



شبیه‌سازی عددی تغییر شکل و تجزیه قطره در میدان الکتریکی

هادی دستورانی^۱، محمدرضا جهان‌نما^{۲*}، عبدالله اسلامی مجد^۳

^۱ پژوهشگاه هوافضا، تهران، ایران

^۲ پژوهشکده سامانه‌های حمل و نقل فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تهران، ایران

^۳ مجتمع برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۶ دی ۱۳۹۵

بازنگری: ۲۷ اسفند ۱۳۹۵

پذیرش: ۳۱ اردیبهشت ۱۳۹۶

ارائه آنلاین: ۱۷ خرداد ۱۳۹۶

کلمات کلیدی:

الکتروهیدرودینامیک

تغییر شکل قطره

شبیه‌سازی عددی

گذردهی نسبی

هدایت الکتریکی ویژه

چکیده: قطره‌ی مایع معلق در یک سیال دیگر در بسیاری از فرآیندهای طبیعی رخ می‌دهد. به کارگیری میدان الکتریکی چشم‌اندازی نوید بخشی را برای کنترل حرکت، تغییر شکل، تجزیه و هدایت قطره فراهم می‌کند. تحقیق حاضر به شبیه‌سازی پاسخ دینامیکی قطره‌ای معلق در سیالی دیگر، واقع در فضای میان دو الکتروود رسانای دارای اختلاف پتانسیل الکتریکی می‌پردازد. در این راستا تاثیر پتانسیل الکتریکی، هدایت الکتریکی و گذردهی نسبی مورد بررسی قرار گرفته است. مطابق نتایج، افزایش پتانسیل الکتریکی و نسبت هدایت الکتریکی روندی افزایشی را برای تغییر شکل قطره به دنبال دارند، در حالی که افزایش گذردهی نسبی روندی کاهشی-افزایشی را برای تغییر شکل قطره به نمایش می‌گذارد. بررسی الگوی جریان سیال در داخل قطره نشان می‌دهد که قرارگیری قطره در میدان الکتریکی خارجی ضمن ایجاد قطبیت الکتریکی در قطره موجب القای میدانی الکتریکی در داخل آن می‌شود که به پیدایش گردابه‌هایی در درون قطره منتهی می‌شود. بزرگی یا کوچکی هدایت الکتریکی و گذردهی الکتریکی نسبت به یکدیگر کاملاً بر ناحیه‌ی تجمع بارهای الکتریکی در سطح قطره تاثیر می‌گذارند که این تعیین‌کننده‌ی جهت چرخش گردابه‌های درونی قطره می‌باشد. افزایش پتانسیل الکتریکی و به تبع آن تقویت شدت میدان الکتریکی با افزایش تجمع بار الکتریکی در سطح قطره زمینه‌ی تغییر شکل قطره و سپس تجزیه و شکست آن را فراهم می‌سازد. در این حالت قطبیدگی الکتریکی ضمن ایجاد کشیدگی در قطره باعث خروج جت و ساطع شدن ریز قطراتی از آن می‌شود که استمرار این فرآیند با تقلیل جرم در هسته‌ی قطره اصلی به استهلاک نهایی قطره منجر می‌شود.

۱- مقدمه

الکتروهیدرودینامیک شاخه‌ای از علم مکانیک است که به بررسی باردارسازی الکتریکی مایعات و تاثیر نیروهای الکتریکی بر آنها می‌پردازد [۱]. طیف‌سنجی جرمی [۲-۴]، قطره‌سازی مایعات [۵]، تولید بافت‌های رشته‌ای [۶-۸]، چاپگرهای جوهر افشان [۹] و پمپ‌های رسانشی [۱۰] نمونه‌هایی از کاربردهای جاری الکتروهیدرودینامیک هستند. در این راستا همچنین می‌توان به نقش مؤثر الکتروهیدرودینامیک در فرآیندهایی نظیر افزایش نرخ انتقال حرارت جوششی [۱۱]، بهبود یکنواختی در لایه‌نشانی سطوح [۱۲-۱۵] و تجمع و در هم آمیختگی قطرات معلق از یک سیال در سیال دیگر [۱۶] اشاره نمود.

قطره‌ی مایع معلق (به عنوان فاز گسسته) در یک سیال دیگر (به عنوان فاز پیوسته) در بسیاری از فرآیندهای طبیعی نظیر جریان خون در بدن، تولید جریان‌های حبابی در سطح آفینوس و نیز در فرآیندهای صنعتی همانند پالایش نفت خام، اسپری مایعات و راکتورهای جریان حبابی در صنایع شیمیایی رخ می‌دهد. به کارگیری میدان الکتریکی چشم‌اندازی نویدبخش را برای کنترل حرکت، تغییر شکل و هدایت قطره فراهم می‌کند و در کاربردهای

مهندسی نظیر یونیزاسیون مبتنی بر الکترواسپری، انعقاد الکتریکی^۱ و پاشش الکترواستاتیکی سطوح مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۷-۱۸].

پاسخ دینامیکی قطره‌ی واقع در یک میدان الکتریکی، علاوه بر شدت میدان به خواص فیزیکی قطره و سیال محیطی آن نظیر هدایت الکتریکی ویژه، گذردهی الکتریکی، ویسکوزیته و کشش سطحی نیز بستگی دارد. عمده‌ی پژوهش‌های اولیه در این زمینه، بیشتر بر تغییر شکل قطرات نارسانای معلق در سیال نارسانای دیگر تمرکز داشتند [۱۹-۲۲]. در این میان، مطالعه‌ی آلن و میسون [۲۱] را می‌توان به عنوان یکی از مورد توجه‌ترین بررسی‌ها در این زمینه به حساب آورد. این محققین با فرض یک شکل مستدیر (کره‌وار) برای قطره‌ی تغییر شکل‌یافته، میزان این تغییر شکل را از توازن میان نیروهای الکتریکی و کشش سطحی در سطح مشترک میان قطره و محیط پیرامونی به صورت نظری تبیین نمودند و همزمان آزمایشاتی تجربی را برای ارزیابی اعتبار نتایج نظری خود ترتیب دادند. ایشان نشان دادند که هر چند تغییر شکل قطرات رسانا در تطابق با نتایج نظری از الگوی تغییر شکل کشیدگی یا دوکی‌وار تبعیت می‌نماید، ولی این الگو برای قطرات نارسانا منطبق بر تغییر شکل پهن‌شدگی یا پخت می‌باشد که از انحراف قابل توجهی نسبت به نتایج نظری برخوردار است.

فنگ و اسکات^۲ [۳۱] با استفاده از روش اجزای محدود به بررسی تغییر شکل قطره‌ی معلق در سیال دیگر در چارچوب مدل نارسانای تراوا مبادرت نمودند. نتایج مطالعه‌ی ایشان در مقایسه با حل تحلیلیِ مجانبی مسأله نشان می‌دهد که هر چند نتایج عددی و تحلیلی برای تغییر شکل‌های کوچک قطره به خوبی یکدیگر را پوشش می‌دهند، ولی روش مجانبی برای تغییر شکل‌های بزرگ قطره به برآوردی پایین‌تر از مقدار واقعی تغییر شکل منجر می‌شود.

فرناندز^۳ و همکاران [۳۲] با استفاده از روش حجم محدود مبتنی بر ردگیری پیشرو به بررسی تأثیر میدان الکتریکی بر امولسیون‌ی از قطرات در یک کانال پرداختند. در این خصوص از مدل تراوشی تیلور برای تعیین میدان الکتریکی و توزیع بار الکتریکی در قطرات استفاده شد. نتایج حاصل نشان دادند که بسته به نسبت هدایت الکتریکی ویژه‌ی قطره به سیال محیطی و نیز نسبت گذردهی نسبی آنها به یکدیگر، تغییر شکل قطره می‌تواند به صورت پهن (پخت) و یا کشیده (دوکی) به وقوع بپیوندد.

سوپین^۴ و همکاران [۳۳] با استفاده از روش اجزای محدود به مطالعه‌ی تغییر شکل قطره تحت تأثیر میدان الکتریکی مبادرت ورزیدند. مدل ایشان مبتنی بر توازن میان نیروهای ویسکوزیته، الکتریکی و تنش سطحی در سطح مشترک میان قطره و سیال پیرامونی آن شکل گرفته است. نتایج کار ایشان نشان می‌دهد که تغییر در نسبت هدایت الکتریکی دو سیال می‌تواند محدوده‌ی نسبتاً وسیعی از تغییر شکل قطره را ایجاد نماید. این تحقیق همچنین نشان داد که در مقادیر پایین ولتاژ، توافق بسیار خوبی میان نتایج حاصل با نتایج تحلیلی وجود دارد ولی در مقادیر بالای ولتاژ، این نتایج با ارائه‌ی پاسخی غیرخطی، از پاسخ‌های تحلیلی منحرف می‌شوند.

قازیان و همکاران [۳۴] با استفاده از نرم افزار کامسول^۵، شبیه‌سازی سه بعدی از تغییر شکل یک قطره را ارائه کردند. در بررسی ایشان، هر دو سیال (قطره و محیط پیرامونی) با فرض نارسانایی تراوشی مورد مطالعه قرار گرفتند. نتایج بررسی به معرفی سه حالت تغییر شکل، شامل حالت‌های پهن‌شدگی، کشیدگی نوسانی و شکست قطره به قطرات ریزتر منتهی گردیده است. این بررسی نشان می‌دهد که ازدیاد ولتاژ در حالت دوم (حالت نوسانی) سبب تضعیف تغییر شکل کشیدگی می‌شود و ازدیاد بیشتر آن به شکست قطره و ایجاد شکلی دونات مانند می‌انجامد. لوپز-هرارا و همکاران [۳۵] یک حل گر برای مسائل دوفازی الکتروهیدرودینامیکی بر پایه‌ی روش حجم سیال و برای استفاده در نرم افزار جریس^۶ توسعه دادند. ایشان سعی کردند تا با لحاظ کردن همزمان انتقال هدایتی بار الکتریکی در کنار انتقال جابه‌جایی بار الکتریکی به قابلیت‌ی بهتر در شبیه‌سازی تغییر شکل قطره دست یابند. این قابلیت در راستای تمرکز بر سطح مشترک میان دو سیال و فارغ از رفتار

نارسایی نظریه‌های موجود در زمینه‌ی تحلیل تغییر شکل قطرات نارسای معلق در یک میدان الکتریکی موجب شد تا تیلور [۲۶-۲۳] در دهه‌ی شصت میلادی ضمن بررسی این موضوع موفق به ارائه‌ی مدل نارسانای تراوا موسوم به مدل تراوشی تیلور گردد. این مدل نقطه شروعی بود تا محققین بتوانند فاصله‌ی میان نتایج تجربی و نتایج نظری را کاهش دهند. هرچند این مدل بر بسیاری از انحراف‌های موجود میان آزمایش‌های تجربی و تحلیل‌های نظری غلبه کرد، اما تفاوت‌های باقی‌مانده سبب شد تا محققین به سوی مطالعه و تعمیق بیشتر در جنبه‌هایی از نظریه‌ی تیلور روی آورند که قادر به ارائه رفتار صحیحی از نتایج تجربی نبود. البته نمی‌توان این نکته را از نظر دور داشت که اساساً مدل تراوشی تیلور زمینه‌ی توسعه‌ی الکتروهیدرودینامیک را توسط ملچر [۲۷] در سال‌های بعد فراهم ساخت که خود به تبیین بیشتر مدل انجامید که تحت عنوان مدل تراوشی تیلور-ملچر نیز شناخته می‌شود. هر چند مدل اولیه‌ی تیلور بسیاری از مطالعات تجربی را از نظر کیفی تأیید می‌کرد ولی این مدل از نظر تطابق کمی دارای ضعف بود. با این حال انجام مطالعات بیشتر به ویژه در دهه‌های هشتاد و نود میلادی ضمن اینکه تطابق بهتری را با نتایج تجربی فراهم نمود، مضافاً نشان داد که مدل نارسانای تراوا از ماهیتی فراگیر و عمومی‌تر نسبت به آنچه که در ابتدا تصور می‌شد، برخوردار است [۲۸]. مطالب تکمیلی در مورد تئوری تیلور در پیوست (الف) ارائه شده است.

تغییر شکل و تجزیه‌ی قطرات مایع در میدان الکتریکی که از منظر کلی مبتنی بر پاسخ دینامیکی قطره به شدت میدان الکتریکی است، خود یکی از موضوعات مهم در حوزه الکتروهیدرودینامیک محسوب می‌شوند. بررسی عددی این موضوع یکی از رویکردهای پژوهشی به حساب می‌آید که طی سال‌های گذشته تاکنون مطمح نظر محققان قرار گرفته است. در این مطالعات که مبتنی بر بررسی پدیده‌ی دو فازی متشکل از قطره و محیط پیرامونی آن است، از منظر روش عددی می‌توان روش ردگیری میان این دو فاز گسسته و پیوسته را به عنوان یکی از مهم‌ترین تفاوت‌های موجود در روش تحقیق در نظر گرفت. فعالیت باساران و اسکرایون^۱ [۲۹] را می‌توان در زمره‌ی اولین بررسی‌های عددی نظام‌مند در زمینه‌ی تغییر شکل قطره در یک میدان الکتریکی به حساب آورد. ایشان با استفاده از روش اجزای محدود و بر اساس حل معادله یانگ-لاپلاس (ناظر بر مرز مشترک دو فاز) و معادله لاپلاس (جهت تعیین میدان الکتریکی) به بررسی عددی تغییر شکل قطره‌ی رسانا در یک سیال نارسانا پرداختند. این بررسی که برای حالت غیر لزج حاصل گردید، تغییر شکل قطره را در شرایط تعادلی آن با میدان الکتریکی برای قطراتی با سطوح بارداری الکتریکی کمتر از حد ریلی به صورت کشیدگی و دو شاخگی مشخص نمود. این بررسی همچنین در مطالعه‌ی تجربی توسط محققان دیگری به کار گرفته شد و تطابق قابل قبولی را میان فرکانس‌های نوسانی قطره با نتایج تجربی به ارمغان آورد [۳۰].

2 Feng and Scott
3 Fernandez
4 Supeene
5 COMSOL
6 Gerris

1 Basaran and Scriven

الکتریکی سیال است که امکان تحلیل گذرای انتقال بار الکتریکی (به ویژه در سیالات نارسانا) را از توده‌ی سیال به سطح آن فراهم می‌سازد. پاک‌نعمت و همکاران [۳۶] با استفاده از روش تفاضل محدود و بهره‌گیری از روش مجموعه سطح هم‌تراز به حل مجموعه معادلات ناویر استوکس برای شبیه‌سازی تغییر شکل قطره تحت میدان الکتریکی پرداختند. تأکید اصلی پژوهش ایشان را می‌توان در به کارگیری روش سیال خیالی^۱ جهت بررسی حرکت سیال در سطح مشترک دو فاز برشمرد. ایشان نتایج شبیه‌سازی را برای سه حالت تغییر شکل قطره نارسانا، نارسانای تراوشی و رسانا با نتایج تحلیلی و تجربی موجود در ادبیات مقایسه کردند که حاکی از رضایت‌بخش بودن نتایج حاصل از روش مذکور است.

شادلو و همکاران [۱۸] یک مدل عددی دو فازی را در فضای لاگرانژی دوبعدی برای مطالعه تغییر شکل قطره در یک سیال ساکن تحت تأثیر میدان الکتریکی و بر اساس مدل نارسانای تراوشی ارائه نمودند. در این تحقیق بسته به نسبت‌های مختلف گذردهی نسبی و هدایت الکتریکی ویژه‌ی سیال قطره و سیال محیطی و به ازای مقادیر مختلفی از ولتاژ اعمال شده، الگوهای مختلفی از تغییر شکل قطره مشاهده می‌شود. هر چند این الگوها در تغییر شکل‌های کوچک قطره تطابق مناسبی را با نتایج تحلیلی نشان می‌دهند ولی برای تغییر شکل‌های بزرگ قطره دچار بیش‌تخمینی می‌شوند که این موضوع به ماهیت مدل‌های نظری مربوط می‌شود که بر تغییر شکل‌های کوچک و کروی بودن قطره استوار هستند.

لین و همکاران [۳۷] از مدل میدان فازی برای ردگیری سطح مشترک دو فاز در فرآیند الکتروهیدرودینامیک استفاده کردند. ایشان برای اعتبارسنجی نتایج مدل مذکور نتایج شبیه‌سازی را برای تغییر شکل قطره تحت میدان الکتریکی با نتایج تحلیلی و عددی موجود در ادبیات مقایسه نمودند که توافق خوبی را میان آن‌ها به نمایش گذارد. ایشان در ادامه تأثیر ویسکوزیته و کشش سطحی را بر ادغام دو قطره تحت میدان الکتریکی مورد بررسی قرار دادند. نتایج حاصل نشان می‌دهد که ویسکوزیته‌ی بالای سیال پیوسته موجب افزایش زمان ادغام می‌شود و کشش سطحی پایین، امکان تجزیه دو قطره را قبل از ادغام افزایش می‌دهد.

لیما و د‌آویلا^۲ [۳۸] تغییر شکل الکتروهیدرودینامیکی قطرات سیال را بر اساس مدل نارسانای تراوشی با استفاده از نرم افزار این‌فوم^۳ و با بهره‌گیری از روش حجم سیال مورد بررسی قرار دادند. در این بررسی، قطره در دو حالت نیوتونی و ویسکوالاستیک و محیط پیرامونی در حالت نیوتونی در نظر گرفته شدند. نتایج شبیه‌سازی برای قطره‌ی نیوتونی، هر چند تغییر شکل کشیدگی را در موافقت با نتایج تجربی و تحلیلی به نمایش می‌گذارد ولی این نتایج برای قطره‌ی ویسکوالاستیک حاکی از آن است که تغییر شکل قطره با افزایش زمان آرامش بار الکتریکی و ضریب تحرک‌پذیری آن کاهش می‌یابد. هرچند این نتایج نشان می‌دهند که مشخصه‌های سیال مانند هدایت

شادلو و همکاران [۱۸] یک مدل عددی دو فازی را در فضای لاگرانژی دوبعدی برای مطالعه تغییر شکل قطره در یک سیال ساکن تحت تأثیر میدان الکتریکی و بر اساس مدل نارسانای تراوشی ارائه نمودند. در این تحقیق بسته به نسبت‌های مختلف گذردهی نسبی و هدایت الکتریکی ویژه‌ی سیال قطره و سیال محیطی و به ازای مقادیر مختلفی از ولتاژ اعمال شده، الگوهای مختلفی از تغییر شکل قطره مشاهده می‌شود. هر چند این الگوها در تغییر شکل‌های کوچک قطره تطابق مناسبی را با نتایج تحلیلی نشان می‌دهند ولی برای تغییر شکل‌های بزرگ قطره دچار بیش‌تخمینی می‌شوند که این موضوع به ماهیت مدل‌های نظری مربوط می‌شود که بر تغییر شکل‌های کوچک و کروی بودن قطره استوار هستند.

لیما و د‌آویلا^۲ [۳۸] تغییر شکل الکتروهیدرودینامیکی قطرات سیال را بر اساس مدل نارسانای تراوشی با استفاده از نرم افزار این‌فوم^۳ و با بهره‌گیری از روش حجم سیال مورد بررسی قرار دادند. در این بررسی، قطره در دو حالت نیوتونی و ویسکوالاستیک و محیط پیرامونی در حالت نیوتونی در نظر گرفته شدند. نتایج شبیه‌سازی برای قطره‌ی نیوتونی، هر چند تغییر شکل کشیدگی را در موافقت با نتایج تجربی و تحلیلی به نمایش می‌گذارد ولی این نتایج برای قطره‌ی ویسکوالاستیک حاکی از آن است که تغییر شکل قطره با افزایش زمان آرامش بار الکتریکی و ضریب تحرک‌پذیری آن کاهش می‌یابد. هرچند این نتایج نشان می‌دهند که مشخصه‌های سیال مانند هدایت

لیما و د‌آویلا^۲ [۳۸] تغییر شکل الکتروهیدرودینامیکی قطرات سیال را بر اساس مدل نارسانای تراوشی با استفاده از نرم افزار این‌فوم^۳ و با بهره‌گیری از روش حجم سیال مورد بررسی قرار دادند. در این بررسی، قطره در دو حالت نیوتونی و ویسکوالاستیک و محیط پیرامونی در حالت نیوتونی در نظر گرفته شدند. نتایج شبیه‌سازی برای قطره‌ی نیوتونی، هر چند تغییر شکل کشیدگی را در موافقت با نتایج تجربی و تحلیلی به نمایش می‌گذارد ولی این نتایج برای قطره‌ی ویسکوالاستیک حاکی از آن است که تغییر شکل قطره با افزایش زمان آرامش بار الکتریکی و ضریب تحرک‌پذیری آن کاهش می‌یابد. هرچند این نتایج نشان می‌دهند که مشخصه‌های سیال مانند هدایت

- 1 Ghost Fluid Method
- 2 Lima and d'Ávila
- 3 OpenFOAM

۲- معادلات اساسی

پدیده‌ی الکتروهیدرودینامیک مبتنی بر باردارسازی الکتریکی یک سیال تراکم‌ناپذیر (به عنوان فاز گسسته) است که در یک سیال محیطی (به عنوان فاز پیوسته) تحت تأثیر نیروهای الکتریکی قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی چنین پدیده‌ای مستلزم حل معادلات حاکم بر جریان سیال (بقاء جرم و ممنتوم) به همراه ردگیری سطح مشترک میان دو فاز سیال و معادلات الکتریکی می‌باشد. بر این اساس، معادله‌ی بقاء جرم در یک جریان تراکم‌ناپذیر مطابق رابطه زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد [۳۹]:

$$\nabla \vec{u} = 0 \quad (1)$$

در رابطه اخیر \vec{u} بردار سرعت سیال است. معادله ممنتوم با در نظر گرفتن نیروی کشش سطحی در سطح مشترک میان دو فاز سیال (\vec{F}_{ST}) و نیروی ناشی از میدان الکتریکی (\vec{F}_{ES}) به عنوان نیروهای حجمی و با صرف نظر از نیروی ثقلی مطابق رابطه‌ی زیر بیان می‌گردد [۳۹]:

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right] = \nabla P + \mu \nabla^2 \vec{u} + \vec{F}_{ST} + \vec{F}_{ES} \quad (2)$$

که ρ چگالی، μ ویسکوزیته دینامیکی و P فشار است. در این مطالعه برای تعیین نیروی کشش سطحی از الگوی نیروی سطح

زیر بیان می‌شود [۴۲]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}C) = 0 \quad (۵)$$

از آنجایی که در جریان دو فاز تراکم‌ناپذیر، معادله بقاء جرم همان معادله بقاء حجم است، لذا استفاده از بقاء حجم هر سیال یک مزیت مهم در روش حجم سیال به شمار می‌رود [۴۳]. در این راستا، اگر تابع کسر حجمی به عنوان تابع مشخصه‌ی معرف سطح مشترک میان دو فاز (یعنی $\tilde{C}=C$) در نظر گرفته شود، در این صورت $\vec{n}=\nabla\tilde{C}=\nabla C$ خواهد بود و لذا نیروی ناشی از کشش سطحی در رابطه‌ی (۴) به شکل زیر در می‌آید:

$$\vec{F}_{ST} = -\gamma \left(\nabla \cdot \frac{\nabla C}{|\nabla C|} \right) \nabla C \quad (۶)$$

نظر به وجود همزمان دو سیال غیر قابل اختلاط در سطح مشترک میان دو فاز، هر یک از خواص فیزیکی و الکتریکی دو فاز می‌بایستی در قالب یک خاصیت مؤثر در سطح مشترک معرفی شوند. از این رو، خواص هر دو سیال مخلوط نشدنی به عنوان یک خاصیت مؤثر در سراسر دامنه محاسباتی و بر حسب تابع کسر حجمی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند [۳۵]:

$$A = A_l + A_g (1 - C) \quad (۷)$$

که A خاصیت مورد نظر و زیر نویس‌های l و g به ترتیب بیان‌گر فازهای مایع و گاز هستند.

نیروی الکتریکی، دیگر نیروی حجمی موجود در معادله ممنتوم (رابطه ۲) است که از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید [۳۵]:

$$\vec{F}_{ES} = \rho_e \vec{E} - \frac{1}{2} (\vec{E})^2 \nabla \varepsilon \quad (۸)$$

که ρ_e چگالی حجمی بار الکتریکی آزاد و ε ضریب گذردهی الکتریکی سیال ($\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$) مبتنی بر حاصل ضرب ε_0 ، ضریب گذردهی خلاء، در ε_r گذردهی نسبی سیال) می‌باشد. جمله‌ی اول در سمت راست معادله‌ی (۸) نیروی کولنی است که نتیجه‌ی برهم‌کنش متقابل میان مجموعه‌ی بارهای الکتریکی آزاد و میدان الکتریکی می‌باشد و هم‌راستا و هم‌جهت با میدان الکتریکی عمل می‌کند. جمله‌ی دوم، نیروی دی‌الکتریک است که با توجه به عملگر گرادینان در عبارت $\nabla \varepsilon$ در جهت عمود بر سطح مشترک دو فاز عمل می‌کند.

محاسبه‌ی نیروی الکتریکی مستلزم تعیین میدان الکتریکی ناشی از اعمال پتانسیل الکتریکی بر سیال است. با توجه به ناچیز بودن مشخصه‌ی زمانی حاکم بر میدان مغناطیسی ($t_m = \mu_m K l$)، نفوذپذیری مغناطیسی و l مشخصه‌ی طولی) در مقایسه با مشخصه‌ی زمانی ناظر بر میدان الکتریکی ($t_e = \varepsilon_0 \varepsilon_r / K$)، اثرات القایی ناشی از میدان مغناطیسی قابل اغماض هستند. از این رو با تبدیل معادله‌ی ماکسول - فارادی به معادله‌ی پواسون می‌توان پدیده

پیوسته استفاده می‌شود [۴۰]. در این الگو نیروی کشش سطحی به عنوان منشأ یک نیروی حجمی معرفی شده و با فرض ثابت بودن ضریب کشش سطحی به صورت زیر معرفی می‌گردد،

$$\vec{F}_{ST} = \gamma \kappa \vec{n} \quad (۳)$$

که κ انحنا‌ی سطح مشترک دو فاز و \vec{n} بردار عمود بر سطح مشترک است. مطابق رابطه‌ی (۳)، نیروی حجمی منبث از کشش سطحی (با فرض ثابت بودن ضریب کشش سطحی) در راستای عمود بر سطح مشترک دو فاز عمل می‌کند و متناسب با انحنا‌ی سطح مشترک میان دو فاز تغییر می‌کند. از یک طرف با فرض این که سطح مشترک دو فاز از ضخامتی بسیار کوچک برخوردار باشد، می‌توان این سطح را همانند یک رویه در نظر گرفت. از طرفی دیگر بر اساس مبانی ریاضی، می‌توان انحنا‌ی رویه (مترادف با سطح مشترک دو فاز) را بر حسب دیورژانس بردار واحد عمود بر سطح مشترک، یعنی \hat{n} ، به صورت $\kappa = \nabla \cdot \hat{n}$ بیان نمود که \hat{n} از رابطه‌ی $\hat{n} = \vec{n} / |\vec{n}|$ به دست می‌آید. در رویکرد نیروی سطح پیوسته، ضخامت سطح مشترک میان دو فاز بسیار کوچک‌تر از انحنا‌ی سطح مشترک در نظر گرفته می‌شود که تغییرات پیوسته و همواری را برای خواص فیزیکی سیال از یک فاز به فاز دیگر به دنبال دارد. حال اگر تابع مشخصه‌ی سطح مشترک میان دو فاز، که به عبارتی تابع مربوط به رویه‌ی بسیار نازک این سطح می‌باشد، با پارامتر \tilde{C} معرفی شود، در این صورت می‌توان (با یادآوری اصول حساب دیفرانسیل) بردار عمود بر سطح مشترک را به صورت $\vec{n} = \nabla \tilde{C}$ نوشت. بدین ترتیب با مشخص شدن انحنا و بردار عمود بر سطح مشترک (یعنی $\nabla \tilde{C}$ و $\nabla \cdot \hat{n}$)، و جایگذاری آنها در رابطه‌ی (۳)، نتیجه به رابطه‌ی زیر منتهی می‌شود،

$$\vec{F}_{ST} = -\gamma (\nabla \cdot \hat{n}) \nabla \tilde{C} \quad (۴)$$

رابطه‌ی اخیر نشان می‌دهد که محاسبه نیروی ناشی از کشش سطحی مستلزم تعیین تابع مشخصه‌ی سطح مشترک دو فاز است. برای ردگیری زمانی و پیوسته این سطح مشترک می‌توان روش‌های مختلفی را در منابع علمی شناسایی نمود که از آن میان، روش‌های حجم سیال [۴۱-۴۳] و سطح هم‌تراز [۴۴-۴۶] در زمره‌ی مهم‌ترین و توسعه یافته‌ترین روش‌ها محسوب می‌شوند.

روش حجم سیال رویکردی است که در پژوهش حاضر از آن برای ردگیری سطح مشترک میان دو فاز استفاده می‌شود. روش حجم سیال بر پایه‌ی تابع کسر حجمی C تعریف می‌شود که برای سلولی از دامنه‌ی محاسباتی که با فاز مایع پر شده باشد معادل یک، و برای همان سلول در حالتی که پر از فاز گاز باشد معادل صفر، و برای سلول‌های حاوی هر دو سیال در محدوده‌ی $0 < C < 1$ در نظر گرفته می‌شود. تابع کسر حجمی C یک تابع اسکالر است و برای حالتی که سیال با بردار سرعت \vec{u} در حال حرکت باشد، معادله‌ی جابه‌جایی حاکم بر آن در حالت استاندارد به صورت

معادله (یعنی رابطه‌ی (۵)) بوده و از صورت توسعه یافته‌ی آن به شکل زیر استفاده می‌کند [۴۷-۴۹]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{u}C) + \nabla \cdot [\bar{u}_r C (1-C)] = 0 \quad (14)$$

در راستای اعتبارسنجی حل گر اینترفوم، مسائل معیار متعددی با استفاده از این حل گر شبیه‌سازی شده‌اند و نتایج حاصل از آن‌ها با نتایج تحلیلی، تجربی و عددی متناظر مقایسه گردیده‌اند [۵۳-۵۰]. در تمامی این موارد می‌توان اعتبار و صحت حل گر اینترفوم را مشاهده نمود که کارایی آن را در شبیه‌سازی جریان‌های دو فازی تراکم‌ناپذیر مورد تأیید قرار می‌دهند. با توجه به اینکه اینترفوم یک حل گر جریان دو فازیه هیدرودینامیکی است، بنابراین این حل گر معادلات الکتریکی را در بر نمی‌گیرد. از این رو در مطالعه‌ی حاضر پس از تدوین و فراهم‌سازی شرایط پس زمینه (مانند تعریف متغیرهای جدید، افزودن معادله‌های محاسبه خواص الکتریکی بر مبنای معادله (۷)، فراخوانی خواص فیزیکی الکتریکی و سایر موارد)، با اضافه نمودن معادلات الکتریکی حاکم (روابط ۱۰ و ۱۳) به حل گر مذکور، معادلات ناویر-استوکس نیز در تطابق با معادله (۲) بازسازی شدند تا شرایط برای شبیه‌سازی فرآیند الکترودینامیک فراهم شود. ساختار کلی حل مجموعه معادلات در این شبیه‌سازی مبتنی بر الگوریتمی است که نمودار جریانی آن در شکل ۱ نشان داده شده است و از شاخصه‌های اصلی زیر برخوردار است:

۱. با در نظر گرفتن لحظه‌ی صفر، شرایط اولیه و مرزی (مانند توزیع اولیه‌ی کسر حجمی، دبی ورودی مایع و پتانسیل الکتریکی) و همچنین گام زمانی حل و خواص فیزیکی مؤثر در دامنه محاسباتی اعمال می‌شوند.
۲. معادله‌ی کسر حجمی (رابطه‌ی (۱۴)) برای تعیین کسر حجمی و تصحیح خواص فیزیکی مؤثر در جریان دو فازی حل می‌شود.
۳. معادلات الکتریکی حاکم (روابط (۱۰) و (۱۳)) حل می‌شوند که بر آن اساس توزیع بار الکتریکی حجمی و میدان الکتریکی در دامنه‌ی محاسباتی تعیین می‌شوند.
۴. معادلات پیوستگی جرم و ممنتوم (روابط (۱) و (۲)) با در نظر گرفتن جملات مربوط به نیروهای الکتریکی (رابطه‌ی (۸)) و کشش سطحی (رابطه‌ی (۶)) حل می‌شوند و پس از رسیدن به هم‌گرایی در روند حل، میدان سرعت در دامنه‌ی محاسباتی تعیین می‌شود. ذکر این نکته لازم است که برای کوپل میدان سرعت و فشار از الگوریتم پیمپل (ترکیبی از دو الگوریتم سیمپل^۲ و پیزو^۳) استفاده شده است.
۵. از آنجایی که حل در حالت گذرا انجام می‌شود، با استفاده از گام زمانی متغیر بر مبنای تعیین بیشینه‌ی عدد کورانت در هر گام، حل تا رسیدن به پایداری زمانی فرآیند (t_{out}) ادامه می‌یابد.

الکتریکی را با استفاده از معادله زیر بررسی نمود [۳۹ و ۲۸]:

$$\nabla(\epsilon \bar{E}) = \rho_e \quad (9)$$

اغماض اثرات القایی ناشی از میدان مغناطیسی در فرآیند الکترودینامیک مترادف با غیرچرخشی بودن میدان الکتریکی (یعنی $\nabla \times \bar{E} = 0$) است. بنابراین با رجوع به مبانی حساب دیفرانسیل، میدان الکتریکی غیر چرخشی را می‌توان بر حسب گرادیان یک تابع اسکالر مانند پتانسیل الکتریکی Φ (یعنی $\bar{E} = -\nabla \Phi$) بیان نمود. در این حالت، معادله‌ی پواسون در رابطه‌ی (۹) را می‌توان به شکل زیر نوشت،

$$\nabla(\epsilon \nabla \Phi) = -\rho_e \quad (10)$$

تأمین اصل بقای بار الکتریکی موضوع دیگری است که در فرآیند الکترودینامیک می‌بایستی مورد بررسی قرار گیرد تا از موازنه‌ی بار الکتریکی اطمینان حاصل شود. بدین منظور معادله بقای بار الکتریکی مطابق رابطه‌ی زیر در نظر گرفته می‌شود [۳۵]:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{J} = 0 \quad (11)$$

که \bar{J} شار بار الکتریکی بوده و به صورت زیر است [۳۵]:

$$\bar{J} = \rho_e \bar{u} + K \bar{E} \quad (12)$$

استفاده از عملگر برداری دیفرانسیل و حاصل ضرب داخلی آن بر طرفین رابطه‌ی (۱۲) و همچنین با توجه به $\bar{E} = -\nabla \Phi$ و جایگذاری آن در رابطه‌ی (۱۱)، معادله‌ی بقای بار الکتریکی به رابطه‌ی زیر منتهی می‌شود:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_e \bar{u}) - \nabla \cdot (K \nabla \Phi) = 0 \quad (13)$$

در رابطه‌ی اخیر، عبارات دوم و سوم در سمت چپ تساوی به ترتیب بیانگر جریان بار الکتریکی جابه‌جایی و جریان بار الکتریکی هدایتی می‌باشند.

۳- رویکرد حل

شبیه‌سازی عددی فرآیند الکترودینامیک مستلزم حل همزمان و پیوسته‌ی (کوپل) معادلات اساسی جریان سیال و معادلات الکتریکی حاکم است که در قسمت قبل مورد ارائه و بحث قرار گرفتند. در این پژوهش برای حل این مجموعه معادلات از نرم افزار متن باز این فوم استفاده شده است. حل گر اینترفوم^۱ یکی از حل‌گرهایی است که در نرم افزار این فوم برای جریان‌های دو فازیه تراکم‌ناپذیر مورد استفاده قرار می‌گیرد. مبنای محاسباتی این حل گر بر حل معادلات ناویر-استوکس به همراه ردگیری سطح مشترک دو فاز بر اساس روش حجم سیال می‌باشد. لازم به توضیح است که معادله کسر حجمی در این حل گر متفاوت از حالت استاندارد این

2 SIMPLE

3 PISO

1 InterFoam

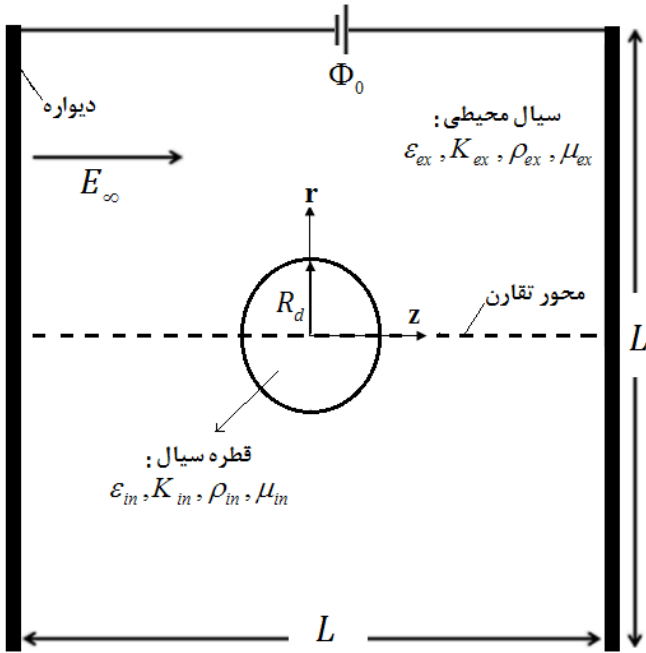


Fig. 2. Physical domain configuration

شکل ۲: هندسه دامنه فیزیکی

گرفته شده‌اند. در مطالعه‌ی فعلی شبیه‌سازی‌ها در حالت متقارن محوری انجام شده‌اند و لذا مطابق شکل ۳ نیمی از هندسه مسئله به عنوان دامنه‌ی محاسباتی در نظر گرفته شده است.

دامنه محاسباتی به صورت غیر یکنواخت و با استفاده از شبکه‌بندی باسازمان گسسته شده است. در بررسی استقلال حل از شبکه‌بندی دامنه محاسباتی، سه شبکه با شرایط $R_d/\Delta z=200$ ، $R_d/\Delta z=100$ و $R_d/\Delta z=300$ در ناحیه قطره در نظر گرفته شد و برای خواص سیالات مطابق با جدول ۱ و به ازای پتانسیلی الکتریکی معادل 3300 V شبیه‌سازی‌ها انجام گرفت. در شکل ۴ تغییرات میدان الکتریکی روی محور تقارن و در شکل ۶ تغییر شکل قطره برای سه شبکه‌بندی مذکور رسم شده‌اند. بر اساس این دو شکل، شبکه با شرایط $R_d/\Delta z=200$ برای شبیه‌سازی‌های بعدی انتخاب گردید که ابعاد سلول‌های شبکه‌بندی در ناحیه قطره دارای کوچکترین اندازه‌ی خود و برابر $5\text{ }\mu\text{m}$ بوده و تعداد کل سلول‌ها 228360 می‌باشد.

شرایط مرزی مسئله بر اساس شماره‌گذاری صورت گرفته در شکل ۳ به صورت زیر است:

جدول ۱: خواص فیزیکی فازهای سیال در بررسی استقلال حل از شبکه‌بندی

Table 1. Physical properties of the fluid phases used in the assessment of solution independence of grid size

خاصیت فیزیکی	ρ (kg m ⁻³)	μ (mPa s)	K (S m ⁻¹)	ϵ	γ (N m ⁻¹)
هپتان	۶۸۴	۰/۴۲	$1/15 \times 10^{-6}$	$1/93 \epsilon_0$	
هوا	۱/۲۲۵	۰/۰۱۸۳	$1/05 \times 10^{-12}$	ϵ_0	۰/۰۱۸۶

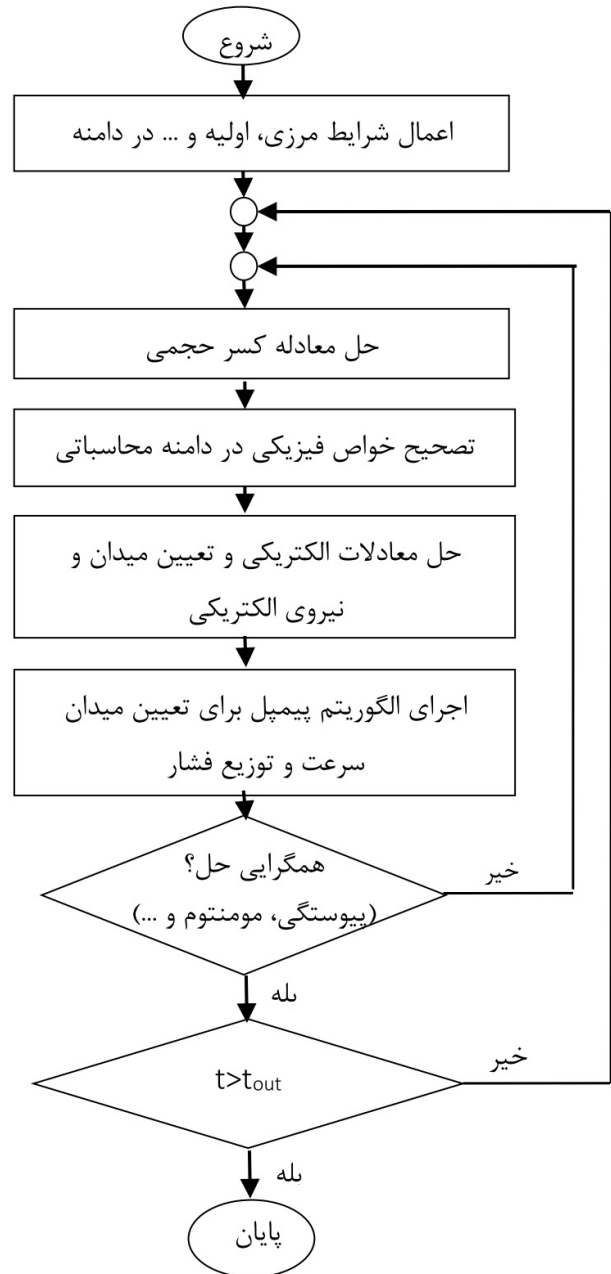


Fig. 1. Flow chart of solution approach

شکل ۱: نمودار جریان الگوریتم حل

۴- تعریف مسئله

در تحقیق حاضر، تأثیر میدان الکتریکی بر قطره‌ی کروی واقع در میان دو دیسک موازی که دارای اختلاف پتانسیل الکتریکی نسبت به یکدیگر هستند مورد مطالعه قرار می‌گیرد. اختلاف پتانسیل میان دو دیسک منشأ ایجاد یک میدان الکتریکی می‌شود که در ابتدا قطبیت الکتریکی قطره و در پی آن تغییر شکل آن را به دنبال دارد. شکل ۲ ترسیمی از هندسه مسئله‌ی مورد مطالعه را نمایش می‌دهد که منطبق بر دامنه‌ی فیزیکی حل است و در آن، قطره در حد واسط میان دو دیسک قرار دارد. قطر دیسک‌ها با فاصله‌ی میان آن دو با هم برابر بوده و 14 mm میلی‌متر ($L=14\text{ mm}$) در نظر

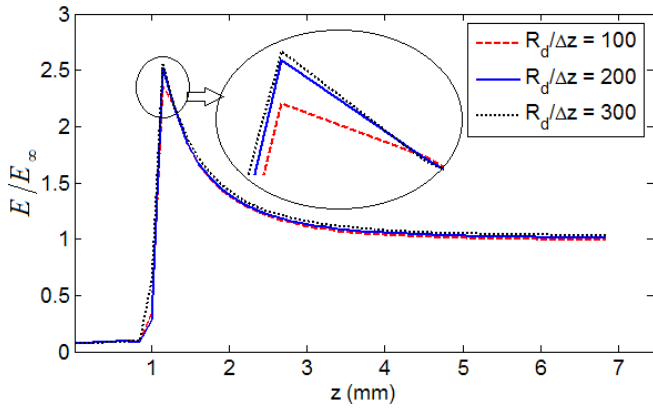


Fig. 4. Electric field variation on axis of symmetry for different grid sizes

شکل ۴: تغییرات میدان الکتریکی روی محور تقارن در شبکه بندی های مختلف

مرزی بدون لغزش ($u_r = u_z = 0$) و پتانسیل الکتریکی ثابت $\Phi = \Phi_0$ برخوردار است.

- مرز (۳-۳) یک مرز آزاد است که در آن گرادیان های سرعت و پتانسیل الکتریکی صفر می باشند
- مرز (۳-۴) منطبق بر سطح دیسک سمت راست در شکل ۲ و به عنوان یک مرز صلب در نظر گرفته می شود. این سطح همانند مرز (۱-۲) بوده و دارای شرط مرزی بدون لغزش ($u_r = u_z = 0$) است و به عنوان الکتروود زمین با پتانسیل الکتریکی صفر ($\Phi = 0$) اختیار می شود.

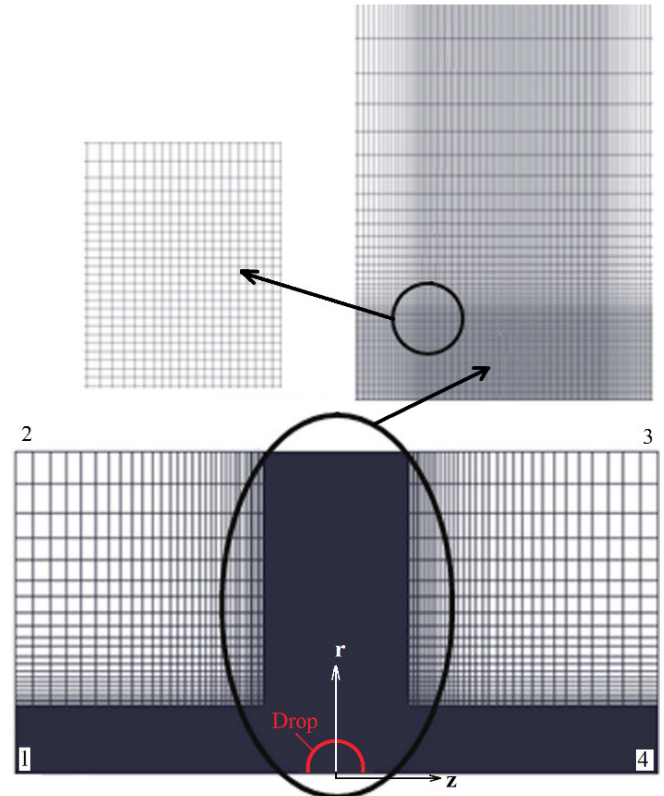


Fig. 3. Computational grid

شکل ۳: شبکه محاسباتی

- مرز (۱-۲) منطبق بر سطح دیسک سمت چپ در شکل ۲ و به عنوان یک مرز صلب در نظر گرفته شده است. این سطح از شرط

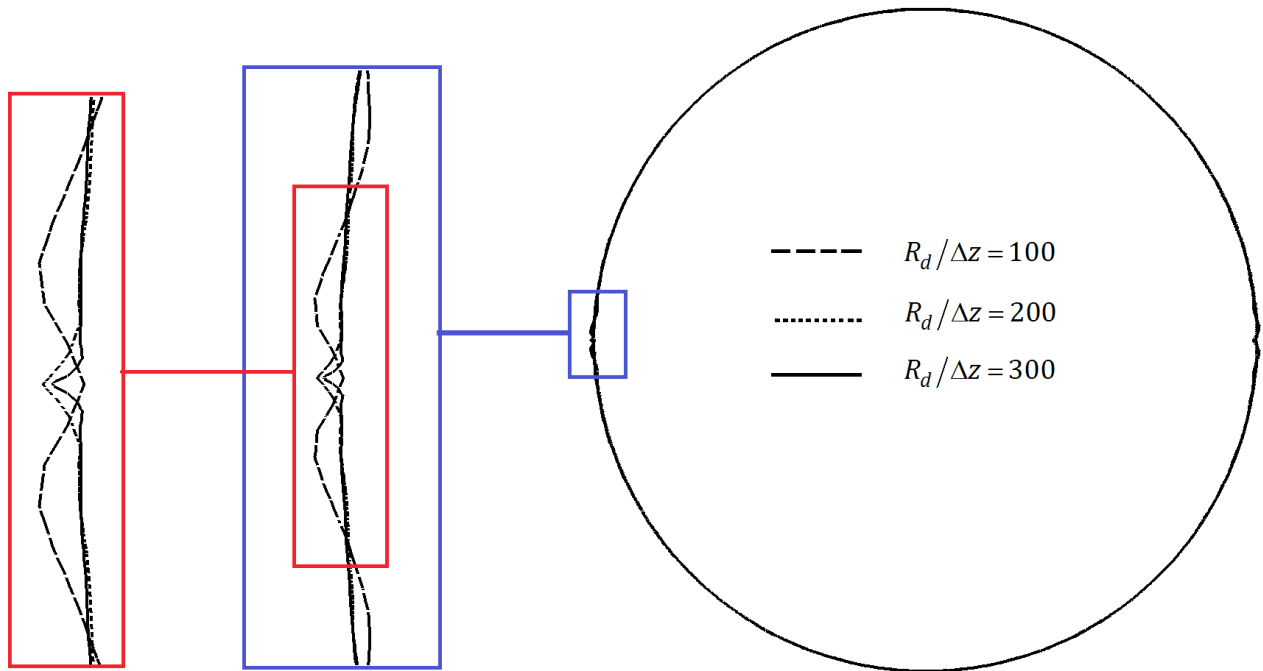


Fig. 5. Variation of drop deformation for different grid sizes

شکل ۵: تغییر شکل قطره به ازای ابعاد مختلف شبکه بندی

خطوط پتانسیل ثابت به هنگام نزدیک شدن به قطره می‌شود. شکل ۷ توزیع میدان الکتریکی شعاعی را روی محور تقارن ($-L/2 < r < 0$ ، $\theta=0$) و برای شرایطی متناظر با شکل ۶ نشان می‌دهد. مطابق این شکل می‌توان توافق بسیار خوبی را میان نتایج حاصل از شبیه‌سازی حاضر در مقایسه با تئوری تیلور (رابطه‌ی الف-۴) ملاحظه نمود.

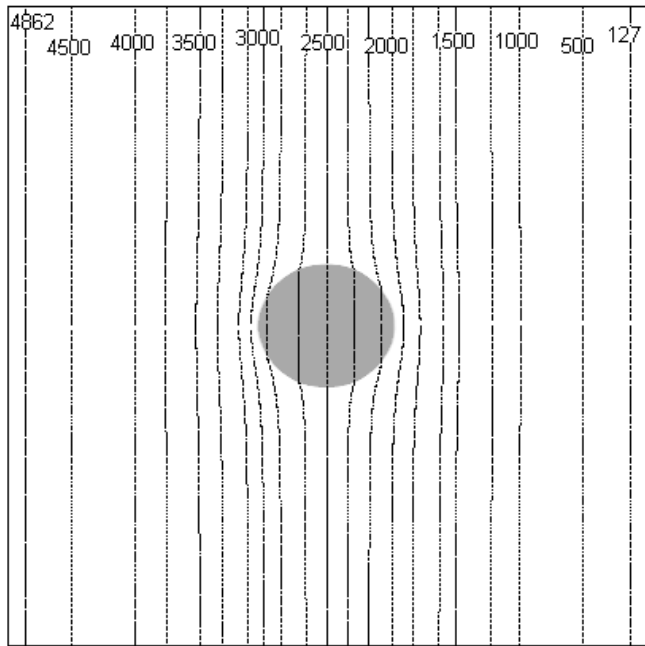


Fig. 6. Equipotentials in computational domain for $\Phi_0=5$ kV, $K_r=10$ and $\epsilon_r=2$

شکل ۶: توزیع خطوط هم‌تراز پتانسیل الکتریکی در دامنه محاسباتی در شرایط $\epsilon_r=2$ و $K_r=10$ ، $\Phi_0=5$ kV

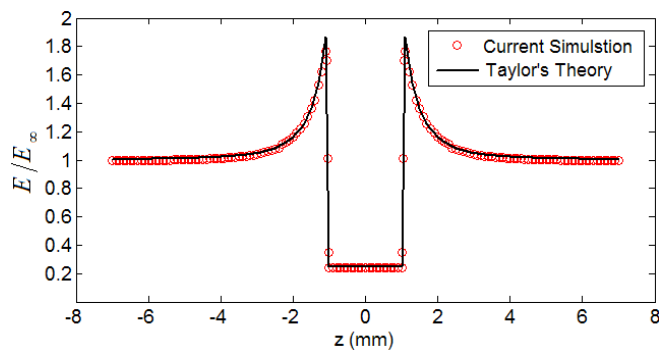


Fig. 7. Radial electric field ratio variation on axis of symmetry for $\Phi_0=5$ kV, $K_r=10$ and $\epsilon_r=2$

شکل ۷: تغییرات نسبت میدان الکتریکی شعاعی بر روی محور تقارن در شرایط $\epsilon_r=2$ و $K_r=10$ ، $\Phi_0=5$ kV

شکل ۸ تغییر شکل قطره را بر حسب پتانسیل الکتریکی در کنار نتایج تحلیلی نشان می‌دهد. مطابق این شکل، ازدیاد پتانسیل الکتریکی زمینه‌ی افزایش تغییر شکل قطره را فراهم می‌سازد که علت آن را می‌توان در تقویت میدان الکتریکی به ازای سطوح بالاتری از پتانسیل الکتریکی جستجو نمود.

• مرز (۴-۱) محور تقارن است و بر روی آن گرادینان کمیت‌های مختلف (مانند سرعت، پتانسیل الکتریکی، کسر حجمی و بار الکتریکی حجمی) صفر در نظر گرفته می‌شوند. از آن جایی که شبیه‌سازی‌ها در حالت گذرا (وابسته به زمان) انجام می‌گیرند، بنابراین به عنوان شرط اولیه، در لحظه‌ی نخست ($t=0$)، سرعت، فشار، چگالی بار الکتریکی، پتانسیل الکتریکی در کل دامنه محاسباتی صفر در نظر گرفته می‌شوند و کمیت کسر حجمی (C) برای قطره مایع یک و سیال (محیط) پیرامونی آن صفر در نظر گرفته می‌شود.

۵- بحث و بررسی نتایج

در تحقیق حاضر شبیه‌سازی تغییر شکل قطره تحت تأثیر میدان الکتریکی در دو حالت، شامل تغییر شکل‌های کوچک و تغییر شکل‌های بزرگ (یا تجزیه و شکست قطره) و در حالت کشیدگی در راستای میدان الکتریکی مورد بررسی قرار گرفته است که در ادامه ارائه می‌شوند.

۵-۱- تغییر شکل‌های کوچک قطره

در این قسمت تغییر شکل‌های کوچک قطره مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور شعاع قطره معادل ۱ mm و خواص فیزیکی قطره و سیال اطراف آن مطابق جدول ۲ در نظر گرفته شده‌اند.

جدول ۲: خواص فیزیکی فازهای سیال در بررسی تغییر شکل‌های کوچک قطره

خاصیت فیزیکی	ρ (kg m ⁻³)	μ (mPa s)	K (S m ⁻¹)	ϵ	γ (N m ⁻¹)
قطره	۱۰۰۰	۰/۰۰۱	2×10^{-13}	$2\epsilon_0$	$2\epsilon_0$
سیال محیطی	۱۰۰۰	۰/۰۰۱	2×10^{-13}	ϵ_0	۰/۰۲۸۴

در ادامه تغییر شکل‌های کوچک قطره بر اساس تأثیر پتانسیل الکتریکی، نسبت هدایت الکتریکی ویژه و نسبت گذردهی نسبی فازهای سیال مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۵-۱-۱- تأثیر پتانسیل الکتریکی

در بررسی تأثیر پتانسیل الکتریکی بر تغییر شکل قطره، شبیه‌سازی‌ها در شرایط خواص فیزیکی ثابت مطابق جدول ۲ (یعنی $K_r=10$ و $\epsilon_r=2$) و محدوده‌ی تغییرات پتانسیل الکتریکی در بازه‌ی ۳ تا ۱۱ کیلو ولت صورت گرفتند.

در شکل ۶ یک نمونه از توزیع خطوط هم‌تراز پتانسیل الکتریکی در دامنه محاسباتی نشان داده شده است. در این شکل می‌توان تأثیر قطبیت قطره را بر توزیع پتانسیل الکتریکی مشاهده نمود که باعث ایجاد انحنا در

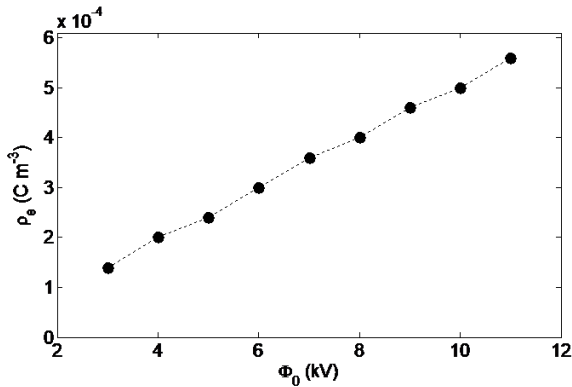


Fig. 9. Electric charge density versus electric potential for $K_r=10$ and $\epsilon_r=2$

شکل ۹: تغییرات چگالی حجمی بار الکتریکی بر حسب پتانسیل الکتریکی در شرایط $K_r=10$ و $\epsilon_r=2$

جابه‌جا شده و گردابه‌هایی را در درون آن به وجود می‌آورند. همچنین در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش پتانسیل الکتریکی، گردابه داخل قطره بزرگ‌تر شده است که حاکی از تجمع بار الکتریکی بیشتری در سطح قطره است. در شکل ۱۱ سرعت بر روی محور تقارن برای شرایط مشابه شکل ۱۰ نشان داده شده است. این شکل ضمن این که مؤید تغییرات سرعت در سطح مشترک میان دو سیال است که خود عاملی برای پیدایش گردابه‌ها می‌باشد، افزایش سرعت را در اثر ازدیاد پتانسیل الکتریکی نیز به نمایش می‌گذارد.

۵-۱-۲- تأثیر نسبت هدایت الکتریکی ویژه

در این قسمت تأثیر نسبت هدایت الکتریکی ویژه قطره به سیال محیطی (K_r) بر تغییر شکل قطره، به ازای مقادیر معینی از پتانسیل الکتریکی (معادل $\Phi_0=7$ kV) و نسبت گذردهی دو سیال (معادل $\epsilon_r=2$) مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این راستا، مقادیر مختلف نسبت هدایت الکتریکی ویژه با ثابت نگه داشتن هدایت الکتریکی ویژه سیال محیطی و افزایش هدایت الکتریکی ویژه قطره تأمین می‌شود. در شکل ۱۲ نمودار تغییر شکل قطره بر حسب نسبت هدایت الکتریکی ویژه در کنار نتایج تحلیلی ارائه شده است. مطابق این شکل می‌توان مقداری حدی را برای نسبت هدایت الکتریکی ویژه ملاحظه نمود که افزایش نسبت هدایت الکتریکی ویژه در مقادیری کمتر از آن حد به نرخ بالایی از تغییر شکل قطره منجر می‌شود در حالی که گذر از آن مقدار حدی به تغییر شکل پایینی از قطره منجر می‌شود. علت این امر را می‌توان این گونه توضیح داد که از یک طرف، تغییر شکل قطره تحت تأثیر میدان الکتریکی ناشی از تقابل نیروی الکتریکی و کشش سطحی است و طبق رابطه (۸) نیروی الکتریکی به میدان الکتریکی (یا پتانسیل الکتریکی)، چگالی بار الکتریکی و گذردهی وابسته است. در اینجا پتانسیل الکتریکی و گذردهی ثابت هستند و بنابراین نیروی الکتریکی تنها به چگالی بار الکتریکی بستگی دارد. از طرف دیگر، هدایت الکتریکی ویژه تأثیر خود را در میزان انتقال بار الکتریکی به سطح مشترک میان دو فاز بروز می‌دهد به طوری که افزایش هدایت الکتریکی ویژه منجر به انتقال بار الکتریکی

در این حالت، شدت بالاتر میدان الکتریکی ضمن قطبیت بیشتر قطره سبب اعمال سطوح بالاتری از نیروی الکتریکی بر قطره می‌شود که به افزایش میزان تغییر شکل قطره منجر می‌شود.

شکل ۸ همچنین پیشینه‌ی تغییر شکل قطره را حدود ۰/۲ نشان می‌دهد که ناظر بر تغییر شکل قطره بدون وقوع تجزیه و شکست آن است. در این راستا، اگر رابطه‌ی حد ریلی (رابطه (الف-۵)) برای قطره‌ای با شعاع ۱ mm و خواص جدول ۲ به کار گرفته شود، بار الکتریکی آستانه‌ی تجزیه‌ی قطره معادل مقدار $C=3/66 \times 10^{-10}$ به دست می‌آید. در بازه‌ی اختلاف پتانسیل الکتریکی به کار گرفته شده در تحقیق حاضر بیشترین بار الکتریکی القاء شده در سطح قطره بر اساس نتایج شبیه‌سازی برابر با $C=2/35 \times 10^{-12}$ می‌باشد که دو مرتبه پایین‌تر از حد ریلی است که مقداری بسیار کمتر از حد لازم برای شکست قطره است. شکل ۸ همچنین نشان می‌دهد که با افزایش پتانسیل الکتریکی، بر اختلاف میان نتایج شبیه‌سازی و نتایج تحلیلی افزوده می‌شود. این موضوع را می‌توان به ماهیت خطی شده‌ی مدل نظری تیلور مرتبط دانست که هماهنگی خود را در سطوح بالای پتانسیل الکتریکی که توأم با جابه‌جایی سریع‌تر بار الکتریکی در سطح قطره و در نتیجه افزایش رفتار غیر خطی در روند تغییر شکل آن است، از دست می‌دهد. علت این افزایش را همچنین می‌توان در ارتباط با نمودار تغییرات چگالی حجمی بار الکتریکی در سطح قطره مطابق شکل ۹ و الگوی شکل‌گیری گردابه‌های درونی قطره در شکل ۱۰ توضیح داد. با توجه به شکل ۹، افزایش پتانسیل الکتریکی با تقویت میدان الکتریکی موجب تجمع مقادیر بالاتری از بار الکتریکی در سطح قطره می‌شود که در عین حال تقویت میدان الکتریکی القاء شده در داخل قطره و در نتیجه تسریع در جابه‌جایی بار الکتریکی در سطح قطره را به دنبال دارد.

شکل ۱۰ الگوی جریان سیال را در فضای داخل و خارج از قطره و برای سه ولتاژ مختلف نشان می‌دهد. مطابق این شکل، قطبیت قطره تحت تأثیر میدان الکتریکی اصلی (ناشی از اختلاف پتانسیل میان دو الکتروود) باعث تجمع بار الکتریکی در سطح قطره می‌شود. این بارها ضمن القای میدانی الکتریکی در داخل قطره، متأثر از میدان الکتریکی اصلی، در سطح قطره

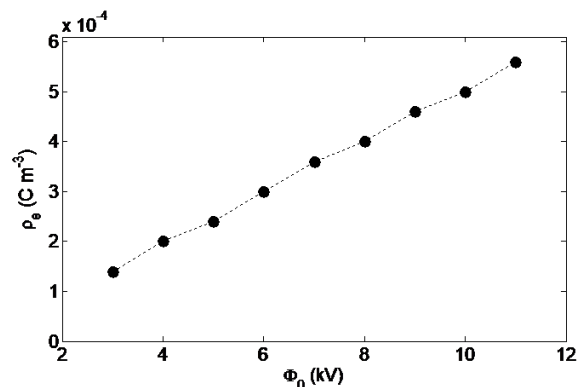


Fig. 8. Drop deformation versus electric potential for $K_r=10$ and $\epsilon_r=2$

شکل ۸: تغییر شکل قطره بر حسب پتانسیل الکتریکی در شرایط $K_r=10$ و $\epsilon_r=2$

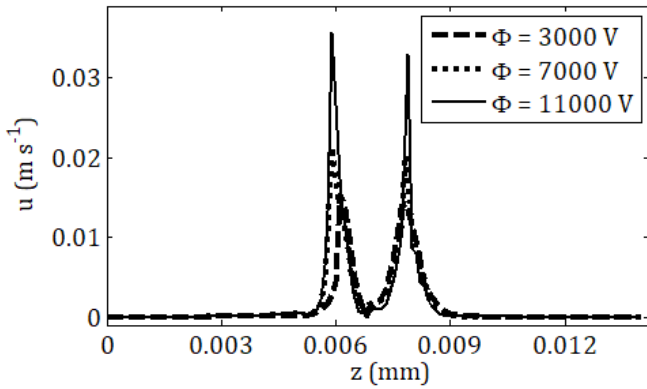


Fig. 11. Variation of velocity on axis of symmetry for $K_r=10$, $\epsilon_r=2$ and various electric potentials

شکل ۱۱: تغییرات سرعت بر روی محور تقارن در شرایط $K_r=10$ و $\epsilon_r=2$ و پتانسیل‌های الکتریکی مختلف

بیشتری به سطح مشترک می‌شود (شکل ۱۳). بر این اساس چون طبق شکل ۱۳ تغییرات چگالی بار الکتریکی در قطره بر حسب هدایت الکتریکی ویژه از روندی افزایشی ولی با نرخ کاهشی برخوردار است، بنابراین نیروی الکتریکی و در نهایت تغییر شکل قطره حالت مجانبی پیدا می‌کند.

در شکل ۱۲ همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت هدایت الکتریکی ویژه، اختلاف میان نتایج شبیه‌سازی و تحلیلی بیشتر می‌شود. علت این افزایش اختلاف را می‌توان در افزایش چگالی بار الکتریکی در سطح قطره جستجو نمود (شکل ۱۳) که با تقویت شدت میدان الکتریکی، زمینه‌ای اعمال سطح بالاتری از نیروی الکتریکی را به دنبال دارد که موجب افزایش کشیدگی قطره (مترادف با تغییر شکل بیشتر) می‌شود. این در حالی است که تغییر شکل قطره در رابطه تحلیلی تیلور (رابطه الف-۲) مستقل از چگالی بار الکتریکی است. همچنین مطابق شکل ۱۲، مقدار بیشینه‌ی تغییر شکل قطره در حدی کمتر از ۰/۱۱ به وقوع می‌پیوندد که حاکی از تغییر شکل مطلق قطره بدون تجزیه و شکست آن است. در بازه‌ی بررسی تأثیر نسبت هدایت الکتریکی ویژه، نتایج حاضر نشان می‌دهند که حداکثر بار الکتریکی القا شده در قطره برابر با $2/0 \times 10^{-11}$ C می‌باشد که حدود یک مرتبه از حد ریلی ($3/66 \times 10^{-10}$ C) کمتر است. بنابراین مطابق رابطه‌ی ریلی نمی‌توان شکستی را در قطره شاهد بود که نتایج شبیه‌سازی نیز این موضوع را تأیید می‌کنند.

۵-۱-۳- تأثیر نسبت گذردهی الکتریکی

وابستگی تغییر شکل قطره به نسبت گذردهی الکتریکی قطره به گذردهی الکتریکی سیال محیطی به ازای مقادیر معینی از پتانسیل الکتریکی ($\Phi_0=7$ kV) و نسبت هدایت الکتریکی ویژه ($K_r=10$) بررسی می‌شود. تغییرات نسبت گذردهی با ثابت نگه داشتن گذردهی سیال محیطی و افزایش گذردهی قطره تأمین می‌شود. در شکل ۱۴ نمودار تغییر شکل قطره بر حسب نسبت گذردهی به همراه نتایج تحلیلی متناظر با آن ترسیم شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که افزایش نسبت گذردهی سیال‌ها، با ایجاد روندی

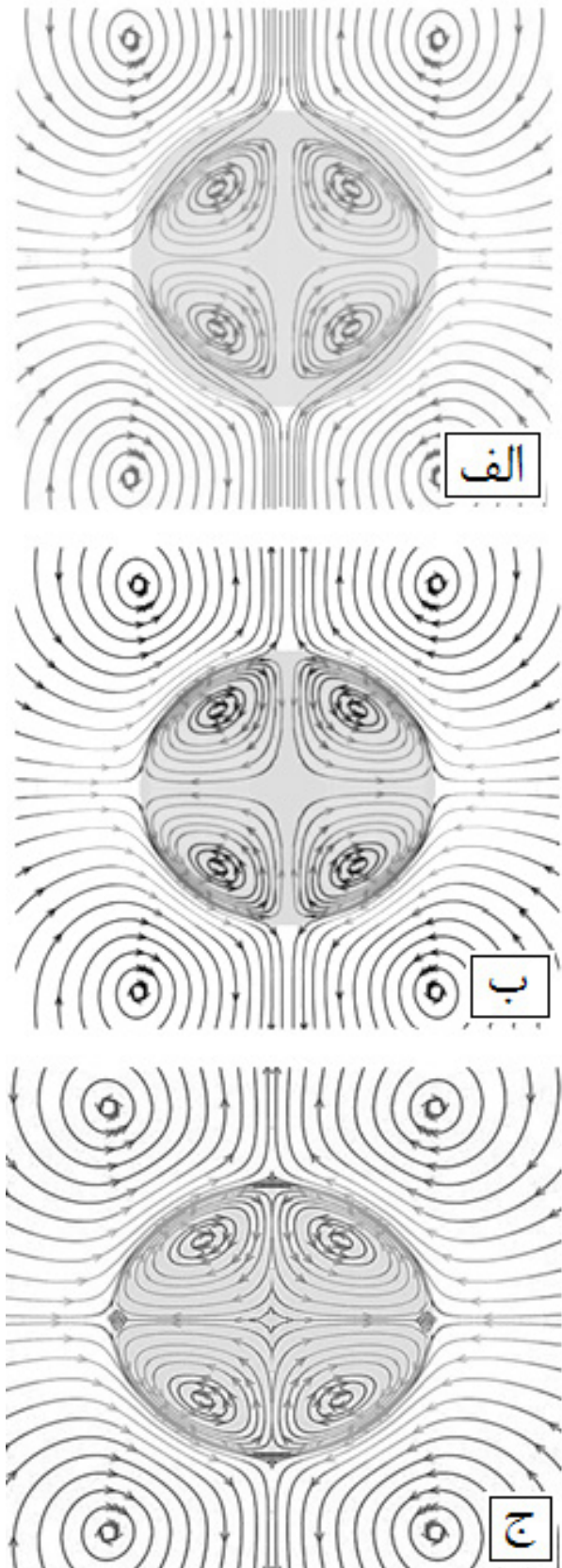


Fig. 10. Stream lines formation within and around drop for $K_r=10$ and $\epsilon_r=2$ and a. $\Phi_0=3$ kV, b. $\Phi_0=7$ kV, c. $\Phi_0=11$ kV

شکل ۱۰: الگوی جریان سیال در داخل و خارج از قطره در شرایط $K_r=10$ و $\epsilon_r=2$ و الف) $\Phi_0=3$ kV، ب) $\Phi_0=7$ kV، ج) $\Phi_0=11$ kV

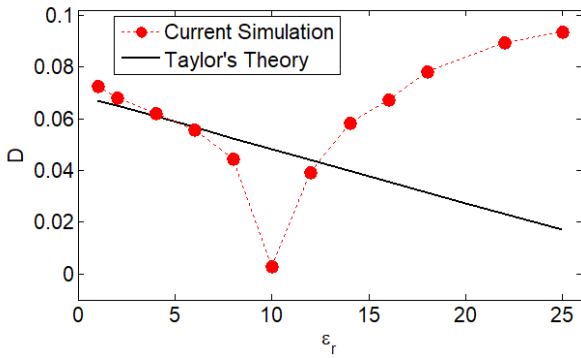


Fig. 14. Drop deformation versus relative permittivity for $\Phi_0=7$ kV and $K_r=10$

شکل ۱۴: تغییر شکل قطره بر حسب نسبت گذردهی سیالها در شرایط $K_r=10$ و $\Phi_0=7$ kV

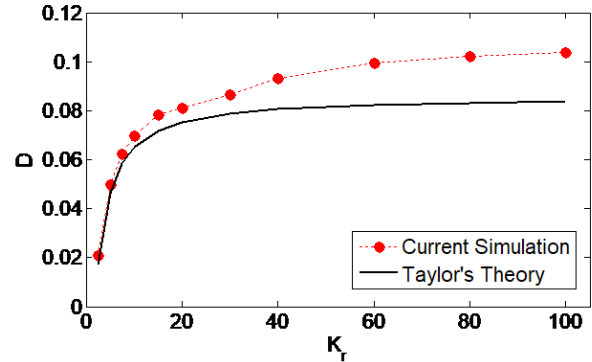


Fig. 12. Drop deformation versus electrical conductivity ratio for $\Phi_0=7$ kV and $\epsilon_r=2$

شکل ۱۲: تغییر شکل قطره بر حسب نسبت هدایت الکتریکی ویژه در شرایط $\epsilon_r=2$ و $\Phi_0=7$ kV

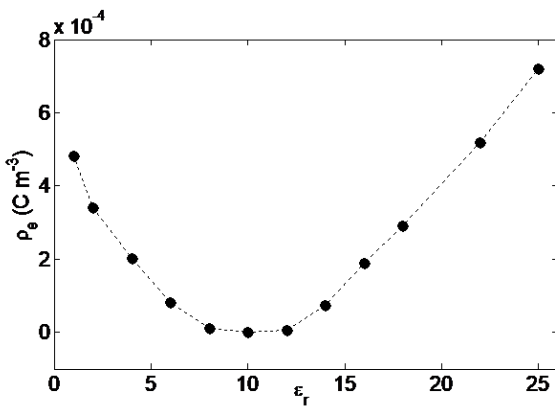


Fig. 15. Electric charge density variation versus relative permittivity for $\Phi_0=7$ kV and $K_r=10$

شکل ۱۵: تغییر چگالی حجمی بار الکتریکی بر حسب نسبت گذردهی سیالها در شرایط $K_r=10$ و $\Phi_0=7$ kV

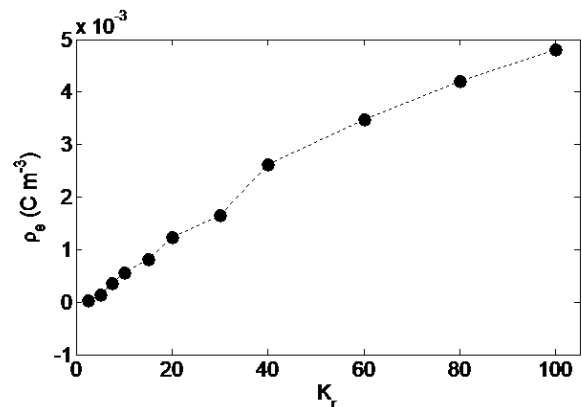


Fig. 13. Electric charge density variation versus electrical conductivity ratio for $\Phi_0=7$ kV and $\epsilon_r=2$

شکل ۱۳: تغییرات چگالی حجمی بار الکتریکی بر حسب نسبت هدایت الکتریکی ویژه در شرایط $\epsilon_r=2$ و $\Phi_0=7$ kV

حرکت کرده و در سمت راست قطره تجمع می‌کنند در حالی که در شرایط $\epsilon_r > K_r$ بارهای الکتریکی مثبت در سمت چپ قطره تجمع می‌کنند. محل تجمع بارهای الکتریکی مثبت و منفی به جهت نیروی الکتریکی وابسته است. از سوی دیگر با توجه به ثابت بودن میدان الکتریکی (ناشی از پتانسیل الکتریکی ثابت)، جهت نیروی الکتریکی مطابق رابطه‌ی (۸) صرفاً با هدایت الکتریکی ویژه مستتر در چگالی بار الکتریکی و گذردهی ارتباط دارد. بنابراین تغییرات هدایت الکتریکی ویژه و گذردهی تعیین‌کننده محل تجمع بارهای الکتریکی مثبت و منفی هستند.

در بازه‌ی بررسی نسبت گذردهی سیالها در این تحقیق، بیشترین مقدار بار الکتریکی القاء شده در سطح قطره بر اساس نتایج شبیه‌سازی معادل مقدار $3/02 \times 10^{-12}$ C می‌باشد که حدود دو مرتبه از حد ریلی ($3/66 \times 10^{-10}$ C) کمتر است. این نشان می‌دهد که مطابق حد ریلی نمی‌بایستی شکست در قطره اتفاق بیفتد که نتایج شبیه‌سازی نیز این مسئله را تأیید می‌کنند و تغییر شکل قطره را در محدوده‌ای کمتر از ۱/۱۰ به دست می‌دهند (شکل ۱۴).

شکل ۱۷ الگوی جریان سیال را در داخل و خارج از قطره سیال

نزولی- صعودی برای تغییر شکل قطره، به پیدایش مقداری کمینه برای این کمیت منجر می‌شود. نسبت گذردهی متناظر با این مقدار کمینه در نقطه‌ای اتفاق می‌افتد که در آن نقطه نسبت گذردهی و نسبت هدایت الکتریکی با یکدیگر برابرند (یعنی $\epsilon_r = K_r$).

در شکل ۱۵ تغییرات چگالی بار الکتریکی در سطح قطره بر حسب نسبت گذردهی نمایش داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که چگالی بار الکتریکی با افزایش ϵ_r در ابتدا کاهش یافته و در $\epsilon_r = 10$ به کمترین مقدار خود می‌رسد و پس از آن با افزایش ϵ_r از روندی صعودی برخوردار می‌شود. از این رو می‌توان روند نزولی- صعودی تغییر شکل قطره (شکل ۱۴) را منبعث از روند تغییرات چگالی بار الکتریکی در شکل ۱۵ دانست که تأثیر مستقیم بر شدت میدان و نیروی الکتریکی وارد بر قطره دارد. شکل ۱۶ توزیعی از سطوح هم‌تراز را برای چگالی بار الکتریکی در سطح قطره تحت حالت‌های مختلف نشان می‌دهد. مطابق این شکل، جهت انباشتگی بارهای الکتریکی مثبت و منفی در سه حالت $\epsilon_r < K_r$ ، $\epsilon_r = K_r$ ، و $\epsilon_r > K_r$ با یکدیگر متفاوت هستند. در حالتی که $\epsilon_r < K_r$ باشد، بارهای الکتریکی مثبت در جهت میدان الکتریکی

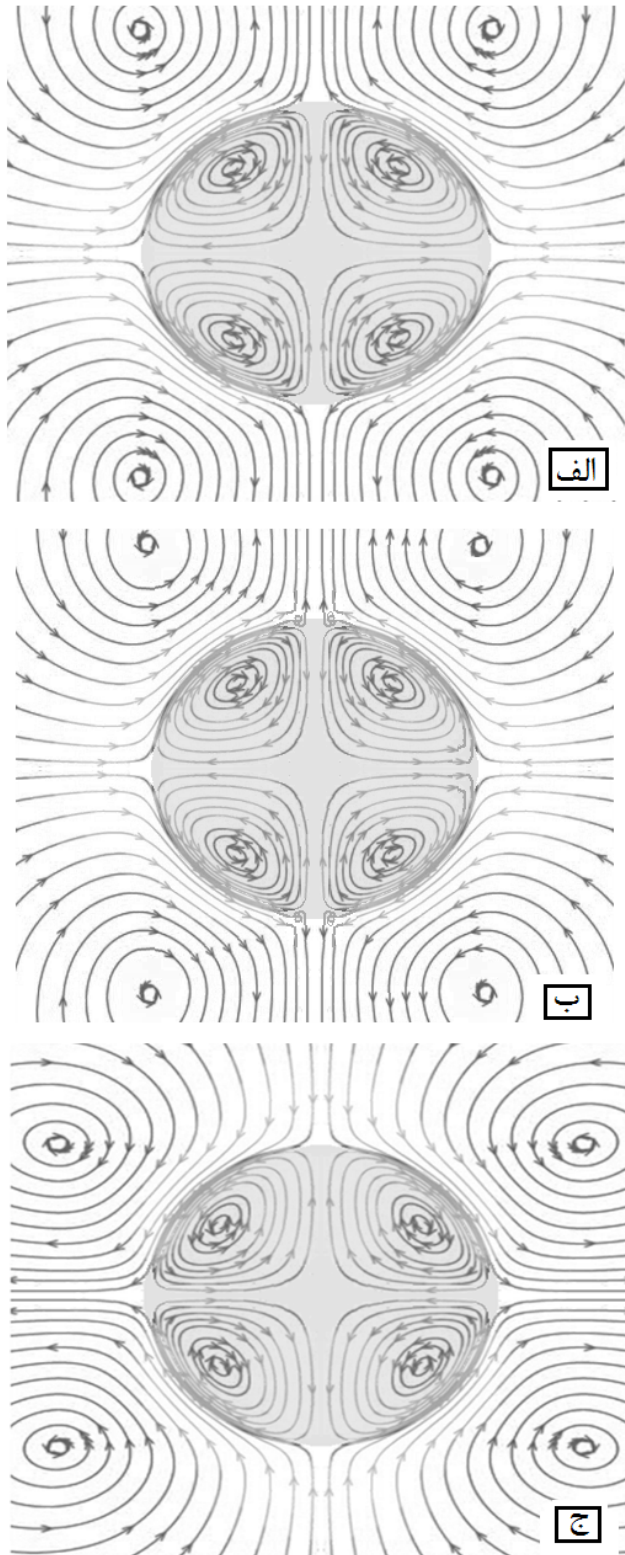


Fig. 17. Stream lines within and around the drop at $\Phi_0=7$ kV and $K_r=10$ for a. $\epsilon_r=2 < K_r$, b. $\epsilon_r=10=K_r$, c. $\epsilon_r=16 > K_r$

شکل ۱۷: الگوی جریان سیال در داخل و خارج قطره برای $\Phi_0=7$ kV و $K_r=10$ و $\epsilon_r=16 > K_r$ (ج)، $\epsilon_r=10=K_r$ (ب)، $\epsilon_r=2 < K_r$ (الف)

قطره در اینجا $0.3/3$ میلی‌متر ($R_d=0.3/3$ mm) در نظر گرفته شده است. خواص الکتروفیزیکی سیالات نیز مطابق جدول ۱ با استفاده از سیال هپتان به عنوان

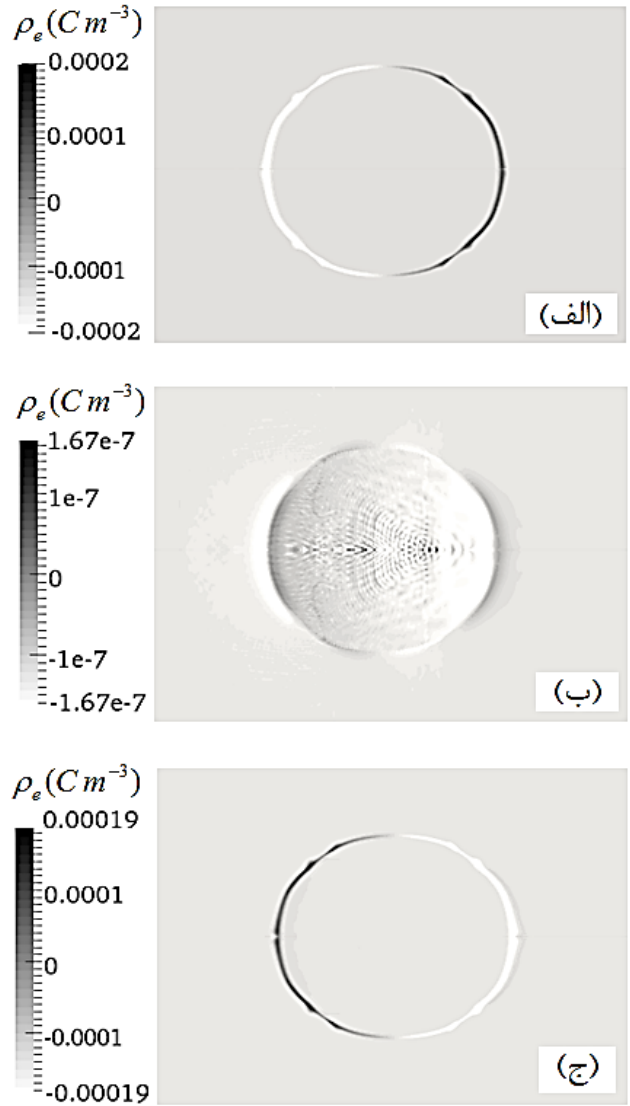


Fig. 16. Electric charge density contours under $\Phi_0=7$ kV and $K_r=10$ for a. $\epsilon_r=2 < K_r$, b. $\epsilon_r=2=K_r$, c. $\epsilon_r=16 > K_r$

شکل ۱۶: سطوح هم‌تراز چگالی حجمی بار الکتریکی برای $\Phi_0=7$ kV و $K_r=10$ و $\epsilon_r=16 > K_r$ (ج)، $\epsilon_r=2=K_r$ (ب)، $\epsilon_r=2 < K_r$ (الف)

در شرایطی متناظر با شکل ۱۶ نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود که تغییر در محل انباشتگی بارهای الکتریکی مثبت در سه حالت $\epsilon_r < K_r$ ، $\epsilon_r = K_r$ و $\epsilon_r > K_r$ علاوه بر تأثیر گذاری بر تغییر شکل قطره، الگوی جریان سیال‌ها و گردابه‌های تشکیل شده در داخل و خارج از قطره را نیز تحت تأثیر قرار می‌دهد. در این حالت، با تغییر شرایط از $\epsilon_r < K_r$ به $\epsilon_r > K_r$ هر چند الگوی جریان‌های سیال در داخل و خارج از قطره حفظ شده است ولی جهت چرخش جریان در گردابه‌های ایجاد شده معکوس شده است.

۵-۲- تغییر شکل‌های بزرگ و تجزیه قطره

در این بخش تغییر شکل‌های بزرگ، تجزیه و شکست قطره مورد بررسی قرار می‌گیرد. هندسه پیکربندی مطابق شکل ۲ و قطر دیسک‌ها، فاصله آن‌ها از یکدیگر و شبکه‌بندی مانند حالت قبل است و فقط شعاع اولیه

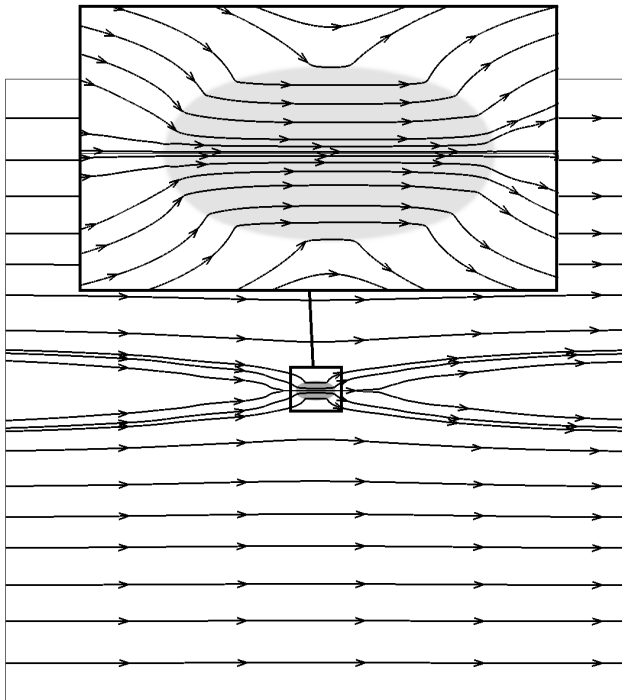


Fig. 19. Effects of electrical polarity of drop on electric field lines for $\Phi_0=23$ kV, $K_r=1.1 \times 10^9$ and $\epsilon_r=1.93$

شکل ۱۹: تأثیر قطبیت الکتریکی قطره بر خطوط میدان الکتریکی در شرایط $\epsilon_r=1/93$ و $K_r=1/1 \times 10^9$ ، $\Phi_0=23$ kV

خروج جت و ساطع شدن ریز قطره از آن بروز می‌یابد. همچنین در شکل ۲۰ وجود اندکی تفاوت در تجزیه جت در سمت راست (ناحیه تجمع بارهای الکتریکی مثبت) و سمت چپ (ناحیه تجمع بارهای الکتریکی منفی) قابل مشاهده است. در لحظه‌ی $t=4$ ms طول جت (فاصله مرکز قطره تا رأس جت) و میانگین اندازه ریزقطرات در سمت راست و چپ استخراج گردید. بر این اساس، طول جت و اندازه متوسط ریزقطرات به ترتیب در سمت راست قطره $4/478$ mm و $64/28$ μ m و در سمت چپ قطره $4/404$ mm و $63/82$ μ m به دست آمدند که حاکی از وجود $1/6$ درصد اختلاف در طول جت و $0/7$ درصد اختلاف در اندازه ریزقطرات است. علت این امر تأثیر پلاریته‌ی بار الکتریکی بر فرآیند تجزیه قطره در میدان الکتریکی است.

در شکل ۲۲ روند زمانی شکل‌گیری جریان سیال در داخل و خارج از قطره نشان داده شده است. مطابق این شکل، در لحظات اولیه، سهم بخش عمده‌ای از جریان داخلی سیال در قطره برای تغییر شکل هندسی قطره صرف می‌شود و گردابه‌های داخلی بخش کوچکی از الگوی جریان را در بر می‌گیرند. گردابه‌های داخلی با گذشت زمان که تغییر شکل هندسی قطره نیز به سوی وضعیت تثبیت شده‌تری پیش می‌رود، به تدریج در فضای داخلی قطره رشد می‌کنند و در نهایت تمامی این فضا را پوشش می‌دهند. در این شکل می‌توان مشاهده نمود که خطوط جریان جدا شده از گردابه‌های ایجاد شده در داخل قطره که مترادف با خروج جرم از این گردابه‌هاست، از یک سو زمینه‌ی کشیدگی قطره را موجب می‌شوند و از سوی دیگر با کاهش جرم در

قطره و هوا به عنوان سیال محیطی در نظر گرفته شده‌اند و مطالعه بر پایه‌ی اختلاف پتانسیل الکتریکی ۲۳ kV بین دو دیسک صورت گرفته است. در شکل ۱۸ توزیع خطوط هم‌تراز پتانسیل الکتریکی در دامنه محاسباتی و در شکل ۱۹ خطوط میدان الکتریکی متناظر با آن نشان داده شده‌اند. در این شکل‌ها تأثیر قطبیت قطره بر روی خطوط پتانسیل و میدان الکتریکی قابل مشاهده است به طوری که مسیر تخت و مستقیم این خطوط در فواصل نزدیک به قطره و در اثر قطبیت آن به سمت قطره متمایل شده و الگوی منحنی‌وار را به وجود می‌آورند.

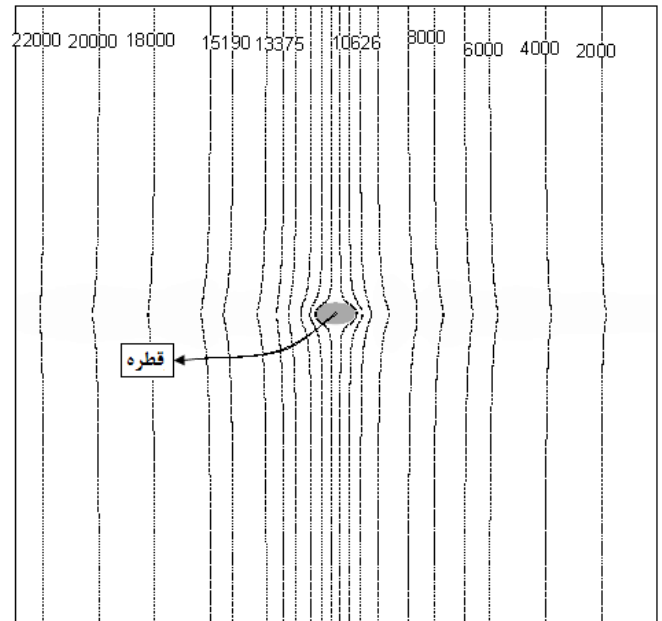


Fig. 18. Equipotentials in computational domain for $\Phi_0=23$ kV, $K_r=1.1 \times 10^9$ and $\epsilon_r=1.93$

شکل ۱۸: توزیع خطوط هم‌تراز پتانسیل الکتریکی در دامنه محاسباتی در شرایط $\epsilon_r=1/93$ و $K_r=1/1 \times 10^9$ ، $\Phi_0=23$ kV

با توجه به جدول ۱، مقادیر مربوط به نسبت خواص فیزیکی سیال‌ها به صورت $K_r=1/1 \times 10^9$ ، $\epsilon_r=1/93$ و $\mu_r=33/33$ می‌باشند. بر این اساس و با استفاده از نظریه‌ی تیلور (رابطه‌ی (الف-۲))، تغییر شکل قطره برابر $0/419$ به دست می‌آید. همچنین بر اساس حد ریلی (رابطه‌ی (الف-۵))، بیشترین مقدار بار الکتریکی که قطره می‌تواند تحمل کند به طوری که عبور از آن منجر به ناپایداری و شکست قطره می‌شود معادل $5/30 \times 10^{-11}$ C خواهد بود. از طرفی، بر اساس نتایج شبیه‌سازی در این بخش، بار الکتریکی القاء شده در طرفین قطره قبل از آن که جتی از قطره خارج شود معادل $3/08 \times 10^{-10}$ C به دست می‌آید که حدود شش برابر حد ریلی است. از این رو تحت این شرایط انتظار می‌رود شکست در قطره اتفاق بیفتد که نتایج شبیه‌سازی نیز مؤید این مطلب است. در شکل ۲۰ روند گذرای تغییر شکل و تجزیه قطره و در شکل ۲۱ توزیع چگالی بار الکتریکی نشان داده شده‌اند. چنان که در شکل ۲۰ مشاهده می‌شود، میدان الکتریکی مؤثر بر قطره و قطبیدگی ناشی از آن موجب تغییر شکل کشیدگی در قطره می‌شود که نتیجه‌ی آن به صورت

هسته‌ی اصلی قطره به کوچک‌تر شدن قطره و استهلاک نهایی آن منجر می‌شوند.

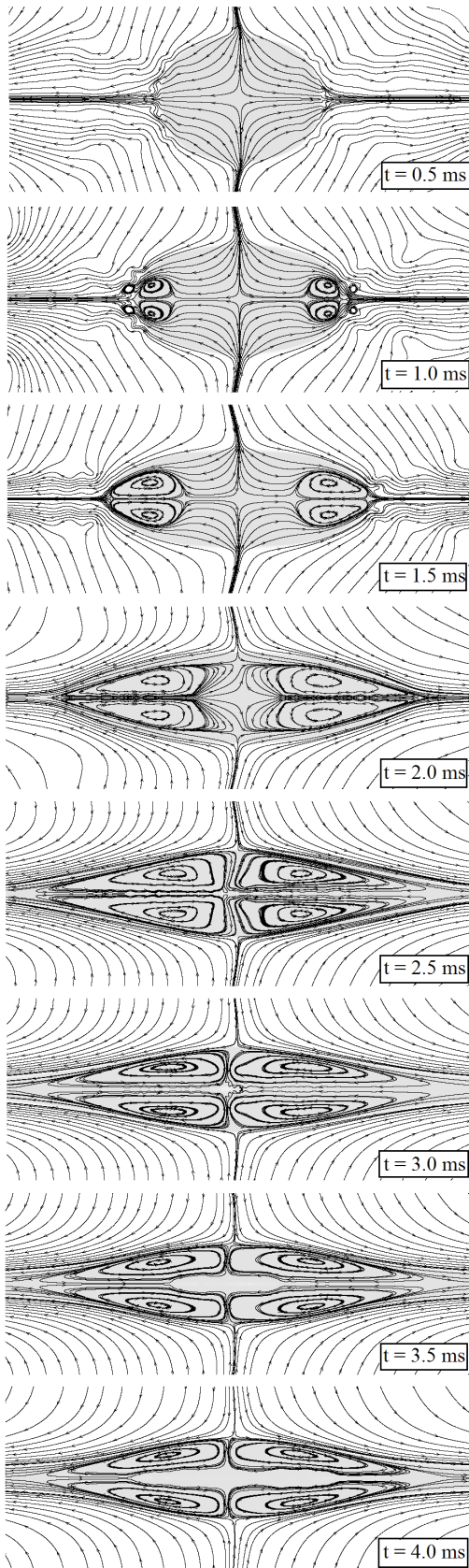


Fig. 22. Temporal pattern of Stream lines within and around drop

شکل ۲۲: الگوی خطوط جریان سیال در داخل و خارج از قطره در لحظات زمانی مختلف

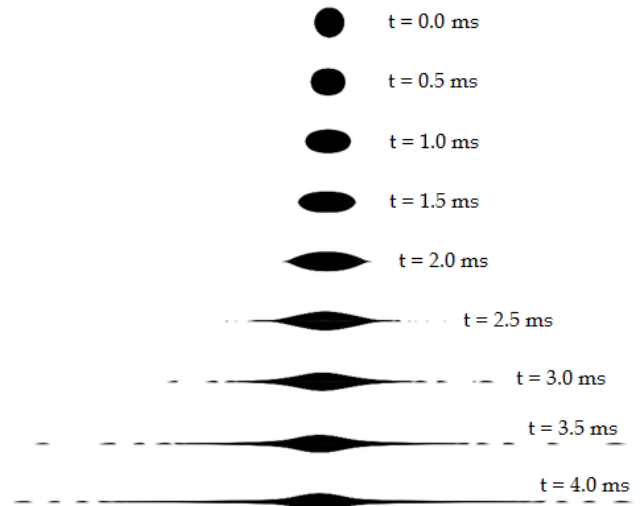


Fig. 20. Temporal pattern of drop deformation and breakup under the influence of an electric field

شکل ۲۰: روند زمانی تغییر شکل و تجزیه قطره تحت تأثیر میدان الکتریکی

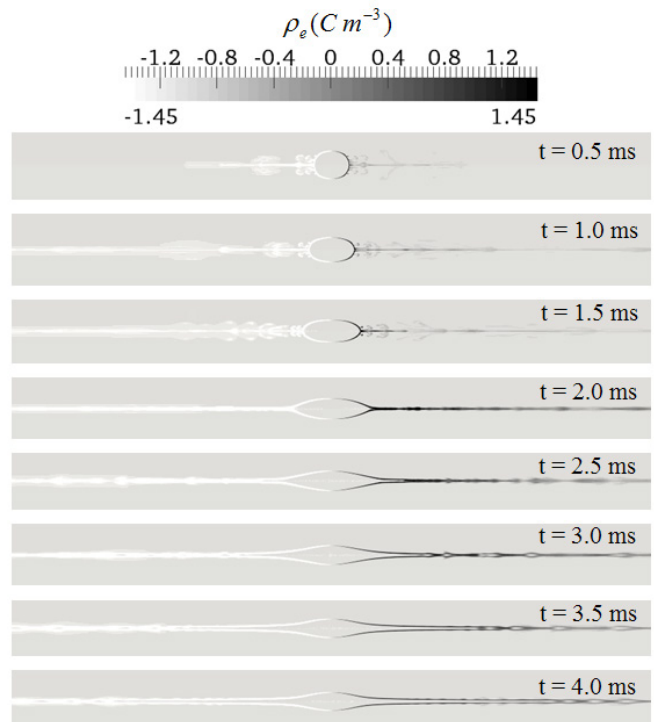


Fig. 21. Temporal distribution of electric charge density

شکل ۲۱: روند زمانی توزیع چگالی بار الکتریکی

۶- نتیجه گیری

بردار میدان الکتریکی، $V m^{-1}$	\vec{E}
بردار نیروی الکتریکی، N	\vec{F}_{ES}
بردار نیروی کشش سطحی، N	\vec{F}_{ST}
شار بار الکتریکی، $C m^{-2} s^{-1}$	\vec{J}
هدایت الکتریکی ویژه، $S m^{-1}$	K
بردار عمود بر سطح	\vec{n}
بردار واحد عمود بر سطح	\hat{n}
فشار، $N m^{-2}$	P
دبی، $m^3 s^{-1}$	Q
شعاع قطره، m	R_d
بردار سرعت، $m s^{-1}$	\vec{u}
زمان آرامش بار الکتریکی، s	t_e
مشخصه زمانی مغناطیسی، s	t_m

علائم یونانی

ضریب کشش سطحی $N m^{-1}$	γ
ضریب گذردهی سیال $C V^{-1} m^{-1}$	ε
ضریب گذردهی خلاء $C V^{-1} m^{-1}$	ε_0
گذردهی نسبی	ε_r
انحنای سطح، m	κ
ویسکوزیته دینامیکی، Pa s	μ
نفوذپذیری مغناطیسی، $H m^{-1}$	μ_m
چگالی، $kg m^{-3}$	ρ
چگالی بار الکتریکی، $C m^{-3}$	ρ_e
پتانسیل الکتریکی، V	Φ

زیرنویس

قطره	d
مایع	l
گاز	g
نسبی	r

پیوست الف: تئوری تیلور

نظریه تیلور بر اساس مدل نارسانای تراوا، برای تغییر شکل قطره در یک میدان الکتریکی، شاخصی را به عنوان درجه‌ی تغییر شکل قطره مطابق رابطه‌ی زیر در نظر می‌گیرد [۲۴]:

$$D = \frac{a-b}{a+b} \quad (\text{الف} - ۱)$$

شبیه‌سازی تغییر شکل قطره معلق در سیال دیگر تحت تأثیر میدان الکتریکی موضوعی است که در پژوهش حاضر مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین منظور از رویکردی عددی مبتنی بر توسعه‌ی یک حل گر در محیط نرم‌افزار متن‌باز این فوم استفاده گردید. در حالت نخست با در نظر گرفتن خواص قطره و سیال اطراف آن، تغییر شکل‌های کوچک قطره شبیه‌سازی شدند و تأثیر پتانسیل الکتریکی (Φ)، نسبت هدایت الکتریکی ویژه‌ی قطره به سیال اطراف (K_r) و نسبت گذردهی الکتریکی قطره به سیال اطراف (ε_r) مورد بررسی قرار گرفت. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که با افزایش K_r و Φ ، چگالی بار الکتریکی القا شده در طرفین قطره افزایش می‌یابد که منجر به افزایش تغییر شکل قطره می‌گردد. این در حالی است که با افزایش ε_r ، چگالی بار الکتریکی القا شده در طرفین قطره از روندی کاهش‌ی - افزایشی پیروی می‌کند که به تبع آن تغییر شکل قطره نیز از روندی کاهش‌ی - افزایشی برخوردار می‌شود.

پدیده‌ی دیگر مشاهده شده در این بررسی به گردابه‌های شکل گرفته در داخل و خارج از قطره مربوط می‌شود که به سبب تجمع بارهای الکتریکی در سطح قطره و ایجاد قطبیت در آن به وجود می‌آیند. نتایج نشان می‌دهند که از یک سو، جهت گردش این گردابه‌ها به موقعیت تجمع بارهای الکتریکی مثبت و منفی در سطح قطره وابسته هستند و از سوی دیگر موقعیت تجمع بارهای الکتریکی مثبت و منفی به اختلاف مقادیر K_r و ε_r نسبت به یکدیگر بستگی دارند. بر این اساس، به ازای مقادیر $\varepsilon_r < K_r$ ، بارهای الکتریکی مثبت در سمت راست قطره و بارهای الکتریکی منفی در سمت چپ قطره تجمع می‌کنند و در حالت $\varepsilon_r > K_r$ موقعیت تجمع بارهای الکتریکی مثبت و منفی جابه‌جا شده و جهت گردش گردابه‌های درونی و بیرونی قطره نیز معکوس می‌شود. تقویت میدان الکتریکی حاکم بر دامنه در ارتباط با پتانسیل الکتریکی و خواص الکتریکی قطره و محیط پیرامونی آن عاملی است که زمینه‌ی تجمع بار الکتریکی بیشتر و به دنبال خود تغییر شکل بالاتر و تجزیه و شکست قطره را به همراه دارد. این فرآیند از طریق تشدید قطبیدگی الکتریکی موجب کشیدگی کاملاً مشهودی در قطره می‌شود که نتیجه‌ی آن در خروج جت از قطره و ساطع شدن ریزقطراتی از آن تبلور می‌یابد. بررسی الگوی شکل‌گیری جریان‌های سیال در درون و بیرون از قطره نشان می‌دهند که در ابتدا بخش قابل توجهی از جریان سیال در داخل قطره برای تغییر شکل هندسی قطره تا رسیدن آن به وضعیتی تقریباً ثابت مصروف می‌شود. در این حالت، توسعه‌ی گردابه‌های داخلی در درون قطره زمینه‌ی جدایش خطوط جریان را از این گردابه‌ها فراهم می‌سازند که به شکل جت از قطره خارج شده و منشأ تولید ریزقطرات می‌شوند.

فهرست علائم

C	تابع کسر حجمی
\tilde{C}	تابع مشخصه

دچار ناپایداری شده و تجزیه می‌شود. ریلی برای این بیشینه‌ی بار الکتریکی که قطره می‌تواند تحمل کند، حدی را تعیین نمود که تحت عنوان حد ریلی شناخته می‌شود و از رابطه زیر پیروی می‌کند [۵۴]:

$$q = 8\pi(\epsilon_0\gamma)^{0.5} R_d^{1.5} \quad (\text{الف} - ۵)$$

که ϵ_0 گذردهی خلأ و برابر با $10^{-12} \text{ CV}^{-1}\text{m}^{-1}$ است. در این راستا اگر بار الکتریکی قطره از حد ریلی عبور کند قطره دچار ناپایداری شده و جهت تعدیل بار الکتریکی خود، یا جتی از آن خارج خواهد شد که منجر به تولید ریزقطرات می‌شود و یا دچار انفجار شده و از هم می‌پاشد.

منابع

- [1] A. Castellanos, *Electrohydrodynamics*, Springer, 1998.
- [2] J.B. Fenn, M Mann, C.K. Meng, S.F. Wong, C.M. Whitehouse, Electrospray ionization for mass spectrometry of large biomolecules, *Science*, 246(4926) (1989) 64-71.
- [3] N. Chetwani, C.A. Cassou, D.B. Go, H.C. Chang, High-frequency AC electrospray ionization source for mass spectrometry of biomolecules, *Journal of the American Society for Mass Spectrometry*, 21(11) (2010) 1852-1856.
- [4] S. Banerjee, S. Mazumdar, Electrospray ionization mass spectrometry: a technique to access the information beyond the molecular weight of the analyte, *International journal of analytical chemistry*, 2012(1) (2012) 1-40.
- [5] A.J. Rulison, R.C. Flagan, Electrospray atomization of electrolytic solutions, *Journal of colloid and interface science*, 167(1) (1994) 135-145.
- [6] J. Yu, Y. Qiu, X. Zha, M. Yu, J. Yu, J. Rafique, J. Yin, Production of aligned helical polymer nanofibers by electrospinning, *European Polymer Journal*, 44(9) (2008) 2838-2844.
- [7] A. Frenot, I.S. Chronakis, Polymer nanofibers assembled by electrospinning, *Current opinion in colloid & interface science*, 8(1) (2003) 64-75.
- [8] H. Fong, I. Chun, D.H. Reneker, Beaded nanofibers formed during electrospinning, *Polymer*, 40(16) (1999) 4585-4592.
- [9] D. Angmo, T.T. Larsen-Olsen, M. Jørgensen, R.R. Søndergaard, F.C. Krebs, Roll-to-Roll Inkjet Printing and Photonic Sintering of Electrodes for ITO Free Polymer Solar Cell Modules and Facile Product Integration, *Advanced Energy Materials*, 3(2) (2013) 172-175.
- [10] M.K. Bologna, F.P. Grosu, I.V. Kozhevnikov, A.A. Polikarpov, O.I. Mardarskii, Characteristics of an electrohydrodynamic pump, *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*, 50(5) (2014) 414-418.

که a و b به ترتیب قطرهای قطره در امتداد موازی و عمود بر راستای میدان الکتریکی هستند (شکل الف-۱). در شکل الف-۱، مقادیر $D > 0$ بیانگر تغییر شکل دوکی‌وار قطره با کشیدگی در امتداد میدان الکتریکی و مقادیر $D < 0$ نشان‌دهنده‌ی تغییر شکل پخت قطره با کشیدگی در امتداد عمود بر میدان الکتریکی است.

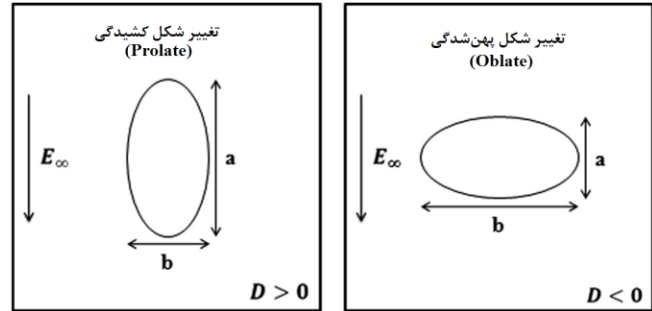


Fig. a-1. Oblate and prolate deformations of a drop located in an electric field.

شکل الف-۱: تغییر شکل‌های پهن‌شدگی (پخت) و کشیدگی (دوکی‌وار) قطره در یک میدان الکتریکی.

در تحلیل تیلور، تغییر شکل قطره‌ی واقع در میان دو الکترود تخت از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید [۲۴]:

$$D = \frac{9R_d\epsilon_{ex}E_{\infty}^2}{16\gamma(2+K_r)^2} \left[1 + K_r^2 - 2\epsilon_r + \frac{3}{5}(K_r - \epsilon_r) \frac{2+3\mu_r}{1+\mu_r} \right] \quad (\text{الف} - ۲)$$

که R_d شعاع اولیه قطره قبل از تغییر شکل، E_{∞} شدت میدان الکتریکی (با تعریف $E_{\infty} = \Delta\Phi/L$ ، $\Delta\Phi$ اختلاف پتانسیل الکتریکی و L فاصله بین دو الکترود) و γ ضریب کشش سطحی است. همچنین پارامترهای K_r ، ϵ_r و μ_r نسبت خواص فیزیکی قطره (فاز گسسته) به خواص متناظر آن‌ها برای سیال محیطی (فاز پیوسته) بوده و به صورت زیر تعریف می‌شوند،

$$K_r = \frac{K_{in}}{K_{ex}}, \quad \epsilon_r = \frac{\epsilon_{in}}{\epsilon_{ex}}, \quad \mu_r = \frac{\mu_{in}}{\mu_{ex}} \quad (\text{الف} - ۳)$$

که K هدایت الکتریکی ویژه، ϵ گذردهی الکتریکی و μ ویسکوزیته هستند و زیرنویس‌های in و ex به ترتیب اشاره به قطره و سیال پیرامونی دارند. بر مبنای نظریه‌ی تیلور میدان الکتریکی شعاعی در داخل و خارج از قطره و در دستگاه مختصات قطبی به صورت زیر بیان می‌شود [۲۴]:

$$E_{in,r} = -E_{\infty} \cos\theta \frac{3}{2+K_r}$$

$$E_{ex,r} = -E_{\infty} \cos\theta \left[1 + \frac{2(K_r-1)R_d^3}{2+K_r r^3} \right] \quad (\text{الف} - ۴)$$

که θ و r اشاره به مولفه‌های مختصات شعاعی و زاویه‌ای در مختصات قطبی دارند. از اینرو می‌توان دریافت که با استفاده از تحلیل تیلور می‌توان تغییر شکل قطره تحت تأثیر میدان الکتریکی را به صورت کمی پیش‌بینی نمود. از سوی دیگر، اگر بار الکتریکی قطره از یک حد معینی عبور کند قطره

- [24] G. Taylor, Studies in electrohydrodynamics. I. The circulation produced in a drop by electrical field, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical, *Physical and Engineering Sciences*, 291(1425) (1966) 159-166.
- [25] C.T.R. Wilson, G.I. Taylor, The bursting of soap-bubbles in a uniform electric field, in: Mathematical proceedings of the Cambridge, *philosophical society*, 22(5) (1925) 728-730.
- [26] J.R. Melcher, G.I. Taylor, Electrohydrodynamics: a review of the role of interfacial shear stresses, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1(1) (1969) 111-146.
- [27] J.R. Melcher, *Continuum electromechanics*. Cambridge, MIT press, 1981.
- [28] D.A. Saville, Electrohydrodynamics: the Taylor-Melcher leaky dielectric model, *Annual review of fluid mechanics*, 29(1) (1997) 27-64.
- [29] O.A. Basaran, L.E. Scriven, Axisymmetric shapes and stability of charged drops in an external electric field, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 1(5) (1989) 799-809.
- [30] T.C. Scott, O.A. Basaran, C.H. Byers, Characteristics of electric-field-induced oscillations of translating liquid droplets, *Industrial & engineering chemistry research*, 29(5) (1990) 901-909.
- [31] J.Q. Feng, T.C. Scott, A computational analysis of electrohydrodynamics of a leaky dielectric drop in an electric field, *Journal of Fluid Mechanics*, 311(1) (1996) 289-326.
- [32] A. Fernandez, G. Tryggvason, J. Che, S.L. Ceccio, The effects of electrostatic forces on the distribution of drops in a channel flow: Two-dimensional oblate drops, *Physics of Fluids*, 17(9) (2005) 093302-14.
- [33] G. Supeene, C.R. Koch, S. Bhattacharjee, Deformation of a droplet in an electric field: Nonlinear transient response in perfect and leaky dielectric media, *Journal of colloid and interface science*, 318(2) (2008) 463-476.
- [34] O. Ghazian, K. Adamiak, G.S.P. Castle, Numerical simulation of electrically deformed droplets less conductive than ambient fluid, *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 423(1) (2013) 27-34.
- [35] J.M. López-Herrera, S. Popinet, M.A. Herrada, A charge-conservative approach for simulating electrohydrodynamic two-phase flows using volume-of-fluid, *Journal of Computational Physics*, 230(5) (2011) 1939-1955.
- [36] H. Paknemat, A.R. Pishevar, P. Pournaderi, Numerical simulation of drop deformations and breakup modes
- [11] S.W. Welch, G. Biswas, Direct simulation of film boiling including electrohydrodynamic forces, *Physics of Fluids*, 19(1) (2007) 012106-11.
- [12] O.V. Salata, Tools of nanotechnology: electrospray, *Current nanoscience*, 1(1) (2005) 25-33.
- [13] A.T.S.A. Jaworek, A.T. Sobczyk, Electrospraying route to nanotechnology: an overview, *Journal of Electrostatics*, 66(3) (2008) 197-219.
- [14] H. Yoon, J.H. Woo, Y.M. Ra, S.S. Yoon, H.Y. Kim, S. Ahn, J.H. Yun, J. Gwak, K. Yoon, S.C. James, Electrostatic spray deposition of copper-indium thin films, *Aerosol Science and Technology*, 45(12) (2011) 1448-1455.
- [15] M.L. Sweet, D. Pestov, G.C. Tepper, J.T. McLeskey, Electrospray aerosol deposition of water soluble polymer thin films, *Applied Surface Science*, 289(1) (2014) 150-154.
- [16] M. Mousavichoubeh, M. Shariaty-Niassar, M. Ghadiri, The effect of interfacial tension on secondary drop formation in electro-coalescence of water droplets in oil, *Chemical engineering science*, 66(21) (2011) 5330-5337.
- [17] J. Hua, L.K. Lim, C.H. Wang, C.H., Numerical simulation of deformation/motion of a drop suspended in viscous liquids under influence of steady electric fields, *Physics of Fluids*, 20(11) (2008) 113302-16.
- [18] M.S. Shadloo, A. Rahmat, M. Yildiz, A smoothed particle hydrodynamics study on the electrohydrodynamic deformation of a droplet suspended in a neutrally buoyant Newtonian fluid, *Computational Mechanics*, 52(3) (2013) 693-707.
- [19] C.T. O'Konski, H.C. Thacher Jr, The distortion of aerosol droplets by an electric field, *The Journal of Physical Chemistry*, 57(9) (1953) 955-958.
- [20] C.T. O'Konski, F.E. Harris, Electric free energy and the deformation of droplets in electrically conducting systems, *The Journal of Physical Chemistry*, 61(9) (1957) 1172-1174.
- [21] R.S. Allan, S.G. Mason, Particle behaviour in shear and electric fields. I. Deformation and burst of fluid drops, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical, *Physical and Engineering Sciences*, 267(1328) (1962) 45-61.
- [22] C.G. Garton, Z. Krasucki, Bubbles in insulating liquids: stability in an electric field, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical, *Physical and Engineering Sciences*, 280(1381) (1964) 211-226.
- [23] G. Taylor, Disintegration of water drops in an electric field, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical, *Physical and Engineering Sciences*, 280(1382) (1964) 383-397.

- by a conservative level set model, *Electrophoresis*, 34(5) (2013) 736-744.
- [47] D. Kuzmin, M. Möller, S. Turek, Multidimensional FEM-FCT schemes for arbitrary time stepping, *International journal for numerical methods in fluids*, 42(3) (2003) 265-295.
- [48] H. Rusche, *Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flows at high phase fractions*, Doctoral dissertation, Imperial College London, 2003.
- [49] S.M. Damián, N.M. Nigro, An extended mixture model for the simultaneous treatment of small-scale and large-scale interfaces, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 75(8) (2014) 547-574.
- [50] S.S. Deshpande, L. Anumolu, M.F. Trujillo, Evaluating the performance of the two-phase flow solver interFoam, *Computational science & discovery*, 5(1) (2012) 014016-36.
- [51] J. Klostermann, K. Schaake, R. Schwarze, Numerical simulation of a single rising bubble by VOF with surface compression, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 71(8) (2013) 960-982.
- [52] F. Raees, D.R. Van der Heul, C. Vuik, *Evaluation of the interface-capturing algorithm of OpenFoam for the simulation of incompressible immiscible two-phase flow*, Technical Report, Delft, the Netherlands: Delft University of Technology, 2011.
- [53] V. Emad, *Evaluating the Performance of Various Convection Schemes on Free Surface Flows by Using InterFoam Solver*, Doctoral dissertation, Eastern Mediterranean University, 2014.
- [54] L. Rayleigh, On the equilibrium of liquid conducting masses charged with electricity, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and *Journal of Science*, 14(87) (1982) 184-186.
- caused by direct current electric fields, *Physics of Fluids*, 24(10) (2012) 102101-26.
- [37] Y. Lin, P. Skjetne, A. Carlson, A phase field model for multiphase electro-hydrodynamic flow, *International Journal of Multiphase Flow*, 45(1) (2012) 1-11.
- [38] N.C. Lima, M.A. d'Avila, Numerical simulation of electrohydrodynamic flows of Newtonian and viscoelastic droplets, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 213(1) (2014) 1-14.
- [39] L. He, X. Huang, X. Luo, H. Yan, Y. Lü, D. Yang, Y. Han, Numerical study on transient response of droplet deformation in a steady electric field, *Journal of Electrostatics*, 82 (1) (2016) 29-37.
- [40] J.U. Brackbill, D.B. Kothe, C. Zemach, A continuum method for modeling surface tension, *Journal of computational physics*, 100(2) (1992) 335-354.
- [41] C.W. Hirt, B.D. Nichols, Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *Journal of computational physics*, 39(1) (1981) 201-225.
- [42] Y.Y. Tsui, S.W. Lin, A VOF-Based Conservative Interpolation Scheme for Interface Tracking (CISIT) of Two-Fluid Flows, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 63(4) (2013) 263-283.
- [43] W. Aniszewski, T. Ménard, M. Marek, Volume of Fluid (VOF) type advection methods in two-phase flow: a comparative study, *Computers & Fluids*, 97(1) (2014) 52-73.
- [44] E. Olsson, G. Kreiss, A conservative level set method for two phase flow, *Journal of computational physics*, 210(1) (2005) 225-246.
- [45] E. Olsson, G. Kreiss, S. Zahedi, A conservative level set method for two phase flow II, *Journal of Computational Physics*, 225(1) (2007) 785-807.
- [46] Y. Lin, Two-phase electro-hydrodynamic flow modeling

Please cite this article using:

H. Dastourani, M. R. Jahannama, A. Eslami Majd, Numerical Simulation of Drop Deformation and Breakup in an Electric Field, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 50(4) (2018) 767-784.
DOI: 10.22060/mej.2017.12267.5302

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

