یک رویکرد کارآ برای مسأله جایابی تسهیلات غیر مشابه در فضای ناپیوسته

داود شیشه‌بری[۱] ; مهدی مهنام[۲]; علی شاهنده[۳]

چکیده

مسأله جایابی تسهیلات (MFLP) مکان‌یابی تعداد معینی تسهیل برای خدمت رسانی به مجموعه‌ای از مشتریان با نیازها و مکان‌های مشخص است. اگر محیط مورد نظر ناپیوسته باشد مسأله به صورت مکان‌یابی تسهیلات در محیط غیر پیوسته (DMFLP) مطرح می‌گرد. در این مقاله حالت خاصی از مسأله DMFLP با هدف استقرار تسهیلات غیر مشابه در محیط ناپیوسته و با درنظرگرفتن تسهیلات موجود مورد بررسی قرار می‌گیرد. مسأله مورد نظر در دو حالت وجود و عدم وجود ارتباط میان تسهیلات قابل بررسی است. در این مقاله یک الگوریتم حل دقیق بر پایه روش شاخه‌وکران و یک الگوریتم ابتکاری برای حل مسأله ارائه شده است. در هر دو حالت وجود و عدم وجود ارتباط، با افزایش تعداد تسهیلات و مکان‌ها زمان حل مسأله برای رسیدن به جواب بهینه به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. بدین لحاظ یک الگوریتم ابتکاری کارآ توسعه داده شده و برای حل مسأله برای هر دو دیدگاه به کار گرفته شد. با تولید مسائل تصادفی کارآیی روش ابتکاری در مقایسه با الگوریتم حل دقیق بررسی و نشان داده شده است.

کلمات کلیدی

جایابی تسهیلات، الگوریتم شاخه‌وکران، روش ابتکاری.

An Efficient Approach to Discrete Multiple Different Facility Location Problem

D. Shishebori; M. Mahnam; A. Shahandeh

ABSTRACT

The Multiple Facility Location Problem (MFLP) is to locate certain facilities so as to serve a given set of customers, whose locations and requirements are known. When the locations have to be selected from a given set of candidate locations, the problem becomes a Discrete Multiple Facility Location Problem (DMFLP). In this study, a special case of DMFLP is discussed where multiple facilities that are of different type are to be placed (location decision) and assign customers to these facilities (allocation or assignment). Both cases with and without interactions among new facilities are considered in this problem. In this paper, efficient lower and upper bounds are used to propose a branch-and-bound scheme as an exact method. Also, new heuristic method is provided for both cases and compared for large-job sizes. Computational results on randomly generated data in comparison with optimal solutions indicate that the heuristic method is accurate and efficient.

KEYWORDS

Facility location, Branch and Bound, Heuristic.

[۱] کارشناس ارشد مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی اصفهان: Email: shishebori@in.iut.ac.ir

[۲] کارشناس ارشد مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی اصفهان: Email: mahnam@in.iut.ac.ir

[۳] دانشیار دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی اصفهان: Email: ali-nook@cc.iut.ac.ir

۱- مقدمه

مسأله جایابی تسهیلات (MFLP[۱]) از جمله مسائل مطرح در طراحی استقرار است که در مباحث پژوهش عملیاتی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار بوده وتوجه زیادی را به خود اختصاص داده است [۱و۲]. به طور کلی این مسأله را می‌توان در دو حالت پیوسته (CMFLP[۲]) و غیر پیوسته (DMFLP[۳]) مورد بررسی قرار داد [۳]. در حالت پیوسته تسهیلات جدید می‌توانند در هر نقطه‌ای از محیط مستقر شوند در حالی که در محیط گسسته به دلیل محدودیت فضا، تسهیلات جدید فقط می‌توانند در مکان‌های از پیش تعیین شده استقرار یابند [٤]. از جمله نمونه‌های کاربردی این دسته از مسائل، استقرار ماشین‌آلات صنعتی و مکان‌یابی مراکز خدماتی نظیر مراکز اورژانس و آتش‌نشانی در محیط‌های شهری است. با توجه به محدودیت‌های موجود در محیط‌های صنعتی و شهری، تحلیل جایابی تسهیلات در محیط گسسته از نقطه نظر کاربردی دارای اهمیت زیادی است که در این مقاله نیز مورد توجه قرار می‌گیرد.

مسأله DMFLP را می‌توان از دو دیدگاه تسهیلات جدید مشابه و متفاوت مورد بررسی قرار داد. این مسأله در حالتی که تسهیلات جدید مشابه بوده و ارتباطی بین تسهیلات موجود نباشد به مسأله p میانه[٤] کاهش می‌یابد. مسأله p میانه، جایابی p تسهیل مشابه در مجموعه مکان‌های نامزد (J) با هدف کمینه‌نمودن هزینه برای پاسخگویی به نیاز مجموعه مشتریان (K) بوده و یکی از مسائل کلاسیک در جایابی‌تسهیلات در محیط گسسته است[٥، ٦]. این مسأله اولین بار توسط رول و سوین [۷] در سال ۱۹۷۰ به عنوان یک مسأله برنامه ریزی‌خطی عدد صحیح فرمول‌بندی شد. سپس کاریو وحکیمی [۸] نشان دادند که این مسأله NP-hard است. روش‌های دقیق و ابتکاری متعددی برای حل مسأله p میانه ارائه شده است [۹-۱۲]. دیلیپ [۱۳] نیز این مسأله را از دیدگاه طراحی استقرار مورد بررسی قرار داده و الگوریتم شاخه‌وکرانی برای آن ارائه نموده است. رویکرد او برای مسائل با مقیاس کوچک کارآست، اما با بزرگ شدن ابعاد مسائل، زمان حل به صورت چشمگیری افزایش می‌یابد. اخیراً نیز الگوریتم های فرا ابتکاری نظیر الگوریتم ژنتیک و جستجوی ممنوع به منظور بهبود جواب‌های اولیه ارائه شده‌اند [۳].

در این مقاله هدف آن است تا با ارائه یک رویکرد کارآ، مسأله جایابی چند تسهیل جدید ناهمسان در مکان‌های غیر پیوسته و چگونگی تخصیص تقاضای تسهیلات موجود به تسهیلات جدید مورد بررسی (DMDFLP) قرار گیرد. مسأله DMDFLP خود می‌تواند مشتمل بر دو حالت باشد؛ در حالت اول ارتباطی میان تسهیلات جدید وجود ندارد و در حالت دوم، علاوه بر ارتباط با تسهیلات موجود، تسهیلات جدید نیز با یکدیگر مرتبط می‌باشند. با مرور به ادبیات مسائل مکان‌یابی و تخصیص و براساس اطلاعات نویسندگان روش حل دقیق یا ابتکاری به منظور حل این مسأله ارائه نشده است [۱۲، ١٤]. همچنین برخلاف مطالعات انجام شده در ارتباط با مسأله p میانه نمی‌توان از روش‌های حل این مسأله برای جایابی تسهیلات متفاوت با فرض ارتباط بین تسهیلات استفاده نمود. با توجه به اینکه تسهیلات جدید با یکدیگر متفاوتند بنابراین یک بُعد جدید به مسأله اضافه می شود و همین امر منجر به عدم توانایی روش‌های قبلی حل مسأله p میانه برای مدل یاد شده می‌گردد. علاوه بر این، با توجه به فروض و ماهیت مسأله مورد بررسی در این مقاله، نمی توان از روش‌های ابتکاری و حل دقیقی که برای حل مسائل مختلف مکان یابی و تخصیص ارائه شده استفاده نمود.

۲- مدل ریاضی مسأله

فرض می‌شود $J=\{۱,۲, ..., n\}$ مجموعه مکان‌های نامزد و $I=\{۱,۲,..., p\}$ مجموعه تسهیلات جدید بوده و $K=\{۱,۲, ..., q\}$ مجموعه تسهیلات موجود (مشتریان) را نشان دهد. همچنین فرض بر آن است که هر تسهیل موجود k برای تامین تقاضای خود فقط به نزدیک‌ترین (کم‌هزینه‌ترین) تسهیل جدید اختصاص یابد. بنابراین در این مدل به طور همزمان جایابی و تخصیص درنظرگرفته شده است. مدل ریاضی مسأله DMFLP در حالت مشابه بودن تسهیلات جدید در قالب روابط (۱) تا (٥) خواهد بود [٥، ۱۲]:

PMP:

$$Min\ Z=\sum_{k\in K}\ \sum_{j\in J}(w_k\ d_{kj}).z_{kj}+\sum_{j\in J}fc_j y_j \qquad (۱)$$

$$s.t. \qquad \sum_{j\in J}z_{kj}=1 \qquad \forall k\in K \qquad (۲)$$

$$z_{kj}-y_j\le 0 \qquad \forall k\in K,\forall j\in J \qquad (۳)$$

$$\sum_{j\in J}y_j=p \qquad (٤)$$

$$z_{kj},y_j\in\{0,1\}\ ,\ \ \forall k\in K,\forall j\in J \qquad (٥)$$

که در آن y_j یک متغیر تصمیم دودویی است که مقدار یک به معنای تخصیص مکان j ام به تسهیل جدید و مقدار صفر بیانگر

عدم تخصیص آن است. z_{kj} نیز یک متغیر صفر- یک است که نشانگر تخصیص و یا عدم‌تخصیص تسهیل موجود k به تسهیل جدید مستقر در مکان j می‌باشد. d_{kj} فاصله بین تسهیل موجود k و تسهیل جدید مستقردر مکان j و w_k میزان جریان یا تقاضای تسهیل موجود k و fc_j هزینه ثابت استقرار تسهیل‌جدید در مکان j ام می‌باشد. از آنجا که تسهیلات جدید مشابه هستند، خروجی مدل مکان‌های مناسب برای استقرار ماشین‌آلات‌جدید (y_j) خواهد بود، ضمن آنکه z_{kj} نیز تخصیص تسهیلات‌موجود به تسهیلات‌جدید استقراریافته را نشان می‌دهد.

در حالتی که تسهیلات جدید با یکدیگر مشابه نبوده و ارتباطی نیز میان آن‌ها وجود نداشته باشد، مدل ریاضی مسأله DMDFLP به شکل روابط (٦) تا (١٠) خواهد بود:

DMDFLP1:

$$Min\ Z=\sum_{i\in I}\sum_{k\in K}\sum_{j\in J}(w_{ik}d_{kj}.z_{ikj})+\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}fc_{ij}y_{ij} \quad (٦)$$

s.t.

$$\sum_{j\in J}z_{ikj}=1 \qquad \forall k\in K,\forall i\in I \quad (٧)$$

$$z_{ikj}-y_{ij}\le 0 \qquad \forall k\in K,\forall j\in J,\forall i\in I \quad (٨)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}y_{ij}=p \quad (٩)$$

$$z_{ikj},y_{ij}\in\{0,1\}\ ,\quad \forall k\in K,\forall j\in J\ ,\ \forall i\in I \quad (١٠)$$

با مقایسه مدل PMP و DMDFLP1 تسهیل i به عنوان یک بعد جدید به مدل افزوده شده است. بنابراین در مدل DMDFLP1، y_{ij} یک متغیر تصمیم دودویی است که در صورت تخصیص تسهیل جدید i به مکان j برابر یک قرار می‌گیرد و درغیر این صورت برابر صفر است. متغیر صفر- یک z_{ikj} نیز نشانگر تخصیص و یا عدم تخصیص تسهیل موجود k به تسهیل جدید i مستقر در مکان j است. همچنین w_{ik} میزان تقاضای (جریان) تسهیل موجود k را نشان می‌دهد که توسط تسهیل جدید i برآورده می‌شود و fc_{ij} هزینه ثابت استقرار تسهیل جدیدi در مکان j ام است.

در صورتی‌که تسهیلات جدید غیر مشابه، با یکدیگر مرتبط بوده و S_{ikj} بیانگر هزینه ارتباط تسهیل جدید i در مکان j با تسهیل موجود d ، k ماتریس فاصله بین مکان‌های نامزد و f ماتریس میزان ارتباط میان تسهیلات جدید باشد؛ آنگاه مدل ریاضی مسأله DMDFLP با فرض وجود ارتباط بین تسهیلات جدید به صورت روابط (١١) تا (١٥) قابل تعریف است:

DMDFLP2:

$$Min\ Z=\sum_{i\in I}\sum_{k\in K}\sum_{j\in J}(S_{ikj}.z_{ikj})+\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}fc_{ij}y_{ij}+\sum_{j\in J}\sum_{i\in I}(y_{ij}.\sum_{j'\in J-\{j\}}\sum_{i'\in I-\{i\}}y_{i'j'}.f_{ii'}.d_{jj'}) \quad (١١)$$

s.t.

$$\sum_{j\in J}z_{ikj}=1 \qquad \forall k\in K,\forall i\in I \quad (١٢)$$

$$z_{ikj}-y_{ij}\le 0 \qquad \forall k\in K,\forall j\in J,\forall i\in I \quad (١٣)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}y_{ij}=p \quad (١٤)$$

$$z_{ikj},y_{ij}\in\{0,1\}\ ,\quad \forall k\in K,\forall j\in J\ ,\ \forall i\in I \quad (١٥)$$

مدل یاد شده مشابه حالت عدم وجود ارتباط بوده با این تفاوت که هزینه ارتباط میان تسهیلات جدید به تابع هدف اضافه شده و باعث غیرخطی شدن مدل می شود. این عبارت نشان می‌دهد که اگر تسهیل جدید i در مکان j استقرار یابد (y_{ij}=١) آنگاه بایستی مجموع هزینه‌های ارتباط دیگر تسهیلات جدید (i') با این تسهیل به تابع هدف افزوده شود.

به منظور بررسی ساده تر مساله، فرض می‌شود که هر یک از تسهیلات موجود با کلیه تسهیلات جدید در ارتباط است. در حقیقت با در نظر گرفتن این فرض تنها جایابی تسهیلات مورد بررسی قرارگرفته و خللی نیز به کاربرد مسأله در محیط‌های واقعی وارد نمی گردد. با این فرض ماتریس هزینه S به ماتریس دوبعدی C - نشان‌دهنده هزینه ارتباط تسهیل‌جدید i در مکان j با کلیه‌تسهیلات‌موجود- تبدیل می‌شود.

٣- روش حل دقیق

به منظور حل دقیق مسأله DMDFLP از الگوریتم شاخه و کران با استفاده از روش جستجوی عمقی[٥] استفاده و در این ارتباط حدود بالا و پایین مناسب به‌کارگرفته شد. در این روش، گره در پایین‌ترین سطح درخت بررسی و بسط داده می‌شود. بنابراین جستجو فقط زمانی که به بن‌بست برسد برگشت داده شده و به گره‌هایی در سطوح کم‌عمق‌تر می‌رود. به دلیل تفاوت میان تسهیلات جدید، تمام جایگشت‌های ممکنِ موقعیت‌ها بررسی و جایگشتِ با کمترین هزینه انتخاب می‌شود. تعداد حالت‌های مورد بررسی $n!/(n-p)!$ است که n تعداد موقعیت‌های نامزد و p تعداد تسهیلات جدید می‌باشد. در روش ارائه شده، Ψ مجموعه تسهیلات تخصیص‌یافته، k تعداد این تسهیلات و Ψ' مجموعه تسهیلات تخصیص‌نیافته است. همچنین γ و γ' به‌ترتیب مجموعه مکان‌های تخصیص داده شده و نشده درنظرگرفته شده‌اند.

در الگوریتم شاخه‌وکران یک ترتیب جزئی از k موقعیت به صورت $\sigma = J_{[1]}, J_{[2]},\dots, J_{[k]}$ و با حد پایینی معادل LB(σ)

نمایش داده می‌شود که $J_{[k]}$ نشان‌دهنده موقعیت تخصیص داده شده به تسهیل جدید k ام است. در این ترتیب جزئی با اضافه کردن هر یک موقعیتهای تخصیص داده نشده مجموعه γ' به انتهای σ یک شاخه جدید ایجاد می‌شود. بنابراین k یک واحد افزایش یافته، تسهیل اضافه شده به σ از مجموعه Ψ' برداشته و به مجموعه Ψ اضافه می‌شود . هنگامیکه k برابر تعداد تسهیلات (p) شود، σ یک جایابی کامل است و گره بسته می‌شود. در طول رویه جستجو، بهترین جایابی کامل در σ^* و هزینه مرتبط با آن در Z^* بهنگام می‌شود.

رویه شاخه و کران

(۰) یافتن یک جایابی مناسب با استفاده از حد بالا و قرار دادن آن به عنوان جواب اولیه

(۱) ایجاد گره اولیه به صورت (σ, k, γ', Z) که در آن $\gamma'=\{\gamma'_1,\gamma'_2,\ldots,\gamma'_n\}$ ، $k=0$ ، $\sigma=\emptyset$ و $Z=0$ است.

(۲) گره‌هایی که $k = p$ هستند قطع‌شده و درصورتیکه هزینه گره مربوطه از Z^* کمتر باشد، مقادیر σ^* و Z^* بهنگام شوند.

(۳) گره‌هایی‌در لیست که $\mathrm{LB}(\sigma)\geq Z^*$ قطع شوند.

(٤) درصورتی‌که لیست خالی نیست، با استفاده از قاعده عمق اول و بر مبنای توالی حد بالا شاخه‌های جدید زده شود.

(۵) حدود پایین متناسب با هر شاخه جدید محاسبه و در $\mathrm{LB}(\sigma)$ ذخیره شود.

(٦) تا زمانی که لیست درخت جستجو تهی نیست قدم‌های (۲) تا (۵) تکرار شود.

چنانچه اشاره شد، مسأله DMDFLP در دو حالت وجود و عدم وجود ارتباط میان تسهیلات جدید مطرح‌می‌شود که در ادامه حدود بالا و پایین متناسب با هر حالت بررسی می‌شود.

۳-۱- عدم ارتباط میان تسهیلات جدید

به دلیل آن‌که در این حالت هیچ ارتباطی میان تسهیلات جدید وجود ندارد استقرار هر تسهیل در هر مکان دارای هزینه مشخص c_{ij} با کلیه تسهیلات موجود است. در این حالت برای به دست آوردن حد بالا از یک الگوریتم حریصانه استفاده می‌شود. بدین صورت که تسهیلات به ترتیب به موقعیتی با کمترین هزینه تخصیص یافته، سپس آن موقعیت از بین مکان‌های نامزد حذف می‌گردد. این الگوریتم به طور کامل در بخش ٤ تشریح می‌شود.

برای به دست آوردن حد پایین فرض می‌شود که هر موقعیت قادر است بیش از یک تسهیل را در درون خود جای دهد. بنابراین هر یک از تسهیلات باقیمانده بدون درنظر گرفتن محدودیت فضا به نزدیک‌ترین موقعیت با کمترین هزینه تخصیص داده می‌شود. درنتیجه، حد پایین با فرض c_{ij} به صورت میزان هزینه ارتباط ماشین تخصیص‌نیافته i به مکان‌نامزد باقیمانده j بر اساس رابطه (١٦) محاسبه می‌شود:

$$LB_1=\sum_{i\in\psi'}\min_{j\in\gamma'}(c_{ij}) \qquad (١٦)$$

۳-۲- حالت وجود ارتباط میان تسهیلات جدید

در این حالت علاوه بر هزینه میان تسهیلات جدید و موجود، بین تسهیلات جدید نیز ارتباط وجود داشته و هزینه آن با توجه به میزان ارتباط و فاصله مکانی تسهیلات به دست می‌آید. حد بالا در این حالت نیز با استفاده از یک الگوریتم حریصانه تعیین می گردد، ضمن آنکه هزینه ارتباط میان تسهیلات جدید نیز درنظرگرفته می‌شود. چارچوب این الگوریتم در بخش ٤ مورد بررسی قرار می‌گیرد.

برای تعیین حد پایین علاوه بر محاسبه هزینه ارتباط تسهیلات جدید و موجود علاوه بر آنکه محدودیت پذیرش بیش از یک تسهیل در هر موقعیت برداشته می شود، ارتباط میان تسهیلات جدید با یکدیگر نیز بایستی درنظرگرفته شود. بنابراین کمترین فاصله مکانی تخصیص داده شده (i) تا موقعیت‌های تخصیص نیافته (مجموعه γ') مشخص شده و با این فرض که کلیه تسهیلات باقیمانده حداقل در این فاصله قرار گرفته‌اند حد پایین بر اساس رابطه (١٧) محاسبه می‌گردد.

$$LB_2=\sum_{i\in\psi'}\min_{j\in\gamma'}(c_{ij})+\sum_{i\in\psi}\sum_{i'\in\psi'}f_{ii'}\times(\min_{j\in\gamma'}(d_{l(i),j})) \qquad (١٧)$$

که در این رابطه $l(i)$ مکان استقرارماشین جدید i، $d_{l(i),j}$ بیان‌کننده فاصله تسهیل i از موقعیت j، $f_{ii'}$ میزان ارتباط تسهیل تخصیص یافته i با تسهیل تخصیص نیافته i' و c_{ij} میزان هزینه ارتباط ماشین تخصیص‌نیافته i با مکان نامزد باقیمانده j است.

٤- الگوریتم ابتکاری

همان‌گونه که پیش از این اشاره شد، در روش‌های حل دقیق با افزایش ابعاد مسأله، زمان حل مسأله بصورت چشمگیری افزایش یافته و کارآیی آن کاهش می‌یابد. بنابراین بکارگیری روش‌های ابتکاری برای حل مسأله در اندازه‌های بزرگ اجتناب ناپذیر به نظر می‌رسد.

حالت اول (عدم وجود ارتباط میان تسهیلات جدید)

با توجه به اینکه ورودی مسأله، هزینه ارتباط تسهیلات جدید در هر یک از مکان‌های نامزد با هر یک از تسهیلات موجود (S_{ikj}) و وجود این فرض که هر یک از تسهیلات موجود

با کلیه تسهیلات جدید در ارتباط است، ماتریس سه بعدی S به ماتریس دوبعدی C تبدیل می شود. از آنجا که هدف، کمینه نمودن هزینه استقرار تسهیلات جدید در مکان‌های نامزد است؛ در ادامه، حداقل هزینه ارتباط میان تسهیلات جدید و مکان‌های نامزد در ماتریس هزینه "تسهیلات جدید- مکان‌های نامزد" (C) به دست آورده می‌شود. سپس این مقدار کمینه به تابع هدف افزوده شده و تسهیل جدید و مکان نامزد مربوط به آن از ماتریس هزینه حذف می‌شود. عملیات کمینه‌یابی بار دیگر بر روی ماتریس صورت گرفته و این رویه تا جایابی کلیه ماشین‌های جدید ادامه می‌یابد. فرایند به‌کارگرفته شده در حالت اول در شکل (۱) نشان داده شده است.

حالت دوم (وجود ارتباط میان تسهیلات جدید)

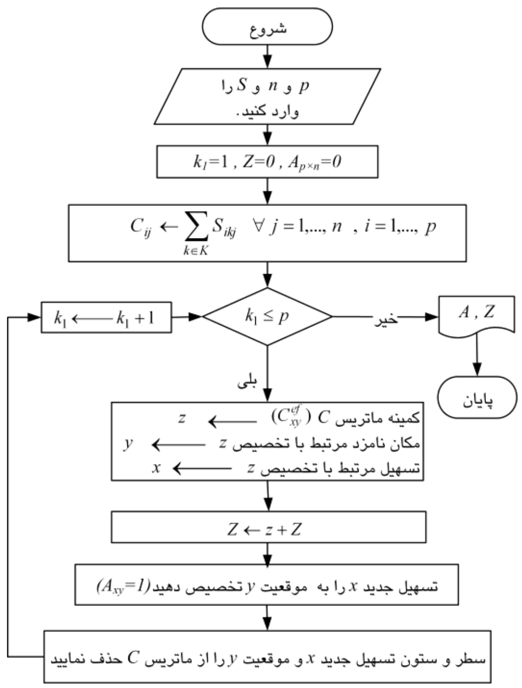
در این حالت نیز از یک الگوریتم حریصانه مشابه حالت اول استفاده شده با این تفاوت که در ماتریس هزینه، علاوه بر هزینه استقرار تسهیلات جدید در مکان‌های نامزد، ارتباط میان تسهیلات جدید نیز درنظرگرفته می‌شود. فرایند الگوریتم ابتکاری در حالت دوم در شکل (۲) نشان داده شده است.

به طور کلی الگوریتم ابتکاری در این حالت شامل دو مرحله است. در مرحله اول، ماتریس هزینه به گونه‌ای اصلاح می‌شود که هزینه ارتباط میان تسهیلات جدید مستقرشده و استقرارنیافته و حد پایینی از هزینه ارتباط تسهیلات استقرار نیافته با یکدیگر را در بر بگیرد. در مرحله دوم مشابه الگوریتم ابتکاری حالت اول، بر اساس ماتریس هزینه‌ها یک تسهیل جدید به بهترین موقعیت نامزد تخصیص می‌یابد. این دو مرحله به تواتر تا جایابی کلیه تسهیلات ادامه می‌یابد.

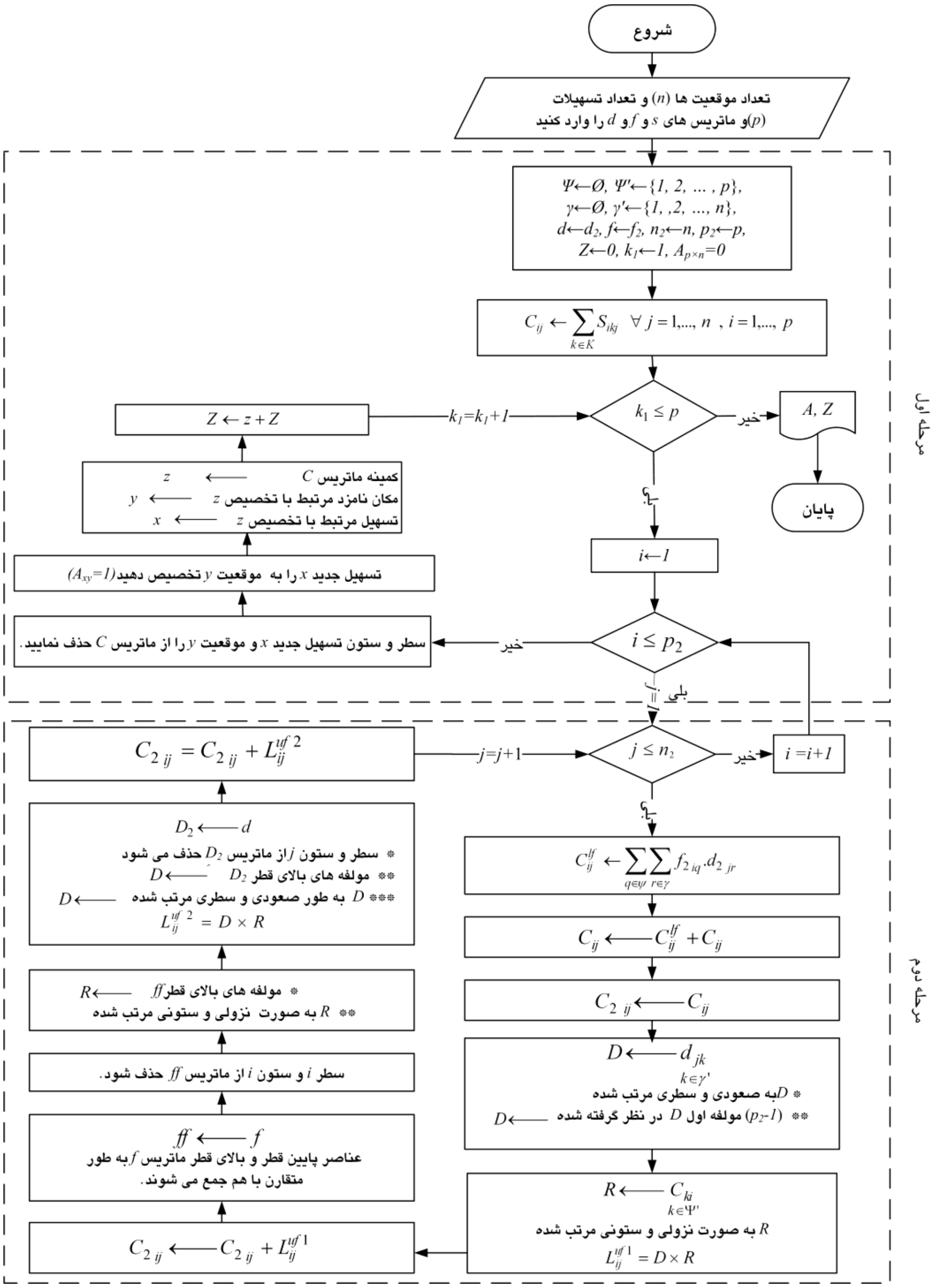
با فرض اینکه تسهیل جدید i در مکان نامزد j باشد این الگوریتم شامل چهار نوع هزینه ارتباط است:

- هزینه ارتباط تسهیل جدید i با تسهیلات موجود (C_{ij}^{ef})
- هزینه‌ارتباط‌تسهیل‌جدید i باتسهیلات‌جدیداستقراریافته (C_{ij}^{lf})
- حد پایینی از هزینه ارتباط تسهیل جدید i با تسهیلات استقرارنیافته ($L_{ij}^{uf_1}$)
- حدپایینی از هزینه ارتباط تسهیلات جدید استقرارنیافته با یکدیگر در حالتی که i در مکان j قرار گرفته باشد ($L_{ij}^{uf_2}$)

بنابراین، همانطور که در شکل (۲) نشان داده شده است، در آغاز هزینه ارتباط تسهیل جدید i در مکان نامزد j با تسهیلات استقراریافته محاسبه شده و به مقدار C_{ij}^{ef} در ماتریس هزینه افزوده می‌شود. در ادامه، برای محاسبه $L_{ij}^{uf_1}$، نزدیک‌ترین موقعیت‌های نامزد باقیمانده نسبت به مکان j را به صورت نزولی مرتب شده (به تعداد تسهیلات استقرار داده نشده) و در بردار $\vec{d}$ قرار داده می‌شود. همچنین میزان جریان تسهیلات باقیمانده با تسهیل i را به‌صورت صعودی مرتب و در $\vec{f}$ قرار داده می‌شود. با ضرب برداری $\vec{f}\times\vec{d}$ مقدار کمینه ارتباط بین تسهیل‌جدید i در مکان نامزد j با بقیه تسهیلات‌استقرارنیافته به‌دست می‌آید. مقدار $L_{ij}^{uf_2}$ نیز براساس قاعده ضرب برداری صعودی و نزولی مقادیر فاصله و ارتباط تسهیلات مجموعه Ψ' و مکان‌های مجموعه γ' به‌دست می‌آید. براساس ماتریس به‌دست‌آمده، درمورد تسهیل و موقعیت آن مطابق رویه قبل تصمیم‌گیری می‌شود. لازم به ذکر است که C_{ij}^{ef} و C_{ij}^{lf} هزینه‌های مشخص و ثابت بوده که در هزینه کل نیز در نظر گرفته می‌شوند ولی $L_{ij}^{uf_1}$ و $L_{ij}^{uf_2}$ دو حدپایین هستند که تنها در هر مرحله برای تصمیم‌گیری بهتر و کارآتر مورد استفاده قرار می‌گیرند.



شکل (۱): روش ابتکاری در حالت عدم وجود ارتباط بین تسهیلات جدید



شکل (۲): الگوریتم ابتکاری در حالت وجود ارتباط بین تسهیلات جدید

به منظور تشریح بهتر الگوریتم ابتکاری، یک نمونه مسأله DMDFLP مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مثال

فرض کنید در کارگاهی سه ماشین A، B و C استقرار داشته و مدیریت قصد دارد دو ماشین جدید از دو نوع متفاوت در کارگاه مستقر نماید. به همین منظور چهار موقعیت ۱، ۲، ۳ و٤ به عنوان مکان‌های نامزد درنظرگرفته شده‌اند. میزان هزینه ارتباط دو ماشین‌جدید با ماشین‌های‌موجود در هریک از موقعیت‌ها در جداول (۱) و (۲) آورده شده است. همچنین فرض می‌شود که بین ماشین‌آلات جدید ارتباط وجود داشته و میزان این ارتباط برابر ۱۰ است (جدول ۳). فواصل موقعیت‌های نامزد با یکدیگر نیز مطابق جدول (٤) مشخص شده است.

به منظور حل مسأله، ابتدا مجموع هزینه ارتباط هر یک از تسهیلات جدید با کلیه تسهیلات موجود با توجه به مکان‌های نامزد محاسبه می‌گردد (جدول ٥). چنانچه اشاره شد، الگوریتم در هر بار تکرار مقداری را به عنوان هزینه ارتباط بین تسهیلات

جدید به جدول (۵) اضافه و آنگاه گزینه دارای کمترین هزینه انتخاب نموده و تخصیص تسهیل به مکان نامزد مربوط به آن صورت می‌گیرد. این مقادیر بر طبق روندی که در شکل (۲) نشان داده شده، محاسبه و به جدول (۵) افزوده شده‌است (جدول ٦). در ادامه، سطر و ستون مربوط به این گزینه حذف و روند تا جابابی کلیه تسهیلات جدید ادامه می‌یابد.

جدول (۱): ماتریس هزینه تسهیل جدید ۱

تسهیل موجود	مکان نامزد			
	۱	۲	۳	٤
A	۱۰۰	۱۰۰	۲۰۰	۱۵۰
B	۲۰۰	۱۵۰	۱۰۰	۵۰
C	۳۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۳۰۰

جدول (۲): ماتریس هزینه تسهیل جدید ۲

تسهیل موجود	مکان نامزد			
	۱	۲	۳	٤
A	۱۰۰	۲۰۰	۱۵۰	۲۰۰
B	۳۰۰	۱۵۰	۱۰۰	۲۰۰
C	۲۵۰	۱۵۰	۱۰۰	۵۰

جدول (۳): ماتریس میزان ارتباط تسهیلات جدید

تسهیل جدید	۱	۲
۱	–	۵
۲	۵	–

جدول (۴): ماتریس فواصل موقعیت‌های نامزد

مکان نامزد	۱	۲	۳	٤
۱	–	۱۰	۱۵	۲۰
۲	۱۰	–	۲۰	۵
۳	۱۵	۲۰	–	۸
٤	۲۰	۵	۸	–

جدول (۵): ماتریس "تسهیلات جدید- مکان‌های‌نامزد"

ماشین جدید	مکان نامزد			
	۱	۲	۳	٤
۱	٦۰۰	۳۵۰	٤۰۰	۵۰۰
۲	٦۵۰	۵۰۰	۳۵۰	٤۵۰

جدول (۶): ماتریس هزینه ارتباط تسهیل جدید- مکان نامزد

تسهیل جدید	مکان‌های نامزد			
	۱	۲	۳	٤
۱	۷۰۰	٤۰۰	٤۸۰	۵۸۰
۲	۷۵۰	۵۵۰	٤۳۰	۵۳۰
حداقل هزینه	۷۰۰	٤۰۰	٤۳۰	۵۳۰

جواب حاصل از الگوریتم ابتکاری، استقرار تسهیل ۱ در موقعیت ۲ و استقرار تسهیل ۲ در موقعیت ۳ است که هزینه کل این استقرار برابر ۹۰۰ می‌باشد. مشاهده می‌شود که جواب الگوریتم ابتکاری دارای انحرافی برابر ٪۵٫۵۸ نسبت به جواب بهینه (۸۵۰) است.

۵- طراحی روش آزمون و نتایج محاسباتی

به منظور بررسی میزان کارایی الگوریتم‌های ارائه شده، تعداد ۸٤۰ مسأله به‌صورت‌تصادفی تولید و با استفاده از دو روش شاخه‌وکران و ابتکاری حل وبا توجه به دو معیار زمان و کیفیت جواب‌ها با هم مقایسه شده‌اند.

۵-۱- طراحی روش آزمون

اندازه نمونه‌های تصادفی به گونه‌ای متنوع طراحی شده‌اند که ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ را پوشش دهند. این مسائل در ۲۱ گروه با تعداد ماشین (p) و تعداد موقعیت (n) در محدوده ۵ تا ۲۰ تولید شده‌اند. در الگوریتم ارائه شده، میزان هزینه ارتباط میان هر یک از تسهیلات جدید مستقر در موقعیت‌های مختلف با کلیه تسهیلات موجود، محاسبه و به عنوان ماتریس تسهیلات جدید- مکان‌های نامزد درنظرگرفته می‌شود. به منظور ساده‌سازی طراحی روش آزمون، در این تحقیق مقادیر ماتریس هزینه تسهیلات جدید- مکان‌های نامزد به صورت تصادفی از توزیع یکنواخت گسسته [۵۰۰, ۲۷۰۰] تولید شده و ماتریس ارتباط بین ماشین‌آلات جدید و ماتریس فاصله مکان‌ها نیز بر اساس توزیع یکنواخت گسسته [۵, ۲۰] تولید شده‌اند. تعداد ۲۰ مسأله در هر گروه تولید و در مجموع برای هر حالت ٤۲۰ مسأله و در کل ۸٤۰ نمونه تولید شده است. کلیه الگوریتم‌ها با استفاده از نرم افزار MATLAB نوشته شده و بر روی کامپیوتر پنتیوم IV با سرعت ۲٫۸ مگاهرتز و ۵۱۲ مگابایت RAM اجرا شده‌اند.

۵-۲- نتایج محاسباتی

مسائل با فرض وجود و عدم وجود ارتباط میان ماشین‌آلات جدید بررسی و نتایج مربوط به آن‌ها با تولید

مسائل تصادفی مورد تجزیه‌وتحلیل قرارگرفته‌اند.

۵-۲-۱ حالت عدم وجود ارتباط

به منظور آزمایش کارآیی الگوریتم ابتکاری در حالت عدم وجود ارتباط، مسائل تصادفی تولید و با استفاده از هر دو روش، حل و درصد انحراف بین جواب الگوریتم ابتکاری و جواب بهینه به کمک رابطه (۱۸) محاسبه شده است.

$$ARE = \frac{\sum_{i=1}^{m} \frac{H_i - OPT_i}{OPT_i}}{m} \times ۱۰۰ \qquad (۱۸)$$

در این رابطه ARE [۶] میانگین درصد خطای نسبی بین جواب الگوریتم ابتکاری و جواب بهینه، m تعداد مسأله در هر گروه و OPT_i و H_i به ترتیب جواب حاصل از الگوریتم شاخه‌وکران و الگوریتم ابتکاری می‌باشند. نتایج این دو روش از نظر میزان انحراف و مدت زمان اجرا مطابق جدول (۷) با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

با توجه به این‌که میانگین درصد انحراف الگوریتم ابتکاری از جواب بهینه، برابر ۶/۵۰ و میانگین زمان حل روش شاخه‌وکران و ابتکاری به ترتیب ۲۵۰ و ۰/۰۰۰۵ ثانیه است؛ می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم ابتکاری جواب‌های بسیار مناسبی را در مدت زمان کم (نزدیک به صفر) ارائه می‌دهد.

جدول (۷): مقایسه کیفیت جواب و زمان حل بهینه و ابتکاری در حالت عدم وجود ارتباط میان تسهیلات جدید

ابعاد مسأله (p×n)	میانگین زمان روش ابتکاری (ثانیه)	میانگین زمان حل بهینه (ثانیه)	درصد انحراف
۵*۵	۰/۰۰۰	۰/۰۱۳۱	۸/۱۳۷۳
۵*۸	۰/۰۰۰	۰/۰۰۵۵	۳/۵۳۸۲
۵*۱۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۳۷	۳/۳۳۱۷
۵*۱۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۲۳	۲/۰۷۹۱
۵*۱۵	۰/۰۰۰	۰/۰۰۷۸	۱/۹۳۵۸
۵*۲۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۷۸	۰/۳۷۶۹
۸*۸	۰/۰۰۰	۰/۰۶۹۵	۱۰/۶۳۵۷
۸*۱۰	۰/۰۰۰	۰/۰۸۳۶	۶/۰۲۰۱
۸*۱۲	۰/۰۰۰	۰/۰۶۸۸	۷/۳۲۸۸
۸*۱۵	۰/۰۰۰	۰/۰۲۲۷	۳/۳۵۳۶
۸*۲۰	۰/۰۰۰	۰/۰۲۲۷	۱/۶۹۲۵
۱۰*۱۰	۰/۰۰۰	۰/۹۵۹۳	۱۰/۲۷۳۰
۱۰*۱۲	۰/۰۰۰	۰/۳۵۶۲	۸/۲۰۱۶
۱۰*۱۵	۰/۰۰۰	۰/۱۸۹۱	۳/۹۰۱۶
۱۰*۲۰	۰/۰۰۰	۰/۹۸۳۰	۳/۰۵۳۶
۱۲*۱۲	۰/۰۰۱	۳/۸۷۵	۱۳/۳۰۶۷
۱۲*۱۵	۰/۰۰۰	۱/۱۸۳۶	۷/۵۹۷۳
۱۲*۲۰	۰/۰۰۰	۰/۳۳۶۹	۲/۷۰۵۱
۱۵*۱۵	۰/۰۰۲	۲۲/۶۳۱۳	۱۵/۰۵۱۲
۱۵*۲۰	۰/۰۰۰	۸/۷۳۹۸	۶/۳۵۰۹
۲۰*۲۰	۰/۰۰۲	۵۲۱۰/۰۰۰۰	۱۷/۵۲۱۰
میانگین	۰/۰۰۰۵	۲۵۰/۰۰۰۰	۶/۵۰۱۰

شایان ذکر است که با افزایش تعداد مکان‌های‌نامزد، درصد انحراف کاهش‌یافته که می‌توان دلیل آن را انعطاف‌پذیری بیشتر الگوریتم در انتخاب مکان دانست.

۵-۲-۲ حالت وجود ارتباط

در این حالت، به دلیل افزایش پیچیدگی و زمان حل، روش شاخه‌وکران دو بار، مرتبه اول با حداکثر زمان ۶۰۰ ثانیه ($B\&B_۱$) و مرتبه دوم با حداکثر مدت زمان ۴۰۰۰ ثانیه ($B\&B_۲$) اجرا شد. تعداد مسائل به‌همراه نتایج محاسباتی که در مدت زمان تعیین‌شده و یا کمتر به‌دست‌آمده، در جدول (۸) نشان داده شده است. در این مقایسه، متوسط درصد انحراف جواب حاصل از الگوریتم‌ها با یکدیگر برای ۲۰ نمونه محاسبه و در مواردی که جواب بهینه به دست نیامده، بهترین جواب حاصل تا آن مرحله درنظرگرفته شده است.

با مشاهده نتایج می توان نتیجه گرفت که با بزرگ‌تر شدن ابعاد مسأله (۱۵*۱۰ به بالا) به دلیل محدودیت زمانی، هیچکدام از مسائلی که توسط الگوریتم شاخه‌وکران حل شده‌اند به جواب بهینه نرسیده‌اند. همچنین درصد انحراف الگوریتم‌های شاخه‌وکران $B\&B_۱$ و $B\&B_۲$ زیاد نبوده و به‌نظرمی‌رسد که اضافه نمودن زمان برای حل مسأله برای به‌دست آوردن جواب بهینه در اندازه‌های بزرگ تاثیر زیادی ندارد. به همین دلیل در محاسبات بهترین جواب حاصل مورد استفاده قرار گرفته است.

ملاحظه می‌گردد که کارآیی الگوریتم ابتکاری با افزایش تعداد مکان‌های نامزد(n) در حالت وجود ارتباط میان تسهیلات جدید افزایش یافته به‌طوری‌که بیشینه انحراف جواب الگوریتم ابتکاری از جواب حاصل از $B\&B_۲$ برابر ٪ ۴/۶۵ می‌باشد. علاوه بر این متوسط زمان حل مسأله توسط الگوریتم ابتکاری در حالت وجود ارتباط میان تسهیلات جدید کمتر از یک ثانیه شده است. با توجه به مناسب بودن میانگین درصد انحراف روش ابتکاری از جواب بهینه می‌توان از این روش برای تخصیص ماشین‌های جدید به مکان‌های نامزد بهره برد.

بررسی کارآیی روش ابتکاری با درنظرگرفتن حد پایین

به منظور تحلیل بیشتر کارآیی روش ابتکاری، میزان انحراف جواب الگوریتم ابتکاری از حد پایین مسأله نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در این حالت نیز میزان انحراف مشابه حالت قبل محاسبه شده با این تفاوت که در رابطه (۱۸) به جای مقدار بهینه (OPT_i) از حد پایین (LB_i) استفاده شده است. مقدار حد پایین مسأله، کران پایین الگوریتم شاخه‌وکران در گره

جدول (۸): مقایسه کیفیت جواب و زمان حل بهینه و ابتکاری در حالت وجود ارتباط میان تسهیلات جدید

ابعادمسأله $(p\times n)$	تعداد مسائل	زمان $B\&B_۱$	زمان $B\&B_۲$	زمان H	تعدادبهینه $B\&B_۱$	تعدادبهینه $B\&B_۲$	تعدادبهینه H	درصدانحراف $B\&B_۱$ و H	درصدانحراف $B\&B_۲$ و H	درصدانحراف $B\&B_۱$ و $B\&B_۲$
۵*۵	۲۰	۰/۰۲۹۷	۰/۰۲۹۷	۰/۰۰۳۹	۲۰	۲۰	۶	۳/۶۸۴۶	۳/۶۸۴۶	۰/۰۰۰۰
۵*۸	۲۰	۰/۱۲۲۷	۰/۱۲۲۷	۰/۰۱۳۳	۲۰	۲۰	۷	۲/۷۸۶۰	۲/۷۸۶۰	۰/۰۰۰۰
۵*۱۰	۲۰	۰/۲۳۲۰	۰/۲۳۲۰	۰/۰۱۴۸	۲۰	۲۰	۷	۲/۰۶۷۰	۲/۰۶۷۰	۰/۰۰۰۰
۵*۱۲	۲۰	۰/۳۵۷۰	۰/۳۵۷۰	۰/۰۲۵۰	۲۰	۲۰	۸	۲/۴۴۳۶	۲/۴۴۳۶	۰/۰۰۰۰
۵*۱۵	۲۰	۰/۸۴۶۹	۰/۸۴۶۹	۰/۰۳۱۳	۲۰	۲۰	۴	۳/۰۸۸۱	۳/۰۸۸۱	۰/۰۰۰۰
۵*۲۰	۲۰	۲/۷۷۰۳	۲/۷۷۰۳	۰/۰۶۱۷	۲۰	۲۰	۱	۴/۰۴۸۷	۴/۰۴۸۷	۰/۰۰۰۰
۸*۸	۲۰	۴/۰۵۴۷	۴/۰۵۴۷	۰/۰۲۱۹	۲۰	۲۰	۱	۴/۰۰۷۲	۴/۰۰۷۲	۰/۰۰۰۰
۸*۱۰	۲۰	۲۷/۵۳۲۸	۲۷/۵۳۲۸	۰/۰۳۱۳	۲۰	۲۰	۲	۳/۴۶۶۹	۳/۴۶۶۹	۰/۰۰۰۰
۸*۱۲	۲۰	۱۰۷/۱۳۲۸	۱۰۷/۱۳۲۸	۰/۰۴۶۱	۲۰	۲۰	۱	۳/۵۲۵۰	۳/۵۲۵۰	۰/۰۰۰۰
۸*۱۵	۲۰	۳۸۶/۴۳۳۶	۳۸۶/۴۳۳۶	۰/۰۶۸۸	۲۰	۲۰	۴	۳/۰۳۴۰	۳/۰۳۴۰	۰/۰۰۰۰
۸*۲۰	۲۰	۲۰۸۳/۲۰۰۰	۳۰۱۰/۸۰۰۰	۰/۱۳۲۸	۱۵	۲۰	۱	۳/۱۹۱۷	۳/۵۸۰۵	۰/۳۷۸۹
۱۰*۱۰	۲۰	۳۳۱/۰۷۸۹	۳۳۱/۰۷۸۹	۰/۰۴۳۰	۲۰	۲۰	۰	۶/۳۲۹۰	۶/۳۲۹۰	۰/۰۰۰۰
۱۰*۱۲	۲۰	۶۰۰/۰۰۰۰	۲۸۲۰/۰۰۰۰	۰/۰۶۱۷	۰	۲۰	۰	۴/۴۱۵۲	۴/۶۵۲۵	۰/۲۲۹۵
۱۰*۱۵*	۲۰	۶۰۰/۰۰۰۰	۴۰۰۰/۰۰۰۰	۰/۰۹۳۸	۰	۰	۰	۱/۴۹۳۳	۳/۳۰۸۸	۱/۷۸۳۷
۱۰*۲۰*	۲۰	۶۰۰/۰۰۰۰	۴۰۰۰/۰۰۰۰	۰/۱۸۲۸	۰	۰	۰	۰/۳۶۴۸	۰/۹۰۹۴	۰/۵۴۲۵
۱۲*۱۲*	۲۰	۶۰۰/۰۰۰۰	۴۰۰۰/۰۰۰۰	۰/۰۷۸۱	۰	۰	۰	۲/۴۷۲۸	۴/۶۴۶۷	۲/۱۲۹۶
۱۲*۱۵*	۲۰	۶۰۰/۰۰۰۰	۴۰۰۰/۰۰۰۰	۰/۱۲۵۰	۰	۰	۰	۰/۳۰۱۰	۰/۷۶۸۹	۰/۴۶۶۴
۱۲*۲۰*	۲۰	۶۰۰/۰۰۰۰	۴۰۰۰/۰۰۰۰	۰/۲۴۷۷	۰	۰	۰	۰/۰۰۴۴	۰/۰۷۵۷	۰/۰۷۱۲
۱۵*۱۵*	۲۰	۶۰۰/۰۰۰۰	۴۰۰۰/۰۰۰۰	۰/۱۷۲۷	۰	۰	۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۳۶	۰/۰۰۳۶
۱۵*۲۰*	۲۰	۶۰۰/۰۰۰۰	۴۰۰۰/۰۰۰۰	۰/۳۴۳۰	۰	۰	۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۲۰*۲۰*	۲۰	۶۰۰/۰۰۰۰	۴۰۰۰/۰۰۰۰	۰/۴۵۱۰	۰	۰	۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۲۲۵	۰/۰۲۲۵

* در این دسته مسائل به علت محدودیت زمانی، روش شاخه‌وکران قطع شده و بهترین جواب به دست آمده در محاسبات مورد استفاده قرار گرفته است.

ابتدایی با $\sigma = \phi,\ k = 0\ ,\ \gamma' = \{\gamma'_1, \gamma'_2, \ldots, \gamma'_n\}$ است. بنابراین در آغاز هزینه ارتباط تسهیلات جدید و موجود با برداشتن فرض محدودیت پذیرش بیش از یک تسهیل در هر موقعیت محاسبه، سپس برای به دست آوردن حد پایین هزینه ارتباط میان تسهیلات جدید با یکدیگر، میزان ارتباط میان ماشین‌آلات جدید به‌صورت صعودی مرتب شده و حاصل ضرب برداری آن در بردار نزولی فواصل مکان‌های نامزد محاسبه می‌شود (همواره $n \geq p$ است). در پایان مجموع حد پایین هزینه‌های ارتباط میان ماشین‌آلات جدید و موجود و همچنین ارتباط ماشین‌آلات جدید با یکدیگر، حد پایین کل مسأله را تشکیل می‌دهد. نتایج درصد انحراف الگوریتم ابتکاری از حد پایین درجدول (۹) نشان داده شده است.

همان‌گونه که در جدول (۹) مشاهده می‌شود میانگین درصد انحراف جواب الگوریتم ابتکاری از حد پایین تقریباً برابر ۲۷/۳٪ بوده که بیانگر کارآیی مناسب این روش است. همچنین با افزایش تعداد مکان‌های نامزد، درصد انحراف جواب الگوریتم ابتکاری از حد پایین به‌شدت افزایش یافته درحالی‌که درصد انحراف جواب الگوریتم ابتکاری از جواب بهینه (جدول ۸) روند کاهشی دارد. بدین ترتیب به نظر می‌رسد که افزایش انحراف جواب ابتکاری از حد پایین در جدول (۹) به دلیل افزایش اختلاف میان حد پایین و جواب‌بهینه بوده و ارتباطی با الگوریتم ابتکاری ندارد.

جدول (۹): میانگین درصد انحراف جواب الگوریتم ابتکاری از حد پایین در حالت وجود ارتباط میان تسهیلات‌جدید

تعداد تسهیلات	تعداد مکان‌های نامزد					
	۵	۸	۱۰	۱۲	۱۵	۲۰
۵	۱۲/۴۷	۲۹/۲۲	۳۱/۴۸	۳۱/۴۷	۳۴/۰۵	۳۳/۷۶
۸	-	۱۷/۵۰	۲۵/۳۹	۳۳/۱۹	۴۰/۵۰	۳۸/۴۵
۱۰	-	-	۱۴/۶۶	۲۴/۹۶	۳۵/۲۱	۴۶/۶۸
۱۲	-	-	-	۱۵/۴۳	۲۷/۱۳	۴۵/۵۷
۱۵	-	-	-	-	۱۳/۲۶	۳۳/۶۱
۲۰	-	-	-	-	-	۱۳/۷۷
میانگین درصد انحراف				۲۷/۳		

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله مسأله جایابی تسهیلات در حالت ناپیوسته با درنظرگرفتن تسهیلات جدید متفاوت توسعه داده شد و در دو حالت وجود و عدم وجود ارتباط بین تسهیلات جدید مورد بررسی قرارگرفت. با استفاده از روش شاخه‌وکران، مشاهده شد که زمان حل مسأله با افزایش تعداد تسهیلات و موقعیت‌ها به طور قابل توجهی افزایش‌می‌یابد؛ بنابراین می‌توان با ارائه یک الگوریتم ابتکاری کارآ و مناسب، تخصیص کارآمدی را در زمان معقول برای ابعاد بزرگ به دست آورد. در ادامه، با تولید مسائل تصادفی متنوع، کارآیی روش ابتکاری ارائه شده در مقایسه با الگوریتم حل دقیق نشان داده شد.

در تحقیقات آتی می‌توان با استفاده از روش‌های فراابتکاری نظیر الگوریتم ژنتیک و جستجوی ممنوع، الگوریتم‌های ترکیبی کارآتری ارائه نمود و معیارهای مختلف دیگری را در قالب یک تابع چند هدفه مورد بررسی قرار داد.

۷- نمادگذاری

N	تعداد مکان‌های نامزد؛
p	تعداد تسهیلات جدید؛
d_{ij}	فاصله بین مکان‌های نامزد i و j؛
f_{ij}	رابطه میان تسهیلات جدید i و j؛
Ψ	مجموعه ماشین‌های تخصیص یافته؛
Ψ'	مجموعه ماشین‌های تخصیص نیافته؛
γ	مجموعه مکان‌های تخصیص داده شده؛
γ'	مجموعه مکان‌های تخصیص داده نشده؛
σ	تخصیص جزئی بدست آمده از روش شاخه‌وکران؛
k	تعداد تسهیلات تخصیص داده شده؛
S	ماتریس تسهیل‌جدید- تسهیل موجود- مکاننامزد؛
C	ماتریس تسهیل جدید – مکان نامزد؛
C_{ij}^{ef}	هزینه ارتباط تسهیل جدید i با تسهیلات موجود؛
C_{ij}^{ff}	ارتباط تسهیل جدید i با تسهیلات جدید استقرار یافته؛
L_{ij}^{uf1}	حدپایین هزینه‌ارتباط تسهیل i با تسهیلات استقرار نیافته
L_{ij}^{uf2}	حدپایین هزینه ارتباط تسهیلات جدیداستقرار نیافته با یکدیگردرحالتی‌که i درمکان j قرارگرفته‌باشد.

۸- مراجع

[۱] Drezner Z.; “Facility Location: A Survey of Applications and Methods”, First Edition, New York: Springer, September 11, 1995.

[۲] Yuri L.; and Adi B.; “A Heuristic Method for Large-Scale Multi-Facility Location Problems”, Computers & Operations Research, Vol. 31, No. 2, pp. 257–272, 2004.

[۳] Domschke, W.; and Krispin, G.; “Location and layout planning, A survey”, ORSpektmm, Vol. 19, pp. 181-194, 1997.

[٤] Francis, R.L.; and white, J.A; “Facility Layout and Location An Analytical Approach”, Second Edition, Pearson Professional, October 1st, 1991.

[٥] Daskin M.S.; “Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications”, Wiley, New York, 1995.

[٦] Drezner T., Drezner Z.; and Salhi, S.; “Solving the Multiple Competitive Facilities Location Problem”, European Journal of Operational Research, Vol. 142, No. 1, pp. 138-151, 2002.

[۷] ReVelle, C.S.; and Swain, R.; “Central Facilities Location”, Geographical Analysis, Vol. 2, pp. 30–42, 1970.

[۸] Kariv, O.; and Hakimi, S.; “An Algorithmic Approach to Network Location Problems. II: The P-Medians”, SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 37, pp. 539–560, 1979.

[۹] Christofides, N.; and Beasley, J.E; “A Tree Search Algorithm for the P-Median Problem”, European Journal of Operational Research, Vol. 10, No. 2, pp. 196–204, 1982.

[۱۰] Hanjoul, P.; and Peeters, D.; “A Comparison of Two Dual-Based Procedures for Solving the P-median Problem”, European Journal of Operational Research, Vol. 20, No. 3, pp. 387–396, 1985.

[۱۱] Beasley, J.E.; “Lagrangean Heuristics for Location Problems”, European Journal of Operational Research, Vol. 65, No. 3, pp. 383–399, 1993.

[۱۲] Klose, A.; and Drexl A., “Facility Location Models for Distribution System Design”, European Journal of Operational Research, Vol. 162, No. 1, pp. 4–29, 2005.

[۱۳] Dileep, R.S.; “Manufacturing Facilities Location planning & Design”, Second Edition, Louisiana Tech university, PWS Publishing, January 26, 1994.

[١٤] Sahin, G.; and Süral, H.; “A review of hierarchical facility location models”, Computers & Operations Research, Vol. 34, pp. 2310-2331, 2007.

۹- زیرنویس‌ها

---

[۱] Multiple Facility Location Problem
[۲] Continuous Multiple Facility Location Problem
[۳] Discrete Multiple Facility Location Problem
[٤] *p*-median problem
[٥] Depth First Search
[٦] Average Ratio Error