



## بازسازی همزمان خواص تابشی و هدایتی متغیر با دمای نانوعایق حرارتی بین دو صفحه تخت با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی کوچ پرندگان

مهدی پاک دامن<sup>۱</sup>، سمیرا پایان<sup>۱\*</sup>، مسعود حسینی سروری<sup>۲</sup>، سهیلا محمد پور<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران  
<sup>۲</sup> دانشکده فنی مهندسی شهید باهنر کرمان، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت:  
بازنگری:  
پذیرش:  
ارائه آنلاین:

### کلمات کلیدی:

مسئله تابش-هدایت  
بهینه‌سازی چند مرحله‌ای  
تابع اهداف مجز  
عدد پلانک متغیر با دما  
ضریب جذب متغیر با دما

**خلاصه:** در این مقاله یک الگوریتم بهینه‌سازی جهت بازسازی خواص تابشی و هدایتی در عایق‌های حرارتی یکپارچه، ساخته شده از نانومواد بین دو صفحه تخت ارائه شده است. مسئله تابش با استفاده از روش جهت‌های مجزا تصحیح شده فرمول بندی می‌شود. مسئله هدایت و تابش با استفاده از روش حجم‌های محدود به صورت عددی حل می‌گردند. مسئله معکوس با استفاده از الگوریتم کوچ پرندگان حل می‌گردد. به منظور بررسی توانایی روش و توابع هدف پیشنهاد شده جهت بهینه‌سازی، ابتدا یک مسئله ساده مطرح و حل می‌شود. سپس الگوریتم چند مرحله‌ای، با توابع هدف جدید به منظور بازسازی خواص تابشی و هدایتی یک عایق حرارتی ساخته شده از نانومواد به کار گرفته می‌شود. در حالت اول، ضریب جذب ثابت با استفاده از شدت‌های تابش خروجی مرزها در مرحله اول و پارامتر ثابت هدایت-تابش با استفاده از شار حرارتی کل مرزها در مرحله دوم بازسازی می‌شوند. نتایج نشان می‌دهد الگوریتم مورد استفاده، خطای بدست آمده را برای پارامتر بدون بعد هدایت-تابش با درصد خطای اندازه‌گیری ۵ درصد از ۶۳/۷ به ۴/۰ درصد کاهش می‌دهد. برای نشان دادن توانایی این الگوریتم به بازسازی ضریب جذب ثابت یک و پارامتر بدون بعد هدایت-تابش ۱/۰ و ۱/۰۰/۱ پرداخته می‌شود، نتایج بدست آمده نشان می‌دهد خطای بدست آمده با خطای اندازه‌گیری ۵ درصد از ۵ درصد تجاوز نمی‌کند که نشان‌دهنده توانایی الگوریتم ارائه شده است. در حالت دوم توانایی الگوریتم چند مرحله‌ای پیشنهادی با توابع هدف ترکیبی و جدید برای بازسازی پارامترهای تابشی و هدایتی متغیر با دما آزمایش می‌شود. در این آزمایش عددی از یک عایق حرارتی یکپارچه از نانومواد به ضخامت ۱ سانتی‌متر استفاده می‌شود. ارائه الگوریتم پیشنهادی و توابع هدف جدید بخصوص به بازسازی عدد پلانک به عنوان پارامتر هدایت-تابش کمک کرده و از حساسیت آن به خطای اندازه‌گیری کاسته است. نتایج نشان می‌دهد با استفاده از این الگوریتم با وجود غیرخطی بودن عدد پلانک و ضخامت نوری برای هر دو حالت در نظر گرفته شده درصد خطای محاسبه شده از ۵ درصد تجاوز نمی‌کند.

### ۱- مقدمه

پراکندگی<sup>۱</sup>، ضخامت نوری<sup>۲</sup> و تابع فاز<sup>۳</sup> می‌پردازند. حل مسائل معکوس هدایت-تابش و تخمین خواص هدایتی و تابشی در بسیاری از کاربردهای مهندسی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است مانند عایق‌های حرارتی [۱-۲]، مصالح ساختمانی [۳] و سایر کاربردهای مهندسی. در اکثر مطالعات پارامتر هدایت-تابش، خواص تابشی و هدایتی ثابت می‌باشند. با این حال در کاربردهای عملی هدایت‌پذیری و ضریب جذب وابسته به دما می‌باشند [۴]. برای حل مسائل معکوس باید روش‌های حل معکوس مورد مطالعه قرار گیرد. روش‌های معکوس در دهه‌های گذشته به طور کامل مورد مطالعه قرار گرفته است و می‌توان این روش‌ها را به

حل مسائل معکوس از اهمیت ویژه‌ای در انتقال حرارت برخوردار است. تحلیل مسائل معکوس یک مزیت بزرگ برای بسیاری از مسائل مهندسی است که تحلیل مستقیم آن‌ها امکان‌پذیر نیست. روش معکوس در تخمین پارامترهای مهمی در انواع انتقال حرارت هدایت، جابه‌جایی و تابش مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مسائل معکوس هدایت، خواصی مانند هدایت‌پذیری و ظرفیت گرمایی ماده و خواص سطحی ماده مانند دما و شار حرارتی سطح تخمین زده می‌شود. مسائل معکوس تابش به طور گسترده مورد بررسی قرار گرفته‌اند که این نوع مسایل به تعیین خواص تابشی مانند ضریب آبدوی

1 Scattering Albedo  
2 Optical Depth  
3 Phase Function

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: s\_payan\_usb@eng.usb.ac.ir



وابسته به زمان به بازیابی هدایت‌پذیری و ضریب جذب خطی متغیر با دما پرداختند. در معادلات حاکم، آن‌ها فرض کردند که هدایت‌پذیری تنها تابعی از دما بوده و به مکان وابسته نیست و شکل ساده شده‌ای از معادله انرژی را مورد استفاده قرار دادند. شانچنج سان [۲۲] با استفاده از یک روش بهینه‌سازی چند مرحله‌ای در یک محیط نیمه‌شفاف جاذب و صادرکننده دوبعدی همراه با انتقال حرارت هدایت-تابش به بازسازی هدایت‌پذیری، ضریب جذب و ضریب انحراف پرداختند که همه این ضرایب به صورت ثابت در نظر گرفته شده‌اند.

بیشتر مطالعات به تخمین خصوصیات تابشی ثابت از قبیل گسیل‌پذیری، ضریب جذب، و ضریب پراکندگی پرداخته‌اند. تخمین همزمان ضریب جذب و هدایت‌پذیری متغیر با دما و مکان کمتر مورد توجه قرار گرفته است و همانطور که مشاهده شد در همان مقالات اندک نیز تنها ضرایب خطی متغیر با دما مورد بررسی قرار گرفته است. از آنجایی که این دسته از مسائل بسیار غیرخطی هستند بازسازی همزمان خواص، منجر به استفاده از الگوریتم‌ها و توابع هدف خاص شده است. در این مقاله، توابع غیرخطی خواص تابشی و هدایتی به منظور بازسازی مورد نظر قرار گرفته است و لذا یک الگوریتم چند مرحله‌ای بر پایه الگوریتم کوچ پرندگان و توابع هدف جدید به منظور کاهش خطا در بازسازی نتایج، ارائه شده است. حل مستقیم معادله انتقال حرارت تابش به کمک روش جهت‌های مجزا تصحیح شده فرمول‌بندی می‌شود و توسط روش حجم‌های محدود حل می‌گردد. معادله انرژی نیز با روش حجم‌های محدود گسسته‌سازی شده است. از روش الگوریتم کوچ پرندگان در حل مسئله معکوس استفاده شده است.

در این مطالعه به منظور تخمین همزمان ضریب جذب محیط و پارامتر هدایت-تابش و عدد پلانک از الگوریتم‌های چند مرحله‌ای با توابع هدف مجزا استفاده می‌شود. این مقاله به دو بخش کلی تقسیم می‌شود. در قسمت اول به بازسازی ضریب جذب و پارامتر هدایت-تابش ثابت (که قبلاً در مراجع به طور مستقیم حل شده و اعتبارسنجی شده است) با تابع هدف شدت‌های تابش مرزی با ورود خطای اندازه‌گیری ۳ و ۵ درصد پرداخته شده است. نتایج به دست آمده کاهش دقت با بالا رفتن خطای اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. بنابراین، یک الگوریتم چند مرحله‌ای با دو مرحله اصلی با دو تابع هدف مجزا تعریف می‌شود که باعث افزایش دقت بازسازی پارامترها می‌شود، به طوری که خطای نسبی این پارامترها از خطای اندازه‌گیری اعمال شده کمتر است. در قسمت دوم به بازسازی خواص و پارامترهای غیرخطی متغیر با دما پرداخته می‌شود. در این قسمت یک عایق حرارتی ساخته شده از نانو مواد

دو دسته کلی تقسیم‌بندی کرد [۵]. دسته اول شامل روش‌های گرادیانی می‌باشند مانند: روش گوس-نیوتن<sup>۱</sup> [۶-۷]، لوبنبرگ-مارکورات<sup>۲</sup> [۸] روش گرادیان مزدوج<sup>۳</sup> [۹]. دسته دوم روش‌های اکتشافی و برخورد تصادفی ذرات می‌باشند که به نام روش‌های هوشمند بهینه‌سازی معروف می‌باشند. مانند الگوریتم ژنتیک<sup>۴</sup> [۱۰ و ۱۱]، الگوریتم بهینه‌سازی کوچ پرندگان<sup>۵</sup> [۱۲ و ۱۳] و الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچگان<sup>۶</sup> [۱۴ و ۱۵]. روش‌های هوشمند بهینه‌سازی روش‌های قدرتمندی برای حل مشکلات معکوس می‌باشند. این روش‌ها به دلیل قدرت بالا در پایداری و نداشتن مشکلات در ابعاد بزرگ [۱۵] از روش‌های گرادیانی مناسب‌تر می‌باشند.

سیلوا نتو و ازبسیسک [۱۶] از روش لوبنبرگ-مارکورات برای بدست آوردن ضخامت نوری، ضریب انحراف و هدایت‌پذیری بین دو صفحه شفاف استفاده کردند. لی [۱۷] به آنالیز معکوس مسئله هدایت-تابش یک‌بعدی پرداخت. با اندازه‌گیری شدت‌های تابش خروجی از مرزها، تابع فاز انحراف، ضخامت نوری و پارامتر بدون بعد هدایت-تابش را که همه ثابت بودند، تخمین زد. الیفانو و همکاران [۱۸] به مطالعه عایق‌های چند لایه با نوع انتقال حرارت هدایت-تابش در محیط شفاف پرداختند. آن‌ها با اندازه‌گیری دما در حالت پایا، با استفاده از حل معکوس برای کنترل دمای سیستم‌های فضاپیماها به بازیابی ویژگی‌های حرارتی و تابشی (هدایت‌پذیری و گسیل‌پذیری) پرداختند. داس و همکاران [۱۹] به آنالیز معکوس مس‌ناله هدایت-تابش گذرا در یک محیط یک‌بعدی با خواص جذب و گسیل‌پذیری و انحراف ایزوتروپیک پرداختند. در این مسئله، دیوارها را بخشی-خاکستری در نظر گرفتند. یکی از دیوارها در شرایط دما ثابت و دیگری شار ثابت می‌باشند. آن‌ها با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک و با در دست داشتن دما و شار روی سطوح به بازیابی خواص پرداختند. بایاژانگ و همکاران [۲۰] به تاثیر عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچگان همگن در مسائل انتقال حرارت معکوس یک‌بعدی هدایت-تابش در حالت پایا در بین دو صفحه موازی پرداختند. پارامترهای ضریب جذب، هدایت‌پذیری و انحراف در محیط نیمه‌شفاف مورد بازیابی قرار گرفت. این خواص با اندازه‌گیری شار و دمای حرارتی سطح، مورد بازیابی قرار گرفتند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که این الگوریتم خطا را کاهش می‌دهد. باتورن و همکاران [۲۱] با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی کوچ پرندگان در یک محیط یک‌بعدی هدایت-تابش

- 1 Gauss-Newton
- 2 Levenberg-Marquardt
- 3 Conjuate Gradient Metod
- 4 Generic Algorithm
- 5 Partical Swarm Optimization
- 6 Colony Optimization

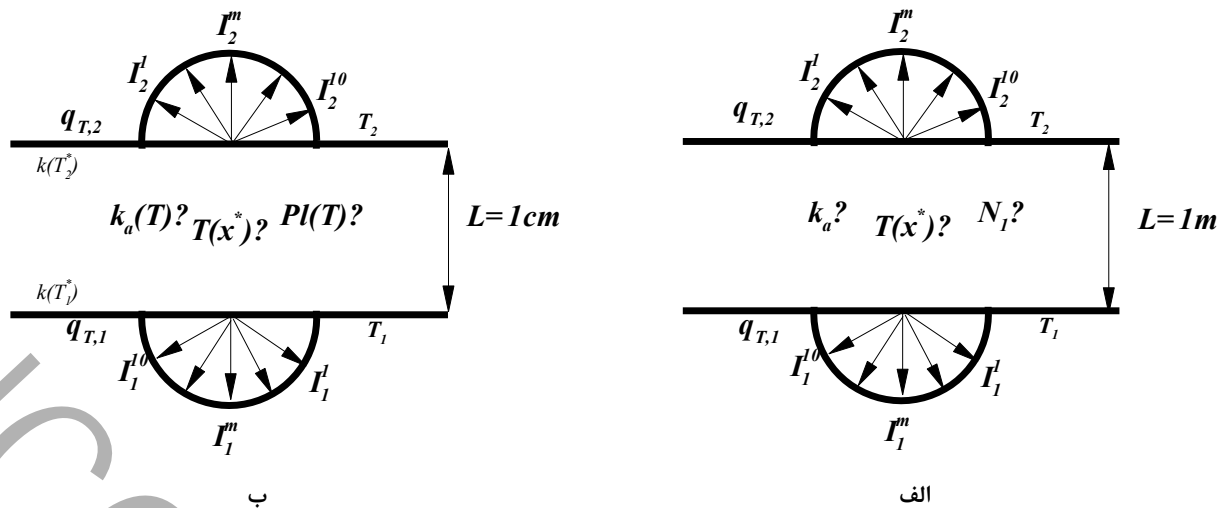


Fig. 1. The schematic diagram of the current work a) the medium with constant properties and a length of 1 meter b) the medium with temperature variable properties and a length of 1 cm

شکل ۱: شکل شماتیک کار حاضر الف) محیط با خواص ثابت و طول (۱ متر ب) محیط با خواص متغیر با دما و طول (۱ سانتی متر)

خواص هدایتی و تابشی به صورت ثابت و یا متغیر با دما در بین صفحات است. به این منظور دو نوع مسئله در نظر گرفته شده است. همانطور که از شکل ۱ الف مشخص است در مسئله نوع اول یک محیط که قبلا در مرجع [۲۳] مورد بررسی قرار گرفته است و مشخصات آن معلوم است، تنها به منظور بررسی الگوریتم معکوس مورد مطالعه قرار گرفته است. در مسئله نوع دوم (شکل ۱ ب) به منظور بررسی یک حالت واقعی تر که امکان ساخت و تست آن در آزمایشگاه وجود داشته باشد، یک نمونه به ضخامت ۱ سانتی متر با خواص متغیر غیرخطی در نظر گرفته شده است.

### ۳- حل مستقیم

معادله انرژی برای یک محیط با انتقال حرارت مرکب هدایت-تابش با هدایت پذیری متغیر با دما و در حالت پایا به صورت زیر است.

$$\frac{d}{dx} (k(T) \frac{dT}{dx}) - \frac{dq_r}{dx} = 0 \quad (1)$$

که در این معادله ترم اول معرف گرادینان شار هدایتی و ترم دوم معرف گرادینان شار تابشی می باشد که به صورت زیر تعریف می شود.

$$\frac{dq_r}{dx} = k_a(T)(4\pi I_b - G) \quad (2)$$

به ضخامت ۱ سانتی متر بین دو صفحه تخت قرار می گیرد. از آنجایی که در چنین عایق های حرارتی ضریب جذب بسیار بزرگ بوده و نوع دیفیوژن در تابش غالب است می توان از ضرایب هدایتی حرارتی مرزها در دمای سطح، علاوه بر بازسازی ضریب هدایت محیط، به منظور بازسازی ضرایب جذب نیز کمک گرفت. لذا ابتدا با توجه به توابع هدف مجموع شارهای حرارتی کل و ضرایب هدایت حرارتی مرزها و شدت های تابش نسبی به بازسازی خواص هدایتی متغیر با دما پرداخته شده و سپس در مرحله دوم با استفاده از تابع هدف مجموع شدت های تابش نسبی و ضرایب هدایت حرارتی مرزها به بازسازی ضریب جذب محیط پرداخته شده است. نتایج به دست آمده حاکی از دقت بالای الگوریتم چند مرحله ای است به طوری که بیشینه خطای نسبی محاسبات از خطای اعمال شده اندازه گیری کمتر بوده و الگوریتم چند مرحله ای پیشنهاد شده برای بازسازی خواص هدایتی و تابشی پیشنهاد می شود.

### ۲- تعریف مسئله

یک محیط یک بعدی با نوع انتقال حرارت هدایت-تابش مطابق با شکل ۱ را در نظر بگیرید. دیواره ها سیاه و در دمای ثابت و  $T_1 = 500\text{ K}$  و  $T_2 = 50\text{ K}$  قرار دارند. محیط خاکستری و بدون انحراف در نظر گرفته شده است. فرض می شود تمامی خواص و مقادیر شار و شدت های تابش را بر روی مرزها بتوان اندازه گرفت. فاصله بین دو صفحه  $L$  است. هدف مسئله محاسبه تمام

باشد. برای یک سطح کدر با گسیل و انعکاس پخشی، شدت تابش مستقل از جهت است. بنابراین، در هر نقطه دلخواه روی سطح  $(r_w)$  به صورت معادله (۷) می‌باشد.

$$I = \varepsilon I_b + \frac{(1-\varepsilon)}{\pi} \int_{\hat{n} \cdot \Omega < 0} I(\Omega') |\hat{n} \cdot \Omega| d\Omega' \quad (7)$$

روش جهت‌های مجزا، روشی برای تبدیل معادله انتقال تابش به یک مجموعه از معادلات دیفرانسیل جزئی است، به طوری که انتگرال زاویه فضایی را به سری تبدیل می‌کند. در روش جهت‌های مجزا (S-N) معادله انتقال تابشی برای حالت یک‌بعدی به صورت معادله (۸) می‌باشد.

$$I_p^m = \frac{|\mu^m| AI_x^m + (k_a I_b + S_p^m) I_p}{|\mu^m| A + \beta V_p} \quad (8)$$

در این معادله  $\mu^m$  به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mu^m = \cos \theta^m \quad (9)$$

در معادله (۱۰)، عبارت  $S_p^m$  تعریف عبارت چشمه تابشی است که بعد از گسسته‌سازی طبق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$S_p^m = \frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_g^{m'} I_p^{m'} \phi^{m,m'} \quad (10)$$

که در آن  $W_g^{m'}$  تابع وزنی می‌باشد. شار حرارتی تابشی طبق رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود.

$$q = \int_{\Omega=0}^{4\pi} I(\Omega) \cos \theta d\Omega = \sum_{m=1}^M I^m W_h^m \quad (11)$$

$W_h$  و  $W_g$  توابع وزنی می‌باشند و مقادیر آن‌ها طبق روابط (۱۲) و (۱۳) بدست می‌آیند:

$$W_g^{m'} = 4\pi \sin \theta^m \cos \left( \frac{\Delta \theta^m}{2} \right) \quad (12)$$

$$W_h^m = 2\pi [\sin \theta^m \cos \theta^m \sin \Delta \theta^m] \quad (13)$$

$\Delta \theta$  و  $\theta^m$  به صورت معادله‌های زیر تعریف می‌شوند:

در این معادله  $G$  شدت تابش فرودی و  $I_b$  شدت تابش جسم سیاه می‌باشند که به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$G = \int_{\Omega} I d\Omega \quad (3)$$

$$I_b = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (4)$$

در این رابطه  $d\Omega$  المان زاویه فضایی است،  $I$  شدت تابش می‌باشد که به کمک معادله انتقال تابش بدست می‌آید. از آنجایی که انتقال حرارت هدایت با توان اول و انتقال حرارت تابش با توان چهارم دما رابطه مستقیم دارد، معادله انرژی، معادله‌ای غیرخطی است. بنابراین برای حل مسئله در این حالت، با خطی کردن جملات غیرخطی، از روش‌های مبتنی بر تکرار استفاده می‌شود. روش استفاده شده در کار حاضر، بر اساس حل معادله هدایت است و جمله تغییرات انتقال حرارت تابشی به عنوان یک چشمه حرارتی در معادله ظاهر می‌شود.

هدف از حل معادله انرژی، بدست آوردن توزیع دمای محیط می‌باشد. بنابراین با در نظر گرفتن جمله تابش در معادله انرژی به عنوان یک چشمه حرارتی، معادله انرژی با استفاده از روش حجم‌های محدود حل شود.

### ۳-۱- روش جهت‌های مجزا

برای حل معادله شدت تابش از روش بهبود یافته جهت مجزا مطابق با مرجع [۲۴] استفاده می‌شود. معادله انتقال حرارت تابشی یک پرتو به صورت رابطه (۵) است:

$$\frac{dI}{dx} = -(k_a(T) + \sigma_s) I(\Omega) + k_a I_b + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{\Omega=4\pi} I(\Omega') \phi(\Omega', \Omega) d\Omega' \quad (5)$$

در این معادله  $k_a(T)$  ضریب جذب و  $\sigma_s$  ضریب انحراف می‌باشد. جمله آخر، چشمه ایجاد شده در اثر وجود انحراف می‌باشد که به صورت رابطه (۶) تعریف می‌شود.

$$S_p = \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{\Omega=4\pi} I(\Omega') \phi(\Omega', \Omega) d\Omega' \quad (6)$$

برای یافتن شدت تابش، لازم است شرط مرزی روی دیواره‌ها معلوم

$$I^{*m} = \frac{|\mu^m| I_x^{*m} + Lk_a(T^*)\gamma dx^* T^{*4}}{|\mu^m| + Lk_a(T^*)\gamma dx^*} \quad (۱۹)$$

در صورتی که ضریب جذب ثابت باشد  $1/L$  با  $k_a(T^*)$  جایگزین می‌شود و به این صورت عدد پلانک به پارامتر بدون بعد هدایت تابش  $N_1 = \frac{k k_a}{4\sigma T_1^3}$  تبدیل می‌شود.

### ۴- حل معکوس

مسئله معکوس با کمینه‌سازی یک تابع هدف با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی حل می‌شود که در کار حاضر با توجه به این که حالت‌های متفاوتی بررسی شده از چهار تابع هدف برای کم کردن خطا استفاده شده است. این توابع به صورت روابط (۲۰) تا (۲۲) تعریف می‌شوند.

$$G_1(k_a, N_1) = \sum_{m=1}^M (I_e^m(1) - I_d^m(1))^2 + \sum_{m=1}^M (I_e^m(0) - I_d^m(0))^2 \quad (الف)$$

$$G_1'(k_a) = \sum_{m=1}^M (I_e^m(1) - I_d^m(1))^2 + \sum_{m=1}^M (I_e^m(0) - I_d^m(0))^2 \quad (ب) \quad (۲۰)$$

$$G_1''(k_a, k) = \sum_{m=1}^M (I_e^m(1) - I_d^m(1) / I_d^m(1))^2 + \sum_{m=1}^M (I_e^m(0) - I_d^m(0) / I_d^m(0))^2 \quad (ج)$$

که در این رابطه  $M$ ، تعداد کل نقاط اندازه‌گیری،  $I_d$  شدت تابش اندازه‌گیری شده و  $I_e$  شدت تابش بدست آمده از حل معکوس می‌باشد.

$$G_2(k, N_1) = (q_{Te}^*(1) - q_{Td}^*(1))^2 + (q_{Te}^*(0) - q_{Td}^*(0))^2 \quad (۲۱)$$

در این رابطه  $q_{Td}^*$  کل شار حرارتی اندازه‌گیری شده و  $q_{Te}^*$  کل شار حرارتی محاسبه شده از حل معکوس می‌باشد.

$$\theta^m = (m - 1/2)\Delta\theta^m \quad (۱۴)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots, M_\theta$$

$$\Delta\theta^m = \frac{\pi}{M_\theta} \quad (۱۵)$$

برای بی‌بعدسازی معادله انرژی، با در نظر گرفتن  $x^* = \frac{x}{L}$ ،  $T^* = \frac{T}{T_1}$  و  $q_r^* = \frac{q_r}{4\sigma T_1^4}$  فرم بی‌بعد معادله انرژی به صورت رابطه (۱۶) حاصل می‌شود.

$$\frac{d}{dx^*} (Pl(T^*) \frac{dT^*}{dx^*}) - \frac{dq_r^*}{dx^*} = 0 \quad (۱۶)$$

که در این رابطه  $Pl(T^*) = \frac{k(T^*)}{4L\sigma T_1^3}$  تعریف می‌شود. برای بی‌بعدسازی معادله شدت تابش با در نظر گرفتن پارامترهای  $I^* = \frac{\pi I}{\sigma T_1^4}$  و  $I_b = \frac{\sigma T_1^4}{\pi}$  حاصل می‌شود:

$$\frac{dI^*}{dx^*} = -\beta(T^*) I^*(\Omega) L + k_a(T^*) L T^{*4} + \frac{\sigma_s L}{4\pi} \int_{\Omega=4\pi} I^*(\Omega') \phi(\Omega', \Omega) d\Omega' \quad (۱۷)$$

که در این رابطه  $\beta(T^*) = k_a(T^*) + \sigma_s$  ضریب استهلاک<sup>(۱)</sup> تعریف می‌شود و در نهایت فرم گسسته شده معادله شدت تابش به صورت رابطه (۱۸) حاصل می‌شود.

$$I^{*m} = \frac{|\mu^m| I_x^{*m} + L\beta(T^*)(1-\omega)\gamma dx^* T^{*4} + L\beta(T^*) dx^* S_p^* \gamma}{|\mu^m| + L\beta(T^*)\gamma dx^*} \quad (۱۸)$$

که در این رابطه  $\omega$  ضریب آلودی پراکندگی است و به صورت  $\omega = \frac{\sigma_s}{\beta}$  تعریف می‌شود و  $S_p^*$  چشمه بی‌بعد ناشی از انحراف می‌باشد. در این مقاله اثر انحراف ناچیز در نظر گرفته شده است. لذا با صفر قرار دادن  $\omega$  و  $S_p^*$  و تساوی ضریب استهلاک با ضریب جذب معادله شدت تابش به شکل نهایی زیر می‌باشد:

۲- پس از تعیین مقدار اولیه هر ذره (متغیرها)، مقدار تابع هدف هر ذره تعیین می‌شود.

۳- مرحله بعد، پیدا کردن بهترین موقعیت هر ذره (متغیر) با مقایسه کردن موقعیت همین ذره در تکرار قبلی از رابطه (۲۴) بدست می‌آید.

$$B_{i,j}(t) = \begin{cases} x_{i,j}(t) & G(x_{i,j}(t)) < G(B_{i,j}(t-1)) \\ B_{i,j}(t-1) & G(x_{i,j}(t)) \geq G(B_{i,j}(t-1)) \end{cases} \quad (24)$$

که B، بهترین موقعیت ذره در هر تکرار می‌باشد. t، مرحله تکرار الگوریتم می‌باشد.

۴- در این مرحله بهترین جواب در بین تمام ذرات از رابطه (۲۵) بدست خواهد آمد.

$$GB_{i,j}(t) = \begin{cases} B_{i,j}(t) & G(B_{i,j}(t)) < G(GB_{i,j}(t-1)) \\ GB_{i,j}(t-1) & G(B_{i,j}(t)) \geq G(GB_{i,j}(t-1)) \end{cases} \quad (25)$$

که GB بهترین موقعیت بین تمام ذرات برای هر متغیر می‌باشد.  
۵- در این مرحله مقدار سرعت هر ذره طبق رابطه (۲۶) تعیین می‌شود که به صورت ترکیبی از بهترین موقعیت ذره است.

$$V_{i,j}(t) = w(t)V_{i,j}(t-1) + c_1 \text{rand} [B_{i,j}(t-1) - x_{i,j}(t-1)] + c_2 \text{rand} [GB_{i,j}(t-1) - x_{i,j}(t-1)] \quad (26)$$

در رابطه بالا  $C_1$  و  $C_2$ ، مقادیر ثابتی می‌باشند. w، سهم سرعت قبلی را در سرعت جدید تعیین می‌کند و همگرایی روش بهینه‌سازی به این پارامتر بستگی دارد. مقادیر  $C_1$  و  $C_2$ ، در بازه رابطه (۲۷) تعیین می‌شود و w توسط رابطه (۲۸) بدست می‌آید.

$$1.5 \leq C_1 \leq 2 \quad (27)$$

$$2 \leq C_2 \leq 2.5$$

$$w(it) = \left[ \frac{(t_{\max} - it) \times (w_s - w_e)}{t_{\max}} \right] + w_e \quad (28)$$

که  $t_{\max}$  حداکثر تکرار الگوریتم بهینه‌سازی است. برای ضرایب  $C_1$  و  $C_2$  شرط رابطه (۲۹) باید برقرار باشد تا همگرایی مسئله برقرار شود.

$$G_3(k) = (Pl_{Te}(1) - Pl_{Td}(1))^2 + (Pl_{Te}(0) - Pl_{Td}(0))^2 \quad (22)$$

در این رابطه  $Pl_{Td}$  پلانک اندازه‌گیری شده و  $Pl_{Te}$  پلانک محاسبه شده از حل معکوس می‌باشد. همانطور که در تعریف مسئله ذکر شد فرض می‌شود هر خاصیتی روی مرزها را بتوان اندازه گرفت. به عنوان مثال برای مقاله حاضر از پلانک روی مرزها که متناظر با همان ضریب هدایت حرارتی روی مرزها است استفاده می‌شود. می‌توان با دردست داشتن شار کل و شار تابشی بر روی مرزها شار هدایت را به دست آورد و سپس با اندازه‌گیری دما در نزدیک مرز و داشتن دمای مرز، گرادیان دما را محاسبه کرد و سپس با استفاده از قانون فوریه، ضریب هدایت حرارتی و نهایتاً با تقسیم آن طبق رابطه، پلانک را به دست آورد.

#### ۴-۱- الگوریتم کوچ پرندگان

الگوریتم کوچ پرندگان یکی از الگوریتم‌های فرا اکتشافی است که از حرکت دسته‌هایی از پرندگان که به صورت گروهی حرکت می‌کنند، الهام می‌گیرد. در این روش، گروهی از ذرات که هر کدام جوابی از تابع هدف خواهد بود، در فضای جست و جو به حرکت در می‌آیند و به دنبال بهترین جواب از موقعیت خود و همچنین با الهام گرفتن از دیگر جواب‌ها، به دنبال بهترین جواب کل مجموعه خواهند بود. الگوریتم بهینه‌سازی کوچ پرندگان برای اولین بار در سال ۱۹۹۵ توسط کندی و ابرهات [۲۵] در کنفرانسی مطرح شد و تا کنون برای خیلی از مسایل پیچیده جوابگو بوده است.

#### ۴-۲- مراحل الگوریتم بهینه‌سازی کوچ پرندگان

الگوریتم بهینه‌سازی کوچ پرندگان برای بهترین تجربه سراسری به صورت زیر انجام می‌شود.

مقداردهی اولیه به ذرات که به صورت تصادفی تعیین می‌شوند. به این صورت که با توجه به محدودیت‌هایی که برای متغیرها گذاشته می‌شود، مقدار اولیه ذرات در بازه این محدودیت‌ها تعیین شود. ابتدا به هر متغیر بهینه‌سازی یک مقدار اولیه تصادفی به شکل رابطه (۲۳) در بازه متغیرها تخصیص داده می‌شود.

$$x_{ij} = \text{rand}(x_{ij,\min}, x_{ij,\max}) \quad (23)$$

که rand اعداد تصادفی بین بازه مورد نظر را تولید می‌کند.

بدون انحراف یک محیط تاثیرگذار خاکستری با خاصیت جذب و صدورپذیری که بین دو صفحه موازی با دیواره‌های سیاه و درجه حرارت  $T_1$  و  $T_2$  قرار دارد، انجام گرفته است. هدف یافتن شار حرارتی کل بدون بعد می‌باشد. مقدار تقسیمات زاویه‌ای به صورت  $S_p$  و تعداد نقاط ۴۰، برای تمام حالات در نظر گرفته شده است. نتایج بدست آمده از مرجع [۲۳]، و کار حاضر در جدول ۱، آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود تطابق بسیار خوبی بین نتایج بدست آمده از کار حاضر و کار انجام شده در مرجع [۲۳] وجود دارد. به طوری که بیشینه خطا از ۲/۱ درصد تجاوز نمی‌کند.

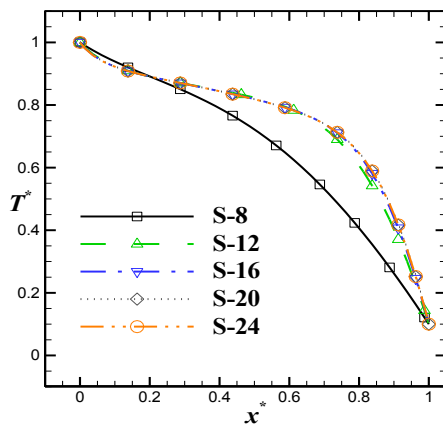
### ۶- نتایج

خطای اندازه‌گیری در تحقیقات علمی یک مورد بدیهی می‌باشد. بنابراین، در صورت حل عددی مسئله، به منظور شبیه‌سازی خطای عددی، باید به مقادیر به دست آمده از حل مستقیم خطا وارد شود. سپس این مقادیر به عنوان مقادیر اندازه‌گیری شده وارد مسئله معکوس می‌شوند. برای وارد کردن خطای اندازه‌گیری به صورت رابطه (۳۱) عمل می‌شود.

$$Y_{mea} = Y_{exa} + \sigma \lambda \quad (31)$$

که در این رابطه  $Y_{mea}$  مقدار اندازه‌گیری شده،  $Y_{exa}$  مقدار بدست آمده از حل مستقیم،  $\lambda$  عدد تصادفی می‌باشد که مقدار آن برابر ۱/۸۲۷۹ در نظر گرفته شده است و  $\sigma$  مطابق با رابطه (۳۲) حساب می‌شود.

$$\sigma = \frac{Y_{exa} \times \eta\%}{2.576} \quad (32)$$



شکل ۲ ب: استقلال شبکه فضایی

$$C_1 + C_2 \leq 4 \quad (29)$$

۶- در این مرحله موقعیت جدید ذرات توسط رابطه (۳۰) به دست آید.

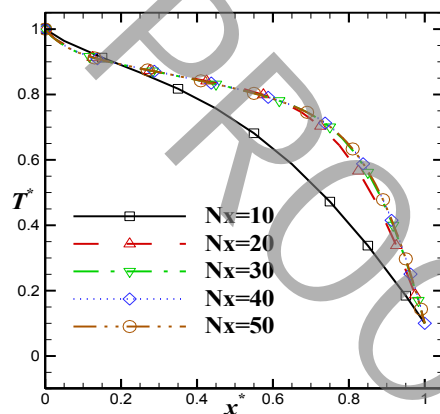
$$x_{i,j}(t) = x_{i,j}(t-1) + V_{i,j}(t) \quad (30)$$

۷- برگشتن به مرحله دوم و تکرار این روند تا اینکه شرایط خواسته شده از الگوریتم ارضا شود.

### ۵- استقلال از شبکه و اعتبارسنجی مسئله مستقیم

برای استقلال از شبکه یک محیط یک‌بعدی با نوع انتقال حرارت هدایت-تابش بدون انحراف در حالت پایا در نظر گرفته شده است. دیواره‌ها سیاه و در دماهای  $T_1 = K500$  و  $T_2 = K50$  قرار دارند. همچنین فاصله بین صفحات  $L = 1$  m است. استقلال دو نوع شبکه فضایی و شبکه مکانی باید انجام شود. برای انجام این قسمت ابتدا تعداد تقسیمات زاویه‌ای را ثابت و برابر ۱۰ جهت (S-10) در نظر گرفته و شبکه مکانی از ۱۰ تا ۱۰۰ بررسی می‌شود که در این قسمت با توجه به شکل ۲ الف شبکه مکانی  $N_x = 40$  انتخاب شده است. سپس با ثابت نگه داشتن شبکه مکانی شبکه‌های فضایی مختلف آزمایش می‌شود که طبق شکل ۲ ب تقسیمات زاویه‌ای ۲۰ به دست آمده است.

به منظور اعتبارسنجی مسئله مستقیم هدایت-تابش، کار حاضر با مرجع [۲۳]، مقایسه شده است. برای این منظور، اعتبارسنجی برای حالت



شکل ۲ الف: استقلال شبکه مکانی

Fig. 2 : a) The independence of the locative grid b) The independence of the space network

جدول ۱: مقایسه نتایج کار حاضر با ویسکانتا و گراش [۲۳]

Table 1. Comparison of results with results given in study of Viskanta and Grosh . [23]

| درصد خطا | $\frac{q}{\sigma T_1^4}$ )presentwork | $\frac{q}{\sigma T_1^4}$ )ref | $N_1 = \frac{k_a k}{4\sigma T_1^3}$ | $t = \frac{T_2}{T_1}$ | ضریب جذب<br>$k_a$ |
|----------|---------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|-----------------------|-------------------|
| ۱/۶۳     | ۰/۷۸۵                                 | ۰/۷۹۸                         | ۰/۱                                 | ۰/۵                   | ۱/۰               |
| ۱/۰      | ۲/۵۷۴                                 | ۲/۰۰۶                         | ۱/۰                                 |                       |                   |
| ۰/۱۲     | ۲۰/۵۷۴                                | ۲۰/۰۰۶                        | ۱۰/۰                                |                       |                   |
| ۲/۱      | ۰/۹۷۰                                 | ۰/۹۹۱                         | ۰/۱                                 | ۰/۱                   | ۱/۰               |
| ۰/۴۵     | ۴/۱۹۹                                 | ۴/۲۱۸                         | ۱/۰                                 |                       |                   |
| ۰/۰۶     | ۳۶/۵۷۷                                | ۳۶/۶۰                         | ۱۰/۰                                |                       |                   |

جدول ۲: نتایج بازسازی ضریب جذب ثابت و پارامتر هدایت-تابش ثابت با تابع هدف شدت‌های تابش خروجی از سطوح

Table 2. The results of the constant absorption coefficient reconstruction and the constant conduction-radiation parameter using objective function of output intensities of radiation from the surfaces

| درصد خطای اندازه گیری | $N_1$ | $k_a$ | ERR $N_1$ % | ERR $k_a$ % |
|-----------------------|-------|-------|-------------|-------------|
| ۰                     | ۱/۰   | ۱/۰   | ۰/۰         | ۰/۰         |
| ۳                     | ۰/۴۹۱ | ۱/۰۰۱ | ۵۰/۹        | ۰/۰۱        |
| ۵                     | ۰/۳۶۳ | ۱/۰۱  | ۶۳/۷        | ۱           |

تابش حساسیت کمی به شدت‌های تابش برای بازسازی دارد و خطای نتایج به دست آمده برای آن بسیار بالا است، بنابراین الگوریتم زیر پیشنهاد شده است تا دقت نتایج به دست آمده به واسطه آن بهبود یابد.

۶-۱-۱- الگوریتم الف)

گام اول: ابتدا هر دو پارامتر  $N_1$  و  $k_a$  را با استفاده از تابع هدف شدت‌های تابش  $(G_1(k_a, N_1))$  بدست آورید.

گام دوم:  $k_a$  بدست آمده در الگوریتم کوچ پرندگان به عنوان پارامتر معلوم در نظر گرفته شود و با استفاده از تابع هدف شارهای حرارتی مرزها  $(G_2(N_1))$ ،  $N_1$  را به عنوان تنها متغیر الگوریتم بازسازی کنید.

گام سوم: با در دست داشتن مقدار  $N_1$  از مرحله قبل آن را در الگوریتم به

در رابطه (۳۲)،  $\eta$  مقدار خطای اعمال شده می‌باشد.

۶-۱- بازسازی ضریب جذب ثابت و پارامتر هدایت-تابش ثابت

در این قسمت به بازسازی ضریب جذب ثابت و پارامتر بدون بعد هدایت-تابش ( $N_1$ ) ثابت پرداخته شده است. تابع هدف در نظر گرفته شده در این قسمت شدت‌های تابش خروجی از دو سطح می‌باشند. محیط، صادرکننده-جذب‌کننده تابش با  $N_1$  و  $k_a$  است و سطوح سیاه هستند. نتایج حاصل از بازسازی در ۲ خطای اندازه گیری ۳ و ۵ درصد در نظر گرفته شده است و با حالت بدون خطا در جدول ۲ مقایسه شده اند.

نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که ضریب جذب حتی با اعمال خطای اندازه‌گیری ۵ درصد به خوبی بازسازی شده است اما پارامتر بدون بعد هدایت-



جدول ۳: نتایج بازسازی با الگوریتم پیشنهادی چند مرحله‌ای برای محاسبه  $N_1$  و  $k_a$  ثابت

Table 3. The results of reconstruction using the proposed multi-step algorithm to calculate constant  $N_1$  and constant  $k_a$

| $ERR\ k_a\%$ | $ERR\ N_1\%$ | $k_a$  | $N_1$ | درصد خطای اندازه‌گیری |
|--------------|--------------|--------|-------|-----------------------|
| ۰/۰          | ۰/۰          | ۰/۹۹۹  | ۱/۰۰۱ | ۰                     |
| ۰/۵۲         | ۲/۴          | ۱/۰۰۵۲ | ۱/۰۲۴ | ۳                     |
| ۰/۸۸         | ۴/۰          | ۱/۰۰۸۸ | ۱/۰۴  | ۵                     |

جدول ۴: نتایج بازسازی برای  $N_1$ های متفاوت با الگوریتم الف

Table 4. The results of reconstructions for different  $N_1$ s using algorithm A

| $ERR\ k_a\ (%)$ | $ERR\ N_1\ (%)$ | $k_a)_{2ps0}$ | $N_1)_{2ps0}$ | خطای اندازه‌گیری | $k_a)_{ex}$ | $N_1)_{ex}$ |
|-----------------|-----------------|---------------|---------------|------------------|-------------|-------------|
| ۰/۰             | ۰/۰             | ۰/۹۹۹         | ۰/۱۰۰         | ۰/۰              | ۱/۰         | ۰/۱         |
| ۰/۲۱            | ۰/۰             | ۱/۰۰۲۱        | ۰/۱۰۰         | ۱/۰              |             |             |
| ۰/۶۴            | ۰/۰             | ۱/۰۰۶۴        | ۰/۱۰۰         | ۳/۰              |             |             |
| ۱/۰۷            | ۰/۰             | ۱/۰۱۰۷        | ۰/۱۰۰         | ۵/۰              | ۱/۰         | ۱/۰         |
| ۰/۰             | ۰/۱             | ۰/۹۹۹         | ۱/۰۰۱         | ۰/۰              |             |             |
| ۰/۱۷            | ۰/۸۰            | ۱/۰۰۱         | ۱/۰۰۸         | ۱/۰              |             |             |
| ۰/۵۲            | ۲/۴             | ۱/۰۰۵         | ۱/۰۲۴         | ۳/۰              | ۱/۰         | ۱/۰         |
| ۰/۸۸            | ۴/۰             | ۱/۰۰۸۸        | ۱/۰۴۰         | ۵/۰              |             |             |
| ۰/۰             | ۰/۰             | ۱/۰۰۰         | ۹/۹۹۹         | ۰/۰              |             |             |
| ۰/۲             | ۰/۷۲            | ۱/۰۰۲         | ۱۰/۰۷۲        | ۱/۰              | ۱/۰         | ۱۰/۰        |
| ۰/۵۰            | ۲/۱۶            | ۱/۰۰۵         | ۱۰/۳۱۶        | ۳/۰              |             |             |
| ۰/۸۵            | ۳/۶۱            | ۱/۰۰۸         | ۱۰/۳۶۱        | ۵/۰              |             |             |

۰/۱ تا ۱۰/۰، در نظر گرفته شده است به جز مورد  $N_1$  برابر ۱۰ که حد بالای بازه گسترده شده و مقدار ۲۰ برای آن در نظر گرفته شده است، نتایج حاصل در جدول ۴ خلاصه شده است.

همانطور که مشاهده می‌شود حتی با اعمال خطای ۵ درصد در داده‌های اندازه‌گیری باز هم خطای محاسبه پارامتر هدایت-تابش از میزان ۵ درصد در هر سه پارامتر هدایت-تابش تجاوز نمی‌کند و این نشان‌دهنده بهبود الگوریتم اولیه و افزایش حساسیت پارامتر هدایت-تابش به شارهای حرارتی مرزها می‌باشد.

عنوان ثابت قرار داده و با استفاده از تابع هدف شدت‌های تابش  $G_1'(k_a)$  (  $k_a$  را مجدداً بازسازی کنید به مرحله دوم برگردید و این کار تا همگرایی پارامتر تابش-هدایت و ضریب جذب ادامه دهید.

نتایج حاصل با توجه به الگوریتم ارائه شده برای  $N_1=۰/۱$  و  $k_a=۰/۱$  در جدول ۳ آمده است.

هم اکنون با توجه به الگوریتم ارائه شده برای دو پارامتر ثابت  $k_a$  و  $N_1$ ، مقادیر ۰/۱، ۱/۰ و ۱۰ برای پارامتر هدایت-تابش همراه با  $k_a = ۱/۰$  با خطای اندازه‌گیری ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد بازسازی می‌شوند بازه جستجو در الگوریتم بهینه‌سازی کوچک پرندگان برای هر دو پارامتر در همه حالات بین

**جدول ۵: ضرایب مربوط به عدد پلانک و ضخامت نوری**

**Table 5. The coefficients of Planck's number and the optical thickness**

| $b_3$ | $b_2$ | $b_1$ | $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$  | مورد |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|------|
| ۱۰/۰  | ۵/۰   | ۱۵/۰  | ۰/۰   | ۴/۲۳  | ۰/۷۰۵ | ۰/۵۲۹۰ | ۱    |
| ۱۰/۰  | ۵/۰   | ۱۵/۰  | ۳/۵۳  | ۱/۴۱  | ۱/۰۵۸ | ۰/۳۵۳  | ۲    |

**جدول ۶: بازه در نظر گرفته شده برای ضرایب معادله عدد پلانک و ضخامت نوری**

**Table 6. Considered range for Planck's number and the optical thickness**

| $b_3$  | $b_2$  | $b_1$   | $a_4$ | $a_3$ | $a_2$   | $a_1$   | مورد |
|--------|--------|---------|-------|-------|---------|---------|------|
| [۵و۲۰] | [۳و۱۰] | [۱۰و۴۰] | ----- | [۲و۶] | [۰و۱/۵] | [۰و۱]   | ۱    |
| [۵و۲۰] | [۳و۱۰] | [۱۰و۴۰] | [۰و۵] | [۰و۵] | [۰و۱/۵] | [۰/۱و۱] | ۲    |

پس از در نظر گرفتن هدایت‌پذیری طبق رابطه زیر، آن را تبدیل به پلانک کرده نتایج حاصل بصورت نمودار پلانک بازسازی و ترسیم می‌شود. رابطه هدایت‌پذیری و پلانک بصورت رابطه (۳۴) است.

$$PI(T) = \frac{k(T)}{4L\sigma T_1^3} \quad (34)$$

با توجه به رابطه ضخامت نوری  $\tau = \beta L$  و رابطه ضریب استهلاک  $\beta = k_a + \sigma_s$  و در نظر گرفتن انحراف در این مسئله نتیجه می‌شود در این مسئله با در نظر گرفتن ضریب جذب و ضرب کردن آن در یک سانتی‌متر، در کد محاسباتی ضخامت نوری به طور مستقیم بازیابی شده است.

ضریب جذب در نظر گرفته شده مطابق با رابطه (۳۵) است.

$$k_a = 1000T^{*2} + 500T^* + 1500 \quad (35)$$

و با ضرب کردن این رابطه در یک سانتی‌متر، ضخامت اپتیکی بدست می‌آید و مطابق رابطه زیر می‌باشد.

۶-۲- بازسازی پارامترهای متغیر با دما  
در این قسمت یک عایق حرارتی یکپارچه ساخته شده از نانومواد در نظر گرفته شده است. به منظور در نظر گرفتن یک حالت واقعی قابل ساخت و تست در آزمایشگاه یک عایق به ضخامت ۱ سانتی‌متر در نظر گرفته شده است. عایق‌های حرارتی ساخته شده از نانومواد دارای ضرایب جذب بالا و ضرایب هدایت پایین هستند. به این ترتیب شار حرارتی کم و شدت‌های تابش کم از مرزها خارج می‌شوند. در ضمن مقادیر شدت‌های تابش در جهات مختلف تغییرات قابل توجهی ندارند. لذا این مقادیر در مرزها به تنهایی برای بازسازی مناسب خواص، کافی نمی‌باشند. به منظور حل این مشکل در این قسمت علاوه بر استفاده از الگوریتم چند مرحله‌ای با توابع هدف مجزا، در هر مرحله از توابع هدف جدید به منظور استفاده در بازسازی خواص چنین موادی استفاده می‌شود.

برای محاسبه خطای اندازه‌گیری از فرمول زیر (RMS) استفاده شده است. که فرمول محاسبه آن مطابق با رابطه (۳۳) است.

$$RMS\% = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{|\phi_{d,i} - \phi_{e,i}|}{\phi_{d,i}} \times 100 \right]^2} \quad (33)$$

جدول ۷: میزان خطای جذر میانگین مربعات ضخامت نوری و عدد پلانک پس از بازسازی

Table 7. The value of root-mean-square error, optical thickness and Planck's number after reconstruction

| case | $\eta\%$ | $\%RMS(\tau)$ | $\%RMS(Pl)$ |
|------|----------|---------------|-------------|
| ۱    | ۳        | ۱/۶۱          | ۲/۲۲        |
|      | ۵        | ۱/۶۱          | ۳/۶۴        |
| ۲    | ۳        | ۱/۶۵          | ۲/۳۰        |
|      | ۵        | ۱/۶۵          | ۴/۰۵        |

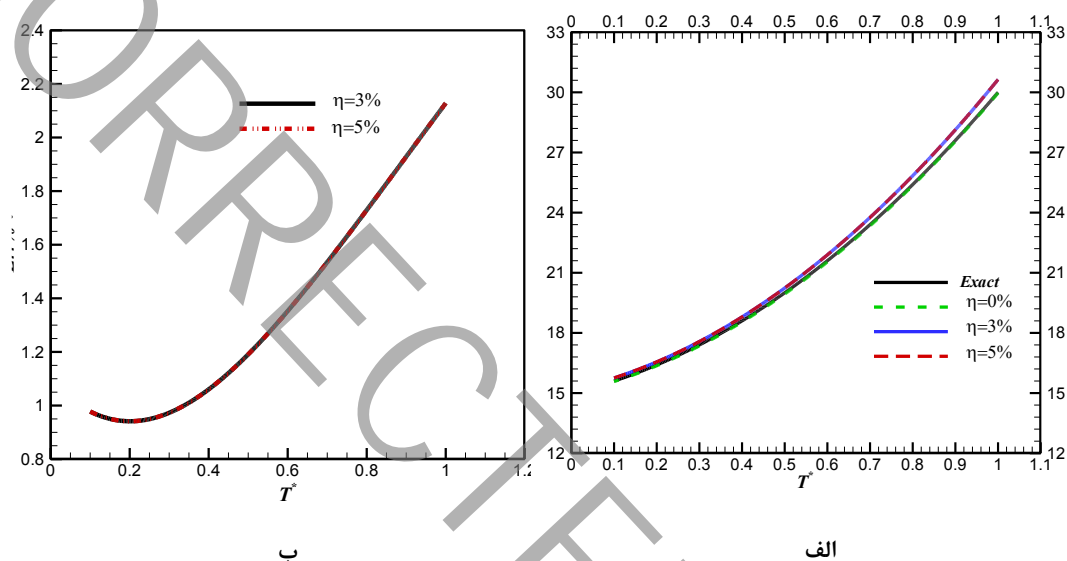


Fig. 3. Results of the optical thickness reconstruction of the case1: a) the distribution of the accurate and reconstructed optical thickness for applied errors of 0%, 3% and 5%; b) the distribution of optical thickness error for measurement errors of 3% and 5 % states

شکل ۳: نتایج بازسازی ضخامت نوری مورد شماره ۱ (الف) نمودار توزیع ضخامت نوری دقیق و بازسازی شده برای خطاهای اعمالی ۰، ۳ و ۵ درصد (ب) نمودار توزیع خطای ضخامت نوری برای حالت ۳ و ۵ درصد

$$\tau = \sum_{n=0}^2 b_{n+1} T^{*n} \quad (38)$$

ضرایب پلانک و ضخامت نوری و بازه‌های در نظر گرفته شده برای محاسبه ضرایب آن‌ها به ترتیب مطابق با جدول‌های ۵ و ۶ می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود با توجه به رابطه در نظر گرفته شده برای ضخامت نوری و هدایت‌پذیری، چون ضخامت نوری در نظر گرفته شده بسیار بزرگتر از ۱ می‌باشد بنابراین انتقال حرارت تابش، از نوع دیفیوژن می‌شود که با توجه به همین موضوع الگوریتم زیر برای بازیابی ضرایب، در

$$\tau = 10T^{*2} + 5T^* + 15 \quad (36)$$

برای این نوع مسئله یک پلانک مرتبه دو و یک پلانک مرتبه سه و ضخامت نوری مرتبه ۲ مطابق با روابط (۳۷) و (۳۸) در نظر گرفته شده است..

$$Pl = \sum_{n=0}^3 a_{n+1} T^{*n} \quad (37)$$

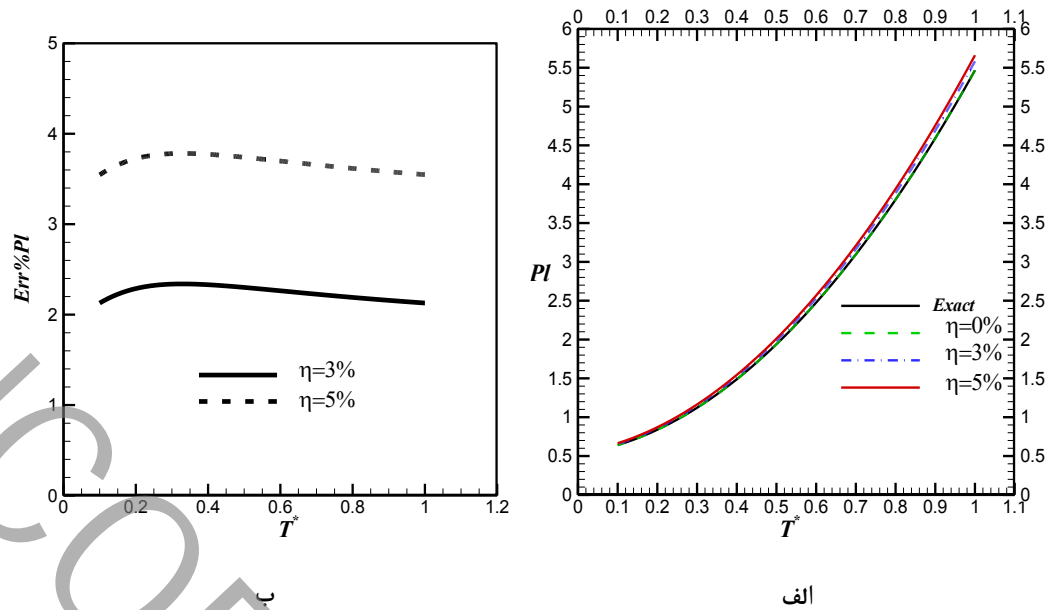


Fig. 4. Results of the reconstructed conductivity for the case1 a) the Planck distributions for 3 accurate and reconstructed states using 3 measurement errors of 0%, 3% and 5% b) distribution diagram of relative error of Planck number after reconstruction for applied errors of 3% and 5%.

شکل ۴: نتایج بازسازی هدایت پذیری مورد شماره ۱ (الف) نمودار توزیع پلانک برای حالات ۳ دقیق و بازسازی شده با سه خطای ۰، ۳ و ۵ درصد (ب) نمودار توزیع خطای نسبی عدد پلانک پس از بازسازی برای خطای اعمالی ۳ و ۵ درصد

حالت دقیق می‌باشد و نمودارهای بازسازی شده با اعمال خطای اندازه‌گیری ۳ و ۵ درصد بسیار نزدیک به نمودار حالت دقیق و رفتار آن‌ها مشابه نمودار حالت دقیق می‌باشد. همچنین توزیع خطای نسبی به دست آمده از حل این مورد با استفاده از الگوریتم ب در اشکال ۳ و ۴ ب نمایش داده شده است. نکته حائز اهمیت حساسیت کم ضخامت نوری به خطای اعمالی اندازه‌گیری است، به طوری که نتایج دو خطای اندازه‌گیری ورودی همانطور که از شکل ۳ مشخص است تقریباً یکسان هستند. شکل ۴ ب نشان می‌دهد اگرچه عدد پلانک هنوز به خطای داده‌های اندازه‌گیری حساس است اما همانطور که نشان داده می‌شود حتی بیشینه خطا با اعمال خطای اندازه‌گیری ۵ درصد از ۵ درصد تجاوز نمی‌کند. همچنین نتایج شکل ۳ ب حاکی از این مطلب است که در سطح گرم مقدار خطا افزایش می‌یابد. شدت تابش خارج شده از سطح گرم که از سطح سرد و محیط می‌آید به علت دمای پایین سطح سرد و ضخامت اپتیکی بالای محیط بسیار رقیق می‌شود و به این ترتیب نواحی نزدیک به دیوار گرم اطلاعات کافی را برای بازسازی خواص این ناحیه نداشته و دقت در این ناحیه را کاهش می‌دهد. برعکس مقادیر شدت‌های تابش خارج شده از سطح سرد، از سطح گرم می‌آید و توسط محیط با ضخامت اپتیکی بالا رقیق می‌شود از آنجایی که مقدار دمای سطح گرم بسیار بیشتر از سطح سرد

نظر گرفته شده است.

#### ۶-۲-۱- الگوریتم ب

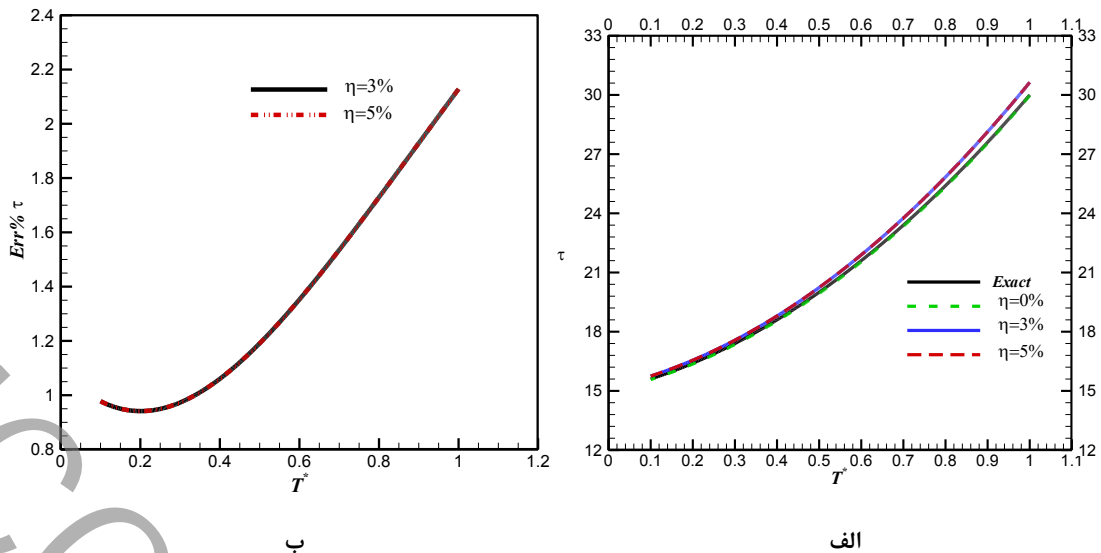
گام اول: با استفاده از تابع هدف مجموع شدت‌های تابش نسبی خروجی سطوح ( $G_1''$ )، اعداد پلانک سطوح ( $G_3$ ) و شار حرارتی کل سطوح ( $G_2$ )، همه ضرایب معادله ضخامت نوری و پلانک را بازیابی کنید.

گام دوم: ضرایب معادله پلانک بدست آمده از گام اول را به عنوان پارامترهای معلوم قرار دهید و سپس با استفاده از تابع هدف مجموع شدت‌های تابش نسبی خروجی سطوح ( $G_1''$ ) و پلانک سطوح ( $G_3$ )، ضرایب معادله ضخامت نوری را بازیابی کنید.

خطای جذر میانگین مربعات<sup>۱</sup> برای ۲ خطای اعمالی ۳ و ۵ درصد در جدول ۷ برای دو مورد در نظر گرفته شده در جدول ۵، آورده شده است.

پس از بازسازی، عدد پلانک و ضخامت اپتیکی برای مورد شماره ۱ از جدول ۵ به صورت نمودار در شکل ۳ الف و ۴ الف ترسیم و با حل دقیق مقایسه شده‌اند. همانطور که در شکل ۳ الف و ۴ الف مشاهده می‌شود نمودار بازسازی شده با اعمال خطای اندازه‌گیری صفر درصد کاملاً منطبق با نمودار

1 Root-Mean-Square (RMS)



**Fig. 5. Results of the optical thickness reconstruction of the case2: a) distribution diagram of the accurate and reconstructed optical thickness for applied errors of 0%, 3% and 5%; b) distribution diagram of the optical thickness error for applied errors of 3% and 5%**

**شکل ۵:** نتایج بازسازی ضخامت نوری مورد شماره دو (الف) نمودار توزیع ضخامت نوری دقیق و بازسازی شده برای خطاهای اعمالی ۰، ۳ و ۵ درصد (ب) نمودار توزیع خطا ضخامت نوری برای حالت ۳ و ۵ درصد

که نشان‌دهنده وابستگی مسئله تابش به هدایت می‌باشد. با افزایش درجه پلی‌نومیال عدد پلانک، همانطور که از نمودار ۶ ب مشخص است از دقت نتایج کاسته می‌شود. اما این مقدار در نواحی نزدیک به دیوار گرم بزرگتر از بقیه نقاط است. علت این موضوع را شاید بتوان به این صورت بیان کرد که به علت وابستگی شدید معادله تابش به هدایت به واسطه غالب بودن رژیم نفوذ در تابش، شار حرارتی کمی از دو سطح خارج می‌شود و این موضوع باعث افزایش خطا در سطح سرد و گرم می‌شود. اما در بازسازی عدد پلانک، مشخص بودن عدد پلانک روی سطح به کاهش خطا روی سطح گرم نسبت به نواحی نزدیک آن کمک کرده است. به این ترتیب بر خلاف مسئله تابش که بیشترین خطا در مرز گرم قرار دارد در توزیع پلانک به علت مشخص بودن خواص پلانک روی سطح این خطای بیشینه به نواحی نزدیک دیوار گرم منتقل شده است.

#### ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک الگوریتم معکوس چند مرحله‌ای با چند تابع هدف مجزا برای هر مرحله، به منظور بازسازی خواص ثابت و متغیر با دمای جذب و هدایت در یک محیط نیمه شفاف ارائه شد. مسئله مورد نظر، هدایت-تابش بین دو صفحه موازی با سطوح سیاه را مورد مطالعه قرار داد. مسئله تابش

است لذا مقدار رقیق‌شدگی آن نیز کمتر است و مقادیر خواص در نواحی نزدیک دیوار سرد با دقت بالاتری بازسازی می‌شوند. اگرچه از مقادیر پلانک روی خود سطوح برای بازسازی استفاده شده و این موضوع خطای نسبی را کاهش داده است اما تابش به واسطه معادله انرژی به هدایت و در نتیجه عدد پلانک وابسته است اما مستقیماً تحت تاثیر شدت‌های تابش است.

نتایج بازیابی خواص در مورد شماره ۲ نیز به شکل نمودار در اشکال ۵ الف و ۶ الف ترسیم شده است. همچنین خطاهای نسبی به دست آمده حاصل از بازسازی خواص تابشی و هدایتی در این مورد نیز در شکل‌های ۵ ب و ۶ ب رسم شده‌اند. همانطور که در شکل ۵ الف و ۶ الف مشاهده می‌شود، نمودار بازسازی شده با اعمال خطای اندازه‌گیری صفر درصد کاملاً منطبق با نمودار حالت دقیق می‌باشد و نمودارهای بازسازی شده با اعمال خطای اندازه‌گیری ۳ و ۵ درصد بسیار نزدیک به نمودار حالت دقیق و رفتار آن‌ها مشابه نمودار حالت دقیق می‌باشد. نتایج بدست آمده از این مورد نشان می‌دهد اگرچه درجه پروفیل از ۲ به ۳ برای عدد پلانک افزایش یافته است اما همچنان بیشینه خطا از ۵ درصد حتی در اعمال خطای اندازه‌گیری ۵ درصد تجاوز نمی‌کند. همچنین نتایج به دست آمده از بازیابی و خطای حاصل از آن در شکل ۵ ب نشان می‌دهد که اگرچه همان پروفیل حالت ۱ برای مورد دوم نیز بازیابی شده است اما درصد بیشینه خطا در این نمودار تغییر کرده است

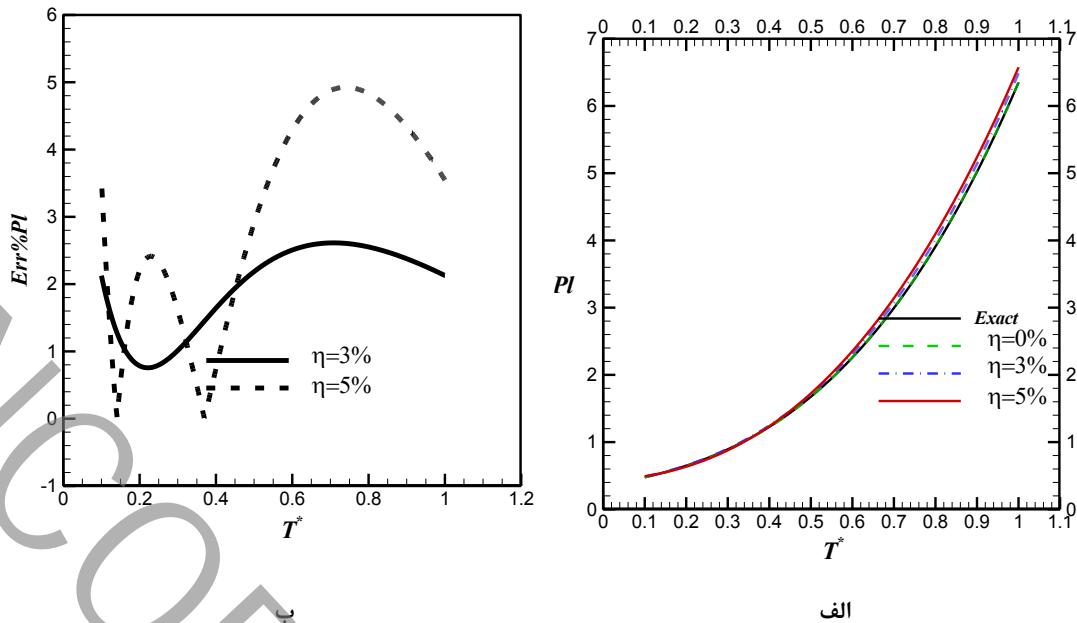


Fig. 6. Results of the reconstructed thermal conductivity for the case2 a) the Planck distributions for 3 accurate and reconstructed states using 3 measurement errors of 0%, 3% and 5 % b) the distributions of the relative error of Planck number after reconstruction for applied errors of 3% and 5%.

شکل ۶: نتایج بازسازی هدایت پذیری مورد شماره دو الف) نمودار توزیع پلانک برای حالات ۳ دقیق و بازسازی شده با سه خطای ۰، ۳ و ۵ درصد ب) نمودار توزیع خطای نسبی عدد پلانک پس از بازسازی برای خطای اعمالی ۳ و ۵ درصد

شدت‌های تابش مرزها و شار حرارتی کلی و ضرایب هدایت ماده در دمای مرزها استفاده شود. نتیجه این مرحله بازسازی ضرایب معادله عدد پلانک بود سپس به منظور بازسازی ضرایب معادله ضریب جذب از مجموع توابع هدف شدت‌های تابش خروجی از مرزها و ضریب هدایت مرزها در دمای سطح استفاده گردید. به علت این که در قسمت دوم خواص مورد بازیابی مربوط به یک عایق ۱ سانتی‌متری از جنس نانومواد بود تابش غالب از نوع دیفیوژن بوده و ضریب هدایت مرزها در بازسازی ضریب جذب علاوه بر ضرایب معادله عدد پلانک تاثیر بالایی داشت به طوری که بیشینه خطای نسبی به دست آمده پس از بازسازی در هیچ کدام از موارد مورد بررسی حتی با اعمال خطای اندازه‌گیری ۵ درصد از خطای اعمال شده به داده‌های اندازه‌گیری تجاوز نکرد و این نشان‌دهنده دقت بالای الگوریتم و توابع هدف پیشنهادی در بازسازی خواص دمایی عایق‌های حرارتی از جنس نانو داشت.

بنابراین به عنوان یک نتیجه کلی می‌توان بیان کرد که استفاده از الگوریتم پیشنهادی چند مرحله‌ای با توابع هدف مجموع که به طور مفصل در قسمت نتایج و پاراگراف اول قسمت نتیجه‌گیری بیان شد به منظور بازسازی همزمان خواص تابشی و هدایتی نانومواد ساخته شده پیش‌بینی نسبتاً دقیقی از خواص مواد ساخته شده جدید را بدست می‌دهد.

با استفاده از روش جهت‌های مجزای تصحیح شده مدل شد و با استفاده از روش حجم‌های محدود گسسته‌سازی شد و حل گردید. همچنین از روش حجم محدود برای گسسته‌سازی معادله انرژی به منظور حل مسئله هدایت استفاده شد.

نتایج حاصل از بازسازی ضرایب ثابت جذب و پارامتر هدایت-تابش نشان داد که استفاده از شدت‌های تابش مرزی به تنهایی قادر به بازسازی هر دو پارامتر نمی‌باشد. از اینرو، در این حالت برای حل معکوس از یک الگوریتم چند مرحله‌ای، با دو مرحله اصلی، یکی برای بازسازی ضریب جذب و دیگری برای بازسازی ضریب هدایت با دو تابع هدف مجزای شدت‌های تابش برای بازسازی ضریب جذب و تابع هدف شار حرارتی کل برای بازسازی پارامتر هدایت-تابش استفاده گردید. نتایج به دست آمده نشان داد که با هر خطای اندازه‌گیری اعمال شده، خطای نسبی پارامتر هدایت-تابش می‌تواند زیر خطای اندازه‌گیری اعمال شده باشد. در حالت دوم یک محیط واقعی ساخته شده از جنس نانو به عنوان عایق حرارتی مورد بررسی قرار گرفت. سپس برای بازسازی خواص متغیر با دمای این محیط، برای ضرایب جذب و هدایت دو تابع هدف جدید برای استفاده در الگوریتم چند مرحله‌ای تعریف شد. در این قسمت برای مرحله اول الگوریتم پیشنهاد شد که از تابع هدف مجموع

۸- فهرست علائم

|                  |        |                       |                 |
|------------------|--------|-----------------------|-----------------|
| تعداد نقاط مکانی | $Nx$   | شدت تابش              | $I(W/m^2.sr)$   |
| عدد پلانک        | $Pl$   | شدت تابش جسم سیاه     | $I_b(W/m^2.sr)$ |
| شار حرارتی       | $q$    | ضریب هدایت            | $k(W/m.K)$      |
| دما              | $T$    | ضریب ثابت             | $k_a(1/m)$      |
| مختصات مکانی     | $x(m)$ | فاصله بین دو صفحه تخت | $L(m)$          |

علائم یونانی

|                    |                     |                   |                 |
|--------------------|---------------------|-------------------|-----------------|
| ضریب انحراف        | $\sigma_s (m^{-1})$ | ضریب استهلاک      | $\beta(k^{-1})$ |
| ضریب پراکندگی      | $\omega$            | ضریب وزنی         | $\gamma$        |
| دیورژانس شار تابشی | $\nabla \cdot q_r$  | کسینوس زاویه پرتو | $\mu$           |
|                    |                     | ضخامت اپتیکی      | $\tau$          |

زیرنویس

|       |       |                       |     |
|-------|-------|-----------------------|-----|
| تابشی | $r$   | جسم سیاه              | $b$ |
| مرجع  | $ref$ | مقدار اندازه‌گیری شده | $d$ |
| کل    | $T$   | مقدار تخمین زده شده   | $e$ |

بالانویس

|                |     |                |     |
|----------------|-----|----------------|-----|
| جهت تابش خروجی | $m$ | بی بعد         | *   |
|                |     | جهت تابش ورودی | $m$ |

- exchangers, *International journal of heat and mass transfer*, 57(2) (2013) 608-622.
- [9] R. Das, S.C. Mishra, T.P. Kumar, R. Uppaluri, An inverse analysis for parameter estimation applied to a non-fourier conduction–radiation problem, *Heat Transfer Engineering*, 32(6) (2011) 455-466.
- [10] R. Das, S.C. Mishra, M. Ajith, R. Uppaluri, An inverse analysis of a transient 2-D conduction–radiation problem using the lattice Boltzmann method and the finite volume method coupled with the genetic algorithm, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 109(11) (2008) 2060-2077.
- [11] R. Das, S.C. Mishra, T.P. Kumar, R. Uppaluri, An inverse analysis for parameter estimation applied to a non-fourier conduction–radiation problem, *Heat Transfer Engineering*, 32(6) (2011) 455-466.
- [12] H. Qi, L. Ruan, H. Zhang, Y. Wang, H. Tan, Inverse radiation analysis of a one-dimensional participating slab by stochastic particle swarm optimizer algorithm, *International journal of thermal sciences*, 46(7) (2007) 649-661.
- [13] H. Qi, Y.-T. Ren, Q. Chen, L.-M. Ruan, Fast method of retrieving the asymmetry factor and scattering albedo from the maximum time-resolved reflectance of participating media, *Applied optics*, 54(16) (2015) 5234-5242.
- [14] R. Souto, S. Stephany, J. Becceneri, H. Campos Velho, A. Silva Neto, Reconstruction of spatial dependent scattering albedo in a radiative transfer problem using a hybrid Ant Colony System implementation scheme, in: 6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, Rio de Janeiro, Brazil, 2005.
- [15] R. Souto, S. Stephany, J. Becceneri, H. Campos Velho, A. Silva Neto, Reconstruction of spatial dependent
- [1] M.J. Varady, A.G. Fedorov, Combined radiation and conduction in glass foams, *Journal of heat transfer*, 124(6) (2002) 1103-1109.
- [2] M. Ferraiuolo, O. Manca, Heat transfer in a multi-layered thermal protection system under aerodynamic heating, *International Journal of Thermal Sciences*, 53 (2012) 56-70.
- [3] R. Coquard, D. Rochais, D. Baillis, Conductive and radiative heat transfer in ceramic and metal foams at fire temperatures, *Fire technology*, 48(3) (2012) 699-732.
- [4] M. Cui, X. Gao, J. Zhang, A new approach for the estimation of temperature-dependent thermal properties by solving transient inverse heat conduction problems, *International Journal of Thermal Sciences*, 58 (2012) 113-119.
- [5] B. Zhang, H. Qi, Y.-T. Ren, S.-C. Sun, L.-M. Ruan, Application of homogenous continuous Ant Colony Optimization algorithm to inverse problem of one-dimensional coupled radiation and conduction heat transfer, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 66 (2013) 507-516.
- [6] G. Masiello, C. Serio, Simultaneous physical retrieval of surface emissivity spectrum and atmospheric parameters from infrared atmospheric sounder interferometer spectral radiances, *Applied Optics*, 52(11) (2013) 2428-2446.
- [7] H. Mao, D. Zhao, Alternative phase-diverse phase retrieval algorithm based on Levenberg-Marquardt nonlinear optimization, *Optics Express*, 17(6) (2009) 4540-4552.
- [8] C.-H. Huang, C.-H. Wang, The design of uniform tube flow rates for Z-type compact parallel flow heat



- Optimization algorithm to inverse problem of one-dimensional coupled radiation and conduction heat transfer, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 66 (2013) 507-516.
- [21] Y. Ren, H. Qi, F. Zhao, L. Ruan, H. Tan, Simultaneous retrieval of temperature-dependent absorption coefficient and conductivity of participating media, *Scientific reports*, 6 (2016) 21998.
- [22] S.-C. Sun, H. Qi, S.-L. Wang, Y.-T. Ren, L.-M. Ruan, A multi-stage optimization technique for simultaneous reconstruction of infrared optical and thermophysical parameters in semitransparent media, *Infrared Physics & Technology*, (2018).
- [23] S.C. Mishra, H.K. Roy, N. Misra, Discrete ordinate method with a new and a simple quadrature scheme, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 101(2) (2006) 249-262.
- [24] J. Kennedy, R. Eberhart, Particle swarm optimization. u: *Proc. IEEE Int. Neural Networks*, Perth, Australia, str, 1948 (1942).
- [25] R. Viskanta, R. Grosh, Heat transfer by simultaneous conduction and radiation in an absorbing medium, *Journal of Heat Transfer*, 84(1) (1962) 63-72.
- scattering albedo in a radiative transfer problem using a hybrid Ant Colony System implementation scheme, in: *6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, Rio de Janeiro, Brazil, 2005.
- [16] A. Silva Neto, M. Özisik, An inverse problem of estimating thermal conductivity, optical thickness, and single scattering albedo of a semi-transparent medium, in: *Proc. 1st Inverse Problems in Engineering Conference: Theory and Practice*, Florida, USA, 1993, pp. 267-273.
- [17] H. Li, Estimation of thermal properties in combined conduction and radiation, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42(3) (1999) 565-572.
- [18] O. Alifanov, A. Nenarokomov, V. Gonzalez, Study of multilayer thermal insulation by inverse problems method, *Acta Astronautica*, 65(9-10) (2009) 1284-1291.
- [19] R. Das, S.C. Mishra, R. Uppaluri, Inverse analysis applied to retrieval of parameters and reconstruction of temperature field in a transient conduction–radiation heat transfer problem involving mixed boundary conditions, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37(1) (2010) 52-57.
- [20] B. Zhang, H. Qi, Y.-T. Ren, S.-C. Sun, L.-M. Ruan, Application of homogenous continuous Ant Colony