

یافتن بدترین پاسخ فرکانسی سیستم دیسک پره‌دار تحت تأثیر نامیزانی به کمک الگوریتم ژنتیک

احسان رئیسی استبرق^۱؛ سعید ضیایی راد^{۲*}

چکیده

در این مقاله پاسخ ارتعاشی سیستم دیسک پره‌دار تحت تأثیر نامیزانی مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور بررسی اثر وجود نامیزانی در ضرایب سختی و استهلاک هر پره بر دامنه پاسخ پره‌ها، ابتدا طرحی ساده برای محاسبه پاسخ سیستم دیسک پره‌دار تحت نامیزانی معرفی و روابط آن ارائه شد. برای به دست آوردن بیشترین پاسخ سیستم و یافتن بدترین الگوی نامیزانی، از روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک استفاده شد. سپس پاسخ سیستم در دو حالت میزان و نامیزان با یکدیگر مقایسه شد. در ادامه بدترین پره یعنی پره‌ای که دارای بیشترین دامنه ارتعاش است، معرفی خواهد شد. در پایان، پاسخ سیستم برای نامیزانی در سختی پره‌ها، نامیزانی در ضریب استهلاک پره‌ها و نامیزانی هم‌زمان در سختی و استهلاک بررسی و مشخص شده است. نامیزانی هم‌زمان، می‌تواند منجر به افزایش قابل توجهی در بیشترین دامنه ارتعاش در سیستم شود.

کلمات کلیدی: سیستم دیسک پره‌دار، سیستم نامیزان، بدترین پاسخ فرکانسی، الگوریتم ژنتیک

The Worst Response of Mistuned Bladed Disk System Using Genetic Algorithm

Ehsan Raeisi and Saeed Ziaei-Rad

ABSTRACT

The objective of this paper is to develop a technique using genetic algorithms (GA) for predicting the worst response of mistuned bladed disk. A simple but representative model for the bladed disk system is presented. The response of the system under harmonic excitation was obtained. The worst response of the mistuned system was then formulated as an optimization problem. Next, mistuning in blades stiffness, blades damping and blades stiffness and damping was studied and the results were compared. The results indicate that the system mistuned with both stiffness and damping has higher response amplitude in comparison with other mistuned system.

KEYWORDS: Bladed disk system, Mistuned System, Worst frequency response, Genetic algorithm

توجه در مقدار دامنه شود [۱].

طراحان توربین برای طراحی قطعات و اجزای مختلف سیستم‌های دوار نیاز به دانستن بیشینه دامنه ارتعاش سیستم دارند. از روزهای اول طراحی و ساخت این وسایل متوجه شدند که طراحی بر اساس دامنه ارتعاش سیستم میزان معمولاً صحیح نبوده و نتایج قابل قبولی را ارائه نمی‌نماید. استفاده از

۱- مقدمه

مجموعه تحقیقات انجام شده در سه دهه گذشته، نشان می‌دهد که پاسخ اجباری سیستم دیسک پره‌دار، نسبت به وجود نامیزانی در خواص یک یا چند پره، بسیار حساس است. برای مثال، افزایش مقداری نامیزانی در سیستم دیسک پره‌دار، ممکن است در قیاس با حالت میزان، منجر به افزایشی قابل

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۱۰/۲۰

تاریخ اصلاحات مقاله: ۱۳۹۰/۷/۳

^۱ عضو هیات علمی؛ دانشگاه جیرفت: ehsan1194@yahoo.com

^{۲*} نویسنده مسئول و عضو هیات علمی؛ دانشکده مهندسی مکانیک؛ دانشگاه صنعتی اصفهان: szrad@cc.iut.ac.ir

بررسی قرار دادند. آن‌ها، در طرح ۴۳ پره‌ای خود، ضریب ۲/۸۷ را برای نامیزانی تک‌پره پیشنهاد نمودند. به‌علاوه، مطالعات آن‌ها برای یک طرح آماری خاص، ضریب ۲/۴۴ را معرفی نمود. پس از آن، وگنر^[۵] در سال ۱۹۷۶، از یک سیستم جرم و فنر برای شبیه‌سازی پره‌های توربین استفاده نمود؛ که از راه یک دیسک انعطاف‌پذیر، با هم متصل شده بودند. وی فرکانس‌های طبیعی، حالت شیپ‌ها و پاسخ اجباری سیستم را محاسبه نمود. نتایج تحقیق وی، با مطالعات وایتهد، تا حدی برابری داشت.

اوینز^۱ مجموعه‌ای از مطالعات را در زمینه اثر نامیزانی اتفاقی و عمدی، بر سیستم دیسک پره‌دار، انجام داد. در طرح وی، اتصال بین پره‌ها و دیسک، انعطاف‌پذیر در نظر گرفته شد. وی در اولین مقاله خود در سال ۱۹۶۹، به بررسی مقادیر ویژه و حالت شیپ‌های سیستم نامیزان پرداخت و اثر نامیزانی اتفاقی را بر پاسخ اجباری یک سیستم ۲۴ تایی دیسک پره‌دار، تحت تحریک‌های معمول و هارمونیک بررسی نمود [۶] و [۷]. افزون بر آن، وی در یک طرح ۳۴ تایی، به ضریب افزایشی ۲۰٪ رسید. اوینز در ادامه مطالعات خود، در سال ۱۹۸۴، همراه با هان^۲، در مقاله‌ای نشان داد مجموعه‌ای از پره‌ها با مقدار انحراف ثابت، تحت ترکیب‌بندی‌های مختلف، می‌توانند پاسخ‌های کاملاً متفاوتی داشته باشند. آن‌ها بیش‌ترین پاسخ را در پره‌ای برآورد نمودند که بیش‌ترین انحراف را دارد. این نتیجه‌گیری، با یافته‌های حاصل از تحقیقات آفولابی^۳ [۸]، [۹] برابری نمود. پس از آن، در سال ۱۹۹۳، یو در پایان‌نامه دکترای خود، نشان داد که بدترین پره، لزوماً دارای بیش‌ترین پاسخ نیست.

لین^۴ و میگنولت^۵ اثر تفاوت در میان ضریب استهلاک پره‌ها را بر روی پاسخ فرکانسی سیستم، بررسی نمودند. آنها دریافتند که نامیزانی موجود در پره‌ها، می‌تواند منجر به افزایش دامنه پاسخ پره‌ها، نسبت به حالت میزان شود. آن‌ها همچنین اثر عوامل ساختاری را بر پراکندگی دامنه پره‌ها ارزیابی نمودند [۱۰].

چیو^۶ و هیانگ^۷ در سال ۲۰۰۷، با روش تحلیلی، ارتعاشات یک شافت را، همراه با پره‌هایی که از نظر طول، نسبت به یکدیگر نامیزان شده بودند، مورد مطالعه قرار دادند [۱۱]. یان^۸ و همکاران، در سال ۲۰۰۸، بر روی یک سیستم دیسک پره‌دار، بررسی تحلیلی انجام دادند و اثر نامیزانی را در سختی پره‌ها در نظر گرفتند. آنها نتایج تحلیل خود را با یافته‌های حاصل از آزمایش مقایسه نمودند [۱۲].

چان^۹ و اوینز در سال ۲۰۱۰ از روش مونتته‌کارلو و گرادیان مزدوج، برای تحلیل نامیزانی در سیستم دیسک پره‌دار

نتایج سیستم میزان سبب طراحی‌هایی با عمر کمتر و در مواردی شکست در شروع راه‌اندازی می‌شد. علت اصلی آن بود که به دلایل عملی، امکان ساخت پره‌هایی با اندازه و مشخصات کاملاً یکسان وجود نداشت. برای استفاده از نتایج حاصل از سیستم میزان در طراحی باید تolerانس‌های ابعادی و ساخت بسیار محدود شوند و این به معنای افزایش زیاد هزینه‌های تولید است. از طرف دیگر استفاده از ضرایب اطمینان بزرگ نیز سبب می‌شد که رتور، قطعات گردنده و دیگر اجزا با اندازه‌ها و ابعاد بزرگتری ساخته شوند و این خود مصرف انرژی سیستم و هزینه‌های ساخت را بالا می‌برد. به همین دلیل یافتن بدترین پاسخ از ابتدا مورد توجه محققین بوده‌است. حتی اگر درصد وقوع حالت بدترین پاسخ زیاد نباشد باید سیستم دوار را بر اساس آن طراحی نمود.

در عمل ابتدا باید فرایند ساخت و تolerانس‌های ساخت مشخص شوند. سپس بدترین دامنه ارتعاش سیستم نامیزان، محاسبه و در ادامه طراحی‌ها بر اساس آن انجام شوند.

در سال ۱۹۶۶ وایتهد^۱ [۲] در مقاله خود، به مطالعه در زمینه بیشینه پاسخ ارتعاشات سیستم دیسک پره‌دار، با وجود نامیزانی پرداخت. نتایج تحقیق وی نشان داد که بیشینه پاسخ یک سیستم نامیزان دیسک پره‌دار، می‌تواند به مراتب بیش‌تر از پاسخ همان سیستم، در حالت ایده‌آل یا میزان باشد. از آن پس، مطالعات زیادی توسط محققان (به‌ویژه در شرکت‌های تولیدکننده موتور جت، مانند رولز رویز^۲ و ناسا^۳) در این زمینه، انجام شد. این مطالعات، در طی ۴۰ سال گذشته، نتایج فراوانی در پی داشته‌است.

در سال ۱۹۶۶ وایتهد [۲] در اولین مطالعه خود، یک تحلیل ریاضی را برای یافتن بدترین پره، در سیستم دیسک پره‌دار، با فرض وجود نامیزانی‌های کوچک ناشی از نیروهای

آیرودینامیکی، به کار بست. وی، ضریب $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{N})$ را برای یک سیستم با N پره معرفی نمود. این ضریب، در واقع، نسبت پاسخ بدترین پره، به پاسخ همان پره در شرایط میزان و در حالت رزونانس است. وی همچنین اثر استهلاک مکانیکی را بر این پدیده بررسی نمود. پس از گذشت یک دهه، در سال ۱۹۷۶ [۳] وایتهد، ضریب بدترین پاسخ را به شکل $\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{N}{2}}\right)$ تصحیح نمود.

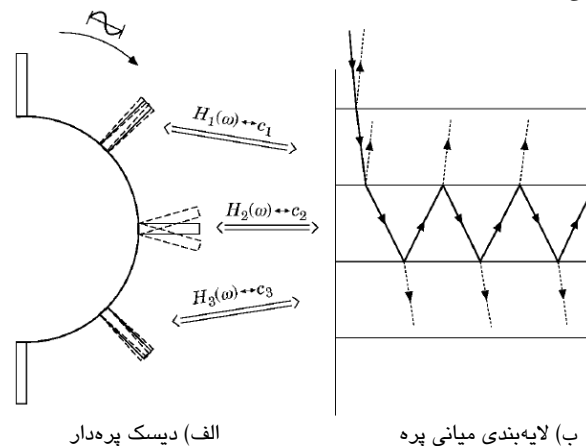
دای و هانری^۴ در سال ۱۹۶۹ [۴] یک طرح متمرکز جرم و فنر را تحت نامیزانی تک پره^۵، نامیزانی متناوب^۶ و نامیزانی اتفاقی^۷ و بی‌نظم، به صورت عددی و نیز آزمایشگاهی مورد

۲- معرفی طرح

پاسخ اجباری یک پره، می‌تواند از جمع پاسخ‌های امواج منتشرشده در پره، در سرعت‌های مختلف به دست‌آید. به‌علاوه، از آنجا که در مطالعه حاضر سیستم، خطی در نظر گرفته می‌شود، اصل جمع اثرها برقرار است. از این رو، کافی است که پاسخ سیستم، فقط با در نظرگرفتن یک موج به عنوان نمونه محاسبه شود.

انتشار چنین موجی در سیستم، از یک پره به پره دیگر، به صورت لایه به لایه انجام می‌شود؛ مانند آنچه در شکل (۱) نشان داده شده است. برای این منظور، باید ارتباط بین سرعت موج c در یک لایه، با پارامتر مشخصه پره، تعیین شود. از آنجاکه امواج در اطراف دیسک، دارای فرکانس یکسان ω هستند، اثر پره بر موج، توسط تابع انتقال پره که خود تابعی از فرکانس است، به خوبی معرفی می‌شود (یعنی به کمک تابع $H(\omega)$).

اگر سیستم، میزان باشد همه پره‌ها و به تبع آن همه لایه‌ها مشابه هستند؛ و چگونگی انتشار امواج، بدون وابستگی به ارتباط بین لایه‌ها، مشخص می‌شود. در نتیجه، پاسخ تمام پره‌ها با هم برابر است. به‌عکس، اگر سیستم نامیزان باشد، پره‌ها و لایه‌های آن‌ها یکسان نیستند و قسمتی از موج، منتقل شده و قسمتی، منعکس می‌شود. سهم بخش انعکاس‌یافته، با افزایش نامیزانی در خواص دو لایه پره، افزایش می‌یابد (این مقدار، از تابع پاسخ فرکانسی دو پره تعیین می‌شود) اگر موج با یک سطح با انعکاس بالاتر، برخورد نماید می‌تواند در چند لایه به دام بیفتد. انرژی چنین موجی، به وسعت پاسخ دامنه پره‌ها بستگی دارد.



الف) دیسک پره‌دار

ب) لایه‌بندی میانی پره

شکل (۱): موج بررسی شده برای پدیده محلی‌سازی

— قسمت قوی. : قسمت ضعیف [۱۰]

پدیده گفته‌شده، نشان می‌دهد که نامیزانی در هر یک از خواص پره (جرم، ضریب استهلاک، سختی) بر توزیع دامنه پره در فرکانس تحریک، اثر خواهد داشت. با این حال، اهمیت این اثر (بیشینه دامنه، پراکندگی دامنه) به دو عامل نامیزانی و فرکانس تحریک بستگی دارد. در واقع، برای سیستم یک درجه آزادی، به آسانی دیده می‌شود که اثر نامیزانی، زمانی زیادتیر است که فرکانس طبیعی با فرکانس تحریک برابر شود. علاوه بر این، تغییر در جرم و سختی هر پره، سبب به وجود آمدن دامنه پاسخی بسیار بزرگتر، در قیاس با تغییرات در ضریب استهلاک پره شود. برای مثال، اگر $m=0.114\text{kg}$ و $k=43000\text{ N/m}$ و $c=1/443\text{ Ns/m}$ فقط ۳٪ تغییر در مقدار سختی پره، دامنه پاسخ را در حالت رزونانس تا ۴۳٪ تغییر می‌دهد. این، در حالی است که تغییر مشابه در ضریب استهلاک پره، منجر به تنها ۲/۹٪ تغییر در دامنه پره می‌شود. این موارد، بدون شک، علت برانگیختگی محققان قبلی را برای در نظر گرفتن وجود نامیزانی در سختی هر پره، نشان می‌دهد. مطالعات کمی وجود دارند که در آن‌ها، نامیزانی در ضریب استهلاک پره، در نظر گرفته شده است. به‌طور خاص، در مرجع [۱۴] اثر تغییرات نیرو، روی استهلاک اصطکاکی خشک، برای به‌دست آوردن پاسخ اجباری سیستم دیسک پره‌دار در نظر گرفته شده است. همچنین در این مطالعه، به بررسی اثر وجود نامیزانی در سختی هر پره پرداخته شده است.

گفتنی است که روش‌های مختلف برای به‌دست آوردن اتلاف انرژی، برای تخمین مقدار واقعی و منحصر به‌فرد ضریب استهلاک، در برخی موارد، بیش از حد نامطمئن و غیر قابل کنترل هستند (به‌طور مثال در مراجع [۱۵] و [۱۶]). در این شرایط، انتظار می‌رود مقدار عامل ضریب استهلاک، از یک پره به پره دیگر، بسیار متفاوت باشد. برای مثال در بازه ۰/۵٪ تا ۱٪ ضریب استهلاک بحرانی برای هر پره تغییر نماید. این تغییرات زیاد (حدود ۱۰۰٪) در مقدار ضریب استهلاک باعث می‌شود که در دامنه پاسخ پره‌ها تغییراتی به‌وجود بیاید. هدف تحقیق حاضر، بررسی اثر تغییرات حاصل از وجود نامیزانی‌های مختلف در سیستم، بر دامنه پاسخ پره‌ها است.

برای تحلیل وجود نامیزانی در ضریب استهلاک و سختی پره‌ها و نیز بررسی اثر آن بر روی پاسخ هر پره، یک طرح ساده مانند آنچه که در شکل (۲) نشان داده شده، در نظر گرفته شده است. در این طرح، هر کدام از n پره تشکیل‌دهنده طرح، توسط یک فنر و دمپر یک درجه آزادی، شبیه‌سازی شده‌اند. هر دو پره مجاور، توسط یک فنر و یک مستهلک‌کننده به یکدیگر متصل می‌شوند (این عوامل دربرگیرنده اثرات آیروداستیسیته

بیشتر می‌تواند به نتایج واقعی‌تر منجر شود. با این حال باید توجه نمود که این مقاله نامیزانی را در استهلاک پره موردنظر قرار داده است. از آن جایی که اعمال استهلاک در مدل‌های المان محدود مشکل و نادقیق هستند بنابراین استفاده از طرح متمرکز قابل توجیه است.

۳- فرمولاسیون مسئله

با نادیده گرفتن اثرات غیرخطی حاصل از ساختار، اثرات سیال و اثر متقابل بین قسمت‌های مختلف، سیستم دیسک پره‌دار به صورت یک سیستم خطی چند درجه آزادی در نظر گرفته می‌شود؛ معادله حرکت چنین سیستمی، طبق رابطه (۱) است:

$$M \ddot{\mathbf{X}} + C \dot{\mathbf{X}} + K \mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (1)$$

در رابطه (۱) نشان‌دهنده بردار جابه‌جایی برای سیستم n درجه آزادی است؛ M ، C و K نشان‌دهنده ماتریس‌های $n \times n$ جرم، ضریب استهلاک و سختی هستند؛ هم‌چنین بردار \mathbf{F} نشان‌دهنده نیروهای خارجی اعمالی به سیستم دیسک پره‌دار است.

بردار نیرویی، مطابق با رابطه (۲) فرض می‌شود.

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_0^{(c)} \cos \omega t + \mathbf{F}_0^{(s)} \sin \omega t \quad (2)$$

پاسخ حالت دائم سیستم دیسک پره‌دار را برای بردار نیروی رابطه (۲)، می‌توان به صورت رابطه (۳) نوشت:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{U} \cos \omega t + \mathbf{V} \sin \omega t \quad (3)$$

با جای‌گذاری روابط (۲) و (۳) در رابطه (۱)، نتیجه می‌شود که U_i و V_i ، اجزاء تشکیل‌دهنده بردارهای \mathbf{U} و \mathbf{V} ، معادلات جبری سیستم خطی را به صورت رابطه (۴) ارضا می‌نمایند:

$$H \mathbf{Z} = \tilde{\mathbf{F}} \quad (4)$$

هم‌چنین:

$$\mathbf{Z}^T = [U_1 \quad V_1 \quad U_2 \quad V_2 \quad \dots \quad U_n \quad V_n] \quad (5)$$

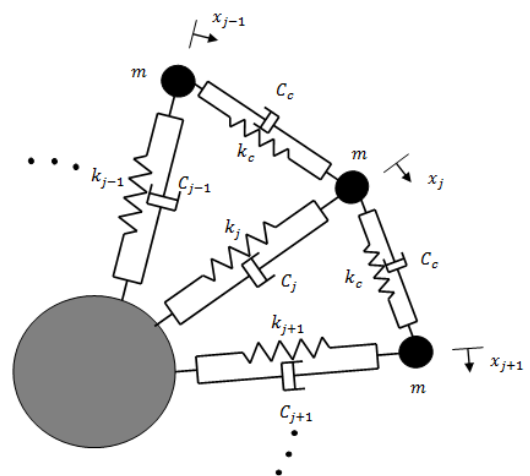
و:

$$\tilde{\mathbf{F}}^T = [F_{01}^{(c)} \quad F_{01}^{(s)} \quad F_{02}^{(c)} \quad F_{02}^{(s)} \quad \dots \quad F_{0n}^{(c)} \quad F_{0n}^{(s)}] \quad (6)$$

در روابط (۵) و (۶) بالانویس T به معنی ترانپوز است و ماتریس H که دارای بعد $2n \times 2n$ است، ماتریسی است که عناصر تشکیل‌دهنده آن $\omega^2 M_{il} - K_{il}$ و ωC_{il} هستند ($i, l = 1, \dots, n$).

دامنه پاسخ آمین درجه آزادی سیستم، از بردار \mathbf{Z} و از

و انعطاف‌پذیری هر پره هستند) که برای تمام پرها یکسان هستند (k_c و c_c). به علاوه، فرض می‌شود که جرم تمام پرها با هم برابر است و نامیزانی فقط در ضریب استهلاک c_j و سختی هر پره k_j در نظر گرفته می‌شود. در پایان برای به دست آوردن بدترین الگو برای r آمین فرکانس سیستم میزان، با اعمال نیرو بر روی سیستم دیسک پره‌دار، از الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود. منظور از بدترین الگو، چینی از پره‌هاست که یک یا چند پره از آنها دارای بیش‌ترین دامنه ارتعاش هستند. اگرچه سیستم n درجه آزادی، یک طرح ساده از سیستمی واقعی است؛ اما در مطالعه حاضر، چنین سیستمی، فقط به‌عنوان نمونه، برای بررسی اثر نامیزانی در آن بررسی می‌شود [۱۷]، [۱۸].



شکل (۲): طرح ساده سیستم دیسک پره‌دار

در این مطالعه، در ادامه بررسی‌های انجام شده بر روی سیستم دیسک پره‌دار نامیزان، ابتدا یک طرح معرفی می‌شود و فرمولاسیون به‌دست‌آوردن پاسخ برای آن استخراج می‌شود. پس از آن، برای بررسی اثرات استهلاک داخلی پرها بر روی پاسخ سیستم، نامیزانی سیستم، در دو عامل ضریب استهلاک و سختی هر پره در نظر گرفته می‌شود. سپس، برای به‌دست‌آوردن بیش‌ترین پاسخ، از روش بهینه‌سازی به کمک الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود تا بدترین الگو به‌دست آید. سپس، پاسخ سیستم در حالت میزان و نامیزان با یکدیگر مقایسه شده و بدترین پره، معرفی می‌شود. تمام مراحل گفته‌شده در بالا برای چندین سیستم با تعداد پره‌های متفاوت (ده، شانزده، بیست و چهار، سی‌وشش) انجام شده است. البته، برای رعایت اختصار، فقط نتایج مربوط به سیستم سی‌وشش درجه آزادی، به طور کامل ارائه می‌شود و با نتایج سیستم‌ها با تعداد پره‌های متفاوت مقایسه می‌شود. استفاده از طرح متمرکز، دارای دقت کافی نبوده و استفاده از مدل‌های المان محدود با جزئیات

رابطه (۷) به دست می‌آید:

$$A_i = \sqrt{U_i^2 + V_i^2} \quad (۷)$$

وقتی که همه یا تعدادی از عوامل سیستم، شامل C_{ii} ، K_{ii} و M_{ii} تغییر نمایند، پاسخ هر پره نیز تغییر خواهد نمود.

مقدار دامنه، A_i ، برای هر پره از رابطه (۸) به دست می‌آید:

$$A_i = \sqrt{U_i^2 + V_i^2} = [e_{2i-1}^T H^{-1} \tilde{F} \tilde{F}^T H^{-T} e_{2i-1} + e_{2i}^T H^{-1} \tilde{F} \tilde{F}^T H^{-T} e_{2i}]^{1/2} \quad (۸)$$

که در رابطه بالا e_i نشان‌دهنده برداری است که $2n$ آرایه دارد و همه عناصر آن صفر هستند، به جز عنصر سطر n ام که برابر با یک است.

برای بررسی اثر نامیزانی در ضریب استهلاک و سختی سیستم، ضریب سختی پره k_j و ضریب استهلاک آن، برابر با C_j در نظر گرفته می‌شود (شکل (۲)). مقدار این عوامل،

با پارامترهای اسمی سیستم، یعنی k_i و c_i ، اندکی متفاوت است. برای اعمال نامیزانی در سیستم، m متغیر $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ در نظر گرفته شده و به کمک آن‌ها، نامیزانی در سیستم، طبق روابط (۹) و (۱۰) اعمال می‌شود:

$$k_j = k_i + \lambda_{n+j} \quad j = 1, \dots, n \quad (۹)$$

و:

$$c_j = c_i + \lambda_j \quad j = 1, \dots, n \quad (۱۰)$$

تعداد عواملی که به صورت تصادفی برای نامیزان نمودن سیستم استفاده می‌شوند با دو برابر درجه آزادی سیستم برابر است، یعنی:

$$m=2n \quad (۱۱)$$

برای به دست آوردن ماتریس H معادله حرکت سیستم شکل (۲) به شکل معادله (۱) نوشته می‌شود [۱۹] و [۲۰]:

$$H = \begin{bmatrix} h_1 + \lambda_{n+1} & h_3 - \lambda_1 \omega & -h_2 & h_4 & 0 & 0 & \dots & -h_2 & h_4 \\ -h_3 + \lambda_1 \omega & h_1 + \lambda_{n+1} & -h_4 & -h_2 & 0 & 0 & \dots & -h_4 & -h_2 \\ -h_2 & h_4 & h_1 + \lambda_{n+2} & h_3 - \lambda_2 \omega & -h_2 & h_4 & \dots & 0 & 0 \\ -h_4 & -h_2 & -h_3 + \lambda_2 \omega & h_1 + \lambda_{n+2} & -h_4 & -h_2 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ -h_2 & h_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & h_1 + \lambda_{2n} & h_3 - \lambda_n \omega \\ -h_4 & -h_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -h_3 + \lambda_n \omega & h_1 + \lambda_{2n} \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

یک الگوریتم تصادفی ایجاد می‌شوند. هر یک از جواب‌های ایجاد شده، یک کروموزوم نامیده می‌شود. مجموعه کروموزوم‌ها، یک نسل یا جمعیت را تشکیل می‌دهند. پس از ایجاد نسل اول، با به کار بردن عملگرهای ژنتیکی (انتخاب، ترکیب و جهش) روی کروموزوم‌های نسل فعلی، نسل‌های بعد ایجاد شده و جایگزین نسل قبلی می‌شوند. کروموزوم‌های تولید شده در اثر اعمال عملگرهای ژنتیکی، به شرطی در نسل جدید نگه داشته می‌شوند که دارای برازندگی مناسب باشند. به عبارت دیگر، در هر مرحله از تولید نسل، نسل جدید دارای برازندگی بالاتری نسبت به نسل قبلی است. به همین ترتیب نسل‌های متوالی ایجاد می‌شوند تا وقتی که شرط پایان الگوریتم (که معمولاً بیشینه شدن مقدار تابع برازندگی و یا تعداد نسل‌هاست) برقرار شود.

در این مقاله، برای یافتن بدترین پاسخ و الگوی متناسب با

در رابطه (۱۲) عوامل h_1, h_2, h_3, h_4 طبق روابط (۱۳) تا (۱۶) تعریف می‌شوند:

$$h_1 = k_i - m\omega^2 + 2k_c \quad (۱۳)$$

$$h_2 = k_c \quad n > 2, \quad h_2 = 2k_c \quad n = 2, \quad (۱۴)$$

$$h_3 = -(c_i + 2c_c)\omega \quad (۱۵)$$

$$h_4 = c_c \omega \quad n > 2, \quad h_4 = 2c_c \omega \quad n = 2, \quad (۱۶)$$

۴- روش بهینه‌سازی

الگوریتم ژنتیک که از تکامل در طبیعت الهام گرفته است، یکی از روش‌های متداول برای بهینه‌سازی مسائل اساسی به شمار می‌آید. این الگوریتم، با تولید مجموعه‌ای از جواب‌ها، که به طور معمول به صورت تصادفی ایجاد می‌شوند، آغاز می‌شود. این جواب‌ها با توجه به شرایط مسئله در محدوده‌های مجاز، توسط

آن، با وجود نامیزانی در ضریب استهلاک پره‌ها و همچنین در ضریب سختی پره‌ها، مسئله، در یک شکل بهینه‌سازی، صورت‌بندی شده و الگوریتم ژنتیک، به عنوان روشی کارآمد برای حل، مورد استفاده قرار گرفته‌است.

تابع هدف برای حل مسئله، دامنه ارتعاش سیستم یعنی همان معادله (۸) است. متغیرهای مسئله ضرایب سختی و استهلاک پره‌ها هستند. از آنجایی که سیستم دارای n پره است تعداد کل عوامل یا کروموزوم‌ها برابر $2n$ خواهد بود.

با توجه به این‌که هدف اصلی مقاله الگوریتم ژنتیک نیست بنابراین از الگوریتم ژنتیک استاندارد باینری برای این منظور استفاده شده است. خواننده برای اطلاعات بیشتر به [۲۱] و [۲۲] ارجاع داده می‌شود. مشخصه‌های استفاده شده در الگوریتم ژنتیک، طبق جدول (۱) است.

جدول (۱): عوامل استفاده‌شده در الگوریتم ژنتیک

ترکیب	ادغام چند نقطه‌ای ^{۱۸}	۹۰٪
جهش	تصادفی ^{۱۹}	۲٪
تعداد نسل	-	۱۰۰

۵- نتایج عددی

در این بخش، نتایج عددی مربوط به دیسک با سی‌وشش پره به تفصیل بیان می‌شود. نتایج عددی همچنین برای دیسک با تعداد ده، شانزده و بیست‌وچهار پره نیز محاسبه شده و برای مقایسه، در جدول (۲) آورده شده است.

برای دیسک با سی‌وشش درجه آزادی ابتدا، نامیزانی فقط در ضریب سختی هر پره، و در مرحله بعد، نامیزانی، فقط در ضریب استهلاک هر پره در نظر گرفته شده است. در پایان، نامیزانی در ضرایب سختی و استهلاک هر پره، به‌طور هم‌زمان، در نظر گرفته شده است. برای هر قسمت، نتایج، به‌دست آمده و مقایسه میان نتایج صورت گرفته است.

پارامترهای استفاده شده برای یافتن پاسخ سیستم میزان، برابر با $m=0.114\text{kg}$ ، $k_c=454300\text{ N/m}$ ، $k_t=43000\text{ N/m}$ و $c_c=0.1443\text{ Ns/m}$ و $c_t=1/443\text{ Ns/m}$ هستند [۱۰]. علاوه بر این، پاسخ سیستم برای مرتبه تحریک 2 ام، محاسبه شده است، یعنی:

$$F_i(t) = F_0 \cos(\omega_r t - \phi_i) \quad (17)$$

در رابطه (۱۷) [۱۰]:

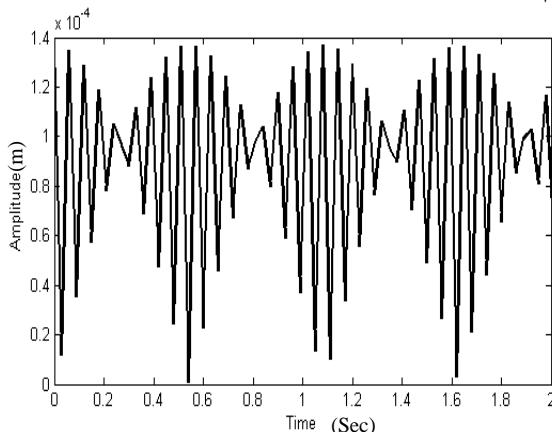
$$\omega_r^2 = \frac{k_t}{m} + 4 \frac{k_c}{m} \sin^2 \frac{\pi r}{N} \quad (18)$$

$$\phi_i = \frac{2\pi}{N} r(i-1) \quad (19)$$

ω_r نشان‌دهنده فرکانس تحریک 2 ام سیستم است و برابر با ۳ در نظر گرفته می‌شود. مقدار ضریب سختی هر پره، به‌طور تصادفی، از بازه $\frac{N}{m} [428600, 431400]$ انتخاب می‌شود. با توجه به این بازه، تغییر در سختی هر پره، که همان نامیزانی است، کمتر از 0.2% درصد مقدار میزان آن (k_t) است. همچنین مقدار ضریب استهلاک برای هر پره نیز به‌طور تصادفی از بازه $\frac{Ns}{m} [0.39, 2/49]$ انتخاب می‌شود. این مقادیر به‌ترتیب حدود 75% کمتر و بیشتر از مقدار میزان آن، یعنی $c_c = 1/443 \frac{Ns}{m}$ است. انتخاب بازه‌ای بسیار کوچک برای نامیزانی در سختی به دلیل وجود تیرانس بسیار محدود و جزئی در هنگام ساخت پره‌ها است. این در حالی است که عوامل مختلف و غیر قابل کنترلی در اتلاف انرژی در پره‌ها مشارکت دارند و در عمل کنترل ضریب استهلاک را مشکل می‌نمایند؛ به‌طوری که مقدار ضریب استهلاک از یک پره به پره دیگر، ممکن است بسیار متفاوت باشد.

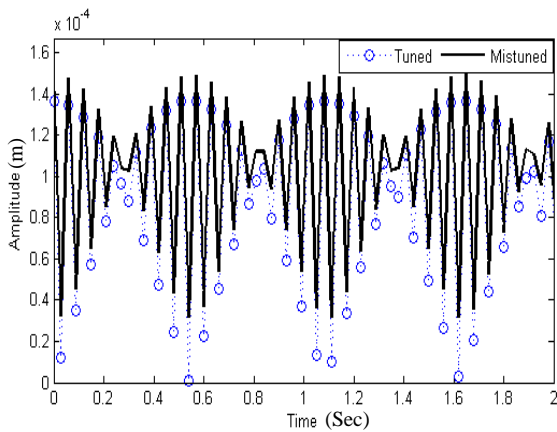
۵-۱- دیسک پره‌دار با سی‌وشش پره (نامیزانی در ضریب سختی هر پره)

پاسخ حالت میزان این سیستم برای یکی از پره‌ها در شکل (۳) رسم شده است (در تمام نمودارها واحد زمان، ثانیه و واحد دامنه، متر است). مشخص است که پاسخ همه پره‌ها، از نظر دامنه یکسان، ولی از نظر فاز، دارای اختلاف ϕ_i ، با یکدیگر است. همان‌طور که از شکل (۳) قابل دیدن است، بیش‌ترین پاسخ سیستم میزان برابر با $1.0 \times 10^{-4} / 3685$ است.



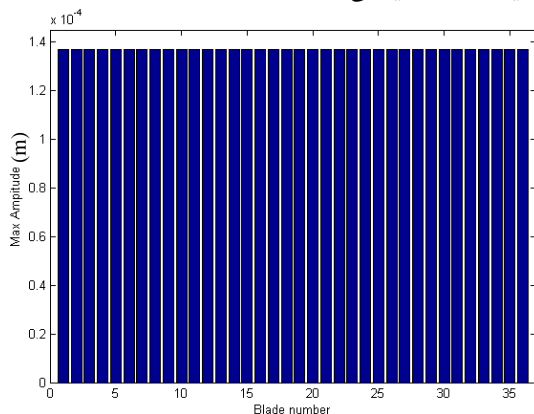
شکل (۳): پاسخ سیستم در حالت میزان

هم‌گرایی حل، در الگوریتم ژنتیک برای رسیدن به نقطه بیشینه با استفاده از نمودار شکل (۴) نشان داده شده است. همان‌طور که قابل دیدن است، مقدار تابع هدف پس از حدود ۳۰۰ نسل، یکنواخت می‌شود، از این رو، در نسل ۳۱۰ الگوریتم،



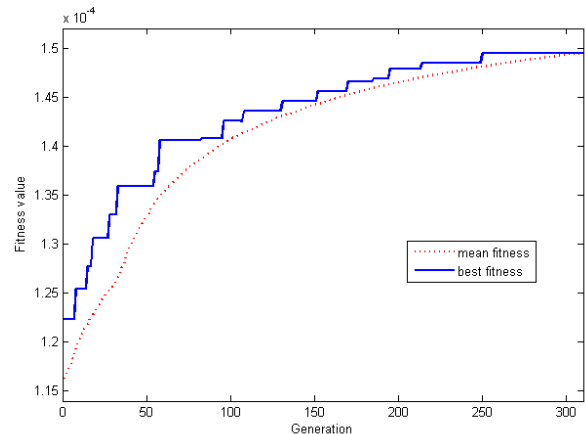
شکل (۶): پاسخ بدترین پره در بدترین الگو در حالت نامیزان

در شکل (۷) بیشترین پاسخ سی‌وشش پره در حالت میزان رسم شده است. همچنین در شکل (۸) بیشینه دامنه پاسخ برای سیستم سی‌وشش پره در حالت وجود نامیزانی رسم شده است. مقایسه دو شکل (۷) و (۸)، نشان می‌دهد وجود نامیزانی در ضریب سختی پره‌های سیستم، می‌تواند پاسخ سیستم را تا $1/0.9$ برابر افزایش دهد (بیشینه پاسخ سیستم میزان برابر با $1/3685 \times 10^{-4}$ و بیشینه پاسخ سیستم نامیزان برای بدترین پره برابر با $1/4942 \times 10^{-4}$ است). باید توجه نمود که افزایش حدود $0/2$ درصد در سختی پره، باعث شده تا پاسخ حالت نامیزان نسبت به حالت میزان 9% درصد افزایش داشته‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که با تغییر 1 درصد در سختی پره، پاسخ سیستم نامیزان 45% نسبت به پاسخ حالت میزان، افزایش خواهد داشت. این نکته، موید حساسیت پاسخ سیستم دیسک پره‌دار، نسبت به تغییر در ضریب سختی است. در ضمن، بیشینه دامنه پاسخ، مربوط به پره بیست‌ونجم است. گفتنی است که پره بیست‌ونجم که دارای بزرگترین دامنه ارتعاش است، بالاترین مقدار نامیزانی را ندارد؛ بلکه، پره هفدهم دارای بیشترین مقدار نامیزانی است.



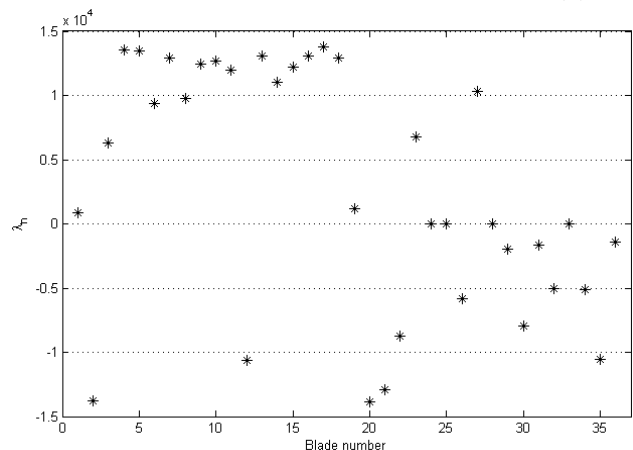
شکل (۷): بیشینه پاسخ سی‌وشش پره در حالت میزان

متوقف می‌شود. با توجه به شکل (۴)، بیشینه پاسخ به‌دست‌آمده از الگوریتم ژنتیک، برای سیستم نامیزان، برای بدترین پره برابر با $1/4942 \times 10^{-4}$ است.



شکل (۴): نمودار سازگاری در الگوریتم ژنتیک برای نشان دادن همگرایی

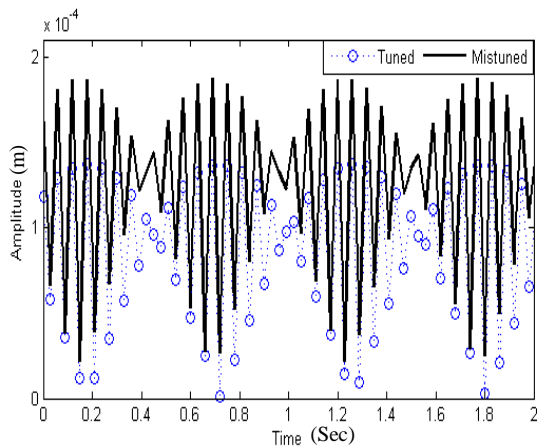
بدترین الگوی به‌دست‌آمده از الگوریتم ژنتیک پس از حدود 300 نسل برای وجود نامیزانی در ضریب سختی پره‌ها، در شکل (۵) آورده شده‌است.



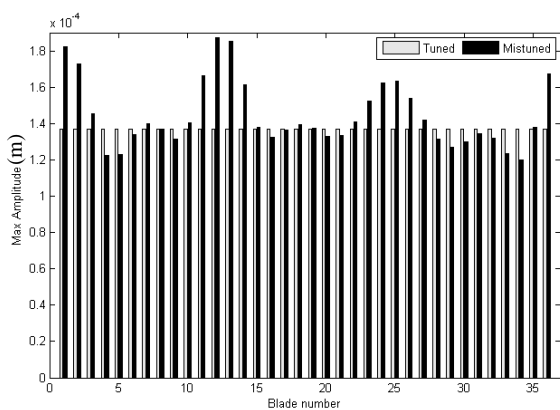
شکل (۵): بدترین الگوی به‌دست‌آمده برای ضریب سختی پره‌ها

در شکل (۶) پاسخ سیستم برای دو حالت میزان و نامیزان آورده شده است. پاسخ سیستم در حالت نامیزان برای بدترین الگوی به‌دست‌آمده برای بدترین پره (پره‌ای که دارای دامنه پاسخ بیشینه است) رسم شده است. فرکانس ارتعاش هر دو سیستم تقریباً یکسان است، زیرا ماتریس‌های جرم و استهلاک، برای هر دو سیستم یکسان هستند و تنها ماتریس‌های سختی، تفاوتی جزئی با یکدیگر دارند. با این حال، دامنه ارتعاش دو سیستم، اختلاف زیادی با یکدیگر دارند.

پاسخ مربوط به پره دوازدهم است. این در حالی است که پره هشتم دارای بیشترین مقدار نامیزانی است. نتایج گفته شده، تاکنون موید این نکته‌اند که اولاً، دامنه ارتعاش دیسک پره‌دار نامیزان از دیسک پره‌دار میزان بالاتر است؛ و ثانیاً، پره‌ای که دارای بالاترین مقدار نامیزانی است، لزوماً دارای بیشترین دامنه ارتعاش نیست.



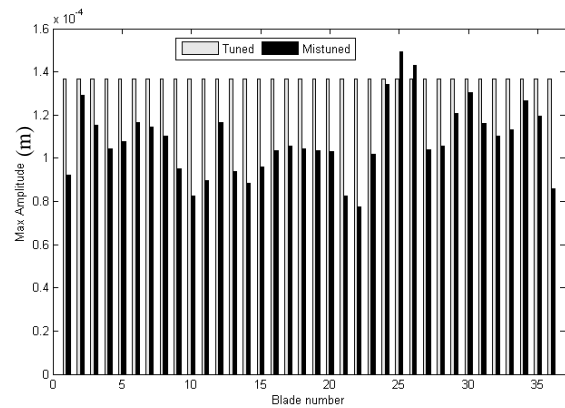
شکل (۱۰): پاسخ بدترین پره در بدترین الگو در حالت نامیزان



شکل (۱۱): بیشینه پاسخ سی‌وشش پره در حالت وجود نامیزانی در بدترین الگو

۳-۵- دیسک پره‌دار با سی‌وشش پره (نامیزانی هم-زمان در ضریب سختی و استهلاک هر پره)

پاسخ حالت میزان این سیستم مانند شکل (۳) است. بدترین الگوی به‌دست‌آمده از الگوریتم ژنتیک برای وجود نامیزانی در ضریب سختی، در شکل (۱۲) و همچنین بدترین الگوی به‌دست‌آمده برای وجود نامیزانی در ضریب استهلاک پره‌ها، در شکل (۱۳) آورده شده است.

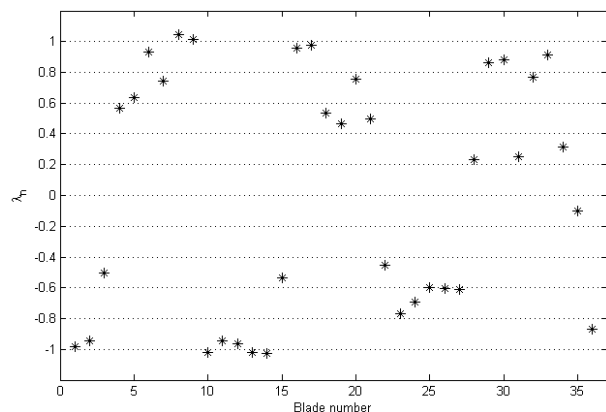


شکل (۸): بیشینه پاسخ سی‌وشش پره در حالت وجود نامیزانی در بدترین الگو

۲-۵- دیسک پره‌دار با سی‌وشش پره (نامیزانی در ضریب استهلاک هر پره)

پاسخ سیستم در حالت میزان مانند شکل (۳) در قسمت قبل است.

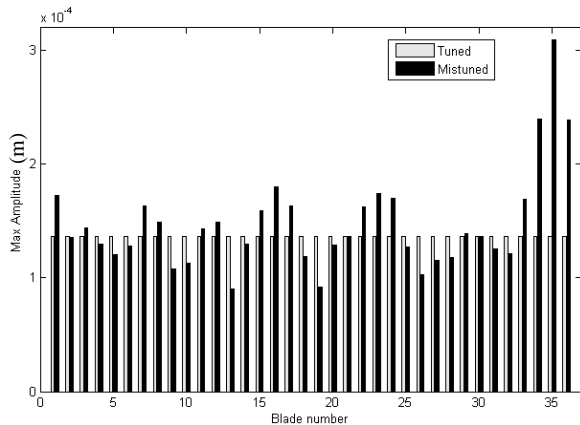
بدترین الگوی به‌دست‌آمده از الگوریتم ژنتیک، برای حالت وجود نامیزانی در ضریب استهلاک پره‌ها، در شکل (۹) آورده شده است.



شکل (۹): بدترین الگوی به‌دست‌آمده برای ضریب استهلاک پره‌ها در شکل (۱۰) پاسخ سیستم در حالت نامیزان برای بدترین الگوی به‌دست‌آمده برای بدترین پره، یعنی پره دوازدهم رسم شده است. همان‌طور که از شکل (۱۰) مشخص است، بیشینه پاسخ سیستم در حالت نامیزان برای بدترین پره برابر با $1/8712 \times 10^{-4}$ است.

در شکل (۱۱) بیشینه پاسخ سی‌وشش پره، در حالت وجود نامیزانی در ضریب استهلاک پره‌ها رسم شده است. شکل (۱۱) نشان می‌دهد وجود نامیزانی در سیستم، می‌تواند پاسخ سیستم را تا ۱/۲۷ برابر افزایش دهد (بیشینه پاسخ سیستم میزان برابر با $1/3685 \times 10^{-4}$ و بیشینه پاسخ سیستم نامیزان برای بدترین پره برابر با $1/8712 \times 10^{-4}$ است). در ضمن، بیشینه دامنه

نامیزانی در سیستم، می‌تواند پاسخ را تا $2/26$ برابر افزایش دهد (بیشینه پاسخ سیستم میزان برابر با $1/3685 \times 10^{-4}$ و بیشینه پاسخ سیستم نامیزان برای بدترین پره برابر با $3/0.926 \times 10^{-4}$ است). در ضمن بیشینه دامنه پاسخ، مربوط به پره سی‌ونجم است.

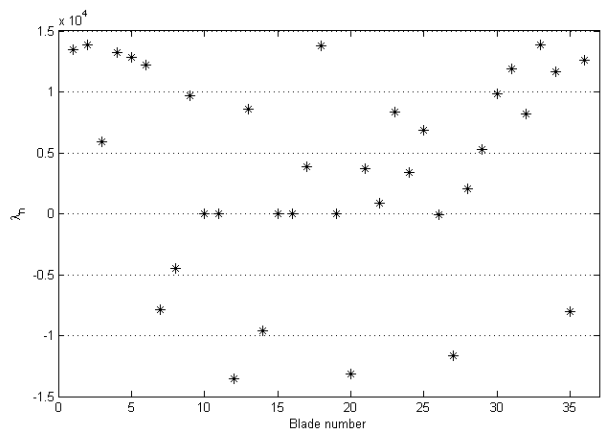


شکل (۱۵): بیشینه پاسخ سی‌وشش پره در حالت وجود نامیزانی در بدترین الگو

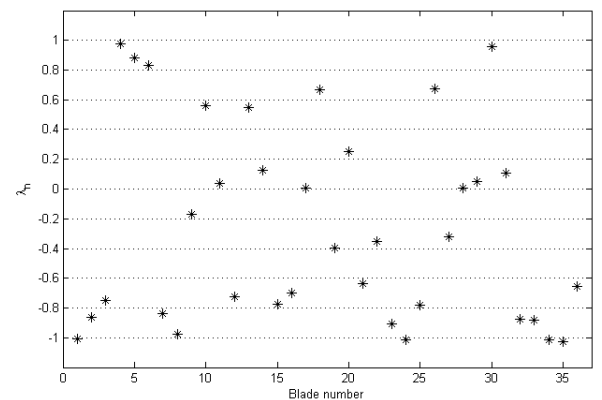
در جدول (۲) جواب‌های به‌دست آمده برای هر سیستم و نسبت به‌دست‌آمده برای هر حالت، (که از تقسیم پاسخ سیستم نامیزان به پاسخ سیستم میزان حاصل شده) ارائه شده است. همان‌طور که از نتایج مشخص است، وجود هم‌زمان نامیزانی در سیستم، باعث کاهش اثرات نشده؛ بلکه نامیزانی‌ها، همدیگر را تقویت نموده، پاسخ سیستم را افزایش می‌دهند و منجر به افزایش دامنه پاسخ سیستم می‌شوند که برای سیستم نامطلوب است.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی اثر وجود نامیزانی ناشی از ضریب استهلاک و سختی در هر پره پرداخته شد. بدترین الگو به کمک الگوریتم ژنتیک به‌دست‌آمد. پاسخ حالت میزان و نامیزان سیستم سی‌وشش درجه آزادی با یکدیگر مقایسه شد. این مقایسه، نشان داد که وجود هم‌زمان نامیزانی‌های ناشی از سختی و استهلاک در سیستم، نسبت به زمانی که فقط یکی از آن‌ها وجود دارد، سبب افزایش در پاسخ سیستم خواهد شد. به عبارت دیگر، نامیزانی‌ها باعث کاهش اثر یکدیگر نشده، بلکه همدیگر را تقویت نموده و پاسخ سیستم را افزایش می‌دهند. همان‌طور که از نسبت‌های به‌دست‌آمده، پیدا است وجود نامیزانی در سیستم باعث افزایش دامنه پاسخ سیستم می‌شود. همچنین مشخص شد که تغییری در حدود $0/2\%$ در ضریب سختی پره‌ها، می‌تواند افزایش پاسخی معادل تغییر در حدود 75% در ضریب استهلاک پره‌ها را ایجاد کند. چنین موضوعی،

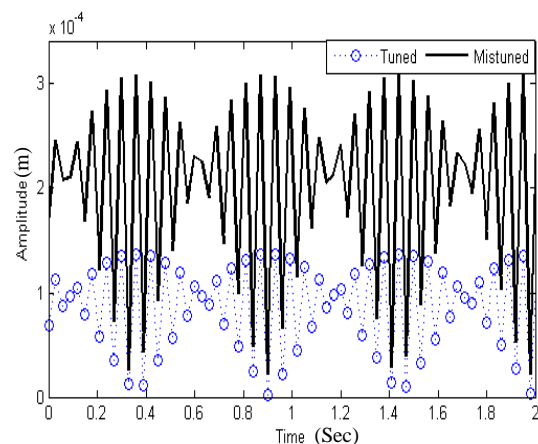


شکل (۱۲): بدترین الگوی به‌دست آمده برای ضریب سختی پره‌ها



شکل (۱۳): بدترین الگوی به‌دست آمده برای ضریب استهلاک پره‌ها

در شکل (۱۴) پاسخ سیستم در حالت نامیزان برای بدترین الگوی به‌دست‌آمده برای بدترین پره (پره‌ای که دارای دامنه پاسخ بیشینه است، یعنی پره سی‌ونجم) رسم شده است. بیشینه پاسخ سیستم نامیزان، برای بدترین پره برابر با $3/0.926 \times 10^{-4}$ است. برای مقایسه، پاسخ پره در حالت میزان نیز آورده شده است.



شکل (۱۴): پاسخ بدترین پره در بدترین الگو در حالت نامیزان

در شکل (۱۵) بیشینه پاسخ سی‌وشش پره در حالت وجود نامیزانی رسم شده است. شکل (۱۵) نشان می‌دهد وجود

ضریب سختی و ضریب استهلاک برای سیستم بسیار نامطلوب است؛ زیرا سبب افزایش زیادی در دامنه پاسخ می‌شود.

نشان‌دهنده حساسیت زیاد پاسخ سیستم به تغییر در ضریب سختی هر پره است. این یافته، با نتایج به‌دست‌آمده توسط لین [۱۰] برابری دارد. همچنین در نظرگرفتن هم‌زمان نامیزانی در

جدول (۲): مقایسه نتایج بدست‌آمده برای تمام حالت‌ها

نسبت پاسخ سیستم نامیزان به پاسخ سیستم میزان	بیشینه پاسخ	نوع سیستم	تعداد پره
-	$7/9206 \times 10^{-5}$	میزان	۱۰
۱/۰۱	$7/9801 \times 10^{-5}$	نامیزانی در ضریب سختی	
۱/۰۵	$8/3285 \times 10^{-5}$	نامیزانی در ضریب استهلاک	
۱/۱۸	$9/3666 \times 10^{-5}$	نامیزانی در هر دو ضریب	۱۶
-	$1/0642 \times 10^{-4}$	میزان	
۱/۱۱	$1/1789 \times 10^{-4}$	نامیزانی در ضریب سختی	
۱/۱۳	$1/2021 \times 10^{-4}$	نامیزانی در ضریب استهلاک	۲۴
۱/۳۶	$1/4521 \times 10^{-4}$	نامیزانی در هر دو ضریب	
-	$1/2523 \times 10^{-4}$	میزان	
۱/۱۲	$1/4051 \times 10^{-4}$	نامیزانی در ضریب سختی	۳۶
۱/۱۵	$1/4422 \times 10^{-4}$	نامیزانی در ضریب استهلاک	
۱/۷۲	$2/1509 \times 10^{-4}$	نامیزانی در هر دو ضریب	
-	$1/3685 \times 10^{-4}$	میزان	۳۶
۱/۰۹	$1/4942 \times 10^{-4}$	نامیزانی در ضریب سختی	
۱/۳۷	$1/8712 \times 10^{-4}$	نامیزانی در ضریب استهلاک	
۲/۲۶	$3/0926 \times 10^{-4}$	نامیزانی در هر دو ضریب	

۷- مراجع

- [۸] Afolabi, D.H., Vibration of Mistuned Bladed Disc Assembly, PhD Thesis, Imperial College of Science, Technology & Medicines, University of London, 1982.
- [۹] Afolabi, D.H. "Vibration Amplitudes of Mistuned Blades", ASME, Journal of Turbomachinery, Vol. 110, pp. 251-257, 1988.
- [۱۰] Lin C.C., Mignolet M.P., "Effects of Damping and Damping Mistuning on the Forced Vibration Response of Bladed Disks", J. Sound Vib. Vol. 193, pp. 525-543, 1996.
- [۱۱] Y.J. Chiu, Sh.Ch. Huang, "The influence on coupling vibration of a rotor system due to a mistuned blade length", Journal of Mechanical Sciences, Vol. 49, pp. 522-532, 2007.
- [۱۲] Y.J. Yan, P.L. Cui, H.N. Hao, "Vibration mechanism of a mistuned bladed-disk", Journal of Sound and Vibration, Vol. 317, pp. 294-307, 2008.
- [۱۳] Y.-J. Chan, D.J. Ewins, "Management of the variability of vibration response levels in mistuned bladed discs using robust design concepts. Part 1 Parameter design", J. Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 24, pp. 2777-2791, 2010.
- [۱۴] J.H. Griffin, A. Sinha, "The interaction between mistuning and friction in the forced response of bladed disk assemblies", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 107, pp. 205-211, 1985.
- [۱] J.H. Griffin, A. Sinha, "The interaction between mistuning and friction in the forced response of bladed disk assemblies", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 107, pp. 205-211, 1985.
- [۲] D.S. Whitehead, "Effects of mistuning on the vibration of turbomachinery blades induced by wakes", J. Mechanical Engineering Science, Vol.8, No. 1, pp. 15-21, 1966.
- [۳] D.S. Whitehead, "Effects of Mistuning on Forced Vibration of Blades with Mechanical Coupling", Journal of Mechanical Engineering Science, Vol.18, No. 6, pp. 306-307, 1976.
- [۴] R.C.F. Dye, T.A. Henry, "Vibration amplitudes of compressor blades resulting from scatter in blade natural frequencies", ASME, Journal of Engineering for Power, Vol. 91, No. 3, pp. 182-188, 1969.
- [۵] Wagner, J.T., "Coupling of turbomachine blade vibrations through the rotor", ASME, Journal of Engineering for Power, Vol. 89, No. 4, pp. 502-512, 1967.
- [۶] D.J. Ewins, "The effect of detuning upon the forced vibration of bladed disks", J. Sound and Vibration, Vol.9, pp. 65-79, 1969.
- [۷] L.E. EL-Bayoumy, A.E. Srinivasan, "Influence of mistuning on rotor blade vibration, AIAA Journal, Vol. 13, No. 4, pp. 460-464, 1975.

- M.P. Mignolet, C.C. Lin, "The combined closed form-perturbation approach to the analysis of mistuned bladed disks", *Journal of Turbomachinery*, Vol. 115, pp. 771–780, 1993. [۱۹]
- C.C. Lin, The combined closed form-perturbation approach to the analysis of mistuned bladed disks, M.S. Thesis, Arizona State University, 1991. [۲۰]
- Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1989. [۲۱]
- Davis (Ed.), L., *Handbook of Genetic Algorithms*, Van Nostrand Reinhold, 1991. [۲۲]
- J.H. Griffin, "On predicting the resonant response of bladed disk assemblies", *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 110, pp. 45–50, 1988. [۱۵]
- R.L. Jay, D.W. Burns, "Characteristics of the diametral resonant response of a shrouded fan under a prescribed distortion", *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, Vol. 108, pp. 125–131, 1986. [۱۶]
- A. Sinha, S. Chen, "A higher order technique to compute the statistics of forced response of a mistuned bladed disk", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 130, pp. 207–221, 1989. [۱۷]
- A. Sinha, "Calculating the statistics of forced response of a mistuned bladed disk assembly", *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, Vol. 24, pp. 1797–1801, 1986. [۱۸]

۸- زیر نویس ها

- ۱ Whitehead
- ۲ Rolls Royce
- ۳ NASA
- ۴ Dye & Henry
- ۵ Single Mistuning
- ۶ Alternative Mistuning
- ۷ Random Mistuning
- ۸ Wagner
- ۹ Ewins
- ۱۰ Han
- ۱۱ Afolabi
- ۱۲ Lin
- ۱۳ Mignolet
- ۱۴ Chiu
- ۱۵ Huang
- ۱۶ Yan
- ۱۷ Chun
- ۱۸ Multipoint
- ۱۹ Multi-nonuniform

