

بررسی تجربی و تحلیلی بسامد حالت‌های نوسانی در محفظه‌های احتراق ناپایدار

نوذر اکبری^{۱*}؛ ناصر سراج مهدیزاده^۲؛ رضا ابراهیمی^۳؛ محمد رضا پاکتچیان^۴

چکیده

احتراق پیش مخلوط با نسبت سوخت به هوای کم برای موتورهای توربین گازی به عنوان روشی برای رسیدن به استانداردهای زیست محیطی در رابطه با انتشار NOx پذیرفته شده است. با این حال این فرایندهای احتراقی برای تحریک ناپایداری احتراق بسیار مستعد هستند. هدف اصلی از این تحقیق، بررسی تجربی و تحلیلی حالت‌های^۱ اصوات^۲ محفظه احتراق در هنگام ناپایداری احتراق است. برای این منظور یک محفظه احتراق از نوع پیش مخلوط طراحی و ساخته شد، و آزمایش‌های مربوطه برای دو حالت پایدار و ناپایدار انجام شده است. در این طرح از پروپان گازی به عنوان سوخت استفاده شده و آزمایش‌ها در فشار اتمسفر و در نسبت تعادل بین ۰/۷ الی ۱/۲ انجام شده است. برای تعیین بسامد^۳ نوسانات ناپایدار در محفظه احتراق در شرایط مختلف، از منحنی‌های هیستوگرام^۴، اسپکترال^۵ و منحنی انتقال فوریه نوسانات فشاری استفاده شده است. سپس بصورت تحلیلی بسامد حالت‌های اصوات محاسبه گردید و کد کامپیوتری نیز برای این منظور نوشته شده است. در پایان نتایج بدست آمده از روش تحلیلی با مقادیر تجربی مقایسه شده‌اند که دقت نتایج رضایت بخش می‌باشد.

کلمات کلیدی: ناپایداری احتراق، موتورهای توربین گازی، محفظه‌های پیش مخلوط، آزمایش‌های تجربی اصوات

Analytical and Experimental Investigation of Frequency of Oscillation Modes in Combustion Chambers of Gas Turbines

N. Akbari; N. Seraj Mehdizadeh; R. Ebrahimi; M. R. Pakatchian

ABSTRACT

Premixed combustion is widely used for simulation of combustion chambers of gas turbines, utilized for low NOx emission applications. However, this category of gas turbine is susceptible to combustion instability. The main aim of this investigation is to focus on thermo-acoustic instability modes in gas turbine combustion chambers. Both analytical and experimental methods are applied for this study. For this purpose, an experimental combustion chamber is designed and fabricated and various experiments are planned and performed in order to achieve the behavior of combustion chamber during stable and unstable conditions. In this research, gaseous propane is introduced as fuel and experiments are performed at nearly atmospheric pressure with equivalence ratios within the range of 0.7 to 1.2. To distinguish the frequency of combustion instability, through various operating conditions, probability density functions, spectral diagrams and the discretized fast Fourier transform of pressure wave oscillations are employed. Moreover, an analytical method is applied and a computer code is written and elaborated for this purpose. Instability frequencies are derived experimentally and analytically and the results are compared with each other. Accordingly, good agreements are observed between the results.

KEYWORDS: Combustion Instability, Gas Turbine Engine, Premix Combustion

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۷/۷/۱۴

تاریخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۹/۱/۱۵

^{۱*} نویسنده مسئول و استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهر ری، a8129982@aut.ac.ir

^۲ دانشیار دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده هوافضا

^۳ دانشیار دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، دانشکده هوافضا

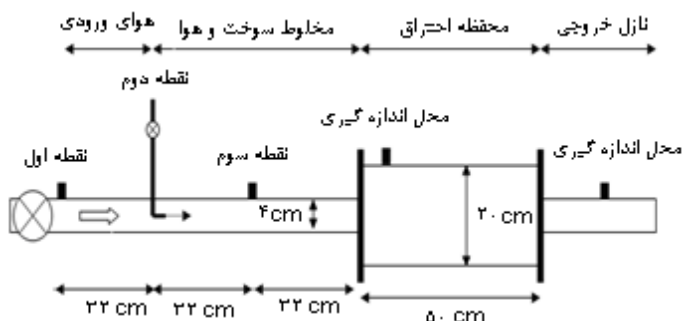
^۴ کارشناس ارشد دانشگاه امیرکبیر، دانشکده هوافضا

۱- مقدمه

باید محفظه‌ای مانند شکل (۲) طراحی و ساخته شود.

اجزاء این دستگاه عبارتند از:

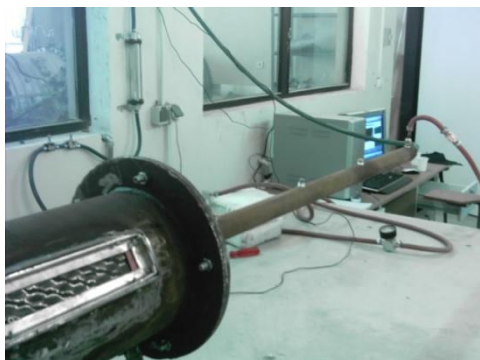
- ۱- قسمت هوای ورودی
- ۲- قسمت اختلاط سوخت و هوا
- ۳- قسمت محفظه احتراق
- ۴- قسمت خروجی گازهای سوخته شده



شکل (۲): شماتیک اجزاء محفظه احتراق مورد آزمایش همراه با ابعاد آن

عملکرد این محفظه به این صورت است که ابتدا سوخت با سوخت پاش‌های معمولی بطور شعاعی در مرکز لوله هوای ورودی پاشیده می‌شود و سپس در لوله ورودی (لوله پیش مخلوط) جریان سوخت و هوا بطور کامل با هم مخلوط می‌شوند. در پایان مخلوط سوخت و هوا وارد محفظه احتراق شده و احتراق در آنجا انجام می‌شود.

در تست آزمایشگاهی، هوای متراکم شده از لوله ورودی وارد محفظه می‌شود. دمای هوای ورودی را می‌توان با گرم کن تنظیم کرد. در قسمت هوای ورودی شرایط طوری مهیا شده که طول لوله پیش مخلوط را بتوان تغییر داد و فاصله محل پاشش سوخت تا شعله قابل تنظیم باشد. به این ترتیب امکان بررسی تاثیر اندازه طول لوله ورودی پیش مخلوط در ناپایداری احتراق وجود دارد.



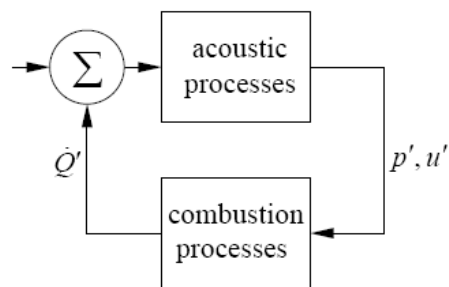
شکل (۳): محفظه احتراق پیش مخلوط مورد آزمایش

باید توجه داشت که دبی جرمی سوخت و هوای ورودی هیچگونه نوساناتی به محفظه وارد نکنند. علت آن است که این

محققان تلاش‌های زیادی برای تولید محفظه‌های با NO_x کم برای توربین‌های گازی کردند که منجر به استفاده از محفظه‌های جدیدی بنام LPM^6 گردید. در این نوع محفظه‌ها ابتدا سوخت و اکسید کننده در بالا دست جریان کاملاً مخلوط شده و سپس مخلوط سوخت و هوا وارد محفظه احتراق می‌شوند. در این محفظه‌ها دمای احتراق به طوری کاهش یافته است تا از ایجاد NO_x حرارتی تا حد ممکن جلوگیری شود. با اینکه روش پیش مخلوط نسبت کم سوخت و هوا، میزان انتشار NO_x را به طور قابل قبولی کنترل می‌کند ولی نوسانات فشاری ایجاد شده در اثر احتراق باعث ایجاد مشکلاتی می‌شود [۱].

اغتشاشات فشاری^۷ در محفظه احتراق موتور توربین گازی همیشه وجود دارد حتی اگر محفظه، عملکرد پایداری داشته باشد. این اغتشاشات در شرایط پایدار معمولاً با نوساناتی با کم دامنه ظاهر شده که بانام نوسانات اصوات سنتی^۸ معرفی می‌شوند و مهمترین عامل موثر بر آنها هندسه محفظه است [۲]. بطور معمول بعضی از این اختلالات می‌تواند انرژی لازم برای نوسانات ناپایدار را ایجاد کرده و دامنه آنها را افزایش دهد. نتایج نشان می‌دهد که نوسانات فشاری با دامنه بیشتر از ۵٪ فشار اصلی محفظه، می‌توانند نشان دهنده ناپایداری احتراق باشند [۳]. در هنگام ناپایداری احتراق معمولاً دو پدیده مهم رخ می‌دهد که عبارتند از:

- ۱- افزایش بیش از حد حرارت آزاد شده
- ۲- تولید نوساناتی با دامنه بزرگ



شکل (۱): شماتیک مکانیزم ناپایداری احتراق [۴]

با توجه به مطالب گفته شده، ناپایداری احتراق در واقع همگیری بین نوسانات اصوات و نوسانات حرارت آزاد شده در محفظه احتراق می‌باشد [۱] (شکل (۱)).

۲- دستگاه مورد آزمایش

برای انجام آزمایش‌های تجربی در محفظه احتراق LPM ،

نوسانات سوخت و هوا می‌تواند در بسامد ناپایداری مشاهده شده تاثیر گذارد. لذا در هنگام تزریق سوخت و هوا به لوله ورودی از نازل‌هایی استفاده می‌شود که بتوانند شرایط خفگی جریان را در ورودی ایجاد نمایند.

برای مشاهده شعله در محفظه احتراق پنجره‌ای از جنس کواتز تعبیه شده است، ضخامت این شیشه باید طوری باشد که توانایی تحمل فشار و دمای بالا را داشته باشد (شکل (۳)).

مقدار دبی سوخت مصرفی توسط شیر مخصوصی که از نوع جریان یکطرفه است و قابلیت تنظیم مقدار دبی عبوری با دقت زیاد را به محفظه احتراق دارد، کنترل می‌شود. علت انتخاب این نوع شیر ایمنی بالای آن در مصارف احتراقی است.

برای شروع آزمایش لازم است که ابتدا دستگاه کالیبره شود، پس از انجام تنظیمات اولیه، ضروری است که دستگاه مدتی کار کند تا به دمای پایدار برسد. سپس آزمایش‌های مورد نظر در رابطه با ناپایداری احتراق انجام گیرد.

وسایل اندازه‌گیری این دستگاه عبارتند:

۱. دبی‌سنج گازی، که برای اندازه‌گیری دبی سوخت و هوای مصرفی استفاده می‌شود، محل‌های نصب آن در لوله ورودی جریان هوا و سوخت به لوله پیش مخلوط است.

۲. فشار سنج‌های معمولی، که محل‌های نصب آنها روی لوله‌های سوخت و هوای ورودی به سیستم محفظه احتراق است.

۳. میکروفون، که قابلیت اندازه‌گیری فشار دینامیکی محفظه احتراق و شدت صوت ایجاد شده را دارد. این میکروفون در انتهای محفظه احتراق، محلی که گازهای سوخته شده از محفظه خارج می‌شوند، نصب می‌شود. لازم به ذکر است که میکروفون طوری نصب شده که نوسانات سازه‌ای محفظه تاثیری بر آن نداشته باشد و همچنین در معرض مستقیم گازهای داغ خروجی قرار نگیرد. برای این منظور میکروفون توسط سیمی از سقف آزمایشگاه آویزان شده است.

۴. کارت داده برداری

۵. رایانه برای پردازش اطلاعات

۶. نرم افزارهای مربوطه برای پردازش اطلاعات

۷. دما سنج‌های برای اندازه‌گیری دمای محفظه احتراق و هوای ورودی

پیش بینی شده است که این وسیله علاوه بر اینکه قابلیت تغییر متغیرهای جریان از قبیل دما و دبی جرمی را دارد، قابلیت

تغییر ابعاد برای بررسی تاثیر ابعاد محفظه و لوله‌های ورودی و خروجی در ناپایداری را نیز داشته باشد.

در این آزمایش از گاز پروپان به عنوان سوخت و از هوا به عنوان اکسید کننده استفاده شده است. فشار هوای ورودی، توسط متراکم کننده از نوع پیستونی ایجاد می‌شود و می‌توان در نقاط نشان داده شده در شکل (۲)، با فشار سنج معمولی مقدار آن را اندازه‌گیری نمود. در حین آزمایش باید فشار مخزن متراکم کننده ثابت بماند.

برای اندازه‌گیری دبی سوخت و هوا از روتامتر گازی استفاده می‌شود. این وسیله می‌تواند دبی جرمی را با دقت خوبی تعیین کند. علت استفاده از روتامتر گازی، پایین بودن دبی جرمی سوخت و هوای مصرفی است.

شدت صوت ایجاد شده در اثر ناپایداری با میکروفن اندازه‌گیری می‌شود. با این وسیله اندازه‌گیری، آزمایش‌های زیادی در رابطه با اثر فشار هوای ورودی به همراه تغییرات نسبت اختلاط سوخت و هوا و طول لوله پیش مخلوط بر ناپایداری احتراق انجام گرفته شده است.

۳- تعیین تجربی بسامد حالت‌های اصوات

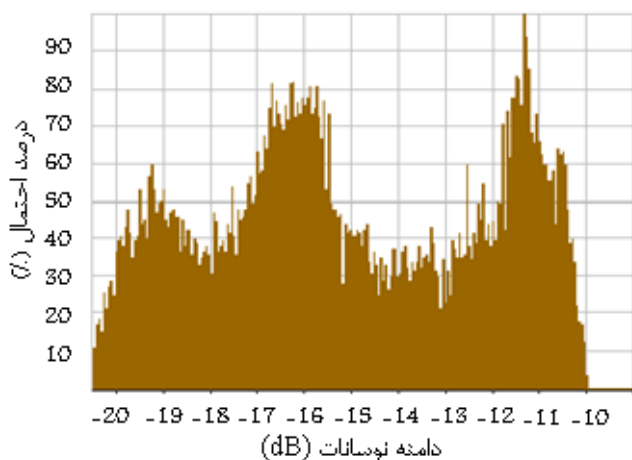
در محفظه احتراق پیش مخلوط نشان داده شده در شکل (۳) دو آزمایش، یکی در شرایط پایدار و دیگری در شرایط ناپایدار ترتیب داده شده است. در هر دو آزمایش محل سوخت پاش در نقطه اول نشان داده شده در شکل (۲) است.

در این آزمایش‌های صفر دسی‌بل (dB) برابر با بیشترین دامنه اندازه‌گیری شده توسط وسیله اندازه‌گیری کننده الکترونیکی است (در تنظیمات اولیه نرم افزاری، پردازش اطلاعات ۸۰ دسی‌بل بیشترین دامنه قابل حس در نظر گرفته شده است). بنابراین سطح فشار صوت همیشه کمتر از صفر دسی‌بل (dB) یعنی مقداری منفی است. برای مثال سطح فشار صوت ۱۰dB- به اندازه ۱۰ دسی‌بل از سطح فشار صوت مربوط به بیشترین دامنه اندازه‌گیری شده توسط این وسیله الکترونیکی کمتر است و دامنه ۱۰dB- از دامنه ۲۰dB- به اندازه ۱۰dB- بزرگتر می‌باشد.

فشارکلی مخزن هوای فشرده ۷ بار و فشار کلی مخزن سوخت که از نوع پروپان است، ۲/۵ بار می‌باشد. ولی احتراق در محفظه LPM با فشار اتمسفر انجام شده است.

شکل (۴) موج نوسانات اصوات را در حالت پایدار نشان می‌دهد. در این حالت دبی حجمی سوخت مصرفی ۱/۷ لیتر بر دقیقه، دبی حجمی هوای مصرف شده ۲۱ لیتر بر دقیقه و نسبت تعادل ۱/۹۲ است. در این شرایط دامنه نوسانات حدود ۵۷ dB-

در شکل (۶) نسبت تعادل حدود $1/9$ است. در این شرایط نسبت سوخت به هوا از نسبت استوکیومتری بیشتر بوده و سیستم در شرایط پایدار است که علت آن را می‌توان بالا بودن نسبت تعادل دانست و به این موضوع در مرجع [۵] نیز اشاره شده است. همانطور که منحنی هیستوگرام شکل (۶) نشان می‌دهد، این منحنی یک قله دارد، که توزیع آن تقریباً منحنی گوس است. در واقع منحنی هیستوگرام تابع چگالی احتمال یا توزیع دامنه نوسانات اصوات را نشان می‌دهد، همان‌طور که در شکل (۶) نشان داده شده، محدوده دامنه نوسانات بین -51dB تا -61dB است که در مقایسه با محدوده دامنه نوسانات بین -10dB تا -20dB نشان داده شده در شکل (۷) که شرایط ناپایدار را بیان می‌کند دامنه‌ی بسیار کوچکتری دارد.



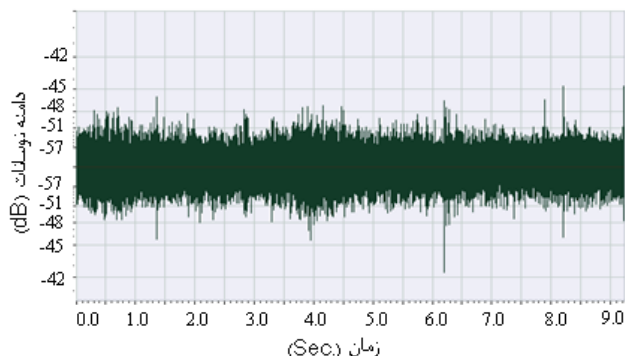
شکل (۷) منحنی هیستوگرام در شرایط ناپایداری

شکل (۷) در شرایطی مشابه با شکل (۵) رسم شده است بطوری‌که دبی سوخت $0/6$ لیتر بر دقیقه، دبی حجمی هوا 19 لیتر بر دقیقه و نسبت تعادل $0/62$ است. نکته دیگری که از منحنی شکل‌های (۷) و (۸) نتیجه می‌گیریم، این است که حتی در شرایط پایدار نیز نوسانات فشاری در محفظه احتراق وجود دارند اما دامنه آنها بسیار کوچک است که در مرجع [۶] به این موضوع اشاره شده است. همچنین در شکل (۷) بر خلاف منحنی شکل (۶) چند قله وجود دارد، این قله‌ها نشان دهنده نحوه توزیع دامنه نوسانات اصوات در شرایط ناپایدار محفظه احتراق هستند [۷].

با رسم منحنی انتقال فوریه D.F.F.T.^{۱۰} از منحنی موج در حالت ناپایدار (شکل (۵))، می‌توان حالت‌های پسمادی، تعداد حالت‌های ارجح و همین‌طور دامنه نوسانات بر حسب دسیبل در شرایط ناپایدار را بدست آورد.

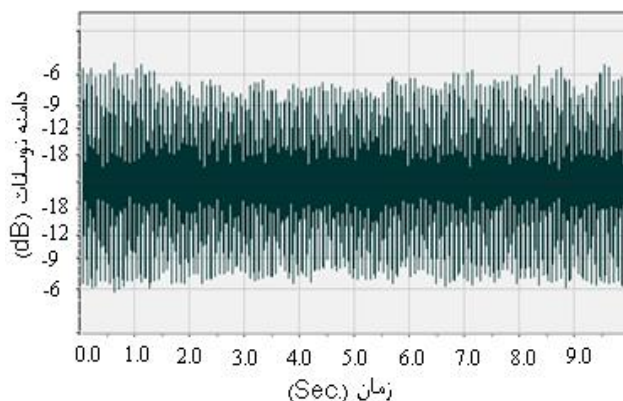
محور افقی در شکل (۸) بسامد نوسانات بر حسب هرتز (Hz) محور عمودی دامنه نوسانات بر حسب دسیبل است. همانطور که در شکل مشخص است، منحنی D.F.F.T. حالت‌های

است که مقدار کوچکی نسبت به دامنه موج نوسانات اصوات در حالت ناپایدار است (شکل (۵)). دامنه نوسانات فشاری در حالت ناپایدار حدود -12dB بوده که چهار برابر حالت پایدار است.



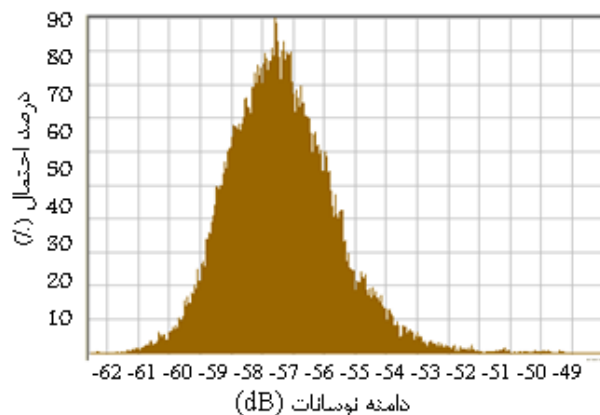
شکل (۴): منحنی دامنه نوسانات اصوات در حالت پایدار

شکل (۵) در شرایطی رسم شده است که دبی حجمی سوخت $0/6$ لیتر بر دقیقه، دبی حجمی هوا 19 لیتر بر دقیقه و نسبت تعادل $0/62$ است.



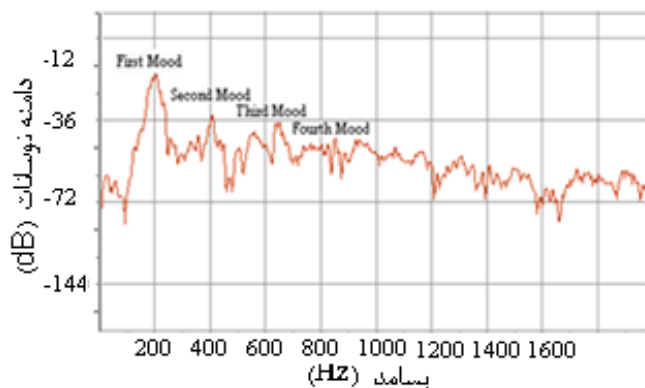
شکل (۵): منحنی دامنه نوسانات اصوات در حالت ناپایدار

شکل (۶) منحنی هیستوگرام را در شرایطی نشان می‌دهد که محفظه پایدار است. در این منحنی، محور افقی دامنه نوسانات بر حسب دسیبل (dB) است و محور عمودی درصد احتمالات را نشان می‌دهد.



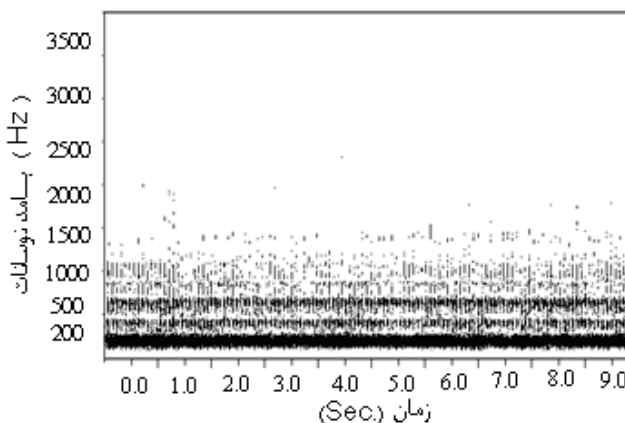
شکل (۶): منحنی هیستوگرام در شرایط پایدار

اول، دوم، سوم و چهارم نوسانات را نشان داده است.



شکل (۸): منحنی انتقال فوری در شرایط ناپایدار در شرایطی که دبی حجمی سوخت ۰/۶ لیتر بر دقیقه و دبی حجمی هوا ۲۱ لیتر بر دقیقه است

حالت اول که مهمترین حالت بسامدی در شرایط ناپایدار است، دارای بسامد ۲۰۰ هرتز و حالت‌های دوم و سوم و چهارم بترتیب بسامدهای ۶۳۰، ۸۳۰ و ۱۰۰۰ هرتز را دارند. در شکل (۹) که منحنی اسپکترا منحنی موج در شرایط ناپایدار است، می‌توان بسامد حالت‌های ارجح در شرایط ناپایدار را مشاهده نمود. شکل‌های (۵)، (۷)، (۸) و (۹) همگی مربوط به یک آزمایش در حالت ناپایدار هستند. بیشینه دامنه نوسانات فشاری ثبت شده در منحنی شکل (۵) حدود ۱۲dB- است و درصد بسیار کمی دارای دامنه‌های بالاتر هستند. این موضوع در شکل (۷) نیز نشان داده شده است.



شکل (۹): نمودار اسپکترا در شرایط ناپایدار

در شکل (۹) حالت‌های بسامدی اصلی موجود در نوسانات در شرایط ناپایدار با رنگ تیره تر نشان داده شده است که حدود ۲۰۰ هرتز است و با توجه به شکل (۸)، حالت اول نوسانات ایجاد شده که اصلی ترین حالت نوسانات نیز است، دامنه‌ای حدود ۱۲dB- را دارد.

برای حل معادله هلمهولتز فرض می‌شود که مولفه عمود بر گرادیان فشار ($\bar{\nabla} P_\omega$) روی دیواره‌ها صفر باشد:

۴- محاسبه بسامد ناپایداری احتراق به کمک مدل موجود

همانطور که بیان شد، ناپایداری احتراق ناشی از نوسانات فشاری است و این نوسانات رفتار مشابه‌ای با نوسانات اصوات کلاسیک دارند. لذا حالت‌های این نوسانات نیز متشابه که عبارتند از: حالت نوسان طولی و حالت نوسان عرضی. حالت عرضی شامل نوسانات شعاعی و نوسانات مماسی است. هر حالت مماسی نیز به دو صورت موج ایستا و چرخشی ایجاد می‌شود. برای بررسی تاثیر نوسانات فشاری در ناپایداری احتراق موتور توربین گازی، فرض می‌شود که جواب معادله هلمهولتز (معادله (۱))، ترم مختلط $P_\omega(x, y, z)$ باشد [۸].

مهم‌ترین ویژگی اصوات این است که می‌تواند محفظه احتراق موتورهای توربین گازی پیش مخلوط را به ناپایداری هدایت کند. علت این است که این حالت‌های ویژه اصوات، انرژی نوسانات فشاری و سرعتی بالائی دارند. مشخصه دقیق حالت‌های ویژه اصوات، بستگی به شکل محفظه و شرایط مرزی آن دارد. در شرایط عمومی برای یک محفظه با سطح مقطع A ، حالت‌های ویژه را می‌توان توسط حل معادله هلمهولتز^۵ به دست آورد.

$$\nabla^2 P_\omega + k^2 P_\omega = 0 \quad (1)$$

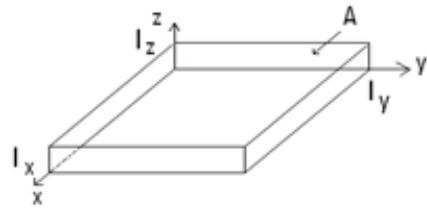
برای حل معادله هلمهولتز فرض می‌شود که مولفه عمود بر

گرادیان فشار ($\bar{\nabla} P_\omega$) روی دیواره‌ها صفر باشد (رابطه (۲)):

$$\bar{n} \cdot \bar{\nabla} P_\omega = 0 \quad (2)$$

۵- پیکربندی یک محفظه برای مطالعه حالت‌های ویژه اصوات

منظور از توابع ویژه $P_\omega(x, y, z)$ ، در واقع حالت‌های اصوات محفظه است، به شرطی که معادله هلمهولتز با شرایط مرزی بیان شده (معادله (۲)) حل شود. معمولا برای اشکال پیچیده باید حل عددی انجام شود تا بتوان توابع ویژه برای P_ω را به دست آورد. برای یک هندسه ساده از نوع محفظه مستطیلی (شکل (۱۰)) دامنه فشار و فشار لحظه‌ای در داخل محفظه از معادله هلمهولتز بصورت رابطه (۳) محاسبه می‌شود:



شکل (۱۰): شماتیک محفظه مستطیلی

محفظة‌های مستطیلی، از معادله هلمهولتز دیفرانسیل‌گیری می‌شود. در این صورت برای سادگی از مختصات استوانه-ای (r, θ, z) استفاده می‌شود. با این روش مختصات حالت‌های آکوستیکی (m, n, q) که شامل؛ حالت شعاعی $m^{۱۲}$ ، حالت مماسی $n^{۱۲}$ و حالت طولی $q^{۱۲}$ بدست می‌آیند جواب معادله هلمهولتز برای یک محفظه استوانه ای بصورت رابطه (۱۰) می‌شود:

$$p(r, \theta, z) = J_n(\pi\beta_{nm} \frac{r}{a}) \cos(q\pi \frac{z}{l}) (Pe^{in\theta} + Qe^{-in\theta}) \quad (10)$$

منظور از J_n در رابطه (۱۰)، تابع بسل $n^{\text{ام}}$ از مرتبه n است. مقدار β_{nm} ریشه معادله $J'_n(\pi\beta_{nm}) = 0$ است که از جداول استاندارد بدست می‌آید. با داشتن β_{nm} می‌توان بسامدهای تشدید ناپایداری احتراق در یک محفظه استوانه‌ای را به صورت رابطه (۱۱) بدست آورد:

$$f = \frac{c_0}{2} [(\frac{\beta_{nm}}{a})^2 + (\frac{q}{l})^2]^{1/2} \quad (11)$$

محفظة مورد آزمایش، استوانه‌ای با ابعاد نشان داده شده در شکل (۲) است.

از آنجای که حالت‌های ارجح در ناپایداری احتراق با توجه به نوع پیکربندی این محفظه (بزرگ بودن نسبت طول به قطر محفظه) (شکل (۲)) از نوع نوسانات طولی هستند. لذا معادله (۱۱) ساده تر شده و بصورت رابطه (۱۲) می‌شود:

$$f = \frac{c_0}{2} [(\frac{q}{l})^2]^{1/2} \quad (12)$$

لازم به ذکر است که نتایج بدست آمده برای موج نوسانی طولی در لوله‌های با سطح مقطع دایره‌ای برای سطح مقطع‌های چهار گوش نیز صادق بوده و جواب یکسان است. علت این است که با حذف جمله‌های عرضی در روابط (۱۱) و (۹) معادلات یکسان می‌شوند. این موضوع را می‌توان برای هر نوع سطح مقطعی بسط داد. به این معنی که با شرط ثابت بودن سرعت صوت، بسامد نوسانی طولی یکسان بوده و فقط با طول محفظه رابطه دارد. در معادله (۱۲) منظور از c_0 و l بترتیب سرعت صوت و طول کلی (مجموع طول محفظه و لوله ورودی) در محفظه احتراق بوده و دمای محفظه احتراق از رابطه (۱۳) بدست می‌آید که حدوداً "۸۵۰ کلوین است.

$$\frac{T_{cs} + T_{is}}{2} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳) T_{cs} و T_i بترتیب دمای مواد اولیه ورودی و دمای محفظه احتراق است.

$$P_{\omega}(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z) \quad (3)$$

با استفاده از روش جدا سازی متغیرها رابطه بالا در معادله هلمهولتز جایگزین می‌شود و بعد از ساده سازی معادله هلمهولتز بصورت رابطه (۴) بدست می‌آید:

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} + K^2 = 0 \quad (4)$$

حل این معادله، با جایگزین کردن $K^2 = K_x^2 + K_y^2 + K_z^2$ (عدد موج است) در معادله بالا ساده‌تر می‌شود، به طوری که معادله دیفرانسیل جزئی به سه معادله دیفرانسیل معمولی بصورت رابطه (۵) تجزیه می‌شود:

$$\frac{X''}{X} = -K_x^2, \quad \frac{Y''}{Y} = -K_y^2, \quad \frac{Z''}{Z} = -K_z^2 \quad (5)$$

$$\frac{dX}{dx}(x=0 \text{ or } l_x) = \frac{dY}{dy}(y=0 \text{ or } l_y) = \frac{dZ}{dz}(z=0 \text{ or } l_z) = 0$$

با اعمال شرایط مرزی، جواب معادلات موجود در رابطه (۵) بصورت رابطه (۶) بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} X &= \cos(K_x x) \\ Y &= \cos(K_y y) \\ Z &= \cos(K_z z) \end{aligned} \quad (6)$$

با قرار دادن شرایط مرزی محفظه، روابط (۷) حاصل می‌شوند:

$$K_x = n_x \frac{\pi}{l_x}, \quad K_y = n_y \frac{\pi}{l_y}, \quad K_z = n_z \frac{\pi}{l_z} \quad (7)$$

و در پایان با قرار دادن رابطه (۷) در روابط (۶) و (۳) رابطه (۸) بدست می‌آید:

$$P_{\omega}(x, y, z, t) = P_{\omega}(x, y, z) e^{-i\omega t} = \bar{P} \cos(n_x \frac{\pi}{l_x} x) \times \cos(n_y \frac{\pi}{l_y} y) \times \cos(n_z \frac{\pi}{l_z} z) e^{-i\omega t} \quad (8)$$

برای حالت‌های (n_x, n_y, n_z) بسامد تشدید نیز از رابطه (۹) به دست می‌آید [۹]:

$$f = \frac{Kc_0}{2\pi} = \frac{c_0}{2} [(\frac{n_x}{l_x})^2 + (\frac{n_y}{l_y})^2 + (\frac{n_z}{l_z})^2]^{1/2} \quad (9)$$

برای محفظه‌های استوانه‌ای، با شعاع a و طول l نیز مانند

جدول (۱): مقایسه نتایج محاسبه شده با نتایج تجربی

حالت بسامدی	بسامد اندازه گیری شده (Hz)	بسامد محاسبه شده (Hz)
حالت اول	۲۰۰	۲۰۰/۲
حالت دوم	۴۰۱	۴۰۰/۳
حالت سوم	۶۱۵	۶۰۰/۷
حالت چهارم	۸۳۰	۸۰۱/۲
حالت پنجم	۱۰۷۰	۱۰۰۱/۳

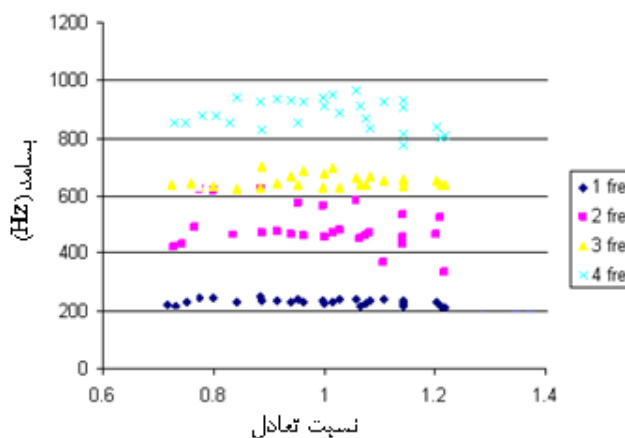
در جدول (۱) فرکانس نوسانات در دو حالت تجربی و تئوری مقایسه شده اند. نتایج تجربی در شرایطی بدست آمده که دبی حجمی سوخت ۰/۶ لیتر بر دقیقه و دبی حجمی هوا ۲۱ لیتر بر دقیقه است. با توجه به جدول (۱) می توان نتیجه گرفت که برای حالت های اول و دوم، فرکانس نوسانات به هم نزدیک هستند ولی برای مودهای سوم و چهارم به بعد فرکانس محاسبه شده تفاوت اندکی با مقادیر تجربی دارد علت این است که حالت های عرضی نیز در این نوسانات وجود دارند. بنابراین معادله (۱۲) دارد دقت کمتری برای حالت های آکوستیکی بسامد بالا دارد. لذا برای این موارد لازم است حالت های عرضی نیز در محاسبات وارد شوند. عبارت دیگر توصیه می شود از معادله (۱۱) در این موارد استفاده شود.

۶- تحلیل نتایج بدست آمده

۶-۱- رابطه تجربی بین فرکانس حالت های نوسانی با

نسبت تعادل

در شکل (۱۱) بطور تجربی رابطه بین بسامد حالت های نوسانی فشاری ایجاد شده در محفظه احتراق با نسبت تعادل ϕ نشان داده شده است.



شکل (۱۱): رابطه بین بسامد حالت های نوسانی در محفظه احتراق با نسبت تعادل

در جدول (۱) فقط داده های یک حالت خاص آورده شده است ولی در شکل (۱۱) رنج وسیعی از نسبت تعادل های عملکردی ($0.7 \leq \phi \leq 1.2$) در موتورهای توربین گازی در نظر گرفته شده است. همانطور که در شکل مشخص است؛ با تغییر نسبت تعادل ϕ ، بسامد حالت های نوسانی تغییر زیادی نمی کند. لذا می توان به این نتیجه رسید که نسبت تعادل، پارامتر موثری در ناپایداری احتراق است ولی اثری بر بسامد نوسانات در شرایط ناپایداری ندارد.

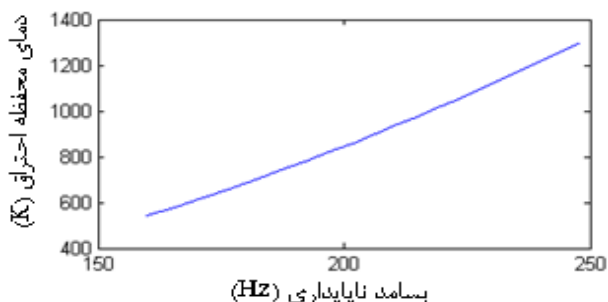
با توجه به شکل (۱۱)، حالت اول نوسانات پراکندگی کمتری نسبت به حالت دوم، سوم و چهارم دارد لذا می توان نتیجه گرفت که در این محدوده عملکردی نسبت تعادل، واضح ترین حالت بسامدی، حالت اول نوسانات بوده است.

محدوده بسامدی برای حالت اول (کمی بیشتر از ۲۰۰ هرتز)، حالت دوم (بین ۴۰۰ الی ۴۷۰ هرتز)، حالت سوم (حدود ۶۰۰ الی ۶۷۰ هرتز) و حالت چهارم (بین ۸۰۰ الی ۸۷۰ هرتز) است. این محدوده های مشخص شده در شکل (۱۱) از طریق انجام آزمایش بدست آمده اند.

۶-۲- رابطه تحلیلی بین فرکانس حالت های نوسانی با

دمای محفظه احتراق

این قسمت بر اساس نتایج تحلیلی قسمت پنجم این طرح است و بطور تحلیلی ارتباط بین فرکانس طبیعی سیستم با دمای محفظه را نشان می دهد. در شکل (۱۲) محور عمودی دمای محفظه احتراق و محور افقی بسامد ناپایداری است. این منحنی در شرایطی رسم شده است که فقط حالت اول نوسانات طولی اجازه رشد داشته باشد. همانطور که مشخص است، در دمای کمتر از ۶۰۰ کلوین بسامد ناپایداری کمتر از ۱۷۰ هرتز است. در این نوع محفظه با افزایش درجه حرارت، بسامد ناپایداری نیز افزایش می یابد. بعلت پایین بودن بسامد نوسانات طولی احتمال اینکه در این بسامد، ناپایداری وجود داشته باشد بیشتر است. لذا احتمال میرا شدن آن در این محفظه نسبت به حالت های دیگر ناپایداری کمتر است.



شکل (۱۲): رابطه بین دمای محفظه احتراق و بسامد ناپایداری در شرایطی که فقط حالت اول نوسانات طولی اجازه رشد دارند

با توجه به شکل‌های (۱۲)، (۱۳) و (۱۴) که از تئوری بدست آمده مشخص است که در شرایط ناپایداری احتراق حالت‌های نوسانی طولی چون کمترین بسامد نوسانات را دارد لذا ارجح‌ترین حالت‌های نوسانی در هنگام ناپایداری احتراق است که در منحنی اسپکترال و منحنی تابع تبدیل فوریه سریع گسسته نیز آن را تاکید می‌نماید.

۷- نتایج

با توجه به مقادیر ثبت شده از آزمایش‌های انجام گرفته در شکل‌های آورده شده و جدول (۱) می‌توان این نتایج را بدست آورد:

۱- اندازه‌گیری‌های تجربی نشان داند که نه تنها در شرایط ناپایداری بلکه در شرایط پایداری نیز نوسانات آکوستیکی در محفظه احتراق وجود دارد. تفاوت این دو در دامنه و بسامد نوسانات است، بطوری که در شرایط پایداری، دامنه و بسامد نوسانات کوچک بوده ولی در شرایط ناپایداری بزرگ می‌باشد.

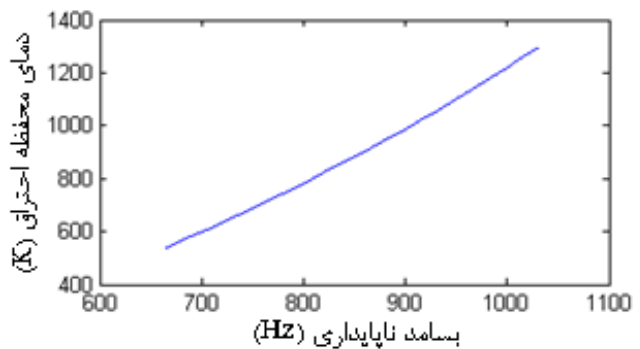
۲- در شرایط پایداری احتراق، منحنی هیستوگرام فقط یک قله دارد که تقریباً "توزیع دامنه نوسانات آن بصورت منحنی گوس است، در حالی‌که در شرایط ناپایداری، منحنی هیستوگرام چند قله دارد.

۳- در شرایط ناپایداری حالت‌های صوتی ایجاد می‌شوند، بطوری که منحنی اسپکترال بسامد آن را با دقت زیاد می‌تواند نشان دهد و در صورت پایدار شدن محفظه این حالت‌های صوتی حذف می‌شوند.

۴- بسامد حالت‌های طولی اصوات بدست آمده برای سطح مقطع‌های متفاوت با طول‌های یکسان، مشابه است.

۵- نوسانات اصوات ایجاد شده در پیکربندی محفظه احتراق مورد مطالعه با توجه به نسبت طول به قطر بزرگ محفظه احتراق، در بسامدهای پایین از نوع نوسانات طولی بوده و نتایج محاسبات نیز این موضوع را تاکید می‌نماید.

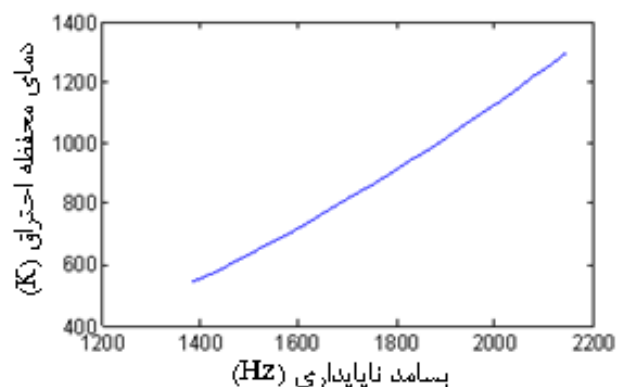
۶- دقت نتایج برای حالت‌های اول و دوم نوسانی که بیشترین دامنه را دارند، بسیار خوب بوده ولی برای حالت‌های سوم به بعد همانطور که جدول (۱) و شکل (۱۱) نشان داده شد اختلافاتی دیده می‌شود. علت اختلاف، در ایجاد حالت‌های عرضی در بسامدهای بالا و لحاظ نکردن آنها در مدل محاسباتی است.



شکل (۱۳): رابطه بین دمای محفظه احتراق و بسامد ناپایداری در شرایطی که حالت نوسانات شعاعی اجازه رشد دارند

در شکل (۱۳) رابطه بین بسامد ناپایداری احتراق با دمای محفظه احتراق در شرایطی که حالت اول نوسانات شعاعی اجازه رشد داشته باشد، نشان داده شده است. در کمترین دمای محفظه احتراق، حداقل بسامد ناپایداری احتراق برابر ۶۸۰ هرتز است و این بدین معنی است که احتمال ایجاد این بسامد ناپایداری بسیار کمتر از حالت‌های نوسانی طولی است.

در شکل (۱۴) رابطه بین بسامد طبیعی سیستم با دمای محفظه در صورتی که تنها حالت اول نوسانات مماسی از موج عرضی در نظر گرفته شده باشد، را نشان می‌دهد. همانطور که شکل (۱۴) نشان می‌دهد، در حداقل دمای محفظه احتراق (حدود ۶۰۰ کلوین) بسامد ناپایداری حالت اول مماسی از نوسانات عرضی از حدود ۱۴۰۰ هرتز شروع شده است. از آنجایی که این بسامد بالا است، بنابراین احتمال میرا شدن آن زیاد است. لذا می‌توان نتیجه گرفت که احتمال اینکه این حالت بسامدی در شرایط ناپایداری وجود داشته باشد، ضعیف‌تر از حالت اول طولی یا حالت اول شعاعی می‌باشد.



شکل (۱۴): رابطه بین دمای محفظه احتراق و بسامد ناپایداری

۸- مراجع

- Lieuwen, T., "Experimental Investigation of Combustion Instability in a Gas Turbine Combustor Simulator", Journal of Propulsion and Power, AIAA-99-0712 pp. 1-10 (1999)
- Lieuwen, T., "Experimental Investigation of Limit Cycle Oscillations in an Unstable Gas Turbine Combustor", Journal of Propulsion and Power, Vol. 18, No. 1, February, pp. 61-67 (2002)
- Culick F.E.C., "Combustion Instabilities in Liquid Rocket Engine: Fundamentals and Control", California Institute of Technology, 28-29 October (2002)
- Poinsot, T. and Veynant, D.; "Theoretical and Numerical Combustion", Philadelphia, Edwards, (2005)
- [۱] Akbari, N, Mehdizadeh, N S; R "Thermo-Acoustic Instability Simulation in Gas Turbine", Journal of Mechanics, Vol.25, No.4, pp. 279-289 December, (2009)
- [۲] Lieuwen T., Yang V., "Combustion Instabilities in Gas Turbine Engines: Operational, Experience, Fundamental Mechanisms and Modeling", AIAA (2006)
- [۳] You D., "A Three-Dimensional Linear Acoustic Analysis of Gas-Turbine Combustion Instability", Thesis, Pennsylvania State University, May (2004)
- [۴] Lieuwen T.; "A Mechanism of Combustion Instability in Lean Premixed Gas Turbine Combustor", Transactions of ASM, Volume123, January (2001)
- [۵] Lieuwen, T., and Zinn B., "The Role of Equivalence Ratio Oscillations in Driving Combustion Instabilities in Low NOx Gas Turbine", Twenty-Seventh Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, pp. 1809-1816 (1998)

۹- زیر نویسها

- ^۱ مودهای
^۲ آکوستیکی
^۳ فرکانس
^۴ Histogram
^۵ Spectral
^۶ Lean Pre-Mixed
^۷ Pressure fluctuations
^۸ آکوستیک کلاسیک
^۹ decibel
^{۱۰} Discretized Fast Fourier Transform
^{۱۱} Eigen modes
^{۱۲} Radial
^{۱۳} Tangential
^{۱۴} Longitudinal
^{۱۵} Bessel Function

