



## بررسی عددی انتقال حرارت مختلط درون یک حفره حاوی نانوسیالات غیرنیوتنی با استفاده از مدل دوفازی مخلوط

ناصر حاضری محمل، یونس شکاری\*، علی طیبی

دانشکده مهندسی، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۷ بهمن ۱۳۹۵  
بازنگری: ۶ خرداد ۱۳۹۶  
پذیرش: ۲۵ تیر ۱۳۹۶  
ارائه آنلاین: ۳۱ تیر ۱۳۹۶

### کلمات کلیدی:

نانوسیال  
سیال غیرنیوتنی  
مدل دوفازی مخلوط  
مدل قانون توانی

**چکیده:** در تحقیق حاضر، انتقال حرارت جابجایی مختلط در حفره‌ی پر شده از نانوسیال غیرنیوتنی با استفاده از مدل دوفازی مخلوط شبیه‌سازی شده است. نانوسیال آب-مس در این مسئله از خود رفتار سیالات رقیق شونده‌ی برشی را نشان می‌دهد. تأثیر رفتار غیرنیوتنی سیال با استفاده از مدل قانون توانی برای مقادیر مختلف شاخص قانون توانی بررسی شده است. پس از اعمال معادلات حاکم و مدل‌های مورد نظر در کد محاسباتی، اعتبارسنجی آن با شبیه‌سازی مسئله در حالت‌های سیال نیوتنی و غیرنیوتنی و مقایسه نتایج با کار دیگر محققین صورت پذیرفته است. پس از آن، شبیه‌سازی مسئله مورد نظر برای عدد ریچاردسون  $0/01$  تا  $1$ ، شاخص قانون توانی  $0/2$  تا  $1$  و کسر حجمی نانوذرات صفر تا  $0/09$  صورت پذیرفته است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهند که افزایش عدد ریچاردسون سبب کاهش انتقال حرارت می‌گردد. در تمامی اعداد ریچاردسون با کاهش شاخص قانون توانی، عدد ناسلت میانگین کاهش می‌یابد. با افزایش کسر حجمی از صفر تا  $0/09$  در شاخص قانون توانی  $0/2$ ، عدد ناسلت میانگین برای ریچاردسون  $0/01$  در حدود  $15/75\%$  و برای ریچاردسون  $1$  در حدود  $17/33\%$  افزایش پیدا می‌کند.

### ۱- مقدمه

کمتری دارد اما چون به جای خواص سیال، خواص ترموفیزیکی نانوسیال جایگزین می‌گردد، نتایج حاصله تا حد زیادی بستگی به انتخاب درست این خواص دارد. از مهمترین نقاط ضعف روش اول این است که در آن اختلاف سرعت میان دوفاز در نظر گرفته نمی‌شود. این فرض در بسیاری از موارد باعث بروز خطا در نتایج محاسباتی می‌شود. بنابراین محققین برای در نظر گرفتن تأثیر این اختلاف سرعت یک مدل دوفازی را به کار برده‌اند که در آن اختلاف سرعت دوفاز به‌وسیله یک مدل جبری توصیف می‌شود. به این مدل، مدل دوفازی مخلوط گفته می‌شود. در این مدل معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی برای فاز مخلوط نانوسیال به علاوه معادله کسر حجمی برای فاز ثانویه حل می‌گردد [۳].

در نانوسیال‌ها عواملی همچون گرانش، اصطکاک بین سیال و ذرات جامد، حرکت براونی و اتلاف بر روی حرکت ذرات و اختلاف بین سرعت‌ها اثر می‌گذارند بنابراین، سرعت لغزش بین سیال و ذرات جامد ممکن است صفر نباشد. به این دلایل به نظر می‌رسد که استفاده از مدل دوفازی مخلوط روش بهتری برای توصیف رفتار نانوسیال‌ها باشد. از این‌رو، اکبری و همکاران [۴] جابجایی مختلط جریان آرام درون یک لوله‌ی افقی بلند را با استفاده از نانوسیال‌ها مورد بررسی قرار دادند. هدف آنها در این تحقیق، مقایسه مدل تک‌فازی با سه مدل دوفازی یعنی حجم سیال، مخلوط و اویلری-اویلری بوده است. مقایسه‌ی نتایج آنها با نتایج حاصل از آزمایش نشان می‌دهد که مدل تک‌فازی دقت پایین‌تری نسبت به نتایج تجربی داشته است، در حالی

انتقال حرارت جابجایی در بسیاری از کاربردهای مهندسی، تکنولوژی و فرآیندهای طبیعی از اهمیت فراوانی برخوردار است؛ از جمله این کاربردها می‌توان به سیستم‌های خنک‌کننده اشاره کرد که امروزه در صنایعی مانند تولید توان، حمل و نقل، ماشین‌کاری و الکترونیک از آنها استفاده می‌شود. با پیشرفت فناوری در این صنایع، عملیات سریع و حجیم با سرعت‌های بسیار بالا اتفاق می‌افتد. بنابراین استفاده از موتورهایی با توان و حرارت بالا اهمیت به‌سزایی پیدا می‌کند. در این حالت استفاده از سیستم‌های خنک‌کننده‌ی پیشرفته و بهینه، کاری اجتناب‌ناپذیر است. انتقال حرارت در این سیستم‌ها جهت رسیدن به راندمان بالاتر نیازمند کوچک‌سازی تجهیزات و افزایش شدت انتقال حرارت به ازای واحد سطح می‌باشند [۱ و ۲]، بنابراین برای رسیدن به این ویژگی‌ها، به خنک‌کننده‌های جدید و مؤثر نیاز است و نانوسیالات به‌عنوان راهکاری جدید در این زمینه مطرح شده‌اند. نانوسیال به سیالی گفته می‌شود که از ذرات فلزی یا غیرفلزی در اندازه نانومتر به‌عنوان نانوذره در درون سیال پایه استفاده می‌کند.

امروزه برای مدل‌سازی جریان نانوسیال‌ها دو روش عمده تک‌فازی و دوفازی وجود دارد. در روش تک‌فازی فرض می‌شود که نانوذرات و فاز مایع در حال تعادل گرمایی و هیدرودینامیکی هستند و از سرعت نسبی بین فاز مایع و نانوذره صرف نظر می‌گردد. این روش آسان‌تر و هزینه محاسباتی

که سه مدل دیگر مطابقت نسبتاً خوبی با آن نتایج داشتند.

امین‌فر و همکاران [۵] اثرات انتقال حرارت یک نانوسیال مغناطیس‌شونده را که در داخل کانالی مستطیلی در معرض میدان مغناطیسی غیریکنواخت است، با استفاده از مدل دوفازی مخلوط مورد تحلیل قرار دادند. در این تحقیق مشاهده شده است که افزایش میدان مغناطیسی سبب افزایش عدد ناسلت و ضریب اصطکاک شده و از ته‌نشینی نانوذرات نیز جلوگیری می‌کند. بهزادمهر و همکاران [۶] اقدام به پیش‌بینی انتقال حرارت جابجایی اجباری در جریان مغشوش یک نانوسیال، در لوله دایره‌ای با شار حرارتی یکنواخت با استفاده از مدل دوفازی مخلوط و مدل تک‌فاز نمودند. مقایسه نتایج به‌دست آمده از این دو مدل با نتایج حاصله از آزمایش نشان می‌دهد که مدل دوفازی مخلوط نتایج بهتر و دقیق‌تری نسبت به مدل تک‌فازی ارائه می‌دهد.

چن و همکاران [۷] در یک کار عددی انتقال حرارت جابجایی اجباری یک نانوسیال را با استفاده از مدل دوفازی مورد تحلیل قرار دادند. تحلیل عددی بر روی لوله‌های صاف کوچک و برای جریان‌های آرام و آشسته انجام گرفت. در این پژوهش نتایج مدل‌های مخلوط و اوپلری-اوپلری با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. حجازیان و همکاران [۸] به بررسی تأثیر نانوسیال‌ها در یک جریان آشسته درون یک لوله‌ی افقی پرداختند. آنها در این پژوهش، به مقایسه عددی مدل‌های دوفازی اوپلری-اوپلری و مخلوط با نتایج تجربی پرداختند. در این مطالعه نشان داده شده است که اضافه کردن هرگونه نانوسیال موجب افزایش میزان انتقال حرارت با استفاده از هر دو مدل در یک جابجایی مختلط می‌شود.

دییاک سلواکومار و دهیناکاران [۹] به بررسی انتقال حرارت جابجایی اجباری یک نانوسیال در یک استوانه‌ی دایره‌ای شکل با استفاده از مدل دوفازی مخلوط پرداختند. آنها در این تحقیق تأثیر سرعت لغزشی، کسر حجمی و قطر نانوذرات را بر روی مشخصه‌های انتقال حرارت مورد بررسی قرار دادند. سیاوشی و همکاران [۱۰] مشخصه‌های انتقال حرارت و تولید آنتروپی یک نانوسیال را در درون یک فضای حلقوی با استفاده از مدل دوفازی مخلوط مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق تأثیر کسر حجمی نانوسیال و نسبت‌های مختلف شعاع حلقه بر روی انتقال حرارت و آنتروپی مورد بررسی قرار گرفته است.

عباسی و همکاران [۱۱] برای بررسی اثرات نانوسیال درون یک فضای حلقوی در یک جریان آرام و مغشوش از مدل دوفازی مخلوط بهره بردند. آنها در این پژوهش با رسم پروفیل‌های دما در اعداد رینولدز مختلف نشان دادند که افزایش غلظت نانوذرات، باعث کاهش دمای دیواره و توده‌ی سیال شده و منجر به افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی می‌گردد. گروسی و همکاران [۱۲] با استفاده از مدل دوفازی مخلوط به بررسی انتقال حرارت جابجایی مختلط در داخل یک حفره حاوی نانوسیال پرداختند. این حفره در معرض گرمای داخلی و خارجی قرار داشت. نتایج به‌دست آمده در این حفره نشان می‌دهد که با کاهش عدد ریچاردسون و قطر نانوذرات میزان انتقال حرارت افزایش پیدا می‌کند.

گودرزی و همکاران [۱۳] برای بررسی جابجایی مختلط یک نانوسیال نیوتنی از مدل دوفازی مخلوط استفاده کردند. در تحقیق ایشان، جریان آرام و مغشوش نانوسیال آب-مس در داخل یک حفره‌ی کم عمق بررسی گردیده است. محاسبات برای دو عدد گراشف ثابت  $10^5$  برای جریان آرام و  $10^6$  برای جریان مغشوش در بازه‌ی اعداد ریچاردسون  $0.3/0$  تا  $30$  و کسرهای حجمی صفر تا  $0.4/0$  انجام گرفته است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که با افزایش کسر حجمی نانوذرات در یک عدد ریچاردسون و گراشف ثابت میزان انتقال حرارت افزایش پیدا می‌کند. لطفی و همکاران [۱۴] به مطالعه‌ی عددی انتقال حرارت جابجایی اجباری نانوسیال‌ها درون یک لوله‌ی افقی و مقایسه‌ی مدل‌های تک‌فازی و دوفازی پرداختند. نتایج به‌دست آمده در این تحقیق نشان می‌دهد که مدل دوفازی مخلوط دقیق‌تر می‌باشد.

در همه تحقیقات ذکر شده، سیال مورد نظر نیوتنی بوده است. این در حالی است که در بسیاری از فرآیندهای صنعتی از سیالات غیرنیوتنی استفاده می‌شود؛ به عنوان مثال در صنایع نظیر نفت، انرژی، داروسازی و رنگ‌ها از سیال‌های غیرنیوتنی استفاده می‌شود. افزایش نرخ انتقال حرارت در زمینه‌ی سیال‌های غیرنیوتنی از اهمیت بالایی برخوردار است. به‌عنوان مثال در صنایع داروسازی، کاهش کنترل درجه حرارت و پایین بودن ضریب انتقال حرارت منجر به کاهش کیفیت محصول می‌شود [۱۵ و ۱۶]. با به‌کارگیری ذرات نانو در یک سیال پایه غیرنیوتنی، سیال جدیدی به‌دست می‌آید که نانوسیال غیرنیوتنی نام دارد. انتظار می‌رود که این سیال دارای خواص انتقال حرارت بالایی نسبت به سیال پایه غیرنیوتنی باشد. همچنین بعضی از محققین عقیده دارند که اضافه کردن ذرات نانو به یک سیال پایه نیوتنی باعث ایجاد رفتار غیرنیوتنی در نانوسیال می‌شود. چانگ و همکاران [۱۷] در یک کار آزمایشگاهی نشان دادند که نانوسیال آب-اکسید مس از خود رفتار سیال رقیق شونده‌ی برشی نشان می‌دهد و تنش برشی با افزایش اندازه ذره در یک نرخ برش ثابت افزایش می‌یابد. دینگ و همکاران [۱۸] با اندازه‌گیری میزان ویسکوزیته‌ی نانولوله‌های کربنی در شرایط مختلف مشاهده کردند که سیال در تمام شرایط از خود رفتار سیال شبه‌پلاستیک را نشان می‌دهد.

مروری بر متون و مقالات چاپ شده بر روی انواع هندسه‌ها نشان می‌دهد که تعداد محدودی از پژوهش‌ها با استفاده از نانوسیال غیرنیوتنی انجام شده است که شرح برخی از آنها در ادامه می‌آید. اسماعیل‌نژاد و همکاران [۱۹] در یک کار عددی میزان انتقال حرارت جابجایی اجباری را در داخل یک میکروکانال برای نانوسیال‌های غیرنیوتنی با استفاده از مدل دوفازی مخلوط مورد بررسی قرار دادند. در این کار با افزایش کسر حجمی، میزان انتقال حرارت در داخل میکروکانال بیشتر می‌شود.

بهرویان و همکاران [۲۰] به مطالعه عددی انتقال حرارت جابجایی اجباری جریان مغشوش نانوسیال‌ها درون یک لوله‌ی افقی پرداختند. آنها در این تحقیق به مقایسه‌ی پنج مدل تک‌فازی نیوتنی، تک‌فازی غیرنیوتنی، دوفازی مخلوط نیوتنی، دوفازی اوپلری-اوپلری و دوفازی لاگرانژی با نتایج تجربی پرداختند. نتایج به‌دست آمده از این مدل‌ها نشان می‌دهد

تأثیر دارد و اعداد ناسلت و ضریب اصطکاک به دست آمده را با حالت سیال نیوتنی مقایسه کرد.

با مروری بر تحقیقات صورت گرفته مشخص می‌شود که تحقیقات زیادی در خصوص تحلیل انتقال حرارت نانوسیالات غیرنیوتنی انجام شده است؛ اما بررسی منابع قابل دسترسی نشان می‌دهد که گزارشی مبنی بر مدل‌سازی جابجایی مختلط نانوسیالات غیرنیوتنی با استفاده از مدل دوفازی مخلوط صورت نگرفته است. لذا در پژوهش حاضر جابجایی مختلط یک نانوسیال غیرنیوتنی در داخل یک حفره با درپوش متحرک با بهره‌گیری از مدل دوفازی مخلوط مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف از این تحقیق، شبیه‌سازی و بررسی رفتار سیال درون این هندسه با در نظر گرفتن عوامل مختلفی همچون عدد ریچاردسون، شاخص قانون توانی و غلظت نانوذرات می‌باشد.

## ۲- معادلات حاکم

معادلات پیوستگی، مومنتوم، انرژی و کسر حجمی با استفاده از مدل دوفازی مخلوط برای حالت جابجایی مختلط با استفاده از فرضیات زیر بیان شده‌اند [۱۲]:

(الف) جریان دائم، آرام و غیرقابل تراکم فرض می‌شود،

(ب) رفتار نانوسیال رقیق شونده برشی است،

(ج) مسئله به صورت دوبعدی تحلیل می‌شود،

(د) انتقال جرم میان دوفاز صورت نمی‌گیرد.

برای اثبات فرض پیوستگی در مدل‌های مخلوط و دوسالی از تحلیلی که در مرجع [۲۸] بیان شده، استفاده می‌گردد. در رابطه زیر اگر طول المان مکعبی  $\alpha$  از طول مقیاس هندسه مورد بررسی بزرگتر باشد، فرض پیوستگی برقرار نیست. حال اگر این طول از طول مقیاس سیستم کوچکتر باشد، در نظر گرفتن این فرض درست می‌باشد.

$$\alpha = d_p \sqrt[3]{\frac{\pi N_p}{6\phi}} \quad (1)$$

در رابطه فوق  $d_p$  قطر نانوذرات،  $N_p$  تعداد ذرات و  $\phi$  کسر حجمی نانوذرات می‌باشد.

در این پژوهش قطر نانوذرات مس برابر با ۲۵ نانومتر در نظر گرفته شده است. با محاسبه مقدار  $\alpha$  برای دو تعداد ذره ۱۰ و ۱۰۰ برای کسر حجمی ۰/۰۱ به ترتیب مقدار  $10^{-7} \times 2/01$  متر و  $10^{-7} \times 4/21$  متر به دست آمده است. با توجه به اینکه هندسه این پژوهش یک حفره با ابعاد یک متر در یک متر است، پس مقدار  $\alpha$  از طول مقیاس هندسه مورد نظر کوچکتر است؛ پس فرض پیوستگی در این هندسه برقرار است.

که مدل دوفازی اویلری-لاگرانژی و مدل تک‌فازی نیوتنی کمترین میزان خطا را نسبت به نتایج تجربی دارا می‌باشند در حالی که نتایج مدل تک‌فازی غیرنیوتنی اصلاً با نتایج تجربی همخوانی ندارند. ترینیک و همکاران [۲۱] جابجایی طبیعی یک نانوسیال غیرنیوتنی را در داخل یک حفره مورد تحلیل قرار دادند. آنها برای این پژوهش از مدل قانون توانی و مدل تک‌فازی غیرنیوتنی استفاده کردند. محققین در این پژوهش افزایش مشخصه‌های انتقال حرارت را برای نانوسیال‌های غیرنیوتنی متفاوتی مورد بررسی قرار دادند.

رئییسی [۲۲] جابجایی طبیعی نانوسیال غیرنیوتنی را در یک حفره که حاوی منبع حرارت موضعی بود، با استفاده از مدل تک‌فازی مورد تحلیل قرار داد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که با کاهش شاخص قانون توانی، ویسکوزیته ظاهری سیال کاهش می‌یابد که این مسئله باعث افزایش نرخ انتقال حرارت و کاهش دمای منبع حرارتی می‌گردد. ساترا و همکاران [۲۳] جریان جابجایی طبیعی درون حفره‌ی پر شده با نانوسیال غیرنیوتنی آب-مس را با استفاده از مدل تک‌فازی مورد تحلیل قرار دادند. در این حفره دیواره‌ی سرد در سمت راست و دیواره‌ی گرم در سمت چپ قرار گرفته بود. آنها در این پژوهش نشان دادند که عدد ناسلت میانگین برای یک عدد رایلی مشخص با افزایش کسر حجمی نانوذرات، کاهش می‌یابد.

عباسیان ارانی و همکاران [۲۴] جابجایی مختلط یک نانوسیال غیرنیوتنی را در داخل یک حفره با درپوش متحرک مورد بررسی قرار دادند. آنها برای شبیه‌سازی نانوسیالات غیرنیوتنی از مدل‌های تک‌فازی و کراس استفاده کردند. در این پژوهش با ثابت در نظر گرفتن عدد پرانتل، خطوط جریان و دما برای نانوسیال نیوتنی و غیرنیوتنی در بازه‌ی مختلفی از اعداد ریچاردسون، گراش و کسرهای حجمی نانوذرات مورد بررسی قرار گرفته بود. نتایج در این تحقیق نشان می‌دهد که با افزایش کسر حجمی نانوذرات، افزایش عدد ناسلت میانگین نانوسیال نیوتنی بیشتر از نانوسیال غیرنیوتنی است. کفایتی [۲۵] برای شبیه‌سازی جابجایی مختلط درون یک حفره‌ی مربعی شکل که درون آن با نانوسیالات غیرنیوتنی پر شده و در معرض میدان‌های مغناطیسی بوده از روش‌های شبکه بولتزمن و اختلاف محدود استفاده کرده است. ایشان نشان دادند که انتقال حرارت با افزایش اعداد ریچاردسون، هارتمن و مقادیر شاخص قانون توانی کاهش پیدا کرده اما با اضافه کردن نانوذرات، انتقال حرارت در اعداد ذکر شده، افزایش پیدا می‌کند.

در پژوهشی دیگر کفایتی [۲۶]، انتقال حرارت و تولید آنتروپی یک نانوسیال غیرنیوتنی را در محیط متخلخل درون یک حفره مورد بررسی قرار داد. این پژوهش برای جابجایی طبیعی انجام گرفته و برای شبیه‌سازی نانوسیالات از روش شبکه بولتزمن استفاده گردیده است. محمدپورفرد [۲۷] رفتار حرارتی یک سیال غیرنیوتنی مغناطیس شونده در داخل یک کانال مستطیلی عمودی را زمانی که سیال پایه دارای هدایت الکتریکی است با استفاده از مدل دوفازی مخلوط برای میدان‌های مغناطیسی متفاوت مورد ارزیابی قرار داد. او متوجه شد که هدایت الکتریکی بر روی رفتار فروسیال

معادله پیوستگی:

$$\nabla \cdot (\rho_{eff} \vec{V}_m) = 0 \quad (2)$$

که در آن  $\vec{V}_m$  سرعت میانگین مخلوط است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{V}_m = \frac{\sum_{k=1}^2 \phi_k \rho_k \vec{V}_k}{\rho_{eff}} \quad (3)$$

معادله مومنتوم:

$$\nabla \cdot (\rho_{eff} \vec{V}_m \vec{V}_m) = -\nabla P + \nabla \cdot [\tau] + \rho_{eff} \beta_{eff} g (T - T_0) + \nabla \cdot \left( \sum_{k=1}^2 \phi_k \rho_k \vec{V}_{dr,k} \vec{V}_{dr,k} \right) \quad (4)$$

که در رابطه‌ی فوق،  $\vec{V}_{dr,k}$  سرعت رانشی می‌باشد و برای فاز  $k$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{V}_{dr,k} = \vec{V}_k - \vec{V}_m \quad (5)$$

سرعت نسبی (لغزشی)، به عنوان سرعتی که فاز نانوذر نسبت به سرعت فاز مایع دارد، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{V}_{pf} = \vec{V}_p - \vec{V}_f \quad (6)$$

همچنین رابطه سرعت رانشی با سرعت لغزشی به صورت زیر می‌باشد:

$$\vec{V}_{dr,p} = \vec{V}_{pf} - \sum_{k=1}^2 \frac{\phi_k \rho_k}{\rho_{eff}} \vec{V}_{fk} \quad (7)$$

که سرعت لغزشی توسط مانین و همکاران [۲۹] به صورت رابطه (۸) تعریف شده است:

$$\vec{V}_{pf} = \frac{\rho_p d_p^2}{18 \mu_f F_{drag}} \frac{(\rho_p - \rho_{eff})}{\rho_p} \vec{a} \quad (8)$$

در رابطه‌ی فوق،  $F_{drag}$  تابع نیروی درگ می‌باشد که از رابطه شلر و نیومن [۳۰] مطابق رابطه (۹) به دست می‌آید:

$$F_{drag} = \begin{cases} 1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687}, & \text{Re}_p \leq 1000 \\ 0.0183 \text{Re}_p, & \text{Re}_p > 1000 \end{cases} \quad (9)$$

در رابطه فوق،  $\text{Re}_p$  و شتاب  $\vec{a}$  به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Re}_p = \frac{\rho_{eff} V_m d_p}{\mu_{eff}} \quad (10)$$

$$\vec{a} = \vec{g} - (\vec{V}_m \cdot \nabla) \vec{V}_m \quad (11)$$

معادله انرژی:

$$\nabla \cdot \sum_{k=1}^2 (\phi_k \rho_k \vec{V}_k C_{p,k} T) = \nabla \cdot (K_{eff} \nabla T) \quad (12)$$

معادله کسر حجمی:

$$\nabla \cdot (\phi_p \rho_p \vec{V}_m) = -\nabla \cdot (\phi_p \rho_p \vec{V}_{dr,p}) \quad (13)$$

چگالی، ظرفیت گرمایی و ضریب انبساط حرارتی نانوسیال از روابط زیر به دست می‌آیند [۳]:

$$\rho_{eff} = \rho_p \phi + (1 - \phi) \rho_f \quad (14)$$

$$(\rho C_p)_{eff} = (\rho C_p)_p \phi + (\rho C_p)_f (1 - \phi) \quad (15)$$

$$(\rho \beta)_{eff} = (1 - \phi) (\rho \beta)_f + \phi (\rho \beta)_p \quad (16)$$

تاکنون روابطی مبتنی بر فرض غیرنیوتنی نانوسیال برای روابط هدایت حرارتی و ویسکوزیته مؤثر توسط محققین ارائه نشده است. اما با مروری بر پژوهش‌های انجام گرفته در این حوزه می‌توان به این نکته پی برد که محدودیتی برای استفاده از این روابط، برای نانوسیال‌های غیرنیوتنی وجود ندارد.

با توجه به اینکه در مسئله تحت بررسی تغییرات دمایی زیاد نیست، استفاده از روابط مبتنی بر تغییرات دما برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال، تفاوت آشکاری در نتایج به وجود نمی‌آورد و تنها باعث افزایش هزینه محاسباتی خواهد گردید. بنابراین از رابطه‌ی همیلتون-کراسر جهت به دست آوردن هدایت حرارتی نانوسیال استفاده می‌شود [۳۱]:

$$\frac{K_{eff}}{K_f} = \frac{K_p + 2K_f - 2\phi(K_f - K_p)}{K_p + 2K_f + \phi(K_f - K_p)} \quad (17)$$

برای یک نانوسیال غیرنیوتنی، تانسور تنش با استفاده از مدل قانون توانی به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۵]:

$$\tau_{ij} = 2\mu_{eff} D_{ij} = \mu_{eff} \left( \frac{\partial u_{m_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{m_j}}{\partial x_i} \right) \quad (18)$$

که در رابطه‌ی فوق،  $D_{ij}$  تانسور نرخ برش در حالت دوبعدی در مختصات کارتزین و  $\mu_{eff}$  ویسکوزیته‌ی مؤثر نانوسیال است که توسط مدل برینکمن به شکل زیر به دست می‌آید [۳۲]:

$$\frac{\mu_{eff}}{\mu_f} = \frac{1}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (19)$$

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (25)$$

برای بررسی میزان انتقال حرارت، عدد ناسلت موضعی و عدد ناسلت میانگین با استفاده از روابط زیر به دست می‌آیند [۲۵]:

$$Nu = \left( -\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0} \quad (26)$$

$$Nu_{avg} = \int_0^1 Nu.dY \quad (27)$$

### ۳- روش حل عددی

در این تحقیق از رویکرد دینامیک سیالات محاسباتی برای شبیه‌سازی عددی مسئله استفاده شده است. برای این منظور از نسخه ۲,۴,۰ حلگر متن‌باز این فوم برای انجام محاسبات و حل معادلات حاکم بهره گرفته شده است. حلگر این فوم یک جعبه ابزار دینامیک سیال محاسباتی می‌باشد که قادر به تحلیل عددی طیف وسیعی از مسائل است. در این تحقیق برای حل معادلات حاکم، حلگر «دریفت فلاکس فوم» نرم افزار متن‌باز این فوم، تصحیح و توسعه داده شده است. این بسته، از روش عددی حجم محدود برای حل دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی بهره می‌برد. این حلگر بر اساس الگوریتم پیمپل [۳۴ و ۳۵] که تلفیقی از الگوریتم‌های سیمپل و پیزو است، به حل هم‌زمان معادلات پیوستگی، مومنتوم، انرژی و کسر حجمی می‌پردازد. ترم جابجایی با استفاده از طرح مرکزی تقریب زده می‌شود. برای به دست آوردن حل همگرا، ضریب زیر تخفیف ۰/۹ برای معادلات مومنتوم و انرژی و ضریب زیر تخفیف ۰/۳ برای معادله کسر حجمی به کار گرفته شده است. معیار همگرایی در این بررسی به کمتر از  $10^{-6}$  محدود شده است. از آنجایی که در این تحقیق میزان تأثیر نانوسیال‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد، لذا می‌بایستی معادلات خواص ترموفیزیکی نانوسیال نیز به حلگر فوق افزوده شود.

### ۴- معرفی مسئله

نمای کلی هندسه مورد مطالعه در این تحقیق، که عبارت از یک حفره با درپوش متحرک می‌باشد، در شکل ۱ نمایش داده شده است. در این حفره دیواره‌ی گرم در سمت چپ و دیواره‌ی سرد در سمت راست قرار دارد. دو دیواره‌ی تحتانی و فوقانی این حفره عایق می‌باشد. درون این حفره آب و نانوذره مس وجود دارد. این نانوسیال در درون حفره از خود رفتار سیالات رقیق شونده‌ی برشی نشان می‌دهد. خواص ترموفیزیکی آب و مس در دمای ۲۰ درجه سانتی‌گراد در جدول ۱ ارائه شده است. برای نیروی شناوری ایجاد شده ناشی از تغییرات چگالی از تقریب بوزینسک استفاده می‌شود. این مطالعه

در مدل دوفازی مخلوط، ویسکوزیته‌ی فاز مخلوط فقط تابعی از ویسکوزیته‌ی فاز مایع است و ویسکوزیته‌ی فاز جامد کاربردی در این مدل ندارد. در این صورت ویسکوزیته‌ی ظاهری نانوسیال در مدل قانون توانی به صورت زیر در می‌آید [۲۵]:

$$\mu_f = N \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u_m}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_m}{\partial y} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{\partial v_m}{\partial x} + \frac{\partial u_m}{\partial y} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (20)$$

در رابطه فوق،  $N$  شاخص سازگاری و  $n$  شاخص قانون توانی است. اگر  $n$  از یک کوچکتر باشد، با افزایش نرخ برش، ویسکوزیته کاهش می‌یابد. بدین خاطر این سیال‌ها به سیال‌های رقیق شونده‌ی برشی معروف هستند. اما اگر  $n$  بزرگتر از یک باشد، با افزایش نرخ برش، ویسکوزیته‌ی ظاهری سیال افزایش می‌یابد. این سیال‌ها به نام سیال‌های غلیظ شونده‌ی برشی شناخته می‌شوند. در صورتی که  $n$  برابر با یک باشد، سیال از خود رفتار نیوتنی نشان می‌دهد [۳۳].  
برای بی‌بعد نمودن معادلات حاکم، از پارامترهای تعریف شده در رابطه زیر استفاده می‌شود [۱۲]:

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{u}{u_0}, \quad V = \frac{v}{u_0}, \quad (21)$$

$$P = \frac{p}{\rho_m U_0^2}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}$$

اعداد بدون بعد در این مسئله به صورت زیر تعریف می‌شوند:  
عدد گرافش:

$$Gr = \frac{g \beta_f L^3 (T_H - T_C) \rho_f^2}{\mu_f^2} \quad (22)$$

عدد رینولدز:

$$Re = \frac{\rho_f U_o L}{\mu_f} \quad (23)$$

عدد پرانتل:

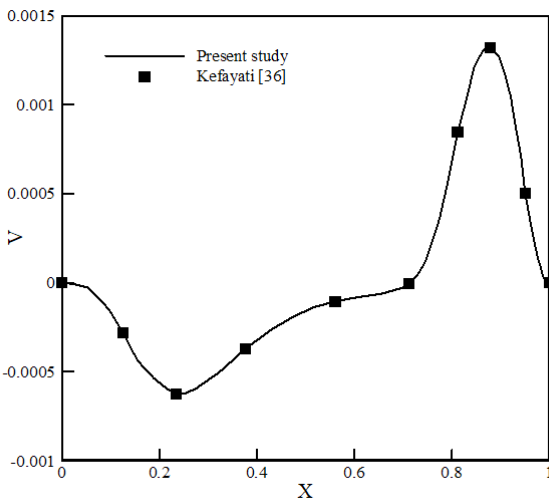
$$Pr = \frac{\vartheta_f}{\alpha_f} \quad (24)$$

عدد ریچاردسون:

**جدول ۲: مطالعه استقلال از شبکه در  $Ri=0.01$ ،  $n=0.2$  و  $\phi=0.09$**   
**Table 2. Grid independency study at  $Ri=0.01$ ,  $n=0.2$  and  $\phi=0.09$**

اندازه مش	$Nu_{avg}$
$40 \times 40$	۴/۵۶۴۷
$60 \times 60$	۴/۵۷۳۵
$80 \times 80$	۴/۵۸۷۴
$100 \times 100$	۴/۵۸۸۱
$120 \times 120$	۴/۵۸۹۴

عدد ناسلت متوسط حاصل از تحقیق حاضر و نتایج علی‌نیا و همکاران [۳] در جدول ۳ ارائه شده است. به دلیل عدم وجود پژوهشی که نانوسیال غیرنیوتنی را با استفاده از مدل دوفازی مخلوط مورد مطالعه قرار داده باشد، نتایج این مدل با نتایج روش شبکه بولتزمن تک‌فاز مقایسه شده است. در مسئله دوم، جابجایی مختلط نانوسیال غیرنیوتنی آب-آلومینیوم اکسید در هندسه حفره بررسی شده است. مقایسه میان پروفیل‌های سرعت عمودی در مرکز حفره ( $Y=0.5$ ) با نتایج کفایتی [۳۶] در حالت بدون میدان مغناطیسی برای شاخص قانون توانی  $0.2$  و کسر حجمی  $0.09$  در دو عدد ریچاردسون در شکل ۲ و شکل ۳ نشان داده شده است. در مسئله اول قطر نانوذره سیلیسیم دی‌اکسید برابر با  $100$  نانومتر و در مسئله دوم قطر نانوذره آلومینیوم اکسید برابر با  $25$  نانومتر در نظر گرفته شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود، انطباق خوبی میان نتایج حاضر با نتایج مراجع مورد نظر به‌دست می‌آید.



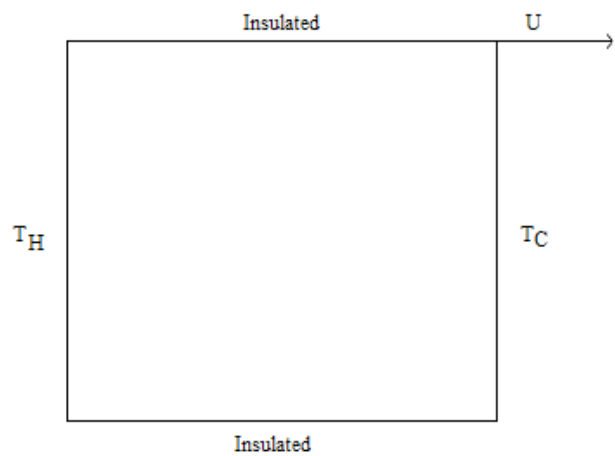
**Fig. 2. Comparison of the obtained results with those of Kefayati [36] for the vertical velocity in the middle of the cavity ( $Y=0.5$ ) at  $Ri=0.001$ ,  $n=0.2$  and  $\phi=0.09$**

**شکل ۲: مقایسه نتایج به‌دست آمده با نتایج کفایتی [۳۶] برای سرعت عمودی در مرکز حفره ( $Y=0.5$ ) در  $Ri=0.001$ ،  $n=0.2$  و  $\phi=0.09$**

بر روی اعداد ریچاردسون  $0.01$  تا  $1$ ، شاخص قانون توانی  $0.2$  تا  $1$ ، کسر حجمی  $0$  تا  $0.09$ ، عدد گراشف ثابت ( $Gr=100$ ) و شاخص سازگاری ثابت ( $N=1$ ) انجام گرفته است.

**جدول ۱: خواص ترموفیزیکی آب و مس**  
**Table 1. Thermophysical properties of water and copper**

خاصیت	آب	مس
$C_p$ (J/kg.K)	۴۱۷۹	۳۸۳
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	۹۹۷/۱	۸۹۵۴
$k$ (W/m.K)	۰/۶	۴۰۰
$\beta \times 10^{-5}$ (1/K)	۲۱	۱/۶۷



**Fig. 1. Geometry of the present study**

**شکل ۱: هندسه مورد مطالعه**

## ۵- نتایج

در این بخش ابتدا تأثیر شبکه محاسباتی بر روی نتایج به‌دست آمده مورد مطالعه قرار می‌گیرد. بدین منظور آزمون استقلال از شبکه با چندین شبکه متفاوت انجام شده است. پنج شبکه‌ی یکنواخت  $40 \times 40$ ،  $60 \times 60$ ،  $80 \times 80$ ،  $100 \times 100$  و  $120 \times 120$  به کار گرفته شده و برای هر یک از این شبکه‌ها، عدد ناسلت متوسط بر روی دیواره‌ی داغ به‌دست آمده است. جدول ۲ عدد ناسلت متوسط متناظر با انتخاب هر یک از این شبکه‌ها را برای عدد ریچاردسون  $0.01$ ، شاخص قانون توانی  $0.2$  و کسر حجمی  $0.09$  نشان می‌دهد.

بر این اساس شبکه‌ای با تعداد سلول محاسباتی  $80 \times 80$ ، با توجه به دقت قابل قبول نتایج و کاهش زمان محاسباتی، برای حل مسئله انتخاب شده است. برای اطمینان از صحت نتایج، دو مسئله متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. در مسئله اول، انتقال حرارت جابجایی مختلط در حفره‌ی شیب‌دار حاوی نانوسیال نیوتنی سیلیسیم دی‌اکسید با دیواره‌های متحرک دوگانه با استفاده از مدل دوفازی مخلوط بررسی شده است. مقایسه میان

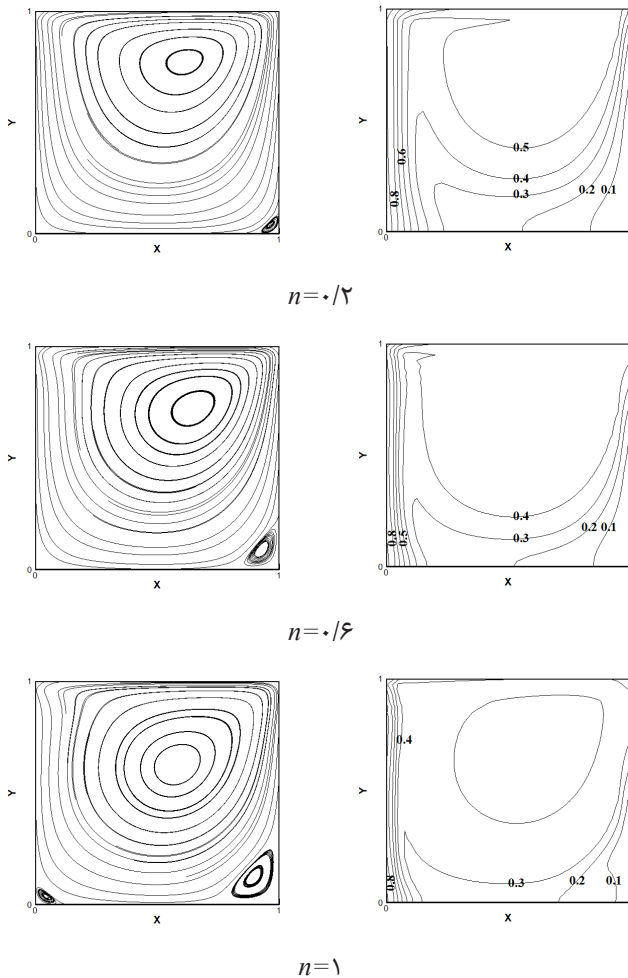


Fig. 4. Streamlines (left) and isotherms (right) at  $Ri=0.001$  and  $\phi=0.09$  for different power law indices

شکل ۴: خطوط دما (راست) و خطوط جریان (چپ) در  $Ri=0.001$  و  $\phi=0.09$  برای شاخص‌های قانون توانی مختلف

توانی، گردابه‌ی کوچکی ایجاد می‌شود؛ هر چقدر رفتار نانوسیال به حالت نیوتنی نزدیک‌تر شود این گردابه نیز به وسط حفره نزدیک‌تر می‌گردد. در این صورت مقدار سرعت‌های افقی و عمودی در حفره افزایش می‌یابد. ملاحظه می‌شود که افزایش شاخص قانون توانی سبب می‌گردد که در میانه‌ی حفره خطوط دما از هم فاصله گرفته و به دیواره‌های حفره نزدیک‌تر گردند که در این صورت گرادیان دما افزایش می‌یابد. این پدیده سبب می‌گردد که میزان انتقال حرارت افزایش یابد.

در شکل ۵ خطوط جریان و دما ثابت در عدد ریچاردسون ۱ و کسر حجمی ۰/۰۹ برای سه شاخص قانون توانی رسم شده است. با افزایش عدد ریچاردسون، نانوسیال در مجاورت جداره‌ی گرم منبسط شده و در اثر نیروی شناوری به سمت بالا حرکت می‌کند. میزان دما در گوشه‌ی فوقانی دیواره‌ی گرم کمتر از مرکز و گوشه‌ی پایینی آن است. بنابراین نانوسیال گرم شده با قسمتی از جداره که دمای کمتری نسبت به قسمت‌های دیگر نانوسیال دارد، مواجه می‌شود. این پدیده منجر می‌شود که از میزان انتقال حرارت نسبت به ریچاردسون‌های پایین کاسته شود. اما با افزایش شاخص قانون توانی، تراکم

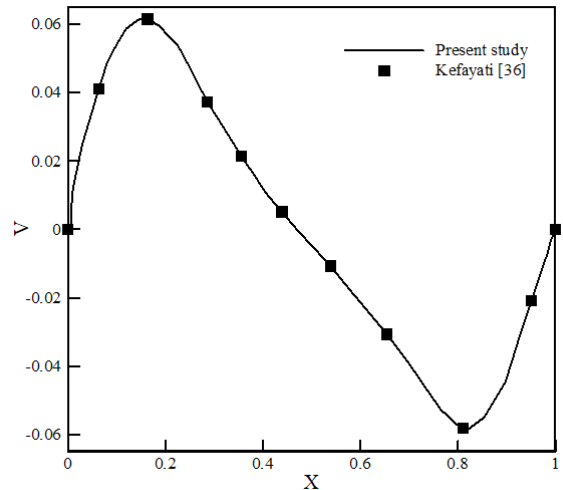


Fig. 3. Comparison of the obtained results with those of Kefayati [36] for the vertical velocity in the middle of the cavity ( $Y=0.5$ ) at  $Ri=1$ ,  $n=0.2$  and  $\phi=0.09$

شکل ۳: مقایسه نتایج به‌دست آمده با نتایج کفایتی [۳۶] برای سرعت عمودی در مرکز حفره  $(Y=0.5)$  در  $Ri=1$ ،  $n=0.2$  و  $\phi=0.09$

جدول ۳: مقایسه نتایج به‌دست آمده با نتایج علی‌نیا و همکاران [۳] (در پرانتز) برای عدد ناسلت میانگین در  $\theta=0$

Table 3. Comparison of the obtained results with those of Alinia et al. [3] (in brackets) for the average Nusselt number at  $\theta=0$

$\phi = 8/0\%$	$\phi = 4/0\%$	$\phi = 0\%$	$Ri$
۱۶/۸۲ (۱۶/۹۸)	۱۵/۲۹ (۱۵/۳۴)	۱۳/۴۶ (۱۳/۴۴)	۰/۱
۹/۷۶ (۹/۸۲)	۸/۶۸ (۸/۷۹)	۷/۸۷ (۷/۸۴)	۱
۶/۱۲ (۶/۰۳)	۵/۶۹ (۵/۶۱)	۵/۲۷ (۵/۲۵)	۱۰

## ۶- بحث و بررسی پیرامون نتایج

در این مقاله، انتقال حرارت جابجایی مختلط یک نانوسیال غیرنیوتنی در داخل حفره‌ای با درپوش متحرک مورد بررسی قرار گرفته است. در جابجایی مختلط عدد ریچاردسون معرف میزان تأثیرگذاری جابجایی طبیعی بر جابجایی اجباری است. بر اساس مقدار عدد بدون بعد ریچاردسون مسائل مربوط به جابجایی به سه گونه تقسیم می‌گردند: ۱- جابجایی طبیعی برای  $Ri >> 1$ ، ۲- جابجایی مختلط برای  $0.1 < Ri < 10$  و ۳- جابجایی اجباری برای  $Ri << 1$ .

در این پژوهش، خطوط جریان و دما، نمودارهای سرعت افقی، عمودی و عدد ناسلت محلی و مقادیر عدد ناسلت میانگین برای عدد ریچاردسون ۰/۰۱ تا ۱، شاخص قانون توانی ۰/۲ تا ۱ و کسر حجمی صفر تا ۰/۰۹ ارائه شده‌اند.

منحنی‌های خطوط جریان و دما برای عدد ریچاردسون ۰/۰۱ و کسر حجمی ۰/۰۹ در شاخص‌های قانون توانی مختلف در شکل ۴ ترسیم شده‌اند. مشاهده می‌شود که با افزایش شاخص قانون توانی، تراکم خطوط جریان افزایش می‌یابد. همچنین در گوشه‌ی حفره با زیاد شدن مقدار شاخص قانون

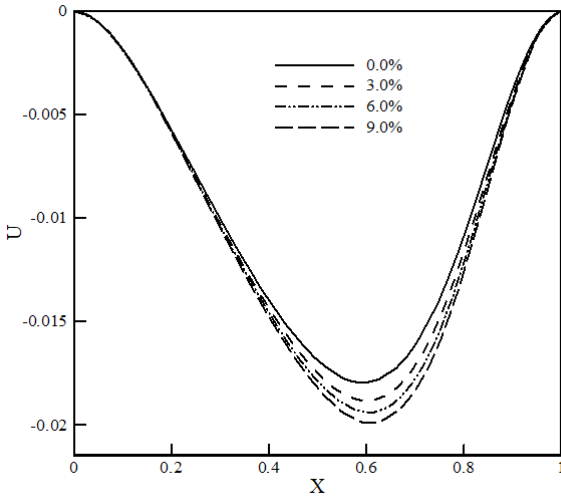


Fig. 6. Distribution of horizontal velocity in the middle of the cavity ( $Y=0.5$ ) for different volume fractions at  $n=0.2$  and  $Ri=0.001$

شکل ۶: توزیع سرعت افقی در مرکز حفره ( $Y=0.5$ ) برای کسرهای حجمی مختلف در  $n=0.2$  و  $Ri=0.001$

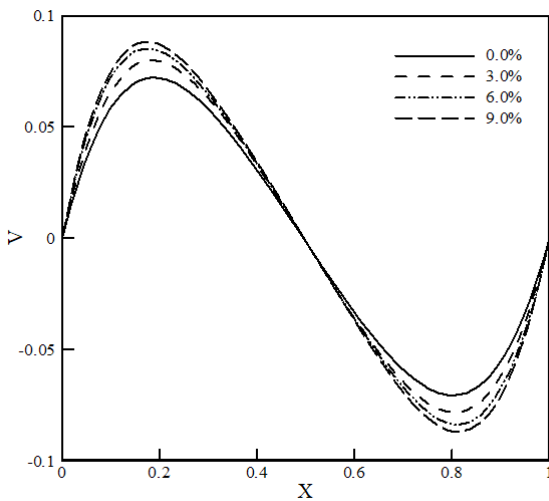


Fig. 7. Distribution of vertical velocity in the middle of the cavity ( $Y=0.5$ ) for different volume fractions at  $n=0.2$  and  $Ri=1$

شکل ۷: توزیع سرعت افقی در مرکز حفره ( $Y=0.5$ ) برای کسرهای حجمی مختلف در  $n=0.2$  و  $Ri=1$

پیدا می‌کند؛ این موضوع سبب کاهش دما در میانه حفره می‌گردد. در شکل ۹ و شکل ۱۰ تأثیر تغییر شاخص توانی در کسر حجمی ۰/۰۹ برای نمودارهای سرعت افقی در مرکز حفره ( $Y=0.5$ ) در دو عدد ریچاردسون مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. از این نمودارها می‌توان نتیجه گرفت که کاهش شاخص قانون توانی در هر دو عدد ریچاردسون، باعث دور شدن پروفیل سرعت از حالت نیوتنی و کم شدن کمینه سرعت در مرکز حفره می‌گردد. علت این موضوع این است که با کاهش شاخص توانی گرانیوی ظاهری سیال کاهش می‌یابد؛ بنابراین اثرات دیواره‌ی حفره، ناحیه‌ی محدودتری از جریان را تحت تأثیر خود قرار می‌دهد. در شکل ۱۱ توزیع دما در مرکز حفره ( $Y=0.5$ ) در کسر حجمی ۰/۰۹

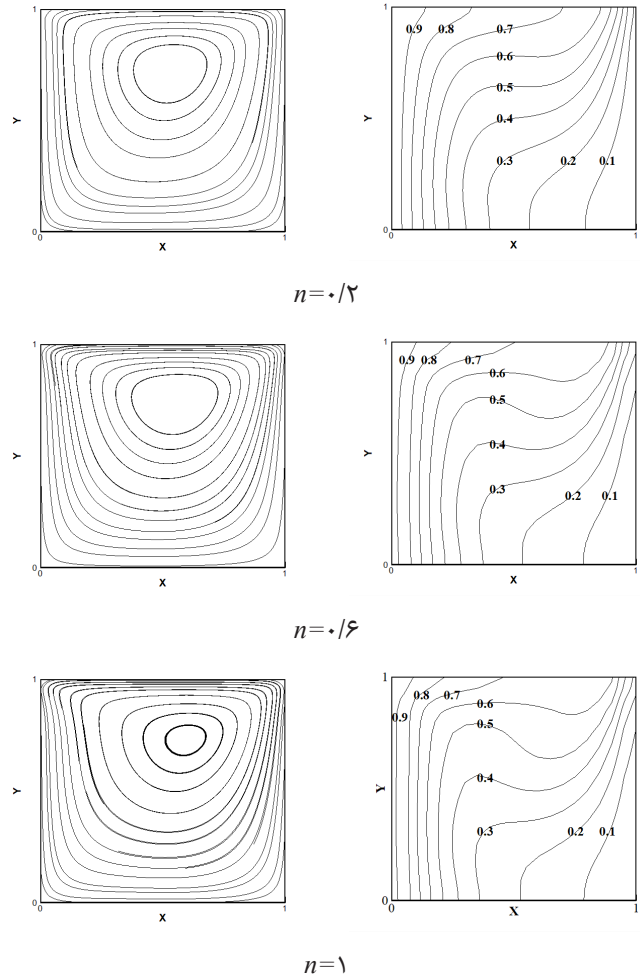


Fig. 5. Streamlines (left) and isotherms (right) at  $Ri=1$  and  $\phi=0.09$  for different power law indices

شکل ۵: خطوط دما (راست) و خطوط جریان (چپ) در  $Ri=1$  و  $\phi=0.09$  برای شاخص‌های قانون توانی مختلف

خطوط جریان در نزدیکی سطح افزایش یافته و خطوط دما به دیواره‌ی گرم نزدیک‌تر می‌شوند و سبب افزایش گرادیان دما می‌گردند.

در شکل ۶ توزیع سرعت افقی در عدد ریچاردسون ۰/۰۱ و در شکل ۷ توزیع سرعت عمودی در عدد ریچاردسون ۱ در مرکز حفره ( $Y=0.5$ ) برای کسرهای حجمی مختلف رسم شده است. در این نمودارها با افزایش کسر حجمی در هر دو عدد ریچاردسون، میزان کمینه و بیشینه‌ی سرعت‌ها افزایش پیدا می‌کند. زیرا با افزایش کسر حجمی در یک عدد رینولدز ثابت، مقدار چگالی مؤثر نانوسیال افزایش می‌یابد. این عامل سبب می‌شود که نقاط کمینه سرعت افقی و بیشینه سرعت عمودی در هر دو عدد ریچاردسون افزایش یابد.

در شکل ۸ تأثیر کسر حجمی نانوذرات بر روی توزیع دما در مرکز حفره در شاخص قانون توانی ۰/۲ و عدد ریچاردسون ۰/۰۱ بررسی شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش کسر حجمی نانوذرات، مقدار دما در میانه حفره کاهش پیدا می‌کند، چون با افزایش کسر حجمی، تراکم خطوط هم‌دما در نزدیکی دیواره حفره بیشتر می‌شود و بر روی دیواره‌ی حفره گرادیان دما رشد



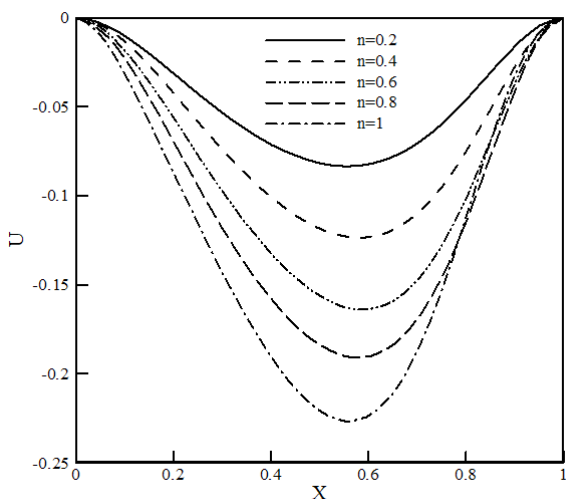


Fig. 10. Distribution of horizontal velocity in the middle of the cavity ( $Y=0.5$ ) for different power law indices at  $\phi=0.09$  and  $Ri=1$

شکل ۱۰: توزیع سرعت افقی در مرکز حفره ( $Y=0.5$ ) برای شاخص‌های قانون توانی مختلف در  $\phi=0.09$  و  $Ri=1$

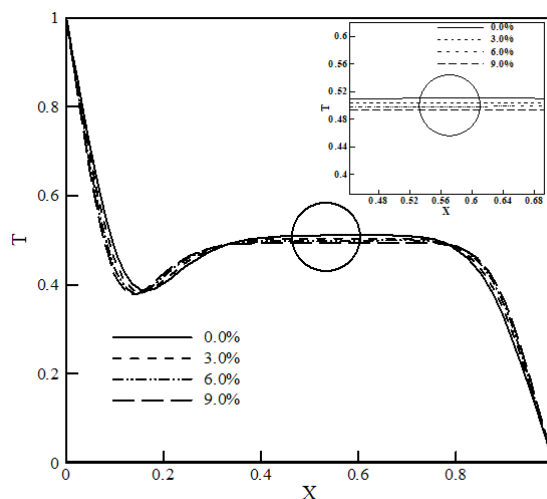


Fig. 8. Distribution of temperature in the middle of the cavity ( $Y=0.5$ ) for different volume fractions at  $n=0.2$  and  $Ri=0.001$

شکل ۸: توزیع دما در مرکز حفره ( $Y=0.5$ ) برای کسرهای حجمی مختلف در  $n=0.2$  و  $Ri=0.001$

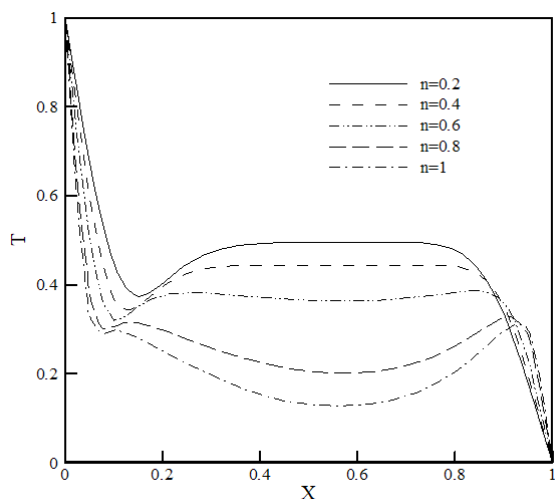


Fig. 11. Distribution of Temperature in the middle of the cavity ( $Y=0.5$ ) for different power law indices at  $\phi=0.09$  and  $Ri=0.001$

شکل ۱۱: توزیع دما در مرکز حفره ( $Y=0.5$ ) برای شاخص‌های قانون توانی مختلف در  $\phi=0.09$  و  $Ri=0.001$

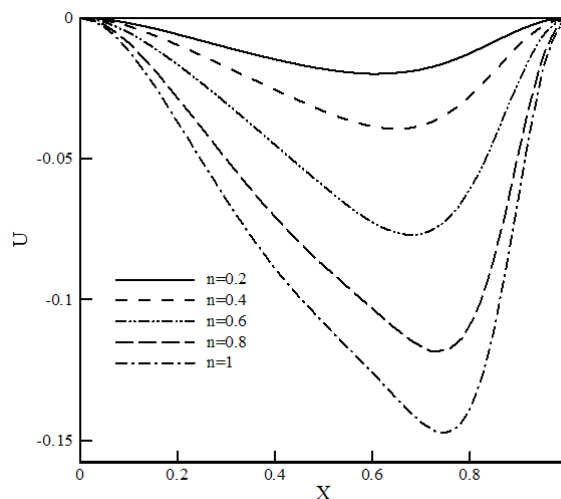


Fig. 9. Distribution of horizontal velocity in the middle of the cavity ( $Y=0.5$ ) for different power law indices at  $\phi=0.09$  and  $Ri=0.001$

شکل ۹: توزیع سرعت افقی در مرکز حفره ( $Y=0.5$ ) برای شاخص‌های قانون توانی مختلف در  $\phi=0.09$  و  $Ri=0.001$

مدل دوفازی مخلوط است. از این رو، در شکل ۱۳ این نحوه توزیع برای کسر حجمی  $0.09/0$  و شاخص قانون توانی  $0.2/0$  در سه عدد ریچاردسون مختلف در  $X=0.2$  نشان داده شده است. ملاحظه می‌گردد زمانی که جابجایی طبیعی در داخل حفره وجود دارد، یک نوع توزیع همگون کسر حجمی به وجود آمده است. با کاهش عدد ریچاردسون این توزیع همگن از بین رفته و میزان ته‌نشینی کسر حجمی در داخل حفره افزایش قابل توجهی پیدا می‌کند. چون با کاهش عدد ریچاردسون، عدد رینولدز بالا رفته و با افزایش عدد رینولدز، تراکم خطوط جریان زیاد شده و این مسئله سبب افزایش بیشتر کسر حجمی می‌گردد. ویسکوزیته و هدایت گرمایی مؤثر نانوسیال با افزایش بیشتر کسر حجمی، افزایش بیشتری پیدا می‌کنند و این یکی دیگر از دلایل افزایش

برای شاخص‌های قانون توانی مختلف در عدد ریچاردسون  $0.001/0$  رسم گردیده است. ملاحظه می‌شود که با کاهش شاخص توانی توزیع دما در میانه حفره تخت‌تر می‌شود. علت این موضوع، تخت‌تر شدن توزیع سرعت با کاهش شاخص توانی است.

توزیع سرعت افقی در شکل ۱۲ برای اعداد ریچاردسون مختلف در کسر حجمی  $0.09/0$  و شاخص قانون توانی  $0.2/0$  در مرکز حفره نمایش داده شده است. در این شکل با افزایش عدد ریچاردسون جابجایی طبیعی در داخل حفره ایجاد می‌شود که در این حالت کمینه‌ی سرعت افقی نسبت به حالتی که جابجایی اجباری در داخل حفره حاکم است، افزایش بیشتری پیدا می‌کند. پیش‌بینی توزیع کسر حجمی در هندسه مورد نظر یکی از قابلیت‌های

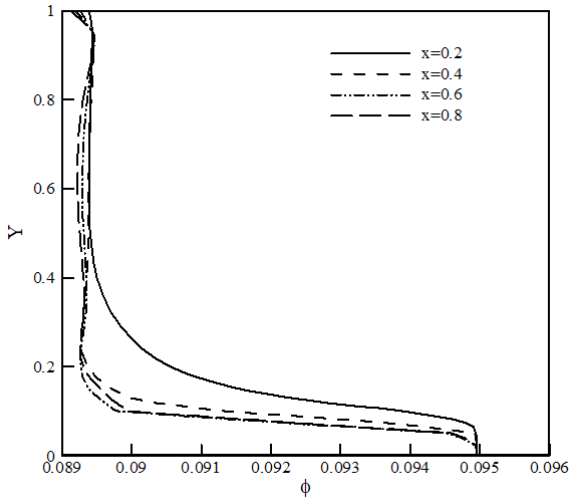


Fig. 14. Distribution of nanoparticles at  $Ri=1$  and  $n=0.2$  at different sections of cavity

شکل ۱۴: توزیع کسر حجمی در  $Ri=1$  و  $n=0.2$  در مقاطع مختلف حفره

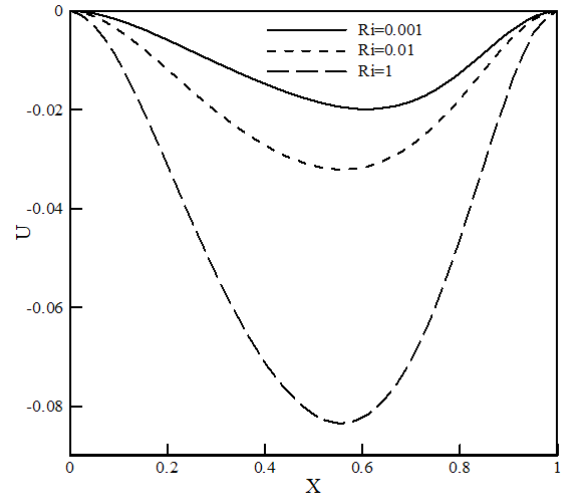


Fig. 12. Distribution of horizontal velocity in the middle of the cavity ( $Y=0.5$ ) for different Richardson numbers at  $\phi=0.09$  and  $n=0.2$

شکل ۱۲: توزیع سرعت افقی در مرکز حفره ( $Y=0.5$ ) برای اعداد ریچاردسون مختلف در  $\phi=0.09$  و  $n=0.2$

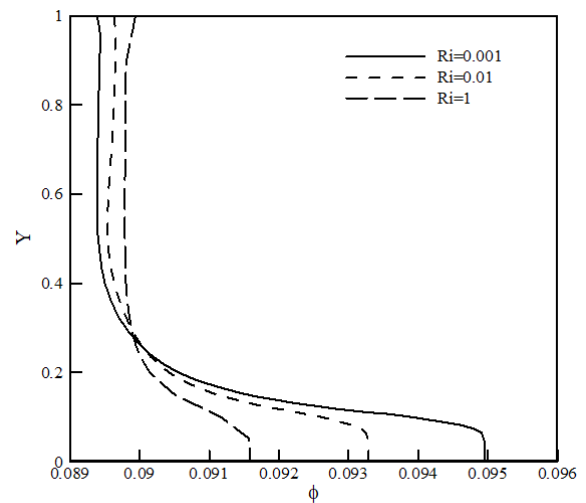


Fig. 13. Distribution of nanoparticles at ( $X=0.2$ ) for different Richardson numbers and  $n=0.2$

شکل ۱۳: توزیع کسر حجمی در  $(X=0.2)$  برای اعداد ریچاردسون مختلف و  $n=0.2$

تراکم خطوط هم‌دما در نزدیکی دیواره حفره است.

توزیع کسر حجمی  $0.09$  در ریچاردسون  $0.001$  و شاخص قانون توانی  $0.2$  در چهار مقطع مختلف در شکل ۱۴ نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که ذرات نانو تمایل بیشتری به تجمع در پایین حفره در هر چهار مقطع دارند. اما این تجمع در مقاطع انتهایی حفره بیشتر است.

توزیع عدد ناسلت محلی بر روی دیواره‌ی گرم در حفره برای شاخص قانون توانی  $0.2$  در شکل ۱۵ برای شاخص قانون توانی  $0.6$  در شکل ۱۶ برای عدد ریچاردسون  $0.001$  در کسرهای حجمی مختلف رسم شده است. با بررسی این دو شکل می‌توان متوجه شد که با افزایش شاخص قانون توانی، ویسکوزیته نانو سیال و به تبع آن سرعت افزایش پیدا کرده،

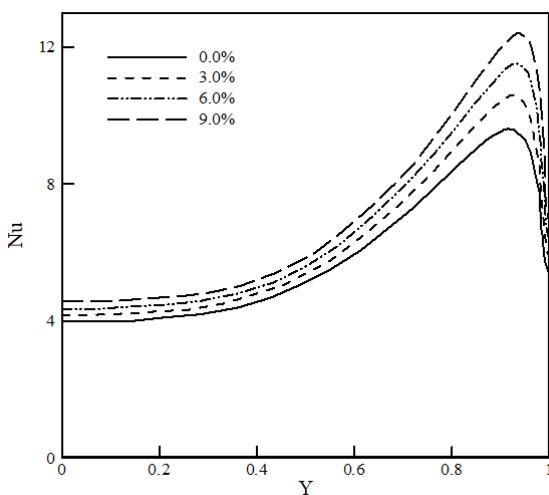


Fig. 15. Local Nusselt numbers on the hot wall at  $Ri=0.001$  and  $n=0.2$  for different volume fractions

شکل ۱۵: عدد ناسلت محلی بر روی دیواره‌ی گرم  $Ri=0.001$  و  $n=0.2$  برای کسرهای حجمی مختلف

محاسبه عدد ناسلت میانگین بر روی دیواره‌ی گرم برای مقادیر متفاوت شاخص توانی و کسرهای حجمی برای سه عدد ریچاردسون ۰/۰۱، ۰/۰۰۱ و ۰/۱ و ۱ به ترتیب در جدول ۴، جدول ۵ و جدول ۶ ارائه شده است. با توجه به اعداد این جدول‌ها مشخص می‌گردد که با کاهش شاخص توانی در تمامی اعداد ریچاردسون در یک کسر حجمی مشخص، عدد ناسلت میانگین کاهش پیدا کرده است؛ زیرا کاهش شاخص توانی سبب کاهش ویسکوزیته‌ی نانوسیال می‌شود. اما با افزایش عدد ریچاردسون در تمام شاخص‌های توانی در یک کسر حجمی مشخص میزان انتقال حرارت افزایش پیدا می‌کند. با اضافه کردن کسر حجمی، هدایت گرمایی نانوسیال افزایش پیدا می‌کند؛ این موضوع سبب می‌شود برای تمام مقادیر شاخص توانی و اعداد ریچاردسون عدد ناسلت میانگین افزایش قابل توجه‌ای پیدا کند. این افزایش در اعداد ریچاردسون پایین و شاخص‌های قانون توانی کم، نمود بیشتری دارد. با اضافه کردن کسر حجمی از صفر تا ۰/۰۹ در شاخص قانون توانی ۰/۲، عدد ناسلت میانگین برای ریچاردسون ۰/۰۱ در حدود ۱۵/۷۵٪ و برای ریچاردسون ۱ در حدود ۱۷/۳۲٪ افزایش پیدا کرده است.

جدول ۴: عدد ناسلت میانگین در  $Ri=0.001$  برای شاخص‌های قانون توانی و کسرهای حجمی مختلف

Table 4. Average Nusselt number at  $Ri=0.001$  for different power law indices and volume fractions

$\phi = 9/0\%$	$\phi = 6/0\%$	$\phi = 3/0\%$	$\phi = 0\%$	$n$
۶/۹۳۱۴	۶/۵۸۵۶	۶/۲۲۱۰	۵/۸۴۰۲	۰/۲
۹/۰۴۶۱	۸/۶۶۲۱	۸/۲۷۹۸	۷/۸۷۸۱	۰/۴
۱۱/۴۱۷	۱۱/۱۲۴	۱۰/۵۸۴	۱۰/۱۹۱	۰/۶
۱۲/۷۳۷	۱۲/۲۶۴	۱۱/۸۱۷	۱۱/۴۳۶	۰/۸
۱۳/۲۷۸	۱۲/۹۲۱	۱۲/۳۸۱	۱۲/۱۶۵	۱

جدول ۵: عدد ناسلت میانگین در  $Ri=0.01$  برای شاخص‌های قانون توانی و کسرهای حجمی مختلف

Table 5. Average Nusselt number at  $Ri=0.01$  for different power law indices and volume fractions

$\phi = 9/0\%$	$\phi = 6/0\%$	$\phi = 3/0\%$	$\phi = 0\%$	$n$
۴/۵۸۷۴	۴/۳۵۴۵	۴/۳۹۱۲	۳/۸۲۴۷	۰/۲
۵/۸۲۷۴	۵/۵۳۱۰	۵/۲۸۶۵	۴/۹۳۲۱	۰/۴
۶/۸۸۳۲	۶/۵۴۸۳	۶/۲۲۶۷	۵/۹۱۴۶	۰/۶
۷/۵۲۷۱	۷/۱۸۲۸	۶/۸۷۴۷	۶/۷۲۷۶	۰/۸
۷/۶۶۵۸	۷/۳۸۱۱	۶/۹۸۵۱	۶/۶۱۴۵	۱

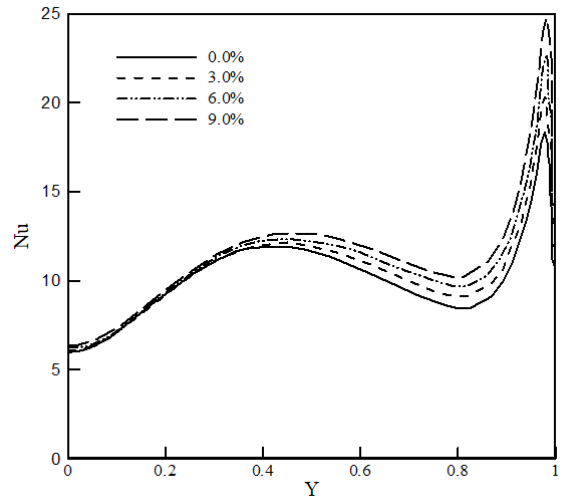


Fig. 16. Local Nusselt numbers on the hot wall at  $Ri=0.001$  and  $n=0.6$  for different volume fractions

شکل ۱۶: عدد ناسلت محلی بر روی دیواره‌ی گرم  $Ri=0.001$  و  $n=0.6$  برای کسرهای حجمی مختلف

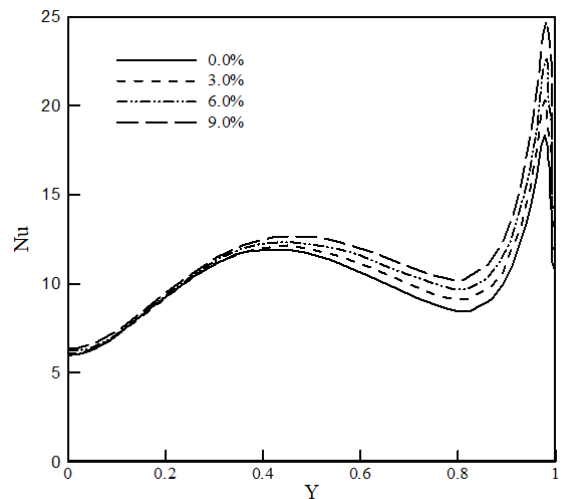


Fig. 17. Local Nusselt numbers on the hot wall at  $Ri=1$  and  $n=0.2$  for different volume fractions

شکل ۱۷: عدد ناسلت محلی بر روی دیواره‌ی گرم  $Ri=1$  و  $n=0.2$  برای کسرهای حجمی مختلف

با مقایسه اعداد ناسلت محلی در عدد ریچاردسون ۱ و ریچاردسون ۰/۰۰۱ در تمام شاخص‌های قانون توانی و کسرهای حجمی می‌توان به این نکته پی برد که در حالت جابجایی اجباری مقدار ناسلت محلی نسبت به حالت جابجایی طبیعی افزایش بسیار بیشتری پیدا می‌کند. در شکل ۱۷ در شاخص قانون توانی ۰/۲، عدد ناسلت محلی در نزدیکی گوشه‌ی پایینی دیواره‌ی گرم دارای یک نقطه بیشینه است. اما با افزایش شاخص قانون توانی این نقاط بیشینه محدود‌تری از دیواره‌ی گرم را در بر می‌گیرند. در این عدد ریچاردسون نیز با افزایش کسر حجمی مقدار اعداد ناسلت محلی بر روی دیواره‌ی گرم افزایش می‌یابند که این عامل سبب افزایش انتقال حرارت در حضور نانوسیال‌ها می‌گردد.

شاخص سازگاری، $Ns^{-m}m^{-2}$	$N$
شاخص قانون توانی	$n$
عدد ناسلت	$Nu$
فشار، $kgm^{-1}s^{-2}$	$P$
عدد پرانتل	$Pr$
عدد رینولدز	$Re$
عدد ریچاردسون	$Ri$
دما، $K$	$T$
<b>علامت یونانی</b>	
نفوذ گرمایی	$\alpha$
ضریب انبساط حرارتی، $K^{-1}$	$\beta$
کسر حجمی	$\phi$
لزجت دینامیکی، $kgm^{-1}s^{-1}$	$\mu$
چگالی، $kgm^{-3}$	$\rho$
تنش برشی، $Pa$	$\tau$
<b>زیرنویس</b>	
رائش	$dr$
درگ	$drag$
نانوسیال	$eff$
سیال پایه	$f$
مخلوط	$M$
نانو ذرات	$P$

### منابع

- [1] R. Iwatsu, J.M. Hyun, K. Kuwahara, Mixed convection in a driven cavity with a stable vertical temperature gradient, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(6) (1993) 1601-1608.
- [2] M. Sharif, Laminar mixed convection in shallow inclined driven cavities with hot moving lid on top and cooled from bottom, *Applied thermal engineering*, 27(5) (2007) 1036-1042.
- [3] M. Alinia, D.D. Ganji, M. Gorji-Bandpy, Numerical study of mixed convection in an inclined two sided lid driven cavity filled with nanofluid using two-phase mixture model, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 38(10) (2011) 1428-1435.
- [4] M. Akbari, N. Galanis, A. Behzadmehr, Comparative analysis of single and two-phase models for CFD studies of nanofluid heat transfer, *International Journal of*

### جدول ۶: عدد ناسلت میانگین در $Ri=1$ برای شاخص‌های قانون توانی و کسرهای حجمی مختلف

Table 6. Average Nusselt number at  $Ri=1$  for different power law indices and volume fractions

$\phi = 9/0\%$	$\phi = 6/0\%$	$\phi = 3/0\%$	$\phi = 0\%$	$n$
۱/۹۹۷۸	۱/۸۶۵۳	۱/۷۵۰۸	۱/۶۵۱۸	۰/۲
۲/۲۶۸۷	۲/۱۳۶۴	۲/۰۱۸۲	۱/۹۱۱۷	۰/۴
۲/۵۱۹۹	۲/۳۸۷۹	۲/۲۶۷۵	۲/۱۵۶۳	۰/۶
۲/۶۳۷۱	۲/۵۰۸۶	۲/۳۸۶۲	۲/۲۷۴۵	۰/۸
۲/۶۶۰۴	۲/۵۴۳۷	۲/۴۳۹۷	۲/۳۳۵۲	۱

### ۷- نتیجه گیری

در این پژوهش، انتقال حرارت جابجایی مختلط در یک حفره‌ی مربعی پر شده از نانوسیال غیرنیوتنی با استفاده از مدل دوفازی مخلوط مورد مطالعه قرار گرفت. تأثیر عدد ریچاردسون، شاخص قانون توانی و کسر حجمی نانوذرات بر روی مشخصه‌های حرارتی و هیدرودینامیکی مورد بحث و بررسی قرار گرفته و نتایج کلی ذیل حاصل گردید:

- با کاهش شاخص قانون توانی در تمامی اعداد ریچاردسون، از تراکم خطوط جریان کاسته شده و این مسئله منجر به کاهش سرعت در مرکز حفره می‌گردد؛ اما، افزایش کسر حجمی در یک شاخص قانون توانی ثابت، سبب افزایش سرعت و زیاد شدن تراکم خطوط جریان می‌گردد.
- با افزایش شاخص قانون توانی و کسر حجمی در یک عدد ریچاردسون مشخص، گرادیان دما بر روی سطح دیواره افزایش خواهد یافت. افزایش میزان گرادیان دما باعث افزایش عدد ناسلت و در نتیجه بهبود انتقال حرارت خواهد گردید.
- با توجه به ثابت در نظر گرفتن شاخص سازگاری در مدل قانون توانی، با دور شدن سیال از حالت نیوتنی میزان انتقال حرارت در تمامی اعداد ریچاردسون پایین می‌آید. اضافه کردن کسرهای حجمی پایینی از نانوذرات، انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. به طوری که با افزایش کسر حجمی از صفر تا ۹ درصد، عدد ناسلت میانگین در حدود ۱۵/۷۵٪ برای ریچاردسون ۰/۰۰۱ و ۱۷/۳۲٪ برای ریچاردسون ۱ افزایش می‌یابد.

### فهرست علائم

$C_p$	ظرفیت حرارتی ویژه، $Jkg^{-1}K^{-1}$
$g$	شتاب جاذبه، $ms^{-2}$
$Gr$	عدد گراشف
$K$	ضریب هدایت حرارتی، $WmK^{-1}$
$L$	ارتفاع حفره

- and forced convection heat transfer in rectangular ducts, *International communications in heat and mass transfer*, 19(5) (1992) 673-686.
- [16] J. Peixinho, C. Desaubry, M. Lebouche, Heat transfer of a non-Newtonian fluid (Carbopol aqueous solution) in transitional pipe flow, *International journal of heat and mass transfer*, 51(1) (2008) 198-209.
- [17] H. Chang, C. Jwo, C. Lo, T. Tsung, M. Kao, H. Lin, Rheology of CuO nanoparticle suspension prepared by ASNSS, *Rev. Adv. Mater. Sci*, 10(2) (2005) 128-132.
- [18] Y. Ding, H. Alias, D. Wen, R.A. Williams, Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids), *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(1) (2006) 240-250.
- [19] A. Esmailnejad, H. Aminfar, M.S. Neistanak, Numerical investigation of forced convection heat transfer through microchannels with non-Newtonian nanofluids, *International Journal of Thermal Sciences*, 75 (2014) 76-86.
- [20] I. Behroyan, P. Ganesan, S. He, S. Sivasankaran, Turbulent forced convection of Cu–water nanofluid: CFD model comparison, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 67 (2015) 163-172.
- [21] P. Ternik, R. Rudolf, Laminar natural convection of non-Newtonian nanofluids in a square enclosure with differentially heated side walls, *International journal of simulation modelling*, 12(1) (2013) 5-16.
- [22] A. Raisi, Natural Convection of Non-Newtonian Fluids in a Square Cavity with a Localized Heat Source, *Strojniški vestnik-Journal of Mechanical Engineering*, 62(10) (2016) 553-564.
- [23] A.K. Santra, S. Sen, N. Chakraborty, Study of heat transfer augmentation in a differentially heated square cavity using copper–water nanofluid, *International Journal of Thermal Sciences*, 47(9) (2008) 1113-1122.
- [24] A. Abbasian Arani, G. Sheikhzadeh, A. Ghadirian Arani, Study of Fluid Flow and Heat Transfer of AL<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-Water as a Non-Newtonian Nanofluid through Lid-Driven Enclosure, *Transport Phenomena in Nano and Micro Scales*, 2(2) (2014) 118-131.
- [25] G.R. Kefayati, FDLBM simulation of mixed convection in a lid-driven cavity filled with non-Newtonian nanofluid in the presence of magnetic field, *International Journal of Thermal Sciences*, 95 (2015) 29-46.
- [26] G. Kefayati, Heat transfer and entropy generation of natural convection on non-Newtonian nanofluids in a porous cavity, *Powder Technology*, 299 (2016) 127-149.
- [27] M. Mohammadpourfard, Numerical study of magnetic fields effects on the electrical conducting non-newtonian *Thermal Sciences*, 50(8) (2011) 1343-1354.
- [5] H. Aminfar, M. Mohammadpourfard, S.A. Zonouzi, Numerical study of the ferrofluid flow and heat transfer through a rectangular duct in the presence of a non-uniform transverse magnetic field, *Journal of Magnetism and Magnetic materials*, 327 (2013) 31-42.
- [6] A. Behzadmehr, M. Saffar-Avval, N. Galanis, Prediction of turbulent forced convection of a nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase approach, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28(2) (2007) 211-219.
- [7] Y.-j. Chen, Y.-y. Li, Z.-h. Liu, Numerical simulations of forced convection heat transfer and flow characteristics of nanofluids in small tubes using two-phase models, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 78 (2014) 993-1003.
- [8] M. Hejazian, M.K. Moraveji, A. Beheshti, Comparative study of Euler and mixture models for turbulent flow of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluid inside a horizontal tube, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 52 (2014) 152-158.
- [9] R. Deepak Selvakumar, S. Dhinakaran, Forced convective heat transfer of nanofluids around a circular bluff body with the effects of slip velocity using a multi-phase mixture model, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 106 (2017) 816-828.
- [10] M. Siavashi, M. Jamali, Heat transfer and entropy generation analysis of turbulent flow of TiO<sub>2</sub>-water nanofluid inside annuli with different radius ratios using two-phase mixture model, *Applied Thermal Engineering*, 100 (2016) 1149-1160.
- [11] Y. Abbassi, A.S. Shirani, S. Asgarian, Two-phase mixture simulation of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluid heat transfer in a non-uniform heat addition test section, *Progress in Nuclear Energy*, 83 (2015) 356-364.
- [12] F. Garoosi, B. Rohani, M.M. Rashidi, Two-phase mixture modeling of mixed convection of nanofluids in a square cavity with internal and external heating, *Powder Technology*, 275 (2015) 304-321.
- [13] M. Goodarzi, M. Safaei, K. Vafai, G. Ahmadi, M. Dahari, S. Kazi, N. Jomhari, Investigation of nanofluid mixed convection in a shallow cavity using a two-phase mixture model, *International Journal of Thermal Sciences*, 75 (2014) 204-220.
- [14] R. Lotfi, Y. Saboohi, A.M. Rashidi, Numerical study of forced convective heat transfer of Nanofluids: Comparison of different approaches, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37(1) (2010) 74-78.
- [15] S. Gao, J. Hartnett, Non-Newtonian fluid laminar flow

- [33] R.P. Chhabra, J.F. Richardson, *Non-Newtonian flow and applied rheology: engineering applications*, Butterworth-Heinemann, 2011.
- [34] L. Chen, J. Zang, A. Hillis, G. Morgan, A. Plummer, Numerical investigation of wave-structure interaction using OpenFOAM, *Ocean Engineering*, 88 (2014) 91-109.
- [35] X. Meng, X. Zhang, Q. Li, Numerical investigation of nanofluid natural convection coupling with nanoparticles sedimentation, *Applied Thermal Engineering*, 95 (2016) 411-420.
- [36] G.R. Kefayati, FDLBM simulation of magnetic field effect on mixed convection in a two sided lid-driven cavity filled with non-Newtonian nanofluid, *Powder Technology*, 280 (2015) 135-153.
- ferrofluid flow through a vertical channel, *Modares Mechanical Engineering Journal*, 15 (2015) 379-389 (in Persian).
- [28] A.Y. Varaksin, *Turbulent particle-laden gas flows*, Springer, 2007.
- [29] M. Manninen, V. Taivassalo, S. Kallio, On the mixture model for multiphase flow, in, *Technical Research Centre of Finland 1996*, pp. 9-18.
- [30] L. Schiller, Z. Naumann, A drag coefficient correlation, *Vdi Zeitung*, 77(318) (1935) 318-320.
- [31] X. Wang, X. Xu, S.U. S. Choi, Thermal conductivity of nanoparticle-fluid mixture, *Journal of thermophysics and heat transfer*, 13(4) (1999) 474-480.
- [32] H. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *The Journal of Chemical Physics*, 20(4) (1952) 571-571.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

N. Hazeri-Mahmel, Y. Shekari, A. Tayebi, Numerical Study of Mixed Convection Heat Transfer in a Cavity Filled with Non-Newtonian Nanofluids Utilizing Two-phase Mixture Model, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 50(6) (2018) 1199-1212.  
DOI: 10.22060/mej.2017.12504.5355

