



تحلیل کمانش پوسته استوانه‌ای فلز - کامپوزیت طراحی شده بر اساس معیار شکست تنش ماکزیمم

علی نظری*، کرامت ملک‌زاده‌فرد

دانشکده مهندسی مکانیک، پژوهشگاه هوافضا، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۸ اردیبهشت ۱۳۹۶
بازنگری: ۳ تیر ۱۳۹۶
پذیرش: ۲۵ تیر ۱۳۹۶
ارائه آنلاین: ۲۷ تیر ۱۳۹۶

کلمات کلیدی:

کمانش
چند لایه فلز و کامپوزیت
معیار شکست
تئوری مرتبه بالا
تنش ماکزیمم

چکیده: با تعیین زاویه مناسب جهت قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت می‌توان سفتی این پوسته‌ها را به گونه‌ای تغییر داد تا کارایی سازه بهبود یابد. به این منظور در این پژوهش پوسته فلز-کامپوزیت تحت بار استاتیکی عرضی قرار گرفته و با استفاده از روش اجزاء محدود تحلیل تنش برای تمامی حالت‌های زوایای قرارگیری فیبرها انجام گرفته و با استخراج تنش‌های ایجاد شده در تمامی لایه‌ها و با به کارگیری معیار شکست تنش ماکزیمم، زاویه قرارگیری مناسب برای فیبرهای تقویت‌کننده به گونه‌ای تعیین گردیده که منجر به بیشترین استحکام ممکن برای پوسته گردد. جهت انجام تحلیل‌های فوق از نرم‌افزارهای عددی و تحلیلی و لینک این نرم‌افزارها به یکدیگر استفاده شده است. همچنین به منظور تعیین کارایی روش طراحی مذکور، تحلیل کمانش ساختارهای طراحی شده انجام گرفته است. نتایج نشان می‌دهد با تعیین زاویه مناسب قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده، مرزهای پایداری پوسته دچار بهبود قابل ملاحظه‌ای می‌گردند. از دیگر نوآوری‌های این تحقیق می‌توان به مقایسه و تعیین میزان اثربخشی تغییر ضخامت، تغییر جنس لایه‌های فلزی و تغییر زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده، بر روی مرزهای پایداری پوسته‌های فلز-کامپوزیت اشاره نمود. جهت افزایش دقت نتایج تحلیلی، معادلات بر مبنای تئوری مرتبه بالا استخراج گردیده‌اند.

۱- مقدمه

پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی به دلیل قابلیت‌های سازه‌ای ویژه، جهت استفاده در سیستم‌های فضایی بسیار مورد توجه‌اند. با توجه به اینکه سازه‌های هوافضایی عموماً تحت بارگذاری‌های مختلف قرار می‌گیرند مواد به کار رفته در این سازه‌ها می‌بایست دارای مشخصاتی نظیر مقاومت استاتیکی بالا، محدوده خرابی بالا، مقاومت خستگی، مقاومت در برابر رشد ترک و ... باشند. پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت^۱ به دلیل دارا بودن تمام این خصوصیات مواد مناسبی جهت کاربرد در این سازه‌ها می‌باشند. به منظور برآورده ساختن نیازمندی‌های طراحی بایستی محدوده گسترده‌ای را جهت معیارهای طراحی سازه در نظر گرفت. از آنجایی که حفظ یکپارچگی سازه‌ها در برابر بارهای وارده دارای اهمیت فراوانی است در نتیجه در این تحقیق طراحی پوسته‌ها بر اساس معیار بیشترین مقاومت در برابر شکست، تحت بارهای عرضی صورت پذیرفته است. به این منظور از معیار شکست تنش ماکزیمم استفاده شده و جهت تعیین تأثیر طراحی انجام شده بر افزایش سختی پوسته، پایداری پوسته‌های طراحی شده تحت بارهای کمانشی مورد بررسی قرار گرفته است. امروزه بخش مهمی از تحقیقات در حوزه تحلیل شکست مواد مرکب انجام می‌گیرد و توجه ویژه‌ای به تخمین محدوده خرابی

سازه‌های هوافضایی به خصوص در پوسته سازه‌های تحت بارهای عرضی می‌شود. همچنین موضوع کمانش پوسته‌ها نیز شاخه وسیعی از تحقیقات را به خود اختصاص داده است. از جمله کارهای تحقیقاتی ارائه شده در زمینه تحلیل شکست و کمانش پوسته‌های استوانه‌ای می‌توان به تحقیقات هرن [۱]، در سال ۱۹۹۹ اشاره نمود که تئوری‌های شکست پوسته‌های کامپوزیتی را مورد بررسی قرار داد. نام و وانگ [۲]، در سال ۲۰۰۱ با استفاده از الگوریتم ژنتیک طرح ترتیب چینش لایه‌های پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت را بهینه نمودند. نتایج آن‌ها نشان داد که در اغلب شرایط بارگذاری، پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت در برابر بارهای پیش‌بینی نشده مقاوم‌تر از پوسته‌های پلیمر تقویت‌شده با الیاف کربن^۲ هستند. آتیانا و پالانیناتان [۳]، در سال ۲۰۰۴ به بررسی تجربی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تحت بارهای فشاری محوری و برشی عرضی پرداختند و نتایج مربوط را با نتایج عددی مقایسه نمودند. بیساگنی [۴]، در سال ۲۰۰۷ به بررسی کمانش دینامیکی پوسته‌های کامپوزیتی استوانه‌ای تحت بار ایمپالس پرداخت. او در تحقیق خود علاوه بر کمانش دینامیکی، کمانش استاتیکی را نیز بررسی نمود و نتایج حاصل برای بار کمانش استاتیکی و دینامیکی را با یکدیگر مقایسه نمود. نتایج او نشان داد که بار بحرانی کمانش دینامیکی بیش از بار بحرانی کمانش استاتیکی می‌باشد. نبوی و همکاران [۵]، در سال ۲۰۰۷ فرکانس طبیعی پایه

1 Fibre Metal Laminate (FML)

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: nazariali23@yahoo.com

2 Carbon Fiber Reinforced Polymer (CFRP)

پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی چند لایه را تحت قید معیار واماندگی تسای-هیل بهینه نمودند. آن‌ها از روش الاستیسیته سه بعدی برای به دست آوردن تابع هدف استفاده کردند و برای انجام بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک را بکار گرفته و روش جریمه‌ای را به عنوان روشی کمکی برای الگوریتم ژنتیک مورد استفاده قرار دادند. یاکو و لیچانگ [۶]، در سال ۲۰۰۹ کمانش و ارتعاشات ورق‌های چند لایه کامپوزیتی با انواع فاصله‌گذاری فیبرهای تقویتی را با روش المان محدود بررسی نمودند. آن‌ها ثابت نمودند که استفاده از فیبرهای بیشتر در محدوده مرکز ورق می‌تواند به طور مؤثری بار کمانش و فرکانس طبیعی ورق را افزایش دهد. باژنوف و سولوفی [۷]، در سال ۲۰۰۹ یک روش حل عددی برای مسائل تغییر شکل کمانش و پساکمانش غیرخطی پوسته‌های مختلف را تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی ارائه نمودند. مظفری و جعفری [۸]، در سال ۲۰۱۰ به بررسی تأثیر پارامترهای مؤثر بر نیروی کمانش پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت استوانه‌ای پرداختند. آن‌ها از تئوری برشی مرتبه اول استفاده نمودند. لاکارونارا و وسترونی [۹]، در سال ۲۰۱۰ به بررسی شروع پدیده کمانش در ورق‌های چند لایه کامپوزیتی مربعی تحت بارگذاری تک محوره پرداختند. آن‌ها در تحقیق خود از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالای تعمیم یافته که قادر به ارائه تأثیرات تغییر شکل‌های برشی در راستای عرض و ضخامت ورق می‌باشد، استفاده نمودند. آن‌ها نشان دادند که عبارات چند جمله‌ای مرتبه بالا جهت همگرایی جواب‌ها برای بار کمانش بحرانی مورد نیاز است. رحمانیان [۱۰]، در سال ۲۰۱۱ کمانش و ارتعاشات پوسته‌های جدار ضخیم را با استفاده از تئوری برشی مرتبه بالا و روش سری‌های توانی مورد بررسی قرار داد. خلیلی و همکاران [۱۱]، در سال ۲۰۱۲ با در نظر گرفتن اثرات شکل سطح مقطع تئوری‌های مرتبه بالای موجود را ارتقاء دادند و به بررسی پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت پرداختند. لوپاتین و موروزوف [۱۲]، در سال ۲۰۱۳ کمانش پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی ارتوتروپ را با شرایط مرزی دو سر لولا تحت بارگذاری اینرسی مورد بررسی قرار دادند و برای استخراج و حل سیستم معادلات با ضرایب متغیر از روش گالربین استفاده نمودند تا مسأله تعیین شتاب بحرانی که منجر به کمانش پوسته می‌گردد به یک مسأله مقادیر ویژه تبدیل گردد. یینوگولا و همکاران [۱۳]، در سال ۲۰۱۳ به بررسی تجربی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای پلیمرهای تقویت شده با الیاف شیشه^۱ تحت بارهای محوری کمانشی پرداختند و نتایج عددی و تجربی را با یکدیگر مقایسه نمودند. ناگاری و یینوگولا [۱۴]، در سال ۲۰۱۴ به بررسی تجربی کمانش پوسته‌های کامپوزیتی استوانه‌ای چند لایه تحت بار محوری پرداختند. آن‌ها در تحقیق خود اثرات وجود عیب‌های سازه مثل گشودگی را بر روی بارهای کمانشی بررسی نمودند. سن و همکاران [۱۵ و ۱۶]، در سال ۲۰۱۵ با ارائه یک پروسه طراحی بهینه، لایه‌چینی پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت را بر اساس معیار ایجاد ترک بهینه نمودند. آن‌ها تنها لایه‌چینی پوسته را به عنوان متغیر در نظر گرفتند و با استفاده از یک پروسه طراحی

معکوس لایه‌چینی بهینه را به گونه‌ای تعیین نمودند که لایه‌ها دارای بیشترین استحکام جهت جلوگیری از ایجاد ترک باشند. مانیا و همکاران [۱۷]، در سال ۲۰۱۵ به صورت تجربی به بررسی رفتار کمانش و پساکمانش پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت تحت بار عرضی پرداختند و نتایج تجربی به دست آمده را با نتایج تحلیلی و عددی مقایسه نمودند. بیساگنی [۱۸]، در سال ۲۰۱۵ به بررسی تجربی پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تحت بارهای محوری دینامیکی و استاتیکی پرداخت و کمانش و ارتعاشات این پوسته‌ها را به صورت تجربی بررسی نمود. أبراموویچ و بیساگنی [۱۹]، در سال ۲۰۱۵ به بررسی رفتار پوسته‌ها و پانل‌های کامپوزیتی چند لایه منحنی تحت بارهای محوری پرداختند و به این منظور از روش‌های تجربی و عددی استفاده نمودند. نسی و گیشا [۲۰]، در سال ۲۰۱۵ به بررسی مقاومت کمانش پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی با وجود گشودگی پرداختند. آن‌ها تأثیر شکل‌های مختلف گشودگی را بر تغییر مقاومت کمانشی پوسته‌های کامپوزیتی مورد بررسی قرار دادند. بانات و همکاران [۲۱]، در سال ۲۰۱۶ به مقایسه کاربرد معیارهای خرابی برای آنالیز مقاومت کمانش ستون‌های پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت پرداختند. آن‌ها از معیارهای تسای وو، هشین و آلفرد پاک استفاده نمودند. آن‌ها در تحقیق خود فاکتورهای خرابی را برای هر یک از لایه‌ها به صورت مجزا تعیین نموده و محلی از سازه را که به احتمال بیشتر دچار خرابی می‌گردید مشخص کردند. آبرا تیولو و کانگ [۲۲]، در سال ۲۰۱۶ به بررسی تغییر شکل الاستیک پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی چند لایه با سفتی متغیر پرداختند. آن‌ها در تحقیق خود برای دست‌یابی به مزیت‌های کامل تغییر سفتی پوسته‌ها با تغییر جهت‌گیری فیبرها، پاسخ آن‌ها به انواع مختلف بارگذاری‌های خارجی را مورد بررسی قرار داده و تأثیرات نیروهای فشاری داخلی و نیروی کششی برشی سطحی را بر سفتی پوسته مورد مطالعه قرار دادند. قربانی و بیات [۲۳]، در سال ۲۰۱۶ به آنالیز تجربی و تحلیلی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای کوتاه و بلند با وجود گشودگی و بدون گشودگی پرداختند. فان و همکاران [۲۴]، در سال ۲۰۱۶ به بررسی کمانش دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک با ضخامت متغیر پرداختند و تأثیرات پارامترهای تغییر ضخامت و سرعت بارگذاری فشاری محوری را بر بار بحرانی کمانش بررسی نمودند. آمر سیوالک [۲۵]، در سال ۲۰۱۷ به بررسی کمانش انواع مختلف پوسته‌ها و پانل‌های کامپوزیتی پرداخت و به این منظور از روش حلقه‌های منفرد مجزا استفاده نمود. اسکوکیس و همکاران [۲۶]، در سال ۲۰۱۷ به بررسی تجربی بارهای کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی پرداختند. هدف آن‌ها از این بررسی توسعه تکنیک همبستگی ارتعاشات برای پیش‌بینی دقیق بارهای کمانشی پوسته‌ها بود. با این روش می‌توان بدون تخریب سازه میزان دقیق بارهای کمانشی را شناسایی نمود. جاکوب و همکاران [۲۷]، در سال ۲۰۱۷ به بررسی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تحت بارهای فشاری پرداختند. آن‌ها در این تحقیق اثرات وجود و عدم وجود گشودگی را بر روی مقاومت کمانشی ورق بررسی نمودند و تأثیر محل و قطر گشودگی را بر روی بارهای کمانشی

۲- بررسی فرایند طراحی بهینه پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت بر اساس معیار شکست تنش ماکزیمم

نحوه صدمه دیدن پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت در برابر بارهای وارده به این گونه است که ابتدا لایه‌های کامپوزیتی تشکیل‌دهنده پوسته دچار گسیختگی و شکست می‌شوند، سپس لایه فلزی این پوسته‌ها دچار تغییر شکل گردیده و در نهایت جدایش بین لایه‌های فلز و کامپوزیت اتفاق می‌افتد. در نتیجه اگر بتوان ساختار پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت را به گونه‌ای طراحی نمود که مقاومت لایه‌های کامپوزیتی در برابر شکست افزایش یابد می‌توان ظرفیت تحمل بارگذاری این پوسته‌ها را به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش داد.

از منظر حالت حد استحکام، شکست کامپوزیت‌های چند لایه را می‌توان در دو دسته مهم تقسیم بندی کرد:

- شکست لایه اول: این حالت به این معنا است که اگر هر یک از لایه‌ها در یک لمینیت دچار شکست شود کل لایه دچار فرض شکستگی می‌شود.
- شکست لایه آخر: در این حالت اگر تمام لایه‌ها دچار شکست شود لمینیت دچار شکست می‌شود.

مقدار تنش و کرنش مجاز مواد مرکب باید طوری تعیین شوند که در اثر اعمال آنها عیوبی در قطعه ایجاد نشود. معمولاً افزایش تنش‌ها به بیشتر از مقدار بحرانی، موجب گسیختگی ناگهانی مواد مرکب نمی‌شود، بلکه عیوبی در قطعه ایجاد می‌کند که به تدریج گسترش می‌یابد و با ادامه بارگذاری، موجب گسیختگی و شکست ماده مرکب می‌شود. برخلاف مواد همسان‌گرد، استحکام مواد مرکب وابسته به جهت اعمال بارگذاری است. جهت طراحی مواد مرکب و به منظور بررسی ارزیابی صحت عملکرد آن‌ها با توجه به توزیع تنش اعمالی، معیاری مناسب نیاز است تا بر اساس این معیارها، بارگذاری مجاز طوری تعیین شود که در ماده هیچ عیبی ایجاد نگردد، زیرا ایجاد کوچک‌ترین عیب در ماده، موجب شکست قطعه با تداوم بارگذاری می‌شود. بنابراین حد بالای شرایط بارگذاری مجاز با استفاده از معیارهای شکست به دست می‌آید. در این تحقیق از معیار شکست تنش ماکزیمم جهت طراحی پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت استفاده گردیده است. در این مقاله هدف از طراحی، تعیین زاویه مناسب برای قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده در لایه‌های کامپوزیتی پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت است به گونه‌ای که پوسته دارای بیشترین استحکام ممکن گردد و در برابر بارهای عرضی وارده کمترین احتمال شکست را داشته باشد. لازم به ذکر است در این تحقیق تمامی تنش‌های ایجاد شده در لایه‌های کامپوزیتی پوسته با استفاده از نرم‌افزار آباکوس محاسبه شده و برای محاسبه معیار شکست تنش ماکزیمم و تعیین زاویه‌چینی مطلوب از نرم‌افزار متلب و لینک این نرم‌افزار با نرم‌افزار آباکوس استفاده گردیده است. در معیار شکست تنش ماکزیمم هر کدام از تنش‌های حاصل در جهت محورهای اصلی مواد بایستی از مقاومت جهت مربوطه کمتر باشد و در غیر این صورت شکست اتفاق می‌افتد. توجه شود که در این معیار هیچ تداخلی بین تنش‌ها وجود نداشته و هر کدام به صورت

بررسی کردند. سبحانی‌عراق و همکاران [۲۸]، در سال ۲۰۱۷ به بررسی کمانش پوسته‌های تقویت شده با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم پرداختند و از روش DQM^۱ برای حل معادلات استفاده نمودند. آریلو و همکاران [۲۹]، در سال ۲۰۱۷ با استفاده از روش همبستگی ارتعاشات به بررسی تجربی و عددی برآورد بارهای کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای پرداختند. اوزولین و کالینس [۳۰]، در سال ۲۰۱۷ یک روش عددی دقیق برای پیش‌بینی بارهای کمانشی محوری پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک ارائه دادند. آن‌ها نشان دادند عیب‌های هندسی اولیه و هم‌چنین میزان حساسیت پوسته به این عیب‌ها مهم‌ترین فاکتورهای مؤثر بر بارهای کمانشی پوسته‌ها می‌باشند. با توجه به بررسی‌های صورت گرفته بر روی تحقیقات گذشته، در این پژوهش برای اولین بار با تعیین زاویه مناسب فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی، ساختار تشکیل‌دهنده پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت با هدف دستیابی به بیشترین استحکام ممکن طراحی گردیده‌اند و تأثیر طراحی انجام شده بر روی افزایش پایداری این پوسته‌ها در برابر بارهای کمانشی با استفاده از تئوری مرتبه بالا مورد بررسی قرار گرفته است. به این منظور پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت تحت یک بارگذاری استاتیکی عرضی ثابت قرار گرفته و با استفاده از روش اجزاء محدود، تحلیل تنش انجام شده است. با محاسبه تنش‌های ایجاد شده در تمامی لایه‌ها و استفاده از معیار شکست تنش ماکزیمم و مقایسه تنش‌های حاصله در جهت فیبرها با حد استحکام نهایی فیبرها، تغییرات میزان استحکام پوسته با تغییر زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی مشخص شده است و در نهایت مدل مطلوب زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده جهت دستیابی به استحکام ماکزیمم پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت تعیین گردیده است. جهت انجام تحلیل‌های مورد نظر از نرم‌افزارهای متلب، آباکوس و لینک این نرم‌افزارها به یکدیگر استفاده شده است. در این پژوهش اثر پارامترهای مختلف پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت از جمله تغییر ضخامت و تأثیر بهینه نمودن زاویه قرارگیری الیاف تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی بر روی مرزهای پایداری پوسته مورد بررسی قرار گرفته است. لازم به ذکر است هر یک از لایه‌های کامپوزیتی پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت مورد بررسی در این پژوهش از چهار تک لایه به هم چسبیده تشکیل گردیده‌اند به گونه‌ای که فیبرهای تقویت‌کننده هر یک از این تک لایه‌ها امکان قرارگیری با زوایای ۰، ۳۰، ۶۰، ۹۰ درجه را دارا می‌باشند. هم‌چنین لازم به ذکر است که تمامی لایه‌های کامپوزیتی دارای وضعیت یکسانی جهت زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده تک لایه‌ها می‌باشند. به طور مثال در یک پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت که دارای دو لایه فلزی و سه لایه کامپوزیتی می‌باشد و هر لایه کامپوزیتی آن از چهار تک لایه تشکیل شده است اگر وضعیت قرارگیری زوایای فیبرهای تقویت‌کننده تک لایه‌های تشکیل‌دهنده یک لایه کامپوزیتی به صورت ۳۰/۳۰/۹۰/۹۰ درجه باشد زوایای قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده تک لایه‌های دو لایه کامپوزیتی دیگر نیز به صورت ۳۰/۳۰/۹۰/۹۰ درجه می‌باشند.

$$k = \frac{\text{maximum stress of fiber in main direction}}{\text{Yield strength of fiber}} \quad (3)$$

حال با لینک برنامه نوشته شده در محیط نرم افزار متلب با نرم افزار آباکوس زوایای قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت مورد بررسی مرتباً تغییر کرده و برای تمامی ساختارهای ایجاد شده روند مذکور انجام شده و میزان ضرایب K برای تمامی این ساختارها با استفاده از نرم افزارهای متلب و آباکوس استخراج می گردند. سپس با مقایسه ضرایب K محاسبه شده، زاویه چینی که منجر به کمترین ضریب K گردیده به عنوان زاویه چینی مطلوب که منجر به بیشترین استحکام ممکن برای پوسته می گردد انتخاب می شود. بعد از تعیین ساختار مطلوب پوسته های چند لایه فلز و کامپوزیت این ساختارها تحت تحلیل کماتش قرار می گیرند. در ادامه نحوه انجام تحلیل کماتش این ساختارها بررسی گردیده است.

۳- میدان جابه جایی

در بین تئوری های موجود برای بیان رفتار ورق ها و پوسته ها، تئوری های مرتبه بالا رفتار سینماتیکی آن ها را بهتر بیان می دارند و در صورت استفاده از این تئوری ها دیگر نیازی به استفاده از ضرایب تصحیح برشی نیست. در این تئوری ها در حالت کلی، می توان مؤلفه های میدان جابه جایی را نسبت به مختصات در جهت ضخامت تا هر درجه ای بسط داد اما به دلیل پیچیده شدن محاسبات بیشتر از درجه سه توصیه نمی شود. دلیل بسط دادن جابه جایی ها تا ترم های درجه سوم از مختصه ضخامت نیز به دست آوردن تغییرات درجه دوم از کرنش های برشی عرضی و تنش های برشی عرضی در هر لایه می باشد، که خود باعث عدم نیاز به ضرایب تصحیح برشی می شود که در تئوری برشی مرتبه اول وجود دارد. پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت مطابق شکل ۱ با ضخامت d ، شعاع متوسط R ، دانسیته جرمی ρ و طول L در نظر گرفته شده است. محور مختصات استوانه ای در سطح مرجع (سطح میانی) پوسته قرار گرفته است. جابه جایی پوسته در سه جهت طولی، محیطی و شعاعی به ترتیب با u ، v و w نمادگذاری می شوند. هم چنین در شکل ۱ به صورت شماتیک وضعیت قرارگیری لایه های فلز و کامپوزیت پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت نسبت به یکدیگر نشان داده شده است و هر یک از لایه های آلومینیومی و کامپوزیتی تشکیل دهنده این پوسته نیز به صورت مجزا نشان داده شده اند.

میدان جابه جایی (u, v, w) با توابعی تا درجه سوم از مختصه ضخامت بیان می شوند. تنها فرض برای جابه جایی ها، ناچیز بودن خیز پوسته و استفاده از مؤلفه های کرنش بی نهایت کوچک می باشد. میزان جابه جایی هر نقطه از پوسته به صورت روابط (۴) با میزان جابه جایی سطح مرجع ارتباط دارد و از بسط سری تیلور برای توسعه یک فرمولاسیون دو بعدی از یک مسأله الاستیسیته سه بعدی استفاده گردیده است. [۱۱]

مستقل مورد بحث قرار می گیرند. در این معیار تنش های اصلی در راستای محور مواد بر اثر اعمال تنش خارج از محور σ_x به صورت روابط (۱) تعیین می گردند:

$$\begin{aligned} \frac{X_c}{\cos^2 \theta} < \sigma_x < \frac{X_t}{\cos^2 \theta} \\ \frac{Y_c}{\sin^2 \theta} < \sigma_x < \frac{Y_t}{\sin^2 \theta} \\ |\sigma_x| < \left| \frac{S}{\sin \theta \cos \theta} \right| \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه (۱)، X_c معرف مقاومت فشاری محوری در جهت الیاف، X_t مقاومت کششی محوری در جهت الیاف، Y_c مقاومت فشاری عرضی در جهت عمود بر الیاف، Y_t مقاومت کششی عرضی در جهت عمود بر الیاف و S مقاومت برشی می باشد [۱]. فرایند اجرا شده برای طراحی به این گونه است که ابتدا تعداد کل ترکیب های ممکن برای زوایای قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت با استفاده از رابطه (۲) مشخص می شود.

$$U = R^N \quad (2)$$

در رابطه (۲)، R معرف تعداد تک لایه های تشکیل دهنده هر لایه کامپوزیتی و N معرف تعداد زوایای قابل تخصیص به هر یک از فیبرهای تقویت کننده این تک لایه ها می باشد. با تغییر زوایای قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی ساختارهای مختلفی برای پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت مورد نظر ایجاد می گردد.

حال باید از بین تمامی ساختارهای ممکن برای زوایای قرارگیری فیبرهای تقویت کننده تک لایه های تشکیل دهنده لایه های کامپوزیتی پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت، زاویه چینی که منجر به بیشترین استحکام ممکن برای پوسته می گردد را مشخص نمود.

به این منظور در اولین گام با توجه به تعداد لایه های فلز و کامپوزیت پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت و هم چنین زوایای در نظر گرفته شده برای قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی، یک پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت با زاویه چینی دلخواه برای فیبرهای تقویت کننده در محیط نرم افزار آباکوس ایجاد می گردد. سپس این پوسته تحت بارگذاری عرضی قرار گرفته و تمامی تنش های حاصل از این بارگذاری در لایه های کامپوزیتی استخراج می شوند. بعد از تعیین میزان تنش ماکزیمم فیبرهای تقویت کننده، میزان تنش ماکزیمم در جهات اصلی با استفاده از روابط (۱) محاسبه می گردند. حال با تقسیم نمودن تنش ماکزیمم در جهت اصلی بر میزان حد استحکام نهایی فیبرهای تقویت کننده آن لایه ضریب K برای زاویه چینی مورد بررسی محاسبه می گردد. ضریب K معیاری است جهت مقایسه میزان استحکام ساختارهای مختلف زاویه چینی فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی که به صورت رابطه (۳) تعریف می گردد:

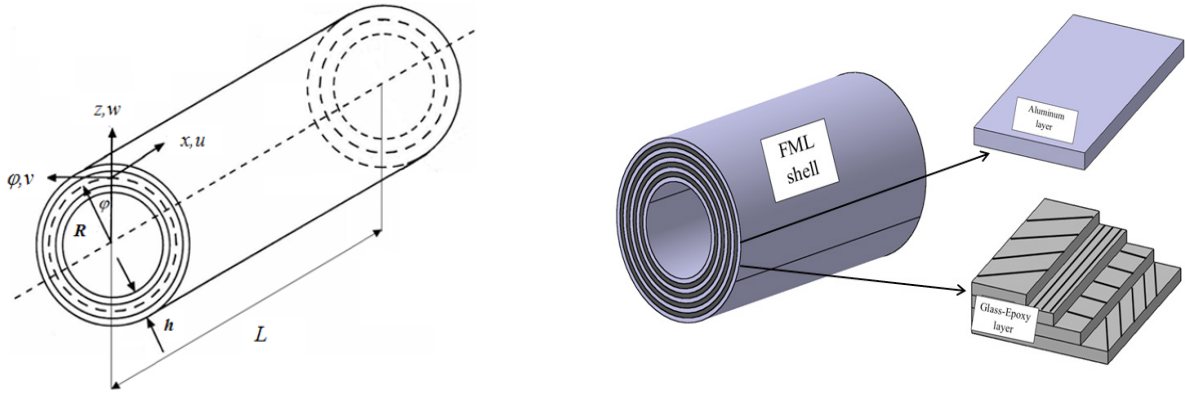


Fig. 1. Geometry of FML cylindrical shell and referenced coordinate system
 شکل ۱: هندسه پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت استوانه‌ای و سیستم مختصات مرجع

z هستند. رابطه‌ی مربوط به تغییرات انرژی کرنشی به صورت رابطه (۸) می‌باشد [۱۱]:

$$\int_0^t \delta U dt = \int_0^t \int_A \int_{-h/2}^{+h/2} [\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_\phi \delta \varepsilon_\phi + \sigma_z \delta \varepsilon_z + \sigma_{x\phi} \delta \varepsilon_{x\phi} + \sigma_{xz} \delta \varepsilon_{xz} + \sigma_{\phi z} \delta \varepsilon_{\phi z}] dA dz dt \quad (8)$$

پس از انتگرال‌گیری جزء به جزء از روابط حاصله و مرتب کردن آن‌ها بر اساس ضرایب، معادلات پوسته به صورت روابط (۹) تا (۲۰) حاصل می‌گردند:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\phi x}}{\partial \phi} - \frac{1}{2R^2} \frac{\partial M_{\phi x}}{\partial \phi} + N_x^i \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \bar{I}_0 + \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \bar{I}_1 + \frac{\partial^2 u_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_2 + \frac{\partial^2 \theta_x^*}{\partial t^2} \bar{I}_3 \quad (9)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial N_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial x} + \frac{1}{R} Q_\phi + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x} + N_x^i \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} = \bar{I}_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + \bar{I}_1 \frac{\partial^2 \theta_\phi}{\partial t^2} + \bar{I}_2 \frac{\partial^2 v_0^*}{\partial t^2} + \bar{I}_3 \frac{\partial^2 \theta_\phi^*}{\partial t^2} \quad (10)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial Q_\phi}{\partial \phi} + N_x^i \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - q_t - q_b = \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \bar{I}_0 + \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial t^2} \bar{I}_1 + \frac{\partial^2 w_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_2 + \frac{\partial^2 \theta_z^*}{\partial t^2} \bar{I}_3 \quad (11)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\phi x}}{\partial \phi} - Q_x = \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \bar{I}_1 + \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \bar{I}_2 + \frac{\partial^2 u_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 \theta_x^*}{\partial t^2} \bar{I}_4 \quad (12)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial M_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x} + \frac{1}{R} S_\phi = \bar{I}_1 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \theta_\phi}{\partial t^2} \bar{I}_2 + \frac{\partial^2 v_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 \theta_\phi^*}{\partial t^2} \bar{I}_4 \quad (13)$$

$$-\frac{1}{R} M_\phi - N_z + \frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial S_\phi}{\partial \phi} = \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \bar{I}_1 + \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial t^2} \bar{I}_2 + \frac{\partial^2 w_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_3 + C_2 \frac{\partial^2 \theta_z^*}{\partial t^2} \bar{I}_4 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} u(x, \phi, z, t) &= u_0(x, \phi, t) + z\theta_x(x, \phi, t) + z^2 u_0^*(x, \phi, t) + z^3 \theta_x^*(x, \phi, t) \\ v(x, \phi, z, t) &= v_0(x, \phi, t) + z\theta_\phi(x, \phi, t) + z^2 v_0^*(x, \phi, t) + z^3 \theta_\phi^*(x, \phi, t) \\ w(x, \phi, z, t) &= w_0(x, \phi, t) + z\theta_z(x, \phi, t) + z^2 w_0^*(x, \phi, t) + z^3 \theta_z^*(x, \phi, t) \end{aligned} \quad (4)$$

در روابط (۴)، عبارت‌های u ، v و w جابه‌جایی‌های یک نقطه دلخواه در فضای چندلایه و به ترتیب در جهات x ، ϕ و z هستند و t زمان است. پارامترهای u_0 و v_0 جابه‌جایی‌های درون صفحه و w_0 جابه‌جایی خارج از صفحه یک نقطه دلخواه (x, ϕ) بر روی سطح میانی چند لایه است. توابع θ_x و θ_ϕ چرخش‌های خط عمود بر سطح میانی المان پوسته حول محورهای به ترتیب x و ϕ هستند. پارامترهای u_0^* ، v_0^* ، w_0^* ، θ_x^* ، θ_ϕ^* و θ_z^* عبارت‌های مرتبه بالا در بسط تیلور می‌باشند و نماینده مودهای تغییر شکل عرضی مقطع پوسته هستند. با تعریف کرنش‌ها از تئوری الاستیسیته خطی، روابط کرنش-جابه‌جایی عمومی در دستگاه مختصات استوانه‌ای به صورت روابط (۵) می‌باشند [۱۱]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \varepsilon_\phi &= \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} + w \right) & \gamma_x &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & \gamma_{\phi z} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{R} \left(\frac{\partial w}{\partial \phi} - v \right) & \varepsilon_{x\phi} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \phi} \end{aligned} \quad (5)$$

برای استخراج معادلات حاکم و شرایط مرزی در این مقاله از روش انرژی و اصل همیلتون استفاده می‌شود، بر اساس این اصل [۱۱]:

$$\int_0^t \delta L dt \equiv \int_0^t [\delta K - \delta U + \delta w] dt = 0 \quad (6)$$

در معادله (۶)، δK تغییرات انرژی جنبشی، δU تغییرات انرژی کرنشی و δw کار بارهای خارجی وارد بر پوسته می‌باشند. همچنین اپراتور تغییرات مرتبه اول است. رابطه‌ی مربوط به تغییرات انرژی جنبشی به صورت رابطه (۷) می‌باشد [۱۱]:

$$\int_0^t \delta K dt = \int_0^t \left[\int_A \rho (\ddot{u} \delta u + \ddot{v} \delta v + \ddot{w} \delta w) dA \right] dt \quad (7)$$

جایی که \ddot{u} ، \ddot{v} و \ddot{w} مؤلفه‌های شتاب در جهت محورهای x ، ϕ و

نظر و N تعداد لایه‌های پوسته می‌باشند. همچنین تنش‌ها به صورت روابط (۲۳)، بر حسب کرنش‌ها تعریف می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\varphi \\ \sigma_z \\ \tau_{x\varphi} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{\varphi z} \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\varphi \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{x\varphi} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{\varphi z} \end{Bmatrix}^k \quad (23)$$

در رابطه (۲۳)، x و φ و z محورهای لمینیت، در دستگاه مختصات منحنی‌الخط می‌باشند. ماتریس Q شامل ضرایبی به عنوان ثابت کاهش یافته الاستیک لایه شماره L ماده ارتوتروپیک می‌باشد که این ثابت در معادلات (۲۴) آورده شده‌اند.

$$\begin{aligned} Q_{11} &= C_{11} \cos^4 + 2(C_{12} + 2C_{44}) \sin^2 \cos^2 + C_{22} \sin^4 \\ Q_{12} &= C_{12} (\sin^4 + \cos^4) + (C_{11} + C_{22} - 4C_{44}) \sin^2 \cos^2 \\ Q_{13} &= C_{13} \cos^2 + C_{23} \sin^2 \\ Q_{14} &= (C_{11} - C_{12} - 2C_{44}) \sin \cos^3 + (C_{12} - C_{22} + 2C_{44}) \cos \sin^3 \\ Q_{22} &= C_{11} \sin^4 + 2(C_{12} + 2C_{44}) \sin^2 \cos^2 + C_{22} \cos^4 \\ Q_{23} &= C_{13} \sin^2 + C_{23} \cos^2 \\ Q_{24} &= (C_{11} - C_{12} - 2C_{44}) \cos \sin^3 + (C_{12} - C_{22} + 2C_{44}) \sin \cos^3 \\ Q_{33} &= C_{33} \\ Q_{34} &= (C_{31} - C_{32}) \sin \cos \\ Q_{44} &= (C_{11} - 2C_{12} + C_{22} - 2C_{44}) \sin^2 \cos^2 + C_{44} (\sin^4 + \cos^4) \\ Q_{55} &= (C_{55} - C_{66}) \sin \cos \\ Q_{55} &= C_{55} \cos^2 + C_{66} \sin^2 \\ Q_{66} &= C_{55} \sin^2 + C_{66} \cos^2 \end{aligned} \quad (24)$$

۴- تحلیل کماتش

شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای پوسته مورد بررسی در این پژوهش به صورت دو سر لولا می‌باشد که با استفاده از روابط (۲۵) تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} v_0 = w_0 = \theta_\varphi = \theta_z = 0 \\ v_0^* = w_0^* = \theta_\varphi^* = \theta_z^* = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$$N_x = M_x = N_x^* = M_x^* = 0$$

برای حل معادلات تعادل که در روابط (۹) تا (۲۰)، ارائه گردیده‌اند ابتدا باید توابع مناسب برای مؤلفه‌های جابه‌جایی پوسته استوانه‌ای که شرایط مرزی هندسی و نیرویی پوسته را ارضاء می‌کنند ارائه گردد. این مؤلفه‌ها در روابط (۲۶) آورده شده‌اند:

$$\frac{\partial N_x^*}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\varphi x}^*}{\partial \varphi} - 2S_x - \frac{1}{2R^2} \frac{\partial M_{\varphi x}^*}{\partial \varphi} = \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \bar{I}_2 + \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 u_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_4 + C_4 \frac{\partial^2 \theta_x^*}{\partial t^2} \bar{I}_5 \quad (15)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial N_\varphi^*}{\partial \varphi} + \frac{\partial N_{x\varphi}^*}{\partial x} + \frac{1}{R} Q_\varphi^* + \frac{1}{2R} \frac{\partial M_{\varphi x}^*}{\partial x} = \bar{I}_2 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \theta_\varphi}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 v_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_4 + \frac{\partial^2 \theta_\varphi^*}{\partial t^2} \bar{I}_5 \quad (16)$$

$$-\frac{1}{R} N_\varphi^* - 2M_z + \frac{\partial Q_x^*}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial Q_\varphi^*}{\partial \varphi} = \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \bar{I}_2 + \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 w_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_4 + \frac{\partial^2 \theta_z^*}{\partial t^2} \bar{I}_5 \quad (17)$$

$$\frac{\partial M_x^*}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\varphi x}^*}{\partial \varphi} - 3Q_x^* = \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \bar{I}_4 + \frac{\partial^2 u_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_5 + \frac{\partial^2 \theta_x^*}{\partial t^2} \bar{I}_6 \quad (18)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial M_\varphi^*}{\partial \varphi} + \frac{\partial M_{x\varphi}^*}{\partial x} + \frac{1}{R} S_\varphi^* - 3R_\varphi^* = \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 \theta_\varphi}{\partial t^2} \bar{I}_4 + \frac{\partial^2 v_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_5 + \frac{\partial^2 \theta_\varphi^*}{\partial t^2} \bar{I}_6 \quad (19)$$

$$-\frac{1}{R} M_\varphi^* - 3N_z + \frac{\partial S_x^*}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial S_\varphi^*}{\partial \varphi} = \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial t^2} \bar{I}_4 + \frac{\partial^2 w_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_5 + \frac{\partial^2 \theta_z^*}{\partial t^2} \bar{I}_6 \quad (20)$$

در روابط (۹) تا (۲۰)، اینرسی‌های جرمی به صورت رابطه (۲۱) تعریف می‌شوند:

$$I_i = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \rho_k z^i dz \quad (i=0,1,2,\dots,6) \quad (21)$$

در رابطه (۲۱)، عبارت است از چگالی لایه k -ام. معادلات (۹) تا (۲۰) شامل متجه‌های تنش می‌باشند که به صورت روابط (۲۲) تعریف می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} N_x & M_x & N_x^* & M_x^* \\ N_{x\varphi} & M_{x\varphi} & N_{x\varphi}^* & M_{x\varphi}^* \\ Q_x & S_x & Q_x^* & S_x^* \\ N_z & M_z & N_z^* & - \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{NL} \int_{z_i}^{z_{i+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_{x\varphi} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_z \end{Bmatrix} (1, z, z^2, z^3) dz \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} N_\varphi & M_\varphi & N_\varphi^* & M_\varphi^* \\ N_{\varphi x} & M_{\varphi x} & N_{\varphi x}^* & M_{\varphi x}^* \\ Q_\varphi & S_\varphi & Q_\varphi^* & S_\varphi^* \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{NL} \int_{z_i}^{z_{i+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_\varphi \\ \sigma_{x\varphi} \\ \sigma_{\varphi z} \end{Bmatrix} (1, z, z^2, z^3) dz$$

در رابطه (۲۲)، Z ارتفاع لایه مورد نظر از لایه میانی، L شماره لایه مورد

جدول ۱: خواص مواد مورد استفاده در ساختار پوسته‌های ارتوتروپ جهت صحت‌سنجی
Table 1. material properties used for orthotropic shell for validation

$G_{12} \left(\frac{N}{mm^2} \right)$	$G_{23} \left(\frac{N}{mm^2} \right)$	ν_{12}	$E_{22} \left(\frac{N}{mm^2} \right)$	$E_{11} \left(\frac{N}{mm^2} \right)$	$\rho \left(\frac{kg}{m^3} \right)$	Total thickness (mm)	Radius(mm)	Length(mm)
۲۳۵۰	۵/۶۵	۰/۳۰۲	۵۲۰۰۰	۵۲۰۰۰	۱۳۲۰	۱,۳۲	۳۵۰	۷۰۰

$$\int_0^L \int_0^{2\pi} ([L]\{\Delta\})\{\psi\} dx d\varphi \quad (27)$$

در رابطه (۲۷)، $[L]$ ماتریس عمل‌گرهای دیفرانسیلی می‌باشد. همچنین بردار $\{\Delta\}$ بردار شکل مودهای طبیعی و $\{\psi\}$ بردار توابع وزنی هستند. با انجام انتگرال‌گیری ذکر شده در رابطه (۲۷) و دسته‌بندی ضرایب، معادله مقدار ویژه به صورت رابطه (۲۸) حاصل می‌شود:

$$([K] - N_{cr} [K_g])\{x\} = \{0\} \quad (28)$$

در رابطه (۲۸)، بردار ثوابت شکل مود است. همچنین $[K]$ ماتریس سختی - هندسی و $[K_g]$ ماتریس سختی پوسته می‌باشد. کوچک‌ترین مقدار ویژه سیستم معادلات رابطه‌ی (۲۸) برابر با نیروی کمناش می‌باشد. برای حل معادله مقادیر ویژه از نرم افزار متلب استفاده شده است.

۵- صحت‌سنجی نتایج

به منظور بررسی صحت نتایج به دست آمده از این تحقیق، نتایج حاصله با نتایج سایر محققین و همچنین نرم‌افزار آباکوس مقایسه گردیده‌اند. باید توجه داشت که جهت دریافت پاسخ صحیح از نرم‌افزار المان محدودی آباکوس ابتدا باید تعداد المان‌ها به گونه‌ای تعیین گردد تا نتایجی که به دست می‌آید به یک مقدار ثابت همگرا شوند. در شکل ۲ همگرایی اولین مقدار ویژه پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت با ساختار $AL/GE - 5 - 4 - [0/90/90/0]$ با افزایش تعداد المان‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. همان طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود با افزایش تعداد المان‌ها به بیش از ۲۵۰۰، جواب مسأله همگرا می‌شود.

در ابتدا نتایج به دست آمده از این تحلیل برای یک پوسته ارتوتروپ با نتایج مرجع [۴] مقایسه گردیده است. این پوسته در دو حالت دو لایه و چهار لایه مورد بررسی قرار گرفته است. زاویه قرارگیری الیاف در حالت دو لایه به صورت $45/-45$ درجه می‌باشد. همچنین برای پوسته چهار لایه که ضخامت هر تک لایه آن برابر با $0/127$ میلی‌متر می‌باشد زاویه قرارگیری الیاف به صورت $0/45/-45/0$ درجه در نظر گرفته شده است. ابعاد هندسی و خواص

جدول ۲: مقایسه‌ی نتایج حل حاضر برای پوسته ارتوتروپ دو و چهار لایه با مرجع [۴]

زاویه قرارگیری الیاف	نیروی کمناش حل حاضر (kN)	نیروی کمناش مرجع حاضر (kN)	نیروی کمناش آباکوس (kN)
$45/-45$	۱۲۱/۱۰	۱۱۸/۵۸	۱۲۰/۵۶
$0/45/-45/0$	۲۴۹/۵	۲۴۰	۲۴۸/۶

$$\begin{aligned} u_0 &= u_{0mn} \cos \lambda x \cos n\varphi \\ u_0^* &= u_{0mn}^* \cos \lambda x \cos n\varphi \\ v_0^* &= v_{0mn}^* \sin \lambda x \sin n\varphi \\ v_0 &= v_{0mn} \sin \lambda x \sin n\varphi \\ w_0 &= w_{0mn} \sin \lambda x \cos n\varphi \\ w_0^* &= w_{0mn}^* \sin \lambda x \cos n\varphi \\ \theta_x &= \theta_{xmn} \cos \lambda x \cos n\varphi \\ \theta_x^* &= \theta_{xmn}^* \cos \lambda x \cos n\varphi \\ \theta_\varphi &= \theta_{\varphi mn} \sin \lambda x \sin n\varphi \\ \theta_\varphi^* &= \theta_{\varphi mn}^* \sin \lambda x \sin n\varphi \\ \theta_z &= \theta_{zmn} \sin \lambda x \cos n\varphi \\ \theta_z^* &= \theta_{zmn}^* \sin \lambda x \cos n\varphi \end{aligned} \quad (26)$$

در روابط (۲۶)، $\lambda = m\pi/L$ است. همچنین m عبارت است از شماره موج طولی و n شماره موج محیطی است. $u_{0mn}, v_{0mn}, w_{0mn}, \theta_{xmn}, \theta_{\varphi mn}, \theta_{zmn}$ نیز ثوابت شکل مودهای طبیعی هستند.

برای به دست آوردن معادلات حاکم بر تحلیل کمناش پوسته‌ها، در ابتدا تمامی ترم‌های شتاب و میرایی معادلات (۹) تا (۲۰) حذف می‌شوند. سپس مقادیر کرنش را که با استفاده از روابط (۵) حاصل گردیده‌اند در رابطه منتجه‌های تنش یعنی روابط (۲۲) و (۲۳) جایگذاری کرده سپس با جایگذاری روابط حاصله در روابط (۹) تا (۲۰) عمل‌گرهای دیفرانسیلی محاسبه می‌گردند.

سپس از روش باقی‌مانده وزنی به شیوه توابع وزنی گالرکین برای محاسبه بار کمناشی استفاده می‌شود:

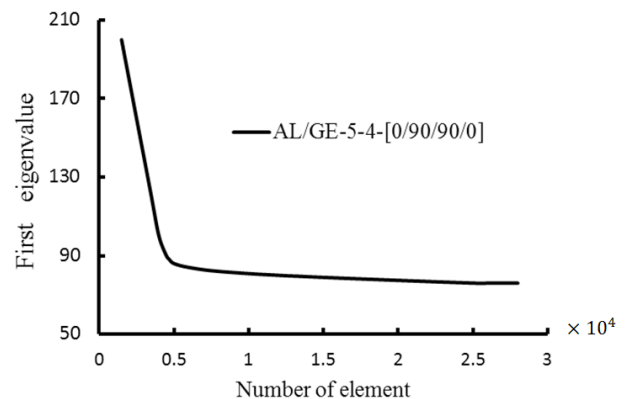


Fig. 2. First eigenvalue convergence plot
شکل ۲: نمودار همگرایی اولین مقدار ویژه

جدول ۳: خواص مواد مورد استفاده در ساختار پوسته‌های کامپوزیتی جهت صحت‌سنجی با نتایج تجربی
Table 3. material properties used for composite shell for validation with experimental results

U_{12}	$\rho \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$	G_{12} (GPa)	E_{22} (GPa)	E_{11} (GPa)	Total thickness (mm)	Radius(mm)	Length(mm)	
۰/۲۶۳	۱۴۸۰	۷/۷۵	۲۰/۸۹	۵۰/۲۱	۱/۲۵	۱۵۰	۳۰۰	پوسته GFRP [۱۴] مرجع
۰/۳۲	۱۵۷۰	۵/۲۹	۹/۰۸	۱۵۰	۰/۵	۲۵۰	۶۰۰	پوسته GF [۱۸] مرجع

جدول ۵: خواص آلومینیوم و شیشه/اپوکسی مورد استفاده در پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت

Table 5. Aluminum and glass/epoxy properties used for FML shells

مدول‌های برشی (GPa)	مدول‌های برشی (GPa)	ضرایب پواسون	چگالی $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$	ماده
$G_{12} = ۸/۲۷$ $G_{13} = ۸/۲۷$ $G_{23} = ۸/۲۷$	$E_{11} = ۷۰$ $E_{22} = ۷۰$ $E_{33} = ۷۰$	$\nu_{12} = ۳/۰$ $\nu_{13} = ۳/۰$ $\nu_{23} = ۳/۰$	$\rho = ۲۷۷۰$	آلومینیوم ۷۴۷۵
$G_{12} = ۸/۲۷$ $G_{13} = ۸/۲۷$ $G_{23} = ۸/۲۷$	$E_{11} = ۷۲$ $E_{22} = ۷۲$ $E_{33} = ۷۲$	$\nu_{12} = ۳/۰$ $\nu_{13} = ۳/۰$ $\nu_{23} = ۳/۰$	$\rho = ۲۷۰۰$	آلومینیوم ۲۰۲۴
$G_{12} = ۷/۴$ $G_{13} = ۷/۴$ $G_{23} = ۲۸/۳$	$E_{11} = ۵۰$ $E_{22} = ۱۵$ $E_{33} = ۱۵$	$\nu_{12} = ۲۵/۰$ $\nu_{13} = ۲۵/۰$ $\nu_{23} = ۴۲/۰$	$\rho = ۲۵۰۰$	شیشه اپوکسی

۲۰۰ میلی‌متر و ضخامت ۳ میلی‌متر می‌باشد.

در جدول ۷ نتایج حل تحلیلی و عددی برای پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت هفت لایه مذکور که فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی آن به صورت ۰/۹۰/۹۰/۰ درجه می‌باشند آورده شده است.

۶- خصوصیات فیزیکی پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت مورد بررسی

پوسته مورد تحلیل در این پژوهش یک پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت متشکل از لایه‌هایی از جنس‌های آلومینیوم و شیشه/اپوکسی می‌باشد. خواص این مواد در جدول ۵ آورده شده است. همچنین در این مقاله به منظور رعایت اختصار از اصطلاحات لایه‌چینی و زاویه‌چینی استفاده گردیده است. منظور از لایه‌چینی عبارت است از نحوه و ترتیب قرارگیری لایه‌های فلزی و کامپوزیتی تشکیل‌دهنده پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت نسبت به یکدیگر و منظور از زاویه‌چینی عبارت است از زوایای قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده تک لایه‌های تشکیل‌دهنده لایه‌های کامپوزیتی پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت. ساختار پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت در این پژوهش به طور مثال به صورت $[۳۰/۳۰/۹۰/۹۰]_{۳-۴-۳}$ AL/GE مخفف لایه نام‌گذاری می‌گردند که در آن AL مخفف لایه آلومینیوم و GE مخفف لایه شیشه/اپوکسی است. در این نام‌گذاری عدد ۴ نشان‌دهنده تعداد لایه‌های آلومینیومی و عدد ۳ نشان‌دهنده تعداد لایه‌های کامپوزیتی است. اعداد داخل کروشه نیز نشان‌دهنده جهت‌گیری فیبرهای تقویت‌کننده چهار تک لایه تشکیل‌دهنده هر یک از لایه‌های کامپوزیتی می‌باشند.

مواد مورد استفاده برای این پوسته ارتوتروپ در جدول ۱ آورده شده است. نتایج حاصل از بررسی کماتش حل حاضر برای پوسته ارتوتروپ مورد اشاره با نتایج مرجع [۴] و نرم‌افزار آباکوس در جدول ۲ مقایسه گردیده است. در ادامه نتایج حاصل از تحلیل کماتش دو نوع پوسته کامپوزیتی با استفاده از تئوری حاضر تعیین و با نتایج تجربی مراجع [۱۴] و [۱۸] مقایسه گردیده است. مشخصات هندسی و فیزیکی پوسته‌های مورد بررسی در جدول ۳ آورده شده است.

در جدول ۴ بارهای کماتشی پوسته‌های فوق که با استفاده از روش تحلیلی حاضر استخراج گردیده‌اند با نتایج حاصل از تست‌های تجربی این پوسته‌ها مقایسه گردیده‌اند. لازم به ذکر است فیبرهای تقویت‌کننده در هر دو پوسته کامپوزیتی مورد بررسی با زوایای ۴۵/-۴۵ قرار گرفته‌اند.

اختلاف موجود بین بار کماتشی حاصل از روش‌های تجربی و تحلیلی به علت عدم امکان در نظر گرفتن عیوب هندسی در روش‌های تئوری می‌باشد. به طور کلی در تحلیل‌های کماتشی اختلاف قابل توجهی بین نتایج تجربی و تحلیلی وجود دارد که برای جبران این خطاها معمولاً از ضرایب تصحیح تجربی برای اصلاح و بهبود نتایج تحلیلی استفاده می‌شود.

جهت اعتبار سنجی نتایج حل تحلیلی تئوری حاضر برای پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت نتایج به دست آمده با نتایج حل عددی حاصل از نرم‌افزار آباکوس مقایسه گردیده‌اند. خواص در نظر گرفته شده برای لایه‌های فلز و کامپوزیت پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت مطابق جدول ۵ می‌باشد. در جدول ۶ نتایج حل تحلیلی و عددی برای پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت هفت لایه که دارای ۴ لایه آلومینیومی و ۳ لایه کامپوزیتی می‌باشد مورد بررسی قرار گرفته است. لایه‌های آلومینیومی از جنس آلومینیوم ۲۰۲۴ می‌باشند. زاویه قرارگیری فیبرها در لایه‌های کامپوزیتی به صورت ۰ و ۹۰ درجه می‌باشند. پوسته مورد بررسی دارای طول ۶۰۰ میلی‌متر، شعاع

جدول ۴: مقایسه‌ی نتایج حل حاضر برای پوسته کامپوزیتی با نتایج تجربی مراجع [۱۴] و [۱۸]

Table 4. Comparison of the present study for composite shell with [experimental results of [14] and [18]

نیروی کماتش حل حاضر (kN)	نیروی کماتش حل تجربی (نمونه اول) (kN)	نیروی کماتش حل تجربی (نمونه دوم) (نمونه سوم) (kN)	نیروی کماتش حل تجربی (نمونه اول) (kN)	پوسته GFRP [۱۴] مرجع
۳۲	۱۲/۴۷	۱۰/۱۷	-----	
۲۹	۱۵/۳۴	۱۴/۳۳	۱۴/۴۱	پوسته GF [۱۸] مرجع

۸- بررسی تأثیر زاویه چینی بهینه الیاف بر میزان پایداری پوسته

در شکل ۳ تغییرات بار بحرانی کمانش بر حسب مقادیر مختلف MVF برای دو ساختار $[0/60/60/0]$ -۴-۵-AL/GE و $[90/90/90/90]$ -۴-۵-AL/GE با استفاده از برنامه نوشته شده در نرم افزار متلب رسم گردیده است.

در شکل ۳ کسر حجمی فلز و کامپوزیت از مقدار $MVF = 0$ که به معنی کامپوزیت بدون فلز است تا $MVF = 1$ که به معنی فلز تنها است تغییر می نماید. در بخش هفت مشخص گردید که زاویه چینی $0/60/60/0$ درجه منجر به بیشترین استحکام و زاویه چینی $90/90/90/90$ درجه منجر به کمترین میزان استحکام برای پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت با لایه چینی ۴-۵-AL/GE می گردد. که در این بخش این موضوع با انجام تحلیل کمانشی نیز اثبات گردیده است. همان طور که در شکل ۳ نیز مشخص است با بهینه نمودن زاویه چینی فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی بهبود قابل ملاحظه ای در میزان پایداری پوسته در برابر بارهای کمانشی اتفاق می افتد. همچنین با افزایش مقدار MVF مقدار بار بحرانی کمانش برای هر دو ساختار مورد بررسی افزایش می یابد به طوری که در حالت $MVF = 1$ مقدار بار بحرانی کمانش هر دو ساختار به یک مقدار میل می کند که این امر با توجه به اینکه $MVF = 1$ به معنی فلز بدون الیاف می باشد امری بدیهی می باشد که صحت نمودار را نیز نشان می دهد. در حالت $MVF = 0$ یعنی حالتی که تنها لایه های کامپوزیتی وجود داشته باشند به طور محسوسی تأثیر زاویه چینی بهینه فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی بر بار کمانشی نمایان می گردد. همانگونه که مشاهده می شود در $MVF = 0$ بار کمانش ساختار $[0/60/60/0]$ -۴-۵-AL/GE به طور قابل توجهی بیش

جدول ۸: مقادیر محاسبه شده برای ضریب κ جهت تعیین زاویه چینی مطلوب و نامطلوب پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت

Table 8. Amount of κ coefficient for determination of the best & worst FML shell layer orientation

زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی	ضریب κ	زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی	ضریب κ
۰/۷۵۸۲	۰/۴۶۹۲	۰/۱۰/۱۰	۰/۱۰/۱۰
۰/۴۹۶۷	۰/۸۵۳۲	۹۰/۹۰/۹۰/۹۰	۹۰/۹۰/۹۰/۹۰
۰/۶۹۸۶	۰/۵۲۳۶	۶۰/۶۰/۶۰/۶۰	۶۰/۶۰/۶۰/۶۰
۰/۷۸۴۵	۰/۴۱۵۷	۰/۶۰/۶۰/۳۰	۰/۶۰/۶۰/۳۰
۰/۷۴۱۲	۰/۷۳۶۵	۰/۹۰/۹۰/۱۰	۰/۹۰/۹۰/۱۰
۰/۴۱۲۴	۰/۶۳۲۴	۶۰/۹۰/۳۰/۱۰	۶۰/۹۰/۳۰/۱۰
۰/۶۸۹۴	۰/۳۶۱۰	۰/۶۰/۶۰/۱۰	۰/۶۰/۶۰/۱۰
۰/۵۴۸۶	۰/۵۸۷۶	۳۰/۳۰/۳۰/۳۰	۳۰/۳۰/۳۰/۳۰
۰/۶۹۲۴	۰/۴۳۶۵	۰/۳۰/۳۰/۱۰	۰/۳۰/۳۰/۱۰
۰/۴۷۵۳	۰/۴۹۶۸	۶۰/۶۰/۶۰/۳۰	۶۰/۶۰/۶۰/۳۰
۰/۵۰۱۲	۰/۳۹۸۴	۶۰/۱۰/۱۰/۶۰	۶۰/۱۰/۱۰/۶۰
۰/۶۲۵۸	۰/۴۳۱۹	۳۰/۳۰/۶۰/۶۰	۳۰/۳۰/۶۰/۶۰
۰/۷۴۱۹	۰/۵۸۹۶	۹۰/۹۰/۱۰/۱۰	۹۰/۹۰/۱۰/۱۰
۰/۵۹۱۸	۰/۶۳۲۸	۶۰/۳۰/۳۰/۳۰	۶۰/۳۰/۳۰/۳۰

جدول ۶: مقایسه بار کمانشی حل حاضر برای پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت هفت لایه با زاویه چینی $0/90$ با نتایج نرم افزار آباکوس
Table 6. Comparison of the buckling load of the present study for seven layers FML shell with $[0/90]$ layer orientation with ABAQUS software result

مد کمانش (m,n)	نیروی کمانش حل حاضر (kN)	نیروی کمانش آباکوس (kN)
(۲و۱۱)	۶۹۵/۲۵	۶۹۳/۶۷
(۴و۱۱)	۶۹۷/۲۴	۶۹۴/۶۶
(۶و۱۱)	۷۰۱/۷۸	۶۹۷/۳۵
(۷و۱۱)	۷۰۶/۴۱	۷۰۳/۹۳

۷- بررسی سیکل طراحی ارائه شده

به منظور بررسی سیکل طراحی ارائه شده در این پژوهش یک پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت نه لایه که از پنج لایه آلومینیومی و چهار لایه شیشه-اپوکسی تشکیل شده مورد بررسی قرار گرفته است و همانگونه که قبلاً نیز گفته شد فیبرهای تقویت کننده هر یک از لایه های کامپوزیتی امکان قرارگیری با زوایای $90/60/30/0$ درجه را دارا می باشند. حال با اجرا روند طراحی ارائه شده در بخش دوم مقاله مناسبترین زاویه، جهت قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی پوسته مذکور به گونه ای تعیین گردیده که پوسته دارای بیشترین استحکام ممکن گردد. مقدار ضریب κ که نشان دهنده میزان استحکام پوسته با توجه به زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی آن می باشد برای برخی از حالت های زوایای قرارگیری فیبرهای تقویت کننده در جدول ۸ ارائه گردیده است.

همانطور که در جدول ۸ نشان داده شده است در صورت قرارگیری فیبرهای تقویت کننده هر یک از لایه های کامپوزیتی با زوایای $0/60/60/0$ درجه پوسته دارای کمترین ضریب κ و در صورت قرارگیری با زوایای $90/90/90/90$ درجه پوسته دارای بیشترین ضریب κ می گردد. در نتیجه با توجه به نتایج حاصله زاویه چینی $0/60/60/0$ درجه منجر به بیشترین استحکام و زاویه چینی $90/90/90/90$ درجه منجر به کمترین میزان استحکام برای پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت با لایه چینی ۴-۵-AL/GE می گردد.

جدول ۷: مقایسه بار کمانشی پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت هفت لایه با زاویه چینی $0/90/90/0$ با نتایج نرم افزار آباکوس

Table 7. Comparison of the buckling load of the present study for seven layers FML shell with $[0/90/90/0]$ layer orientation with ABAQUS software result

مد کمانش (m,n)	نیروی کمانش حل حاضر (kN)	نیروی کمانش آباکوس (kN)
(۲و۹)	۱۰۸۹/۳	۱۰۸۶/۷
(۲و۱۱)	۱۱۰۸/۳	۱۱۰۶/۹
(۳و۹)	۱۱۱۳/۴	۱۱۱۰/۶
(۳و۱۱)	۱۱۱۴/۲	۱۱۱۱/۳

۱۰- مقایسه میزان اثرگذاری تغییر زاویه چینی الیاف با تغییر جنس لایه‌های فلزی بر پایداری پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت

جهت تعیین اثر بخش‌تر بودن تغییر زاویه چینی فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی و یا تغییر جنس لایه‌های فلزی بر میزان پایداری پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت تغییرات بار کمانشی بر حسب کسر حجمی برای سه ساختار $ALY_{475}/GE-5-4-[0/60/60/0]$ ، $ALY_{475}/GE-5-4-[90/90/90/90]$ و $ALY_{2024}/GE-5-4-[90/90/90/90]$ در شکل ۵ با استفاده از برنامه نوشته شده در نرم‌افزار متلب رسم گردیده است.

همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود برای کسر حجمی کمتر از ۰/۷ میزان بار کمانشی ساختار $ALY_{475}/GE-5-4-[0/60/60/0]$ که دارای زاویه چینی بهینه $0/60/60/0$ می‌باشد بیش از میزان بار کمانشی دو ساختار $ALY_{475}/GE-5-4-[90/90/90/90]$ و $ALY_{2024}/GE-5-4-[90/90/90/90]$ می‌باشد که دارای زاویه چینی نامطلوب $90/90/90/90$ می‌باشند. نکته حائز اهمیت در این باره بیشتر بودن بار کمانشی ساختار $ALY_{475}/GE-5-4-[0/60/60/0]$ نسبت به ساختار $ALY_{475}/GE-5-4-[90/90/90/90]$ می‌باشد. زیرا با وجود این که آلومینیوم ۲۰۲۴ دارای سختی بالاتری نسبت به آلومینیوم ۷۴۷۵ است اما برای کسر حجمی کمتر از ۰/۷ پایداری ساختار $ALY_{475}/GE-5-4-[0/60/60/0]$ در آن از آلومینیوم ۷۴۷۵ استفاده گردیده بیش از پایداری ساختار $ALY_{2024}/GE-5-4-[90/90/90/90]$ می‌باشد که در آن از آلومینیوم ۲۰۲۴ استفاده شده است که این امر نشان‌دهنده این مطلب است که برای کسر حجمی کمتر از ۰/۷ میزان اثر گذاری زاویه چینی فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی بر پایداری پوسته بیش از میزان اثرگذاری جنس لایه‌های فلزی می‌باشد.

اما برای کسر حجمی بالاتر از ۰/۷ میزان بار کمانش ساختار

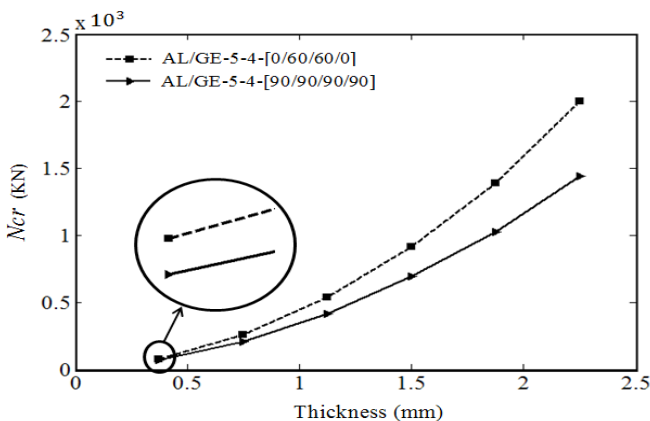


Fig. 4. buckling load vs. thickness with respect to the best and worst layer orientation of AL/GE-5-4 FML shell

شکل ۴: بار بحرانی کمانش بر حسب ضخامت برای بهترین و بدترین زاویه چینی پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت با ساختار AL/GE-5-4

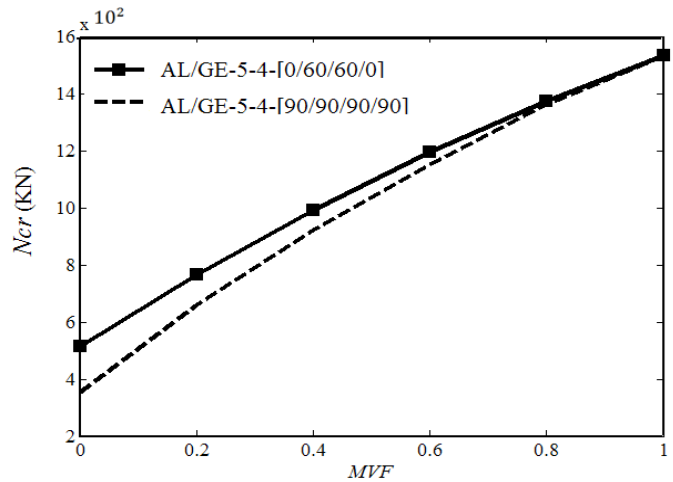


Fig. 3. The effect of best and worst layer orientation on the buckling load vs. MVF for AL/GE-5-4 FML shell

شکل ۳: تاثیرات زاویه چینی مطلوب و نامطلوب الیاف بر بار بحرانی کمانشی بر حسب مقادیر مختلف MVF برای پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت با ساختار AL/GE-5-4

از ساختار $AL/GE-5-4-[90/90/90/90]$ می‌باشد و هر چه کسر حجمی فلز افزایش می‌یابد اختلاف بار کمانشی دو ساختار مذکور کمتر می‌گردد به گونه‌ای که با افزایش مقدار MVF به بیش از ۰/۸ اختلاف بین بار کمانشی دو پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت مورد بررسی بسیار کم خواهد شد زیرا درصد حجمی بیشتری از پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت مذکور از فلز تشکیل می‌شود و تأثیر لایه‌های کامپوزیتی بر پایداری آن‌ها کاهش می‌یابد.

۹- بررسی اثر تغییر ضخامت پوسته بر بار کمانش ساختارهای طراحی شده

در شکل ۴ تأثیر تغییر ضخامت بر روی بار کمانش دو ساختار $AL/GE-5-4-[90/90/90/90]$ و $AL/GE-5-4-[0/60/60/0]$ که طبق طراحی انجام شده به ترتیب منجر به بیشترین و کمترین میزان استحکام برای پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت با لایه چینی $AL/GE-5-4$ می‌گردند با استفاده از برنامه نوشته شده در نرم‌افزار متلب رسم شده است. همانطور که در شکل ۴ نشان داده شده است با افزایش ضخامت پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت مورد اشاره مقدار بار بحرانی کمانش برای هر دو ساختار افزایش می‌یابد. هم‌چنین برای تمامی ضخامت‌ها میزان بار کمانشی ساختار $AL/GE-5-4-[0/60/60/0]$ بیش از ساختار $AL/GE-5-4-[90/90/90/90]$ می‌باشد و اختلاف بار کمانش برای دو ساختار مذکور در ضخامت‌های بیشتر قابل توجه‌تر خواهد بود که این امر لزوم تعیین زاویه چینی بهینه برای پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت با ضخامت بیشتر را بهتر نشان می‌دهد.

AL2024/GE-5-4-[0/60/60/0] و ALY475/GE-5-4-[0/60/60/0] می باشد که هر دو دارای ضخامت ۱ میلی متر و زاویه چینی مطلوب ۰/۶۰/۶۰/۰ می باشند. بنابراین می توان نتیجه گرفت برای کسر حجمی کمتر از ۰/۳ میزان اثرگذاری زاویه چینی فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی بر پایداری پوسته مورد بررسی بیش از اثرگذاری ضخامت پوسته می باشد. در نتیجه برای ساختار [90/90/90/90]-ALY475/GE-5-4 با ضخامت ۱,۳ میلی متر و برای کسر حجمی کمتر از ۰/۳ بهتر است با تغییر زاویه چینی فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی از ۹۰/۹۰/۹۰/۹۰ به ۰/۶۰/۶۰/۰ ضخامت کل پوسته را از ۱/۳ میلی متر به ۱ میلی متر کاهش داد تا ضمن افزایش میزان پایداری پوسته، از ضخامت و در نتیجه وزن پوسته نیز کاسته شود. در حقیقت برای کسر حجمی کمتر از ۰/۳ بهتر است از یکی ساختارهای [0/60/60/0]-ALY475/GE-5-4 و [0/60/60/0]-AL2024/GE-5-4 با ضخامت ۱ میلی متر به جای ساختار [90/90/90/90]-ALY475/GE-5-4 با ضخامت ۱/۳ میلی متر استفاده نمود. برای کسر حجمی بالاتر از ۰/۳ میزان بار کماتشی ساختار [90/90/90/90]-ALY475/GE-5-4 با ضخامت ۱/۳ میلی متر بیش از ساختار [0/60/60/0]-AL2024/GE-5-4 با ضخامت ۱ میلی متر می باشد. ساختار [0/60/60/0]-AL2024/GE-5-4 هم دارای زاویه چینی بهتری نسبت به ساختار [90/90/90/90]-ALY475/GE-5-4 می باشد و هم جنس لایه های فلزی آن از آلومینیوم ۲۰۲۴ است که دارای سختی بالاتری نسبت به آلومینیوم ۷۴۷۵ است با این وجود میزان پایداری ساختار [90/90/90/90]-ALY475/GE-5-4 با ضخامت ۱/۳ میلی متر بیش از ساختار [0/60/60/0]-AL2024/GE-5-4 با ضخامت ۱ میلی متر می باشد که این امر نشان دهنده این موضوع است که برای کسر حجمی بیش از ۰/۳ میزان اثرگذاری ضخامت پوسته بر پایداری آن بیش از میزان اثرگذاری زاویه چینی لایه های کامپوزیتی و جنس لایه های فلزی پوسته می باشد.

۱۲- نتیجه گیری

- در تحقیقات گذشته برای طراحی ساختار پوسته های چند لایه فلز و کامپوزیت توجهی به لایه های کامپوزیتی این پوسته ها نگردیده است و برای افزایش مقاومت این پوسته ها بیشترین تمرکز بر روی تغییر جنس لایه های فلزی و یا افزایش ضخامت کلی پوسته بوده است در حالیکه آغاز شکست در این پوسته ها با شکست لایه های کامپوزیتی شروع می شود و در این تحقیق برای اولین بار با در نظر گرفتن این موضوع، ساختار این پوسته ها طراحی گردیده است. به این منظور زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی این پوسته ها به گونه ای تعیین گردیده است که پوسته دارای بیشترین استحکام ممکن در برابر شکست گردد.

- در این تحقیق برای اولین بار نشان داده شده است که روش

دارای زاویه چینی نامطلوب ۹۰/۹۰/۹۰/۹۰ است بیشتر از میزان بار کماتشی ساختار [0/60/60/0]-ALY475/GE-5-4 است که دارای زاویه چینی بهینه ۰/۶۰/۶۰/۰ می باشد. بنابراین می توان نتیجه گرفت برای کسر حجمی بالاتر از ۰/۷ میزان اثرگذاری جنس لایه های فلزی بر بار کماتشی پوسته بیش از میزان اثرگذاری زاویه چینی فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی است. زیرا برای کسر حجمی بالاتر از ۰/۷ پایداری ساختار [90/90/90/90]-AL2024/GE-5-4 که در آن از آلومینیوم ۲۰۲۴ استفاده گردیده است بیش از پایداری ساختار [0/60/60/0]-ALY475/GE-5-4 می باشد که در آن از آلومینیوم ۷۴۷۵ استفاده شده است.

۱۱- مقایسه میزان اثرگذاری تغییر ضخامت، تغییر جنس لایه فلزی و تغییر زاویه چینی الیاف بر پایداری پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت

جهت تعیین اثر بخش تر بودن تغییر ضخامت پوسته، تغییر جنس لایه های فلزی و یا تغییر زاویه چینی فیبرهای تقویت کننده لایه های کامپوزیتی بر میزان پایداری پوسته های چند لایه فلز و کامپوزیت تغییرات بار کماتشی بر حسب کسر حجمی مواد تشکیل دهنده برای سه ساختار [0/60/60/0]-ALY475/GE-5-4 با ضخامت ۱ میلی متر، ساختار [90/90/90/90]-ALY475/GE-5-4 با ضخامت ۱/۳ میلی متر و ساختار [0/60/60/0]-AL2024/GE-5-4 با ضخامت ۱ میلی متر در شکل ۶ با استفاده از برنامه نوشته شده در نرم افزار متلب با یکدیگر مقایسه گردیده اند.

همان طور که در شکل ۶ مشاهده می شود برای کسر حجمی کمتر از ۰/۳ میزان بار کماتشی ساختار [90/90/90/90]-ALY475/GE-5-4 با ضخامت ۱/۳ میلی متر که دارای زاویه چینی نامطلوب ۹۰/۹۰/۹۰/۹۰ از نظر میزان استحکام می باشد کمتر از میزان بار کماتشی دو ساختار

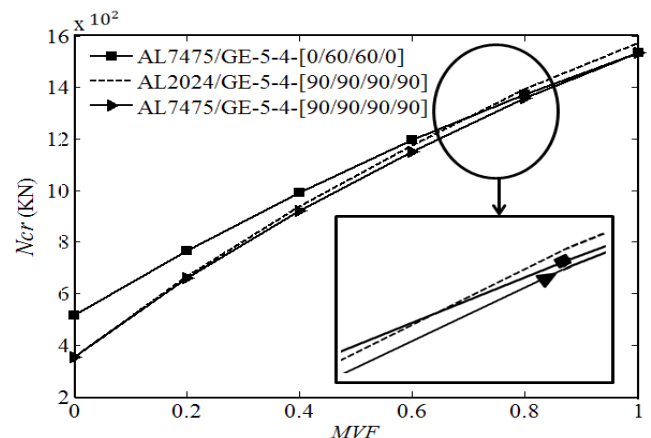


Fig. 5. comparison the efficiency of the layer orientation variation with change of metal layer material on the buckling load of AL/GE-5-4 FML shell

شکل ۵: مقایسه میزان اثرگذاری تغییر زاویه چینی الیاف با تغییر جنس لایه های فلزی بر پایداری پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت

افزایش دقت نتایج استخراج شده، امکان تحلیل پوسته‌های جدار نازک و ضخیم را فراهم می‌آورد.

- نمونه مطالعاتی مورد بررسی در این تحقیق یک پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت نه لایه متشکل از پنج لایه آلومینیوم و چهار لایه شیشه/اپوکسی می‌باشد که هر یک از لایه‌های کامپوزیتی آن از چهار تک لایه تشکیل شده است که فیبرهای تقویت‌کننده هر یک از این تک لایه‌ها امکان قرارگیری با زوایای ۰،۳۰،۶۰،۹۰ درجه را دارا می‌باشند. قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی با زوایای ۰/۶۰/۶۰/۰ منجر به بیشترین استحکام و قرارگیری این فیبرها با زوایای ۹۰/۹۰/۹۰/۹۰ منجر به کمترین استحکام برای این پوسته می‌گردد.

- بار بحرانی کمناش ساختار $AL/GE-5-4-[0/60/60/0]$ بر حسب مقادیر مختلف MVF بیش از ساختار $AL/GE-5-4-[90/90/90/90]$ می‌باشد که همین امر نشان‌دهنده صحت فرایند طراحی می‌باشد. زیرا در فرایند طراحی این نتیجه حاصل گردید که در صورت زاویه‌چینی فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی با زوایای ۰/۶۰/۶۰/۰ پوسته دارای بیشترین میزان استحکام ممکن و در صورت زاویه‌چینی با زوایای ۹۰/۹۰/۹۰/۹۰ دارای کمترین استحکام ممکن می‌گردد که نتایج تحلیل کمناشی نیز صحت طراحی انجام شده را تأیید می‌نماید.

- با افزایش مقدار MVF به بیش از ۰/۸ اختلاف بین بار کمناشی پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت با زاویه‌چینی‌های مختلف بسیار کم خواهد شد زیرا درصد حجمی بیشتری از پوسته چند لایه فلز و کامپوزیتاز فلز تشکیل می‌شود و تأثیر لایه‌های کامپوزیتی بر پایداری پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت کاهش می‌یابد.

- برای تمامی ضخامت‌ها میزان بار کمناشی ساختار $AL/GE-5-4-[0/60/60/0]$ بیش از ساختار $AL/GE-5-4-[90/90/90/90]$ می‌باشد و اختلاف بار کمناش برای دو ساختار مذکور در ضخامت‌های بیشتر قابل توجه‌تر خواهد بود که این امر لزوم تعیین زاویه‌چینی بهینه فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت با ضخامت بیشتر را بهتر نشان می‌دهد.

- برای پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت با ساختار $AL/GE-5-4$ که لایه‌های فلزی آن می‌توانند از جنس آلومینیوم ۲۰۲۴ و یا آلومینیوم ۷۴۷۵ باشند برای کسر حجمی کمتر از ۰/۷ میزان اثرگذاری زاویه‌چینی بهینه فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی بر پایداری پوسته بیش از میزان اثرگذاری جنس لایه‌های فلزی می‌باشد و به همین علت است که برای کسر حجمی کمتر از ۰/۷ با وجود سختی بالاتر آلومینیوم ۲۰۲۴ نسبت به آلومینیوم ۷۴۷۵ اما بار کمناش ساختار $AL/GE-5-4-[0/60/60/0]$ دارای زاویه‌چینی مطلوب ۰/۶۰/۶۰/۰ می‌باشد بیش از میزان بار کمناشی ساختار $AL/GE-5-4-[90/90/90/90]$ می‌باشد که دارای زاویه‌چینی نامطلوب ۹۰/۹۰/۹۰/۹۰ می‌باشد.

مورد استفاده برای افزایش پایداری یک پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت وابستگی بسیار زیادی به کسر حجمی مواد تشکیل‌دهنده آن دارد و برای افزایش پایداری پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت همواره نیاز به افزایش ضخامت آن‌ها و یا تغییر جنس لایه‌های فلزی این پوسته‌ها نیست بلکه برای برخی از محدوده‌های کسر حجمی، تغییر زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی این پوسته‌ها موجب افزایش بیشتر پایداری آن‌ها نسبت به افزایش ضخامت یا تغییر جنس لایه فلزی می‌گردد. در این تحقیق با نوشتن یک برنامه کامپیوتری میزان تغییر پایداری پوسته با تغییر هر یک از پارامترهای ضخامت پوسته، جنس لایه فلزی و یا زاویه چینش فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی تعیین گردیده و مشخص گردیده برای طیف‌های مختلف کسر حجمی مواد تشکیل‌دهنده یک پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت تغییر در کدام یک از پارامترهای اشاره شده موجب بیشترین افزایش در پایداری این پوسته‌ها می‌گردد.

- یکی دیگر از مهمترین نوآوری‌های این تحقیق که باعث تمایز آن با کارهای قبلی شده است استفاده همزمان از روش‌های تحلیلی و عددی (با استفاده از لینک نرم‌افزارهای متلب و اباکوس) برای طراحی ساختار پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت است که امکان تحلیل طیف گسترده‌ای از این پوسته‌ها را فراهم آورده است و با توجه به اینکه مسائل مورد نظر در این پژوهش به صورت تحلیلی و به صورت دقیق حل می‌گردند لذا برای طراحی و مطالعات پارامتری نتایج دقیقی حاصل گردیده است.

- همچنین در این تحقیق از تئوری مرتبه بالای ارتقاء یافته با در نظر گرفتن کلیه مؤلفه‌های صفحه‌ای و عرضی تنش‌ها و همچنین در نظر گرفتن تابعی درجه سه برای مؤلفه‌های جابه‌جایی درون صفحه‌ای و تابعی مرتبه دوم برای مؤلفه عرضی جابه‌جایی استفاده شده است که علاوه بر

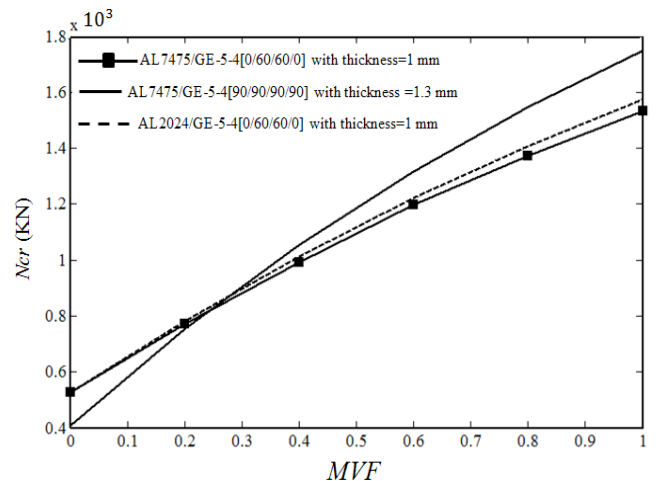


Fig. 6. comparison the efficiency of the layer orientation variation with change of metal layer material and change of total thickness of the shell on the buckling load of AL/GE-5-4 FML shell

شکل ۶: مقایسه اثربخش تر بودن تغییرات ضخامت پوسته، تغییر جنس لایه‌های فلزی و یا تغییر زاویه‌چینی فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی بر میزان پایداری پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت

مراجع

- [1] E.J. Hearn, *Mechanics of materials*, published by butterworth-heinemann, (1999)
- [2] H.W. Nam, W.Hwang, Stacking Sequence Design of Fiber-Metal Laminate for Maximum Strength, *Journal of Composite Materials*, 35(18) (2001) 1654-1683
- [3] K.Athiannan, R.Palaninathan, Experimental investigations on buckling of cylindrical shells under axial compression and transverse shear, *Journal of Sadhana*, 29(1) (2004) 93-115
- [4] C.Bisagni, Dynamic buckling of fiber composite shells under impulsive axial compression, *Journal of thin-walled structure*, 12(1) (2005) 499-514
- [5] R.Nabavi, M.H Yas, M. Shakeri, Natural frequency optimization of laminated cylindrical shell subjected to Tsai-Hill failure criteria constraint using penalty method, *Key Engineering Materials* 334 (2007) 9-12
- [6] S.Y.yaokuo, S.LeChung, Buckling and vibration of composite laminated plates with variable fiber spacing, *Journal of Composite Structures*, 90(2) (2009) 196-200
- [7] V.Bazhenov, N.Solovei, Nonlinear deformation and buckling of elastic inhomogeneous shells under thermomechanical loads, *Journal of International Apply Mechanic*, 45 (2009) 923-953
- [8] A.Mozzafari, h.Jafari, investigation the influences of some parameter on the buckling load of FML cylindrical shell, *journal of emamhossein*, 6(4) (2010) (in Persian)
- [9] L.W.Lacarbonara, F.Vestroni, A generalized higher-order theory for buckling of thick multi-layered composite plates with normal and transverse shear strains, *Journal of Composite Structures*, 92(12) (2010) 3011-3019
- [10] M.Rahmanian, *Vibration and buckling analysis of thick FGM conical shells under variable thermal and pressure distributions, considering initial geometric imperfections using a higher order theory*, MSc. Thesis, Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, (2011)
- [11] S.M.R.Khalili, A.Davar, K.MalekzadehFard, Free vibration analysis of homogeneous isotropic circular cylindrical shells based on a new three-dimensional refined higher-order theory, *International journal of Mechanical sciences*, 56 (2012) 1-25
- [12] A.V. Lopatin, E.V. Morozov, Buckling of the composite orthotropic clamped-clamped cylindrical shell loaded by transverse inertia forces, *Composite Structures*, 95 (2013) 471-478
- [13] V.N.Yenugula, B.Perumandla, R.R. Pinninti, M. Ravvala, Experimental investigation on buckling of GFRP cylindrical shells subjected to axial compression,

- برای کسر حجمی بیش از ۰/۷ میزان اثرگذاری جنس لایه‌های فلزی بر پایداری پوسته بیش از میزان اثرگذاری زاویه‌چینی بهینه فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی می‌باشد. به همین علت است که پایداری ساختار $AL_{20.24}/GE-5-4-[90/90/90/90]$ که در آن از آلومینیوم ۲۰۲۴ استفاده گردیده است بیش از پایداری ساختار $AL_{47.5}/GE-5-4-[0/60/60/0]$ می‌باشد که در آن از آلومینیوم ۷۴۷۵ استفاده شده است هر چند فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی ساختار $AL_{47.5}/GE-5-4-[0/60/60/0]$ دارای زاویه‌چینی مطلوب‌تری نسبت به ساختار $AL_{20.24}/GE-5-4-[90/90/90/90]$ می‌باشند.

- برای پوسته $AL/GE-5-4$ با ضخامت‌های ۱ میلی‌متر و ۱/۳ میلی‌متر که لایه‌های فلزی آن می‌توانند از جنس آلومینیوم ۲۰۲۴ یا آلومینیوم ۷۴۷۵ باشند برای کسر حجمی کمتر از ۰/۳ میزان اثرگذاری زاویه‌چینی بهینه فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی بر پایداری پوسته بیش از اثرگذاری ضخامت پوسته می‌باشد و به همین دلیل بار کماتشی ساختار $AL_{47.5}/GE-5-4-[90/90/90/90]$ با ضخامت ۱/۳ میلی‌متر که دارای زاویه چینی نامطلوب $90/90/90/90$ می‌باشد کمتر از میزان بار کماتشی دو ساختار $AL_{47.5}/GE-5-4-[0/60/60/0]$ و $AL_{20.24}/GE-5-4-[0/60/60/0]$ می‌باشد که هر دو دارای ضخامت ۱ میلی‌متر و زاویه‌چینی مطلوب $0/60/60/0$ می‌باشند.

- با تعیین زاویه فرارگیری بهینه فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی برای پوسته $AL/GE-5-4$ برای کسر حجمی کمتر از ۰/۳ می‌توان از یکی ساختارهای $AL_{47.5}/GE-5-4-[0/60/60/0]$ و $AL_{20.24}/GE-5-4-[0/60/60/0]$ با ضخامت ۱ میلی‌متر به جای ساختار $AL_{47.5}/GE-5-4-[90/90/90/90]$ با ضخامت ۱/۳ میلی‌متر استفاده نمود و بهتر است برای این رنج از کسر حجمی به جای افزایش ضخامت پوسته نحوه زاویه‌چینی بهینه فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی پوسته را بهینه نمود تا ضمن افزایش میزان پایداری پوسته، ضخامت و در نتیجه وزن پوسته را نیز کاهش داد که این مساله اهمیت قابل توجه تعیین زاویه‌چینی بهینه فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی را بهتر نشان می‌دهد.

- برای کسر حجمی بیش از ۰/۳ میزان اثرگذاری ضخامت پوسته بر پایداری آن بیش از میزان اثرگذاری زاویه‌چینی فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی و جنس لایه‌های فلزی پوسته می‌باشد و به همین علت است که میزان بار کماتشی ساختار $AL_{47.5}/GE-5-4-[90/90/90/90]$ با ضخامت ۱/۳ میلی‌متر بیش از میزان بار کماتشی دو ساختار $AL_{47.5}/GE-5-4-[0/60/60/0]$ و $AL_{20.24}/GE-5-4-[0/60/60/0]$ می‌باشد.

- and Experimental Analysis of Critical Buckling Force of Short and long Cylindrical Shells with a Welded Seam Using Argon Method and their Comparison with a Seamless Cylindrical shell, *Journal of science de liege*, 85 (2016), 721-728
- [24] H.Fan, Z.Chen, J. Cheng, S.Huang, W.Feng, Analytical research on dynamic buckling of thin cylindrical shells with thickness variation under axial pressure, *Thin-Walled Structures*, 101 (2016) 213–221
- [25] O.Civalek, Buckling analysis of composite panels and shells with different material properties discrete singular convolution (DSC) method, *Journal of Structures and Techniques*, 161 (2017) 93-110
- [26] E.Skukis, O. Ozolins, K.Kalnins, M.Arbelo, Experimental test for estimation of buckling load on unstiffened cylindrical shells by vibration correlation technique, *Journal of Structures and Techniques*, 172 (2017) 1023-1030
- [27] G.Jacob, K.K Divya, P.Prabhakaran, Buckling Analysis of Cylindrical Shells Subjected to Axial Compression, *Journal of Engineering and Technology*, 4(4) (2017) 56-72
- [28] B.Sobhaniragh, M.Nejati, W.J. Mansur, Buckling modeling of ring and stringer stiffened cylindrical shells aggregated by graded CNTs, *Journal of composites*, 124 (2017) 120-133
- [29] M.Arbelo, K.Kalnins, O.Ozolins, E.Skukis, S.Castro, R.Degenhardt, Experimental and numerical estimation of buckling load on unstiffened cylindrical shells using a vibration correlation technique, *Journal of Thin-walled structures*, 94 (2017) 273-279
- [30] O.Ozolins, K.Kalnins, an Experimental Buckling Study of Column-Supported Cylinder, *Procedia engineering*, 172 (2017) 823-830
- Journal of Mechanical and Civil Engineering*, 9(5) (2013) 20-25
- [14] A.K.Nagari, V.N.Yenugula, Experimental Investigation of Buckling of Laminated Composite Cylindrical Shells with & Without Cutouts Subjected To Axial Compression, *Journal of Mechanical and Civil Engineering*, 11(6) (2014) 9-14
- [15] I.Sen, R.C. Alderliesten, R.Benedictus, Design optimization procedure for fiber metal laminates based on fatigue crack initiation, *Journal of Composite Structures*, 120(5) (2015) 275-284
- [16] I.Sen, R.C. Alderliesten, R.Benedictus, Lay-up optimization of fiber metal laminates based on fatigue crack propagation and residual strength, *Journal of Composite Structures*, 124(5) (2015) 77-87
- [17] R. J. Mania, Z. Kolakowski, J. Bienias, P.Jakubczak, K.Majerski, Comparative study of FML profiles buckling and postbuckling behavior under axial loading, *Journal of Composite Structures*, 134 (2015) 216–225
- [18] C.Bisagni, Composite cylindrical shells under static and dynamic axial loading : An experimental campaign, *Journal of Aerospace sciences*, 172 (2015) 1023-1030
- [19] H.Abramovich, C.Bisagni, Behavior of curved laminated composite panels and shells under axial compression, *Journal of Aerospace sciences*, 78 (2015) 74-106.
- [20] B.Neethi, G.Gisha, Study on Buckling Strength of Composite Cylindrical Shells with Cut-outs, *Journal of IJEDR*, 3(4) (2015) 21-39
- [21] D.Banat, Z.Kolakowski, R.J. Mania, Investigations of FML profile buckling and post-buckling behavior under axial compression, *Thin-Walled Structures*, 107 (2016) 335–344
- [22] A.Tullu, B.Kang, Elastic deformation of fiber-reinforced multi-layered composite cylindrical shells of variable stiffness, *Composites Part B: Engineering*, 100 (2016) 44–55
- [23] A.Ghorbani, N.Bayat, M.M.Najafizadeh, A Theoretical

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

A. Nazari, K. Malekzade-Fard, Buckling Analysis of Designed Fiber Metal Laminate Circular Cylindrical Shell Based on Maximum Tension Fracture Criterion, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 51(1) (2018) 65-78.

DOI: 10.22060/mej.2017.12881.5460

