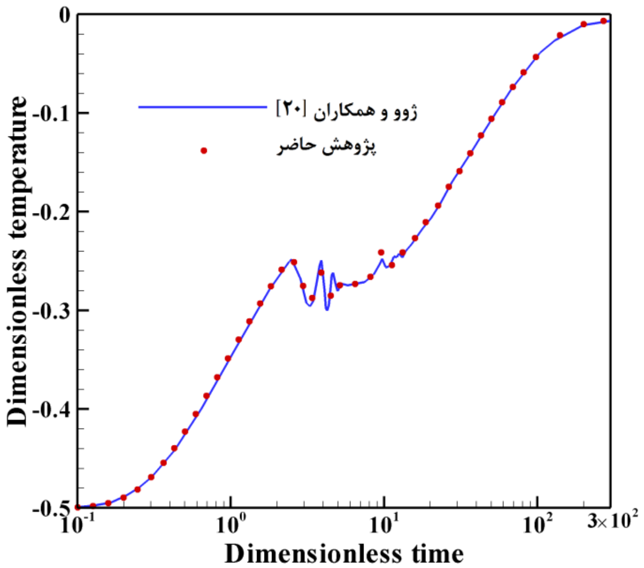


Fig. 4. Comparison of non- dimensional temperature of the point (0.0083, 0. 375), reported by Xu et al. [20], and present work in Pr=6.63 and Ra=9.2×10^{+8}.

شکل ٤: مقایسه دمای بی‌بعد نقطه (۰/۳۷۵ و ۰/۰۰۸۳) در طول زمان، گزارش شده توسط ژو و همکاران [۲۰] و کار حاضر در Pr=٦/٦٣ و Ra=۹/۲×۱۰^۸

۵- نتایج و بحث

به طور کلی در پژوهش حاضر نتایج برای مقادیر F_υ=۰، E_τ=۴×۱۰^{۱۰}، Pr=۶، =۰/۰۱ و l=۰/۲ از پارامترهای بی‌بعد گزارش شده است، مگر این‌که

1 $Gr=Ra/Pr$

جدول ۳: مقایسه مقدار عدد ناسلت موضعی بر روی مرز پایین در زمان های مختلف (t/τ) در اعداد بی بعد Re=۱ ، TR=۱۰۰ ، Pr=۱

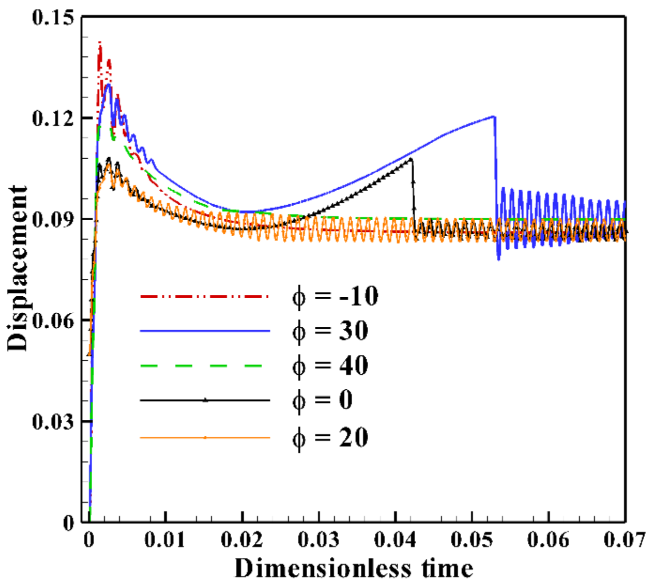
Table 3. Comparison of local Nusselt number on the bottom boundary in the non- dimensional different times and non- dimensional parameters *Re*=1, *Gr*=100, *Pr*=1.

کار حاضر	شی و خدادادی [۲۱]	t/τ	درصد خطا
۰/۵۰۲۸	۰/۵۰۶۱	۰	۰/۶۵۲
۰/۴۹۵۰	۰/۴۹۵۰	۴	۰
۰/۴۷۸	۰/۴۷۹	۹	۰/۲۰۹
۰/۴۷۷	۰/۴۷۸	۱۵	۰/۲۰۹
۰/۴۷۷	۰/۴۷۸	۱۸	۰/۲۰۹

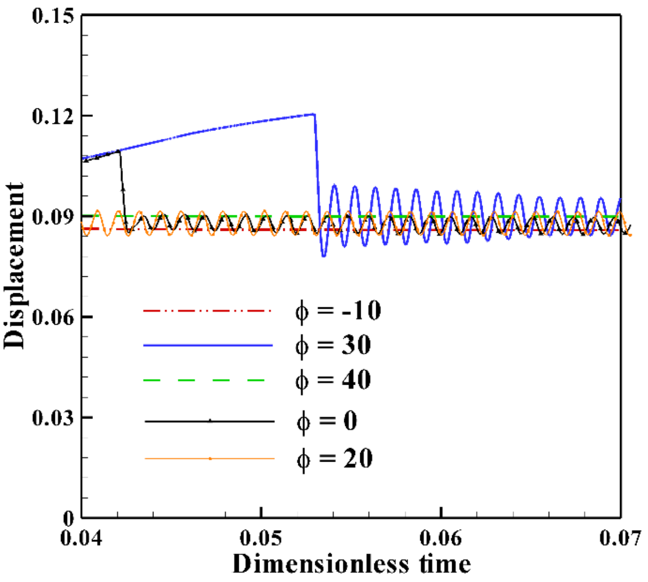
مقدار دیگری ذکر شده باشد. علاوه بر این، زاویه اولیه پره نسبت به محور افق (ϕ) و عدد رایلی (Ra) بر ایجاد حرکات نوسانی پره اثرگذار است. با این اوصاف، ابتدا زاویه پره (ϕ) و محدوده عدد رایلی (Ra) که به موجب آن پره رفتار نوسانی از خود بروز می دهد، شناسایی شده است.

در شکل‌های ۵ (الف) و ۵ (ب) الگوی جابه‌جایی نوک پره در طول زمان به عنوان تابعی از زاویه اولیه پره (ϕ) نشان داده شده است. ابتدا در زاویه انحراف ϕ=−۱۰° از محور افق و با شروع انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی، پره تحت تأثیر قرار گرفته و نوک پره در جهت جریان سیال، رو به بالا حرکت می‌نماید، اما با یکنواخت شدن جریان، نوک پره به شکل اولیه خود، باز می‌گردد و در نهایت به شکلی ثابت و بدون نوسان زمان‌های باقی مانده را طی می‌نماید. با در نظر گرفتن ϕ = ۰ (به صورت افقی)، پره در زمان‌های ابتدایی رفتاری مشابه با مورد قبل (ϕ=−۱۰°) از خود بروز می‌دهد، اما با گذشت زمان و برخلاف پره با زاویه انحراف ϕ=−۱۰°، به رفتار نوسانی خود ادامه داده است. این امر برای پره با زاویه انحراف ϕ=۲۰° نیز رخ داده، با این تفاوت که پره، کمی دیرتر شروع به نوسان کرده است (در زمان τ=۰/۰۴۲). با در نظر گرفتن ϕ=۳۰° هر چند زمان شروع نوسان به تأخیر افتاده (τ=۰/۰۵۳) اما دامنه نوسان به شکل چشم‌گیری افزایش یافته است. با افزایش زاویه پره به مقدار ϕ=۴۰°، در لحظات ابتدایی رفتاری مشابه با دیگر زوایای انحراف شکل گرفته و در زمان‌های بعدی و با یکنواخت شدن جریان سیال هیچ‌گونه نوسانی یافت نشده است. از این رو، زاویه انحراف ϕ=۳۰° با داشتن دامنه‌ای به مراتب بزرگ‌تر از دیگر زوایا، به عنوان مقدار پیش‌فرض زاویه، برای ادامه کار در نظر گرفته شده است.

شکل ۶ الگوی جابه‌جایی نوک پره در طول زمان در محدوده اعداد رایلی $10^6 < Ra < 2\times10^7$ را به نمایش گذاشته است. مطابق با این شکل، رفتار نوسانی پره به شدت تحت تأثیر عدد رایلی بوده و پره انعطاف‌پذیر در محدوده خاصی از اعداد رایلی نوسان می‌کند. شایان ذکر است تأثیر عدد رایلی وابسته به دیگر پارامترهای تأثیرگذار از جمله مدول الاستیسیته E، زاویه ابتدایی پره نسبت به خط افق ϕ، طول پره l_f، ضخامت پره t_f و عدد پرانتل Pr بوده و تغییر هر کدام از پارامترهای یاد شده می‌تواند اثرات عدد رایلی بر الگوهای نوسانی پره را تغییر دهد.همان‌طور که مشخص است در



(الف)



(ب)

Fig. 5. Beak displacement of flexible fin in the range of non- dimensional time (a) Zero to 0.07, and (b) 0.04 to 0.07, as a function of tilted angle (ϕ) in the *Ra*=10^+7.

شکل ۵: جابه‌جایی نوک پره انعطاف‌پذیر در طول زمان بی بعد (الف) صفر تا ۰/۰۷ و (ب) ۰/۰٤ تا ۰/۰۷ به عنوان تابعی از زاویه انحراف (ϕ) در عدد رایلی برابر 10^7

عدد رایلی $Ra = 10^6$ و با شروع جریان جابه‌جایی طبیعی، پره تحت تأثیر قرار گرفته و نوک پره در جهت جریان تغییر مکان داده است. با توجه به خاصیت الاستیک پره، با گذشت زمان و یکنواخت شدن جریان، پره در جهت رسیدن به شکل ابتدایی خود تغییر وضعیت داده و در نهایت نوک پره بدون نوسان ثابت باقی مانده است.

عدم نوسان پره تا عدد رایلی برابر $8\times10^{+6}$ ادامه یافته و در مقادیر عدد رایلی برابر $Ra = 9/5\times10^6$ و $Ra = 10^7$ رفتار نوسانی پره ایجاد شده است.

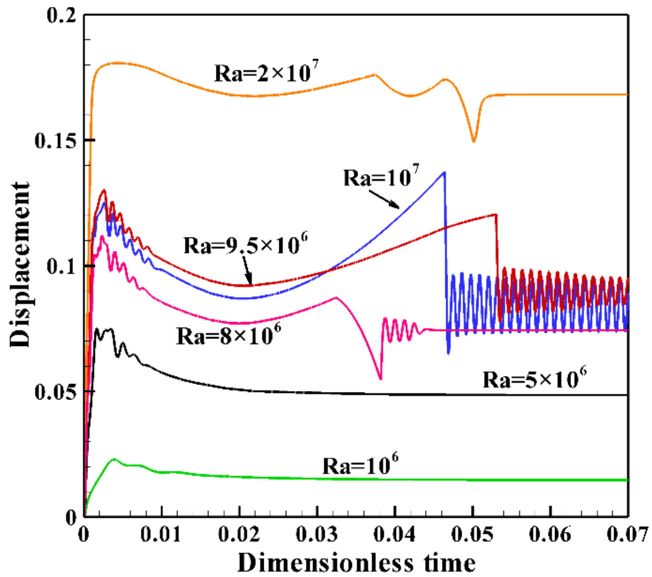


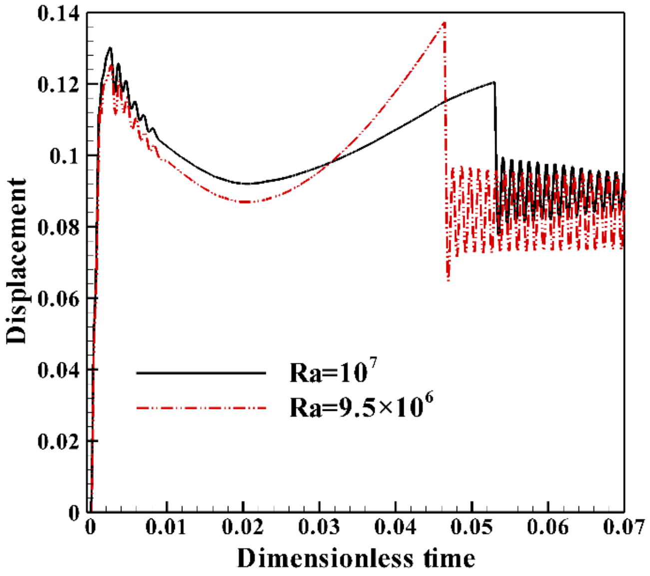
Fig. 6. Beak displacement of flexible fin in the range of non- dimensional time for various values of Rayleigh number.

شکل ٦: جابه‌جایی نوک پره انعطاف‌پذیر در طول زمان بی بعد به ازای مقادیر مختلفی از عدد رایلی (Ra).

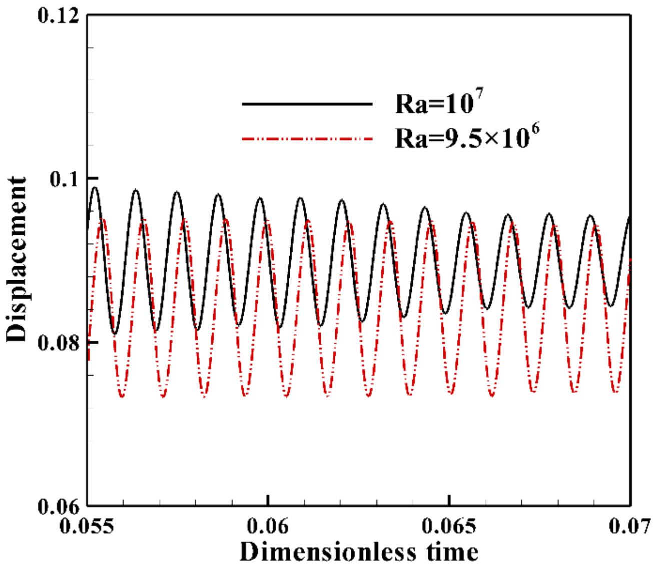
با افزایش عدد رایلی به میزان Ra =۲×۱۰^{۷} رفتار نوسانی پره از بین رفته است. با توجه به نتایج حاصل شده از شکل ۶، در ادامه بحث برای عدد رایلی محدوده ۹/۵×۱۰^{۶}< Ra <۱۰^{۷} به عنوان مقادیر پیش‌فرض در نظر گرفته شده است.

به‌منظور درک بهتر نتایج حاصل شده، می‌بایست الگوی نوسانی پره انعطاف‌پذیر درون محفظه بسته را مشاهده کرد. شکل ۷، تغییر وضعیت نوک پره نسبت به حالت اولیه (یعنی ϕ=۳۰° از محور افقی) در زمان‌های ابتدایی حرکت پره (شکل ۷ (الف)) و زمان‌های طولانی‌تر (شکل ۷ (ب)) را نشان می‌دهد. با آغاز انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون محفظه بسته، سیال سرد از پایین دیواره گرم شروع به جذب حرارت کرده، به سمت بالا حرکت می‌کند و طی برخورد با پره انعطاف‌پذیر، موجب فاصله گرفتن نوک پره از وضعیت ابتدایی آن شده و تا رسیدن موج بعدی سیال گرم به پره انعطاف‌پذیر، نوک پره مقداری به سمت پایین انتقال یافته است (τ=۰/۰۲). با گذشت زمان موج جدید جریان ایجاد شده، دوباره به پره برخورد می‌کند و باعث دور شدن هر چه بیشتر نوک پره از وضعیت ابتدایی آن می‌شود.

پس از گذشت مدت زمان مشخصی، اثرات نیروهای شناوری و گرادیان‌های حرارتی بر روی نوسانات پره یکنواخت شده و پره انعطاف‌پذیر به شکلی جزئی‌تر نسبت به زمان‌های گذشته به نوسان خود ادامه داده است. الگوهای حاصل شده برای پره انعطاف‌پذیر در دو مقدار عدد رایلی، به طور کلی مشابه یکدیگر می‌باشند؛ اما این دو منحنی تفاوت‌هایی نیز با یکدیگر دارند. شکل ۷ (الف) نشان می‌دهد که پره انعطاف‌پذیر در عدد رایلی بالاتر با گذشت زمان طولانی‌تری، به حالت نوسانی حول نقطه تعادل خود رسیده است. در واقع، قوی بودن جریان در هنگام برخورد با پره در عدد رایلی بالاتر (Ra=۱۰$^{+۷}$) از یک طرف باعث شده که برگشت پره در اثر نیروی الاستیک



(الف)



(ب)

Fig. 7. Oscillation patterns (displacement) of flexible fin beak in the non- dimensional time range (a) Zero to 0.07, and (b) 0.055 to 0.07, in the two Rayleigh numbers 9.5×10^{+6} to 10^{+7}.

شکل ۷: الگوی نوسانی (جابه‌جایی) نوک پره انعطاف‌پذیر در بازه زمانی بی‌بعد (الف) صفر تا ۰/۰۷ و (ب) ۰/۰۵۵ تا ۰/۰۷ در دو عدد رایلی ۱۰$^{+۷}$ تا ۹/۵×۱۰$^{+۶}$.

کم‌تر شود و از طرف دیگر زمان نوسان اولیه پره نیز افزایش یافته است. در نتیجه، مشاهده می‌شود که منحنی‌های مربوط به عدد رایلی بزرگ‌تر و عدد رایلی کوچک‌تر، به ترتیب در زمانی بیشتر از ۰/۰۵ و کمتر از ۰/۰۵ به نوسان حول وضعیت تعادلی خود رسیده‌اند. شکل ۷(ب) نشان می‌دهد که افزایش عدد رایلی در سرتاسر بازه زمانی موجب کاهش دامنه تغییرات نوک پره انعطاف‌پذیر شده است. دلیل این امر جابه‌جایی اولیه بیشتر پره نسبت به نقطه تعادل و در نتیجه سخت‌تر شدن پره می‌باشد. منظور از سخت‌تر شدن

آن است که چون پره انحراف بیشتری از حالت اولیه خود گرفته، سختی ارتجاعی آن نیز افزایش یافته است. در واقع سختی یک تیرک تابعی از شکل هندسی و مدول الاستیسیته آن است.

شکل ۸، سیکل نوسانی نوک پره و نیز عدد ناسلت متوسط در یک بازه زمانی نسبتاً کوتاه را به صورت شماتیک نشان می‌دهد. در این شکل فقط یک دوره از الگوی حرکتی نوک پره و انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی ترسیم شده است. نقاطی بر روی منحنی‌های مورد نظر تعیین شده که بیان‌گر موقعیت پره و میزان انتقال حرارت در زمان‌های مختلف می‌باشند. مثلاً، نقاط (۱)، (۲) و (۴) به‌ترتیب موقعیت نوک پره در میانه دامنه حرکت، نزدیک‌ترین و دورترین فاصله از دیواره عمودی را نشان می‌دهند. نتایج پژوهش حاضر، عموماً در زمان‌ها و موقعیت‌های متناظر با نقاط (۱) تا (۵) حاصل شده‌اند. برای مثال، شکل ۹، موقعیت پره به همراه شبکه ایجاد شده در نقاط پنج گانه را نشان می‌دهد.

مجموعه شکل‌های ۱۰ خطوط جریان درون یک محفظه بسته با پره انعطاف‌پذیر و یک محفظه بسته با پره صلب در یک سیکل نوسانی متناظر با نقاط مشخص شده در شکل ۸ را نشان می‌دهند. نتایج این شکل‌ها در عدد رایلی برابر $۱۰^{+۷}$ ارائه شده‌اند. مطابق با نتایج حاصل شده برای پره صلب و پره انعطاف‌پذیر در پژوهش حاضر، خطوط جریان درون هر محفظه دارای تراکم بیشتری در مجاورت دیواره سرد و گرم می‌باشند. در واقع، پس از گذشت زمان نسبتاً طولانی، اثرات نیروهای شناوری و انتقال حرارت جابه‌جایی یکنواخت شده و در نتیجه سیال در مجاورت دیواره‌های سرد و گرم دارای سرعت بیشتری نسبت به نواحی مرکزی محفظه بسته می‌باشد. به عنوان یک مقایسه بین مجموعه شکل‌های ۱۰ می‌توان مشاهده نمود که سرعت جریان درون محفظه بسته با پره انعطاف‌پذیر از سرعت جریان

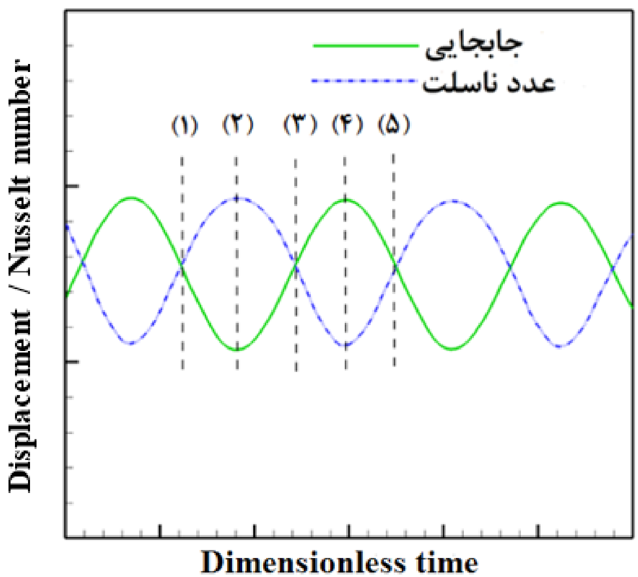


Fig. 8. Created pattern for flexible fin beak (continuous line) and Nusselt number (dashed line) in the selected range of non- dimensional time.

شکل ۸: الگوی ایجاد شده برای جابه‌جایی نوک پره (خط پیوسته) و عدد ناسلت (خط چین) در طول یک بازه زمانی بی‌بعد.

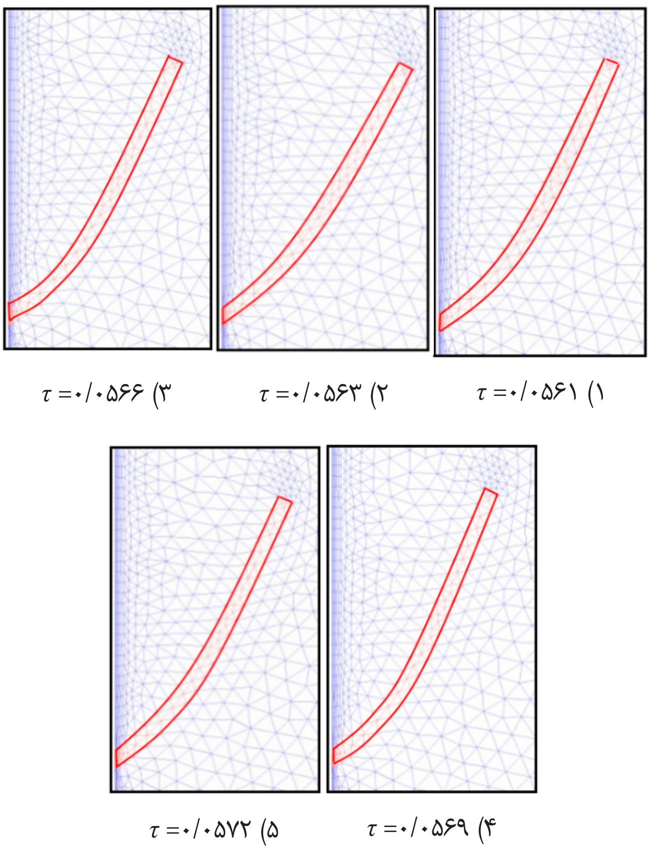


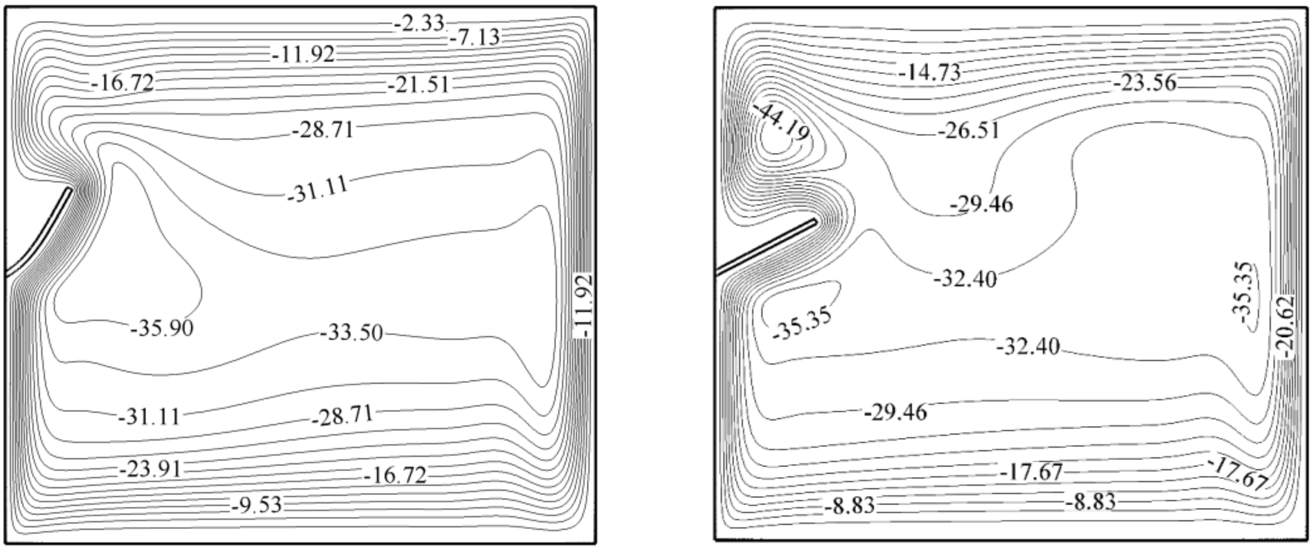
Fig. 9. The grid related to determine points on the oscillation cycle of Nusselt number (Fig. 8)

شکل ۹: شبکه مربوط به نقاط مشخص شده بر روی سیکل نوسانی عدد ناسلت (شکل ۸).

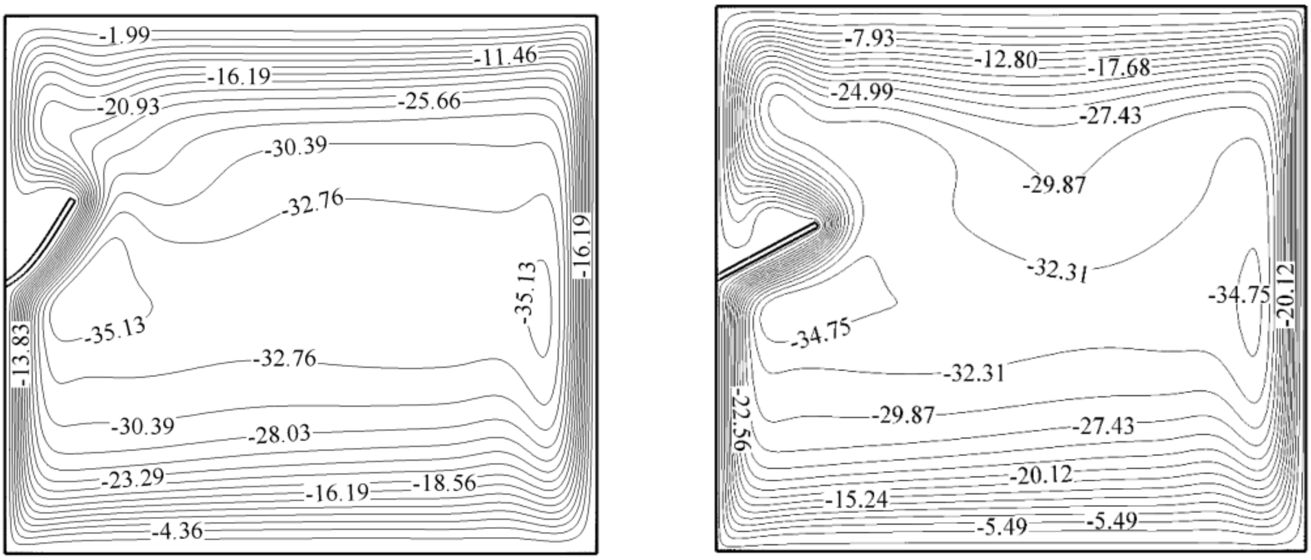
درون محفظه بسته با پره صلب، کم‌تر شده است. مقاومت و کُنشی که پره انعطاف‌پذیر در برابر جریان سیال از خود نشان داده، سبب کاهش سرعت جریان در سرتاسر محفظه بسته شده است. از این‌رو، همان‌طور که انتظار می‌رود پره به گونه‌ای تغییر شکل داده که مقاومت بیشتری در برابر حرکت سیال ایجاد نماید.

کانتورهای دما ثابت درون محفظه بسته یک‌بار با پره صلب و بار دیگر با پره انعطاف‌پذیر، در زمان τ=۰/۰۷ و در عدد رایلی $۱۰^{+۷}$ محاسبه شده و در شکل ۱۱ نشان داده شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، در حضور هر دو پره، تراکم و گرادیان حرارتی شدیدی در مجاورت دیواره‌های سرد و گرم نسبت به نواحی مرکزی محفظه بسته ایجاد شده است. همچنین از آن‌جایی که انعطاف‌پذیر بودن پره، موجب کاهش ارتباط بین سیال و دیواره گرم شده، این امر کاهش تبادل و به تبع آن تضعیف گرادیان حرارتی سیال در یک عدد رایلی ثابت در مجاورت دیواره گرم را در پی دارد.

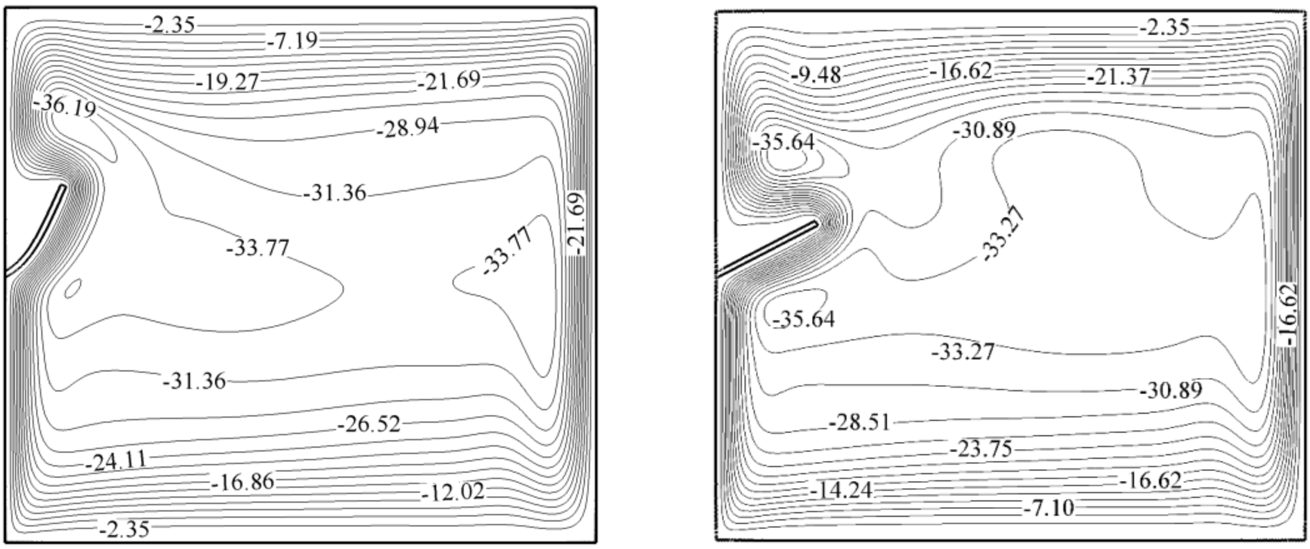
شکل ۱۲ مقادیر عدد ناسلت متوسط بر روی دیواره گرم در دو حالت پره انعطاف‌پذیر و پره صلب در بازه زمانی صفر تا ۰/۰۷ را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، الگوهای حاصل شده برای عدد ناسلت متوسط از طریق هر دو پره (انعطاف‌پذیر و صلب) دارای شباهت‌ها و تفاوت‌هایی می‌باشد. چنان‌که بیان شد، پره به صورت یک رسانای بسیار قوی فرض شده، از



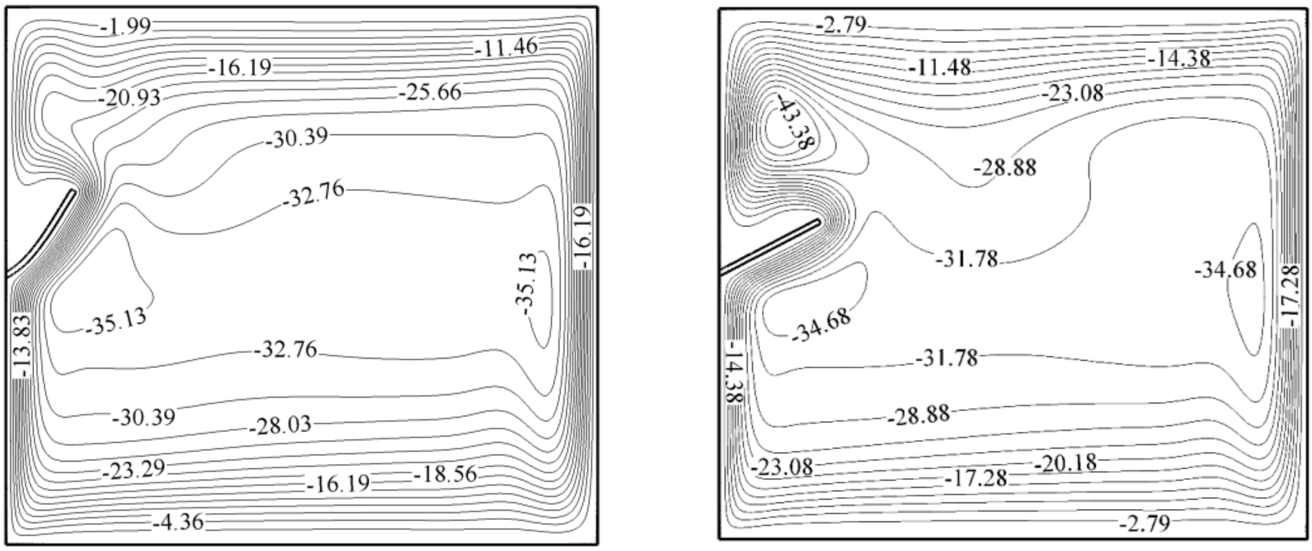
(الف) τ =۰/۰۵۶۱ (نقطه ۱)



(ب) τ =۰/۰۵۶۹ (نقطه ۲)



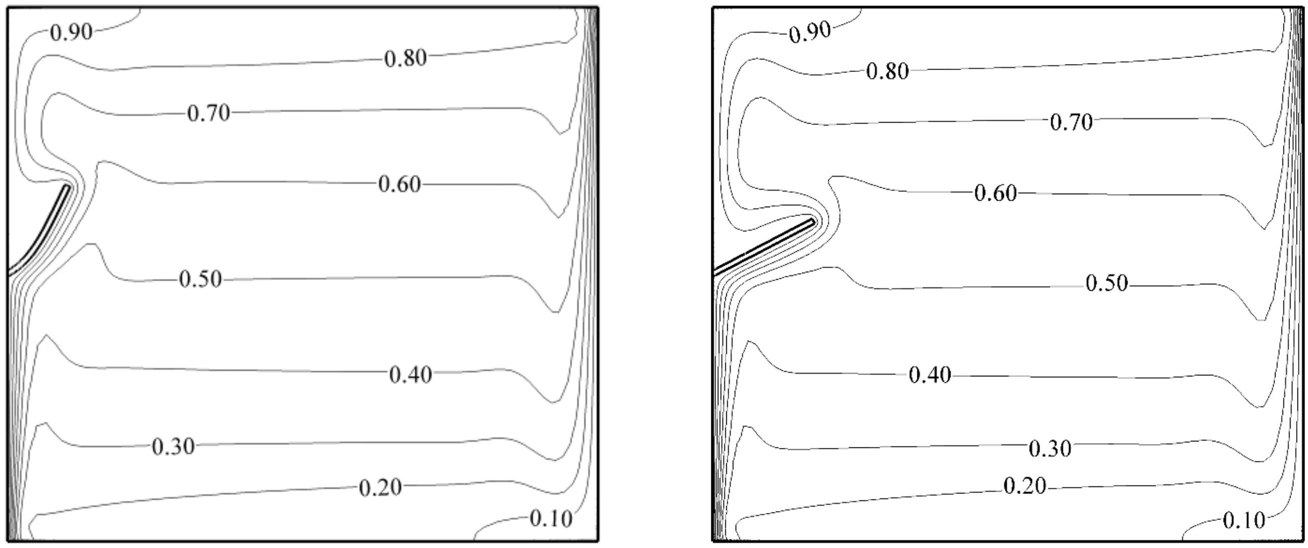
(ج) τ =۰/۰۵۷۴ (نقطه ۴)



(د) τ =۰/۰۵۷۷ (نقطه ۵)

Fig. 10. Comparison of streamlines in presence of a rigid fin and in presence of a flexible fin in the enclosure for four different values of non- dimensional time related to points (1), (2), (4) and (5) in Fig. 8.

شکل ۱۰: مقایسه خطوط جریان در حضور یک پره صلب و یک پره انعطاف‌پذیر درون محفظه بسته در چهار زمان بی‌بُعد مختلف مربوط به نقاط (۱)، (۲)، (٤) و (۵) در شکل ۸.

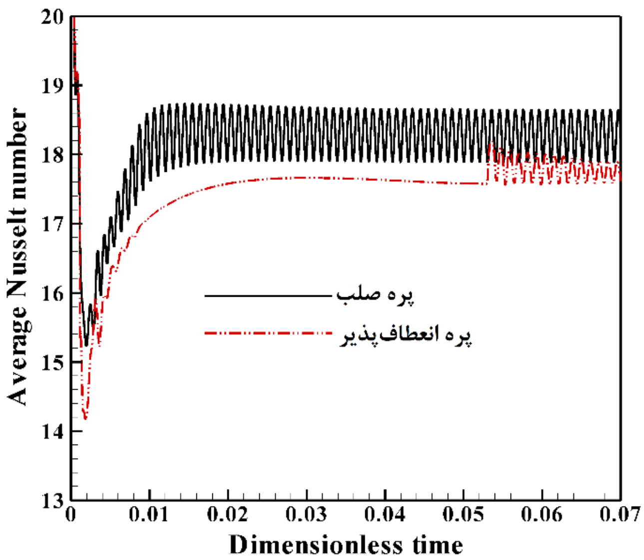


(الف) (ب)

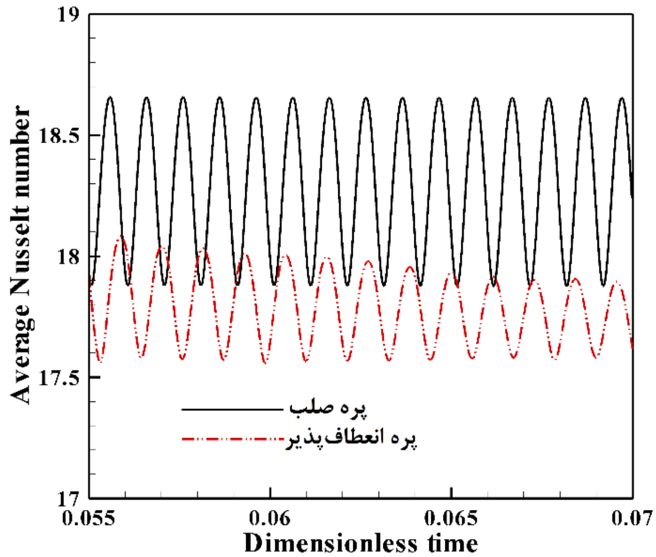
Fig. 11. Comparison of isotherm contours in the square enclosure between (a) Presence of rigid fin, and (b) Presence of flexible fin.

شکل ۱۱: مقایسه کانتورهای دما ثابت درون محفظه بسته مربعی (الف) در حضور یک پره صلب و (ب) در حضور یک پره انعطاف‌پذیر.

این رو، سیالی که بین دیواره گرم و پره قرار می‌گیرد، با سرعت بیشتری نسبت به سیالی که در مجاورت دیواره گرم است، حرارت را جذب می‌کند. از طرف دیگر، هنگامی که از پره صلب به‌جای پره انعطاف‌پذیر درون محفظه بسته استفاده شده، سیال بیشتری بین پره و دیواره گرم قرار می‌گیرد و موجب افزایش هر چه بیشتر عدد ناسلت متوسط شده است. . همچنین، در زمان‌های ابتدایِ تغییر شکل پره، عدد ناسلت متوسط برای پره انعطاف‌پذیر و پره صلب به شدت کاهش یافته است. از آن‌جایی که پره در دمای میانگین دیواره سرد و گرم در نظر گرفته شده و جریان سیال نیز کُند می باشد، عدد ناسلت متوسط نیز دارای کمترین مقدار است. از سوی دیگر، نوسان ایجاد شده از طریق پره صلب به میزان ۱۰ درصد زودتر از پره انعطاف‌پذیر اتفاق افتاده است (برد نوسان برای پره صلب و پره انعطاف‌پذیر به ترتیب برابر τ ≈۰/۰۰۱۰۲ و τ ≈۰/۰۰۱۱۳ می‌باشد). این بدان معناست که یکنواخت شدن جریان درون محفظه بسته با پره صلب نسبت به پره انعطاف‌پذیر سریع‌تر و در زمانی کم‌تر رخ داده است. دامنه و برد نوسان در دو حالت پره



(الف)



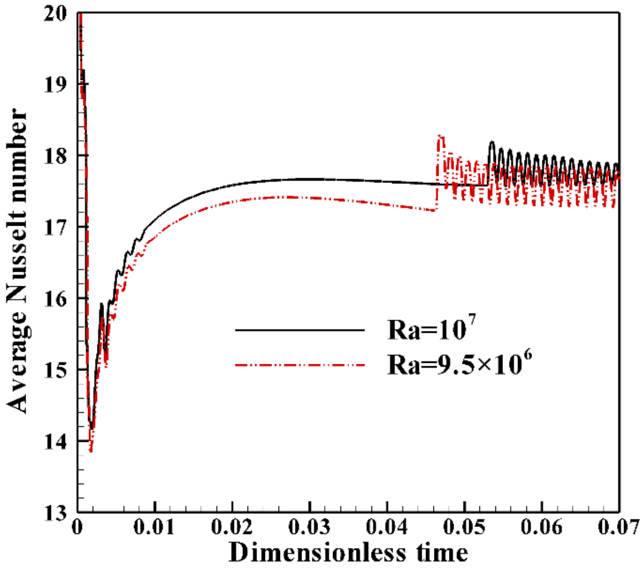
(ب)

Fig. 12. Average Nusselt number as a function of non- dimensional time (a) Zero to 0.07, and (b) 0.055 to 0.07, for Rayleigh number 10^{+7}, once for flexible fin and another time for rigid fin.

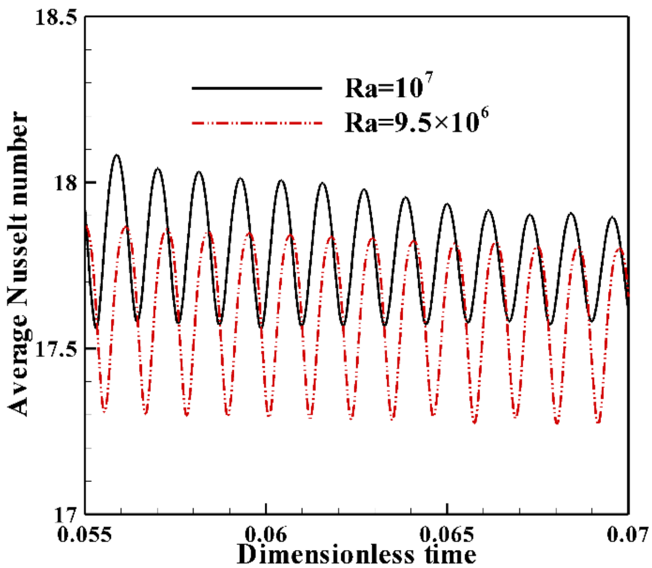
شکل ۱۲: عدد ناسلت متوسط به عنوان تابعی از زمان بی‌بعد (الف) صفر تا ۰/۰۷ و (ب) ۰/۰۵۵ تا ۰/۰۷ در عدد رایلی برابر $۱۰^{+۷}$ یکبار برای پره انعطاف پذیر و یار دیگر برای پره صلب.

صلب و انعطاف‌پذیر نیز مقداری متفاوت است. در حالی که پره صلب است، دامنه نوسانی عدد ناسلت در حدود ۰/۷۸ و موقعی که پره انعطاف‌پذیر بوده دامنه نوسان به ۰/۴۶ تقلیل یافته است. همان‌طور که از شکل ۱۲ پیداست، دوره‌های تناوب در هر دو حالت پره صلب و پره انعطاف‌پذیر تقریباً یکسان است. این امر نشان می‌دهد که مکانیزم غالب بر نوسان پره از سمت سیال دیکته می‌شود. همچنین، بررسی دیگر نتایج استخراج شده توسط نگارندگان نشان می‌دهد که کاهش میزان رسانندگی پره، موجب ایجاد الگوهایی به مراتب خطی‌تر برای عدد ناسلت متوسط شده و از شدت نوسان عدد ناسلت متوسط کاسته می‌شود.

در شکل ۱۳، مقدار عدد ناسلت در حضور پره انعطاف‌پذیر در دو عدد رایلی مختلف با هم مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، عدد ناسلت متوسط با نوسانات پره انعطاف‌پذیر در یک مقدار ثابت برای عدد رایلی، نسبت عکس دارد (شکل ۸). شکل ۱۳ نشان می‌دهد که افزایش عدد رایلی از $۹/۵\times۱۰^{+۶}$ به $۱۰^{+۷}$ موجب تقویت نرخ انتقال حرارت به میزان



(الف)



(ب)

Fig. 13. Average Nusselt number as a function of non- dimensional time (a) Zero to 0.07, and (b) 0.055 to 0.07, for two values of Rayleigh number $9.5\times10^{+6}$ and 10^{+7} in presence of flexible fin.

شکل ۱۳: عدد ناسلت متوسط به عنوان تابعی از زمان بی‌بعد (الف) صفر تا ۰/۰۷ و (ب) ۰/۰۵۵ تا ۰/۰۷ در دو عدد رایلی $۱۰^{+۷}$ و $۹/۵\times۱۰^{+۶}$ در حضور پره انعطاف‌پذیر.

۱/۱۴٪ شده و این امر پس از یکنواختی و توسعه یافتن جریان نیز ادامه یافته است. علی‌رغم این‌که افزایش عدد رایلی در محدوده جریان یکنواخت باعث دور شدن بیشتر نوک پره از وضعیت ابتدایی و نزدیک شدن آن به دیواره گرم می‌شود، اما این مسئله موجب کاهش عدد ناسلت متوسط پس از یکنواخت شدن جریان نشده است. در مجموع می‌توان دریافت که انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در منحنی مربوط به عدد رایلی برابر $Ra=۱۰^{+۷}$ قوی‌تر از منحنی مربوط به عدد رایلی برابر $Ra=۹/۵\times۱۰^{+۶}$ است.

مطابق با شکل ۱۳(ب)، با افزایش عدد رایلی، دوره‌های تناوب پره نیز اندکی افزایش یافته است. این افزایش دوره در اثر تقویت نیروهای شناوری در سیال می‌باشد. بهره‌گیری از رابطه (۳۹) و نتایج شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نشان‌دهنده آن است که حضور پره صلب در عدد رایلی برابر ۷+۱۰ نسبت به پره انعطاف‌پذیر در عدد رایلی برابر $۹/۵\times۱۰^{+۶}$، می‌تواند تا ۵/۰۴٪ سبب بهبود انتقال حرارت شود.

شکل ۱۴ الگوی عدد ناسلت در طول زمان با در نظر گرفتن پره عایق و پره رسانا را نشان می‌دهد. با فرض عایق بودن پره این تنها اثر هیدرودینامیکی است که بر جای می‌ماند و اثر حرارتی پره به طور کلی از بین می‌رود. همچنین، عدد ناسلت در طول زمان با توجه به عایق بودن پره در دو عدد رایلی انتخاب شده، کاهش یافته است. در واقع، عایق بودن پره به معنی عدم افزایش سرعت گرم شدن سیال و در نتیجه عدم ایجاد الگوی نوسانی برای نرخ انتقال حرارت شده است.

برای مشاهده بهتر رفتار دیواره گرم و پره، عدد ناسلت موضعی در زمان‌های بی‌بُعد انتخاب شده در شکل‌های ۱۵(الف) و ۱۵(ب) رسم شده است. شکل ۱۵(الف) عدد ناسلت موضعی بر روی دیوار گرم از کف محفظه تا ابتدای محل قرارگیری پره را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است

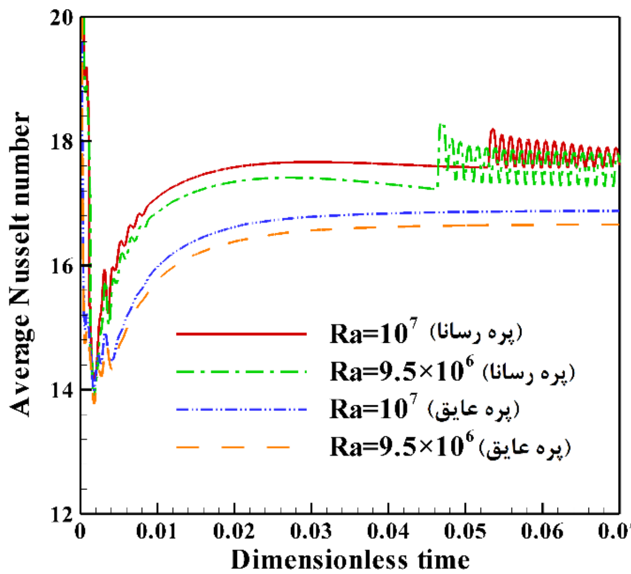
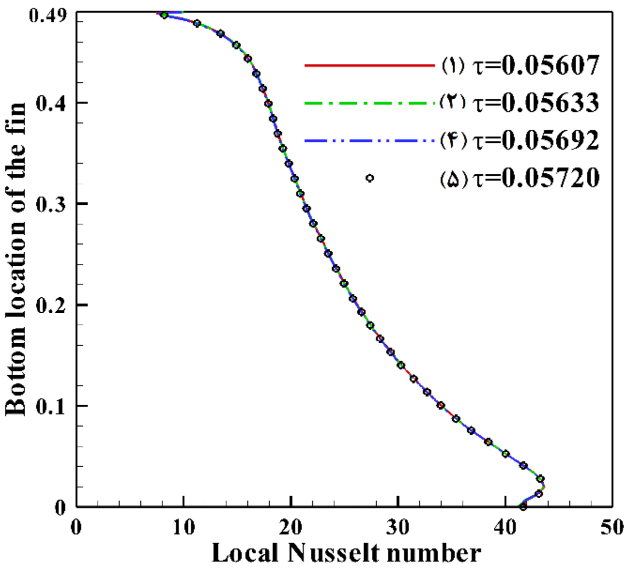


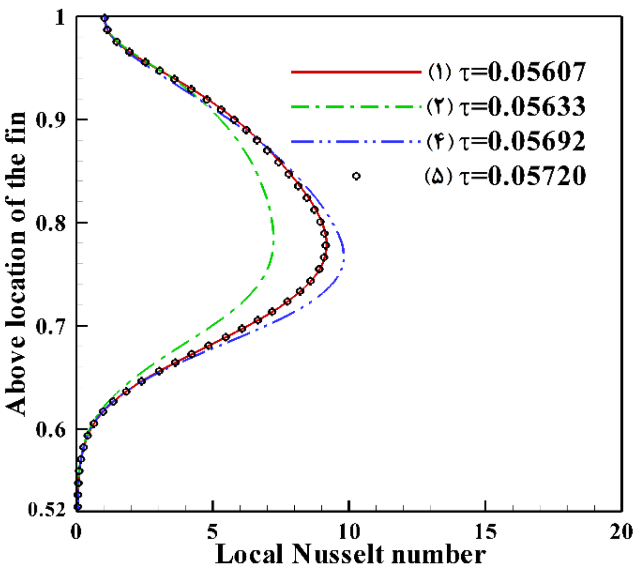
Fig. 14. Average Nusselt number in the selected range of non- dimensional time, by considering the fin as conductive and insulative.

شکل ۱۴: عدد ناسلت متوسط در طول زمان با در نظر گرفتن پره هم به صورت رسانا و هم به صورت عایق.

تمام منحنی‌ها در زمان‌های اشاره شده، بر روی هم منطبق شده‌اند. این بدان معناست که سیال در پایین پره دارای جریانی مستقل از حرکات پره می‌باشد و انتقال حرارت کل که پیش‌تر به صورت نوسانی نشان داده شد، متأثر از انتقال حرارت در قسمت بالای دیواره گرم است. شکل ۱۵(ب) ناسلت موضعی از ابتدای شروع پره تا بالای دیوار گرم را نشان می‌دهد. منحنی $\tau=۰/۰۵۶۰۷$ (وضعیت (۱)) مربوط به مقدار عدد ناسلت در وسط دامنه نوسان نوک پره است. با گذشت زمان، پره تحت تأثیر جریان سیال به سمت دیواره



(الف)



(ب)

Fig. 15. Local Nusselt number on the hot wall (a) Bottom section of flexible fin, and (b) Top section of flexible fin.

شکل ۱۵: عدد ناسلت موضعی بر روی دیواره گرم (الف) پایین پره انعطاف‌پذیر و (ب) بالای پره انعطاف‌پذیر در زمان‌های بی‌بُعد انتخابی (۱)، (۲)، (٤) و (٥).

گرم حرکت می‌کند. بدین ترتیب فضای بین پره و دیواره گرم، کوچک‌تر شده و سیال بین آن‌ها به سمت بالا رانده شده است. در نتیجه، سیال کمی بین دیواره گرم و پره انعطاف‌پذیر قرار گرفته و به تبع آن شار حرارتی نیز کاهش یافته است. در ادامه، پره از دیواره گرم دور شده و در پایین‌ترین قسمت دامنه نوسانی قرار گرفته است. منحنی مربوط به τ=۰/۰۵۶۹۲۰ نمایان‌گر مقدار عدد ناسلت موضعی در این زمان و پایین‌ترین قسمت دامنه نوسانی نوک پره می‌باشد. از این رو، فضای بیشتری بین پره و دیواره گرم ایجاد شده و سیال بیشتری بین آن‌ها قرار گرفته، در نتیجه مقدار شار حرارتی توسط سیال افزایش یافته است.

در نهایت، پره با رسیدن به میانه دامنه نوسانی (یعنی منحنی τ=۰/۰۵۷۲۰) دارای مقدار عدد ناسلت موضعی برابر وضعیت (۱) شده است. قابل ذکر است که در نقطه y=۰/۵۲ و y=۱، که به ترتیب ارتفاع محفظه بعد از پره و بالاترین ارتفاع محفظه هستند، مقدار عدد ناسلت موضعی مستقل از وضعیت نوک پره بوده و سیال در این مناطق با روند طبیعی خود در جریان می‌باشد.

شکل ۱۶ میزان بهبود و یا تضعیف انتقال حرارت با حضور پره انعطاف‌پذیر نسبت به پره صلب درون محفظه بسته را نشان می‌دهد. نتایج شکل ۱۶ با بهره‌گیری از رابطه (۳۸) و در لحظات نوسانی بدست آمده است. تضعیف انتقال حرارت با در نظر گرفتن پره انعطاف‌پذیر نسبت به پره صلب نمایان است، چرا که هر دو منحنی عموماً در مقادیر منفی قرار گرفته‌اند. همچنین با میانگین‌گیری از رابطه (۳۸) در کل بازه زمانی صفر تا ۰/۰۷، می‌توان دریافت که میزان عدد ناسلت متوسط در اعداد رایلی ۹/۵×۱۰$^{+6}$ و ۱۰$^{+7}$، به ترتیب به میزان ۳/۲۲٪ و ۳/۷۰٪ تضعیف شده است و انتقال حرارت ناشی از یک پره انعطاف‌پذیر درون محفظه بسته از پره صلب کم‌تر است.

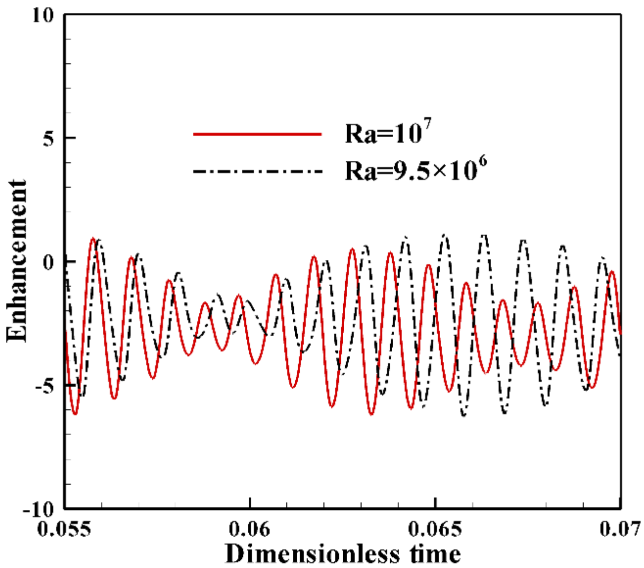


Fig. 16. Deterioration rate of heat transfer of the flexible fin to the rigid fin in the two Rayleigh numbers 10^{+7} (continuous line) and $9.5\times10^{+6}$ (dashed line).

شکل ۱۶: میزان تضعیف انتقال حرارت پره انعطاف‌پذیر در دو عدد رایلی ۱۰$^{+7}$ (خط پیوسته) و ۹/۵×۱۰$^{+6}$ (خط چین) بر حسب پره صلب.

۶- نتیجه‌گیری

انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون یک محفظه بسته مربعی و با حضور یک پره انعطاف‌پذیر بر روی دیواره عمودی سمت چپ، مورد ارزیابی قرار گرفت. با هدف مطالعه اثر برهم‌کنش میان سیال و پره انعطاف‌پذیر (سازه)، معادلات حاکم و شرایط مرزی متناظر با آنها ابتدا استخراج شده، سپس به شکل بی‌بُعد خود انتقال یافتند و در نهایت با استفاده از روش المان محدود حل شدند. عدد ناسلت متوسط، خطوط جریان و کانتورهای دما ثابت در بازه زمانی صفر تا ۰/۰۷، اعداد رایلی ۱۰$^{+6}$ تا ۲×۱۰$^{+7}$ و زوایای انحراف ۱۰°- تا ۴۰°+ برای پره انعطاف‌پذیر و پره صلب مورد ارزیابی قرار گرفتند و الگوهای نوسانی پره انعطاف‌پذیر استخراج گردید. مهم‌ترین نتایج به دست آمده در پژوهش حاضر به شرح ذیل است:

۱. برهم‌کنش میان سیال و سازه باعث ایجاد حرکت نوسانی در پره می‌گردد. این نوسانات از ماهیت جریان که ناشی از انتقال حرارت جابه‌جایی است نشأت گرفته و به خاصیت الاستیک پره ارتباط می‌یابند.

۲. صعود عدد رایلی از ۹/۵×۱۰$^{+6}$ به ۱۰$^{+7}$ موجب تغییر شکل اولیه بیشتر پره، سخت‌تر شدن پره و در نهایت کاهش دامنه نوسانات پره انعطاف‌پذیر می‌شود.

۳. وجود پره انعطاف‌پذیر نسبت به پره صلب درون محفظه بسته سبب کاهش انتقال حرارت می شود. از طرفی با توجه به رفتار نوسانی پره می‌توان آن را در زمینه‌هایی از جمله پیزوالکتریک‌ها به‌کار برد.

۴. وجود یک پره عایق نسبت به یک پره رسانا، بر روی دیواره گرم، با ایجاد الگوهای جدید برای عدد ناسلت در بازه زمانی معین، سبب تضعیف انتقال حرارت می‌گردد.

۵. حضور یک پره انعطاف‌پذیر نسبت به یک پره صلب درون محفظه بسته مربعی، به ترتیب به میزان ۳/۲۲٪ در عدد رایلی برابر ۹/۵×۱۰$^{+6}$ و به میزان ۳/۷٪ در عدد رایلی برابر ۱۰$^{+7}$ نرخ انتقال حرارت را کاهش می‌دهد.

۶. با افزایش عدد رایلی، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون یک محفظه بسته در بازه زمانی صفر تا ۰/۰۷ به همراه پره انعطاف‌پذیر به میزان ۱/۱۴٪، بهبود می‌یابد.

۷. به طور کلی، اگر از یک پره صلب در عدد رایلی برابر ۱۰$^{+7}$ بجای یک پره انعطاف‌پذیر در عدد رایلی برابر ۹/۵×۱۰$^{+6}$ استفاده شود، میزان انتقال حرارت، ۵/۰۴٪ بهبود خواهد یافت.

تشکر و قدردانی

نویسندگان از حمایت مالی دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول در انجام پژوهش حاضر تشکر و قدردانی می‌کنند. همچنین نویسندگان از مرکز ابررایانه شیخ بهایی (SBNHOCC) که مورد حمایت معاونت علمی و فناوری ریاست جمهوری و دانشگاه صنعتی اصفهان می‌باشد، برای فراهم

ساختن امکان انجام محاسبات پژوهش حاضر کمال تشکر و قدردانی را دارند.

فهرست علائم

C	تانسور سختی، Pa
d_s	بردار جابه‌جایی، m
E	مدول الاستیسیته، Pa
E_τ	پارامتر انعطاف‌پذیری بی‌بعد
F	تانسور گرادیان تغییر فرم
F_v	پارامتر نیروهای حجمی بی‌بعد
g	نیروی جاذبه، m/s^2
h	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، $W/m^2.K$
h_1 , h_2	پارامترهای هندسی مکان پره
I	ماترس همانی بدون بعد
J	ماترس جاکوبین
k	ضریب انتقال حرارت رسانش، W/m.K
L	طول محفظه، m
l	طول پره، m
m	جرم، kg
n	بردار نرمال
Nu	عدد ناسلت متوسط
Nu_x	عدد ناسلت موضعی
P	فشار، atm
Pr	عدد پرانتل
q	رسانش حرارتی، $WK^{-1}m$
Ra	عدد رایلی
S	تنش مرتبه دوم پیولا - کیرشهف، Pa
t	زمان، s
T	دمای با بعد، K
t_f	ضخامت پره، m
u	مؤلفه افقی سرعت سیال، m/s
V	بردار سرعت بی‌بعد، m/s
v	مؤلفه عمودی سرعت سیال، m/s
w	سرعت پره، m/s
x	مؤلفه افقی مکان، m
y	مؤلفه عمودی مکان، m

علامت یونانی

α	ضریب پخش حرارتی، m^2/s
β	ضریب انبساط حجمی، 1/K
δ_i	ضخامت بی‌بعد پره
ε	کرنش
η	حجم، m^3
θ	دمای بی بعد
κ	نسبت ضریب رسانش حرارتی جامد به سیال
λ	نسبت ضریب پخش حرارتی جامد به سیال
μ	لزجت دینامیکی سیال، kg/m.s
ν	ضریب پواسون
ρ	چگالی، kg/m^3
σ	تانسور تنش، Pa
τ	زمان بی بعد
υ	لزجت سینماتیکی، m^2/s
ϕ	زاویه انحراف از محور افقی، deg
ψ	تابع جریان بی بعد

زیرنویس

c	دمای سرد
f	سیال
h	دمای گرم
s	جامد

بالانویس

*	با بعد

پیوست

معادلات مرز مشترک سیال و سازه (دست‌یابی و اثبات)

یکی از اصول برهم‌کنش سیال-سازه جفت‌سازی معادلات سیال و سازه است؛ به طوری که بتوان تأثیر پارامترهای سیال بر روی سازه (در پژوهش حاضر، پره) و برعکس را در نظر گرفت. بدین ترتیب رابطه (۵۱) برای فصل مشترک میان سازه و سیال (مرز میان پره و سیال) تعیین شده است:

$$V_s^* = V_f^* \qquad (۵۱)$$

مطابق با رابطه بالا، سرعت هر ذره سیال در مجاورت پره با سرعت پره، برابر خواهد بود. از طرفی، سرعت هر ذره از پره با مشتق‌گیری از مکان ذره نسبت به زمان حاصل می‌شود:

$$V_s^* = \frac{\partial d_s^*}{\partial t} \qquad (۵۲)$$

با ساده‌سازی معادله (۵۱) و (۵۲)، در مرز مشترک میان سیال و پره:

$$V_f^* = \frac{\partial d_s^*}{\partial t} \quad (۵۳)$$

رابطه بالا، همان رابطه (۱۴) در بخش معادلات حاکم می‌باشد. با توجه به این‌که مسئله به صورت گذرا در نظر گرفته شده، شرط مرزی (۵۳) در هر گام زمانی بررسی و اعمال می‌شود. اما به منظور بررسی نیروهای وارده از طرف سیال به پره و برعکس، می‌بایست در مرز مشترک میان سیال و پره، موازنه نیرو (از جنس تنش) برقرار شود. بدین ترتیب برای مرز مشترک میان سیال و پره:

$$\sigma \cdot n = \Gamma \cdot n \quad (۵۴)$$

که σ، تنش در سازه، n، بردار عمود و Γ، تنش در سیال است. مطابق با رابطه (۵۴)، تنش در مرز مشترک سیال و پره برابر می باشد. به منظور دست‌یابی به رابطه تنش در سیال، می‌توان با استفاده از مکانیک محیط پیوسته [۲۵] نوشت:

$$\Gamma_{ij} = -p\delta_{ij} + \gamma_{ij} \quad (۵۵)$$

که Γ_{ij} ، تانسور تنش سیال در حال حرکت، δ_{ij} ، ماتریس واحد و γ_{ij}، تانسور تنش چسبنده است. در سیالات ساکن، مقدار تنش چسبنده صفر است، اما در سیالات دارای سرعت، تانسور تنش چسبنده به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\gamma_{ij} = K_{ijmn} D_{ij} \quad (۵۶)$$

در رابطه بالا، K_{ijmn}، خواص چسبندگی سیال و D_{ij} تانسور نرخ تغییر شکل است. با بسط K_{ijmn} و ساده‌سازی، تانسور تنش چسبنده به صورت ذیل حاصل می شود:

$$\gamma_{ij} = \lambda\delta_{ij} D_{kk} + 2\mu Dij \quad (۵۷)$$

پارامترهای λ و μ را ضرایب چسبندگی سیال می‌نامند. اما با توجه به معادله پیوستگی در سیال تراکم‌ناپذیر و برابر قرار دادن آن با مقدار صفر می‌توان دریافت که:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho V_{i,i} = 0 \\ &\xrightarrow{\frac{\partial \rho}{\partial t}=0} \rho V_{i,i} = 0 \\ &\xrightarrow{\rho \neq 0} V_{i,i} = 0 \end{aligned} \quad (۵۸)$$

از طرفی تانسور نرخ تغییر شکل در سیال به صورت $D_{ij}=(V_{i,j} + V_{j,i})/2$ خواهد بود. با جایگذاری عبارات بالا، تانسور تنش چسبنده در سیال به شکل ذیل در می‌آید:

$$\gamma_{ij} = \mu(V_{i,j} + V_{j,i}) \quad (۵۹)$$

در نهایت با قرار دادن معادله (۵۹) در معادله (۵۵)، تنش در سیال حاصل می شود:

$$\Gamma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(V_{i,j} + V_{j,i}) \quad (۶۰)$$

با خارج کردن رابطه (۶۰) از شکل تانسوری می‌توان نوشت:

$$\Gamma = -pI + \mu(\nabla V_f + (\nabla V_f)^{\mathrm{T}}) \quad (۶۱)$$

که در آن ، I، بردار یکه و ΔV_f^T ، ترانهاده گرادیان سرعت سیال است. بدین ترتیب به منظور موازنه تنش در مرز مشترک میان سیال و پره، می‌توان رابطه (۶۱) را در (۵۴) جایگزین نمود:

$$\begin{aligned} \sigma \cdot n = (&-p + \mu_f(\nabla V_f \\ &+ (\nabla V_f)^{\mathrm{T}}) \cdot n \end{aligned} \quad (۶۲)$$

با توجه به این‌که مسئله به صورت گذرا در نظر گرفته شده، شرط مرزی (۶۲) در هر گام زمانی بررسی و اعمال خواهد شد. همچنین، به‌منظور اطمینان از مناسب بودن گام زمانی برای حل معادلات سرعت و سیال، در هر گام زمانی، نتایج برای یک گام زمانی اولیه محاسبه شده و پس از آن با استفاده از دو نیم گام دیگر نیز محاسبه انجام می‌گردد. در صورتی که تفاوت ایجاد شده با بهره‌گیری از دو نیم گام در مقایسه با یک گام کامل از حد تعیین شده‌ای بیشتر باشد، گام اولیه، نصف می‌گردد و عملیات مجدداً تکرار می‌شود. از این رو، گام زمانی به اندازه‌ای کوچک می‌شود که نصف کردن آن تأثیری بر نتایج نداشته باشد. از گام زمانی حاصل شده با اقداماتی مشابه برای تعیین گام زمانی بعدی استفاده خواهد شد.

منابع

[1] M. Al-Arabi, B. Sakr, Natural convection heat transfer from inclined isothermal plates, *International journal of heat and mass transfer*, 31(3) (1988) 559-566.

[2] H. Buchberg, I. Catton, D. Edwards, Natural convection in enclosed spaces—a review of application to solar energy collection, *Journal of Heat Transfer*, 98(2) (1976) 182-188.

[3] D.R. Pangavhane, R. Sawhney, P. Sarsavadia, Design, development and performance testing of a new natural convection solar dryer, *Energy*, 27(6) (2002) 579-590.

[4] H.B. Awbi, A. Hatton, Natural convection from heated room surfaces, *Energy and buildings*, 30(3) (1999) 233-244.

[5] S.W. Frey Jr, M.I. Herson, *Natural convection cooling system for electronic components*, in, Google Patents, 1985.

[6] Kuehne, I., van der Linden, A., Seidel, J., Schreiter, M., Fromme, L. and Frey, A., 2011, October. Fluid-Structure

of piezoelectric fans, *Heat Transfer Engineering*, 25(1) (2004) 4-14.

[19] U. Küttler, W.A. Wall, Fixed-point fluid–structure interaction solvers with dynamic relaxation, *Computational Mechanics*, 43(1) (2008) 61-72

[20] W.S. Fu, W.J. Shieh, A study of thermal convection in an enclosure induced simultaneously by gravity and vibration, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 35(7) (1992) 1695-1710.

[21] F. Xu, J.C. Patterson, C. Lei, Heat transfer through coupled thermal boundary layers induced by a suddenly generated temperature difference, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(21-22) (2009) 4.4975-966.

[22] X. Shi, J. Khodadadi, Fluid flow and heat transfer in a lid-driven cavity due to an oscillatory thin fin: transient behavior, in: ASME 2004 Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference, *American Society of Mechanical Engineers*, 2004, pp. 413-421.

[23] E. Jamesahar, M. Ghalambaz, A.J. Chamkha, Fluid–solid interaction in natural convection heat transfer in a square cavity with a perfectly thermal-conductive flexible diagonal partition, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 100 (2016) 303-319.

[24] M. Ghalambaz, E. Jamesahar, M.A. Ismael, A.J. Chamkha, Fluid-structure interaction study of natural convection heat transfer over a flexible oscillating fin in a square cavity, *International Journal of Thermal Sciences*, 111 (2017) 256-273.

[25] H.-J. Bungartz, M. Schäfer, *Fluid-structure interaction: modelling, simulation, optimisation*, Springer Science & Business Media, 2006.

[26] G.T. Mase, G.E. Mase, *Continuum mechanics for engineers*, CRC press, 1999.

[27] J.F. Wendt, *Computational fluid dynamics: an introduction*, Springer Science & Business Media, 2008.

[28] J. Hron, S. Turek, A monolithic FEM/multigrid solver for an ALE formulation of fluid-structure interaction with applications in biomechanics, in: *Fluid-structure interaction*, Springer, 2006, pp. 146-170.

[29] C.W. Hirt, A.A. Amsden, J. Cook, An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds, *Journal of computational physics*, 14(3) (1974) 227-253.

[30] T.J. Hughes, W.K. Liu, T.K. Zimmermann, Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 29(3) (1981) 329-349.

[31] J. Donea, S. Giuliani, J.-P. Halleux, An arbitrary

Interaction Modeling for an Optimized Design of a Piezoelectric Energy Harvesting MEMS Generator. *In Proceedings of the COMSOL Users Conference*.

[7] B. Ganapol, *Analytical Benchmarks for Nuclear Engineering Applications,Case Studies in Neutron Transport Theory*. Organisation for Economic Co-operation and Development, (2008).

[8] J.K. Shultis, R.E. Faw, *Fundamentals of Nuclear Science and Engineering*, Third Edition, CRC press, 2016.

[9] G. de Vahl Davis, Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution, *International Journal for numerical methods in fluids*, 3(3) (1983) 249-264.

[10] Q.-H. Deng, G.-F. Tang, Numerical visualization of mass and heat transport for conjugate natural convection/heat conduction by streamline and heatline, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45(11) (2002) 2373-2385.

[11] D. Kaminski, C. Prakash, Conjugate natural convection in a square enclosure: effect of conduction in one of the vertical walls, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 29(12) (1986) 1979-1988.

[12] M. Sathiyamoorthy, A. J. Chamkha, Analysis of natural convection in a square cavity with a thin partition for linearly heated side walls, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 24(5) (2014) 1057-1072.

[13] Laminar natural convection heat transfer in a differentially heated square cavity due to a thin fin on the hot wall, *Journal of Heat Transfer*, 125(4) (2003) 624-634.

[14] A. Ben-Nakhi, A.J. Chamkha, Conjugate natural convection in a square enclosure with inclined thin fin of arbitrary length, *International journal of thermal sciences*, 46(5) (2007) 467-478.

[15] A. Elatar, M.A. Teamah, M.A. Hassab, Numerical study of laminar natural convection inside square enclosure with single horizontal fin, *International Journal of Thermal Sciences*, 99 (2016) 41-51

[16] B. Alshuraiaan, K. Khanafer, The effect of the position of the heated thin porous fin on the laminar natural convection heat transfer in a differentially heated cavity, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 78 (2016) 190-199.

[17] M. Toda, S. Osaka, Vibrational fan using the piezoelectric polymer PVF 2, *Proceedings of the IEEE*, 67(8) (1979) 1171-1173.

[18] T. Acikalin, S.M. Wait, S.V. Garimella, A. Raman, Experimental investigation of the thermal performance

Lagrangian-Eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 33(1-3) (1982) 689-723.

[32] J. Donea, A. Huerta, *Finite element methods for flow problems*, John Wiley & Sons, 2003.

[33] J. Donea, A. Huerta, J.-P. Ponthot, A. Rodriguez-Ferran, *Encyclopedia of Computational Mechanics Vol. 1: Fundamentals., Chapter 14: Arbitrary Lagrangian-Eulerian Methods*, in, Wiley & Sons, 2004.

[34] B.M. Froehle, *High-order discontinuous Galerkin fluid-structure interaction methods*, UC Berkeley, 2013.

[35] T. Basak, S. Roy, A. Balakrishnan, Effects of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(23-24) (2006) 4525-4535.

[36] S. Shao, E.Y. Lo, Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface, *Advances in water resources*, 26(7) (2003) 787-800.

[37] F. Sun, *Investigations of smoothed particle hydrodynamics method for fluid-rigid body interactions*, University of Southampton, 2013.

[38] A.C. Hindmarsh, P.N. Brown, K.E. Grant, S.L. Lee, R. Serban, D.E. Shumaker, C.S. Woodward, SUNDIALS: Suite of nonlinear and differential/algebraic equation solvers, *ACM Transactions on Mathematical Software* (*TOMS*), 31(3) (2005) 363-396.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

M. Ghalamba, E. Jamesahar, M. Sabour, Natural Convection Heat Transfer Inside a Square Enclosure with a Flexible Fin, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 50(2) (2018) 233-254.

DOI: 10.22060/mej.2017.11808.5189