

پایش پروفایل‌های خطی ساده با استفاده از نمودارهای کنترل جمع تجمعی

عباس سقایی^۱؛ مرضیه مهرجو^۲؛ امیرحسین امیری^۳

چکیده

آنچه در اکثر مسائل کنترل فرایند آماری به آن پرداخته می‌شود، توصیف عملکرد یک فرایند یا کیفیت محصول به وسیله یک مشخصه کیفی تک متغیره یا چند متغیره و کنترل آن با استفاده از نمودارهای کنترل مناسب است. هر چند در بعضی اوقات توصیف عملکرد یک فرایند یا کیفیت یک محصول بوسیله رابطه‌ای بین یک متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر پاسخ نتایج بهتری در پی‌هایی برای پایش انواع پروفایل‌ها در هر دو فاز ۱ و ۲ ارائه کرده‌اند. در این مقاله، روشی خواهد داشت. محققان این رابطه را که می‌تواند خطی، غیر خطی و یا حتی پیچیده‌تر باشد، پروفایل نامیده و تاکنون روش جدید مبتنی بر آماره‌های جمع تجمعی (CUSUM) برای بهبود پایش پروفایل‌های خطی ساده در فاز ۲ ارائه شده است. برای ارزیابی و مقایسه روش پیشنهادی با روش‌های موجود از شبیه‌سازی و معیار متوسط طول دنباله استفاده و نتایج گزارش شده است. نتایج نشان دهنده عملکرد مناسب روش پیشنهادی برای پایش پروفایل‌های خطی ساده در فاز ۲ می‌باشد. در پایان، اثر مقدار مآخذ روی عملکرد نمودارهای کنترل جمع تجمعی مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است.

کلمات کلیدی

پروفایل، متوسط طول دنباله، نمودار کنترل جمع تجمعی، نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی، کنترل فرایند آماری.

Monitoring Simple Linear Profiles Using Cumulative Sum Control Charts

ABSTRACT

In some applications a single variable, either a process variable or product variable, characterizes the state of the process. In the other applications, multiple variables characterize the state of the process. However, in some practical situations, the quality of a process or product is characterized by a relationship between two or more variables instead of by the distribution of a single quality characteristic. This relationship, which can be linear, nonlinear or even a complicated model, is referred to as profile by researchers. Up to now, several methods have been proposed for monitoring simple linear profiles in both Phases I and II. In this paper, for improving phase II monitoring of linear profiles, a method has been proposed which applies Cumulative Sum control charts. Average run length criterion and simulation studies are used in order to evaluate the performance of the proposed method. The results show the suitable performance of the proposed method. Finally, the effect of reference value on the performance of the proposed method is evaluated.

^۱ استادیار، دانشکده مهندسی صنایع؛ دانشگاه آزاد اسلامی؛ واحد علوم و تحقیقات. Email: a.saghaei@srbiau.ac.ir

^۲ دانش اندوخته دوره کارشناسی ارشد؛ دانشکده مهندسی صنایع؛ دانشگاه آزاد اسلامی؛ واحد علوم و تحقیقات. Email: m.mehrjoo@srbiau.ac.ir

^۳ استادیار؛ دانشکده مهندسی صنایع؛ دانشگاه شاهد. Email: amirhossein.amiri@gmail.com



KEYWORDS

Profile, Average Run Length (ARL), Cumulative Sum (CUSUM) control chart, Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) control chart, Statistical process control.

در این مقاله روشی جدید برای پایش پروفایل‌های خطی ساده در فاز ۲ ارائه شده و سپس عملکرد این روش با روش‌های موجود از جمله T^2 و $EWMA/R$ [۸]، $EWMA - 3$ [۱۱]، $MCUSUM/\chi^2$ و $MEWMA/\chi^2$ [۸] و GLT/R [۱۵] مقایسه شده است.

۲- روش‌های فاز ۲

فرض کنید خروجی یک فرایند متغیر تصادفی Y بوده که تابعی خطی از متغیر مستقل X است. یعنی،

$$i = 1, 2, \dots, n \quad Y_{ij} = A_0 + A_1 X_i + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

که در آن A_0 و A_1 پارامترهای مدل هستند، متغیرهای تصادفی ε_{ij} مستقل بوده و دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 هستند. برای سادگی، مقادیری ثابت برای X در نظر گرفته می‌شود و مجموعه مقادیر یکسان برای هر نمونه وجود دارد.

برای نمونه‌گیری از فرآیند، n نقطه ثابت x_1, x_2, \dots, x_n انتخاب می‌شوند. برای نمونه j ام، خروجی فرایند $y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{nj}$ است. نقاط $(x_1, y_{1j}), (x_2, y_{2j}), \dots, (x_n, y_{nj})$ مجموعه نقاطی هستند که در زمان j ام بر آنها رابطه (۱) برازش می‌شود.

۲-۱- نمودار کنترل T^2

در مبحث کنترل فرایند آماری، برای پایش یک فرایند که دارای بیش از یک متغیر بوده و متغیرهای آن وابسته هستند می‌توان از نمودارهای کنترل چند متغیره مانند T^2 استفاده کرد. از آنجا که برآوردهای پارامترهای یک رگرسیون خطی ساده (a_0, a_1) از طریق روش حداقل مربعات خطا وابسته هستند، می‌توان آنها را از طریق یک نمودار کنترل T^2 به طور همزمان پایش کرد [۸]. در این نمودار کنترل، آماره نمونه

$$T_j^2 = (z_j - \mu)^T S^{-1} (z_j - \mu) \quad (2)$$

است که در آن

$$z_j = (a_{0j}, a_{1j})^T, \quad \mu = (A_0, A_1), \quad S = \begin{pmatrix} \sigma_0^2 & \sigma_{01}^2 \\ \sigma_{01}^2 & \sigma_1^2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$
$$a_{0j} = \bar{y}_j - a_{1j} \bar{x}, \quad a_{1j} = \frac{s_{xy(j)}}{s_{xx}},$$

$$\sigma_0^2 = \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{s_{xx}} \right), \quad \sigma_1^2 = \frac{\sigma^2}{s_{xx}}, \quad \sigma_{01}^2 = -\sigma^2 \frac{\bar{x}}{s_{xx}}.$$

هنگامی که فرایند تحت کنترل است، T_j^2 توزیع مربع کای با ۲

۱- مقدمه

در بسیاری از کاربردهای کنترل فرایند آماری، از تابع توزیع یک یا چند مشخصه کیفی برای توصیف کیفیت محصول یا عملکرد فرایند استفاده می‌شود. در بعضی از مواقع، عملکرد یک فرایند یا کیفیت محصول به وسیله رابطه بین متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل توصیف می‌شود که محققان این رابطه را پروفایل می‌نامند. این رابطه می‌تواند خطی ساده، خطی چندگانه، چندجمله‌ای، غیرخطی و یا حتی پیچیده‌تر باشد. در مراجع [۸]، [۱۴]، [۱۶]، [۱۷]، [۱۹]، [۲۰]، [۲۱] کاربردهای عملی از پروفایل‌ها معرفی شده‌اند. روشهای زیادی برای پایش پروفایل‌های خطی ساده در فاز ۱ و ۲ توسط محققان ارائه شده است. در فاز ۱، پایداری فرایند مورد ارزیابی قرار گرفته و پارامترهای مدل تخمین زده می‌شوند، درحالیکه هدف اصلی فاز ۲ کشف تغییرات در فرایند در زودترین زمان ممکن است. در مرجع [۸] دو روش T^2 و $EWMA/R$ برای پایش پروفایل‌های خطی ساده در هر دو فاز ۱ و ۲ ارائه شده‌اند. در مرجع [۱۱] از طریق کد کردن مقادیر x و تغییر میانگین آنها به مقدار صفر، برآوردهای پارامترهای رگرسیون مستقل شده و سپس سه نمودار کنترل $EWMA$ مجزا برای پایش عرض از مبدا، شیب و انحراف معیار خطا پیشنهاد شده است. استفاده از یک آزمون F برای پایش ضرایب رگرسیون در کنار یک نمودار کنترل تک متغیره برای پایش انحراف معیار خطا در فاز ۱ پروفایل‌های خطی ساده در مرجع [۱۴] پیشنهاد شده است. مرجع [۱۵] مدل خطی تعمیم یافته را همزمان با نمودار کنترل R برای پایش پروفایل‌های خطی ساده معرفی می‌نماید. مرجع [۱] استفاده از نمودارهای کنترل چندمتغیره با حافظه $MCUSUM$ یا $MEWMA$ همراه یک نمودار مربع کای را برای بهبود پایش پروفایل‌های خطی ساده در فاز ۲ پیشنهاد کرده است. مراجع [۱۳] و [۲۲]، روش‌هایی بر اساس آماره‌های نسبت درستنمایی برای پایش پروفایل‌های خطی ساده به ترتیب در فاز ۱ و ۲ فاز ۱ ارائه کرده‌اند. مرجع [۵] عملکرد روش ارائه شده در [۱۱] را با روش ارائه شده در [۲]، مقایسه کرده است. روشهایی نیز توسط محققان برای پایش پروفایل‌های پیچیده‌تر همچون پروفایل‌های چندجمله‌ای و پروفایل‌های غیرخطی ارائه شده است که از جمله می‌توان به مراجع [۴]، [۷]، [۹]، [۱۰]، [۱۸] اشاره کرد.

(تعداد متغیرها) درجه آزادی دارد. بنابراین حد کنترل بالا برای این نمودار $UCL = \chi_{2,\alpha}^2$ است که صدک α ام در توزیع مربع کای با دو درجه آزادی است.

۲-۲- نمودار کنترل EWMA/R

همانگونه که در مقدمه گفته شد، یکی از روشهایی که در [۸] برای پایش پروفایل‌های خطی ساده پیشنهاد شده است روش EWMA/R می‌باشد. در این روش از نمودار کنترل EWMA/R برای پایش میانگین باقیمانده‌ها و از نمودار R برای پایش انحراف معیار آنها استفاده شده است. در نمودار کنترل EWMA، زامین آماره نمونه

$$z_j = \theta \bar{e}_j + (1 - \theta)z_{j-1} \quad (۴)$$

است که در آن $0 < \theta \leq 1$ ثابت هموارسازی بوده و

$$e_{ij} = y_{ij} - A_0 - A_1 x_i, \quad \bar{e}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_{ij}, \quad z_0 = 0 \quad (۵)$$

حدود کنترل بالا و پایین این نمودار به صورت رابطه ۶ هستند:

$$UCL = L\sigma \sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)n}} \quad \text{و} \quad LCL = -L\sigma \sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)n}} \quad (۶)$$

در رابطه‌های اشاره شده، $L(>0)$ ثابتی است که برای بدست آوردن ARL تحت کنترل مشخص مورد استفاده قرار می‌گیرد. آماره نمونه‌ی نمودار R که برای پایش انحراف معیار باقیمانده‌ها پیشنهاد شده است به صورت $R_j = \max(e_{ij}) - \min(e_{ij})$ است. حدود کنترل بالا و پایین نمودار R به قرار رابطه ۷ است:

$$UCL = \sigma(d_2 + Ld_3), \quad LCL = \sigma(d_2 - Ld_3) \quad (۷)$$

در رابطه ۷، $L(>0)$ ثابتی است که برای بدست آوردن ARL تحت کنترل مشخص استفاده می‌شود. d_2 و d_3 مقادیر ثابتی هستند که به اندازه نمونه بستگی دارند.

۲-۳- نمودار کنترل EWMA - ۳

در این روش که در [۱۱] معرفی شده است، ابتدا مقادیر X به گونه‌ای که میانگین آنها برابر صفر شود، کد می‌شوند. زیرا با کد کردن، برآوردکننده‌های حداقل مربعات شیب و عرض از مبدا برای هر نمونه، متغیرهای تصادفی مستقل شده و نیاز به رویکرد T^2 از بین می‌رود. پس از کد کردن مقادیر X، مدل ۸ جایگزین مدل اصلی در (۱) می‌شود:

$$Y_{ij} = B_0 + B_1 X'_i + \varepsilon_{ij}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (۸)$$

که در آن $X'_i = (X_i - \bar{X})$ و $B_1 = A_1$ ، $B_0 = A_0 + A_1 \bar{X}$

برای j امین نمونه، برآوردکننده حداقل مربعات B_0 به صورت $b_{0j} = \bar{y}_j$ بوده و برآوردکننده حداقل مربعات B_1 با

برآوردکننده حداقل مربعات A_1 در (۳) یکسان است. b_{0j} و b_{1j} دارای توزیع نرمال به ترتیب با میانگین‌های B_0 و B_1 و واریانس‌های $\frac{\sigma^2}{n}$ و $\frac{\sigma^2}{S_{xx}}$ هستند. همچنین کوواریانس بین

b_{0j} و b_{1j} برابر صفر است. بنابراین از نمودارهای کنترل مجزا بدون روبرو شدن با مشکل همبسته بودن برآوردکننده‌ها استفاده می‌شود. روش پیشنهادی [۱۱] برای کشف شیفیت در پارامترهای مدل، استفاده از نمودارهای کنترل تک متغیره مجزا است. در این روش، نمودارهای EWMA برای پایش شیب، عرض از مبدا و پراکندگی خطاها پیشنهاد شده‌اند.

در نمودار EWMA برای پایش عرض از مبدا، B_0 ، از برآوردکننده عرض از مبدا، b_{0j} ، برای محاسبه آماره EWMA استفاده می‌شود.

$$EWMA_I(j) = \theta b_{0j} + (1 - \theta)EWMA_I(j-1), \quad j=1,2,\dots,n \quad (۹)$$

در رابطه ۹، $0 < \theta \leq 1$ ثابت هموارسازی بوده و $EWMA_I(0) = B_0$ است.

حدود کنترل بالا و پایین نمودار به صورت رابطه ۱۰ است:

$$LCL = B_0 - L_I \sigma \sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)n}}$$

$$UCL = B_0 + L_I \sigma \sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)n}} \quad (۱۰)$$

در (۱۰)، $L_I(>0)$ به گونه‌ای انتخاب می‌شود تا ARL تحت کنترل مشخصی به دست آید.

برآوردهای شیب B_1 ، b_{1j} در نمودار EWMA برای پایش شیب استفاده می‌شوند. آماره EWMA برای پایش شیب به صورت رابطه ۱۱ محاسبه می‌شود:

$$EWMA_S(j) = \theta b_{1j} + (1 - \theta)EWMA_S(j-1), \quad j=1,2,\dots,n \quad (۱۱)$$

در (۱۱)، $0 < \theta \leq 1$ ثابت هموارسازی بوده و $EWMA_S(0) = B_1$ است. حدود کنترل بالا و پایین نمودار به صورت رابطه ۱۲ است:

$$LCL = B_1 - L_S \sigma \sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)S_{xx}}}$$

$$UCL = B_1 + L_S \sigma \sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)S_{xx}}} \quad (۱۲)$$

در رابطه ۱۲، $L_S(>0)$ به گونه‌ای انتخاب می‌شود تا ARL تحت کنترل مشخصی به دست آید.

در نهایت از نمودار EWMA بر اساس رویکرد ارائه شده در [۳] برای پایش پراکندگی خطا استفاده می‌شود. در این روش، مقدار MSE_j (برآوردکننده معمول σ^2 بر اساس باقیمانده‌های

$$\chi_j^2 = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n e_{ij}^2 \quad (17)$$

این آماره توزیع χ^2 با n درجه آزادی دارد، بنابراین حد کنترل بالا برای این آماره به صورت رابطه ۱۸ تعریف می‌شود:

$$UCL = \chi_{\alpha, n}^2 \quad (18)$$

اگر $\chi_j^2 > \chi_{\alpha, n}^2$ شود، فرایند خارج از کنترل آماری است.

۲-۵- نمودار کنترل $MEWMA/\chi^2$

در این روش از نمودار $MEWMA$ پیشنهادی [۱۲] برای پایش عرض از مبدا و شیب و از آماره و حد کنترل یاد شده در روابط (۱۷) و (۱۸) برای پایش انحراف معیار خطا استفاده شده است [۱].

آماره $MEWMA$ پیشنهادی [۱۲] به صورت رابطه ۱۹ تعریف می‌شود:

$$z_j = \theta x_j + (1-\theta)z_{j-1} \quad (19)$$

در رابطه ۱۹، z_j ، z_{j-1} ، z_0 ، میانگین بردار مشاهده‌ها تحت کنترل و مشاهده است و z_0 ، میانگین بردار مشاهده‌ها تحت کنترل و $0 < \theta \leq 1$ ثابت هموارسازی می‌باشد.

مقدار آماره ای که بر روی نمودار کنترل ترسیم می‌شود به صورت رابطه ۲۰ است:

$$T_j^2 = z_j' \Sigma_{z_j}^{-1} z_j \quad (20)$$

در رابطه ۲۰، ماتریس کواریانس به صورت رابطه ۲۱ محاسبه می‌شود:

$$\Sigma_{z_j} = \frac{\theta}{2-\theta} [1 - (1-\theta)^{2j}] \Sigma \quad (21)$$

در صورتی که z_j بزرگ باشد، می‌توان ماتریس کواریانس z_j امین $EWMA$ را به صورت رابطه ۲۲ ساده کرد:

$$\Sigma_{z_j} = \frac{\theta}{2-\theta} \Sigma \quad (22)$$

در روش پیشنهادی [۱]، بردار x_j ، بردار برآوردکننده‌های حداقل مربعات عرض از مبدا و شیب پروفایل z ام و Σ ماتریس کواریانس برآوردکننده‌های یاد شده است. z_0 بردار مقادیر معلوم پارامترهای عرض از مبدا و شیب می‌باشد.

در نمودار $MEWMA$ ، زمانی که T_j^2 بزرگ‌تر از حد کنترل بالا شود فرایند خارج از کنترل آماری اعلام می‌شود. حد کنترل بالا به گونه‌ای تعیین می‌شود که ARL تحت کنترل مشخصی برای نمودار به دست آید.

۲-۶- نمودار کنترل GLT/R

در این روش، از یک آماره F به منظور انجام آزمون فرض (۲۳) استفاده می‌شود.

$$H_0: \text{Intercept} = B_0, \text{Slope} = B_1$$

مربوط به خط برازش شده در نمونه z ام) برای محاسبه آماره‌ی $EWMA$ استفاده می‌شود.

$$EWMA_E(j) = \max\{\theta \ln(MSE_j) + (1-\theta)EWMA_E(j-1), \ln(\sigma_0^2)\} \\ j = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

در این رابطه $0 < \theta \leq 1$ ثابت هموارسازی بوده و $EWMA_E(0) = \ln(\sigma_0^2)$.

در این رویکرد، مقدار σ_0^2 ، مقدار تحت کنترل σ^2 ، برابر یک فرض شده است، بنابراین $EWMA_E(0) = 0$. زمانی که $EWMA_E(j)$ بزرگ‌تر از حد کنترل بالا شود، فرایند خارج از کنترل آماری است. حد کنترل بالا به صورت رابطه ۱۴ است:

$$UCL = L_E \sqrt{\frac{\theta \text{var}[\ln(MSE_j)]}{(2-\theta)}} \\ \text{Var}[\ln(MSE_j)] = \frac{2}{(n-2)} + \frac{2}{(n-2)^2} + \frac{4}{3(n-2)^3} - \frac{16}{15(n-2)^5} \quad (14)$$

در رابطه ۱۴، $L_E (> 0)$ به گونه‌ای انتخاب می‌شود تا ARL تحت کنترل مشخصی به دست آید.

۲-۴- نمودار کنترل $MCUSUM/\chi^2$

در این روش از نمودار کنترل $MCUSUM$ پیشنهادی [۶] برای پایش عرض از مبدا و شیب و از یک نمودار مربع کای برای پایش پراکندگی خطا استفاده می‌شود [۱]. آماره $MCUSUM$ به صورت رابطه ۱۵ است:

$$S_j = \max(S_{j-1} + a'(x_j - \mu_G) - .5D, 0) \quad (15)$$

در رابطه ۱۵ تساوی‌های رابطه ۱۶ برقرار است:

$$a' = \frac{(\mu_B - \mu_G)' \Sigma^{-1}}{\sqrt{(\mu_B - \mu_G)' \Sigma^{-1} (\mu_B - \mu_G)}} \quad (16)$$

همچنین، بردار x_j بردار برآوردکننده‌های حداقل مربعات عرض از مبدا و شیب پروفایل z ام و Σ ماتریس کواریانس برآوردکننده‌های یاد شده است. μ_G بردار مقادیر معلوم پارامترهای عرض از مبدا و شیب و μ_B بردار مقادیر پارامترها با اعمال کوچک‌ترین شیفتی است که باید به کشف آن پرداخت. این آماره دارای حد کنترل بالای UCL است که این حد کنترل بالا به گونه‌ای انتخاب می‌شود که ARL تحت کنترل دلخواهی به دست آید. اگر آماره S_j بزرگتر از UCL شود، فرایند خارج از کنترل آماری اعلام می‌شود.

برای پایش پراکندگی، آماره ۱۷ پیشنهاد شده است [۱]:

$$H_1: \text{Intercept} \neq B_0, \text{Slope} \neq B_1 \quad (23)$$

در رابطه (23)، B_0 و B_1 مقادیر تحت کنترل پارامترهای رگرسیون در رابطه (8) هستند.

$$F^*_j = \left[\sum_{i=1}^n (Y_{ij} - B_0 - B_1 X_{ij})^2 - \sum_{i=1}^n (Y_{ij} - b_{0j} - b_{1j} X_{ij})^2 \right] / 2 \div \left[\sum_{i=1}^n (Y_{ij} - b_{0j} - b_{1j} X_{ij})^2 / (n-2) \right] \quad (24)$$

اگر $F^*_j < F_{(1-\alpha; df(Rj) - df(Fj), df(Fj))}$ فرض H_0 پذیرفته شده، یعنی عرض از مبدا و شیب تحت کنترل هستند. در نامساوی (24)، $df(Rj)$ درجه آزادی رگرسیون بوده و برابر است با تعداد پارامترها و $df(Fj)$ درجه آزادی خطاست و برابر با تفاضل تعداد نمونه، n از تعداد پارامترها است.

همچنین، برای پایش پراکندگی خطا به طور همزمان از نمودار R پیشنهادی [8] استفاده می‌شود. در قسمت 2-2 به چگونگی استفاده از این نمودار اشاره شده است.

3- روش پیشنهادی

در این مقاله، ابتدا مقادیر X به گونه ای کد می‌شوند که برآوردکننده‌های پارامترهای شیب و عرض از مبدا از یکدیگر مستقل شوند. سپس از سه نمودار کنترل مجزای $CUSUM$ برای تشخیص شیفت در پارامترهای مدل یعنی عرض از مبدا، شیب و پراکندگی خطا استفاده می‌شود. سه نمودار کنترل $CUSUM$ به صورت همزمان استفاده می‌شوند و وقوع شیفت در هر یک از این نمودارها نشان دهنده وقوع شیفت در فرایند است. به دلیل کد کردن مقادیر X ، مدل مورد مطالعه مدل ارائه شده در (8) خواهد بود.

در نمودار کنترل $CUSUM$ پیشنهادی برای پایش عرض از مبدا، از برآوردکننده عرض از مبدا، b_{0j} ، استفاده شده و آماره $CUSUM$ محاسبه می‌شود. آماره $CUSUM^+$ برای تشخیص شیفت‌های مثبت و آماره $CUSUM^-$ برای تشخیص شیفت‌های منفی به کار می‌رود.

$$CUSUM^+_{i(j)} = \max[0, b_{0j} - (B_0 + K_I) + CUSUM^+_{i(j-1)}] \\ CUSUM^-_{i(j)} = \max[0, (B_0 - K_I) - b_{0j} + CUSUM^-_{i(j-1)}] \quad (25)$$

در رابطه‌های اخیر، مقادیر اولیه $CUSUM^+$ و $CUSUM^-$ $i(j)$ صفر در نظر گرفته می‌شوند. در این روابط، K_I مقدار ماخذ عرض از مبدا نامیده می‌شود که معمولاً مقدار آن برابر با نصف فاصله بین مقدار هدف B_0 و مقدار میانگین مربوط به حالت خارج از کنترل یا $B_0' = B_0 + \Delta$ انتخاب می‌شود. به عبارت دیگر، K_I برابر با نصف اندازه تغییری است که باید به وجود آن پی برد یا $K_I = \Delta/2$. باید توجه داشت که $CUSUM^+_{i(j)}$ و $CUSUM^-_{i(j)}$ انحرافات از مقدار B_0 که بیشتر از K باشند را با یکدیگر جمع می‌کنند و اگر هر یک از آنها منفی گردد به طور

خودکار مقدار آن برابر با صفر قرار داده می‌شود. اگر هر یک از مقادیر $CUSUM^+$ و $CUSUM^-$ بزرگتر از حد کنترل UCL_I گردد، آنگاه فرایند خارج از کنترل اعلام می‌شود. مقدار UCL_I به گونه‌ای انتخاب می‌شود تا ARL تحت کنترل مشخصی به دست آید. برآوردهای شیب، b_{1j} ، در نمودارهای $CUSUM$ برای پایش شیب به صورت رابطه 26 محاسبه می‌شود:

$$CUSUM^+_{s(j)} = \max[0, b_{1j} - (B_1 + K_S) + CUSUM^+_{s(j-1)}] \\ CUSUM^-_{s(j)} = \max[0, (B_1 - K_S) - b_{1j} + CUSUM^-_{s(j-1)}] \quad (26)$$

که در آن $CUSUM^+_{s(0)} = CUSUM^-_{s(0)} = 0$ مقدار K_S مقدار ماخذ شیب بوده و UCL_S حد کنترل بالای نمودار کنترل شیب است. اگر هر یک از مقادیر $CUSUM^+$ و $CUSUM^-$ بزرگتر از حد کنترل UCL_S گردد، آنگاه فرایند خارج از کنترل اعلام می‌گردد.

بالاخره در این روش از آماره MSE_j برای محاسبه آماره $CUSUM$ پیشنهادی برای پایش انحراف معیار استفاده می‌شود.

$$CUSUM^+_{E(j)} = \max[0, MSE_j - K_E + CUSUM^+_{E(j-1)}] \\ CUSUM^-_{E(j)} = \min[0, MSE_j - K_E + CUSUM^-_{E(j-1)}] \quad (27)$$

که در آن $CUSUM^+_{E(0)} = CUSUM^-_{E(0)} = 0$ مقدار K_E مقدار ماخذ بوده و UCL_E حد کنترل است. اگر هر یک از مقادیر $CUSUM^+$ و $CUSUM^-$ بزرگتر از حد کنترل UCL_E گردد، آنگاه فرایند خارج از کنترل اعلام می‌گردد.

4- مقایسه عملکرد روش پیشنهادی با روش‌های

موجود

در این بخش، با استفاده از معیار متوسط طول دنباله، ARL ، به مقایسه عملکرد روش پیشنهادی با روش‌های موجود در فاز 2 پرداخته شده است. بدین منظور از مثال پیشنهادی در [8] یعنی $Y_{ij} = 3 + 2X_i + \varepsilon$ که در آن $X = 2, 4, 6, 8$ (با میانگین 5) و $\varepsilon \sim N(0, 1)$ می‌باشد استفاده شده است. شبیه‌سازی‌ها در این مرجع به گونه‌ای بوده است که ARL تحت کنترل 200 حاصل شود. از آنجا که مایل به مقایسه عملکرد روش خود با روش ارائه شده در این مرجع بوده، طراحی نمودارهای کنترل به گونه‌ای صورت گرفته‌اند که در انتها به ARL تحت کنترل نزدیک به 200 دست یافت. با توجه به رابطه (8) مقادیر X مورد مطالعه در روش ما 3، 1، 1 و 3- با میانگین صفر هستند و مدل تبدیل شده‌ای که به بررسی آن پرداخته می‌شود $Y_{ij} = 13 + 2X_i + \varepsilon$ است که در آن $\varepsilon \sim N(0, 1)$ ها هم توزیع بوده و مستقل از هم هستند. برای محاسبه هر مقدار ARL

تعداد تکرارهای شبیه‌سازی ۱۰۰۰۰ مرتبه بوده است.

در این روش، طراحی نمودارهای مجزای $CUSUM$ به گونه‌ای بوده که هر سه نمودار $CUSUM$ دارای ARL تحت کنترل برابر باشند. گفتنی است به این علت که به بررسی شیفت‌های مثبت پرداخته شده است، آماره‌های $CUSUM^+$ برای پیش‌فرایند به کار برده شده‌اند. در مورد نمودار $CUSUM$ ای که برای پیش‌عرض از مبدا طراحی شده، حد کنترل، UCL_1 ، $1/195$ و مقدار ماخذ، K_1 ، $0/5$ انتخاب شده‌اند. حد کنترل و مقدار ماخذ نموداری که برای پیش‌شیب طراحی شده است به ترتیب $1/8$ و $0/05$ انتخاب شده‌اند. در پایان نموداری که پراکندگی خطا را پیش‌می‌کند، دارای حد کنترل $2/51$ و مقدار ماخذ 2 می‌باشد. ARL تحت کنترل هر یک از این سه نمودار نزدیک به میزان 570 بوده و ترکیب این سه نمودار کنترل دارای ARL تحت کنترل نزدیک به میزان 200 است. شایان گفتن است که مقادیر ماخذ برای هر یک از نمودارها بر مبنای میزان شیفتی که مایل به کشف آن هستیم و توضیحاتی که پیشتر به آن اشاره شد تعیین شده و حدود کنترل هر یک از نمودارها با استفاده از شبیه‌سازی تعیین شده‌اند.

در شبیه‌سازیهای انجام شده، چهار شیفت مختلف شامل شیفت در عرض از مبدا، شیفت در شیب رابطه‌های (۱) و (۸) و شیفت در پراکندگی خطا مورد بررسی قرار گرفته‌اند. شیفت‌های مورد بررسی نیز مانند شیفت‌هایی است که در مرجع [۸] مورد مطالعه قرار گرفته‌اند.

جدول ۱ مقادیر ARL خارج از کنترل را زمانی که در A_0 (یا به‌طور معادل در B_0) شیفت‌هایی که مضاربی از σ هستند رخ داده است، نشان می‌دهد. همانگونه که دیده می‌شود، روش پیشنهادی در تشخیص شیفت‌های متوسط تا بزرگ، به جز بزرگترین شیفت که در آن T^2 بهترین عملکرد را دارد بهتر از سایر روشها عمل می‌کند. اما در شیفت‌های کوچک دارای عملکرد ضعیف‌تری نسبت به روشهای $EWMA/R$ ، $EWMA-3$ ، $MCUSUM/\chi^2$ و $MEWMA/\chi^2$ می‌باشد.

در جدول ۲ مقادیر ARL خارج از کنترل برای زمانی که در A_1 شیفت‌هایی از مضارب σ رخ می‌دهند، ارائه شده است. دقت شود که شیفت در شیب مدل اصلی در رابطه (۱) معادل شیفت همزمان در عرض از مبدا و شیب مدل تغییر فرم یافته در رابطه (۸) است. در تشخیص این نوع شیفت، به جز دو شیفت آخر که در آنها روش پیشنهادی $CUSUM-3$ به همراه $MEWMA/\chi^2$ قوی‌ترین عملکرد را دارا هستند، دو روش $MCUSUM/\chi^2$ و $MEWMA/\chi^2$ دارای بهترین عملکرد هستند. عملکرد $CUSUM-3$ در تشخیص شیفت‌های بسیار کوچک و تقریباً

بزرگ در مرتبه بعدی قرار داشته در حالی که در تشخیص شیفت‌های کوچک و متوسط نمودار $CUSUM-3$ نیز پس از دو روش یاد شده بهتر از روش پیشنهادی عمل می‌کند.

به منظور مقایسه دقیق‌تر دو رویکرد $CUSUM-3$ و $CUSUM-3$ در مورد شیفت‌های بسیار کوچک، شیفت‌های $EWMA-3$ در $EWMA-3$ نیز در $0/25$ و $0/15$ و $0/05$ ایجاد و بررسی گردید که نتایج بدست آمده طبق جدول ۳ نشان‌دهنده عملکرد بهتر روش $CUSUM-3$ هستند.

جدول (۳): مقایسات ARL تحت شیفت‌های بسیار کوچک در شیب

از A_1 به $A_1 + \beta\sigma$

Chart \ β	$0/005$	$0/01$	$0/015$	$0/02$
$EWMA-3$	۱۹۱/۱	۱۷۳/۶	۱۴۸/۱	۱۲۴/۸
$CUSUM-3$	۱۷۲/۴	۱۴۰/۷	۱۱۹/۱	۱۰۰/۸

در جدول ۴، مقادیر ARL خارج از کنترل برای زمانی که شیفت‌هایی در پراکندگی خطا رخ می‌دهند، گزارش شده است. همانطور که دیده می‌شود، روش پیشنهادی در شیفت‌های کوچک تا متوسط دارای بهترین عملکرد بوده و با افزایش اندازه شیفت نیز عملکرد آن مناسب بوده و در کنار روش‌های $MCUSUM/\chi^2$ و $MEWMA/\chi^2$ بهترین عملکرد را داراست.

جدول ۵ نتایج حاصل از شیفت در شیب مدل تغییر فرم یافته در (A_1) ، را نشان می‌دهد. از آنجا که مقادیر ARL تحت شیفت δ در شیب مدل تغییر فرم یافته حول $\delta=0$ متقارن هستند [۱۱]، از شیفت‌های مثبت در جدول ۵ استفاده شده است. این ویژگی کمک می‌کند که بتوان از آماره‌های $CUSUM^+$ طراحی شده، برای بررسی این نوع شیفت نیز استفاده کرد. همانگونه که در جدول ۵ دیده می‌شود، اگرچه روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های $MCUSUM/\chi^2$ و $MEWMA/\chi^2$ برای تشخیص شیفت‌های کوچک تا متوسط از عملکرد بهتری برخوردار است، اما در مقایسه با سایر روشها، به جز در کوچکترین شیفت عملکرد چندان خوبی ندارد. علت این امر مقدار ماخذی است که برای پیش‌شیب انتخاب شده است یعنی مقدار $0/05$. این میزان در مقایسه با شیفت‌هایی که در این جدول به بررسی آنها پرداخته شده یعنی $0/2$ ، $0/3$ ، ... و 1 مقداری ناچیز است. زیرا همانطور که پیشتر گفته شد مقدار ماخذ برابر است با نصف میزان تغییری که مایل به تشخیص آن بوده و در بخش ۵ به تفصیل در رابطه با تاثیر مقدار ماخذ بر عملکرد روش $CUSUM-3$ بحث خواهد شد.

در مرجع [۱۵] روش GLT/R با دو روش ارائه شده در مرجع [۸] یعنی روش‌های $EWMA/R$ و T^2 مقایسه شده است.

را کشف و فرایند را اصلاح نماید.

۵- بررسی اثر مقدار ماخذ K

هدف از این بخش، بررسی اثر مقدار ماخذ روی عملکرد روش پیشنهادی و نیز مقایسه عملکرد روش های یاد شده در بخش ۲ با روش ۳- CUSUM به ازای مقادیر ماخذ متفاوت است.

در قسمت اول به مطالعه عملکرد نمودار کنترل ۳- CUSUM با دو مقدار مختلف K برای نمودارهای عرض از مبدا و شیب پرداخته شده است که K اول کوچکتر از مقداری است که پیش از این در نظر گرفته شده بود و دومین K بزرگتر از آن مقدار است. در نمودار CUSUM ای که برای پایش عرض از مبدا طراحی شده مقادیر ماخذ ۰/۲ و ۰/۸ و به ترتیب حدودکنترل ۲/۷ و ۰/۶۹۱ انتخاب شده و در مورد نموداری که برای پایش شیب طراحی شده مقادیر ماخذ ۰/۲۵ و ۰/۱ و به ترتیب حدود کنترل ۲/۶۴ و ۱/۱۱ انتخاب شده و ARL های تحت کنترل نزدیک ۵۷۰ حاصل شده اند. از آنجا که روش پیشنهادی به ازای مقدار ماخذ انتخاب شده برای پایش پراکندگی خطا در تمامی شیفت ها دارای عملکردی مناسب است، نیازی به تغییر مقدار ماخذ این نمودار احساس نشده است.

نتایج حاصل از این بررسی ها در جداول ۶ و ۷ آورده شده اند. جدول ۶ نشان دهنده وقوع شیفت در عرض از مبدا بوده و جدول ۷ نمایانگر وقوع شیفت در شیب مدل اصلی است. سطرهای این جداول عملکرد روش ۳- CUSUM با مقادیر مختلف K به ترتیب از کوچک تا بزرگ را نشان می دهند. یعنی برای بدست آوردن نتایج ارائه شده در سطر اول این جداول از مقدار ماخذ ۰/۲ برای نمودار عرض از مبدا و مقدار ماخذ ۰/۲۵ برای نمودار شیب استفاده شده است. نتایج حاصل از روش ۳- CUSUM در بخش قبل با مقادیر ماخذ ۰/۵ و ۰/۰۵ برای عرض از مبدا و شیب در سطر دوم این دو جدول گزارش شده اند و در نهایت از مقادیر ماخذ ۰/۸ و ۰/۱ در نمودارهای جمع تجمعی عرض از مبدا و شیب استفاده شد و نتایج گزارش شده در سطر سوم بدست آمدند.

بر اساس نتایج جداول ۶ و ۷ می توان نتیجه گرفت با تخصیص مقادیر کوچک به K قادر به تشخیص سریعتر شیفت های کوچک بوده و با تغییر این مقدار به عددی بزرگ می توان شیفت های بزرگ را زودتر تشخیص داد. بعلاوه، در صورت تمایل به کشف تغییرات در کل محدوده شیفت ها، بهترین مقدار ماخذ نصف میانه شیفتی است که مایل به کشف

اما از آنجا که مقادیر X استفاده شده در این مرجع اعداد ۱، ۲، ۰، ۰، ۱۰ بوده و متفاوت از X هایی است که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته اند، امکان مقایسه مستقیم این روش با سایر روش ها از جمله روش پیشنهادی نیست. بنابراین به بررسی غیرمستقیم این امر پرداخته شده است.

در تشخیص شیفت در عرض از مبدا مدل (۱) روش GLT/R با فاصله قابل توجهی ضعیف تر از دو روش ارائه شده در [۸] عمل می کند. اما همانگونه که از جدول ۱ پیداست روش پیشنهادی در تشخیص تمامی شیفت ها به جز آخرین شیفت عملکرد بهتری از روش T^2 داشته و تنها در تشخیص شیفت های کوچک با فاصله ای نه چندان زیاد عملکردی ضعیف تر از روش EWMA/R را داراست.

در مورد شیفت در شیب نیز روش GLT/R نسبت به دو روش EWMA/R و T^2 دارای عملکرد ضعیف تری است درحالی که با توجه به نتایج ارائه شده در جدول ۲، روش ۳- CUSUM از هر دوروش یاد شده قوی تر عمل می کند.

عملکرد روش GLT/R در تشخیص شیفت در پراکندگی خطا کاملاً یکسان با روش EWMA/R بوده و بهتر از روش T^2 است. روش پیشنهادی در این مقاله در تمامی شیفت ها حتی از روش EWMA/R نیز بهتر عمل می کند.

در مورد وقوع شیفت در شیب مدل تغییر فرم یافته در رابطه (۸)، از آنجا که اندازه شیفت های مورد مطالعه در [۱۵] متفاوت از اندازه شیفت هایی است که در این مقاله و در جدول ۵ مورد بررسی قرار گرفته اند، امکان مقایسه این دو روش وجود نداشته است.

به طور کلی، روش پیشنهادی دارای عملکرد مناسبی در کلیه شیفت ها در پارامترهای مدل اصلی در رابطه (۱) می باشد. اگرچه عملکرد روش پیشنهادی ۳- CUSUM در بعضی از شیفت ها از جمله شیفت در شیب مدل اصلی بدتر از روشهای $MCUSUM/\chi^2$ و $MEWMA/\chi^2$ می باشد لیکن تفسیرپذیری روش در کشف پارامتر عامل شیفت از جمله مزایای روش پیشنهادی بر روشهای یاد شده است. به عبارت دیگر بعد از کشف حالت خارج از کنترل توسط هر یک از روشها، روش ۳- CUSUM به دلیل اینکه از ۳ نمودار کنترل مجزا برای پایش هر یک از پارامترهای مدل استفاده می کند قادر است مشخص کند شیفت در کدام یک از پارامترهای مدل رگرسیون شامل عرض از مبدا، شیب و یا انحراف معیار باعث ایجاد حالت خارج از کنترل شده است. بدیهی است دانستن پارامتر خارج از کنترل به مهندس کیفیت کمک می کند تا زودتر بتواند علت غیر تصادفی

۶- نتیجه

در این مقاله روشی جدید به منظور بهبود پایش پروفایل‌های خطی ساده در فاز ۲ ارائه شد. در این روش استفاده همزمان از سه نمودار کنترل $CUSUM$ به منظور پایش عرض از مبدا، شیب و پراکندگی خطا پیشنهاد گردید. عملکرد این روش با استفاده از شبیه‌سازی بررسی و با روش‌های موجود T^2 , $EWMA/R$, $EWMA-3$, $MCUSUM/\chi^2$ و $MEWMA/\chi^2$ مقایسه شد. بررسی‌ها نشان داد که روش پیشنهادی در تشخیص بیش از ۶۰٪ شیفت‌های مورد مطالعه دارای بهترین عملکرد بوده و یا نزدیک و هم‌ردیف قوی‌ترین روش‌ها عمل می‌کند. تفسیرپذیری روش در کشف پارامتر عامل شیفت از مزایای روش پیشنهادی عنوان شد. همچنین مطالعات شبیه‌سازی نشان داد که می‌توان عملکرد روش پیشنهادی را با انتخاب مقدار مناسب K ، برای تشخیص شیفت‌های با اندازه‌های مختلف تقویت نمود. یعنی، در صورت تمایل به تشخیص شیفت‌های کوچک، مقدار K را کوچک در نظر گرفته، در نتیجه این روش دارای عملکرد بهتری در تشخیص شیفت‌های کوچک خواهد بود، به همین ترتیب در مورد شیفت‌های متوسط و بزرگ. لذا برای پایش پروفایل‌های خطی ساده در فاز ۲، روش $CUSUM-3$ به عنوان روشی کارا پیشنهاد می‌شود.

آن بوده. در این مطالعه این مقدار انتخاب شده و نتایج مناسبی حاصل شده است. حال اگر هدف، کشف شیفت‌های بزرگ و یا کوچک باشد بایستی به ترتیب از مقادیر ماکزیمم بزرگتر و یا کوچکتر استفاده کرد.

در ادامه به مقایسه عملکرد روش‌های اشاره شده در بخش ۲ با روش $CUSUM-3$ به ازای مقادیر ماکزیمم کوچک، متوسط و بزرگ پرداخته می‌شود. این امر از طریق استفاده همزمان جداول ۱ و ۶ جهت تشخیص شیفت در عرض از مبدا و جداول ۲ و ۷ برای تشخیص شیفت در شیب مدل اصلی میسر می‌گردد. همانگونه که دیده می‌شود، در تشخیص شیفت‌های کوچک در عرض از مبدا، با وجود اینکه مقادیر ARL با کاهش مقدار ماکزیمم کاهش یافته اند، اما همچنان روش‌های $MCUSUM/\chi^2$ و $MEWMA/\chi^2$ دارای عملکرد بهتری هستند و جایگاه روش پیشنهادی پس از این دو روش است. اما در تشخیص شیفت‌های متوسط و بزرگ در عرض از مبدا، به ترتیب با انتخاب مقادیر ماکزیمم متوسط و بزرگ، روش پیشنهادی بهترین عملکرد را در میان سایر روش‌ها داراست. درخصوص تشخیص شیفت‌های کوچک در شیب مدل اصلی، روش پیشنهادی با مقدار ماکزیمم کوچک پس از روش‌های $MCUSUM/\chi^2$ و $MEWMA/\chi^2$ دارای بهترین عملکرد بوده، در تشخیص شیفت‌های متوسط و بزرگ، با انتخاب مقادیر ماکزیمم متوسط و بزرگ، پس از روش $MEWMA/\chi^2$ در جایگاه دوم قرار دارد و در تشخیص بزرگترین شیفت، هم‌ردیف روش $MEWMA/\chi^2$ دارای بهترین عملکرد است.

جدول (۱): مقایسات ARL تحت شیفت در عرض از مبدا از A_0 به $A_0 + \lambda\sigma$

Chart \ λ	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱	۱/۲	۱/۴	۱/۶	۱/۸	۲
$EWMA/R$	۶۶/۵	۱۷/۷	۸/۴	۵/۴	۳/۹	۳/۲	۲/۷	۲/۳	۲/۱	۱/۹
T^2	۱۳۷/۷	۶۳/۵	۲۸	۱۳/۲	۶/۹	۴	۲/۶	۱/۸	۱/۵	۱/۲
$EWMA-3$	۵۹/۱	۱۶/۲	۷/۹	۵/۱	۳/۸	۳/۱	۲/۶	۲/۳	۲/۱	۱/۹
$MCUSUM/\chi^2$	۳۳/۵	۱۲/۲	۷/۳	۵/۱	۳/۹	۳/۱	۲/۶	۲	۱/۷	۱/۵
$MEWMA/\chi^2$	۳۹/۴	۱۲/۸	۶/۷	۴/۵	۳/۳	۲/۷	۲/۲	۱/۸	۱/۶	۱/۴
$CUSUM-3$	۷۲/۱	۲۰/۳	۸/۲	۴/۶	۳/۱	۲/۴	۱/۹	۱/۶	۱/۴	۱/۳

جدول (۲): مقایسات ARL تحت شیفت در شیب از A_1 به $A_1 + \beta\sigma$

Chart \ β	۰/۰۲۵	۰/۰۵	۰/۰۷۵	۰/۱	۰/۱۲۵	۰/۱۵	۰/۱۷۵	۰/۲	۰/۲۲۵	۰/۲۵
$EWMA/R$	۱۱۹	۴۳/۹	۱۹/۸	۱۱/۳	۷/۷	۵/۸	۴/۷	۳/۹	۳/۴	۳
T^2	۱۶۶	۱۰۵/۶	۶۰/۷	۳۴/۵	۲۰/۱	۱۲/۲	۷/۸	۵/۲	۳/۷	۲/۷
$EWMA-3$	۱۰۱/۶	۳۶/۵	۱۷	۱۰/۳	۷/۲	۵/۵	۴/۵	۳/۸	۳/۳	۲/۹
$MCUSUM/\chi^2$	۵۶/۵	۲۱/۴	۱۲/۲	۸/۳	۶/۳	۵/۱	۴/۲	۳/۵	۳/۱	۲/۷
$MEWMA/\chi^2$	۵۹/۷	۲۲/۱	۱۱/۲	۷/۱	۵/۲	۴/۱	۳/۴	۲/۸	۲/۵	۲/۲
$CUSUM-3$	۸۵/۷	۳۷/۸	۱۹	۱۱/۱	۷/۲	۵	۳/۹	۳/۱	۲/۶	۲/۳

جدول (۴): مقایسات ARL تحت شیفت در انحراف معیار از σ به $\gamma\sigma$

Chart \ γ	۱/۲	۱/۴	۱/۶	۱/۸	۲	۲/۲	۲/۴	۲/۶	۲/۸	۳
EWMA/R	۲۴/۳	۱۲	۶/۱	۳/۹	۲/۹	۲/۳	۱/۹	۱/۷	۱/۵	۱/۴
T^2	۳۹/۶	۱۴/۹	۷/۹	۵/۱	۳/۸	۳	۲/۵	۲/۲	۲	۱/۸
EWMA-3	۳۳/۵	۱۲/۷	۷/۲	۵/۱	۳/۹	۳/۲	۲/۸	۲/۵	۲/۳	۲/۱
MCUSUM / χ^2	۳۷/۲	۱۱/۸	۵/۷	۳/۶	۲/۶	۲	۱/۷	۱/۵	۱/۴	۱/۳
MEWMA / χ^2	۳۵/۱	۱۱/۴	۵/۶	۳/۵	۲/۵	۲	۱/۷	۱/۵	۱/۴	۱/۳
CUSUM-3	۳۱/۲	۹/۴	۴/۸	۳/۲	۲/۴	۲	۱/۷	۱/۵	۱/۴	۱/۳

جدول (۵): مقایسات ARL تحت شیفت در شیب از B_1 به $B_1 + \delta\sigma$

Chart \ δ	-۰/۲	-۰/۳	-۰/۴	-۰/۵	-۰/۶	-۰/۷	-۰/۸	-۰/۹	۱
EWMA/R	۷۶/۷	۳۳/۷	۱۵/۳	۷/۵	۴/۲	۲/۶	۱/۸	۱/۴	۱/۲
T^2	۵۲/۲	۲۱/۲	۹/۶	۴/۹	۲/۹	۱/۹	۱/۵	۱/۲	۱/۱
EWMA-3	۱۲/۱	۶/۶	۴/۴	۳/۳	۲/۷	۲/۳	۲/۱	۱/۹	۱/۷
MCUSUM / χ^2	۱۲۳/۶	۵۴/۱	۲۲/۷	۱۰/۷	۵/۴	۳/۲	۲/۱	۱/۶	۱/۳
MEWMA / χ^2	۱۲۸/۹	۵۴/۳	۲۳	۱۰/۸	۵/۵	۳/۲	۲/۱	۱/۶	۱/۳
CUSUM-3	۱۲/۴	۷/۹	۵/۸	۴/۶	۳/۸	۳/۳	۲/۹	۲/۶	۲/۴

جدول (۶): بررسی اثر مقدار مآخذ از طریق مقایسات ARL تحت شیفت در عرض از مبدا از A_0 به $A_0 + \lambda\sigma$

Chart \ λ	-۰/۲	-۰/۴	-۰/۶	-۰/۸	۱	۱/۲	۱/۴	۱/۶	۱/۸	۲
CUSUM-3 (small K)	۳۹/۹	۱۳/۲	۷/۵	۵/۲	۴	۳/۳	۲/۸	۲/۵	۲/۲	۲/۱
CUSUM-3 (medium K)	۷۲/۱	۲۰/۳	۸/۲	۴/۶	۳/۱	۲/۴	۱/۹	۱/۶	۱/۴	۱/۳
CUSUM-3 (big K)	۹۷/۹	۳۶/۶	۱۳/۹	۶/۵	۳/۷	۲/۵	۱/۹	۱/۵	۱/۳	۱/۲

جدول (۷): بررسی اثر مقدار مآخذ از طریق مقایسات ARL تحت شیفت در شیب از A_1 به $A_1 + \beta\sigma$

Chart \ β	-۰/۰۲۵	-۰/۰۵	-۰/۰۷۵	-۰/۱	-۰/۱۲۵	-۰/۱۵	-۰/۱۷۵	-۰/۲	-۰/۲۲۵	-۰/۲۵
CUSUM-3 (small K)	۶۲/۳	۲۵/۶	۱۴/۱	۹/۴	۷	۵/۶	۴/۷	۴	۳/۵	۳/۲
CUSUM-3 (medium K)	۸۵/۷	۳۷/۸	۱۹	۱۱/۱	۷/۲	۵	۳/۹	۳/۱	۲/۶	۲/۳
CUSUM-3 (big K)	۱۰۶/۸	۵۲/۲	۲۸/۱	۱۵/۸	۹/۸	۶/۵	۴/۶	۳/۵	۲/۷	۲/۲

۷- مراجع

- [۱] نورالسنا، رسول؛ امیری، امیرحسین؛ "بهبود پایش پروفایل‌های خطی در فاز ۲"، مجله علمی و پژوهشی امیرکبیر، جلد ۱۸، ش ۶۶، ص ۱۹ تا ۲۷، ۱۳۸۶.
- [۲] Croarkin, C.; Varner, R.; "Measurement Assurance for Dimensional Measurements on Integrated-Circuit Photomasks". NBS Technical Note 1164, U.S. Department of Commerce, Washington, D.C., 1982.
- [۳] Crowder, S. V.; Hamilton, M. D.; "An EWMA for Monitoring a Process Standard Deviation", Journal of Quality Technology, Vol. 24, No. 1, p.p. 12-211, 1992.
- [۴] Ding, Y.; Zeng, L.; Zhou, S.; "Phase I Analysis for Monitoring Nonlinear Profiles in Manufacturing Processes", Journal of Quality Technology, Vol. 38, No. 3, p.p.199-216, 2006.
- [۵] Gupta, S.; Montgomery, D. C.; Woodall, W. H.; "Performance Evaluation of Two Methods for Online Monitoring of Linear Calibration Profiles", International Journal of Production. Research, Vol. 44, No. 10, p.p. 1927-1942, 2006.
- [۶] Healy J.D; "A Note on Multivariate CUSUM Procedures", Technometrics, Vol. 29, No. 4, p.p. 409-412, 1987.
- [۷] Jensen, W. A.; Birch, J. B.; "Profile Monitoring via Nonlinear Mixed Models". Technical Report No. 06-4, Department of Statistics, Virginia Polytechnic Institute & State University, 2006.
- [۸] Kang, L.; Albin, S. L.; "On-line Monitoring When the Process Yields a Linear Profile", Journal of Quality Technology, Vol. 32, No. 4, p.p.418-426, 2000.

- Wang, K.; Tsung, F.; "Using Profile Monitoring Techniques for a Data-Rich Environment with Huge Sample Size". *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 21, No. 7, p.p. 677–688, 2005. [۱۷]
- Williams, J. D.; Woodall, W. H.; Birch, J. B.; "Statistical Monitoring of Nonlinear Product and Process Quality Profiles", *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 23, No. 8, p.p. 925-941, 2007. [۱۸]
- Woodall, W. H.; Spitzner, D. J.; Montgomery, D. C.; Gupta S.; "Using Control Charts to Monitor Process and Product Quality Profiles", *Journal of Quality Technology*, Vol. 36, No. 3, p.p. 309–320, 2004. [۱۹]
- Woodall, W. H.; "Current Research on Profile Monitoring". *Revista Produção*, Vol. 17, No. 3, p.p. 420-425, 2007. [۲۰]
- Zou, C.; Tsung, F.; Wang, Z.; "Monitoring General Linear Profiles Using Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Schemes", *Technometrics*, Vol. 49, No. 4, p.p. 395-408, 2007. [۲۱]
- Zou, C.; Zhang, Y.; Wang, Z.; "Control Chart Based on Change-Point Model for Monitoring Linear Profiles", *IIE Transactions*. Vol. 38, No. 12, p.p. 1093-1103, 2006. [۲۲]
- Kazemzadeh, R. B.; Noorossana, R.; Amiri, A.; "Phase I Monitoring of Polynomial Profiles", *Communications in Statistics-Theory and Methods*, Vol. 37, No. 10, p.p.1671-1686, 2008. [۹]
- Kazemzadeh, R. B.; Noorossana, R.; and Amiri, A.; "Monitoring Polynomial Profiles in Quality Control Applications", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 42, No. 7, p.p. 703-712, 2009. [۱۰]
- Kim, K.; Mahmoud, M. A.; Woodall, W. H.; "On the Monitoring of Linear Profiles", *Journal of Quality Technology*, Vol. 35, No. 3, p.p. 317–328, 2003. [۱۱]
- Lowry C.A.; Woodall W.H.; Champ C.W.; Rigdon S.E. "A Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart", *Technometrics*, Vol. 34, No. 1, p.p. 46-53, 1992. [۱۲]
- Mahmoud, M. A.; Parker, P. A.; Woodall, W. H.; Hawkins, D. M.; "A Change Point Method for Linear Profile Data", *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 23, No. 2, p.p. 247–268, 2007. [۱۳]
- Mahmoud, M. A.; Woodall, W. H.; "Phase I Analysis of linear profiles with calibration applications", *Technometrics*, Vol. 46, No. 4, p.p. 380-391, 2004. [۱۴]
- Niaki, S. T. A.; Abbasi, B.; Arkat, J.; "A Generalized Linear Statistical Model Approach to Monitor Profiles", *International Journal of Engineering, Transactions A: Basics*, Vol. 20, No. 3, p.p. 233–242, 2007. [۱۵]
- Stover, F. S.; Brill, R. V.; "Statistical Quality Control Applied to Ion Chromatography Calibrations", *Journal of Chromatography*, Vol. 804, No.1-2, p.p.37-43, 1998. [۱۶]