

شبیه‌سازی رفتار هیدرودینامیکی یک قطره رسانا در حضور میدان الکتریکی

حامد نظری، سید پدram پورنادری*

دانشکده مهندسی، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۷ فروردین ۱۳۹۶
بازنگری: ۱ تیر ۱۳۹۶
پذیرش: ۲۵ تیر ۱۳۹۶
ارائه آنلاین: ۲۶ تیر ۱۳۹۶

کلمات کلیدی:

روش سطح تراز
میدان الکتریکی
تغییر شکل قطره
تغییر فاز

چکیده: در این تحقیق، اثر میدان الکتریکی روی تغییر شکل و تغییر فاز یک قطره کاملاً رسانای معلق در یک سیال عایق بررسی می‌شود. معادلات اساسی، معادلات جریان و انرژی در حالت تراکم ناپذیر می‌باشند. اثر میدان الکتریکی به صورت تنش‌های نرمال در سطح مشترک ظاهر می‌شود که باید هنگام حل معادلات جریان اعمال شوند. از روش سطح تراز برای ردیابی سطح مشترک استفاده می‌شود. ناپیوستگی‌های موجود در سطح مشترک با استفاده از روش سیال مجازی اعمال می‌گردند. ابتدا تاثیر میدان الکتریکی روی هیدرودینامیک قطره مطالعه می‌شود. تطابق خوبی بین نتایج شبیه‌سازی و نتایج آزمایشگاهی مشاهده می‌گردد. در اثر تنش‌های الکتریکی، قطره دچار تغییر شکل شده و در جهت میدان کشیده می‌شود. با افزایش عدد موینگی الکتریکی، تغییر شکل قطره افزایش می‌یابد. اگر عدد موینگی الکتریکی از حد بحرانی فراتر رود، تغییر شکل قطره ناپایا خواهد بود. نوآوری تحقیق حاضر مربوط به مطالعه اثر میدان الکتریکی روی تبخیر قطره می‌باشد. بر اساس نتایج حاصل، نرخ تبخیر قطره در حضور میدان الکتریکی افزایش می‌یابد. در صورتی که عدد موینگی الکتریکی از حد معینی (عدد موینگی الکتریکی بحرانی تبخیر) تجاوز کند، تبخیر قطره به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد. این مقدار بحرانی برای اولین بار در این تحقیق معرفی می‌شود.

۱- مقدمه

از چالش‌های پیش روی محققان در فرآیندهای همراه با انتقال گرما، افزایش میزان انتقال گرما برای بالا بردن بازده واحدهای صنعتی می‌باشد. یکی از روش‌های افزایش انتقال گرما استفاده از میدان الکتریکی با ولتاژ بالا می‌باشد. استفاده از این روش در واحدهای صنعتی مدرن به دلیل بازدهی بالای آن مورد توجه می‌باشد. الکتروهیدرودینامیک^۱ شاخه‌ای از علم می‌باشد که اثر میدان الکتریکی را روی دینامیک سیال بررسی می‌کند. در دهه‌های اخیر، الکتروهیدرودینامیک به دلیل توانایی بالا بردن میزان انتقال گرما مورد توجه قرار گرفته است.

در سال‌های گذشته، مطالعات زیادی روی تغییر شکل قطره و حباب تحت میدان الکتریکی انجام شده است. برازیر و اسمیت [۱] ابتدایی‌ترین شبیه‌سازی عددی را در زمینه تغییر شکل قطره تحت اثر میدان الکتریکی انجام دادند. آنها تغییر شکل یک قطره رسانا را تحت میدان الکتریکی یکنواخت شبیه‌سازی کردند. آنها در نتایج حاصل انحراف کمی نسبت به حل تحلیلی مشاهده کردند. مستل [۲] با استفاده از روش انتگرال مرزی،

شکل‌های تعادلی قطره با ضریب الکتریکی بالا را تحت اثر میدان الکتریکی بدست آورد. ژانگ و کواک [۳] تغییر شکل قطره را با استفاده از روش شبکه بولتزمن^۲ براساس تئوری دی الکتریک شبیه‌سازی کردند. آنها اثر ضریب رسانش الکتریکی، ضریب نفوذ الکتریکی^۳ و کشش سطحی را روی تغییر شکل قطره بررسی کردند. لک و هومسی [۴] اثر میدان الکتریکی دائم را روی تغییر شکل و پایداری قطره لزوج بررسی کردند. آنها جریان خزشی را در نظر گرفتند و میدان الکتریکی و میدان جریان را با روش انتگرال مرزی حل کردند. آنها موده‌های فروپاشی و رفتار قطره را در حالت‌های پایدار و ناپایدار مطالعه کردند. دوباش و مستل [۵] با استفاده از روش انتگرال مرزی تغییر شکل قطره رسانای معلق در یک سیال عایق لزوج را تحت میدان الکتریکی یکنواخت شبیه‌سازی کردند. آنها رفتار قطرات لزوج و غیر لزوج را بررسی کردند. آنها مشاهده کردند که برای قطرات نسبتاً غیرلزوج، زمانی که شدت میدان الکتریکی از مقدار مشخصی بیشتر باشد دو قطعه در دو انتهای قطره شکل گرفته و سرانجام جدا می‌شوند. قطرات جدا شده به شدت باردار و ناپایدار هستند. هو و همکاران [۶] تغییر شکل و حرکت سه نوع قطره عایق، رسانا

¹Electrohydrodynamic (EHD)

²Lattice Boltzmann

³Electric Permittivity

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: sp.pournaderi@yu.ac.ir

تحت اثر میدان الکتریکی را مطالعه کردند. آنها از ترکیب روش‌های سطح تراز و حجم سیال برای ردیابی سطح مشترک استفاده کردند. آنها دریافتند که با افزایش درجه فوق گرم^۷، ناپایداری در سطح مشترک از ناپایداری ریلی-تیلور^۸ به ناپایداری تیلور-هلمهولتز^۹ تغییر می‌کند. همچنین، تحت اثر میدان الکتریکی مکانهای تشکیل حباب افزایش می‌یابند.

چنانچه ملاحظه گردید، مطالعات قبلی عمدتاً روی مطالعه هیدرودینامیک قطرات در حضور میدان الکتریکی تمرکز داشتند. در واقع، کارهای معدودی در زمینه اثر میدان الکتریکی روی پدیده تغییر فاز انجام شده که مربوط به پدیده جوشش لایه‌ای هستند. پیشتر یکی از نویسندگان تاثیر میدان الکتریکی را بر روی تغییر شکل و تجزیه قطرات مطالعه نمود [۸]. در این تحقیق، با حل معادله انرژی به همراه معادلات جریان و الکترواستاتیک، رفتار هیدرودینامیکی یک قطره رسانا همراه با تغییر فاز در حضور میدان الکتریکی شبیه سازی می‌شود.

۲- توصیف سامانه

در شکل ۱ یک قطره رسانای معلق در یک سیال عایق تحت میدان الکتریکی نشان داده شده است. در این شکل، ψ و E_0 و T_{sat} و T_∞ و μ و ρ و ε به ترتیب پتانسیل الکتریکی، شدت میدان الکتریکی، دمای قطره (دمای اشباع)، دمای فاز پیوسته، ضریب لزجت، چگالی و ضریب نفوذ الکتریکی می‌باشند. زیرنویس‌های i و e به ترتیب به قطره و فاز پیوسته اشاره دارند. با اعمال ولتاژ الکتریکی در بالا و پایین قطره، تنش الکتریکی در سطح مشترک قطره باعث کشیدگی قطره به طرف قطب‌های الکتریکی می‌شود. تغییر شکل قطره بسته به شدت میدان الکتریکی می‌تواند پایا و یا ناپایا باشد. برای یک سامانه مشخص اگر شدت میدان الکتریکی از حد معینی تجاوز کند، تغییر شکل قطره ناپایا می‌باشد [۸]. برای شبیه‌سازی تغییر شکل قطره در سیال دیگر تحت میدان الکتریکی، معادلات به شکل تقارن محوری حل می‌شوند (محور Y محور تقارن می‌باشد). الکتروود مثبت در بالا و الکتروود منفی در پایین قطره قرار دارد. مرکز قطره در وسط دو الکتروود قرار می‌گیرد. اثر میدان الکتریکی در بالا و پایین قطره یکسان می‌باشد. در واقع، اثر شارژ منفی صفحه پایینی روی نیمه پایینی دامنه، مشابه اثر شارژ مثبت صفحه بالایی روی نیمه بالایی دامنه می‌باشد. بنابراین، محور X به عنوان محور تقارن در نظر گرفته می‌شود. با توجه به تقارن مسأله نسبت به محورهای X و Y ، برای کاهش هزینه محاسباتی، معادلات تنها برای یک چهارم دامنه محاسباتی حل می‌شوند. در همه شبیه‌سازی‌ها اندازه دامنه و فاصله بین گره‌ها به ترتیب $5R_0 \times 5R_0$ و $\Delta x = \Delta y = R_0/48$ در نظر گرفته می‌شود. R_0 شعاع قطره است. از اثر نیروی گرانش صرف‌نظر می‌گردد.

و نیمه رسانای معلق در یک سیال دیگر را تحت میدان الکتریکی با استفاده از روش ردیابی جبهه^۱ شبیه‌سازی کردند. آنها دریافتند که قطرات نیمه رسانا بسته به نسبت‌های ضریب رسانش و ضریب نفوذ الکتریکی، ممکن است به شکل‌های پرولیت^۲ (کشیدگی در جهت میدان) یا ابلیت^۳ (کشیدگی در جهت عمود بر میدان) تغییر شکل دهند. همچنین، قطرات رسانا یا عایق کامل تحت اثر میدان به شکل پرولیت در می‌آیند. سالیپنت و همکاران [۷] به صورت آزمایشگاهی اثر میدان الکتریکی را روی تغییر شکل قطره روغن سیلیکون بررسی کردند. آنها میدان الکتریکی بحرانی، انحراف قطره از حالت کروی و نرخ چرخش قطره را بدست آوردند. آنها نشان دادند که زاویه انحراف قطره با افزایش شدت میدان الکتریکی افزایش می‌یابد. آنها حداقل شدت میدان الکتریکی لازم برای وقوع چرخش قطره را تعیین کردند. آنها نرخ چرخش را به عنوان تابعی از لزجت و اندازه قطره گزارش کردند. نتایج آنها نشان داد که هر چه لزجت قطره کمتر باشد، میدان الکتریکی بحرانی متناظر قوی‌تر می‌باشد. پاک نعمت و همکاران [۸]، تغییر شکل قطرات را در حضور میدان الکتریکی یکنواخت بررسی کردند. آنها از روش سطح تراز به همراه روش سیال مجازی برای مدل کردن سطح مشترک استفاده نمودند. آنها با به کارگیری تکنیکی جدید در استفاده از روش سیال مجازی، توانستند تنش‌های مماسی را در مسأله شبیه‌سازی تغییر شکل قطره نیمه‌رسانا اعمال نمایند. آنها با موفقیت توانستند مودهای مختلف تجزیه قطرات را در حضور میدان الکتریکی شبیه‌سازی کنند. براول [۹] به طور آزمایشگاهی دینامیک قطرات آب معلق در یک سیال عایق را تحت میدان الکتریکی بررسی کرد. او به طور خاص تاثیر موقعیت قرارگیری قطره نسبت به الکترودهای الکتریکی را بررسی کرد. او نشان داد که هنگامی که قطرات آب در مجاورت یک الکتروود قرار می‌گیرند، انحنای قطره نزدیک‌تر به الکتروود بیشتر است. کارپا و همکاران [۱۰] به صورت آزمایشگاهی رفتار قطره را قبل از تجزیه مطالعه کردند. آنها وجود سه مود متفاوت را پیش از تجزیه قطره گزارش کردند.

تحقیقاتی نیز در زمینه شبیه‌سازی جریان‌های همراه با تغییر فاز در حضور میدان الکتریکی انجام شده است. ولج و همکاران [۱۱] پدیده جوشش لایه‌ای^۴ اشباع و رشد حباب را در حضور میدان الکتریکی شبیه‌سازی کردند. آنها از ترکیب روش‌های سطح تراز^۵ و حجم سیال^۶ برای ردیابی سطح مشترک استفاده کردند. نتایج حاصل نشان داد که عدد ناسلت در حضور میدان الکتریکی افزایش می‌یابد. تومار و همکاران [۱۲] با ترکیب روش‌های سطح تراز و حجم سیال اثر میدان الکتریکی روی رشد حباب و نیز انتقال حرارت در فرآیند جوشش لایه‌ای را بررسی کردند. آنها مشاهده کردند که عدد ناسلت و بسامد جدایش حباب با افزایش شدت میدان الکتریکی افزایش می‌یابد. پاندی و همکاران [۱۳] تشکیل حباب در پدیده جوشش لایه‌ای

¹Front Tracking Method

²Prolate

³Oblate

⁴Film boiling

⁵Level set

⁶Volume of Fluid

⁷Superheat

⁸Rayleigh-Taylor

⁹Taylor-Helmholtz

جایگذاری معادله (۴) در معادله (۲) می‌توان نوشت:

$$\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \psi) = 0 \quad (5)$$

برای قطره رسانای معلق در سیال عایق، پتانسیل الکتریکی درون قطره ثابت می‌باشد و معادله (۵) تنها برای محاسبه میدان پتانسیل بیرون قطره استفاده می‌شود. شرط زیر روی سطح مشترک برای قطره رسانا حاکم می‌باشد:

$$\psi_{\Gamma} = \psi_0 \quad (6)$$

ψ_0 پتانسیل الکتریکی سطح قطره است. معادله (۶) نشان دهنده سطح مشترک به عنوان سطح هم‌پتانسیل است.

در جریان‌های دو فاز به دلیل وجود فازهای مختلف، در سطح مشترک دو فاز، کمیت‌ها دارای پرش می‌باشند. بطور کلی، پرش کمیت مانند A در سطح مشترک به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$[A] = A_g - A_l \quad (7)$$

که در آن، A_g مقدار کمیت A در فاز گاز و A_l مقدار کمیت A در فاز مایع می‌باشد. برای قطره رسانا شرط پرش زیر در سطح مشترک برقرار است:

$$[\varepsilon \nabla \psi \cdot \mathbf{n}] = \mathbf{q}_s \quad (8)$$

\mathbf{q}_s چگالی بار سطحی است. معادله (۸) نشان دهنده پرش بردار جابه‌جایی الکتریکی در سطح مشترک می‌باشد.

۳-۲- معادلات جریان و انرژی

معادلات پایه برای جریان لزج غیر قابل تراکم به شکل زیر است [۱۲]:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau}^H + \boldsymbol{\tau}^E) + \mathbf{g} \quad (10)$$

در رابطه بالا، ρ چگالی، \mathbf{u} بردار سرعت، \mathbf{g} بردار گرانش و $\boldsymbol{\tau}^H$ تانسور تنش هیدرودینامیکی است که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\boldsymbol{\tau}^H = \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (11)$$

در این رابطه، μ لزجت دینامیکی و بالانویس T عملگر ترانهاده است. $\boldsymbol{\tau}^E$ تانسور تنش الکتریکی یا تانسور تنش ماکسول است که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\boldsymbol{\tau}^E = \varepsilon \left(\mathbf{E} \mathbf{E} - \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \mathbf{I} \right) \quad (12)$$

که در آن، I تانسور بکه می‌باشد. با اعمال عملگر دیورژانس^۲ نیروی حجمی الکتریکی بدست می‌آید:

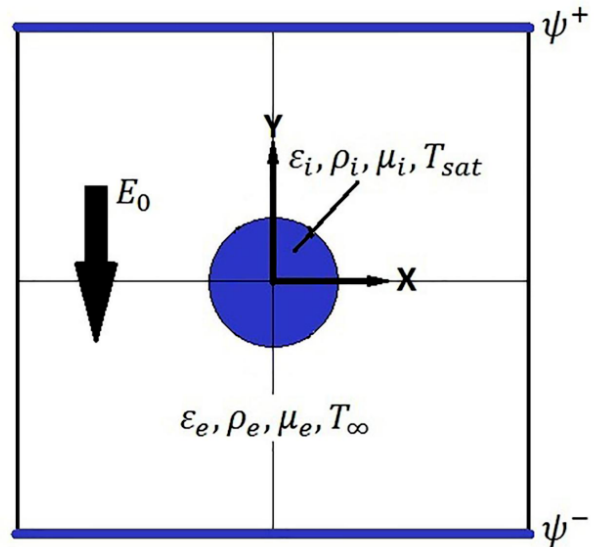
$$\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^E = \mathbf{q}^v \mathbf{E} - \frac{1}{2} \mathbf{E} \mathbf{E} \nabla \varepsilon \quad (13)$$

\mathbf{q}^v چگالی بار حجمی است. جمله اول سمت راست معادله (۱۳) نیروی کولمب^۳ و جمله دوم سمت راست این معادله نیروی دی الکتریک^۴ می‌باشد

²Divergence

³Coulomb Force

⁴Dielectric Force



شکل ۱: قطره رسانای معلق در سیال عایق تحت اثر میدان الکتریکی

Fig. 1. A conductive droplet suspended in a dielectric fluid under an electric field

۳-۳- معادلات حاکم

برای بررسی عددی مسائل الکتروهیدرودینامیک نیاز به حل معادلات جریان سیال و معادلات الکترواستاتیک می‌باشد. در ادامه معادلات حاکم توصیف می‌شوند.

۳-۳-۱- معادلات الکترواستاتیک

در طبیعت ماده کاملاً رسانا وجود ندارد. اما بعضی از مواد در مقایسه با مواد دیگر دارای رسانندگی بالایی هستند. مواد کاملاً رسانا دارای ویژگی‌های زیر می‌باشند [۱۴ و ۱۵]: (۱) میدان الکتریکی درون ماده کاملاً رسانا صفر است (۲) چگالی بار الکتریکی درون ماده کاملاً رسانا صفر است (۳) سطح مواد کاملاً رسانا هم‌پتانسیل می‌باشد (۴) بردار میدان الکتریکی عمود بر سطح ماده کاملاً رسانا می‌باشد (۵) توزیع میدان الکتریکی فقط در بیرون ماده رسانا می‌باشد.

در این مطالعه، میدان مغناطیسی در نظر گرفته نمی‌شود. بنابراین معادلات الکترواستاتیک^۱ به شکل زیر ساده می‌شوند [۸]:

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (2)$$

در این معادلات، \mathbf{E} و \mathbf{D} به ترتیب بردارهای میدان الکتریکی و جابه‌جایی الکتریکی می‌باشند و به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{E} = -\nabla \psi \quad (3)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (4)$$

ε ضریب نفوذ الکتریکی و ψ میدان پتانسیل الکتریکی می‌باشد. با

¹Electrostatic Equations

$$[p]_{\Gamma} - n \cdot \left[\varepsilon \left(EE - \frac{1}{2} EEI \right) \right]_{\Gamma} \cdot n^T - 2 [\mu]_{\Gamma} \cdot n \cdot \nabla u \cdot n^T = \gamma_K - \dot{m}^2 \left[\frac{1}{\rho} \right]_{\Gamma} \quad (20)$$

$$t \cdot \left[\mu (\nabla u + \nabla u^T) \right]_{\bar{A}} \cdot n^T + t \cdot \left[\varepsilon \left(EE - \frac{1}{2} EEI \right) \right]_{\bar{A}} \cdot n^T = 0 \quad (21)$$

با استفاده از معادله (۲۲) می‌توان پرفشار در سطح مشترک را محاسبه نمود.

تنش ماکسول را می‌توان به صورت مجزا به دو بخش در جهت نرمال و مماس بر سطح مشترک تقسیم کرد [۱۵]:

$$n \cdot [\tau^E] \cdot n^T = n \cdot \left[\varepsilon \left(EE - \frac{1}{2} EEI \right) \right]_{\Gamma} \cdot n^T = \frac{1}{2} \left[\varepsilon \left((E \cdot n)^2 - (E \cdot t)^2 \right) \right]_{\Gamma} \quad (22)$$

$$t \cdot [\tau^E] \cdot n^T = q^s E t \quad (23)$$

برای یک قطره کاملاً رسانا در یک سیال عایق، میدان الکتریکی در جهت مماسی صفر می‌باشد؛ بنابراین تنش مماسی (جمله دوم در معادله (۲۳)) برای این حالت صفر می‌باشد.

در جریان‌های بدون تغییر فاز، شرط پیوستگی سرعت را بر روی سطح مشترک داریم:

$$[u]_{\Gamma} = [v]_{\Gamma} = 0 \quad (24)$$

u و v مولفه‌های سرعت هستند. برای مشتقات مماسی نیز شرط زیر را خواهیم داشت:

$$[\nabla u \cdot t]_{\Gamma} = [\nabla v \cdot t]_{\Gamma} = 0 \quad (25)$$

با استفاده از روابط (۲۴) و (۲۵) و معادله پیوستگی می‌توان معادله (۲۱) را به شکل زیر بازنویسی کرد [۱۸]:

$$[\mu \nabla u]_{\Gamma} = [\mu]_{\Gamma} (\nabla u) \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix}^T + [\mu]_{\Gamma} n^T n (\nabla u) n^T n - \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix}^T [\mu]_{\Gamma} (\nabla u)^T n^T n - \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix}^T \left[\varepsilon \left(EE - \frac{1}{2} EEI \right) \right]_{\Gamma} n^T n \quad (26)$$

در این معادله جملات مربوط به میدان الکتریکی برای قطره رسانای معلق در سیال عایق صفر می‌باشد؛ زیرا در این حالت، میدان الکتریکی عمود بر سطح مشترک می‌باشد.

لازم به ذکر است معادله (۲۶) که برای مدل کردن جملات لزج استفاده می‌شود، به دلیل پرفشار در سرعت در جریان‌های همراه با تغییر فاز معتبر

که ناشی از ناهمگنی ضریب نفوذپذیری الکتریکی می‌باشد. با توجه به تجمع بارها در سطح مشترک برای ماده رسانا و نیز یکنواختی ضریب نفوذ الکتریکی در هر فاز، نیروی الکتریکی طبق معادله (۱۳) در هر فاز صفر است. از آنجایی که تغییر ضریب نفوذ الکتریکی تنها در سطح مشترک وجود دارد، نیروی الکتریکی نیز باید در سطح مشترک اعمال شود.

معادله انرژی به صورت زیر بیان می‌شود [۱۲]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \cdot \nabla T = \frac{\nabla \cdot (k \nabla T)}{\rho C_p} \quad (14)$$

T میدان دما، k ضریب هدایت، C_p ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت است.

۳-۳- شرایط پرفشار معادلات جریان و انرژی

در جریان‌های همراه با تبخیر با توجه به بقای جرم در سطح مشترک می‌توان نوشت [۱۶ و ۱۷]:

$$\dot{m} = \rho_l (u_{\text{int}} - u_l) \cdot n = \rho_g (u_{\text{int}} - u_g) \cdot n \quad (15)$$

\dot{m} نرخ تبخیر در واحد سطح و زیرنویس‌های l و g به ترتیب فاز مایع و گاز را نمایش می‌دهند. بردار سرعت در سطح مشترک u_{int} نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u_{\text{int}} = u_l + u_s \quad (16)$$

u_s بخشی از سرعت سطح مشترک است که به دلیل تبخیر ظاهر می‌شود:

$$u_s = \frac{\dot{m}}{\rho} n \quad (17)$$

از معادلات (۱۵) و (۱۶) و (۱۷) شرط پرفشار در سطح مشترک را می‌توان به شکل زیر نتیجه گرفت:

$$[u]_{\Gamma} = \dot{m} \left[\frac{1}{\rho} \right]_{\Gamma} n \quad (18)$$

بنابراین در جریان‌های همراه با تغییر فاز میدان سرعت در سطح مشترک ناپیوسته می‌باشد.

با اعمال قانون بقای مومنتوم در سطح مشترک می‌توان شرایط پرفشار را برای سطح مشترک به صورت زیر نوشت [۱۷]:

$$\left[\begin{pmatrix} n \\ t \end{pmatrix} (pI - (\tau^H + \tau^E) n^T) \right]_{\Gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_K - \dot{m}^2 \left[\frac{1}{\rho} \right]_{\Gamma} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

γ کشش سطحی می‌باشد. با جای‌گذاری تانسورهای تنش در معادله بالا روابط را به ترتیب در دو راستای نرمال و مماس به صورت زیر می‌توان نوشت:

می‌شود. در این روش یک تابع اسکالر φ به صورت تابع فاصله تعریف می‌شود. مقدار آن در سطح مشترک صفر و در قطره و سیال محیط به ترتیب منفی و مثبت می‌باشد.

با توجه به اینکه سطح مشترک همواره سطح تراز صفر تابع φ می‌باشد، رابطه زیر برای این تابع برقرار است [۲۲]:

$$\varphi_t + \mathbf{u}_{int} \cdot \nabla \varphi = 0 \quad (29)$$

\mathbf{u}_{int} سرعت سطح مشترک است. با حل معادله بالا، موقعیت سطح مشترک در گام زمانی بعد مشخص می‌شود. در اثر خطاهای عددی، با حل معادله (۲۹) تابع سطح تراز از تابع فاصله دور می‌شود؛ بنابراین تابع سطح تراز در هر گام زمانی نیاز به اصلاح دارد. برای اصلاح تابع سطح تراز از معادله زیر استفاده می‌شود [۲۲]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = S(\varphi_0)(1 - |\nabla \varphi|) \quad (30)$$

که در آن، φ_0 مقدار تابع φ بدست آمده از حل معادله سطح تراز، τ زمان مجازی و $S(\varphi_0)$ تابع علامت میرا شده است که به صورت

$$S(\varphi_0) = \frac{\varphi_0}{\sqrt{\varphi_0^2 + \Delta x^2}}$$

۴-۲- حل معادله انتقال حرارت

از آنجا که دمای قطره در این تحقیق ثابت و برابر با دمای اشباع سیال است؛ معادله انتقال حرارت تنها برای ناحیه بیرون قطره حل می‌شود. با گسسته سازی جملات جابه‌جایی به صورت صریح و جملات دیفیوژن به صورت ضمنی داریم [۱۷]:

$$\rho C_p T^{n+1} - \Delta t \nabla \cdot (k \nabla T^{n+1}) = \rho C_p T^n - \rho C_p \Delta t (\mathbf{u} \cdot \nabla) T^n \quad (31)$$

در جریان‌های همراه با تبخیر دما در جهت عمود بر سطح مشترک پیوسته می‌باشد؛ اما شار گرمایی به دلیل تغییر فاز ناپیوسته است. از آنجا که جملات جابه‌جایی در معادله انرژی با استفاده از روش وینو گسسته‌سازی می‌شوند، بنابراین برای گسسته‌سازی نیاز به نقاط مجازی در طرف دیگر سطح مشترک می‌باشد. برای برون‌یابی دما در نقاط مجازی اطراف سطح مشترک، از معادلات زیر استفاده می‌شود [۲۴]:

$$\frac{\partial T_n}{\partial \tau} \pm (\mathbf{n} \cdot \nabla) T_n = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} \pm (\mathbf{n} \cdot \nabla) T = T_n \quad (33)$$

که در آن، $T_n = (\mathbf{n} \cdot \nabla) T$ و τ زمان مجازی می‌باشد. در این روش میدان دمای بیرون از فاز داخل (معادله با علامت منفی) و دمای داخل از فاز بیرون (معادله با علامت مثبت) برون‌یابی می‌شود. در این مطالعه، دمای قطره ثابت

نمی‌باشد ولی هنوز نیز می‌توان با استفاده از استراتژی معرفی شده توسط تانگوی^۱ و همکاران [۱۷]، جملات لزج در جریان‌های همراه با تغییر فاز را با بکارگیری معادله (۲۶) مدل کرد.

با توجه به معادله بقای انرژی در سطح مشترک، شرط پرش برای میدان دما به صورت زیر می‌باشد [۱۷]:

$$h_v \dot{m} - [k \nabla T \cdot \mathbf{n}]_{\Gamma} = 0 \quad (27)$$

در روابط بالا، h_v گرمای نهان تبخیر است. زمانی که دمای قطره ثابت و برابر با دمای اشباع مایع باشد معادله (۲۷) را می‌توان به صورت زیر ساده‌سازی کرد:

$$\dot{m} = \frac{-k_g \nabla T \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma}}{h_v} \quad (28)$$

نرخ تبخیر از معادله بالا محاسبه می‌شود.

۴-۳ روش‌های عددی

در این تحقیق، روش تفاضل محدود برای گسسته‌سازی معادلات حاکم بر روی یک شبکه جابه‌جاشده^۲ بکار می‌رود. معادلات جریان به کمک روش تصویرسازی^۳ [۱۹] حل می‌شوند. جملات جابه‌جایی در تمام معادلات توسط روش وینو^۴ [۲۰] مرتبه پنج و جملات پخش نیز از طریق تقریب مرکزی مرتبه دو گسسته می‌شوند. برای گسسته‌سازی جملات زمانی، روش رانگ کوتای^۵ تی وی دی^۶ [۱۹] مرتبه سوم به خدمت گرفته می‌شود. از شرط سی. اف. ال برای اعمال محدودیت گام زمانی استفاده می‌شود [۱۹]. برای ردیابی سطح مشترک از روش سطح تراز^۷ [۲۰] استفاده می‌شود. کمیت‌های ناپیوسته در سطح مشترک با استفاده از تکنیک سیال مجازی^۸ مدل می‌گردند [۱۹ و ۲۰]. روش‌های عددی در قالب توسعه یک کد با استفاده از زبان برنامه نویسی فرترن مورد استفاده قرار گرفته‌اند. چنانچه پیشتر ذکر شد، در همه شبیه‌سازی‌ها اندازه دامنه $5R_0 \times 5R_0$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین، از یک شبکه با اندازه 240×240 استفاده می‌شود. شبیه‌سازی‌ها با استفاده از پردازنده اینتل^۹ با قدرت پردازش ۲/۶ گیگا هرتز انجام می‌شوند. مدت زمان لازم برای انجام هر شبیه‌سازی حدوداً ۴ هفته می‌باشد.

۴-۱- روش سطح تراز

در این مطالعه، از روش سطح تراز برای ردیابی سطح مشترک استفاده

¹Tanguy

²Staggered

³Projection Method

⁴Weighted Essentially Nonoscillatory (WENO)

⁵Runge-Kutta

⁶Total Variation Diminishing (TVD)

⁷Level set

⁸Ghost Fluid Method

⁹Intel

مجازی استفاده می‌شود [۱۹ و ۲۱]. مطابق شکل ۲ فرض کنید سطح مشترک بین نقاط x_{k+1} و x_k قرار دارد. اگر $[u]_{\Gamma} = a_{\Gamma}$ باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$[u]_{\Gamma} = u^+(x) - u^-(x) = a_{\Gamma} \quad (34)$$

به عنوان نمونه شکل گسسته معادله $u_{xx} = 0$ در نقطه k با اعمال شرط پرش در سطح مشترک به صورت زیر می‌باشد:

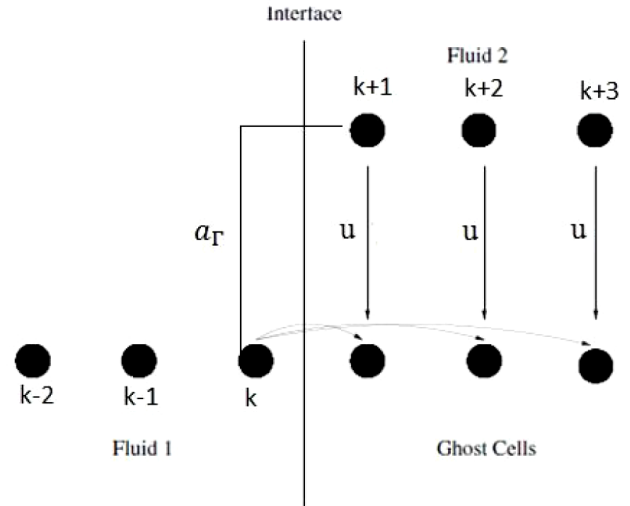
$$\left(\frac{(u_{k+1}^+ - a_{\Gamma}) - u_k^-}{\Delta x} - \frac{u_k^- - u_{k-1}^-}{\Delta x} \right) = 0 \quad (35)$$

با بازنویسی معادله بالا داریم:

$$\frac{u_{k+1} - 2u_k + u_{k-1}}{(\Delta x)^2} = \frac{a_{\Gamma}}{(\Delta x)^2} \quad (36)$$

۵- الگوریتم حل عددی

شکل ۳، الگوریتم حل عددی را برای شبیه‌سازی رفتار هیدرودینامیکی یک قطره رسانا همراه با تغییر فاز در حضور میدان الکتریکی ارائه می‌دهد.



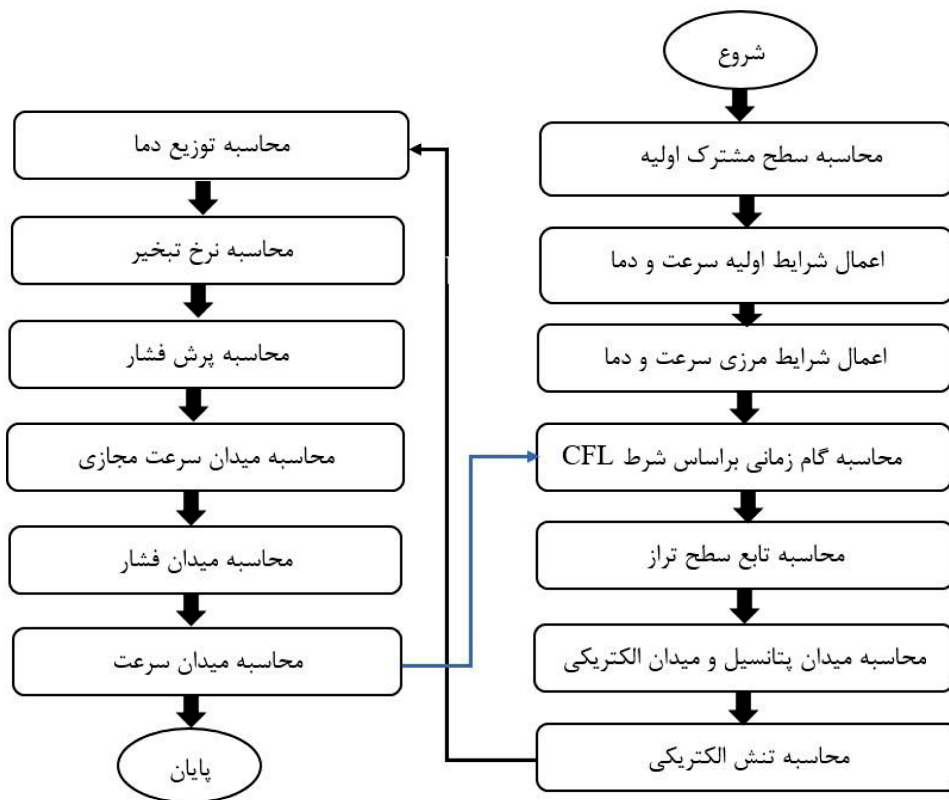
شکل ۲: پرش یک کمیت در سطح مشترک

Fig. 2. The jump in a quantity at the interface

می‌باشد؛ بنابراین تنها از معادله با علامت مثبت استفاده می‌شود.

۴-۳ روش سیال مجازی

برای اعمال شرایط پرش مناسب روی سطح مشترک از روش سیال



شکل ۳: الگوریتم حل عددی

Fig. 3. Numerical procedure algorithm

۶-۲- تغییر شکل قطره بدون تغییر فاز
 چگالی دو سیال یکسان در نظر گرفته می‌شود؛ بنابراین، اثر نیروی شناوری حذف می‌گردد. شکل ۵ تغییرات مؤلفه‌های افقی و عمودی میدان الکتریکی را برحسب x نمایش می‌دهد. در این شکل‌ها نتایج عددی با حل تحلیلی مقایسه شده‌اند. تطابق خوبی که بین نتایج وجود دارد، دقت روش عددی را تأیید می‌کند. همچنین شکل ۵ نشان می‌دهد که به کمک روش عددی مورد استفاده، پرش در مؤلفه افقی و عمودی میدان الکتریکی در سطح مشترک با دقت خوبی اعمال می‌شود.

۶-۲- تغییر شکل قطره بدون تغییر فاز

پیشتر پورنادری و پیشه‌ور [۲۵] با توسعه یک کد تبخیر قطره را در فرآیند برخورد با سطح داغ در رژیم جوشش لایه‌ای با استفاده از روش سطح تراز شبیه‌سازی کردند. در این قسمت، با اضافه کردن اثر میدان الکتریکی به کد مذکور، نتایج شبیه‌سازی برای یک قطره رسانای معلق در یک سیال عایق ارائه می‌شود. در این حالت تغییر فاز اتفاق نمی‌افتد. تنش‌های الکتریکی تمایل به تغییر شکل قطره دارند. از سوی دیگر، نیروی کشش سطحی در مقابل تغییر شکل مقاومت می‌کنند. پارامتر بدون بعد مهمی که این پدیده را توصیف می‌کند، عدد موینگی الکتریکی است که به صورت نسبت نیروی الکتریکی به نیروی کشش سطحی تعریف می‌شود [۸]:

$$Ca_E = \frac{\epsilon_e E_0^2 R_0}{\gamma} \quad (40)$$

ϵ_e ضریب نفوذ الکتریکی سیال عایق (فاز پیوسته) می‌باشد. برای مشخص کردن میزان تغییر شکل قطره، پارامتر تغییر شکل به صورت زیر تعریف می‌شود [۸]:

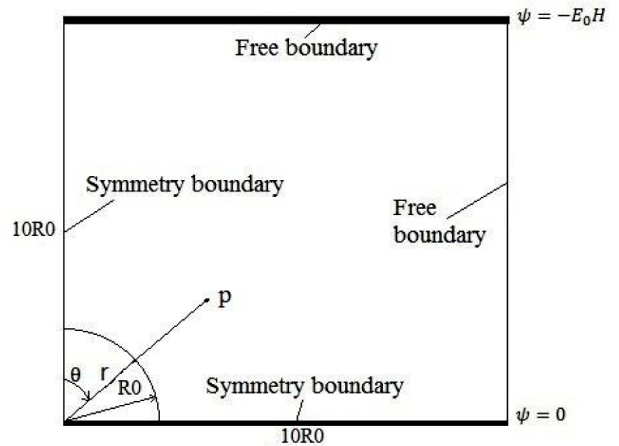
$$D = \frac{A - B}{A + B} \quad (41)$$

A و B به ترتیب اقطار قطره به ترتیب در جهت‌های موازی و عمود بر جهت میدان الکتریکی می‌باشد.

جدول ۱: پارامترهای شبیه‌سازی [۸]

Table 1. Simulation parameters [8]

کمیت	فاز قطره (آب دی‌یونیزه)	فاز پیوسته (روغن سیلیکون)
شعاع قطره	۲/۵ (mm)	-
ضریب نفوذ الکتریکی	۶۸۷/۸۱ (pF/m)	۲۴/۳۴۸ (pF/m)
لزجت	۰/۰۰۰۹۸ (Pa.s)	۰/۹۸ (Pa.s)
چگالی	۹۷۱ (kg/m ³)	۷۱ (kg/m ³)



شکل ۴: توصیف شماتیک مسأله

Fig. 4. Schematic description of the problem

۶- نتایج

۶-۱- اعتبارسنجی محاسبه میدان الکتریکی

فرض کنید یک قطره رسانای کامل با شعاع R_0 که در یک سیال عایق معلق می‌باشد، در معرض میدان الکتریکی خارجی با شدت E_0 در جهت منفی محور Y قرار بگیرد. شکل ۴ دامنه و شرایط مرزی را نمایش می‌دهد. مطابق خواص مواد رسانا میدان الکتریکی درون قطره صفر می‌باشد و سطح قطره یک سطح هم‌پتانسیل می‌باشد. شرایط مرزی الکتریکی به شکل زیر تعریف می‌شوند [۱۴]:

$$\begin{cases} \psi = 0 & r = R_0 \\ \psi \rightarrow -E_0 r \cos \theta & r \gg R_0 \end{cases} \quad (37)$$

میدان پتانسیل الکتریکی خارج قطره از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۴]:

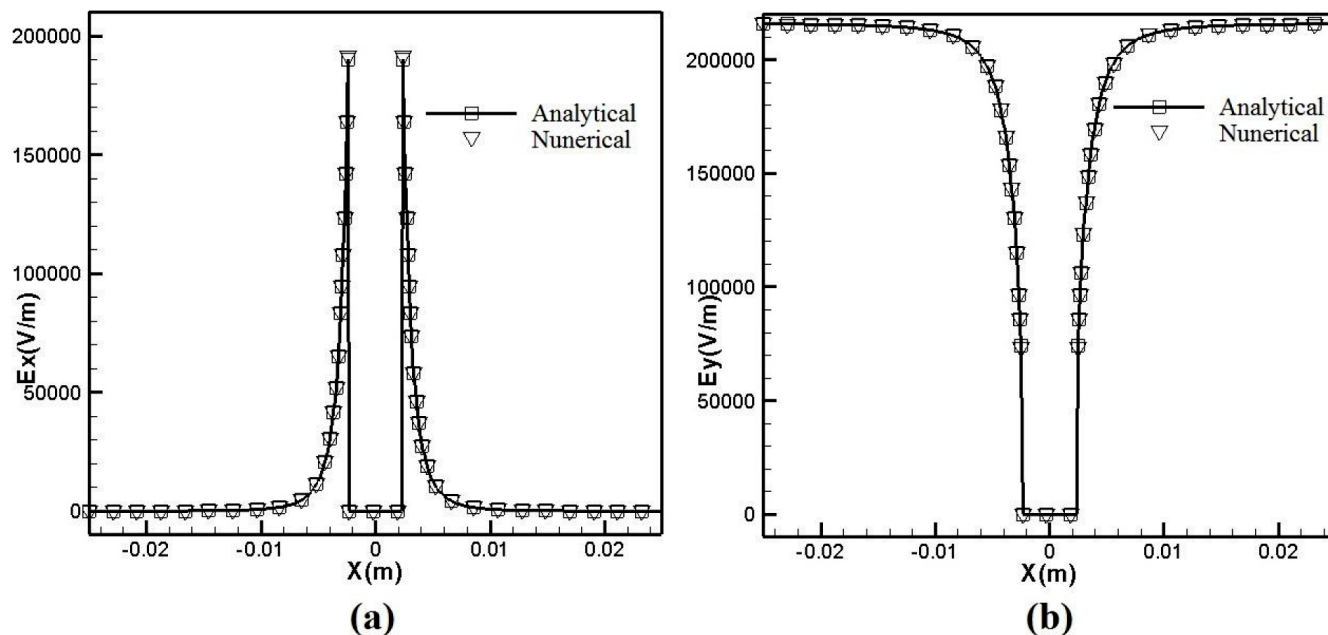
$$\psi^+(r, \theta) = -E_0 \left(r - \frac{R_0^3}{r^2} \right) \cos \theta \quad (38)$$

با استفاده از معادله بالا میدان الکتریکی در جهت‌های x و y بدست می‌آید:

$$\begin{cases} E_x^+ = 3E_0 \left(\frac{R_0}{r} \right)^3 \sin \theta \cos \theta \\ E_y^+ = \left[\left(\frac{R_0}{r} \right)^3 (3 \cos^2 \theta - 1) + 1 \right] E_0 \end{cases} \quad (39)$$

E_x^+ و E_y^+ بترتیب مؤلفه‌های میدان الکتریکی خارج قطره در جهت‌های افقی و عمودی هستند.

حل تحلیلی برای یک قطره کروی معتبر است؛ بنابراین، نتایج عددی را می‌توان با نتایج تحلیلی در اولین گام زمانی مقایسه کرد. جدول ۱ خواص فیزیکی استفاده شده در این شبیه‌سازی را ارائه می‌دهد. مقدار کشش سطحی $\gamma = 0/0248$ N/m می‌باشد. قطره رسانا در معرض میدان الکتریکی با شدت



شکل ۵: تغییرات مولفه افقی (a) و مولفه عمودی (b) میدان الکتریکی بر حسب محور x در $y=0.835$ mm برای اولین گام زمانی

Fig. 5. The variations of horizontal (a) and vertical (b) component of electric field versus x at $y=0.835$ mm for the first time step

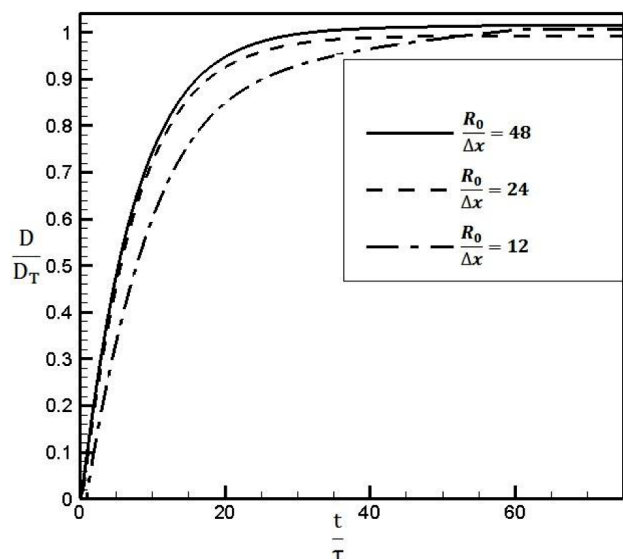
می‌باشد. بنابراین چنانچه از شبکه با $\Delta x = \Delta y = R_0/48$ در شبیه‌سازی‌ها استفاده شود، بیشینه خطای نسبی کمتر از ۲ درصد می‌باشد.

شکل ۷ تغییر شکل قطره را به صورت تابعی از عدد موینگی الکتریکی نشان می‌دهد. با افزایش عدد موینگی الکتریکی، میزان تغییر شکل قطره افزایش می‌یابد. در این شکل، نتایج شبیه‌سازی با نتایج عددی فنگ و اسکات [۲۸] و نتایج آزمایشگاهی‌ها و یانگ [۲۹] مقایسه شده است. فنگ

تیلور [۲۶] یک حل تحلیلی برای تغییر شکل‌های کوچک یک قطره در یک میدان الکتریکی ارائه داد. این معادله تحلیلی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$D_T = \frac{9}{16} Ca_E \quad (42)$$

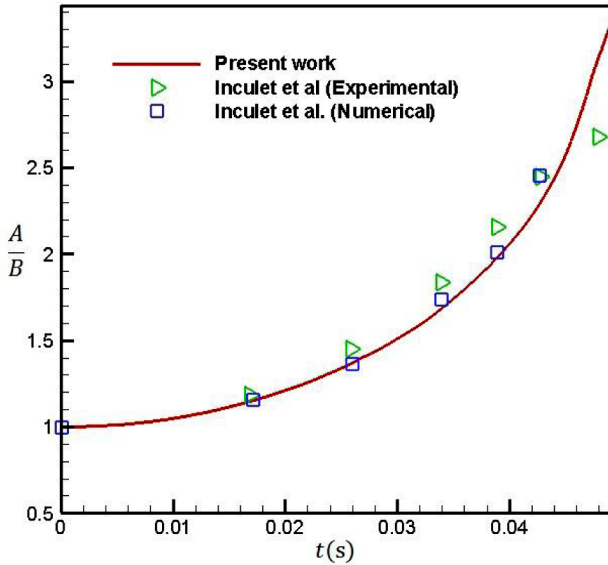
در این شبیه‌سازی $Ca_E = 0.1$ خواص فیزیکی، بر اساس داده‌های جدول ۱ می‌باشند. شکل ۶ تغییرات تغییر شکل بر حسب زمان را برای شبکه‌های مختلف نمایش می‌دهد. مقدار تغییر شکل تحلیلی D_T برای بی‌بعدسازی کمیت تغییر شکل استفاده می‌شود. همچنین زمان نیز با استفاده



شکل ۶: تغییر شکل قطره بر حسب زمان برای شبکه‌های مختلف

Fig. 6. The variations of droplet deformation versus time for different grids

از کمیت $\tau = \sqrt{\frac{(2\rho_e + 3\rho_i)R_0^3}{24\gamma}}$ بی‌بعد می‌شود [۲۷]. زیرنویس‌های i و e به ترتیب به ناحیه داخل و بیرون قطره اشاره دارند. در اثر تنش‌های الکتریکی قطره تغییر شکل می‌دهد. ابتدا تنش‌های الکتریکی غالب هستند و میزان تغییر شکل با یک نرخ بالا افزایش می‌یابد. نیروی کشش سطحی در برابر این تغییر شکل مقاومت می‌کند. بعد از زمان مشخصی نیروی الکتریکی و کشش سطحی به تعادل می‌رسند و تغییر شکل قطره متوقف می‌گردد. به این تغییر شکل، تغییر شکل پایا گفته می‌شود. شکل ۶ نشان می‌دهد که تغییر شکل بی بعد به یک میل می‌کند. این امر اعتبار نتایج را تأیید می‌کند. همچنین شکل ۶ نشان می‌دهد که شبکه با $\Delta x = \Delta y = R_0/48$ برای انجام شبیه‌سازی‌ها مناسب می‌باشد. اگر خطای نسبی تغییر اندازه شبکه در هر لحظه $E = \left\{ \left[\frac{(D/D_T)_{2N}}{(D/D_T)_N} - \frac{(D/D_T)_N}{(D/D_T)_{2N}} \right] \right\}$ بیان شود N شبکه درشت و $2N$ شبکه ریز را نشان می‌دهد، بیشینه مقدار خطای نسبی برای شبکه $R_0/\Delta x = 12$ ۸/۷ درصد و برای شبکه $R_0/\Delta x = 24$ ۲ درصد

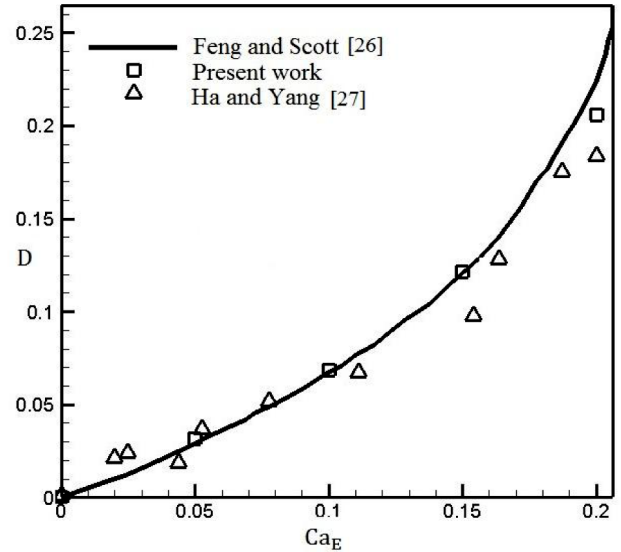


شکل ۹: تغییر شکل قطره نسبت به زمان در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و عددی [۳۰] ($C_{aE}=0.54$)
 Fig. 9. Droplet deformation versus time in comparison with the experimental and numerical results [30] ($C_{aE}=0.54$)

آزمایشگاهی نشان می‌دهد که بیشترین مقدار خطا در تحقیق حاضر و نیز تحقیق عددی فنگ و اسکات به ترتیب ۱۲/۳۵ و ۲۱/۱۶ درصد می‌باشد؛ بنابراین، روش عددی حاضر در مقایسه با روش عددی فنگ و اسکات، پیش بینی دقیق‌تری از رفتار هیدرودینامیکی قطره ارائه می‌دهد. شکل ۸، شکل پایایی قطره و خطوط جریان اطراف آن را برای $C_{aE}=0.2$ نمایش می‌دهد. لازم به ذکر است که بخشی از دامنه محاسباتی نمایش داده شده است. چنانچه ملاحظه می‌گردد، در اثر تنش‌های الکتریکی قطره در جهت میدان کشیده می‌شود. نیروی کشش سطحی در برابر این تغییر شکل مقاومت می‌کند. بعد از زمان مشخصی نیروی الکتریکی و کشش سطحی به تعادل می‌رسند و تغییر شکل قطره متوقف می‌گردد.

جدول ۲: پارامترهای شبیه‌سازی [۳۰]
 Table 2. Simulation parameters [30]

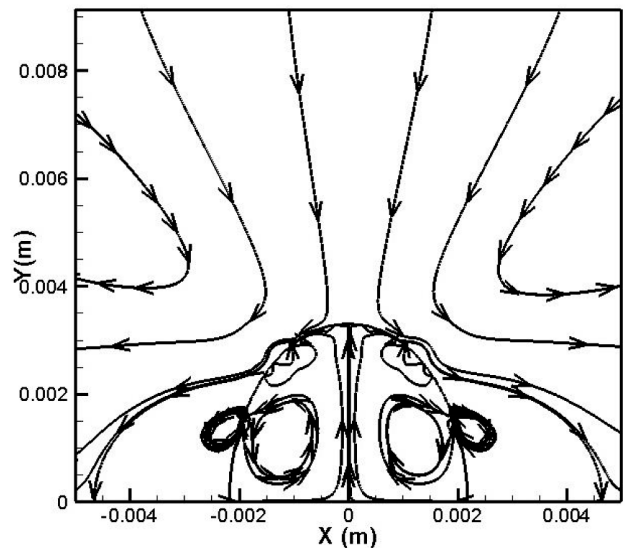
کمیت	فاز قطره (آب)	فاز پیوسته (هوا)
شعاع قطره	۷ (mm)	—
ضریب نفوذ الکتریکی	۶۹۵ (pF/m)	۸/۸۵۴ (pF/m)
لزجت	۰/۰۰۱ (Pa.s)	۱/۸۱×۱۰ ^{-۳} (Pa.s)
چگالی	۹۹۸ (kg/m ³)	۱/۲۱ (kg/m ³)



شکل ۷: تغییر شکل قطره بر حسب عدد موینگی الکتریکی

Fig. 7. The variations of droplet deformation versus electric capillary number

و اسکات تغییر شکل و جریان القایی اطراف قطره را با استفاده از روش اجزا محدود گالرکین^۱ و با حل معادلات ناور-استوکس شبیه‌سازی کردند. چنانچه مشاهده می‌شود، تطابق میان نتایج شبیه‌سازی با نتایج عددی فنگ و اسکات رضایت‌بخش است. اختلاف کمی بین نتایج شبیه‌سازی و نتایج آزمایشگاهی وجود دارد. بیشترین مقدار اختلاف مربوط به عدد موینگی ۰/۲ است. مقایسه نتایج کار حاضر و نتایج عددی فنگ و اسکات با نتایج



شکل ۸: شکل پایایی قطره و خطوط جریان اطراف آن $C_{aE}=0.2$
 Fig. 8. The droplet steady shape and streamlines ($C_{aE}=0.2$)

^۱Galerkin

۶-۳- تغییر شکل قطره همراه با تغییر فاز

با توجه به اینکه با اضافه شدن اثر میدان الکتریکی، تغییری در معادله انرژی حاصل نمی‌شود و نیز در بخش‌های قبل، اعتبار حل معادلات میدان الکتریکی تایید شد، در این بخش می‌توان تاثیر میدان الکتریکی بر تبخیر و انتقال حرارت یک قطره رسانای معلق در یک سیال عایق را بررسی نمود. براساس اعداد بدون بعد، این مسأله به صورت زیر بیان می‌گردد:

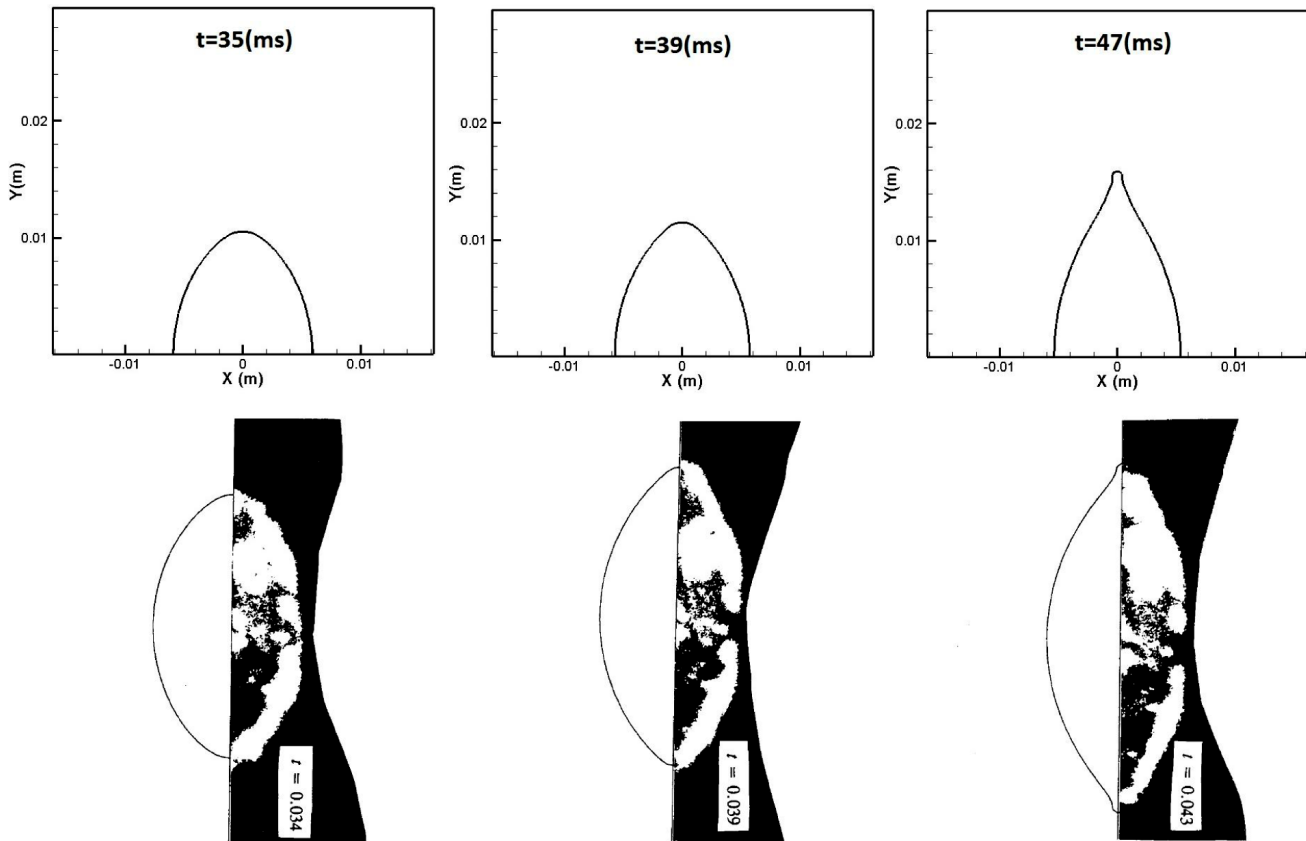
$$Gr = f(Ja, Pr, Ca_E, Fo) \quad (۴۳)$$

$$Gr = \frac{\dot{m}_t C_p}{k D_0}, \quad Ja = \frac{C_p \Delta T_{sat}}{h_v}, \quad Pr = \frac{\mu C_p}{k}$$

که $Fo = \frac{kt}{\rho C_p D_0^2}$ به ترتیب اعداد گراتس^۱ (نرخ تبخیر بی‌بعد)، ژاکوب^۲، پرانتل^۳ و فوریه^۴ می‌باشند. \dot{m}_t نرخ تبخیر قطره است. از آنجا که در این تحقیق، دمای داخل قطره ثابت است (دمای اشباع)، پارامترهای بی‌بعد،

^۱Gratz
^۲Jakob
^۳Prandtl
^۴Fourier

اینکولت و همکاران [۳۰] نیز به صورت آزمایشگاهی و عددی تغییر شکل قطره رسانای معلق در سیال عایق را بررسی کردند. پارامترهای شبیه‌سازی در جدول ۲ ارائه شده است. در این شبیه‌سازی $Ca_E = 0.54$ و مقدار کشش سطحی 0.0727 N/m می‌باشد. شکل ۹ تغییر شکل قطره (نسبت قطر قطره در جهت میدان الکتریکی به قطر قطره در جهت عمود بر میدان) را برحسب زمان در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و عددی اینکولت و همکاران نمایش می‌دهد. تطابق خوبی بین نتایج شبیه‌سازی و نتایج عددی اینکولت مشاهده می‌گردد. اختلاف بین نتایج شبیه‌سازی و نتایج آزمایشگاهی بیشتر است و با گذشت زمان، افزایش می‌یابد. حداکثر مقدار خطا در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی ۱۶/۵۹ درصد است. در این حالت تغییر شکل قطره با گذشت زمان افزایش می‌یابد و بر خلاف حالات قبل به میزان ثابتی نمی‌رسد. به این تغییر شکل، تغییر شکل غیر دائم گفته می‌شود. در واقع زمانی که عدد موینگی الکتریکی از میزان مشخصی بیشتر شود، تغییر شکل غیر دائم اتفاق می‌افتد. شکل ۱۰ منحنی قطره را در زمان‌های مختلف در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و عددی نشان می‌دهد. این شکل توانایی روش عددی را در پیش‌بینی صحیح شکل قطره تایید می‌کند.



شکل ۱۰: مقایسه شکل قطره شبیه‌سازی شده (شکل بالا) با نتایج آزمایشگاهی و عددی [۳۰] (شکل پایین) ($Ca_E = 0.54$)

Fig. 10. The comparison of the simulated droplet shape (the top figure) with the experimental and numerical results [30] (the bottom figure) ($Ca_E = 0.54$)

جدول ۳: پارامترهای شبیه‌سازی [۱۶]

Table 3. Simulation parameters [16]

کمیت	فاز قطره	فاز پیوسته (هوا)
شعاع قطره	۲/۵ (mm)	—
ضریب نفوذ الکتریکی	$68/66 \times 10^{-11}$ (F/m)	$2/43 \times 10^{-11}$ (F/m)
لزجت	۰/۰۱ (Pa.s)	۰/۰۰۵ (Pa.s)
چگالی	۲۰۰ (kg/m ³)	۵ (kg/m ³)
ضریب هدایت حرارتی	۴۰ (W/mK)	۱ (W/mK)
ظرفیت حرارتی ویژه در فشار ثابت	۴۰۰ (kJ/kgK)	۲۰۰ (kJ/kgK)

و سرانجام به یک مقدار ثابت می‌رسد. در حضور میدان الکتریکی، قطره تغییر شکل می‌دهد؛ بنابراین، سطح انتقال حرارت و در نتیجه عدد ناسلت افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، تغییر شکل قطره از طریق ایجاد گرادیان‌های دمای بالا اطراف سطح قطره، باعث افزایش نرخ تبخیر می‌شود. افزایش نرخ تبخیر منجر به کاهش سطح انتقال حرارت می‌شود. در واقع، اثر دوم در تقابل با اثر اول عمل می‌کند. بعد از گذشت یک بازه زمانی، این دو اثر به تعادل می‌رسند؛ بنابراین، بعد از یک افزایش موقت عدد ناسلت به یک مقدار پایا می‌رسد.

برای اعداد موینگی الکتریکی برابر یا بیشتر از $0/72$ ، این الگو تغییر می‌کند. در واقع، در این حالت اثر اول (افزایش عدد ناسلت در اثر افزایش سطح انتقال حرارت که ناشی از تغییر شکل قطره است) غالب می‌شود و بعد از کاهش اولیه، عدد ناسلت با نرخ بالایی افزایش می‌یابد. در این حالت، تغییر شکل ادامه می‌یابد و مقدار پایایی برای عدد ناسلت حاصل نمی‌شود. می‌توان نتیجه گرفت که در مسائل تغییر شکل همراه با تغییر فاز، یک مقدار بحرانی برای عدد موینگی الکتریکی وجود دارد که از عدد موینگی الکتریکی بحرانی مرسوم متفاوت است و می‌توان آن را عدد موینگی الکتریکی بحرانی تبخیر ($C_{aE, ev}^{cr}$) نامید. در این حالت، $C_{aE, ev}^{cr} = 0/72$ است [۲۸]. شکل ۱۳ مقدار پایایی عدد ناسلت (Nu_s) را به صورت تابعی از عدد موینگی الکتریکی در ناحیه زیر بحرانی ارائه می‌دهد. می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش شدت میدان الکتریکی، نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد. در واقع، تغییر شکل قطره تحت اثر میدان الکتریکی منجر به افزایش سطح انتقال حرارت و همچنین ایجاد گرادیان‌های شدید دما اطراف قطره می‌شود. در نتیجه، میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

شکل ۱۴ تغییرات حجم بی‌بعد قطره را بر حسب عدد فوریه برای اعداد موینگی الکتریکی مختلف نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش عدد موینگی الکتریکی، میزان کاهش حجم قطره افزایش می‌یابد. این امر ناشی از افزایش میزان انتقال حرارت می‌باشد. همچنین، یک کاهش قابل توجه در حجم قطره زمانی که $C_{aE}^{cr} = C_{aE, ev}^{cr} = 0/72$ مشاهده می‌شود. چنانچه بیشتر توضیح داده شد، دلیل این امر عوض شدن رژیم تغییر شکل از حالت پایا به حالت ناپایا و افزایش قابل توجه سطح انتقال حرارت می‌باشد.

۷- نتیجه گیری

در این تحقیق، اثر میدان الکتریکی روی تغییر شکل و تغییر فاز یک قطره رسانای معلق در یک سیال عایق مطالعه می‌شود. ابتدا تغییر شکل قطره بدون تبخیر بررسی می‌شود. قطره رسانا در حضور میدان الکتریکی، تحت اثر تنش‌های الکتریکی در سطح مشترک تغییر شکل می‌یابد و در جهت میدان الکتریکی کشیده می‌شود. اگر عدد موینگی الکتریکی از حد بحرانی فراتر رود، تغییر شکل قطره ناپایا خواهد بود. نتایج شبیه‌سازی، تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی و عددی موجود دارند. نوآوری تحقیق حاضر مربوط به مطالعه اثر میدان الکتریکی روی تبخیر قطره می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که

براساس خواص گاز محاسبه می‌شوند. مسأله مذکور را می‌توان به صورت زیر نیز بیان کرد:

$$Nu = f(Ja, Pr, Ca_E, Fo) \quad (۴۴)$$

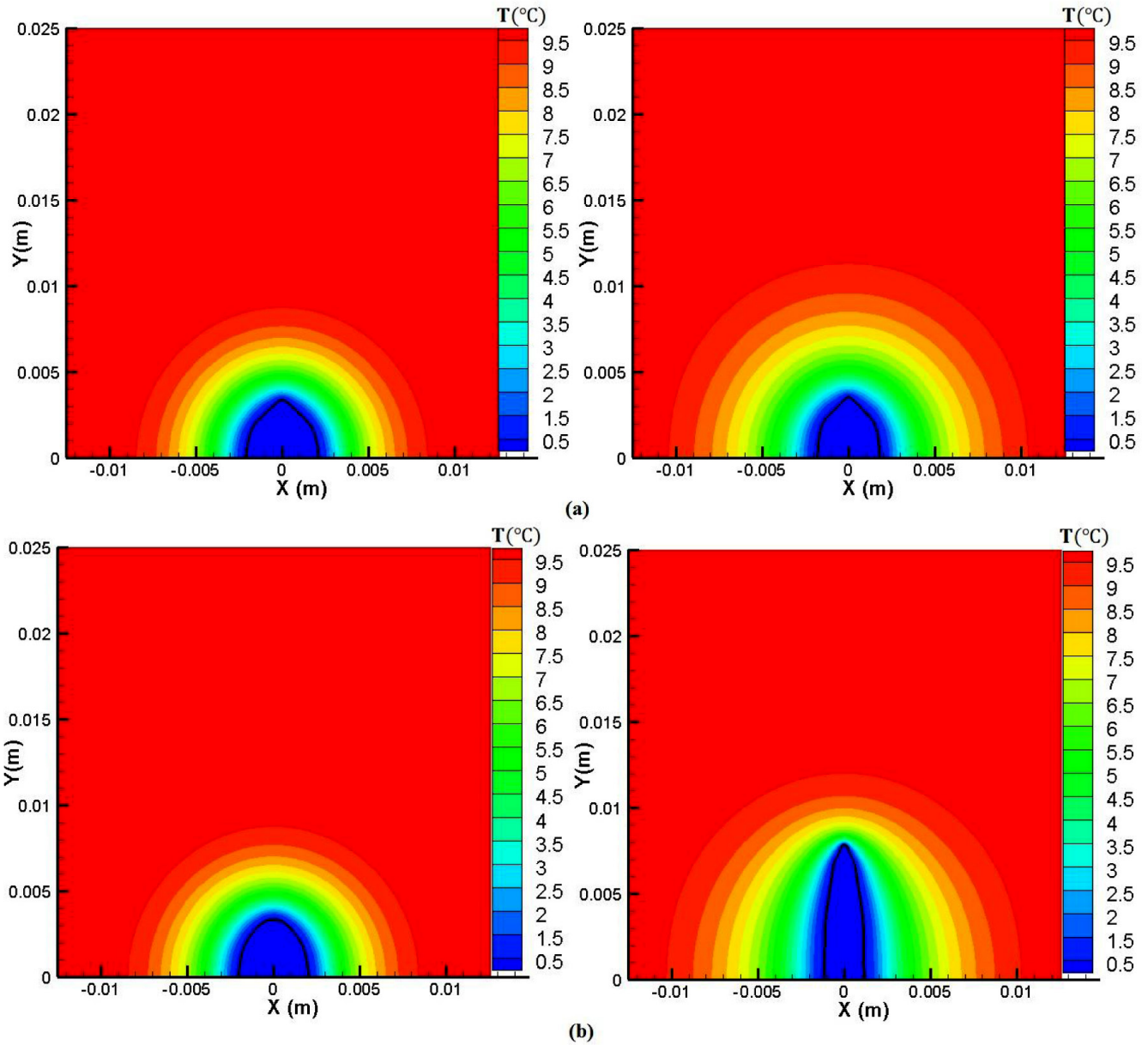
که $Nu = \frac{\dot{m}_t h_v D_0}{\Delta T_{sat} k}$ عدد ناسلت^۱ است که مربوط به نرخ انتقال حرارت قطره می‌باشد.

پارامترهای شبیه‌سازی در جدول ۳ ارائه شده است. کشش سطحی $\gamma = 0/3$ N/m، گرمای نهان تبخیر $h_v = 1000$ kJ/kg و دمای اشباع $T_{sat} = 283/15$ K است. اعداد ژاکوب و پراتل متناظر به ترتیب ۲ و ۱ می‌باشند. دمای اولیه فاز گاز $283/15$ کلون است. همچنین شرط مرزی دیریشله^۲ $T = 283/15$ روی تمام مرزها اعمال می‌شود.

شکل ۱۱ قطره و توزیع دمای اطراف آن را در دو زمان مختلف برای $C_{aE} = 0/72$ و $C_{aE}^{cr} = 0/72$ نمایش می‌دهد. یک قطره ساکن اشباع در یک محیط با دمای بالاتر به دلیل اختلاف دما در سطح مشترک تبخیر می‌شود. تغییر شکل قطره ناشی از تنش‌های الکتریکی روی انتقال حرارت و در نتیجه تبخیر قطره اثر می‌گذارد. شکل ۱۲ عدد ناسلت را به صورت تابعی از عدد فوریه برای اعداد موینگی مختلف نمایش می‌دهد. در غیاب میدان الکتریکی، در لحظه اول عدد ناسلت به دلیل اختلاف دمای زیاد، حداکثر مقدار خود را دارد. با گذشت زمان، گرادیان دما و در نتیجه عدد ناسلت کاهش می‌یابد. سرانجام یک حالت پایا حاصل شده و عدد ناسلت به یک مقدار ثابت می‌رسد. زمانی که میدان الکتریکی اعمال می‌گردد، الگوی حاصل قدری متفاوت می‌شود. در این حالت، بعد از کاهش اولیه عدد ناسلت افزایش می‌یابد

^۱Nusselt

^۲Dirichlet



شکل ۱: تغییر شکل قطره و توزیع دمای اطراف آن برای الف) $C_{aE}=0.71$ و ب) $C_{aE}=0.72$ در زمان $6/28$ میلی ثانیه (چپ) و $5/34$ میلی ثانیه (راست)
 Fig. 11. The droplet shape and temperature distribution for (a) $(CaE=0.71)$ and (b) $(CaE=0.72)$ at 6.28ms (left) and 5.34ms (right)

۲ و عدد پراتل ۱ مقدار آن برابر با 0.72 می باشد.

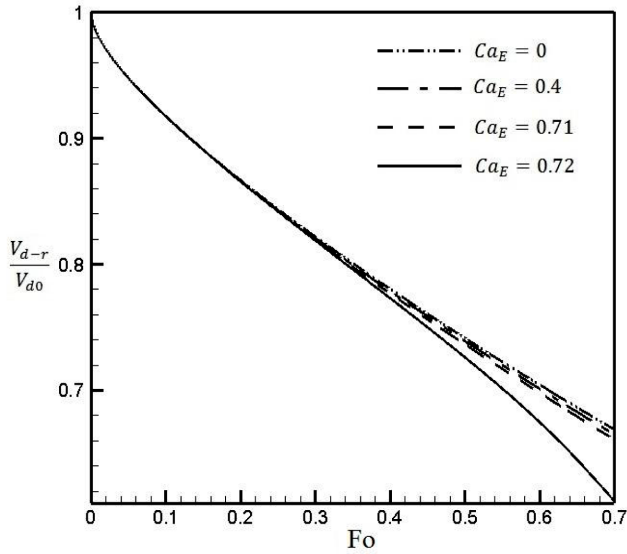
فهرست علائم

علائم انگلیسی

Ca عدد موینگی

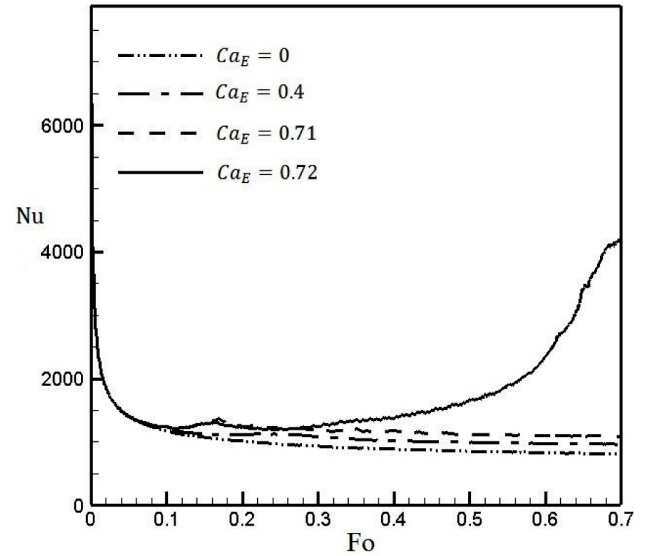
C_p ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت $(J.kg^{-1}K^{-1})$

عدد ناسلت و در نتیجه میزان تبخیر قطره با افزایش عدد موینگی الکتریکی افزایش می یابد. زمانی که عدد موینگی الکتریکی کمتر از مقدار مشخصی (عدد موینگی الکتریکی بحرانی تبخیر) باشد، بعد از یک بازه زمانی عدد ناسلت به مقدار پایایی می رسد. در حالی که برای اعداد موینگی الکتریکی بزرگتر از مقدار بحرانی، مقدار پایایی برای عدد ناسلت وجود ندارد. در این حالت بعد از کاهش اولیه، عدد ناسلت بانرخ بالایی افزایش می یابد که این امر منجر به افزایش قابل توجه در میزان تبخیر قطره می شود. عدد موینگی بحرانی تبخیر برای اولین بار در این تحقیق معرفی می گردد و مقدار آن با عدد موینگی بحرانی متفاوت است. برای مسأله تبخیر قطره با عدد ژاکوب



شکل ۱۴: حجم بی بعد قطره بر حسب عدد فوریه برای اعداد موینگی الکتریکی مختلف

Fig. 14. The non-dimensional volume of the droplet versus Fourier number for different electric capillary number

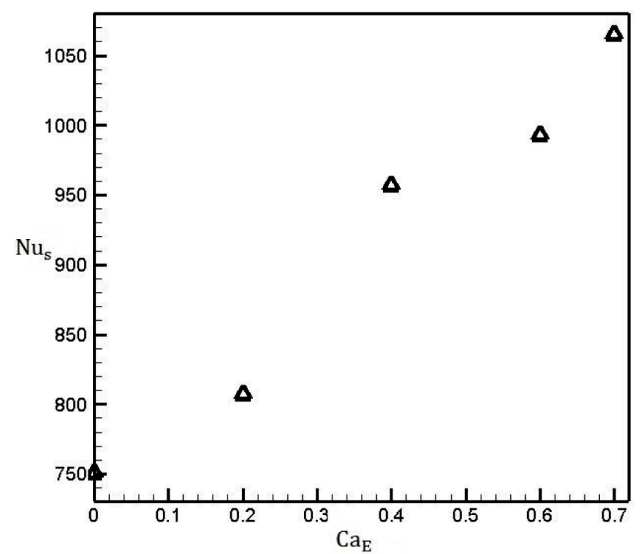


شکل ۱۲: عدد ناسلت بر حسب عدد فوریه برای اعداد موینگی الکتریکی مختلف

Fig. 12. The variations of Nusselt number versus Fourier number for different electric capillary number

عدد گراتس	Gr	تغییر شکل	D
عدد ژاکوب	Ja	میدان الکتریکی ($V.m^{-1}$)	E
ضریب رسانش حرارتی ($W.m^{-1}K^{-1}$)	k	عدد فوریه	Fo
نرخ تبخیر بر واحد سطح ($kg.s^{-1}m^{-2}$)	\dot{m}	بردار گرانش ($m.s^{-2}$)	g
بردار نرمال واحد	n		
عدد ناسلت	Nu		
فشار ($N.m^{-2}$)	p		
عدد پرانتل	Pr		
شعاع قطره (m)	R_0		
دما (K)	T		
بردار مماس واحد	t		
بردار سرعت ($m.s^{-1}$)	u		
عدد وبر	We		

علامه یونانی



شکل ۱۳: مقدار پایای عدد ناسلت بر حسب عدد موینگی الکتریکی

Fig. 13. The steady value of the Nusselt number versus electric capillary number

- 206(1) (2005) 150-161.
- [4] E. Lac, G. Homsy, Axisymmetric deformation and stability of a viscous drop in a steady electric field, *Journal of Fluid Mechanics*, 590 (2007) 239-264.
- [5] N. Dubash, A.J. Mestel, Breakup behavior of a conducting drop suspended in a viscous fluid subject to an electric field, *Physics of Fluids*, 19(7) (2007) 072101.
- [6] J. Hua, L.K. Lim, C.-H. Wang, Numerical simulation of deformation/motion of a drop suspended in viscous liquids under influence of steady electric fields, *Physics of Fluids*, 20(11) (2008) 113302.
- [7] P.F. Salipante, P.M. Vlahovska, Electrohydrodynamics of drops in strong uniform dc electric fields, *Physics of Fluids*, 22(11) (2010) 112110.
- [8] H. Paknemat, A. Pischevar, P. Pournaderi, Numerical simulation of drop deformations and breakup modes caused by direct current electric fields, *Physics of Fluids*, 24(10) (2012) 102101.
- [9] A. Beroual, Parameters influencing the behavior of water droplets immersed in dielectric liquids submitted to electric stress, in: 2013 Annual Report Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, IEEE, 2013, pp. 996-999.
- [10] R.B. Karyappa, S.D. Deshmukh, R.M. Thaokar, Breakup of a conducting drop in a uniform electric field, *Journal of Fluid Mechanics*, 754 (2014) 550-589.
- [11] S.W. Welch, G. Biswas, Direct simulation of film boiling including electrohydrodynamic forces, *Physics of Fluids*, 19(1) (2007) 012106.
- [12] G. Tomar, G. Biswas, A. Sharma, S. Welch, Influence of electric field on saturated film boiling, *Physics of Fluids*, 21(3) (2009) 032107.
- [13] V. Pandey, G. Biswas, A. Dalal, Effect of superheat and electric field on saturated film boiling, *Physics of Fluids*, 28(5) (2016) 052102.
- [14] D.J. Griffiths, Introduction to electrodynamics, in, AAPT, 2005.
- [15] D. Saville, Electrohydrodynamics: the Taylor-Melcher leaky dielectric model, *Annual review of fluid mechanics*, 29(1) (1997) 27-64.
- [16] F. Gibou, L. Chen, D. Nguyen, S. Banerjee, A level set based sharp interface method for the multiphase incompressible Navier–Stokes equations with phase change, *Journal of Computational Physics*, 222(2) (2007) 536-555.
- [17] S. Tanguy, T. Ménard, A. Berlemont, A level set method for vaporizing two-phase flows, *Journal of Computational Physics*, 221(2) (2007) 837-853.
- [18] E. Bjørklund, The level-set method applied to droplet
- ϵ ضریب نفوذ الکتریکی (F/m)
- ϕ تابع سطح تراز (m)
- ∇ اپراتور گرادیان
- γ کشش سطحی ($N.m^{-1}$)
- κ انحنا (m^{-1})
- μ لزجت دینامیکی ($kg.m^{-1}s^{-1}$)
- ρ چگالی ($kg.m^{-3}$)
- ψ میدان پتانسیل الکتریکی (V)
- τ زمان مجازی (s)
- بالانویس‌ها
- E الکتریکی
- H هیدرودینامیکی
- T ترانهاده
- زیرنویس‌ها
- e ناحیه خارج قطره
- Γ سطح مشترک
- g گاز
- i ناحیه داخل قطره
- l مایع

مراجع

- [1] P. Brazier-Smith, Stability and shape of isolated and pairs of water drops in an electric field, *The physics of Fluids*, 14(1) (1971) 1-6.
- [2] A. Mestel, Maximal accelerations for charged drops in an electric field, *Physics of Fluids*, 14(4) (2002) 1396-1402.
- [3] J. Zhang, D.Y. Kwok, A 2D lattice Boltzmann study on electrohydrodynamic drop deformation with the leaky dielectric theory, *Journal of Computational Physics*,

- [25] P. Pournaderi, A. Pischevar, A numerical investigation of droplet impact on a heated wall in the film boiling regime, *Heat and Mass Transfer*, 48(9) (2012) 1525-1538.
- [26] G.I. Taylor, Studies in electrohydrodynamics. I. The circulation produced in a drop by an electric field, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 291(1425) (1966) 159-166.
- [27] D. Whitaker, C. Kim, C. Vicente, M. Weilert, H. Maris, G. Seidel, Shape oscillations in levitated He II drops, *Journal of low temperature physics*, 113(3-4) (1998) 491-499.
- [28] J.Q. Feng, T.C. Scott, A computational analysis of electrohydrodynamics of a leaky dielectric drop in an electric field, *Journal of Fluid Mechanics*, 311 (1996) 289-326.
- [29] J.-W. Ha, S.-M. Yang, Deformation and breakup of Newtonian and non-Newtonian conducting drops in an electric field, *Journal of Fluid Mechanics*, 405 (2000) 131-156.
- [30] I.I. Inculet, J. Floryan, R.J. Haywood, Dynamics of water droplets breakup in electric fields, *IEEE transactions on industry applications*, 28(5) (1992) 1203-1204.
- dynamics in the presence of an electric field, *Computers & Fluids*, 38(2) (2009) 358-369.
- [19] M. Kang, R.P. Fedkiw, X.-D. Liu, A boundary condition capturing method for multiphase incompressible flow, *Journal of Scientific Computing*, 15(3) (2000) 323-360.
- [20] R.P. Fedkiw, T. Aslam, B. Merriman, S. Osher, A non-oscillatory Eulerian approach to interfaces in multimaterial flows (the ghost fluid method), *Journal of Computational Physics*, 152(2) (1999) 457-492.
- [21] X.-D. Liu, R.P. Fedkiw, M. Kang, A boundary condition capturing method for Poisson's equation on irregular domains, *Journal of Computational Physics*, 160(1) (2000) 151-178.
- [22] M. Sussman, P. Smereka, S. Osher, A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow, *Journal of Computational Physics*, 114(1) (1994) 146-159.
- [23] G. Son, V.K. Dhir, Numerical simulation of nucleate boiling on a horizontal surface at high heat fluxes, *International Journal of heat and Mass transfer*, 51(9-10) (2008) 2566-2582.
- [24] T.D. Aslam, A partial differential equation approach to multidimensional extrapolation, *Journal of Computational Physics*, 193(1) (2004) 349-355.

Please cite this article using:

H. Nazari, P. Pournaderi, Simulation of Hydrodynamic Behavior of a Conductive Drop Under an Electric Field, *Amirkabir*

J. Mech. Eng., 51(2) (2019) 297-311.

DOI: 10.22060/mej.2017.12700.5400

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

