

# حل معادله انتقال تشعشعی در محیط دوبعدی با وجود گاز واقعی با تلفیق روش ناحیه ای و مدل جعبه ای

رضا حسینی<sup>۱</sup>، سید حسن صفایی<sup>۲</sup>، آرش ابجدپور<sup>۳</sup>

## چکیده

با توجه به وابستگی شدید رفتار طیفی گازها به دما، فشار، طول موج و غلظت، نیاز است که اینگونه خواص با مدل‌های ریاضی به صورت ساده تر بیان شوند. علاوه بر این در حل معادله انتقال تشعشعی استفاده از روش‌های عددی مناسب برای بدست آوردن شدت تشعشع در محیط، دیورژانس شار حرارتی و میدان دما مورد نیاز می‌باشد. حل معادله انتقال تشعشعی برای حالت یک بعدی برای گاز خاکستری توسط محققین مختلف صورت گرفته است. در این مقاله معادله انتقال تشعشعی برای حالت دو بعدی (مقطع مستطیلی بلند)، با در نظر گرفتن رفتار طیفی محیط (گاز  $\text{CO}_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$ ) از تلفیق مدل جعبه ای و روش ناحیه ای حل می‌شود. با توجه به رفتار غیر خاکستری محیط گازهای صنعتی، حل این معادله می‌تواند فرضیات خاکستری در نظر گرفتن گازها را تصحیح نماید.

## واژه های کلیدی:

معادله انتقال تشعشعی - گاز غیر خاکستری - مدل جعبه ای - روش ناحیه ای

## *Solution of Radiative Transfer Equation in Two-Dimensional Media with Real Gas through Zone Method and Box Model*

R. Hosseini.;S.H Saffaie .;A. Abjadpour

### ABSTRACT

According to high dependence of spectral behavior of gases to temperature, pressure, wave length and concentration, it is needed that such properties be explained by simpler mathematical models. Moreover, appropriate numerical methods should be used to solve the radiative transfer equation for radiation intensity in the media, heat flux divergence and temperature field. Solution of the radiative transfer equation has been made by several researchers for gray gas in one-dimensional case. In this article, the radiative transfer equation is solved for two-dimensional case (long rectangular section) considering the spectral behavior of media ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  gases) through combining the box model and zone method. Because of the nongray behavior of the industrial gases, solving this equation can improve the gray gases assumptions in the model.

### KEYWORDS

Radiative Transfer Equation ,Nongray gas, Box model, Zone Method.

<sup>۱</sup> دانشیار دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی مکانیک: Email:hoseinir@aut.ac.ir

<sup>۲</sup> دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی امیرکبیر

<sup>۳</sup> دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی امیرکبیر Email:abjadpour@aut.ac.ir

خاکستری معادل در بدست آوردن شار حرارتی قابل استفاده بوده اما در تعیین دیورژانس شار حرارتی دارای خطای زیادی می‌باشد.

## ۲-۲- روش باند باریک آماری

در این روش طیف به فواصل اعداد موج باریک تقسیم شده و انتقال حرارت بر روی هر یک از باندهای باریک محاسبه می‌گردد. لیووهکاران [۲] این روش را در چهار حالت زیر بکار برده اند: دقیق با فرمولاسیون وابسته، فرمولاسیون غیر وابسته، تقریب باند خاکستری بر اساس ضریب جذب کلی و تقریب باند خاکستری بر اساس باند خاکستری موضعی. گفتنی است که استفاده از روش باند باریک آماری به علت زیاد بودن حجم محاسبات درعمل برای حالات چند بعدی ممکن نبوده و بیشتر بعلت دقیق بودن این روش بعنوان مرجع برای مقایسه سایر روشها مورد استفاده قرار می‌گیرد.

## ۲-۳- روش باند پهن نمایی

در این روش شدت خط بصورت تابع نمایی از وسط باند در نظر گرفته می‌شود. در این مدل جذب کلی باند بصورت تابعی در چهار ناحیه تقریب زده شده و سپس ضریب عبور باند با استفاده از فرض باند خاکستری محاسبه می‌گردد.

استروهل و کوئلو [۴] با استفاده از فرمولاسیون غیر وابسته امکان تلفیق این روش با روش جهات گسسته را میسر کرده اند. آنها از سه روش توسعه یافته باند پهن نمایی زیر استفاده کرده اند: تقریب چهار ناحیه برای ضریب جذب کلی باند، انتگرالگیری عددی ضریب عبور طیفی و در پایان روش توزیع وابسته  $k$  باند پهن. در روش سوم طیف اعداد موج بصورت گازهای خاکستری گسسته با ضرایب جذب متوسط مرتب شده اند که امکان تلفیق آن با روش جهات گسسته را ساده می‌سازد.

مشکل اصلی این روش محاسبه ضریب عبور (وابسته به طول مسیر) به جای ضریب جذب می‌باشد.

## ۲-۴- روش جمع وزنی گازهای خاکستری

در این روش گاز غیر خاکستری با تعدادی گاز خاکستری جایگزین شده و شارهای انتقال برای هر یک بطور جداگانه محاسبه می‌شود. سپس شار حرارت کلی از جمع شارهای حرارتی گازهای خاکستری ضرب در ضرایب وزنی مشخص تابع دما حاصل می‌گردد. ضرایب جذب و صدور در این روش به صورت روابط ۱ و ۲ قابل ارائه است [۵]:

مساله انتقال حرارت تشعشعی با حضور گازهای جاذب و ناشر تشعشع در محیط، در اکثر کاربردهای صنعتی نظیر بویلرها، مبدل های حرارتی دما بالا، سنسورهای شناساننده گاز و... مطرح می‌شود. به منظور مدلسازی موثر انتقال تشعشعی در حالت دو بعدی و با وجود گاز فعال واقعی، روشهای فراوان در سالهای اخیر گسترش یافته است. بیشتر این روشها محدود به حالت یک بعدی صفحات موازی با گاز واقعی مشخص بوده و کارهای محدودی در رابطه با حالت دو بعدی با میدان دمای مجهول انجام گرفته است. برخی از مدل‌های بکار گرفته شده تنها قادر به محاسبه مقادیر کلی تشعشعی می‌باشند. در حالیکه برخی دیگر قابلیت محاسبه مقادیر جزئی را نیز دارند. در کارانجام شده توسط حسینی وهمکاران [۱] دراین زمینه مسئله توزیع دما و شارحرارتی برای گاز غیرخاکستری واقع بین دو صفحه موازی بزرگ با استفاده ازمدل باند پهن نمایی حل شده و نشان داده شده است که درنظر گرفتن گازهای واقعی به عنوان گاز خاکستری می‌تواند خطای زیادی درمحاسبات تشعشعی وارد نماید. البته نشان داده شده که این خطا برای بخارآب بیش از گاز دی اکسید کربن است. درمقاله حاضر توزیع دما و شارحرارتی برای محصولات احتراق دریک مدل دوبعدی ( کانال با مقطع مستطیلی و بلند) با بکارگیری وتلفیق روش ناحیه ای ومدل جعبه ای بدست آمده وبا نتایج دیگران که مدل‌های دیگری را برای گاز در شرایط مشابه ارائه داده اند مقایسه شده است. به طور خلاصه روش های مورد استفاده درحل مسائل تشعشع گاز قابل دسته بندی و عبارت است از:

## ۲- روش های تقریب ضرایب تشعشعی

### ۲-۱- روش ضریب جذب خاکستری معادل

تقریب گاز خاکستری با حذف وابستگی مقادیر خواص تشعشعی به عدد موج در تحلیل مسائل تشعشع مورد استفاده قرار می‌گیرد. بیشتر ضرایب معادل بکار گرفته شده دارای محدودیت در کاربرد می‌باشند. به عنوان مثال، ضریب متوسط جذب پلانک و ضریب متوسط جذب روزلند، که بترتیب برای گازهای نوری نازک و ضخیم بکار گرفته می‌شود. کودو [۲] از آنالیز معکوس مقادیر خواص تشعشعی حاصل از تحلیل نتایج غیر خاکستری در تعیین ضریب جذب خاکستری معادل استفاده کرده است. بطور کلی ضریب جذب

مادست [۱۳] ارائه شد. در این روش ضریب جذب طیفی برای گاز واقعی بصورت مربعی یا جعبه ای تقریب زده شده و بدین گونه طیف به سه الی چهار باند گاز و چندین پنجره طیفی تقسیم می‌شود.

مادست [۱۴] با تلفیق این روش و تقریب  $P_1$  موفق به حل معادله انتقال تشعشعی برای گازهای غیر خاکستری گردید. مشکل اصلی در مدل جعبه ای تعیین پارامترهای این مدل و یا مدل سازی طیفی آن می‌باشد. مادست و سیکا [۱۵] این روش را توسعه داده و روشی برای تعیین پارامترهای مدل جعبه ای برای گازهای واقعی ارائه کرده اند.

### ۳- روش ناحیه ای برای حل معادله انتقال حرارت

#### تشعشعی

در این روش کل فضای محاسباتی به تعدادی نواحی حجمی و سطحی هم دما تقسیم می‌شوند و موازنه انرژی تبادل تشعشعی بین هر دو ناحیه مختلف نوشته می‌شود. روش ناحیه ای برای تعیین نرخ انتقال حرارت تشعشعی در داخل محیط فعال، توسعه یافته روش تشعشع خالص برای تبادل سطوح (بدون محیط فعال) می‌باشد. در این روش محفظه به تعداد محدودی از نواحی حجم و سطح هم‌دما تقسیم می‌گردد. این روش منجر به یک دستگاه معادلات برای شارهای حرارتی و دما بطور هم‌زمان می‌گردد. هاتل و کوهن [۱۶] از این روش برای گاز خاکستری فعال با ضریب جذب ثابت استفاده کرده اند.

#### ۳-۱- سطوح تبادل کل

برای هر یک از نواحی سطح و حجم رابطه تعادل تشعشعی به کمک سطوح تبادل کلی حجم و سطح نوشته می‌شود [۱۷]:

$$Q_{si} = \epsilon_i A_i E_{bsi} - \sum_{j=1}^N \overline{S_i S_j} E_{bsi} - \sum_{k=1}^K \overline{S_i G_k} E_{bgk}, \quad (4)$$

$i = 1, 2, \dots, N$

$$Q_{gi} = 4\kappa V_i E_{bgi} - \sum_{j=1}^N \overline{G_i S_j} E_{bsi} - \sum_{k=1}^K \overline{G_i G_k} E_{bgk}, \quad (5)$$

$i = 1, 2, \dots, K$

قانون جابجائی بصورت رابطه ۶ برای سطوح تبادل کلی درست است:

$$\overline{S_j S_i} = \overline{S_i S_j}, \quad \overline{G_k S_i} = \overline{S_i G_k}, \quad (6)$$

$$\overline{G_k G_i} = \overline{G_i G_k}$$

با مساوی قرار دادن تمامی توانهای صدور در (۵) و (۶) (که

$$\epsilon = \sum_{j=0}^{N_g} a_{s,j}(T_s) [1 - \exp(-k_j L)] \quad (1)$$

$$\alpha = \sum_{j=0}^{N_g} a_{\alpha,j}(T, T_s) [1 - \exp(-k_j L)] \quad (2)$$

که در اینجا  $a_j$  و  $k_j$  به ترتیب ضریب وزن صدور و ضریب جذبیت گاز زام،  $N_g$  تعداد گاز خاکستری به کار رفته در مدل است.  $j=0$  نماینده گاز شفاف است. ضریب جذبیت برای گاز خاکستری معادل برای معادله انتقال به طریق رابطه ۳ محاسبه می‌شود [۶]:

$$k = \frac{-\ln[1 - \epsilon(L)]}{L} \quad (3)$$

لیوهمکاران [۷] از تلفیق این روش با روش جهات گسسته برای حل معادله انتقال تشعشعی مخلوط دی اکسید کربن و بخار آب در حالت‌های میدان دمای مشخص و نامشخص استفاده کرده‌اند. در این روش سطوح مرزی همچنین پوشش‌های میانی باید در جذب و انعکاس تشعشع رفتار پخشی داشته باشند [۸]. به این سطوح، سطوح خاکستری لامبرت می‌گویند.

موادک [۹] ضرایب وزن و جذبیت را برای دماهای کمتر از ۲۰۰۰K بدست آورد. در دماهای بالاتر از ۲۰۰۰K به کار بردن این روش نامناسب می‌باشد.

#### ۲-۵- اس ال دابلیو

این روش در واقع مدل جمع وزنی خاکستری تکامل یافته می‌باشد که از طیف خط به خط (با دقت بالا) اجزای جذب کننده معین می‌شود. در این روش نیز ضریب صدور کلی با معادله (۱) بیان می‌شود. ناحیه جذب به  $N_g$  بازه تجزیه می‌شود. هر بازه با یک مقدار  $C_{abs,j}$  مشخص می‌شود و ضریب جذبیت گاز زام به صورت  $k_j = N C_{abs,j}$  که در آن  $N$  چگالی مولی گاز است بیان می‌شود. حد بازه زام با  $\tilde{C}_{abs,j}$  و  $\tilde{C}_{abs,j+1}$  مشخص می‌شود و ضریب وزنی  $a_g$  عبارت است از کسری از انرژی جسم سیاه در قسمتی از طیف که بین سطح مقطع جذب  $\tilde{C}_{abs,j}$  و  $\tilde{C}_{abs,j+1}$  قرار دارد [۱۰]. در [۱۰] و [۱۱] روابط برای بخار آب و دی اکسید کربن بیان شده است.

#### ۲-۶- روش جعبه ای

این روش ابتدا توسط سیورث و ویفل [۱۲] و سپس توسط

شکل (۲) تقریب زده شده و مقادیر  $\Delta\eta$  و  $\kappa\eta$  برای هر یک از سه باند و همچنین برای هر یک از نواحی گاز با توجه به دما، فشار و سایر پارامترها تشریح شده در مدل باند عریض و مدل جعبه ای محاسبه می‌گردد. این محاسبات در هر بار تکرار برای همگرا شدن دمای نواحی مختلف گاز، دوباره انجام می‌شود.

در ابتدا برای هر یک از نواحی گاز یک دما  $T_i$  حدس زده می‌شود. مقادیر  $\kappa$  و  $\Delta\eta$  برای هر یک از نواحی گاز با توجه به دمای حدس زده شده محاسبه و سپس با اعمال روش ناحیه‌ای در (۵) مقادیر  $E_{1gi}$ ،  $E_{2gi}$ ،  $E_{3gi}$  و  $E_{wgi}$  برای گاز خاکستری بدست آمده از مدل جعبه ای محاسبه می‌گردد؛ بمنظور تصحیح مقادیر یاد شده برای گاز غیر خاکستری از روابط ۱۱ و ۱۲ استفاده می‌گردد:

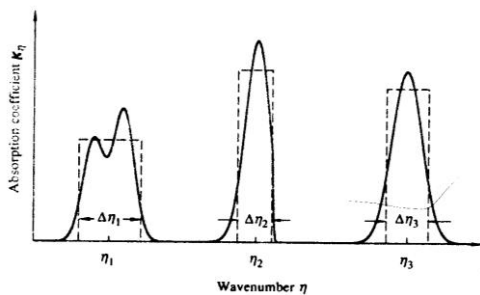
$$E'_{jgi} = \int_{\eta_j - \frac{\Delta\eta_j}{2}}^{\eta_j + \frac{\Delta\eta_j}{2}} E_{j\lambda b}(\lambda) d\lambda \quad j = 1, 2, 3 \quad (11)$$

$$E'_{wgi} = E_{wgi} - \int_{\eta_1 - \frac{\Delta\eta_1}{2}}^{\eta_1 + \frac{\Delta\eta_1}{2}} E_{w\lambda b}(\lambda) d\lambda \quad (12)$$

$-\int_{\eta_2 - \frac{\Delta\eta_2}{2}}^{\eta_2 + \frac{\Delta\eta_2}{2}} E_{w\lambda b}(\lambda) d\lambda - \int_{\eta_3 - \frac{\Delta\eta_3}{2}}^{\eta_3 + \frac{\Delta\eta_3}{2}} E_{w\lambda b}(\lambda) d\lambda$   
و در پایان با استفاده از معادله [۱۸]  $E_b = E_w + \sum_{n=1}^N E_n$  رابطه ۱۳ بدست می‌آید.

$$E_{bgi} = \sigma T_i^4 = E'_{wgi} + E'_{1gi} + E'_{2gi} + E'_{3gi} \quad (13)$$

و بدین طریق مقدار جدید  $T_i$  و پیرو آن مقادیر جدید  $\kappa_2$ ،  $\kappa_1$  و  $\kappa_3$  و  $\Delta\eta_1$ ،  $\Delta\eta_2$  و  $\Delta\eta_3$  محاسبه شده و روند یاد شده تا همگرا شدن  $T_i$  ادامه پیدا می‌کند.



شکل (۲) - تقریب باندهای دی اکسید کربن با استفاده از مدل جعبه ای

بعد از همگرا شدن  $T_i$  مقادیر  $E'_{1gi}$ ،  $E'_{2gi}$ ،  $E'_{3gi}$  و  $E'_{wgi}$  در (۵) جایگذاری شده و مقادیر باندی  $Q_{3si}$ ،  $Q_{2si}$ ،  $Q_{1si}$  و  $Q_{wsi}$  محاسبه می‌گردند. در پایان با استفاده از رابطه

منجر به شار حرارت صفر در همه جا می‌گردد) روابط ۷ و ۸ حاصل می‌شوند:

$$\sum_{j=1}^N \overline{S_i S_j} + \sum_{k=1}^K \overline{S_i G_k} = \epsilon_i A_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^N \overline{G_i S_j} + \sum_{k=1}^K \overline{G_i G_k} = 4\kappa V_i, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (8)$$

رابطه سطوح تبادل کلی با سطوح تبادل مستقیم برای نواحی حجمی به صورت روابط ۹ و ۱۰ استخراج می‌شود:

$$\overline{G_i S_j} = g_i s_j \epsilon_j + \sum_{l=1}^N \frac{g_i s_l \rho_l}{A_l \epsilon_l} \overline{S_l S_j}, \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots, K$$

$$\overline{G_i G_k} = g_i g_k + \sum_{l=1}^N \frac{g_i s_l \rho_l}{A_l \epsilon_l} \overline{S_l G_k}, \quad (10)$$

$$i = 1, 2, \dots, K$$

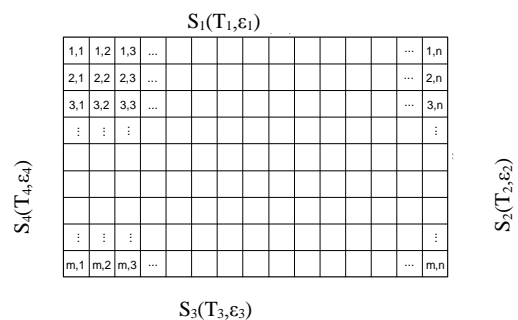
### ۳-۲- سطوح تبادل مستقیم برای حالت کانال دو

#### بعدی

فضای بین صفحات به  $m \times n$  ناحیه که هر ناحیه دارای دما و ضریب جذب ثابت می‌باشد، تقسیم شده است. در مقاله حاضر از ضریب پخش چشم پوشی گردیده است.

هر یک از سطوح کانال در شکل (۱) دارای دمای ثابت دلخواه با ضریب صدور دلخواه می‌باشند.

انتگرال های سطوح تبادل مستقیم سطح به سطح، سطح به حجم و حجم به حجم با در نظر گرفتن تغییر خواص در طول مسیر توسط مادست [۱۷] ساده سازی و محاسبه شده است. گفتنی است که در این تحلیل ضریب جاذبیت میانگین مسیر به کار گرفته شده است.



شکل (۱) - ناحیه بندی فضای دو بعدی بین صفحات موازی

### ۴- روند تلفیق مدل جعبه ای و روش ناحیه ای

دی اکسید کربن دارای سه باند مهم است که با  $2/7$ ،  $4/3$  و  $15 \mu m$  شناخته شده و معرفی می‌گردد. این باندها بصورت

$$Q = Q_w + \sum_{n=1}^N Q_n \quad [14] \text{ بدست خواهد آمد.}$$

$$Q_{si} = Q_{wsi} + Q_{1si} + Q_{2si} + Q_{3si} \quad (14)$$

یعنی شار کلی سطح برابر با مجموع شارهای سه باند و پنجره ها می باشد و بدین گونه شار حرارتی در هر یک از چهار سطح محاسبه می شود.

## ۵- نتایج حل

در ابتدا، روش گفته شده برای حالت یک بعدی صفحات موازی خیلی بزرگ با وجود گاز خاکستری بین آنها بکار گرفته شده است که نتایج مربوط به شار حرارت بی بعد برای ضخامت های نوری مختلف مطابق شکل (۳) با روش تقریب P1 مقایسه شده است. در ادامه مطابق شکل های (۴) الی (۷) توزیع دمای بین دو صفحه یاد شده بترتیب برای ضخامت های نوری ۰/۵، ۱/۰، ۲/۰ و ۵/۰ با توزیع دمای بدست آمده از روش تقریب P1 مقایسه گردیده است.

همانگونه که ملاحظه می گردد با افزایش ضخامت نوری برای حالت گاز خاکستری، توزیع دمای بدست آمده از روش ناحیه ای دو بعدی به روش تقریب P1 نزدیکتر شده که علت آن خطای تقریب P1 برای ضخامت های نوری کمتر از ۱/۰ می باشد. به منظور مقایسه نتایج بدست آمده از روش ناحیه ای برای حالت دوبعدی، شکل (۸) در نظر گرفته می شود. مقطع مورد نظر دارای ابعاد (۱m × ۱m) بوده و گاز بین صفحات دارای دمای ثابت ۱۰۰۰ K می باشد. کلیه صفحات سیاه بوده و در دمای 0K ثابت نگه داشته می شوند. در ابتدا فرض می شود که فضای بین صفحات حاوی گاز خاکستری با ضریب جذبیت  $0.5 \text{ m}^{-1}$  می باشد. در شکل (۹) شار حرارتی بدست آمده از روش ردیابی اشعه، روش عرض های گسسته (روش جهت های مجزا) [۱۸] و روش ناحیه ای دوبعدی مقایسه شده اند. همانگونه که ملاحظه می گردد، شار حرارتی بجز در ابتدا و انتهای صفحه ۱ در هر دو شکل یکسان می باشد. علت آن تقسیم صفحه ۱ در روش ناحیه ای به ۵ قسمت مساوی می باشد. در صورت استفاده از ۱۰ قسمت بجای ۵ و یا استفاده از ۵ قسمت غیر مساوی، شار حرارتی محاسبه شده در ۱۰٪ ابتدایی و انتهای صفحه نیز قابل قبول خواهد بود.

در ادامه فرض می شود فضای بین صفحات دوبعدی شکل (۸) از گاز همدما و همگن غیر خاکستری (واقعی) پر شده باشد. دمای گاز ۱۰۰۰ K بوده و غلظت گاز  $\text{CO}_2$  ۱۰٪ می باشد.

باقیمانده غلظت گاز را گاز غیر فعال  $\text{N}_2$  تشکیل داده و فشار محیط گاز ۱ اتمسفر می باشد. شکل (۱۰) نشان دهنده پروفیل شار حرارتی بر روی صفحه ۱ می باشد. در این شکل بمنظور مقایسه ساده تر، نمودار بدست آمده از روش ناحیه ای با نمودار استخراج شده از [۱۸] روی یک منحنی رسم شده اند. همانگونه که دیده می شود، روش ناحیه ای با سایر روش های مرسوم برای حل گاز واقعی در حالت دوبعدی هماهنگی کامل دارد.

شکل (۱۱) نشان دهنده منحنی دما بین صفحات است. در حل این مسئله مقطع یاد شده به  $5 \times 5$  ناحیه مساوی تقسیم شده است.

در حالت دیگر، فرض می شود که شکل (۱۲) نمایانگر منحنی دمای شعله احتراق گاز در داخل یک کوره باشد. بخار آب با غلظت ۱۰٪ و دی اکسید کربن با غلظت ۲۰٪ از مهمترین محصولات این احتراق می باشند. سایر حجم محفظه از گاز غیر فعال  $\text{N}_2$  پر شده است. میدان دمای این شعله برابر رابطه ۱۵ مشخص شده است [۱۴]:

برای  $x \leq 1$

$$T(x, y) = (14000x - 400)(1 - 3y_0^2 + 2y_0^3) + 800 \quad (15)$$

برای  $x \geq 1$

$$T(x, y) = (-10000/9)(x - 1)(1 - 3y_0^2 + 2y_0^3) + 800 \quad (16)$$

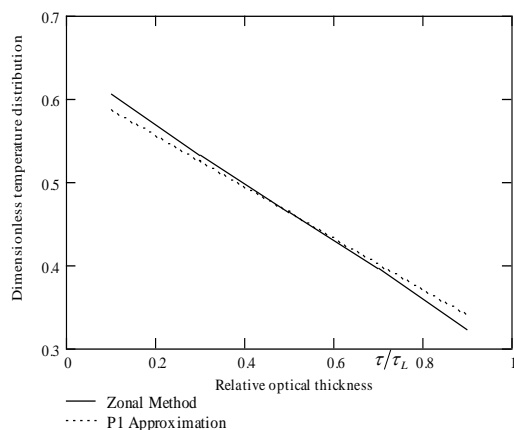
که  $y_0 = |0.25 - y| / 0.25$  می باشد. شکل (۱۳) نشان دهنده پروفیل شار حرارتی بر روی صفحه ۱ می باشد. در این شکل بمنظور مقایسه ساده تر، نمودار بدست آمده از روش ناحیه ای با نمودار استخراج شده از [۱۸] روی یک منحنی رسم شده اند. به منظور تعمیم روش ناحیه ای به سایر گازهای فعال مانند بخار آب، محفظه یاد شده در شکل (۸) در نظر گرفته می شود که با بخار آب در دمای ثابت ۱۰۰۰ K و غلظت ۲۰٪ پر شده باشد. سایر شرایط مانند شرایط یاد شده در مورد دی اکسید کربن می باشد. در شکل (۱۴) پروفیل شار حرارتی بر روی صفحه ۱ برای محیط ۲۰٪ بخار آب نشان داده شده است. برای یک حالت دیگر، محفظه دوبعدی در نظر گرفته می شود که حاوی دی اکسید کربن با غلظت ۱۰٪ می باشد شکل (۱۱). محفظه دارای مقطع مربعی با ابعاد (۱۰cm × ۱۰cm) بوده و دما و ضرایب صدور سطوح بطور تصادفی مطابق زیر انتخاب شده اند:

$$T_3 = 700 \text{ K}, \varepsilon_2 = 0.8, T_2 = 500 \text{ K}, \varepsilon_1 = 0.7, T_4 = 2500 \text{ K}, \varepsilon_3 = 0.9, T_4 = 1500 \text{ K}, \varepsilon_4 = 0.1$$

بین صفحات فرض می‌شود که محیط در حالت تعادل تشعشعی می‌باشد.

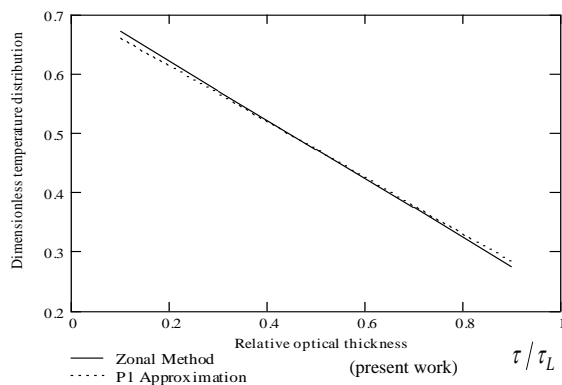
### ۵-۱- روش مرجع

به منظور مقایسه نتایج هر یک از روشها، روش باند آماری به عنوان مرجع در نظر گرفته شده است. در این راستا، دو انتخاب وجود دارد: استفاده از روش باند باریک آماری یا باند باریک آماری-K هم بسته. حداکثر اختلاف این دو روش در تمامی حالات (خاکستری و غیر خاکستری با تمامی ضخامت‌های نوری) ۲٪ می‌باشد [۱۸].



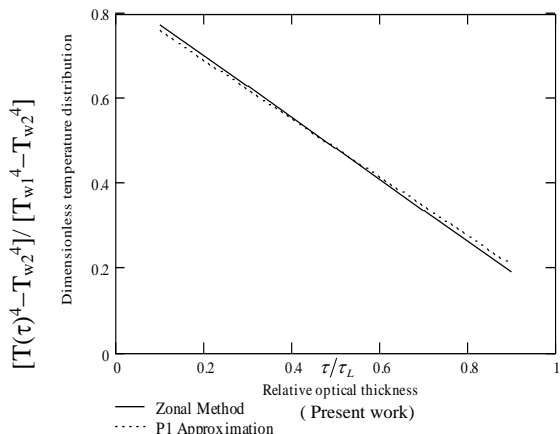
شکل (۵) - مقایسه توزیع دما گاز خاکستری بین صفحات موازی بی نهایت در ضخامت نوری ۱/۰؛

$$\epsilon_{w2} = 0/8, \epsilon_{w1} = 0/7$$



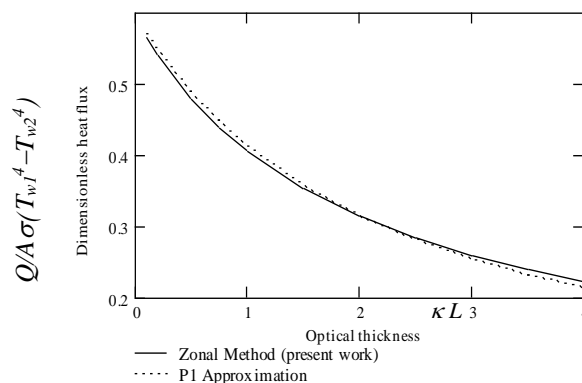
شکل (۶) - مقایسه توزیع دما گاز خاکستری بین صفحات موازی بی نهایت در ضخامت نوری ۲/۰؛

$$\epsilon_{w2} = 0/8, \epsilon_{w1} = 0/7$$



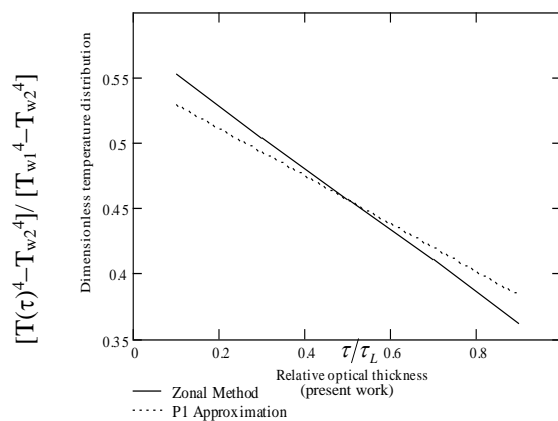
شکل (۷) - مقایسه توزیع دما گاز خاکستری بین صفحات موازی بی نهایت در ضخامت نوری ۵/۰؛

$$\epsilon_{w2} = 0/8, \epsilon_{w1} = 0/7$$



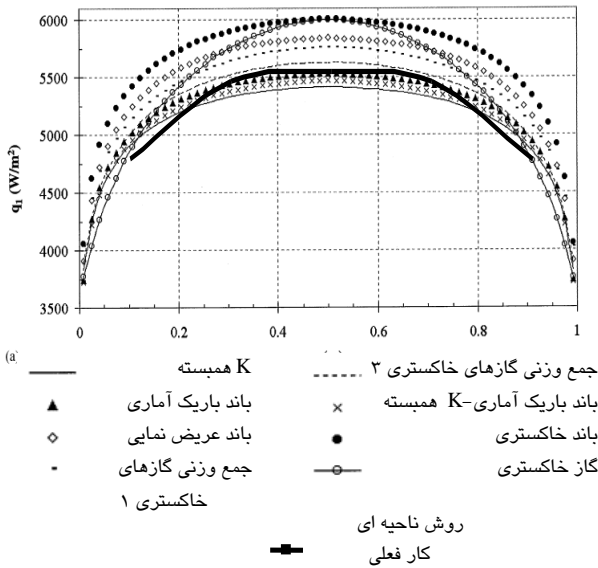
شکل (۳) - مقایسه شار حرارت بی بعد در صفحات موازی بی نهایت در بر گیرنده گاز خاکستری

$$\epsilon_{w2} = 0/8, \epsilon_{w1} = 0/7$$

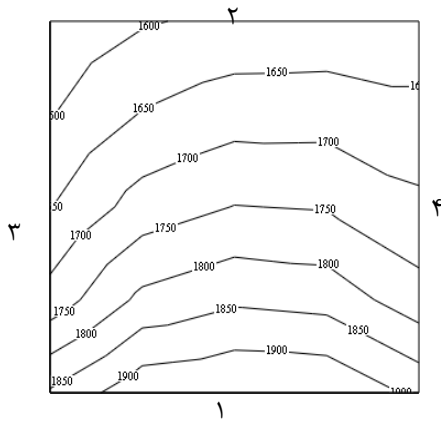


شکل (۴) - مقایسه توزیع دما گاز خاکستری بین صفحات موازی بی نهایت در ضخامت نوری ۰/۵؛

$$\epsilon_{w2} = 0/8, \epsilon_{w1} = 0/7$$



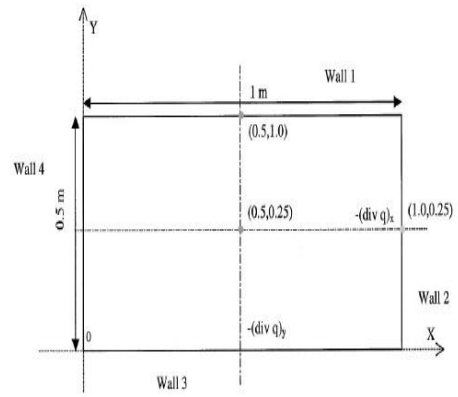
شکل (۱۰) - مقایسه پروفیل شار حرارتی بر روی صفحه ۱ (CO<sub>2</sub> همدم با غلظت ۱۰٪) روش ناحیه ای و نتایج حاصل از [۱۸]



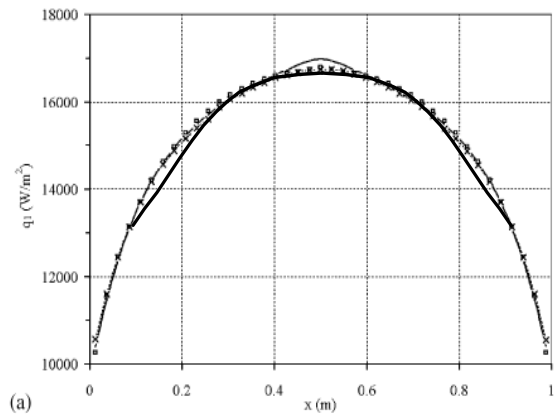
شکل (۱۱) - کانتور دما بین صفحات با محیط واسط دی اکسید کربن و غلظت ۱۰٪ در تعادل تشعشعی

$$T_3 = 700 \text{ K}, \varepsilon_2 = 0/8, T_2 = 500 \text{ K}, \varepsilon_1 = 0/7, T_4 = 2500 \text{ K}$$

$$\varepsilon_4 = 1/0 \text{ و } T_4 = 1500 \text{ K}, \varepsilon_3 = 0/9$$



شکل (۱۸) - محفظه دوجانبی [۱۸]



—	جهت‌های مجزا	□	روش ناحیه
—×—	ردیابی اشعه		

شکل (۹) - مقایسه پروفیل شار حرارتی بر روی صفحه ۱ (حالت گاز خاکستری) بدست آمده از روش ناحیه ای و روش عرض‌های گسسته (روش جهت‌های مجزا) و ردیابی اشعه (۱۸)

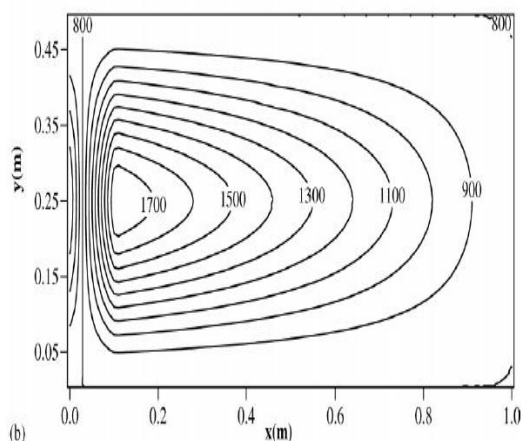
آن با روشهای رایج مانند جهات گسسته و روش ناحیه ای، زمان محاسبات طولانی می‌باشد.

(۵) روش جمع وزنی گازهای خاکستری، بصورت عمومی منجر به نتایج غیر دقیقی می‌گردد. در محاسبه پروفیل شار حرارت با استفاده از روش جمع وزنی گازهای خاکستری از دو مرجع متفاوت برای محاسبه ضرائب آن استفاده شده که بر روی شکل‌های (۱۰)، (۱۳) و (۱۴) با روش جمع وزنی گازهای خاکستری ۱ و ۲ شناسایی شده است. بجز حالت گاز دی اکسید کربن همدا [شکل (۱۰)]، روش ۱ از دقت کمی برخوردار می‌باشد. روش ۲ نیز برای گاز همدمای بخار آب [شکل (۱۳)] از دقت خوبی برخوردار بوده که این موضوع برای مخلوط غیر همدمای دی اکسید کربن و بخار آب [شکل (۱۴)] مصداق ندارد.

(۶) روش جمع وزنی گازهای خاکستری مبتنی بر خطوط طیفی، که بر روی شکل‌های (۱۰)، (۱۳) و (۱۴) با روش جمع وزنی گازهای خاکستری ۲ شناسایی شده، در تمامی حالات از دقت مناسبی برخوردار است.

(۷) تلفیق روش ناحیه ای و مدل جعبه ای (کار فعلی) برای حالت گاز همدمای دی اکسید کربن [شکل (۱۰)] نتایج بسیار مشابهی به روش جمع وزنی گازهای خاکستری ۱ و ۲ دارد. و همانگونه که در دو بند بالا اشاره شد هر دو آنها از دقت خوبی برخوردار می‌باشند (خطای کمتر از ۴٪ در مقایسه با مدل مرجع). برای حالت گاز همدمای بخار آب [شکل (۱۳)] نیز تلفیق روش ناحیه ای و مدل جعبه ای نتایج بسیار خوب و دقیقی را منتج شده که در مقایسه با مدل مرجع خطای آن کمتر از ۲٪ می‌باشد. نتایج بدست آمده بسیار نزدیک به روش جمع وزنی گازهای خاکستری ۲ می‌باشد.

مزیت اصلی تلفیق روش ناحیه ای و مدل جعبه ای قابلیت آن در تعیین پروفیل شار حرارتی برای مخلوط غیر همدمای دی اکسید کربن و بخار آب می باشد که هر دو روش جمع وزنی گازهای خاکستری ۱ و ۲ در این کار خطای زیادی دارند. نتایج بدست آمده [شکل (۱۴)] شباهت بسیاری به مدل مرجع (باند باریک آماری) داشته که نشانگر دقت بالای کار فعلی می‌باشد.



شکل (۱۲) - کانتور دما برای شعله احتراق داخل کوره ذکر شده در [۱۱] به روش ناحیه ای

## ۵-۲- نتایج

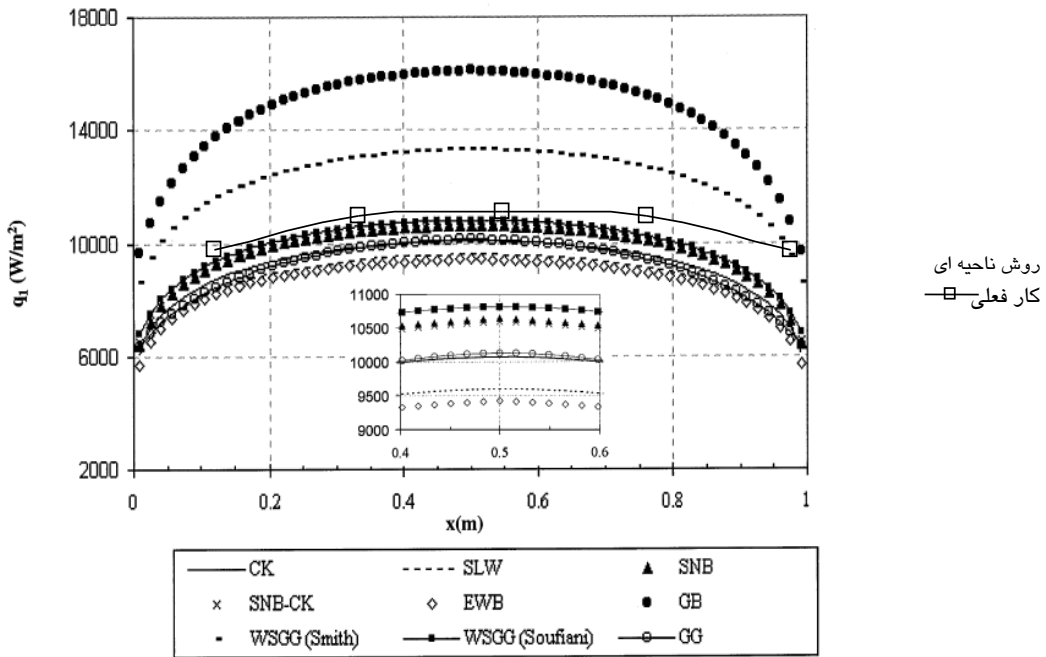
(۱) با وجود نتایج بسیار مشابه، روش باند باریک آماری و روش باند باریک آماری-K همبسته، استفاده از روش باند باریک آماری به علت طولانی بودن زمان حل آن در مسائل مهندسی و همچنین استفاده نکردن از ضریب جذب (که امکان تلفیق آن با روشهای رایج مانند جهات گسسته و روش ناحیه ای وجود ندارد) کارایی کمتری دارد.

(۲) همانگونه که در شکل‌های (۱۰)، (۱۳) و (۱۴) دیده می‌شود، استفاده از مدل باند خاکستری، به علت فرض گاز خاکستری در هر باند باریک، از دقت لازم برخوردار نمی‌باشد. این نابرابری برای گاز دی اکسید کربن [شکل (۱۰)] تا حدی قابل قبول بوده اما برای بخار آب [شکل (۱۳)] می‌تواند منجر به خطای زیادی در محاسبات گردد.

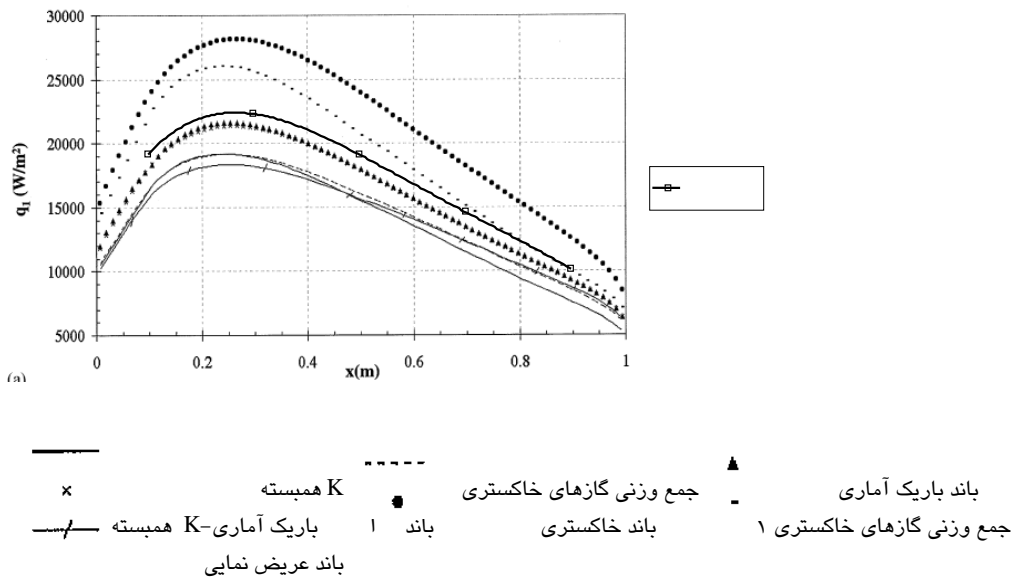
(۳) روش K همبسته که از سرعت بسیار بیشتری نسبت به روش باند باریک آماری-K همبسته برخوردار بوده، منجر به نتایج خوبی در تمامی حالات، بجز حالت مخلوط دی اکسید کربن و بخار آب [شکل (۱۴)]، شده است.

(۴) نتایج بدست آمده از باند عریض نمایی برای حالت گاز همدمای دی اکسید کربن [شکل (۱۰)] و گاز همدمای بخار آب [شکل (۱۳)]، از دقت کمتری برخوردار است. این روش به علت استفاده نکردن از ضریب جذب و در نتیجه نبودن امکان تلفیق





شکل (۱۳) - مقایسه پروفیل شار حرارتی بر روی صفحه ۱ (H<sub>2</sub>O همدم با غلظت ۲۰٪) روش ناحیه ای و نتایج حاصل از [۱۸]



شکل (۱۴) - پروفیل شار حرارتی بر روی صفحه ۱ برای شعله غیر همدم (۲۰٪ H<sub>2</sub>O و ۱۰٪ CO<sub>2</sub>) بدست آمده از روش ناحیه ای و نتایج حاصل از [۱۸]

M.F Modest " A Simple Differential Approximation for Radiative Transfer in Non- Gray Gases," ASME Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 101, pp 735-7, 1979.	[۱۴]
M.F Modest, K. K. Sikka "The Application of Stepwise-Gray P-1 Approximation to Molecular Gas-Particulate Mixtures," in Fundamentals of Radiation Heat Transfer, vol. HTD-160, ASME, pp 97-103, 1991.	[۱۵]
H. C. Hotel, E. S. Cohen: " Radiant Heat Exchange in Gas-Filled Enclosure: Allowance for No uniformity of Gas Temperature," AIChE Journal, vol. 4, pp. 3-14, 1958	[۱۶]
M. F Modest, "Radiative Heat Transfer," McGraw-Hill, New York, 1993.	[۱۷]
V. Goutiere, F. Liu, A. Charette: "An Assessment of Real-Gas Modeling in 2D Enclosures," Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer 64, p.p 299-326,2000.	[۱۸]

۷- فهرست علائم واختصارات

A	سطح
$\alpha$	ضریب وزنی صدور
E	انرژی تشعشعی واحد سطح
GG	ضریب تبادل مستقیم حجم به حجم
GS	ضریب تبادل مستقیم حجم به سطح
K	ضریب خاموشی و ضریب جاذبیت گاز
L	طول مسیر عبور گاز
N	تعداد گازهای خاکستری
Q	حرارت تشعشعی
SG	ضریب تبادل مستقیم سطح به حجم
SS	ضریب تبادل مستقیم سطح به سطح
T	درجه حرارت
V	حجم
	<b>علائم یونانی</b>
$\alpha$	ضریب جذب
$\varepsilon$	ضریب صدور
	<b>زیرنویسهای علائم</b>
b	سیاه
bsi	تشعشع سطح به المان
bgi	تشعشع گاز به المان i
bkg	تشعشع گاز به المان k
g	گاز
i	شناسه المان i
j	شناسه المان j
k	شناسه المان k
l	شناسه المان l
s	سطح

حسینی، رضا؛ وزیری، مهرداد؛ بیدی، مختار "توزیع دمای یک گاز غیر خاکستری بین دو صفحه موازی با استفاده از مدل باند پهن نمایی" استقلال سال ۲۴، ش ۱، جلد دوم، ص ۲۹۹ تا ۳۱۳.	[۱]
K. Kudo, A. Kuroda, T. Fujikane, Sh. Saïdo, M. Oguma: "Development of a method to estimate profiles of equivalent absorption coefficient for gray analysis," Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 73 pp 385-395, 2002.	[۲]
F. Liu, O. L. Gulder and G. J. Smallwood "Non-grey gas radiative transfer analyses using the statistical narrow-band model," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 41, No. 14, pp. 2227-2236, 1998.	[۳]
J. Strohle, P. J. Coelho: "On the application of the exponential wide band model to the calculation of radiative heat transfer in one- and two-dimensional enclosures," International Journal of Heat and Mass Transfer 45, pp 2129-2139, 2002.	[۴]
D.N Trivic, "Modeling of 3D non-gray gases radiation by coupling the method with weighted sum of gray gases model", International Journal of Heat and Mass Transfer 47, p.p 1367-1382, 2004.	[۵]
P.J. Coelho, "Numerical simulation of radiative from non-gray gases in three dimensional enclosure", Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer 74, p.p 307-328, 2002.	[۶]
F. Liu, H. A. Becker, Y. Bindar: "A comparative study of radiative heat transfer modeling in gas-fired furnaces using the simple grey gas and the weighted-sum-of-grey-gases models," International Journal of Heat and Mass Transfer 41, p.p 3357-3371, 1998.	[۷]
P.J.Coelho, J.M.Gonçaves, M.G Carvalho. "Modeling of radiative heat transfer in enclosures with obstacles". Int J. Heat Mass Transfer, Vol. 41, Nos 4-5, pp. 745-756, 1998.	[۸]
A.T Modak " radiation from products of combustion" fire research; 1:3 pp 39-61, 1978/1979.	[۹]
M.K Deninson,Webb "an absorption-line blackbody distribution function for efficient calculation of total gas radiative transfer", Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer;50: pp 499-510, 1993.	[۱۰]
M.K Deninson,Webb "Development and application of an absorption-line blackbody distribution function for CO2".int Journal of Heat Mass Transfer:38:18 p.p 13-21, 1995.	[۱۱]
C. E Siewert, and P. F. Zweifel: "An Exact Solution of Equation of Radiative Transfer for Local Thermodynamic Equilibrium in Non-Gray Case: Picket Fence Approximation," Ann. Phys, vol. 36, pp 61-85, 1966.	[۱۲]
M.F Modest "Radiative Equilibrium in Rectangular Enclosure Bounded by Gray Non-Isothermal Walls," Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol. 15, pp 445-461, 1975.	[۱۳]

