



## حل عددی انتقال حرارت نانوسیالات در میکروکانال موجی شکل به روش پخش

جواد رستمی<sup>۱\*</sup>، عباس عباسی<sup>۲</sup>، مجید صفار اول<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران

<sup>۲</sup> دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت:

بازنگری:

بپذیرش:

ارائه آنلاین:

### کلمات کلیدی:

نانوسیال

مدل تک‌فازی

روش پخش

مدل دوفازی

روش اولی‌لاگرنای

**چکیده:** در این مقاله انتقال حرارت مزدوج نانوسیالات در میکروکانال‌های موجی شکل با استفاده از مدل تک‌فازی به روش پخش و مدل دوفازی به روش اولی‌لاگرنای به صورت عددی مطالعه شده است. سیال پایه آب و نانوذرات از دو جنس مختلف اکسید آلومینیوم و مس می‌باشند. غلظت حجمی نانوذرات تا ۲٪ و قطر آنها از ۱۰۰ تا ۱۵۰ نانومتر تغییر می‌کند. معادلات سه‌بعدی حاکم شامل پیوستگی، ممتوم و انرژی در سیال از دیدگاه اولی‌لاگرنای و به روش حجم کنترل حل شده‌اند. معادلات حاکم بر حرکت و انرژی ذرات نیز به روش لاگرنای جداسازی و به روش رانگ-کوتای مرتبه ۴ حل شده‌اند. از آنجا که در روش لاگرنای معادلات حرکت در سه بعد و معادله انرژی برای تک تک ذرات حل می‌شود، از روش پردازش موازی و با استفاده از ابرکامپیوتر این معادلات حل شده‌اند. معادلات حاکم در روش پخش از تئوری محیط متخلخل استخراج شده‌اند. عدم توزیع یکنواخت ذرات در ناحیه حل باعث اختلاف نتایج روش تک‌فازی و دوفازی می‌شود. این اختلاف در روش پخش با انطباق نتایج حاصل از آن با نتایج دوفازی تا حد زیادی کاهش می‌یابد. در پایان برای هر دونوع نانوسیال روابطی جهت محاسبه ضریب هدایت حرارتی ارائه شده است.

### ۱- مقدمه

با توجه به بیشتر بودن ضریب هدایت حرارتی فلزات نسبت به سیالاتی مانند آب، اضافه کردن نانوذرات فلزی به سیالات باعث افزایش ضریب هدایت حرارتی کل می‌شود. اما با توجه به اختلاف خواص دو ماده مانند اختلاف چگالی آنها، رفتار نانوسیال نسبت به سیال همواره دارای پیچیدگی بیشتری است. این پیچیدگی مشکلاتی را در مدل کردن خواص نانوسیال ایجاد می‌کند. برای مدل کردن رفتار نانوسیالات نیز دو مدل تک‌فازی و دوفازی وجود دارد. با اینکه روابط زیادی برای پیش‌بینی ویسکوزیته و ضریب هدایت حرارتی نانوسیالات توسط محققان [۵-۱۱] ارائه شده است، اما وقتی این روابط در مدل تک‌فازی و روش همگن بکار می‌روند، به علت فرضیاتی که در روش همگن وجود دارد، از جمله یکنواخت بودن توزیع ذرات در ناحیه حل، نتایج حاصل از روش همگن معمولاً با نتایج تجربی اختلاف قابل توجهی دارند. به همین دلیل بعضی محققان دنبال مدل دیگری غیر از مدل تک‌فازی برای مطالعه رفتار نانوسیالات هستند. مدل دوفازی به روش اولی‌لاگرنای می‌تواند جایگزین بهتری برای مطالعه رفتار نانوسیالات باشد. اما این روش با وجود دقت زیاد، مشکلات خاص خود را دارد. به طوری که با توجه به اینکه برای تک تک ذرات معادلات حاکم بر حرکت و انرژی ذرات باید حل شود، فرآیند حل بسیار وقت‌گیر می‌باشد. در نتیجه برای حل

می‌بایست از روش‌های پردازش موازی در امر برنامه‌نویسی استفاده کرد و برای اجرای آن نیز به ابرکامپیوتری با تعداد هسته (پردازشگر) زیاد نیاز است [۱۰-۱۶]. در این میان روش پخش نیز وجود دارد که یک روش تک‌فازی و در عین حال دقیق است و محاسبات کمتری نیز دارد، اما دارای یک ضریب مجهول در معادله ضریب هدایت حرارتی است که می‌بایست از نتایج آزمایشگاهی یا یک حل دقیق به دست آید. در این مقاله ضریب موجود در ضریب هدایت حرارتی نانوسیال در روش پخش با انطباق نتایج به دست آمده از روش‌های پخش و دوفازی به دست می‌آید.

هریس و همکاران [۱۱] انتقال حرارت به روش جابه‌جایی اجباری نانوسیال در یک لوله با شرط مرزی دما ثابت را به صورت عددی به روش پخش حل کرده‌اند. آن‌ها در این مطالعه نانوذرات مختلف با قطرهای متفاوت را بررسی کرده‌اند. نتایج آنها با نتایج تجربی انطباق مناسبی داشته و نشان داده‌اند که با کاهش قطر و افزایش غلظت ذرات ضریب انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

مکملی و صفار اول [۱۲] انتقال حرارت به روش پخش در جریان آرام در یک لوله مستقیم را به صورت عددی مطالعه کرده‌اند. آن‌ها در این مطالعه به جای استفاده از سرعت سیال در مدل کردن ضریب هدایت حرارتی نانوسیال، از گرادیان سرعت استفاده کرده‌اند. نتایج حاصل از این کار عددی انطباق خوبی با نتایج تجربی دارد.

$$x_i = \frac{X_i}{D_h}, \lambda^* = \frac{\lambda}{D_h}, a = \frac{A}{D_h}, h = \frac{H}{D_h},$$

$$s = \frac{S}{D_h}, d_p = \frac{D_p}{D_h}, t = \frac{\tau U_b}{D_h}, u_i = \frac{U_i}{U_b}$$

$$p = \frac{P}{\rho_f U_b^2}, T = \frac{\theta - \theta_{ref}}{q'' D_h}, Re = \frac{\rho_f U_b D_h}{\mu_f}, \quad (1)$$

$$k_{sf} = \frac{k_s}{k_f} Pr = \frac{\mu_f C p_f}{k_f}, Pe = Re \cdot Pr$$

## ۲-۱- مدل تک‌فازی (روش پخش):

همانطور که در مقدمه عنوان شد، روش همگن نارسایی‌هایی دارد که باعث می‌شوند نتایج آن از نتایج تجربی فاصله داشته باشند. برای رفع این نقیصه از مفاهیم محیط متخلخل استفاده می‌کنند [۱۷]. در این تئوری فاز جامد را با فاز سیال پایه به صورت یک سیال واحد فرض می‌کنند اما برای نقاطی که ذرات جامد وجود دارد به علت تفاوت در خواص مانند چگالی و نیز تفاوت در سرعت و دمای فازها، برای سرعت و دما یک ترم نوسانی لحاظ می‌شود. این کار شبیه به محاسبه نوسانات در جریان‌های توربولانس است [۱۲].

$$u_i = \langle u_i \rangle + u^* \quad (2)$$

$$T = \langle T \rangle + t^* \quad (3)$$

که مقادیر متوسط سرعت و دما مطابق روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\langle u_i \rangle = \frac{1}{V} \int u_i dV \quad (4)$$

$$\langle T \rangle = \frac{1}{V} \int T dV \quad (5)$$

این مقادیر متوسط برای نوسانات دما و سرعت برابر با صفر هستند. به این ترتیب معادله انرژی به صورت زیر خواهد بود.

$$\frac{\partial(u_i T)}{\partial x_i} = \frac{1}{Pe} \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

که با جاگذاری روابط (۲) و (۳) در معادله (۶) به دست می‌آید:

$$\frac{\partial(\langle u_i \rangle + u^*)(\langle T \rangle + t^*)}{\partial x_i} = \frac{1}{Pe} \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\partial(\langle T \rangle + t^*)}{\partial x_i} \right] \quad (7)$$

با ساده کردن رابطه بالا:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle \langle T \rangle}{\partial x_i} = \frac{1}{Pe} \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial(u^* t^*)}{\partial x_i} \quad (8)$$

رنجبر و همکاران [۱۳] یک سیستم ذخیره گرمای نهان به صورت مکعب مستطیل حاوی نانوسیال را با استفاده از روش پخش مطالعه کردند. آن‌ها معادلات را به صورت سه‌بعدی در نظر گرفته و مسئله به صورت انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد مدل شده است. در این مطالعه اثر غلظت و قطر نانوذرات بر عمل انجماد بررسی شده است.

رحیمی و همکاران [۱۴] تأثیر وابستگی غیرخطی دمایی چگالی آب را در دمای نزدیک ۴ درجه سانتیگراد و تأثیر وجود نانوذرات فلزی در آن را بررسی کرده‌اند. معادلات جابه‌جایی آزاد در این مطالعه دوبعدی می‌باشند و از روش پخش برای مدل کردن ضریب هدایت حرارتی نانوسیال استفاده شده است. نتایج آنها نشان می‌دهد در عمل انجماد افزایش غلظت نانوذرات باعث کاهش ضریب انتقال حرارت می‌شود.

کانال‌های موجی شکل به علت داشتن سطح تماس بیشتر با سیال در مقایسه با کانال مستقیم و نیز وجود گردابه و جریان ثانویه در آن دارای ضریب انتقال حرارت بیشتری نسبت به کانال مستقیم هستند. در این مقاله دو راهکار برای افزایش ضریب انتقال حرارت در این کانال‌ها به کار گرفته شده است. یکی موجی‌شکل کردن بدنه میکروکانال و دیگری استفاده از نانوسیالات به جای سیالات معمولی می‌باشد [۱۰]. لذا به دو روش تک‌فازی (پخش و همگن) و یک روش دوفازی (اویلری-لاگرانژی) مسئله انتقال حرارت مزدوج نانوسیالات در یک میکروکانال موجی شکل مورد مطالعه قرار گرفته است. در پایان با استفاده از نتایج دوفازی ضریب موجود برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی در روش پخش استخراج شده است.

## ۲-۲ معادلات حاکم

در مدل تک‌فازی معادلات حاکم همان معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی برای سیالات معمولی است با این تفاوت که به جای خواص سیال، خواص نانوسیال از روابط موجود [۵-۱۱] جایگزین می‌شوند. در این مقاله خواص نانوسیال از روابط کورسیونه [۵] استخراج شده است. ناحیه حل، ناحیه تناوبی در یک کانال موجی مطابق شکل ۱ است. یکی از تفاوت‌های کانال موجی شکل و کانال تخت عدد رینولدز بحرانی برای گذر جریان از رژیم آرام به درهم است. طبق یافته تولنتینو و همکاران [۱۵] بر خلاف کانال تخت که عدد رینولدز بحرانی در آن حدود ۲۳۰۰ است، این عدد برای کانال موجی شکل با نسبت  $a/\lambda = 0/18$  در حدود ۲۵۰ است. رستمی و همکاران [۱۶] ابعاد بهینه میکروکانال موجی شکل را استخراج کرده‌اند. طبق یافته آنها ابعاد هندسی به صورت زیر است:

$$\lambda = 200 \mu m, a = 20 \mu m, S = 72 \mu m, H = 120 \mu m$$

قبل از ارائه معادلات حاکم، پارامترهای بی‌بعد به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$\begin{aligned} u^c &= J(\xi_x u + \xi_y v + \xi_z w) \\ v^c &= J(\eta_x u + \eta_y v + \eta_z w) \\ w^c &= J(\zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w) \end{aligned} \quad (14)$$

و  $J$  ژاکوبین تبدیل و برابر با حجم سلول اولری است.

$$J = \delta V = x_\xi y_\eta z_\zeta + x_\zeta y_\xi z_\eta + x_\eta y_\zeta z_\xi - x_\xi y_\zeta z_\eta - x_\zeta y_\eta z_\xi - x_\eta y_\xi z_\zeta, \quad (15)$$

$$J \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{bmatrix} = \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta & z_\eta x_\zeta - z_\zeta x_\eta & x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta \\ y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta & z_\zeta x_\xi - z_\xi x_\zeta & x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta \\ y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi & z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi & x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \end{bmatrix}.$$

#### معادله ممنتوم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^c \psi}{\partial \xi} + \frac{\partial v^c \psi}{\partial \eta} + \frac{\partial w^c \psi}{\partial \zeta} &= \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{J q_{11}}{\text{Re}} \psi_\xi \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{J}{\text{Re}} (q_{12} \psi_\eta + q_{13} \psi_\zeta) \right] & \\ + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \frac{J q_{22}}{\text{Re}} \psi_\eta \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \frac{J}{\text{Re}} (q_{12} \psi_\xi + q_{23} \psi_\zeta) \right] & \\ + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[ \frac{J q_{33}}{\text{Re}} \psi_\zeta \right] + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[ \frac{J}{\text{Re}} (q_{13} \psi_\xi + q_{23} \psi_\eta) \right] + JS_p'' & \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن  $\psi$  یکی از مؤلفه‌های سرعت و:

$$\begin{aligned} JS_p^u &= -J(p_\xi \xi_x + p_\eta \eta_x + p_\zeta \zeta_x) \\ JS_p^v &= -J(p_\xi \xi_y + p_\eta \eta_y + p_\zeta \zeta_y) \\ JS_p^w &= -J(p_\xi \xi_z + p_\eta \eta_z + p_\zeta \zeta_z), \end{aligned} \quad (18)$$

همچنین:

$$\begin{aligned} q_{11} &= \xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z, \\ q_{22} &= \eta_x \eta_x + \eta_y \eta_y + \eta_z \eta_z, \\ q_{33} &= \zeta_x \zeta_x + \zeta_y \zeta_y + \zeta_z \zeta_z, \\ q_{12} &= \xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z, \\ q_{13} &= \xi_x \zeta_x + \xi_y \zeta_y + \xi_z \zeta_z, \\ q_{23} &= \eta_x \zeta_x + \eta_y \zeta_y + \eta_z \zeta_z. \end{aligned} \quad (19)$$

معادله انرژی در نانو سیال:

جمله آخر سمت راست معادله (۸) تأثیر پخش دمایی را نشان می‌دهد. این ترم را می‌توان به صورت زیر مدل کرد:

$$u^* t^* = -\frac{1}{Pe} \frac{k_d}{k_f} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} \quad (9)$$

به این ترتیب تأثیر پخش در نانو سیالات فقط در ضریب هدایت حرارتی سیال خود را نشان می‌دهد. به طوری که معادله انرژی با استفاده از روابط (۸) و (۹) به صورت زیر درخواهد آمد:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle \langle T \rangle}{\partial x_i} = \frac{1}{Pe} \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} \right] + \frac{1}{Pe k_f} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ k_d \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} \right] \quad (10)$$

با مرتب کردن آن:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle \langle T \rangle}{\partial x_i} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{k_{nf} + k_d}{k_f} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} \right] \quad (11)$$

در این حالت ضریب هدایت حرارتی نانو سیال جدا از ضریب هدایت نانو سیال یک ترم اضافه به دلیل پخش نیز دارد. این پارامتر تابعی از اعداد رینولدز و پراتل، قطر و غلظت نانوذرات، هندسه کانال، خواص ترموفیزیکی سیال و نانوذرات است و طبق رابطه مکملی و صفار اول [۱۲] به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$k_d = C_d \rho_{nf} C_{p_{nf}} . S.H. \left[ \frac{D_h}{D_p} \right]^a \phi^b |\nabla \times U| = C_d \rho_{nf} C_{p_{nf}} . s.h. \frac{\text{Re} \mu}{\rho_f} \frac{1}{d_p^a} \phi^b |\nabla \times u| \quad (12)$$

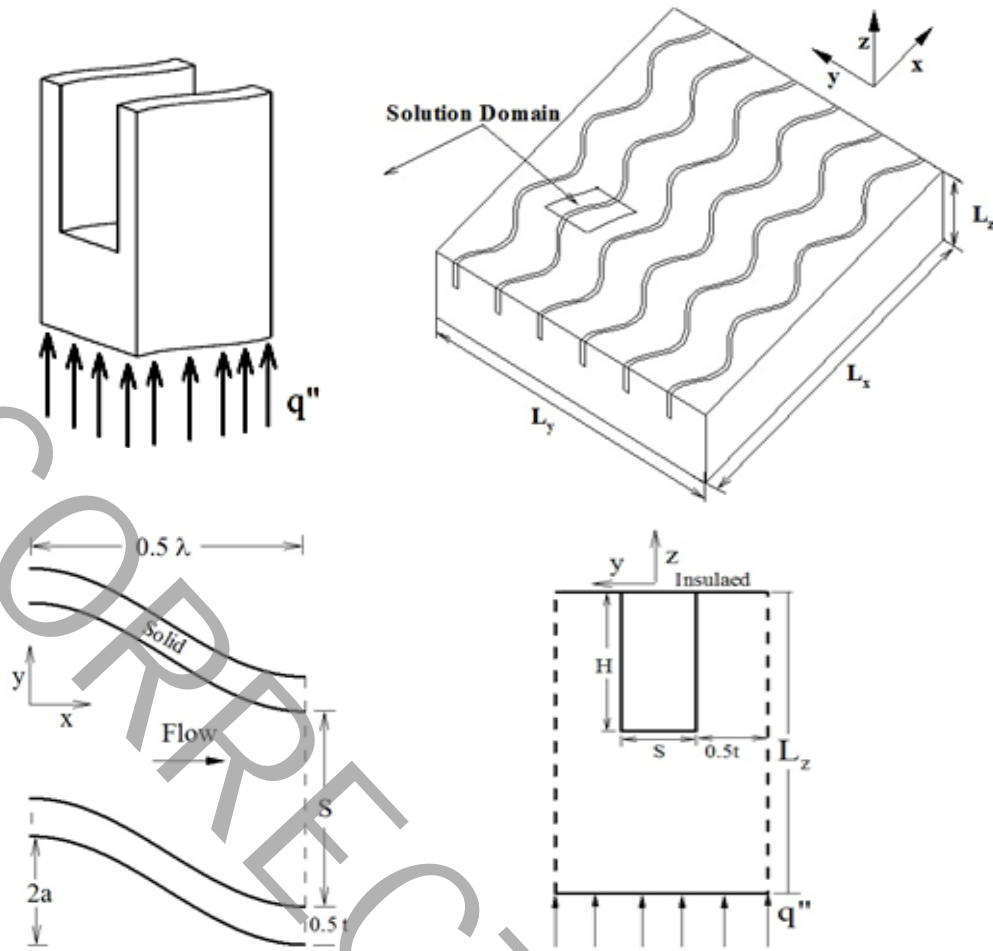
در این رابطه  $C_d$  یک ضریب تجربی می‌باشد و از نتایج آزمایشگاهی یا عددی قابل استخراج است و در این تحقیق از نتایج مربوط به روش دوفازی به دست می‌آید.

با توجه به موجی شکل بودن بدنه میکروکانال و استفاده از شبکه منطبق بر بدنه برای حل همانطور که در کارهای قبلی [۱۰ و ۱۶ و ۱۸] شرح آن آمده است، معادلات به مختصات منحنی الخط نگاشته می‌شوند. لذا معادلات حاکم بی‌بعد به شرح زیر است.

#### معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u^c}{\partial \xi} + \frac{\partial v^c}{\partial \eta} + \frac{\partial w^c}{\partial \zeta} = 0, \quad (13)$$

که در آن:



شکل ۱: هندسه میکرو قطعه و کانال‌های موجی شکل تعبیه شده بر آن

$$\mu_{nf} = \frac{\mu}{1 - 34.87 \left(\frac{D_p}{d_f}\right)^{0.3} \phi^{1.03}} \quad (23)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 +$$

$$4.4 \phi^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}}\right)^{0.369} \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.03} Re_f^{0.4} Pr^{0.66} \quad (24)$$

معادلات (۲۱) و (۲۲) روابط شناخته شده در محلول دوفازی می‌باشند. معادلات (۲۳) و (۲۴) نیز توسط کورسیونه [۵] ارائه شده است. در این روابط قطر مولکول سیال پایه (در این جا آب و برابر با ۰/۳۸۵ نانومتر)، دمای نقطه انجماد سیال پایه و  $Re_f$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Re_f = \frac{2 \rho_f k_B \theta}{\pi D_p \mu^2} \quad (25)$$

که در آن  $k_B = 1/38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  ثابت بولتزمن است. لازم به ذکر است معادلات حاکم در روش پخش همانند روش همگن و نیز ترم

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u^e T}{\partial \xi} + \frac{\partial v^e T}{\partial \eta} [(1-\phi)v^e T] + \frac{\partial w^e T}{\partial \zeta} = \\ & \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{J q_{11} T_\xi}{Pe} \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{J}{Pe} (q_{12} T_\eta + q_{13} T_\zeta) \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \frac{J q_{22} T_\eta}{Pe} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \frac{J}{Pe} (q_{12} T_\eta + q_{13} T_\zeta) \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[ \frac{J q_{33} T_\zeta}{Pe} \right] + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[ \frac{J}{Pe} (q_{13} T_\xi + q_{23} T_\eta) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

برای محاسبه اعداد رینولدز و پکلت در معادلات ممتوم و انرژی از خواص نانو سیال استفاده می‌کنیم.

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (21)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_p \quad (22)$$

$$T_s = T_{f_i}$$

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial n_s} = k_f \frac{\partial T_{f_i}}{\partial n_{f_i}} \quad (31)$$

با توجه به اینکه حل در ناحیه تناوبی انجام می‌شود شرط مرزی تناوبی به صورت زیر برای نیم دوره تناوب برقرار است.

$$u(0, y, z) = u(0.5\lambda, s - y, z)$$

$$v(0, y, z) = v(0.5\lambda, s - y, z) \quad (32)$$

$$w(0, y, z) = w(0.5\lambda, s - y, z)$$

شرط مرزی تناوبی برای دما و فشار به صورت زیر است.

$$\left. \frac{\partial T_s}{\partial x} \right|_{in} = \left. \frac{\partial T_s}{\partial x} \right|_{out}$$

$$\left. \frac{\partial T_{nf}}{\partial x} \right|_{in} = \left. \frac{\partial T_{nf}}{\partial x} \right|_{out} \quad (33)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{in} = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{out}$$

شار حرارتی در صفحه پائین اعمال می‌شود:

$$q'' = -k_s \left( \frac{\partial T_s}{\partial z} \right)_{bottom} \quad (34)$$

معادلات حاکم بر مدل دوفازی و روش اویلری-لاگرانژی در کار قبلی نویسندگان [۱۰] بطور مفصل شرح داده شده است. عدد ناسلت نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Nu_x = \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{int}, \quad (35)$$

### ۳- روش حل عددی

در این مقاله به دو روش تکفازی شامل همگن و پخش و یک روش دوفازی اویلری-لاگرانژی مسئله حل شده است. برای حل روش همگن و پخش و نیز حل سیال از دیدگاه اویلری از روش حجم کنترل سیمپل [۱۹] همراه با طرح اختلاف پیوندی اسپالدینگ [۲۰] برای تقریب جملات جابه‌جایی استفاده شده است. شبکه تولید شده دارای فشردگی در نزدیکی دیواره‌ها است. از آنجا که معادلات حاکم سه بعدی هستند و برای حل از شبکه متمرکز استفاده شده است، به طوری که تمامی متغیرهای سرعت و فشار و دما در نقاط اصلی ذخیره می‌شوند، لذا برای پرهیز از شطرنجی شدن میدان فشار، از میانمایی رأی و چو [۲۱] در معادله تصحیح فشار برای مقادیر سرعت در وجوه حجم کنترل استفاده شده است. در روش اویلری-لاگرانژی

در معادله (۱۲) بایستی به مختصات منحنی‌الخط به صورت زیر انتقال داده شوند.

$$\nabla \times u = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} \quad (26)$$

$$= \left[ \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right] i + \left[ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right] j + \left[ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right] k$$

$$= \omega_x i + \omega_y j + \omega_z k$$

که با معرفی پارامترهای زیر:

$$\omega_x = \frac{1}{J} (w_\xi \zeta_y + w_\eta \eta_y + w_\zeta \zeta_y - v_\xi \zeta_z - v_\eta \eta_z - v_\zeta \zeta_z)$$

$$\omega_y = \frac{1}{J} (u_\xi \zeta_z + u_\eta \eta_z + u_\zeta \zeta_z - w_\xi \zeta_x - w_\eta \eta_x - w_\zeta \zeta_x) \quad (27)$$

$$\omega_z = \frac{1}{J} (v_\xi \zeta_x + v_\eta \eta_x + v_\zeta \zeta_x - u_\xi \zeta_y - u_\eta \eta_y - u_\zeta \zeta_y)$$

و در نهایت:

$$|\nabla \times u| = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \quad (28)$$

همچنین در روش پخش  $k_d$  از رابطه (۱۲) به  $k_{nf}$  اضافه می‌شود. معادله انرژی در بدنه:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (J q_{11} T_{s\xi}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (J q_{22} T_{s\eta}) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J q_{33} T_{s\zeta}) +$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} [J (q_{12} T_{s\eta} + q_{13} T_{s\zeta})] + \frac{\partial}{\partial \eta} [J (q_{12} T_{s\xi} + q_{23} T_{s\zeta})] + \quad (29)$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} [J (q_{13} T_{s\xi} + q_{23} T_{s\eta})] = 0,$$

### شرایط مرزی:

با توجه به اینکه در میکروکانال عدد ناسلت کمتر از ۰/۰۰۱ است، شرط عدم لغزش برای سرعت و عدم پخش برای دما روی بدنه برقرار است. در نتیجه روی دیواره‌ها برای سرعت و فشار:

$$u = v = w = 0$$

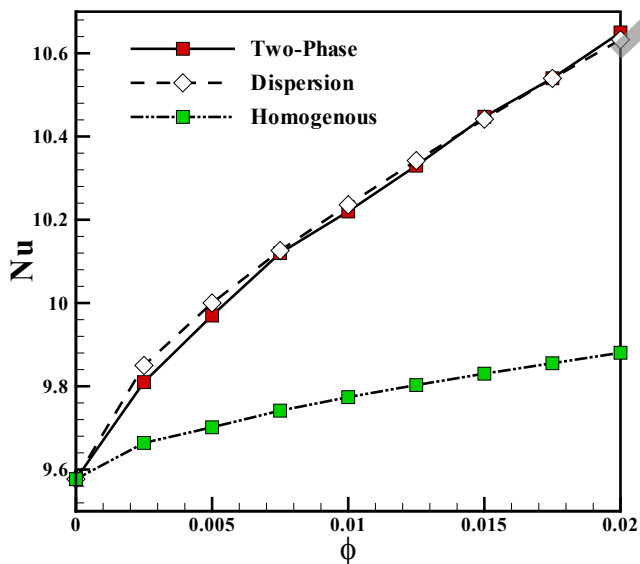
$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (30)$$

که  $n$  بردار عمود بر بدنه است. برای شرط مرزی دما نیز، شرط مرزی عایق برای دیواره بالائی و شرط مرزی مزدوج (شامل برابری دمای نانوسیال و بدنه در سطح مشترک آنها و برابری شار گذرنده از سطح مشترک برای سطح مشترک نانوسیال و بدنه) اعمال شده است.

تکفازی همگن دقیق‌تر است. به طوری که نتایج حاصل از آن نیز به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر می‌باشد. اما این روش هم بسیار وقت‌گیر است، هم نیاز به برنامه‌نویسی پیچیده به روش پردازش موازی دارد و هم برای اجرا به ابرکامپیوتری با تعداد هسته زیاد نیاز دارد. لذا با داشتن اجراهای مختلف از روش اویلری - لاگرانژی می‌توان با انطباق نتایج به دست آمده با روش پخش ضرایب مجهول در ضریب هدایت گرمایی در روش پخش را به دست آورد. به این ترتیب نتایجی که از روش پخش به دست می‌آید هم دقت نتایج دوفازی را دارد، هم زمان اجرای بسیار کمی در مقایسه با روش دوفازی دارد. این روش همچنین نیازمند امکانات پیشرفته مانند ابرکامپیوترها نبوده و زمان محاسبه به قطر و غلظت ذرات وابسته نبوده بلکه قطر و غلظت ذرات فقط بر روی خواص نانوسیال تأثیر گذاشته و محاسبات را افزایش نمی‌دهند. در روش دوفازی برای رینولدز در محدوده ۱۰۰ تا ۲۵۰ و غلظت تا دو درصد و قطر نانوذرات از ۱۰۰ تا ۱۵۰ نانومتر، ۶۰ اجرا برای اکسید آلومینیوم و ۷۶ اجرا برای مس و در مجموع ۱۳۶ اجرا گرفته شده است. لذا با اجراهای زیاد و حدس و خطاهای متعدد ضرایب مجهول در ضریب هدایت حرارتی در روش پخش به صورت زیر به دست آمد:

$$k_d = C_d \rho_{nf} C_{p_{nf}} \cdot \left( \frac{A_c}{D_h^2} \right) \cdot \frac{\text{Re} \mu 10^{-5}}{\rho_f} \frac{\phi^b}{d_p^a} |\nabla \times u| \quad (36)$$

در این رابطه  $A_c = S.H$  سطح مقطع است. ضریب  $C_d$ ، توان قطر  $a$  و توان غلظت  $b$  مجهول می‌باشند که به صورت زیر به دست آمده‌اند:



شکل ۲: مقایسه عدد ناسلت با سه روش مختلف برای نانوذرات اکسید آلومینیوم با قطر ۱۳۵ نانومتر در رینولدز ۲۰۰

نیز معادلات ذرات از روش رنگ-کوتای مرتبه ۴ حل شده‌اند. روند حل به این گونه است که ابتدا ذرات به صورت تصادفی به طوری که توزیع نسبتاً یکنواختی را داشته باشند داخل ناحیه حل که یک بار میادین سرعت، فشار و دما بدون حضور ذرات حل شده است توزیع می‌شوند. در این توزیع با قرارگیری هر ذره در هر سلول اسکالر مقدار غلظت حجمی آن سلول محاسبه می‌شود، چنانچه مقدار غلظت حجمی از غلظت حجمی متوسط ده درصد بیشتر بود ذره از آن محل حذف شده و مجدداً توسط توابع تصادفی جایابی می‌شود. سپس ذرات به تعداد هسته‌های ابرکامپیوتر تقسیم شده و هر هسته حل سرعت و دمای تعدادی از ذرات را بر عهده خواهد داشت. به عنوان نمونه برای غلظت حجمی ۲٪ و قطر ذرات ۱۰۰ نانومتر تعداد ذرات در حدود ۳۲ میلیون است که چنانچه این تعداد ذره بین ۶۴ هسته تقسیم شود، هر هسته وظیفه حل ۵۰۰ هزار ذره را بر عهده دارد.

برنامه به روش پردازش موازی در ساختار حافظه توزیع شده نوشته شده است. ابتدا هسته شماره صفر سیال را حل می‌کند و نتایج شامل میدان سرعت، دما و فشار را به تمامی هسته‌ها می‌فرستد. هر هسته مبادرت به حل سرعت و دمای تعدادی از ذرات می‌کند. ترم چشمه ایجاد شده توسط هر ذره در سلول اویلری که قرار دارد محاسبه می‌شود. ترم‌های چشمه محاسبه شده به هسته شماره صفر ارسال شده و این هسته با ترم‌های چشمه جدید مجدداً میادین سرعت، فشار و دمای سیال را حل می‌کند و عدد ناسلت را محاسبه می‌کند. مجدداً نتایج به هسته‌ها ارسال شده و این فرآیند تا زمانی که اختلاف عدد ناسلت محاسبه شده در هر مرحله نسبت به مرحله قبل به کمتر از ۲٪ برسد، ادامه خواهد داشت.

### بحث در نتایج

برای پرهیز از افت فشار زیاد، رژیم جریان در میکروکانال‌ها معمولاً آرام است. لذا نتایج برای رینولدز از ۱۵۰ تا ۲۰۰ که در کانال موجی شکل مورد مطالعه آرام است ارائه شده است. غلظت نانوذرات تا ۲٪ حجمی و قطر آنها ۱۰۰ تا ۱۵۰ نانومتر در نظر گرفته شده است.

فیزیک جریان شامل نحوه تشکیل گردابه‌ها و جریانات ثانویه و تأثیر آن‌ها بر میدان‌های سرعت و دما در کارهای قبلی [۱۰ و ۱۶] تشریح شده است. در این مقاله به نتایج مدل‌های تکفازی و دوفازی می‌پردازیم.

استقلال نتایج از تعداد نقاط شبکه و صحت‌سنجی نتایج نیز در کار قبلی نویسندگان [۱۰] انجام شده است. نتیجه صحت‌سنجی نشان می‌دهد که نتایج حل دوفازی نسبت به حل تکفازی به نتایج تجربی نزدیک‌تر است. تعداد نقاط لازم برای استقلال نتایج از شبکه  $48 \times 36 \times 56$  به دست آمده است.

همگرایی نتایج شامل معادله پیوستگی در کل نقاط، اختلاف مؤلفه‌های سرعت و دما با تکرار قبل بوده است و معیار همگرایی رسیدن خطاهای فوق به مقدار کمتر از ۵-۱۰ می‌باشد.

همان طور که اشاره شد روش دوفازی اویلری-لاگرانژی نسبت به روش

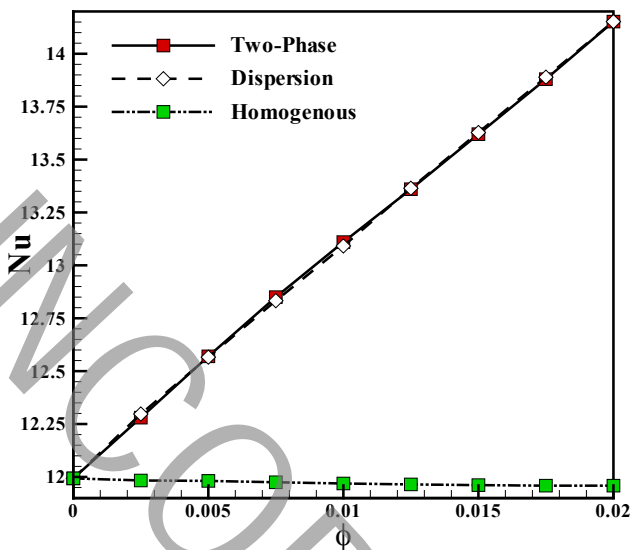
جدول ۱: ضرایب مجهول در روش پراکنده

ذره	$a$	$b$	$C_d$
Cu	۰/۷۱	۱	$1/25 - 9/387 \times 10^{-5} (Re - 190)^2$
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	۰/۱	۰/۵۵	$3/837 - 3/9 \times 10^{-4} (Re - 200)^2$

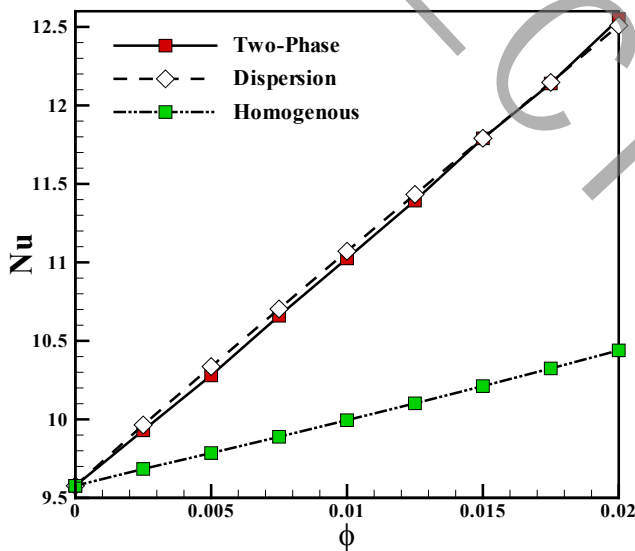
مقادیر جدول برای  $150 < Re < 250$ ،  $100\text{-nm} < D_p < 150\text{-nm}$  و  $0 < \phi < 0/02$  صادق است. در این رابطه  $d_p = D_p / D_h$  قطر بی بعد می باشد

ملاحظه می شود که  $C_d$  تابعی از عدد رینولدز می باشد. این ضریب با گذراندن یک تابع درجه دوم از اجزای مربوط به رینولدزهای ۱۵۰، ۲۰۰ و ۲۵۰ به دست آمده است. سپس برای اطمینان از درستی آن برای رینولدزهای ۱۷۵ و ۲۲۵ نیز برنامه روش پخش با همین روابط برای Cd اجرا شد و نتایج انطباق مناسبی با نتایج حاصل از روش دوفازی داشتند.

در شکل های ۲ تا ۵ عدد ناسلت حاصل از روش همگن، پخش و دوفازی برای حالت های مختلف نشان داده شده است. در شکل ۲ عدد ناسلت برای نانوذرات اکسید آلومینیوم و قطر ۱۳۵ نانومتر در رینولدز ۲۰۰ نشان داده شده است. ملاحظه می شود که نتایج دوفازی و پخش بر هم منطبق بوده و روش همگن از آن ها فاصله دارد. این موضوع که ناسلت حاصل از روش دوفازی از ناسلت حاصل از تک فازی بیشتر است توسط محققان مختلف [۱۰-۶] نیز گزارش شده است.

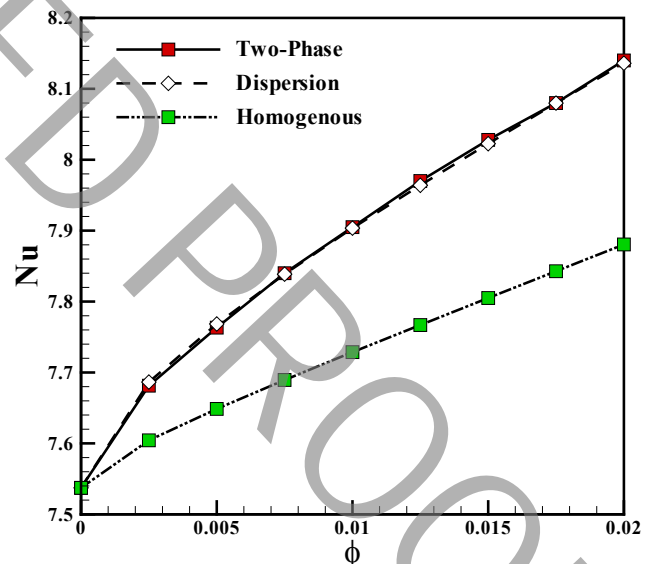


شکل ۴: مقایسه عدد ناسلت با سه روش مختلف برای نانوذرات مس و قطر ۱۵۰ نانومتر در رینولدز ۲۵۰+

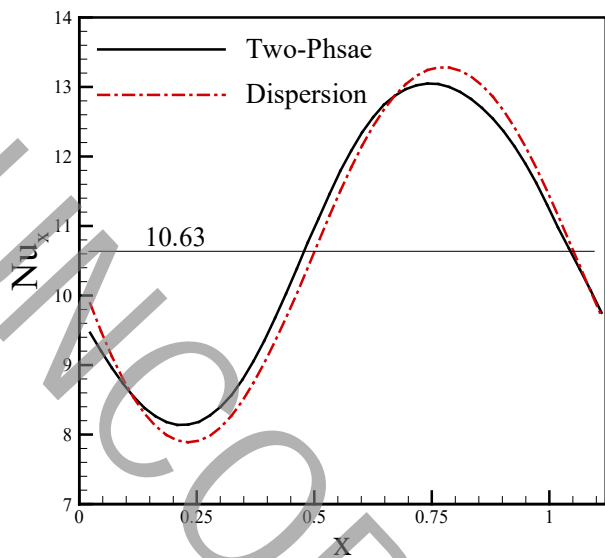


شکل ۵: مقایسه عدد ناسلت با سه روش مختلف برای نانوذرات مس با قطر ۱۰۰ نانومتر در رینولدز ۲۰۰+

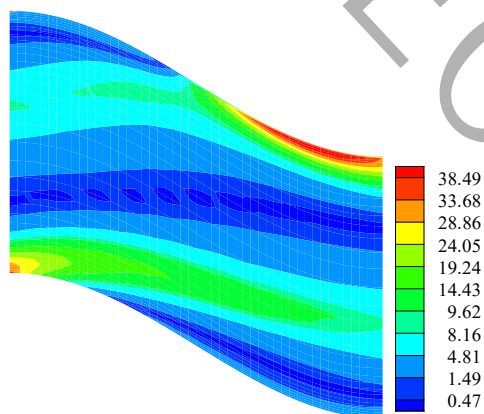
بیشترین اختلاف بین نتایج روش دوفازی و پخش ۲۶٪ در حالی که این اختلاف با روش همگن ۸٪ است. در شکل ۳ عدد ناسلت برای نانوذرات اکسید آلومینیوم با قطر ۱۵۰ نانومتر در رینولدز ۱۵۰ نشان داده شده است.



شکل ۳: مقایسه عدد ناسلت با سه روش مختلف برای نانوذرات اکسید آلومینیوم با قطر ۱۵۰ نانومتر در رینولدز ۱۵۰+



شکل ۶: توزیع ناسلت محلی برای نانوسیال آب-اکسیدآلومینیوم، غلظت دو درصد و قطر ۱۳۵ نانومتر در رینولدز ۲۰۰



شکل ۷: توزیع محلی اندازه گرادیان سرعت در رینولدز ۲۰۰

روش زمانبر، پیچیده و نیازمند امکانات گران است، در این میان روش تک‌فازی پخش اگر چه به نتایج روش دوفازی وابسته است اما بعد از به دست آوردن ضریب هدایت حرارتی مزیت‌های هر دو روش یعنی دقت روش اویلری-لاگرانژی و سادگی روش همگن را با هم دارد. در این مقاله روابطی برای دو نوع نانوسیال جهت محاسبه ضریب هدایت حرارتی در روش پخش ارائه شده است. از این روابط برای هندسه‌های موجی شکل مشابه به هندسه مطالعه شده برای جریان نانوسیال می‌توان با تقریب مناسبی استفاده کرد.

در شکل ۴ عدد ناسلت برای نانوذرات مس و قطر ۱۵۰ نانومتر در رینولدز ۲۵۰ نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که در این شکل نیز نتایج دوفازی و پخش بر هم منطبق بوده و روش همگن از آن‌ها فاصله دارد. بیشترین اختلاف بین نتایج روش دوفازی و پخش ۱/۰٪ است. در حالی که این اختلاف با روش همگن ۸/۷٪ است. نکته دیگر که از نقاط ضعف روش همگن می‌باشد، عدم انطباق نتایج حاصل از آن با روند قابل انتظار از نانوسیالات در بعضی شرایط است. به طوری که در شکل ۴ با افزایش غلظت نانوذرات به جای افزایش انتقال حرارت مقدار آن کاهش می‌یابد. دلیل آن نیز تأثیر ضریب هدایت حرارتی در عدد پراتل است که با افزایش غلظت نانوذرات این عدد که در معادله انرژی ظاهر می‌شود کاهش یافته و باعث کاهش عدد ناسلت و منتج به ارائه نتایج غیر واقعی می‌شود.

فرض توزیع یکنواخت ذرات در روش همگن باعث ایجاد اختلاف در نتایج روش تک‌فازی و دوفازی می‌شود. در نتیجه طبق نتایج پخش دوفازی، مشخص شد که علت اصلی تفاوت نتایج تک‌فازی و دوفازی به توزیع ناهمگن ذرات در روش دوفازی مربوط می‌شود. در روش پراکنده، اگر چه توزیع ذرات همگن فرض می‌شود اما توزیع ضریب هدایت حرارتی نانوسیال نیز طبق رابطه (۳۶) تابعی از مقدار گرادیان سرعت در میدان جریان است. در نتیجه توزیع ضریب هدایت حرارتی در میدان به صورت غیر یکنواخت خواهد بود. در شکل ۶ توزیع عدد ناسلت محلی برای نانوسیال آب-اکسیدآلومینیوم با غلظت دو درصد و قطر ۱۳۵ نانومتر حاصل از روش‌های دوفازی و پخش در رینولدز ۲۰۰ رسم شده است. ملاحظه می‌شود که مقدار ناسلت متوسط در هر دو روش برابر با ۱۰/۶۳ بوده اما به صورت محلی تفاوت‌هایی با هم دارند. در شکل ۷ توزیع گرادیان سرعت بعنوان عامل ناهمگنی ضریب هدایت حرارتی نانوسیال در رینولدز ۲۰۰ رسم شده است. ملاحظه می‌شود، بر دیواره بالایی، گرادیان سرعت در ناحیه نزدیک به تماس مجدد جریان با بدنه بیشتر از سایر نواحی است. این موضوع باعث افزایش عدد ناسلت در این ناحیه می‌شود. به این ترتیب با روابط به دست آمده برای ضریب هدایت حرارتی در روش پخش (رابطه (۳۶))، می‌توان نتایجی با دقت روش دوفازی اویلری-لاگرانژی به دست آورد در حالیکه مشکلات روش دوفازی را ندارد. اگر چه این روش ضرایب مجهول خود را از روش دوفازی یا نتایج آزمایشگاهی وام می‌گیرد.

#### ۴- نتیجه گیری

مسئله انتقال حرارت مزدوج در ناحیه تناوبی یک میکروکانال موجی شکل به روش عددی با استفاده از مدل تک‌فازی به روش پخش و مدل دوفازی به روش اویلری-لاگرانژی حل شده است. از روش سیمپل برای حل سیال و از روش رنگ-کوتای مرتبه ۴ برای حل ذرات استفاده شده است. با توجه به تعداد زیاد ذرات از روش‌های پردازش موازی استفاده شده و برنامه توسط یک ابرکامپیوتر با بیش از ۱۴۰۰ هسته اجرا شده است. روش همگن معمولاً عدد ناسلت را کمتر از مقدار واقعی به دست می‌آورد و روش اویلری-لاگرانژی



## تشکر و قدردانی

نویسندگان از وزارت علوم، تحقیقات و فناوری بابت حمایت مالی جهت انجام این پروژه و نیز از پروفسور ینس هارتینگ و دانشکده فیزیک کاربردی دانشگاه صنعتی آیندهون TU/e بابت حمایت مالی از نویسنده مسئول و در اختیار گذاشتن ابرکامپیوتر آن دانشکده کمال تشکر را دارند.

## فهرست علائم

$a$	دامنه موج (m)
$d_p$	قطر ذرات (m)
$C_p$	ظرفیت گرمایی ( $\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )
$D_h$	قطر هیدرولیکی (m)
$F_b$	نیروی شناوری (N)
$F_{br}$	نیروی براونی (N)
$F_D$	نیروی درگ (N)
$F_g$	نیروی وزن (N)
$F_L$	نیروی بالابر ساافمن (N)
$F_p$	نیروی گرادیان فشار (N)
$F_T$	نیروی ترموفورتیک (N)
$H$	ارتفاع دهانه میکروکانال (m)
$J$	ژاکوبین تبدیل
$k$	ضریب هدایت حرارت ( $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )
$m$	جرم (kg)
$n$	بردار یکه عمود بر سطح
$Nu$	عدد ناسلت
$np$	تعداد ذرات
$p$	فشار بی‌بعد
$Pe$	عدد پکلت
$q$	شار حرارتی ( $\text{W.m}^{-2}$ )
$q$	پارامترهای معادله (۷)
$Re$	عدد رینولدز
$S$	عرض دهانه کانال (m)
$t$	ضخامت دیواره کانال (m)
$T$	دمای بی‌بعد
$U, V, W$	مؤلفه‌های سرعت (m/s)
$u, v, w$	سرعت‌های بی‌بعد
$X, Y, Z$	مؤلفه‌های مکانی (m)
$x, y, z$	مؤلفه‌های مکانی بی‌بعد

## حروف یونانی

$\psi$	مؤلفه عمومی سرعت
$\phi$	غلظت حجمی ذرات
$\lambda$	طول موج (m)
$\mu$	ویسکوزیته (Pa.sec)
$\rho$	چگالی ( $\text{kg.m}^{-3}$ )
$\tau$	زمان (sec)
$\zeta, \eta, \xi$	مؤلفه‌های دستگاه منحنی‌الخط
$\delta V$	حجم سلول اویلری ( $\text{m}^3$ )
$\theta$	دما (K)
<b>زیرنویس‌ها</b>	
$b$	دمای حجمی سیال
$f$	سیال
$int$	سطح مشترک
$nf$	نانوسیال
$p$	ذره
$s$	بدنه
$sf$	نسبت مقدار برای بدنه به سیال
$w$	مقدار روی دیواره
<b>بالانویس‌ها</b>	
$c$	سرعت در دستگاه منحنی‌الخط

## مراجع

- [1] Maiga, S., E., B., Nguyen, C., T., Galanis, N., Roy, G., Mare, T., Coqueux, M., 2006, "Heat Transfer Enhancement in Turbulent Tube Flow Using Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Nanoparticle Suspension", *International Journal of Numerical Method for Heat and Fluid Flow*, 16 (3), pp. 275-292.
- [2] Patel, H., Sundararajan, T., Pradeep, T., Dasgupta, A., Dasgupta, N. and Das, S. K., 2005, "A Micro-convection Model for Thermal Conductivity of Nanofluids", *Journal of Physics*, 65 (5), pp. 863-869.
- [3] Brinkman, H. C., 1952, "The Viscosity of Concentrated Suspension and Solution", *the Journal of Chemical Physics*, 20, pp. 571-581.
- [4] Chon, C., Kihm, K., Lee, S., Choi, S., 2005, "Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> thermal conductivity

- Heat Storage System Containing Nano-Enhanced Phase Change Material”, *Thermal Sciences*, 15 (1), pp. 169-181.
- [14] Rahimi, M., Ranjbar, A. A., Hosseini, M. J., Abdollahzadeh, M., 2012, “Natural convection of nanoparticle–water mixture near its density inversion in a rectangular enclosure”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 39, pp. 131-137.
- [15] Tolentino, F. O., Mendez, R. R., Guerrero, A. H. and Palomares, B. G., 2008, “Experimental Study of Fluid Flow in the Entrance of a Sinusoidal Channel”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29, 1233-1239.
- [16] Rostami, J., Abbassi, A., Saffar-Avval, M., 2015, “Optimization of Conjugate Heat Transfer in Wavy Walls Microchannels”, *Applied Thermal Engineering*, 82, 318-328.
- [17] Saffman, P. G., 1959, “A Theory of Dispersion in a Porous Medium”, *Journal of Fluid Mechanics*, 6, pp. 321-349.
- [18] Raisee, M., 1999, “Computation of Flow and Heat Transfer Through Two- and Three-Dimensional Rib-Roughed Passages, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, *University of Manchester (UMIST)*.
- [19] Patankar, S. V., and Spalding, D. B., 1972, “A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15, pp. 1787-1806.
- [20] Spalding, D. B., 1972, “A Novel Finite Difference Formulation for Differential Expressions Involving Both First and Second Derivatives”, *Journal of Numerical Methods for Engineering*, 4, pp. 551-559.
- [21] Rhie, C. M., Chow, W. L., 1983, “Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trading Edge Separation”, *AIAA Journal*, 21 (11), 1525-1535.
- enhancement”, *Applied Physics Letter* 87.
- [5] Corcione, M., 2011, “Empirical Correlating equations for predictiong the effective thermal conductivity and dynamic viscosity of nanofluids”, *Energy Conversion and Management*, 52, pp. 789-793.
- [6] Mirzaei, M., Saffar-Avval, M., Naderan, H., 2014, “Heat Transfer Investigation of Laminar Developing Flow of Nanofluids in a Microchannel Based on Eulerian-Lagrangian Approach”, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 92, pp. 1139-1149.
- [7] Bianco, V., Chiacchio, F., Manca, O., Nardini, S., 2009, “Numerical Investigation of Nanofluids Forced Convection in Circular Tubes”, *Applied Thermal Engineering*, 29, pp. 3632-3642.
- [8] Wen, D., Zhang, L., He, Y., 2009, “Flow and Migration of Nanoparticle in a Single Channel”, *Heat and Mass Transfer*, 45, 1061-1067.
- [9] He, Y., Men, Y., Zhao, Y., Lu, H., Ding, Y., 2009, “Numerical Investigation into the Convective Heat Transfer of TiO<sub>2</sub> Nanofluids Flowing through a Straight Tube Under the Laminar Flow Conditions”, *Applied Thermal Engineering*, 29, 1965-1972.
- [10] Rostami, J., and Abbassi, A., 2016, “Conjugate heat transfer in a wavy microchannel using nanofluid by two-phase Eulerian–Lagrangian method”, *Advanced Powder Technology*, 27, 9-18.
- [11] Heris, S. Z., Nasr Esfahani, M., Etemad, G., 2007, “Numerical Investigation of Nanofluid Laminar Convective Heat Transfer through a Circular Tube”, *Numerical Hear Transfer, Part A*, 52, pp. 1043-1058
- [12] Mokmeli, A., Saffar-Avval, M., 2010, “Prediction of Nanofluid Convective Heat Transfer Using the Dispersion Model”, *International Journal of Thermal Sciences*, 49, pp. 471-478.
- [13] Ranjbar, A. A., Kashani, S., Hosseinizadeh, S. F., 2011, “Numerical Heat Transfer Studies of a Latent

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

J. Rostami, A. Abbassi, M. Saffar Avval, Numerical Heat Transfer by Nanofluids in Wavy Walls Microchannel Using Dispersion Method, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 51(4) (2019) 1-10.

DOI:

