



طراحی و شبیه‌سازی حسگر نیروی دو حالت کوارتزی

احمد مصطفی محمدی*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران

خلاصه: کریستال کوارتز ماده‌ای پیزوالکتریک است و با اعمال ولتاژ متناوب، می‌توان در آن ارتعاش مکانیکی ایجاد کرد. فرکانس طبیعی این ارتعاش با اعمال تنش و تغییر دمای کریستال تغییر می‌کند. به همین علت از این کریستال در ساخت انواع نیروسنج‌ها و حسگرهای دمایی استفاده می‌شود. در این مقاله یک حسگر نیروی دیجیتال بر اساس اثر نیرو-فرکانس در کریستال کوارتز با برش آتی طراحی و شبیه‌سازی شده است. این حسگر در دو مود کاری قابل فعال‌سازی است. در مود اول، حساسیت حسگر نسبت به نیرو بیشینه است. در مود دوم خطای دمایی حسگر کاهش می‌یابد. خروجی حسگر با ترکیب روش المان محدود و مدل‌سازی ریاضی بدست آمده است. جهت ارزیابی مدل از مطالعات تجربی پیشین درباره ضریب نیرو فرکانس استفاده شده است. همچنین اثر زوایا و طول لبه تکیه‌گاه‌های اعمال نیرو بر خطای دمایی حسگر و حساسیت آن در مودهای کاری بررسی شده است. خروجی حسگر در بازه دمایی صفر الی صد درجه سانتی‌گراد بدست آمده است. حسگر دو حالت طراحی شده، امکان افزایش تفکیک‌پذیری و دقت اندازه‌گیری را در دمای اتاق و کاهش خطای اندازه‌گیری در دماهای غیر دمای اتاق را می‌دهد.

تاریخچه داوری:

دریافت:

بازنگری:

پذیرش:

ارائه آنلاین:

کلمات کلیدی:

حسگر نیروی دو حالت

کوارتز

اثر نیرو-فرکانس

خطای دمایی

حساسیت

مدل‌سازی پاسخ

۱- مقدمه

کوارتزی مشاهده و کمی‌سازی کرد. بر این اساس فرکانس تشدید کریستال‌های پیزوالکتریک کوارتزی با اعمال نیرو به لبه‌های تشدیدگر تغییر می‌کند. راتاجسکی ضریبی را به نام ضریب نیرو-فرکانس برای کریستال‌های کوارتزی تعریف کرد و این ضریب را برای کریستال آ-تی بدست آورد. در سال ۱۹۶۹ هاموند و بنجامینسان [۳] با استفاده از کریستال‌های کوارتز یک مبدل فشار بر اساس اثر نیرو-فرکانس ساختند. در سال‌های بعد دانشمندان نیروسنج‌های دیجیتالی کوارتزی چنگال شکل^۱ را معرفی نمودند [۴-۶]. بزرگ‌ترین ضعف این حسگرها عدم امکان بهره‌برداری از آن‌ها در محیط‌های آشفته، مناسب نبودن آن‌ها برای اندازه‌گیری نیروهای فشاری و دامنه محدود عملکردی آن‌ها بود [۷]. از دیگر ساختارهای معرفی شده برای حسگرهای نیروی کوارتزی، سنسورهای با دیسک مرتعش و بدنه تمام کوارتزی بود که این حسگرها دارای پیچیدگی‌های زیادی از نظر ساخت و قیمتی بالا بودند. جهت رفع این مشکل برخی محققان

کریستال‌های کوارتز از جمله مواد پیزوالکتریک هستند که در ساخت حسگرهای دقیق کاربردهای زیادی دارند [۱]. این کریستال‌ها با توجه به جهات برش وجوهشان نسبت به جهات کریستالوگرافی اصلی تک سلول کوارتز، نام‌گذاری می‌شوند. کریستال با برش آ-تی^۱ یکی از معروف‌ترین و پرکاربردترین کریستال‌های کوارتز است که در ساخت حسگرها و تشدیدگرهای الکتریکی کاربرد دارد. علت این امر به حساسیت کم فرکانس تشدید نوسان این کریستال به دما باز می‌گردد. کریستال‌های کوارتز دارای مدول الاستیسیته ثابتی هستند و همین امر باعث حداقل بودن عیب پسماند در حسگرهای کوارتزی می‌شود. از طرفی فرکانس طبیعی ارتعاش کریستال‌های کوارتز به تنش‌های مکانیکی اعمال شده بر آن وابسته است [۲]. در سال ۱۹۶۵ راتاجسکی [۲] پدیده نیرو-فرکانس را در کریستال‌های

1 AT-Cut

* نویسنده‌دار مکاتبات: dr.mohammadi@znu.ac.ir

2 Tuning Fork



آن‌ها برای جبران خطای دمایی حسگر، از یک سنسور دما استفاده کرده و اثرات دمایی را با استفاده از مدار الکترونیکی جبران کردند. در همین سال، فام و همکاران [۱۵] یک سنسور فشار کوارتزی با بدنه فولاد ضد زنگ طراحی کردند که در این حسگر نیز تغییرات ضریب حساسیت نسبت به تغییرات دما به صورت خطی بود. بدین ترتیب جبران‌سازی خطای دمایی حسگر با سهولت بیشتری صورت می‌گرفت. در سال ۲۰۱۸ چن و همکاران [۱۶] توانستند با تغییر شکل و چیدمان الکترودهای نوسانگر کوارتزی، خطای ناشی از تغییر دما را در نیروسنج کوارتزی کاهش دهند.

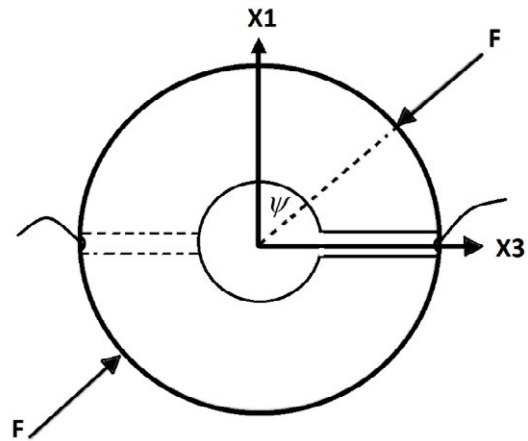
مطالعه تحقیقات قبلی نشان می‌دهد دستیابی به حساسیت بالا و کاهش اثرات دما بر عملکرد حسگر، از اهمیت بالایی برای محققان برخوردار بوده است و محققان از روش‌های گوناگونی برای جبران‌سازی اثر دما استفاده کرده‌اند. در برخی از این روش‌ها با تغییرات طرح نوسانگر کوارتزی سعی شده است ضریب حساسیت حسگر وابسته به دما نباشد. در برخی دیگر از تحقیقات نیز دما را در حین اندازه‌گیری نیرو اندازه‌گیری کرده‌اند و اثرات دمایی را توسط مدار الکترونیکی جبران‌سازی نموده‌اند. در این مقاله حسگر جدیدی از نوع حسگرهای کوارتزی طراحی و شبیه‌سازی شده است. این حسگر دارای قابلیت اندازه‌گیری نیرو در یک جهت و در دو حالت عملیاتی است. در حالت اول حساسیت حسگر بالا و در حالت دوم خطای دمایی حسگر پایین است. بدین ترتیب با توجه به نیاز کاربر، حسگر را می‌توان در دو مود عملیاتی به کار گرفت و با توجه به در دست بودن ضریب حساسیت در هر مود، تغییرات فرکانس را به نیرو تبدیل کرد. با توجه به این که طرح حسگر نسبت به حسگرهای متداول متفاوت است، نیاز به مدل‌سازی خروجی حسگر وجود دارد. این مدل‌سازی با ترکیب روش المان محدود و مدل ریاضی که در تحقیقات قبلی مولفین بدست آمده است [۱۷]، صورت می‌گیرد. در ادامه با توجه به نتایج مدل‌سازی، اثر برخی پارامترهای طراحی حسگر بر خروجی حسگر بررسی می‌گردد.

در مجموع نوآوری‌های پژوهش حاضر به شرح زیر است:

- ۱- ارائه طرحی جدید برای حسگرهای نیروی کوارتزی با قابلیت کاربرد در دو حالت کاری
- ۲- تحلیل رفتار نیرو-فرکانس برای کریستال‌های دو پخه با توجه به تغییرات تنش‌های اولیه.
- ۳- تحلیل خطای دمایی حسگر و تغییرات خطای دمایی با توجه به زوایای اعمال نیرو

مانند کربت [۸] و دالمت و همکاران [۹] حسگرهای کوارتزی مونتاژ شده را معرفی کردند. در این حسگرها دیسک مرتعش از جنس کوارتز و سایر اجزای حسگر از جنس غیر کوارتزی بود. مشکل این حسگرها پیچیدگی ساختاری آن‌ها و تکرارپذیری کم خروجی این حسگرها بود [۱۰]. در سال ۲۰۰۱، وانگ و همکاران [۱۰] حسگر جدیدی بر اساس اصل نیرو-فرکانس طراحی کردند. حسگر معرفی شده به علت طراحی خاص پایه‌های انتقال نیرو به دیسک مرتعش، نسبت به خطای خروج از مرکز در نیروی ورودی حساسیت کمی داشت. این محققان زاویه اعمال نیرو را نسبت به زوایای کریستالوگرافی دیسک مرتعش به نحوی انتخاب کردند که حسگر نسبت به تغییرات دما حساسیت کمی داشت ولی از حساسیت حسگر کاسته می‌شد. از طرفی ساختار المان‌های انتقال‌دهنده به نحوی بود که قرار دادن و مونتاژ کردن دیسک مرتعش در آن حالت مشکل می‌شد. وانگ و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۰۳، ساختار ساده‌تری را معرفی کردند که از دیسک‌های کوارتزی دایره‌ای به عنوان دیسک تشدیدگر استفاده شده بود. لبه دیسک کوارتزی برای افزایش دامنه اندازه‌گیری و کاهش تمرکز تنش نیرو، تخت در نظر گرفته شده بود. برای جبران اثر دما، حسگر را در دو مود ارتعاشی فعال کرده و با توجه به تفاوت حساسیت دمایی فرکانس طبیعی در این دو مود، با استفاده از مدار جبران‌ساز، اثر دما بر نیرو جبران‌سازی می‌شد. در سال ۲۰۰۸، آساکورا و همکاران [۱۲] حسگر نیروی جدیدی را بر اساس تکنولوژی میکروفاب، معرفی کردند که ابعاد آن نسبت به حسگرهای قبلی کوچک‌تر بوده و نیروی فشاری ۴۵ نیوتون را اندازه‌گیری می‌کرد. در سال ۲۰۱۵ موریزاکي و آرائی [۱۳] توانستند یک نیروسنج کوارتزی را با استفاده از تکنولوژی ساخت در ابعاد ریز^۱ توسعه دهند. این نیروسنج به علت حساسیت بالا می‌توانست سیگنال‌های زیستی مانند ضربان قلب و تنفس را اندازه‌گیری کرده و تشخیص دهد. زوایای برش کریستال مورد استفاده در این نیروسنج به نحوی انتخاب شده بود که تغییرات دما اثری خطی بر حساسیت نیروسنج داشت و با مدار الکترونیکی قابل جبران‌سازی بود. در سال ۲۰۱۷ موریزاکي و همکاران [۱۴] توانستند یک حسگر نیرو با بدنه تمام کوارتزی و دیسک داخلی مستطیلی شکل از جنس کوارتز-آتی در ابعاد کوچک بسازند. این حسگر با وجود ابعاد کوچکش قادر بود نیروهای وارده را در دامنه صفر الی ۶۰۰ نیوتون اندازه‌گیری کند.

آزمایش نیرو-فرکانس برای انواع کریستال‌های کوارتز اندازه‌گیری شده است. در این آزمایش که در شکل ۱ به صورت شماتیک نشان داده شده است، کریستال کوارتز تحت یک زوج نیروی شعاعی با زوایای مشخصی نسبت به زوایای دیسک نوسانگر قرار می‌گیرد و تغییر فرکانس آن اندازه‌گیری می‌شود. در شکل ۱، نیرو با زاویه تمایل ψ نسبت به محور اصلی x_3 به لبه دیسک وارد می‌شود. ولتاژ متناوب توسط یک اسیلاتور و به واسطه الکترودهای نشانده شده در دو سمت دیسک، اعمال می‌شود و دیسک در مود ضخامت-برشی نوسان می‌نماید.



شکل ۱: وارد شدن نیروی شعاعی به کریستال کوارتز
Fig. 1: Insertion of radial forces to the quartz crystal

فرکانس طبیعی نوسان دیسک بر اثر اعمال نیرو بر لبه‌های دیسک متناسب با ضریب نیرو-فرکانس K به صورت خطی تغییر می‌کند. ضریب نیرو-فرکانس به کمک رابطه (۱) بدست می‌آید [۲].

$$K = \frac{\Delta f}{f_0^2} \frac{nD}{F} \quad (1)$$

در رابطه (۱) متغیرهای F ، f_0 ، n و D به ترتیب نیروی اعمال شده بر حسب نیوتون، فرکانس اولیه دیسک مرتعش قبل از اعمال نیرو، شماره هارمونیک موج ضخامت-برشی، و قطر دیسک است. مقدار ضریب نیرو-فرکانس به نوع برش کریستال کوارتز و نیز به زاویه تمایل اعمالی نیرو وابسته است. از طرفی این ضریب به تغییرات دمای دیسک نیز حساس است. واحد ضریب نیرو-فرکانس، متر ثانیه بر نیوتون (m.s/N) است.

رابطه (۱) توسط راتاجسکی [۲] معرفی شد و مقدار ضریب نیرو-فرکانس برای کریستال آ-تی دایروی در زوایای تمایل مختلف به صورت تجربی بدست آمد. از طرفی داولتر [۱۸] وابستگی ضریب نیرو-فرکانس به دما را در زوایای تمایل مختلف به صورت تجربی نشان داد و منحنی ضریب نیرو-فرکانس را در دمای ۷۸ درجه سانتی‌گراد به صورت تجربی بدست آورد.

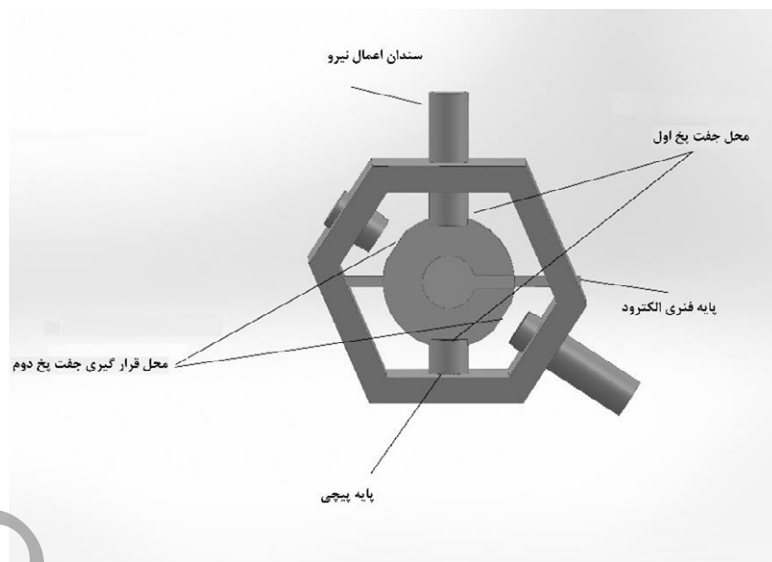
اعمال نیرو به دیسک در حالت کاملاً دایروی مشکل است. به همین دلیل در طراحی نیروسنج‌های کوارتزی، لبه دیسک کوارتزی تخت می‌شود. ایجاد لبه‌های تخت به علت تغییر توزیع تنش، باعث تغییر زوایای بهینه ذکر شده خواهد شد. اگرچه زوایای جدید به زوایای مطلوب در دیسک کاملاً دایروی نزدیک خواهند بود. در این مقاله برای تعیین زوایای دقیق مورد نظر از تحلیل المان محدود و مدل‌سازی ریاضی استفاده می‌شود.

ایده استفاده از حسگر کوارتزی در دو حالت کاری می‌تواند به عنوان الگویی جهت ساخت سنسورهای دوحالته با سایر مواد پیزو الکتریک مانند کریستال‌های لانگاسیت^۱ و لیتیوم نیوبات^۲ در نظر گرفته شود.

۲- اثر نیرو-فرکانس در کریستال‌های کوارتزی با برش آ-تی

نوسانگر کوارتزی هسته اصلی حسگرهای نیروی کوارتزی است. این نوسانگرها به واسطه اثر معکوس پیزوالکتریسیته با اعمال ولتاژ متناوب تحت ارتعاش قرار می‌گیرند. بیشتر نوسانگرهای کوارتزی در مود ارتعاشی ضخامت-برشی فعال هستند. کنش‌های خارجی پایدار و غیرپایدار در مرزهای نوسانگر، با به وجود آمدن تنش‌ها و کرنش‌های داخلی در نوسانگر، به تعادل و حالت خنثی مکانیکی در می‌آیند. این کنش‌های خارجی شامل انواع بارهای حرارتی و مکانیکی، تنش‌های سطحی و نیروهای حجمی هستند. ایجاد کرنش‌ها و تنش‌ها در داخل نوسانگر باعث تغییر فرکانس طبیعی نوسانگر خواهد شد. علت این امر تغییرات شکل هندسی و ضخامت، تغییر چگالی، تغییر ثابت‌های مکانیکی و الکتریکی و موثر شدن ثابت‌های درجه سوم الاستیسیته در کوارتز است [۸]. نمونه‌ای از این پدیده، در حسگرهای نیروی کوارتزی رخ می‌دهد. در این حسگرها بر اثر اعمال نیرو به لبه دیسک نوسانگر، فرکانس طبیعی ارتعاشات ضخامت-برشی نوسانگر دچار تغییر شده و این تغییر توسط مدار الکتریکی، اندازه‌گیری می‌شود. به این پدیده اصطلاحاً اثر نیرو-فرکانس گفته می‌شود. این اثر به کمک

1 -Langasite (LGS)
2 - Lithium Niobate



شکل ۲: طرح شماتیک حسگر دو حالت کوارتزی
Fig. 2: Schematic model of the dual state quartz sensor

۳- طراحی نیروسنج دو حالت

در شکل ۲ طرح شماتیک حسگر دو حالت کوارتزی نشان داده شده است. دیسک نوسانگر کوارتزی دارای دو جفت لبه (پخ) اعمال نیروی روبروی هم است. زوایای محور عمود بر لبه ها نسبت به محور x_1 را زاویه تمایل اعمال نیرو می نامیم. این زوایا به نحوی انتخاب می شوند که برای مود اول کاری، حساسیت حسگر به نیروی اعمالی بیشینه باشد. در این مود کاری ضریب نیرو-فرکانس بیشینه خواهد بود. جفت پخ اول که در شکل ۲ نشان داده شده اند مربوط به مود حساسیت بیشینه حسگر است. در مود دوم کاری، خطای دمایی حسگر کمینه است. یعنی تغییرات ضریب نیرو-فرکانس نسبت به تغییر دما کمینه می باشد. در این مود، حساسیت حسگر نیز نسبت به مود قبل کمتر می باشد. جفت پخ دوم در شکل ۲ مربوط به این مود هستند.

پایه های فلزی متصل به الکتروودهای حسگر، نقش نگه دارنده دیسک در فضا را ایفا می کند. ابتدا پیچ تنظیم تا ارتفاع از پیش تعیین شده حرکت می کند تا به پخ زیرین دیسک کوارتزی اتصال یابد. سر پیچ زیرین داری شیار است که لبه دیسک در آن شیار قرار می گیرد. کف شیار به لبه پایینی دیسک اتصال می یابد و دیسک از اطراف نسبت به شیار لقی مناسب دارد. سپس پین بالایی بر روی پخ مقابل قرار خواهد گرفت و نیروی فشاری از طریق پین بالایی اعمال خواهد شد. در صورت نیاز به تغییر حالت، پیچ تنظیم و پین بالایی از دیسک جدا شده و نیرو از طریق مکانیزم مشابه در زاویه دیگر اعمال می گردد.

بنابراین در هر مود کاری نیرو تنها به یک جفت پخ اعمال می شود. به کارگیری این حسگر به کاربر صنعتی امکان خواهد داد تا در محیط های اندازه گیری که تغییرات دما ناچیز است، اندازه گیری را در مود اول کاری حسگر انجام دهد. بدین ترتیب حساسیت حسگر بیشینه است و تفکیک پذیری^۱ اندازه گیری نیز افزایش می یابد و اندازه گیری مقادیر کمتری از نیرو ممکن می شود. از طرفی اگر تغییرات دما در محیط زیاد باشد، می توان اندازه گیری را در مود دوم انجام داد. در این مود اثر دما بر حساسیت حسگر کمتر است و صحت^۲ اندازه گیری بیشتر می باشد.

با توجه به اینکه هندسه دیسک، طول پخ و زاویه اعمال نیرو در حساسیت فرکانسی حسگر اثرگذار است، در قسمت بعد اثر این عوامل بر حساسیت حسگر، شبیه سازی شده و زوایای مناسب اعمال نیرو معرفی می گردند.

۴- مدل سازی پدیده نیرو-فرکانس در کریستال دایروی کوارتزی

اعمال نیرو و تغییرات دما در کریستال کوارتز موجب به وجود آمدن کرنش های آغازین شده و این کرنش ها باعث تغییر فرکانس طبیعی کوارتز خواهد شد. تاکنون محققین مدل های گوناگونی برای پیش بینی مقدار تغییر فرکانس کریستال کوارتز بر اساس کرنش های آغازین به وجود آمده در آن، معرفی نموده اند. یکی از مهم ترین این

1 Resolution

2 Accuracy

برای محاسبه تغییر فرکانس در رابطه (۲)، باید مولفه‌های کرنش مرتبه صفر میندیلین تعیین شوند. این مولفه‌های کرنش با استفاده از رابطه (۳) که توسط میندیلین به کار رفت، تعریف می‌شوند [۲۱]. بر این اساس داریم:

$$E_{ij} = \sum_n x_2^n (E_{ij}^{(n)}) \quad (3)$$

در این رابطه مقدار کرنش واقعی به صورت بسط سری حول محور ضخامت x_2 نوسانگر تعریف می‌شود. $E_{ij}^{(n)}$ ها مولفه‌های درجه n ام کرنش هستند. با توجه به نازک بودن دیسک کوارتزی و اعمال نیروهای کوچک اولیه در آزمون نیرو-فرکانس، می‌توان از جملات درجه بالاتر از صفر در رابطه (۳) صرف‌نظر نمود و مقادیر کرنش مرتبه صفر را با مقادیر کرنش واقعی برابر فرض کرد [۲۱]. بنابراین با محاسبه مقدار کرنش واقعی به کمک رابطه (۴) می‌توان کرنش‌های درجه صفر را در سیستم اندیس‌گذاری وویت به صورت زیر حساب کرد [۱۷].

$$\begin{aligned} E_1^{(0)} &= S_{11}^{(\theta)} T_1 + S_{13}^{(\theta)} T_3 + S_{15}^{(\theta)} T_5, \\ E_2^{(0)} &= S_{21}^{(\theta)} T_1 + S_{23}^{(\theta)} T_3 + S_{25}^{(\theta)} T_5, \\ E_3^{(0)} &= S_{31}^{(\theta)} T_1 + S_{33}^{(\theta)} T_3 + S_{35}^{(\theta)} T_5, \\ E_4^{(0)} &= S_{41}^{(\theta)} T_1 + S_{43}^{(\theta)} T_3 + S_{45}^{(\theta)} T_5. \end{aligned} \quad (4)$$

در این روابط $S_{ij}^{(\theta)}$ کامپلیاس کوارتز در دمای مورد نظر و T_i ها تنش‌ها در سیستم اندیس‌گذاری وویت می‌باشند. بدین ترتیب برای محاسبه کرنش‌های مرتبه صفر میندیلین کافی است تنش‌های ایجاد شده در دیسک دایروی کوارتزی را با استفاده از تحلیل ریاضی یا تحلیل المان محدود استخراج نمود. در این پژوهش از تحلیل عددی برای محاسبه تنش‌های اولیه استفاده شده است. در این تحلیل، کوارتز به صورت یک ماده غیرهمسانگرد در نظر گرفته شده است و ضرایب الاستیسیته آن به دما وابسته است.

۴-۲- تحلیل المان محدود تنش‌های آغازین:

هدف از این تحلیل بدست آوردن تنش‌های T_1 ، T_3 و T_5 در دمای θ در ناحیه زیر الکتروود دیسک کوارتزی است. برای این کار از نرم افزار المان محدود کامسول^۲ استفاده شده است. در این تحلیل

مدل‌ها توسط لی و همکاران [۱۹] ارائه شد که در این مدل از تئوری ورق میندیلین برای محاسبه تغییرات فرکانس استفاده شده بود. این مدل توسط وانگ و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۰۱ تکمیل شد و رابطه تغییر فرکانس در کریستال کوارتز به شکل دلخواه ارائه شد. محمدی و همکاران [۱۷] نشان دادند اثر ضرایب پیزوالکتریسیته در تغییر فرکانس بسیار ناچیز است و می‌توان از جملات مربوط به ضرایب پیزوالکتریک برای تسهیل مدل عددی چشم‌پوشی کرد. بدین ترتیب برای محاسبه تغییر فرکانس کریستال کوارتز کافی است کرنش‌های اولیه ایجاد شده در دیسک کوارتزی محاسبه شود. آن‌ها مدلی برای پیش‌بینی تغییرات فرکانس کریستال کوارتز بر اثر اعمال همزمان کرنش‌های مکانیکی در دماهای مختلف ارائه دادند [۲۰].

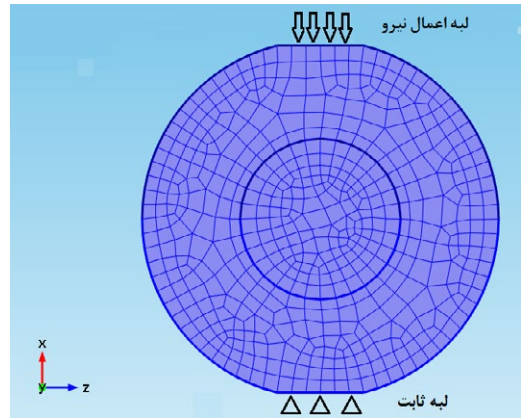
۴-۱- مدل ریاضی پدیده نیرو-فرکانس برای کریستال آ-تی در دمای دلخواه

بر این اساس، تغییرات فرکانس در کریستال کوارتز که در دمای θ قرار دارد و تحت بار مکانیکی در راستای شعاعی قرار می‌گیرد، با رابطه (۲) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f}{f_0} &= (U_{1,1}^{(0)})_m + \frac{1}{2C_{66}^\theta} C_{661}^\theta (E_1^{(0)})_m + \\ &C_{662}^\theta (E_2^{(0)})_m + C_{663}^\theta (E_3^{(0)})_m + C_{664}^\theta (E_4^{(0)})_m \end{aligned} \quad (2)$$

در این رابطه $(\Delta f / f_0)$ تغییر فرکانس نسبت به فرکانس اولیه f_0 در دمای θ ، C_{66}^θ ضریب سفتی مرتبه دو در دمای کریستال، C_{661}^θ ضرایب سفتی مرتبه سه در آن دما، $(E_i^{(0)})_m$ کرنش‌های مکانیکی مرتبه صفر میندیلین بر اثر اعمال بارهای مکانیکی و $(U_{1,1}^{(0)})_m$ گرادیان جابجایی مرتبه صفر میندیلین بر اثر اعمال بار مکانیکی است. در رابطه (۲) از سیستم اندیس‌گذاری وویت^۱ استفاده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ضرایب مرتبه سه سفتی که منشاء رفتار غیرخطی کریستال می‌باشند، در میزان تغییرات فرکانس موثرند و به همین علت پدیده نیرو-فرکانس یک پدیده غیرخطی است. با جایگذاری مقدار تغییر فرکانس نسبت به فرکانس اولیه یعنی $\Delta f / f_0$ ، در رابطه (۱)، می‌توان ضریب نیرو-فرکانس را در دمای دلخواه θ محاسبه کرد.

معادلات (۶) کرنش‌های حاصل از اعمال نیروهای مکانیکی در دمای ثابت θ هستند.



شکل ۳: المان‌بندی و بارگذاری دیسک کوارتزی تک پخ

Fig. 3: Meshing and loading of the quartz disc with one pair of flat edges

۴-۳- صحت‌سنجی مدل عددی-ریاضی پدیده نیرو-فرکانس با توجه به اینکه در مطالعات تجربی انجام شده، دیسک کوارتزی دارای یک جفت پخ است، برای ارزیابی مدل در مسئله پیش رو همین حالت مد نظر قرار گرفت، از طرفی قطر و ضخامت دیسک برابر با دیسک مورد استفاده در حسگر دو موده در نظر گرفته شد. بدین ترتیب مقادیر ۱۰ میلی‌متر و ۰/۱۶۶۴ میلی‌متر برای قطر و ضخامت دیسک به کار رفت. کریستال آ-تی برای ضخامت ۰/۱۶۶۴ میلی‌متر دارای فرکانس پایه ضخامتی-برشی ۱۰ مگاهرتز است [۱۹].

شرایط مرزی دیسک در حالتی که یک جفت لبه برای اعمال نیرو وجود دارد، در شکل ۳ نشان داده شده است. شرایط مرزی در نرم‌افزار به گونه‌ای اتخاذ شده است که به یکی از لبه‌های دیسک نیروی فشاری یکنواخت اعمال می‌شود. این لبه در جهت عمود بر نیرو به عبارت دیگر جهت z در شکل ۳ و همچنین در جهت عمود بر دیسک یعنی جهت y در شکل ۳ حرکتی ندارد. لبه روبرویی نیز در تمام جهات مقید است و ثابت فرض می‌شود. این شرایط مرزی با توجه به شرایط عملی آزمایش نیرو-فرکانس انتخاب شده است. لازم به ذکر است که جهت x_1 در مدل ریاضی (شکل ۱) معادل جهت x در شبیه‌سازی، جهت x_2 معادل جهت y و جهت x_3 معادل جهت z است. در مرحله بارگذاری، مقدار نیروی اعمال شده یک نیوتون در نظر گرفته شد و تنش‌های T_1 ، T_3 و T_5 ایجاد شده در دیسک تک پخ (شکل ۳) در زوایای تمایل مختلف بدست آمد. مولفه‌های تنش T_1 ، T_3 و T_5 به ترتیب معادل تنش‌های T_{xx} ، T_{zz} و T_{zx} در سیستم اندیس‌گذاری معمولی در نرم‌افزار المان محدود می‌باشند. زوایای تمایل در بازه صفر الی ۹۰ درجه با گام ۱۰ درجه تغییر می‌کردند. در این تحلیل از المان‌هایی با مقطع چهارضلعی برای تحلیل استفاده شده است. با توجه به تاثیرات ابعاد المان بر نتایج روش المان محدود، تحلیل وابستگی مش برای مدل عددی به کار رفته در این تحقیق، صورت پذیرفت. در این تحلیل تاثیر کوچک‌سازی المان بر تنش‌های آغازین در مرکز دیسک مورد بررسی قرار گرفت. نتیجه تحلیل برای تنش T_1 در شکل ۴ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش تعداد المان‌ها از مقدار ۱۵۰۰ عدد، تغییرات اندک

فرض می‌شود که نوسانگر کوارتزی قبل از بارگذاری مکانیکی با محیط هم دما شده است. بنابراین تنها تنش‌های حاصله از بارگذاری مکانیکی در دمای θ در تغییر فرکانس نوسانگر موثر است. تحلیل عددی با توجه به ناهمسانگرد بودن کوارتز به صورت سه‌بعدی صورت گرفت. برای بدست آوردن مولفه‌های تنش مکانیکی، ضرایب سفتی درجه دو نوسانگر به صورت تابعی از دما ذیل رابطه (۵) به نرم‌افزار کامسول معرفی گشت.

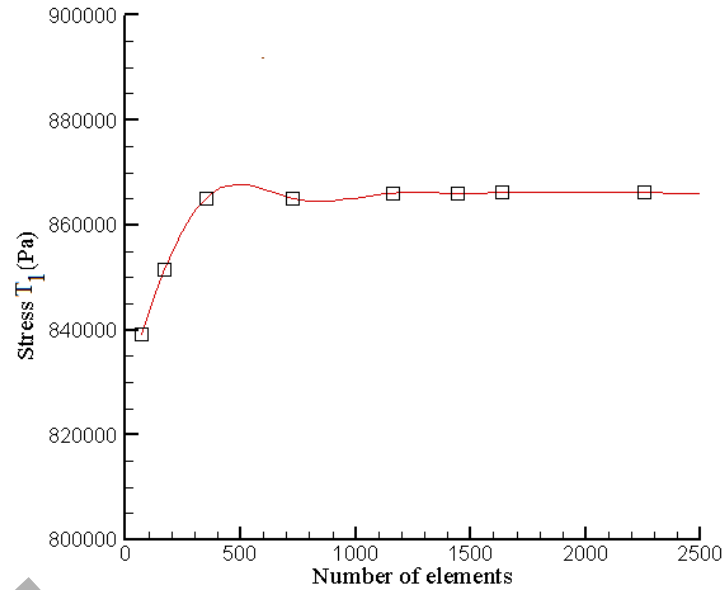
$$C_{ijkl}^{\theta} = C_{ijkl}^{25^{\circ}C} + \tilde{C}_{ijkl}^{(1)}(\theta - 25^{\circ}C) + \frac{1}{2}\tilde{C}_{ijkl}^{(2)}(\theta - 25^{\circ}C)^2 + \frac{1}{6}\tilde{C}_{ijkl}^{(3)}(\theta - 25^{\circ}C)^3 \quad (5)$$

که در این رابطه $\tilde{C}_{ijkl}^{(1)}$ ، $\tilde{C}_{ijkl}^{(2)}$ و $\tilde{C}_{ijkl}^{(3)}$ به ترتیب مشتقات دمایی مرتبه اول، دوم و سوم ضرایب سفتی درجه دو کوارتز می‌باشند [۲۲]. بدین ترتیب تنش‌های آغازین در دمای θ بر اساس روابط سازنده (۶) در نرم‌افزار کامسول مورد ارزیابی قرار گرفت.

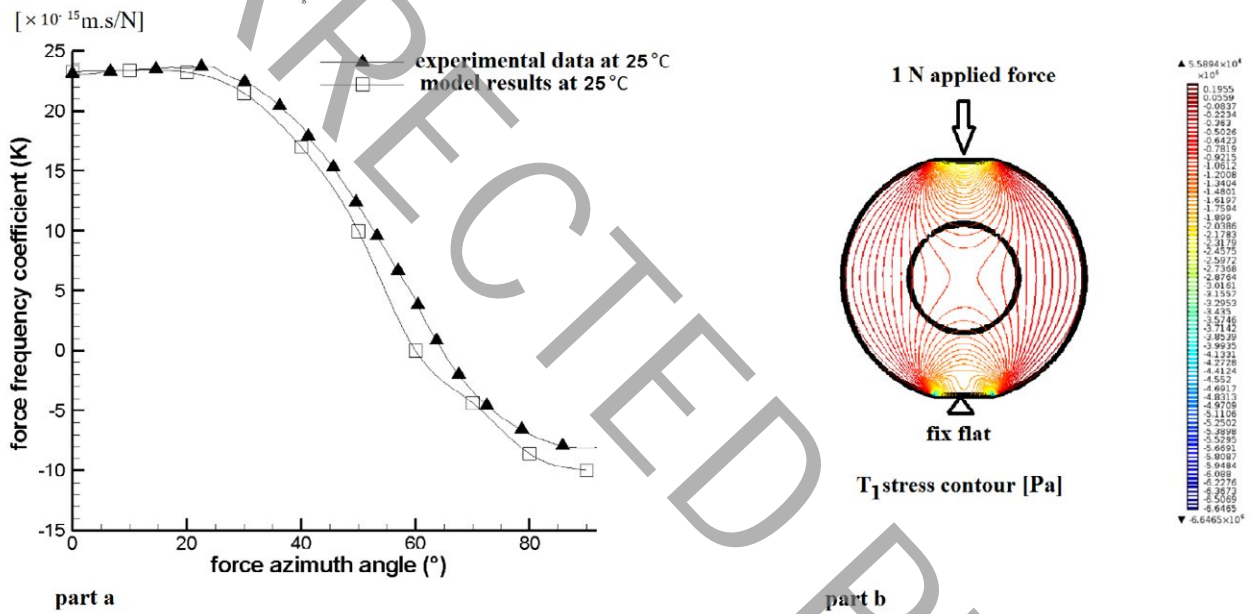
$$\begin{aligned} E_{ij} &= \frac{1}{2}(U_{j,i} + U_{i,j}), \\ T_{ij} &= C_{ijkl}^{\theta} E_{kl} \\ T_{ij,j} &= 0 \quad \text{in } V \\ P_i &= N_j T_{ij} \quad \text{on } S \end{aligned} \quad (6)$$

در این روابط P_i ، S ، V و N_j به ترتیب حجم، سطح، کشش سطحی^۱، و بردار نرمال سطح می‌باشند. مولفه‌های کرنش E_{kl} در

1 -Surface Traction



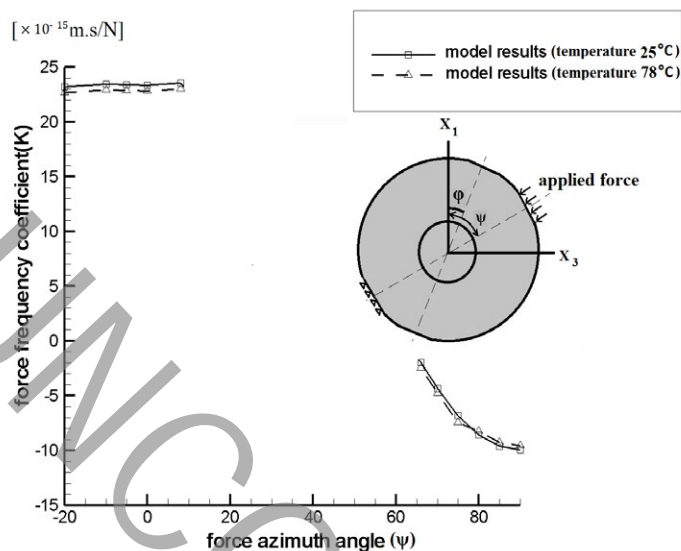
شکل ۴: تحلیل وابستگی نتایج به ابعاد المان
Fig. 4: Mesh dependency analysis



شکل ۵: (الف) منحنی تجربی نیرو-فرکانس [۲۳] در دمای ۲۵، (ب) - کانتور تنش های T_1 ایجاد شده در نوسانگر.
Fig.5: Part a: experimental force frequency curve [23] at 25°C, part b: T_1 stress contours

در زوایای تمایل ذکر شده محاسبه شوند. ضرایب نیرو-فرکانس برای کوارتز آ-تی در دمای ۲۵ درجه به ترتیبی که در بالا ذکر شد، محاسبه شد. مقایسه نمودار نیرو-فرکانس حاصل از مدل سازی و آزمایش های تجربی [۲۳] در شکل ۵ (الف) و همچنین کانتور تنش های اولیه T_1 در شکل ۵ (ب) نشان داده شده است. همان طور که در نمودارهای نیرو-فرکانس در شکل ۵ (الف) مشاهده می شود، بیشترین خطا میان نتایج نمودار تجربی و نتایج مدل سازی،

و قابل چشم پوشی در تنش آغازین رخ می دهد. در این تحقیق حداقل تعداد المان برابر با ۱۶۳۴ در نظر گرفته شده است. با بدست آمدن تنش های T_1 ، T_3 و T_5 و قرار دادن این مقادیر در روابط (۴)، مولفه های کرنش آغازین مرتبه صفر میندین محاسبه شدند. سپس این مولفه های کرنش در رابطه (۲) قرار داده شدند و مقدار نسبت تغییر فرکانس کریستال نسبت به فرکانس اولیه (یعنی بدست آمد و در رابطه (۱) قرار داده شد تا ضرایب نیرو-فرکانس $\frac{\Delta f}{f_0}$



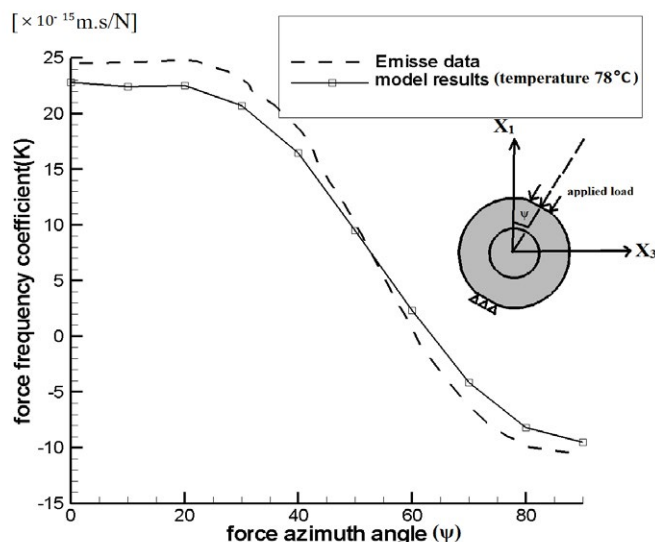
شکل ۷: تغییرات ضریب نیرو-فرکانس در حالت اول کاری حسگر در دمای ۲۵ و ۷۸ درجه

Fig. 7: Variation of force frequency coefficients at first working state of the sensor at 25°C and 78°C

بروز این خطا میان نتایج مدل سازی و آزمایش های تجربی، عدم وجود مشتقات دمایی ضرایب درجه سه سفتی است که در مرجع [۱۷] به آن اشاره شده است.

۵- شبیه سازی رفتاری حسگر نیروی دو حالتی جهت تعیین زوایای مناسب اعمال نیرو

با توجه به این که توزیع تنش در نوسانگر وابسته به تعداد جفت پخ انتقال نیرو است، ضرایب نیرو-فرکانس و اثر دما بر منحنی نیرو-فرکانس را به طور جداگانه در حالت دو پخ محاسبه می نماییم. زوایای قرارگیری جفت پخها نسبت به هم به گونه ای انتخاب شده اند که تداخلی در پخ ها صورت نگیرد. در تحلیل های این قسمت، عرض پخ ها همانند قسمت قبل ۲/۵ میلی متر انتخاب شده است. یکی از جفت پخها دارای زاویه تمایل ψ و دیگری دارای زاویه تمایل φ است. منظور از زاویه تمایل، زاویه مابین محور مرکزی عمود بر جفت پخ و محور اصلی X_1 می باشد. جفت پخ اول برای مود کاری اول حسگر یعنی حالت حساسیت بیشینه حسگر در نظر گرفته شده است. لذا زاویه تمایل ψ به نحوی تعیین می شود که حساسیت حسگر (یعنی تغییرات فرکانس حسگر نسبت به نیروی وارده) برای جفت پخ اول بیشینه باشد. جفت پخ دوم (با زاویه تمایل φ) برای حالت دوم کاری حسگر که دارای خطای دمایی کمی است در نظر گرفته شده است. برای محاسبه زوایای تمایل مناسب در دو مود کاری حسگر، دو



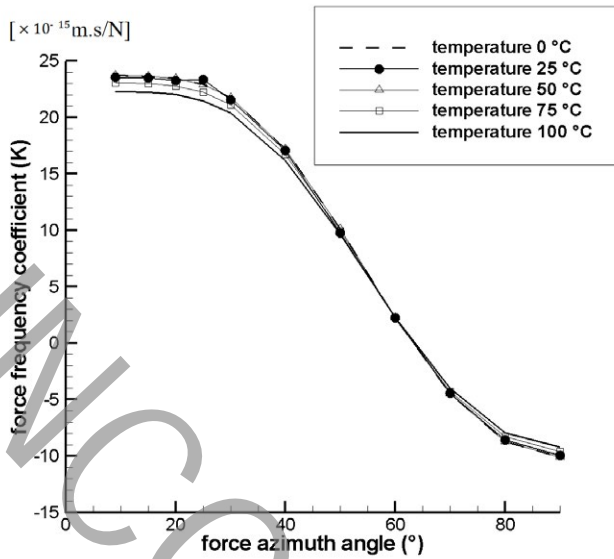
شکل ۶: منحنی نیرو-فرکانس حاصل از شبیه سازی در دمای ۷۸ درجه در مقایسه با منحنی تجربی [۲۳]

Fig. 6: The force frequency curve based on simulations at 78°C comparing with the experimental curve [23]

در زاویه تمایل ۶۰ درجه رخ می دهد و در حدود 3×10^{-15} (m.s/N) است که مقداری ناچیز می باشد. علت بروز خطا می تواند چشم پوشی از جملات مرتبه بالاتر کرنش میندیلین در مدل ریاضی باشد. در زاویه تمایل ۶۰ درجه، مقدار ضریب نیرو-فرکانس بر اساس مدل ریاضی نزدیک به صفر است. بنابراین در این زاویه تمایل، مولفه های غیرخطی کرنش میندیلین که در مدل ریاضی چشم پوشی شده اند می توانند ضریب نیرو-فرکانس را تغییر دهند.

محاسبات ذکر شده در قسمت بالا برای دمای ۷۸ درجه نیز صورت پذیرفت. با توجه به این که خواص مکانیکی کوارتز همانند ضرایب سفتی درجه دو و ضریب انبساط حرارتی، وابسته به دما می باشند، با استفاده از مشتقات دمایی ضرایب مذکور برای کوارتز آ-تی، مقدار این ضرایب در دمای ۷۸ بدست آمد و در مدل عددی و ریاضی اعمال گشت. شکل ۶ منحنی نیرو-فرکانس در دمای ۷۸ درجه را در مقایسه با منحنی تجربی نشان می دهد.

با مقایسه مقادیر عددی ضریب نیرو-فرکانس که در نمودارهای شکل ۶ مشاهده می شود، اختلاف ضرایب نیرو-فرکانس منحنی های تجربی و مدل سازی در زاویه ۲۰ درجه بیشینه بوده و برابر با $2/3 \times 10^{-15}$ (m.s/N) است. این خطا در زاویه حدود ۵۰ درجه تقریباً به صفر نزدیک می شود و مجدداً روند افزایشی پیدا می کند. در زاویه ۸۰ درجه مقدار خطا به $1/69 \times 10^{-15}$ (m.s/N) می رسد. همان طور که مشاهده می شود، مقادیر خطا بسیار ناچیزند. یکی از علت های اصلی



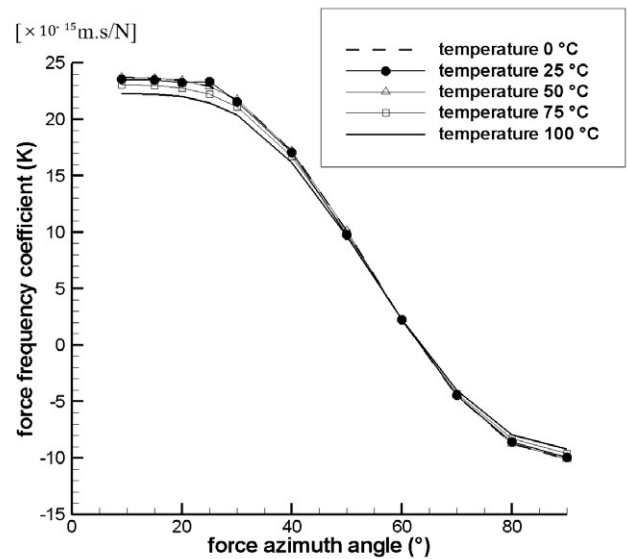
شکل ۹: نمودار خطای ناشی از تغییرات دما بین ۲۵ و ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد
Fig. 9: The temperature error of force frequency coefficients between 25°C and 100°C

فرکانس تعیین شد. در شکل ۸ منحنی‌های حاصله نشان داده شده است.

همانطور که مشاهده می‌شود، منحنی‌های نیرو-فرکانس در دماهای مختلف در زوایای ۵۰ الی ۷۰ درجه بسیار به هم نزدیک می‌شوند. از طرفی حساسیت حسگر نیز کم می‌شود. بنابراین انتخاب زاویه تمایل مناسب در مود دوم کاری به حداقل حساسیت لازم برای حسگر و خطای دمایی مجاز وابسته است. این مقادیر توسط طراح و سازنده حسگر تعیین می‌شود. به عنوان مثال در زاویه ۶۰ درجه ضریب نیرو فرکانس به صفر نزدیک می‌شود، در عین حال خطای دمایی نیز کم است. بنابراین با نزدیک شدن به این زاویه، عملاً حسگر به دما و نیرو واکنش محسوسی نمی‌دهد و انتخاب این زاویه برای حسگر مطلوب نیست. به منظور تسهیل انتخاب زاویه، مقدار درصد خطای دمایی در فاصله ۱۰ الی ۹۰ درجه برای حسگر در دمای ۲۵ تا ۱۰۰ درجه سنجیده شد. برای محاسبه خطای نسبی از رابطه (۷) استفاده شده است.

$$Error(\varphi) = 100 \frac{K_{\varphi}^{25^{\circ}C} - K_{\varphi}^{100^{\circ}C}}{K_{\varphi}^{25^{\circ}C}} \quad (7)$$

در این رابطه $K_{\varphi}^{25^{\circ}C}$ و $K_{\varphi}^{100^{\circ}C}$ ضرایب نیرو فرکانس در زاویه تمایل φ و در دماهای ۱۰۰ و ۲۵ درجه سانتی‌گراد می‌باشند. نمودار درصد خطا در شکل ۹ نشان داده شده است. با استفاده از این نمودار

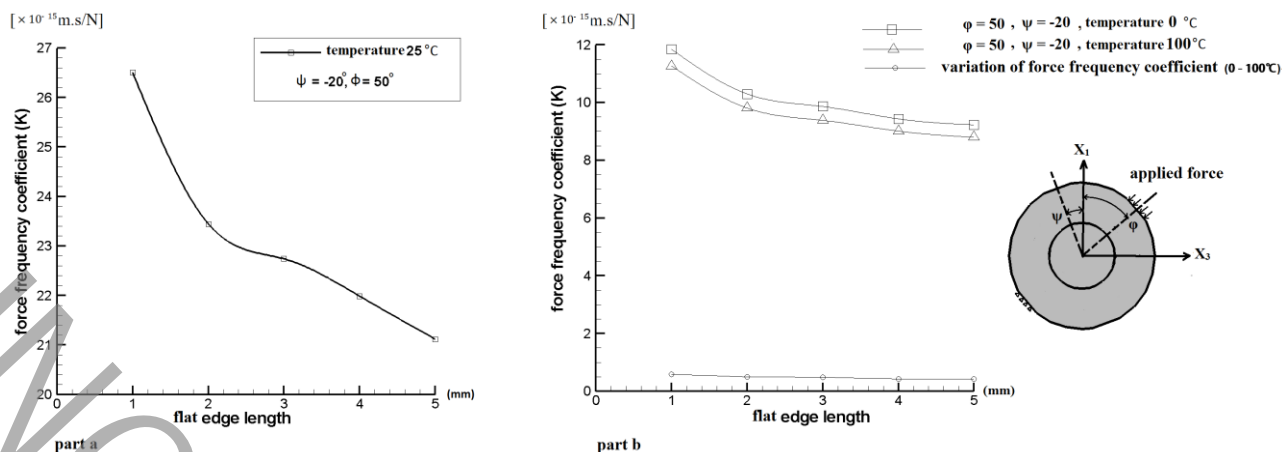


شکل ۸: اثر دما بر منحنی‌های نیرو-فرکانس در حالت دوم کاری حسگر
Fig. 8: Effect of the temperature on force frequency curves at second working state of the sensor

آزمون شبیه‌سازی در نظر گرفته شد. در آزمون اول، جفت پخ دوم را ثابت در نظر گرفته و جفت پخ اول (با زاویه تمایل ψ) در حول جفت پخ دوم چرخانده شد تا ضرایب نیرو-فرکانس برای این حالت بدست آید. این آنالیز برای بدست آوردن زوایای مناسب در حالت حساسیت بیشینه اثر نیرو-فرکانس انجام شد. نتایج آنالیز در شکل ۷ نشان داده شده است. در این نمودار ضریب نیرو-فرکانس در نواحی که پخ‌ها با هم تداخلی نمی‌نمایند، رسم شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، ضریب نیرو-فرکانس در زاویه ۲۰ الی ۲۰ درجه تقریباً ثابت و بیشینه است. با این همه به منظور راحتی‌سازی عملیات ساخت بهتر است جفت پخ‌ها از یکدیگر بیشترین فاصله را داشته باشند. به همین علت زاویه ۲۰- درجه برای پخ‌های حالت یک پیشنهاد می‌گردد. در این حالت با فرض طول لبه پخ ۲/۵ میلی‌متر و با توجه به دیگر ابعاد هندسی حسگر، ضریب نیرو-فرکانس که نمایانگر حساسیت حسگر است، $23 \times 10^{-7} \text{ m.s/N}$ می‌باشد. مقدار خطای دمایی در این مود کاری در بخش بعد محاسبه می‌گردد.

در آزمون دوم، خطای دمایی ضریب نیرو-فرکانس به عنوان معیار طراحی در نظر گرفته شد. برای بدست آوردن زوایای مناسب پخ‌ها در حالت دوم، منحنی نیرو-فرکانس حسگر به ازای تغییرات زاویه جفت پخ دوم در حضور جفت پخ اول در دماهای ۰، ۲۵، ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد محاسبه شد. با کنار هم گذاشتن منحنی‌های نیرو-فرکانس در دماهای مختلف، بازه دمایی ثابت ماندن ضریب نیرو-



شکل ۱۰: اثر طول لبه بر ضریب نیرو فرکانس در حالت اول اعمال نیرو (الف) و حالت دوم اعمال نیرو (ب)

Fig. 10: The effect of flat length on force frequency coefficient at first state of loading (part a) and second state of loading (part b)

کوارتزی دارد. با توجه به شکل ۱۰ (ب)، مقدار درصد خطای دمایی در مود اول برای طول لبه ۵/۲ میلی متر را می توان با رابطه (۷) محاسبه نمود که در حدود ۵/۵ درصد بدست می آید.

۷- نتیجه گیری

وابستگی ضرایب نیرو-فرکانس در کوارتز به دما و زاویه اعمال نیرو، امکان طراحی حسگرهای نیروی دو حالت را فراهم می سازد. در این مقاله یک حسگر نیروی دو حالت طراحی شده است. این حسگر در دو مود کاری حساسیت بالا و خطای دمایی پایین کار می کنند. در طی بررسی های صورت گرفته، نمودارهای ضریب نیرو-فرکانس در موده های کاری اول و دوم و نمودار خطای دمایی ضریب نیرو-فرکانس در مود دوم کاری حسگر بدست آمد تا از این نمودارها برای انتخاب صحیح زاویه تمایل برای لودسل های کوارتزی استفاده گردد. همچنین اثر تغییر ابعاد پخ های اعمال نیرو در مود کاری اول بررسی شد و نتایج زیر حاصل گشت:

در مود اول بیشینه حساسیت، وابسته به طول پخ اعمال نیرو است و برای پخ یک میلی متر این حساسیت تا $28 \times 10^{-15} \text{ m.s/N}$ قابل افزایش است. برای پخ ۲/۵ میلی متر که در این پژوهش پیشنهاد شد این ضریب مقدار $23 \times 10^{-15} \text{ m.s/N}$ دارد و درصد خطای دمایی در بازه دمایی ۰ الی ۱۰۰ درجه برابر با ۵/۵ درصد است. در مورد دوم خطای دمایی حسگر کاهش یافته است، در عین حال ضریب نیرو-فرکانس نیز مقدار کمتری دارد. به عنوان مثال در زاویه تمایل $\phi = 53^\circ$ خطای دمایی به صفر می رسد و ضریب نیرو فرکانس حسگر

می توان زاویه تمایل ϕ را بر مبنای درصد خطای دمایی مجاز و حساسیت حداقل مورد نظر انتخاب کرد. خطای دمایی در زاویه ۵۳ درجه نزدیک به صفر است. از طرفی حساسیت حسگر در ۲۵ درجه برای این زاویه برابر با $7/43 \times 10^{-15} \text{ m.s/N}$ می باشد. همچنین درصد خطای دمایی در زاویه تمایل ۵۰ درجه و درصد و ضریب نیرو فرکانس آن برابر با $9 \times 10^{-15} \text{ m.s/N}$ یعنی در حدود ۳۹ درصد حالت حسگر در حساسیت بیشینه است که مقداری قابل قبول می تواند قلمداد شود.

۶- بررسی اثر طول پخ بر ضرایب حساسیت و خطای دمایی

با توجه به اینکه طول پخ های اعمال نیرو بر توزیع تنش های وارده بر کریستال موثر است، بررسی جداگانه ای بر اثرات عرض پخ در زوایای تمایل ۲۰- و ۵۰ درجه صورت گرفت. این زوایا بر اساس نتایج قسمت قبل انتخاب شدند. در این تحلیل نیروی اعمالی یک نیوتون در نظر گرفته شد و طول پخ ها از یک میلی متر تا ۵ میلی متر افزایش یافت و ضریب نیرو فرکانس در هندسه های مربوطه همانند قبل اندازه گیری شد. شکل ۱۰ (الف) اثر تغییر طول پخ در مود اول حسگر را نشان می دهد.

همانطور که می بینیم با کاهش عرض پخ حساسیت حسگر افزایش می یابد. البته در عمل نمی توان به صورت نامحدود عرض پخ را کاهش داد زیرا باعث ناپایداری مکانیکی حسگر می گردد. شکل ۱۰ (ب) مربوط به اثر عرض پخ در خطای دمایی حسگر در زاویه ۵۰ درجه است که همانطور که می بینیم خطای دمایی حسگر تغییر محسوسی نمی یابد بنابراین کاهش عرض پخ در مجموع اثر مطلوبی بر حسگر

مراجع

- [1] R. Langdon, Resonator sensors-a review, Journal of Physics E: Scientific Instruments, 18(2) (1985) 103.
- [2] J. Ratajski, Force-frequency coefficient of singly rotated vibrating quartz crystals, IBM Journal of Research and Development, 12(1) (1968) 92-99.
- [3] D.L. Hammond, A. Benjaminson, The crystal resonator-a digital transducer, IEEE spectrum, 6(4) (1969) 53-58.
- [4] E. EcrNisse, J. Paros, Practical considerations for miniature quartz resonator force transducers, QUARTEX INC SALT LAKE CITY UT, 1983.
- [5] R.G. Kirman, R.M. Langdon, Force sensors, in, Google Patents, 1986.
- [6] Y. Amand, J.-P. Peghaire, Vibrating beam force-frequency transducer, in, Google Patents, 1996.
- [7] C. Gehin, C. Barthod, Y. Teisseyre, Design and characterisation of a new force resonant sensor, Sensors and Actuators A: Physical, 84(1-2) (2000) 65-69.
- [8] J.P. Corbett, Oscillating crystal force transducer system, in, Google Patents, 1970.
- [9] B. Dulmet, R. Bourquin, N. Shibanova, Frequency-output force sensor using a multimode doubly rotated quartz resonator, Sensors and Actuators A: Physical, 48(2) (1995) 109-116.
- [10] Z. Wang, H. Zhu, Y. Dong, G. Feng, Off-centre load-insensitive digital quartz resonator force sensor, IEE Proceedings-Science, Measurement and Technology, 148(5) (2001) 215-220.
- [11] Z. Wang, H. Zhu, Y. Dong, G. Feng, A thickness-shear quartz resonator force sensor with dual-mode temperature compensation, IEEE sensors journal, 3(4) (2003) 490-496.
- [12] A. Asakura, T. Fukuda, F. Arai, Design, fabrication and characterization of compact force sensor using AT-cut quartz crystal resonators, in: Intelligent Robots and Systems, 2008. IROS 2008. IEEE/RSJ International Conference on, IEEE, 2008, pp. 506-511.
- [13] Y. Murozaki, F. Arai, Wide range load sensor using quartz crystal resonator for detection of biological

است. همچنین در زاویه تمایل $\varphi = 50^\circ$ درجه ضریب نیرو فرکانس حسگر 9×10^{-15} m.s/N و خطای دمایی یک درصد است. بنابراین انتخاب زاویه تمایل مناسب در مود دوم وابسته به خطای مجاز دمایی حسگر است و به کمک نمودار خطای دمایی که در این مقاله ارائه شده قابل انجام است. علاوه بر این نشان داده شد که با کاهش طول پخ می‌توان حساسیت حسگر را در مود اول افزایش داد بدون آن‌که اثر چندانی روی خطای دمایی حسگر داشته باشد. ایده طراحی حسگرهای دو حالتی که در این مقاله به آن اشاره شده است ممکن است بتواند برای سایر حسگرهای نیروی پیزوالکتریک نیز بسته به نوع کریستال و ساختارشان مورد استفاده قرار گیرد.

تشکر و قدردانی

از سرکار خانم مهندس مهسا سادات رشیدی که در ویرایش ادبی و ظاهری متن و تصاویر این مقاله کمک شایانی نمودند متشکرم.

فهرست علائم

C_{ij}^0	ضریب سفتی مرتبه دو در دمای کریستال
C_{ijk}	ضرایب سفتی مرتبه سه (غیرخطی)
$\tilde{C}_{ij}^{(n)}$	مشتق دمایی مرتبه n ضریب سفتی درجه دو
D	قطر نوسانگر (m)
E_i^0	کرنش‌های مرتبه صفر میندلین
$E_{ij}^{(n)}$	مولفه‌های درجه n ام کرنش
F	نیروی اعمال شده (N)
Δf	تغییر فرکانس
f_0	فرکانس اولیه
K	ضریب نیرو فرکانس (m.s/N)
n	شماره هارمونیک موج ضخامت‌برشی
S_{ij}	کامپلیانس کوآرتز
$U_{1,1}^{(0)}$	گرادیان جابجایی مرتبه صفر میندلین
x_2	محور ضخامت
x_3	محور اصلی
ψ	زاویه تمایل جفت پخ اول نسبت به محور اصلی
φ	زاویه تمایل جفت پخ دوم نسبت به محور اصلی

- force sensitivity of AT-cut quartz crystals, in: 26th Annual Symposium on Frequency Control. 1972, IEEE, 1972, pp. 108-112.
- [19] P. Lee, Y. Wang, X. Markenscoff, High-frequency vibrations of crystal plates under initial stresses, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 57(1) (1975) 95-105.
- [20] M. Mohammadi, M. Hamed, H. Daneshpajoo, High-frequency vibrations of quartz crystals subject to initial thermo-mechanical bias, *Scientia Iranica. Transaction B, Mechanical Engineering*, 24(2) ((2017) (684-697.
- [21] H. Zhang, J.A. Turner, J. Yang, J.A. Kosinski, Force-frequency effect of thickness mode langasite resonators, *Ultrasonics*, 50(4-5) (2010) 479-490.
- [22] M.S. Patel, *Nonlinear behavior in quartz resonators and its stability*, Rutgers University-Graduate School-New Brunswick, 2008.
- [23] E.P. Eernisse, Temperature dependence of the force frequency effect for the AT-, FC-, SC-, and rotated X-cuts, in: 34th Annual Symposium on Frequency Control. 1980, IEEE, 1980, pp. 426-430.
- signals, *IEEE Sensors journal*, 15(3) (2015) 1913-1919.
- [14] Y. Murozaki, S. Sakuma, F. Arai, Improvement of the Measurement Range and Temperature Characteristics of a Load Sensor Using a Quartz Crystal Resonator with All Crystal Layer Components, *Sensors*, 17(5) (2017) 1067.
- [15] T.T. Pham, H. Zhang, S. Yenuganti, S. Kaluvan, J.A. Kosinski, Design, Modeling, and Experiment of a Piezoelectric Pressure Sensor Based on a Thickness-Shear-Mode Crystal Resonator, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(11) (2017) 8484-8491.
- [16] F. Chen, J. Gao, W. Tian, Force-frequency characteristics of multi-electrode quartz crystal resonator cluster, *Sensors and Actuators A: Physical*, 269 (2018) 427-434.
- [17] M. Mohammadi, H. Daneshpajoo, M. Hamed, Effect of anisotropy and piezoelectricity on the force-frequency coefficient of AT-cut quartz crystals, *Scientia Iranica. Transaction B, Mechanical Engineering*, 23(5) (2016) 2203.
- [18] C.R. Dauwalter, The temperature dependence of the