



Development of A Fully Lagrangian Smoothed Particle Hydrodynamics -Based Coupled Method for Simulation of Fluid–Structure Interaction

A. M. Salehizadeh, A. R. Shafiei*

Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

ABSTRACT: In this research, an enhanced computational coupling method is proposed for the transient problems of incompressible fluid-elastic structure interaction based on the smoothed particle hydrodynamics method. The coupling process is conducted between an incompressible smoothed particle hydrodynamics fluid model and a totally Lagrangian smoothed particle hydrodynamics structural model. In the incompressible smoothed particle hydrodynamics method, due to the importance of smoothing particle distribution for accurate and stable simulations with noise-free pressure field, a new scheme for particle shifting has been proposed to regulate particle distribution. In contrast to numerical errors at the free surface in traditional particle shifting algorithm, this proposed algorithm as a suitable treatment for discontinuous boundaries such as the free surface presents an optimized particle shifting scheme without need to adjust the new parameters. The proposed numerical coupling method was examined by simulating several benchmarks in fluid-structure interaction and the results were compared with experimental and numerical results. The considered problems of fluid-structure interaction in this paper include the dam-breaking with an elastic gate and the deflection of an elastic obstacle due to fluid sloshing. The agreement between the presented results with the literature data shows the ability of the proposed model to simulate the phenomenon of fluid-structure interaction.

Review History:

Received: 2019/03/14

Revised: 2019/02/25

Accepted: 2019/05/05

Available Online: 2019/05/08

Keywords:

Incompressible smoothed particle hydrodynamics

Fluid-structure interaction

Totally Lagrangian SPH

Optimized particle shifting scheme

1- Introduction

In this study, a fully Lagrangian coupled particle method based on the Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method is developed for simulation of Fluid Structure Interaction (FSI) problems that include transient dynamic loads with finite elastic structural displacements. The fluid and structure models are founded on the incompressible fluid and elastic structure. The various refined methods to decrease non-physical pressure oscillations have been proposed. For improvement of stability and accuracy of the SPH method for fluid model, a divergence free source term of Poisson Pressure Equation (PPE) and the proposed optimized particle regularization scheme is used.

The consistency of the fluid-structure coupling scheme in providing a rigorous imposition of the interface boundary conditions (continuity conditions) is a matter of significant importance that has to be carefully treated. Antoci et al. [1] proposed an FSI solver based on an approximate SPH evaluation of a surface integral of fluid pressure. Hence, the solver could become quite sensitive to fluctuations in the pressure field. In the context of projection-based methods, Rafiee et al. [2] developed a coupled SPH-based FSI solver for simulation of incompressible fluid-elastic structure. In their model, the poisson pressure equation was solved explicitly

by a simple scheme and through an assumption of negligible pressure time variations in between two computational time steps which are not rigorously valid. Khayyer et al. [3] proposed an enhanced Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics (ISPH)-SPH coupled method which the stability of calculations is guaranteed through incorporation of numerical stabilizer that often requires tuning and brings computational challenges due to calculation of parallel and normal vectors of predicted relative distances. The present study provides a generalized treatment for coupling fluid and structure media with proposed particle shifting algorithm to stabilize the results.

2- Methodology

2- 1- ISPH methodology

In the SPH method, Navier-Stokes equations are solved in the form of a two-step method using the Poisson equation of pressure [4]. A stabilized method for the incompressible fluid has been used to obtain a free-divergence velocity field, which is expressed as follows [5]:

$$\vec{r}_a^* = \vec{r}_a^n + \vec{u}_a^n \Delta t \quad (1)$$

$$\vec{u}_a^* = \vec{u}_a^n + \Delta t \left[\nu^e \nabla^2 \vec{u}^n + \vec{g} \right] \quad (2)$$

*Corresponding author's email: arshafiei@yazd.ac.ir



Where ν^e denotes kinematic viscosity, \vec{r} and \vec{u} are particle position and velocity vectors, respectively. The PPE is obtained based on the concept of the projection method and expressed as:

$$\nabla \cdot \left\langle \frac{1}{\rho} \nabla P^{n+1} \right\rangle_a = \frac{1}{\Delta t} \nabla \vec{u}_a^* \quad (3)$$

Where P and ρ are particle's pressure and density. The velocity at the time $n + 1$ \vec{u}_a^{n+1} will result from the projection of \vec{u}_a^* . Therefore

$$\vec{u}_a^{n+1} = \vec{u}_a^* - \frac{\Delta t}{\rho_a} \nabla P_a^{n+1} \quad (4)$$

Finally, the particle positions are advanced in time,

$$\vec{r}_a^{n+1} = \vec{r}_a^n + \Delta t \left(\frac{\vec{u}_a^n + \vec{u}_a^{n+1}}{2} \right) \quad (5)$$

The particle approximation of the above relations based on SPH method is presented as [5]:

$$\vec{\nabla} P_a \approx \sum_b V_b (P_a + P_b) \nabla_a W_{ab} \quad (6)$$

$$(\nabla \cdot \nu^e \nabla \vec{u})_a \approx \sum_b V_b \frac{(\rho_a \nu_a^e + \rho_b \nu_b^e)}{\rho_a} \frac{\vec{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{(r_{ab}^2 + \eta^2)} (\vec{u}_a - \vec{u}_b) \quad (7)$$

$$(\nabla^2 P)_a \approx \sum_b 2V_b \frac{\vec{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{(r_{ab}^2 + \eta^2)} (P_a - P_b) \quad (8)$$

Where $\nabla_a W_{ab}$ is the normalized kernel gradient [6]. Finally, to stabilize the simulation, the particles are then shifted slightly and the hydrodynamic variables are corrected [7]. The direction and amount of shifting are determined from the arrangement of neighboring particles; the proposed $\Delta \vec{r}_a$ is defined as shifting particle vector which is calculated by:

$$\Delta \vec{r}_a = \varepsilon \sum_b V_b \vec{r}_{ab} W_{ab} \cdot (I_{2 \times 2} - \vec{n}_a \otimes \vec{n}_a) \quad (9)$$

Where \vec{n}_a denotes normal vector to the free surface and ε can vary between 0.0 and 0.2. Ultimately, it is necessary to modify the flow field variables in the new position as follows:

$$\vec{V}_a^f = \vec{V}_a + \Delta \vec{V}_a, \quad \Delta \vec{V}_a = \delta \vec{r}_{aa} \cdot \langle \nabla \vec{V} \rangle_a \quad (10)$$

$$p_a^f = p_a + \Delta p_a, \quad \Delta p_a = \delta \vec{r}_{aa} \cdot \langle \nabla p \rangle_a \quad (11)$$

2- 2- TLSPH methodology

In this study, the Totally Lagrangian Smoothed Particle Hydrodynamics (TLSPH) method is used to simulate the elastic dynamic problem [8]. The momentum equation in reference configuration may be rewritten in its discredited form as:

$$\frac{d\vec{u}_a}{dt} = \sum_{b=1}^{N_b} V_b \left(\frac{P_a^s + P_b^s}{\rho_a} - P_{\Pi_{ab}} \right) \cdot \vec{\nabla} W_{0ab} + \vec{a}^{F \rightarrow S} \quad (12)$$

where $\vec{a}^{F \rightarrow S}$ corresponds to the interaction force acting on

the fluid F by structure S , P^s is the nominal stress tensor which is related to the Cauchy stress tensor by $P^s = |F| \sigma F^{-1}$ and $P_{\Pi_{ab}} = |F| \Pi_{ab} F^{-1}$ is the artificial viscosity written in the initial configuration. It should be noted that F is the deformation gradient tensor.

2- 3- Fluid-structure coupling scheme

The structure particles are considered as a moving wall boundary for the fluid, providing velocity and position boundary conditions in the calculation of fluid's pressure field through solving a PPE by consideration of momentum and continuity equations. The interacting forces normal to the fluid-structure interface would be equal in magnitude and opposite in direction, in view of the fact that:

$$\vec{\nabla} p_{F \rightarrow S} \cdot n_F = \vec{\nabla} p_{S \rightarrow F} \cdot n_S \quad (13)$$

It should be noted that the interaction term \vec{a}^{FS} is obtained based on the calculated pressure gradient at a typical structure particle S as follows:

$$a_{F \rightarrow S} = -\frac{\nabla p_s}{\rho_s} = -\frac{1}{\rho_s} \sum_{k \in \Omega} \nabla p_{ks}; \quad \Omega = \Omega_F \cup \Omega_S \quad (14)$$

Where k represents neighboring particles of fluid and structure particles.

2- 4- Time stepping condition

Generally, in SPH the time step sizes are determined through the Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) condition:

$$\Delta t = Cr \cdot \frac{h}{U} \quad (15)$$

Where the Courant number, $Cr < 1.0$. In this study, for all the conducted FSI simulations, the maximum allowable time step size of the structure Δt_{max}^s is set $0.01 \Delta t_{max}^F$.

3- Results & Discussion

The FSI solver is applied for simulation of dam break with an elastic gate. The elastic gate is of 0.005m thickness with Young's modulus and Poisson's ratio of 12Mpa and , respectively. The fluid partition consists of water. Fig. 1 presents a set of snapshots corresponding to the simulation of dam break with elastic gate.

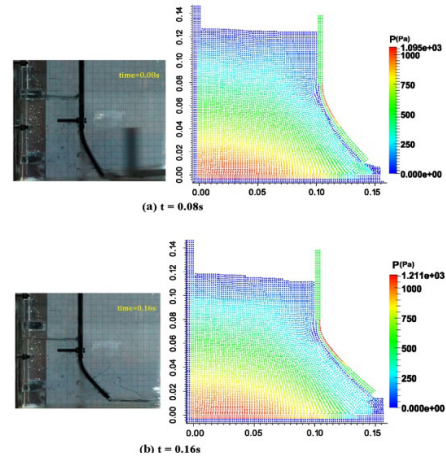


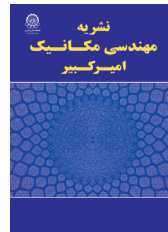
Fig. 1: Qualitative comparison between experimental photos[1] and their corresponding snapshots

4- Conclusion

In the present study, a novel coupled algorithm is developed based on the SPH method for simulating the FSI problems corresponding to incompressible fluid flows and elastic structures. An optimized particle regularization scheme is proposed for stable and accurate results. The proposed method is applied to the simulation of an FSI problem corresponding to a dam-break with an elastic gate. The simulation results are compared with experimental data.

5- References

- [1] C. Antoci, M. Gallati, S. Sibilla, Numerical simulation of fluid-structure interaction by SPH, *Computers & Structures*, 85(11-14) (2007) 879-890.
- [2] A. Rafiee, K.P. Thiagarajan, An SPH projection method for simulating fluid-hypoelastic structure interaction, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(33-36) (2009) 2785-2795.
- [3] A. Khayyer, H. Gotoh, H. Falahaty, Y. Shimizu, An enhanced ISPH-SPH coupled method for simulation of incompressible fluid-elastic structure interactions, *Computer Physics Communications*, (2018).
- [4] S.J. Cummins, M. Rudman, An SPH projection method, *Journal of computational physics*, 152(2) (1999) 584-607.
- [5] S. Lind, R. Xu, P. Stansby, B.D. Rogers, Incompressible smoothed particle hydrodynamics for free-surface flows: A generalised diffusion-based algorithm for stability and validations for impulsive flows and propagating waves, *Journal of Computational Physics*, 231(4) (2012) 1499-1523.
- [6] G.-R. Liu, M.B. Liu, *Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method*, World Scientific, 2003.
- [7] R. Xu, P. Stansby, D. Laurence, Accuracy and stability in incompressible SPH (ISPH) based on the projection method and a new approach, *Journal of computational Physics*, 228(18) (2009) 6703-6725.
- [8] J. Lin, H. Naceur, D. Couellier, A. Laksimi, Geometrically nonlinear analysis of two-dimensional structures using an improved smoothed particle hydrodynamics method, *Engineering Computations*, 32(3) (2015) 779-805.



توسعه مدل کوپل کاملاً لاگرانژی مبتنی بر هیدرودینامیک ذرات هموار برای شبیه‌سازی اندرکنش سیال - سازه

امیرمسعود صالحی زاده، علی‌رضا شفیعی*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷-۱۲-۲۳

بازنگری: ۱۳۹۸-۰۲-۰۵

پذیرش: ۱۳۹۸-۰۲-۱۵

ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۲-۱۸

کلمات کلیدی:

روش هیدرودینامیک ذرات هموار

تراکم ناپذیر

اندرکنش سیال - سازه

مدل سازه کاملاً لاگرانژی

طرح منظم سازی توزیع ذرات

خلاصه: در مطالعه حاضر، یک مدل عددی کوپل برای مسائل گذرای اندرکنش سیال - سازه الاستیک بر پایه روش هیدرودینامیک ذرات هموار پیشنهاد شده است. فرایند کوپل بین یک مدل سیال هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم ناپذیر و مدل سازه کاملاً لاگرانژی صورت می‌گیرد. در این روش، با توجه به اهمیت توزیع مناسب ذرات برای شبیه‌سازی دقیق و پایدار و تولید یک میدان فشار بدون اغتشاش، یک الگوریتم جدید برای انتقال ذرات جهت منظم سازی توزیع ذرات توسعه داده شده است. با توجه به ناکامل بودن دامنه پوشش کرنلی در سطح آزاد و خطاهای موجود در روش انتقال ذرات سنتی، این الگوریتم به عنوان یک راه حل مناسب برای مرزهای ناپیوسته همچون سطح آزاد، بدون نیاز به تنظیم پارامتر جدید، قادر به ایجاد بهینه توزیع ذرات می‌باشد. عملکرد مدل سازه کاملاً لاگرانژی با استفاده از شبیه‌سازی یک مسئله دینامیکی مورد ارزیابی قرار گرفت. قابلیت مدل پیشنهادی با شبیه‌سازی چند نمونه از مسائل کاربردی در اندرکنش سیال - سازه بررسی شد و نتایج حاصل با نتایج تحلیلی، آزمایشگاهی و نتایج عددی مقایسه شد. تطابق نتایج ارائه شده در مطالعه حاضر با داده‌های دیگر محققان، توانایی این مدل پیشنهادی را در شبیه‌سازی پدیده اندرکنش سیال - سازه نشان می‌دهد.

۱- مقدمه

امروزه، مدل‌سازی مسائلی با فیزیک چندگانه، در شاخه‌های مختلف مهندسی از اهمیت زیادی برخوردار است. اندرکنش سیال - سازه یک پدیده چند فیزیکی می‌باشد که اثر سیال روی سازه، موجب تغییر شکل قابل توجه سازه شده، به نوبه خود روی فشار و سرعت سیال اثر می‌گذارد. مسائل مربوط به اندرکنش سیال - سازه، در روش‌های عددی با استفاده از دو نگرش متداول، نگرش مستقیم^۱ و نگرش جزء به جزء^۲، قابل حل می‌باشد. در رویکرد اول، روابط سیال و سازه به صورت همزمان بیان و حل می‌شوند [۱]. در حالی که در رویکرد دوم، ابتدا معادلات سیال برای تعیین تنش‌ها (ترکشن یا فشار) در مرزهای جامد حل می‌شوند، سپس تنش محاسبه شده به عنوان شرط مرزی برای معادلات حاکم بر سازه به کار گرفته می‌شود تا تغییر شکل سازه تعیین گردد. در واقع، در رویکرد جزء به جزء، اطلاعات

از یک محیط به دیگر محیط منتقل می‌شود تا معادلات حاکم بر دو محیط، به‌طور همزمان همگرا شوند [۲]. در مسائل اندرکنش سیال - سازه، کوپل دو محیط سیال و سازه معمولاً توسط فرمول‌بندی دلخواه لاگرانژی-اویلری برای ناحیه سیال به دست می‌آید، در حالی که سازه با فرمول‌بندی کاملاً لاگرانژی مدل شده است [۲]. مشکل اصلی در حل مسائل با روش لاگرانژی مبتنی بر مش بندی این است که تغییر شکل‌های بزرگ، منجر به اعوجاج المان‌های لاگرانژی و در نتیجه، خطای عددی شدید و واگرایی می‌شود. همچنین تعیین دقیق مرز اندرکنش و سطوح آزاد نیازمند یک الگوریتم به‌خصوص می‌باشد.

به تازگی، روش‌های بدون مش برای شبیه‌سازی مسائل اندرکنش سیال - سازه ارائه شده است که از فرمول‌بندی کاملاً لاگرانژی برای توصیف سیال و حرکت سازه استفاده می‌کنند. این روش‌ها اجازه می‌دهند تا حرکت مرز اندرکنش سیال - سازه بدون نیاز به مش‌بندی مجدد، به آسانی تعیین شود. مطالعات متعددی برای توسعه الگوریتم‌های حل مسائل اندرکنش سیال - سازه با استفاده از

- 1 Direct approach
- 2 Partitioned approach

* نویسنده مکاتبات: arshafiei@yazd.ac.ir



پیش بینی شده با استفاده از فشار حاصل از معادله پواسون برای اعمال یک میدان سرعت دیورژانس آزاد، تصحیح می‌شود [۱۰]. روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم ناپذیر می‌تواند دقیق و در کاهش نوسانات فشار مؤثر باشد. برای حل مسائل اندرکنش سازه - سیال، رفیعی^۹ و همکاران [۱۱]، روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم ناپذیر را برای یک سیال با سازه مبتنی بر نگرش تراکم‌پذیر ضعیف کوپل کرد. در مدل ایشان، فشار سیال و جامد از طریق حل معادله فشار پواسون با فرض تغییرات زمانی ناچیز، فشار تعیین شده است که معتبر نیست. خیر^{۱۰} و همکاران [۱۲] به تازگی یک روش ترکیبی پیشرفته مبتنی بر هیدرودینامیک ذرات هموار را برای شبیه سازی اندرکنش‌های سیال تراکم ناپذیر - سازه الاستیک ارائه داده‌اند. آن‌ها از یک نیروی داخلی به‌عنوان پایدارکننده عددی براساس روش نیمه ضمنی ذرات متحرک پیشنهاد شده توسط تسوروتا^{۱۱} [۱۳] استفاده کردند که نیاز به تنظیم دقیق یک پارامتر دارد و به دلیل محاسبه بردارهای نرمال و مماس در فواصل نسبی پیش بینی شده، چالش‌های محاسباتی حساسی را به‌همراه دارد.

روش هیدرودینامیک ذرات هموار در مسائل دینامیک سازه‌های الاستیک توسط گری^{۱۲} و همکاران [۱۴] به‌کار گرفته شده است. آنتوچی و همکاران [۶] از روش تراکم‌پذیر ضعیف و تعیین یک معادله حالت برای سازه در حل مسائل هیدروالاستیک استفاده کردند. با این وجود محدودیت‌های ناپایداری کششی، استفاده از روش تراکم‌پذیر ضعیف را در حل مسائل دینامیک سازه‌های الاستیک محدود می‌کند. به منظور کاهش اثرات ناپایداری‌های کششی در حل چنین مسائلی، راهکارهای متعددی مانند تنش مصنوعی [۱۴] ارائه شده است. ولی در این راهکارها، پارامترهای جدیدی استفاده شد که باید به دقت انتخاب شوند.

در تحلیل پایداری صورت گرفته برای روش‌های عددی بدون مش، بلیچکو^{۱۳} [۱۵] یک روش کاملاً لاگرانژی برپایه هیدرودینامیک ذرات هموار برای مسائل دینامیک سازه‌های الاستیک پیشنهاد داد. در این فرمول‌بندی، پیکربندی اولیه به‌عنوان مرجع در نظر گرفته شده و تابع هموارسازی کرنل و مشتقات آن براساس توزیع ابتدایی

روش‌های لاگرانژی بدون مش صورت گرفته است [۳]. قابلیت مدل ذره‌ای در شبیه سازی برخورد شکست موج روی شناور متحرک با استفاده از روش نیمه ضمنی ذرات متحرک^۱ توسط گوتو^۲ [۴] اثبات شده است. هوآنگ^۳ و همکاران [۵] یک مدل سیال برپایه روش نیمه ضمنی ذرات متحرک را با یک مدل سازه مبتنی بر همان روش کوپل کرد. در تحقیق آن‌ها، اندرکنش بین سیال و سازه بر اساس ارزیابی انتگرال سطحی فشار سیال که توسط آنتوچی^۴ [۶] پیشنهاد شده است، تعیین شد. الگوریتم حل توسعه یافته آن‌ها برای آزمایش‌های مختلفی از جمله شکست سد با یک دریچه الاستیک و پدیده تلاطم سیال با یک تیغه آویزان به‌کار گرفته شد و همچنین در شبیه سازی مسائل مربوط به برخورد دماغه شناور با سطح آب اعتبارسنجی شد. از سوی دیگر، روش هیدرودینامیک ذرات هموار^۵ به‌عنوان یک روش لاگرانژی بدون مش توسط گینگولد^۶ [۷] برای حل مسائل فیزیک نجوم توسعه داده شده است. این روش در شبیه سازی و تحلیل مسائل کاربردی متعددی در مسائل اندرکنش سیال-سازه استفاده شده است [۸]. شکل اولیه روش هیدرودینامیک ذرات هموار، مبتنی بر یک سیال تراکم پذیر ضعیف با استفاده از یک معادله حالت برای تعیین فشار فرمول‌بندی شده است که به‌عنوان روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم پذیر ضعیف^۷ معرفی شده است. این روش نیاز به یک گام زمانی کوچک وابسته به سرعت صوت دارد که حداقل ۱۰ برابر بیشتر از حداکثر سرعت جریان است که موجب افزایش چشم‌گیر زمان محاسبات خواهد شد. همچنین، خطا در محاسبه چگالی موجب ایجاد نوسانات غیر فیزیکی و شدید فشار می‌شود که منجر به ناپایداری عددی می‌شود [۹].

به منظور جلوگیری از چنین مشکلاتی، نگرش سیال واقعاً تراکم ناپذیر برای روش هیدرودینامیک ذرات هموار تبیین شد. روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم ناپذیر^۸ یک روش دو مرحله‌ای است که ابتدا سرعت پیش بینی شده را محاسبه می‌کند و سپس مقدار

-
- 1 Moving Particle Semi-implicit (MPS)
 - 2 Gotoh
 - 3 Hwang
 - 4 Antoci
 - 5 Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)
 - 6 Gingold
 - 7 Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics (WCSPH)
 - 8 Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics (ISPH)

-
- 9 Rafiee
 - 10 Khayyer
 - 11 Tsuruta
 - 12 Gray
 - 13 Belytschko

$$v' = (z \Delta)^2 \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij} : \dot{\epsilon}_{ij}} \quad (3)$$

که $\dot{\epsilon}_{ij}$ تانسور نرخ کرنش، z ثابت اسماگورینسکی که در محدوده ۰/۱ تا ۰/۲۵ تغییر می‌کند و Δ فاصله مشخصه که برابر با طول هموار تابع کرنل در نظر گرفته می‌شود.

۱-۲- مفاهیم اساسی

در فرمول‌بندی روش هیدرودینامیک ذرات هموار، متغیر $A(\vec{r})$ برای یک ذره قرار گرفته در موقعیت جاری \vec{r}_a ، در یک ناحیه محاسباتی تقریب کرنلی، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$A(\vec{r}_a) = \int_{\Omega} A(\vec{r}_b) W(|\vec{r}_a - \vec{r}_b|, h) d\Omega \quad (4)$$

که Ω دامنه پوشش، $W(|\vec{r}_a - \vec{r}_b|, h) = W_h(|\vec{r}_{ab}|)$ هموار و $|\vec{r}_{ab}| = |\vec{r}_a - \vec{r}_b|$ فاصله دو ذره مجاور (b ذره‌ای در دامنه پوشش ذره a) و h طول هموار دامنه پوشش ذره می‌باشد. در این مقاله از تابع رایج بی اسپلاین مرتبه سه^۳ با دامنه پوشش $2h$ استفاده شده است.

$$W_h(\vec{r}_{ab}) = \alpha_d \begin{cases} \frac{2}{3} - q^2 + \frac{1}{2}q^3, & 0 \leq q < 1 \\ \frac{1}{6}(2-q)^3, & 1 \leq q < 2 \\ 0, & q \geq 2 \end{cases} \quad (5)$$

که $\alpha_d = \frac{15}{\sqrt{\pi}h^2}$ در مسائل دو بعدی و $q = \frac{|\vec{r}_{ab}|}{h}$ می‌باشد. تقریب ذره‌ای برای متغیر $A(\vec{r}_a)$ ، با تقریب انتگرال (۴) با استفاده از جمع روی ذرات قرار گرفته درون دامنه پوشش ذره قرار گرفته در موقعیت \vec{r}_a تعیین می‌شود:

$$A(\vec{r}_a) \approx \sum_b V_b A(\vec{r}_b) W_h(|\vec{r}_{ab}|) \quad (6)$$

که V_b حجم ذره b ، می‌باشد [۲۰].

۲-۲- عمل‌گرهای روش هیدرودینامیک ذرات هموار

به منظور حل معادله ناویر-استوکس، به عمل‌گرهای گرادیان و دیورژانس نیاز است. گرادیان متغیر اسکالر $A_a = A(\vec{r}_a)$ ، با استفاده از تقریب ذره‌ای به فرم زیر تعیین می‌شود:

$$\vec{\nabla} A_a \approx \sum_b V_b (A_b - A_a) \nabla W_h(\vec{r}_{ab}) \quad (7)$$

ذرات محاسبه می‌شود و قانون هوک به‌طور مستقیم تنش را به کرنش ارتباط می‌دهد؛ از این‌رو نیازی به استفاده از معادله حالت نیست. در تحقیق حاضر، فرمول‌بندی کاملاً لاگرانژی هیدرودینامیک ذرات هموار^۱ پیشنهادی توسط لین^۲ [۱۶] برای تحلیل هندسی سازه‌های الاستیک دو بعدی به‌کار گرفته شد که قادر به اعمال مستقیم مقادیر مرزی (نیرو و سرعت) به ذرات مرزی مربوطه است.

عملکرد مدل سازه با شبیه‌سازی پاسخ دینامیکی یک صفحه نوسان آزاد اعتبارسنجی شده است. نتایج به‌دست آمده قابل مقایسه با حل تحلیلی آن‌ها می‌باشند. در ادامه، روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم ناپذیر برای سیال با مدل سازه الاستیک مبتنی بر فرمول‌بندی کاملاً لاگرانژی، با استفاده از یک الگوریتم دو بعدی کوپل شد. مدل کوپل برای شبیه‌سازی اندرکنش سیال-سازه الاستیک برای مسائل مختلف اعتبارسنجی و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد. مسائل اندرکنش سیال-سازه در نظر گرفته شامل شکست سد با دریچه الاستیک [۶ و ۱۲] و شکست سد روی یک تیغه الاستیک بر اثر تلاطم سیال در مخزن ساکن [۱۷ و ۱۸] می‌باشد.

۲- روش هیدرودینامیک ذرات هموار

در این روش، معادلات ناویر-استوکس در قالب یک روش دو مرحله‌ای با استفاده از معادله پواسون فشار حل می‌شود:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0.0 \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} + (\nu + \nu') \nabla^2 \vec{u} + \vec{g} + \vec{a}^{s-f} \quad (2)$$

که \vec{u} میدان سرعت، ρ چگالی سیال، \vec{g} شتاب گرانشی، P فشار، ν ویسکوزیته جنبشی و ν' ویسکوزیته جنبشی مربوط به جریان آشفته می‌باشد. در رابطه (۲)، \vec{a}^{s-f} شتاب ناشی از نیروی اندرکنش وارده بر سیال از طرف سازه می‌باشد. استفاده از ویسکوزیته جریان آشفته برای ذراتی که نرخ کرنش زیاد دارند مؤثر است. این اثر به توزیع مناسب ذرات نسبت به یکدیگر کمک کرده و با افزایش اندک ویسکوزیته ظاهری ذرات، شرایط پیوستگی را بهبود می‌بخشد. بدین منظور از ویسکوزیته ادی مبتنی بر مدل آشفتنگی، ارائه شده توسط گوتو و همکاران [۱۹] استفاده شد:

1 Totally Lagrangian smoothed particle hydrodynamics (TL-SPH)

2 Lin

حالت با استفاده از معادله پوآسون جایگزین می‌شود. به منظور تعیین میدان سرعت میانی، معادله اندازه حرکت بدون اثر گرادیان فشار حل می‌شود. سپس معادله پوآسون برای فشار با برابر قرار دادن دیورژانس میدان سرعت میانی با دیورژانس گرادیان فشار، حاصل می‌شود. سرعت نهایی در انتهای گام به گونه‌ای حاصل می‌شود که شرایط تراکم ناپذیری را برقرار سازد.

به دلیل نوسانات عددی فشار و خطای انباشتگی، مطالعات متعددی در نحوه فرمول‌بندی معادله پوآسون صورت گرفته است. شائو^۵ [۲۴] با اعمال چگالی نامتغیر به جای دیورژانس سرعت صفر الگوریتمی پیشنهاد دادند که با وجود پایداری، دقیق نیست. هو^۶ [۲۵] با اعمال همزمان دیورژانس سرعت صفر و چگالی نامتغیر، یک الگوریتم بازگشتی را توسعه دادند که با وجود پایداری و دقت مناسب، بسیار زمان‌بر می‌باشد. ژو^۷ [۲۶] یک روش جدید برای جلوگیری از ناپایداری حاصل از تجمع شدید ذرات در فضای محدود، ارائه داد. او در این روش، در انتهای هر گام زمانی، ذرات را در طول خط جریانی که منجر به توزیع یکنواخت ذرات می‌شود، جابجا کرد. لیند^۸ [۲۷] متوجه شد که روش پیشنهاد شده برای جریان‌های با سطح آزاد، قابل قبول نمی‌باشد. اسکیلن^۹ [۲۸] یک روش جدید برای کاهش اغتشاشات موقت ناشی از اثرات سطح آزاد که در شبیه سازی هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم ناپذیر رخ می‌دهد، پیشنهاد داد. در این روش، با استفاده از یک ضابطه پیشنهادی، یک معادله پوآسون پیوسته و هموار ارائه می‌شود. در تحقیق حاضر برای ایجاد یک میدان سرعت دیورژانس آزاد، از یک الگوریتم زمانی مرتبه دو استفاده شد که چگالی و جرم ذرات ثابت در نظر گرفته می‌شوند. مکان ذرات \vec{r}_a^n ، با استفاده از سرعت \vec{u}_a^n پیش بینی می‌شوند:

$$\vec{r}_a^* = \vec{r}_a^n + \vec{u}_a^n \Delta t \quad (15)$$

میدان سرعت میانی \vec{u}_a^* بر مبنای معادله اندازه حرکت بدون ترم گرادیان فشار در مکان \vec{r}_a^* محاسبه می‌شود.

$$\vec{u}_a^* = \vec{u}_a^n + \Delta t \left[(\nu + \nu_T) \nabla^2 \vec{u}_a^n + \vec{g} \right] \quad (16)$$

که $\nabla W_h(\vec{r}_{ab})$ گرادیان تابع کرنل می‌باشد. همچنین بیان دیگری برای گرادیان به صورت زیر می‌توان ارائه کرد:

$$\vec{\nabla} A_a \approx \sum_b V_b (A_a + A_b) \nabla W_h(\vec{r}_{ab}) \quad (8)$$

فرمول‌بندی فوق، پایستاری اندازه حرکت را برقرار می‌کند. از اینرو گرادیان فشار را می‌توان به صورت زیر تعیین کرد:

$$\vec{\nabla} P_a \approx \sum_b V_b (P_a + P_b) \nabla W_h(\vec{r}_{ab}) \quad (10)$$

این فرم اطمینان می‌دهد که نیرویی که بر روی ذره a توسط ذره b وارد می‌شود برابر با نیرویی است که بر ذره b توسط ذره a اعمال می‌شود. نیروی ناشی از ویسکوزیته و لاپلاسیان فشار به صورت زیر توسط موریس^۱ و همکاران [۲۱] ارائه شد:

$$(\nabla \cdot \nu \nabla \vec{u})_a \approx \sum_b V_b \frac{(\rho_a \nu_a + \rho_b \nu_b)}{\rho_a} \frac{\vec{r}_{ab} \cdot \vec{\nabla}_a W_{ab}}{(r_{ab}^2 + \eta^2)} (\vec{u}_a - \vec{u}_b) \quad (11)$$

$$(\nabla^2 P)_a \approx \sum_b 2V_b \frac{\vec{r}_{ab} \cdot \vec{\nabla}_a W_{ab}}{(r_{ab}^2 + \eta^2)} (P_a - P_b) \quad (12)$$

که η پارامتری برای جلوگیری از صفر شدن مخرج می‌باشد. اوگر^۲ و همکاران [۲۲] به منظور افزایش دقت تابع کرنل به ویژه در نواحی سطح آزاد، رابطه‌ای را برای اصلاح گرادیان تابع کرنل پیشنهاد داد. بیان اصلاح گرادیان تابع کرنل به فرم زیر است:

$$\vec{\nabla} W_{ab}^c = L(r) \vec{\nabla} W_{ab} \quad (13)$$

که

$$L_a(r) = \left(\begin{array}{cc} \sum_b V_b (x_b - x_a) \frac{\partial W_{ab}}{\partial x} & \sum_b V_b (x_b - x_a) \frac{\partial W_{ab}}{\partial y} \\ \sum_b V_b (y_b - y_a) \frac{\partial W_{ab}}{\partial x} & \sum_b V_b (y_b - y_a) \frac{\partial W_{ab}}{\partial y} \end{array} \right)^{-1} \quad (14)$$

می‌باشد.

۳-۲- الگوریتم هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم ناپذیر

روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم ناپذیر توسط کامینز^۳ و رادمن^۴ [۲۳] معرفی شده است و توسط دیگر محققان توسعه و ارتقا پیدا کرد. در این نگرش، هر دو معادله پیوستگی جرم و معادله

5 Shao
6 Hu
7 Xu
8 Lind
9 Skillen

1 Morris
2 Oger
3 Cummins
4 Rudman

$$\phi'_a = \phi_a + (\nabla \phi)_a \cdot \delta r_{aa'} \quad (22)$$

که ϕ بیانگر یک متغیر مانند فشار یا سرعت می‌باشد. در روش پیشنهادی حاضر، متوسط موقعیت ذرات نسبت به یکدیگر به صورت زیر است:

$$\bar{r}_a = \sum_b V_b \bar{r}_{ab} W_{ab} \quad (23)$$

اگر ذرات دارای توزیع یکنواختی باشند، $\bar{r}_a \approx 0/0$ ، در غیر اینصورت تجمع غیر یکنواخت یا توده‌ای ذرات نسبت به هم اتفاق می‌افتد. در این حالت، ذرات به فرم زیر جابجا می‌شوند:

$$\delta r_{aa'} = \Delta \bar{r}_a \propto \bar{r}_a \quad (24)$$

که بر مبنای تحلیل پایداری ون نیومن، بردار جابجایی ذرات برای هر ذره تعیین می‌شود:

$$\Delta \bar{r}_a = \varepsilon \bar{r}_a \quad (25)$$

که ε در محدوده ۰/۱ تا ۰/۲ انتخاب می‌شود. لیند [۲۷] مشاهده کرد که بر اثر حرکت شدید ذرات سطح آزاد، مقدار جابجایی ذرات، بسیار بیشتر از طول هموار دامنه پوشش می‌شود که به خطای غیر منطقی می‌انجامد، بنابراین یک حد بالا برای انتقال ذره به اندازه $0/2h$ تعریف شد. در مطالعه حاضر، طول هموارسازی h برابر با $1/2 \Delta x$ در نظر گرفته شد که Δx فاصله ابتدایی بین ذرات می‌باشد. به منظور درون‌یابی کرنلی دقیق، یک دامنه پوشش کامل مورد نیاز است. ذراتی که روی سطح آزاد یا در مجاورت با آن قرار دارند از داشتن چنین شرایطی به دور هستند که این موجب خطا در تعیین سطح آزاد و متعاقباً ناپایداری‌های غیر فیزیکی می‌شود. لیند برای ذرات روی سطح آزاد و مجاور به آن، پیشنهاد داد که از جابجایی ذرات در جهت عمود بر سطح آزاد جلوگیری شود. از لحاظ تئوری این راه حل مناسب می‌باشد. با این وجود، این روش در شبیه‌سازی‌های طولانی مدت، منجر به اختلالات فیزیکی ذرات در سطح آزاد و همچنین ناپیوستگی فیزیکی بین ذرات سطح آزاد و مجاور با آن‌ها می‌شود. در تحقیق حاضر، برای ارتقاء عملکرد روش انتقال ذرات برای جریان سیال با سطح آزاد، ضریب اصلاحی برای هر ذره به معادله (۲۵) افزوده می‌شود:

$$\delta \bar{r}_{aa'} = \beta_a \varepsilon \bar{r}_a \quad (26)$$

که β_a براساس بردار نرمال ذرات سطح آزاد، بردار انتقال جابجایی هر ذره را اصلاح می‌کند. برای ذرات سطح آزاد، بردار نرمال

فشار p ، در گام زمانی جاری با استفاده از معادله پوآسون فشار به دست می‌آید:

$$\nabla \cdot \left\langle \frac{1}{\rho} \nabla P^{n+1} \right\rangle_a = \frac{1}{\Delta t} \nabla \bar{u}_a^* \quad (17)$$

سپس با محاسبه فشار ذرات، مقدار سرعت برای گام زمانی از روی سرعت میانی و گرادیان فشار تعیین می‌شود:

$$\bar{u}_a^{n+1} = \bar{u}_a^* - \frac{\Delta t}{\rho_a} \nabla P_a^{n+1} \quad (18)$$

در انتها، موقعیت ذرات به صورت زیر به روز می‌شود:

$$\bar{r}_a^{n+1} = \bar{r}_a^n + \Delta t \left(\frac{\bar{u}_a^n + \bar{u}_a^{n+1}}{2} \right) \quad (19)$$

این روش قادر به ارائه دقیق میدان فشار با حداقل نوسانات است، با این وجود احتمال ایجاد خطاهای موقتی وجود دارد. به منظور کاهش این اثر نامطلوب، اسکیلن [۲۸] یک روش ابداعی برای هموار کردن سطح آزاد ناپیوسته پیشنهاد داد. با تشخیص ذرات روی سطح آزاد و مجاور به ذرات سطح آزاد، از یک ضریب اصلاحی متغیر استفاده شد که به توسعه تدریجی سطح آزاد منجر می‌شود. پس از گسسته سازی رابطه (۶)، معادله پوآسون فشار به فرم زیر بازنویسی می‌شود:

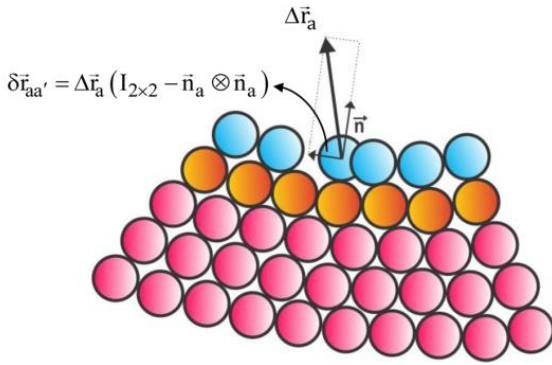
$$A_{aa} P_a^{n+1} + \sum_b \alpha_a A_{ab} P_b^{n+1} = \alpha_a B_a \quad (20)$$

که A_{ab} ضرایب معادله پوآسون فشار بوده و تجمیع روی تمامی ذرات واقع در دامنه پوشش ذره a صورت می‌گیرد. برای محاسبه فشارهای جدید و همگرا نیاز به یک تعداد محدود تکرار می‌باشد. ضریب ظاهر شده α_a ، در رابطه (۲۰) به منظور تأثیر شرایط سطح آزاد پیشنهاد شد که از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\alpha_a = \begin{cases} 1.0 & \nabla \bar{r} \geq \chi (=1.6) \\ 0.5 \left[1 - \cos \left(\frac{\nabla \bar{r} - 1.4}{1.6 - 1.4} \right) \right] & \gamma (=1.4) < \nabla \bar{r} < \chi (=1.6) \\ 0.0 & \nabla \bar{r} \leq \gamma (=1.4) \end{cases} \quad (21)$$

۲-۴- روش انتقال ذره

جابجایی ذرات با توجه به سرعت سیال ممکن است موجب عدم یکنواختی توزیع ذرات شود که منجر به بی‌دقتی در تعیین خصوصیات فیزیکی و ناپایداری مسئله می‌شود. به منظور پایداری سازی شبیه‌سازی و تشکیل یک توزیع یکنواخت برای ذرات، براساس پیشنهادات ژو و همکاران [۲۶]، با جابجایی ذرات، میدان فشار و سرعت محاسبه شده، بر مبنای تقریب سری تیلور، اصلاح می‌شوند.



شکل ۱. فرایند انتقال ذرات برای یک ذره سطح آزاد

Fig. 1. The particle shifting process for a free-surface particle.

دیورژانس بردار مکانی $\nabla \cdot \vec{r} < \chi$ هستند که در دامنه پوشش خود هیچ ذره همسایه‌ای ندارند. با مشخص شدن ذرات مجاور به سطح آزاد، ذرات سطح آزاد و ذرات پاشیده شده، ذرات داخلی از این ذرات تمیز داده می‌شوند. لازم به ذکر است برای ذرات پاشیده شده ضریب اصلاحی $\beta_a = 0/0$ است. در تحقیق حاضر مقدار χ براساس رابطه (۲۱) برابر $1/4$ انتخاب شده است.

۵-۲- تحلیل دینامیک سازه‌های الاستیک

در تحقیق حاضر، از روش هیدرودینامیک ذرات هموار کاملاً لاگرانژی برای تحلیل دینامیک سازه الاستیک استفاده شده است [۱۶]. در این فرمول‌بندی، چگالی ثابت در نظر گرفته شده و به منظور حل معادله اندازه حرکت، تانسور تنش اول پیولا- کیرشهف^۱ P^s جایگزین تانسور تنش کوشی^۲ σ می‌شود. بنابراین معادله اندازه حرکت به فرم زیر در می‌آید:

$$\frac{d\vec{u}_s}{dt} = -\frac{1}{\rho_s} \nabla_0 \cdot P^s + \vec{a}^{F \rightarrow S} \quad (34)$$

که ∇_0 بیانگر مقادیر گرادیان در پیکربندی اولیه می‌باشد. در رابطه بالا، $\vec{a}^{F \rightarrow S}$ شتاب اندرکنش وارد بر سازه از طرف سیال می‌باشد. رابطه بین P^s و σ به فرم زیر است:

$$P^s = |F| \sigma F^{-1} \quad (35)$$

که تانسور گرادیان تغییرشکل F ، به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

از طریق زیر تعیین می‌شود:

$$\vec{n}_a = -\frac{\vec{\nabla} \psi_a}{|\vec{\nabla} \psi_a|} \quad (27)$$

که

$$\vec{\nabla} \psi_a = \sum_b \nabla_b \vec{\nabla}_d W_{ab} \quad (28)$$

می‌باشد. از آنجا که بردار انتقال بر مبنای بردارهای مماسی $\Delta_s \vec{r}$ و نرمال $\Delta_n \vec{r}$ نسبت به سطح آزاد به فرم زیر بیان می‌شوند:

$$\Delta \vec{r}_a = \Delta_n \vec{r} + \Delta_s \vec{r} \quad (29)$$

با استفاده از روابط هندسی، این مؤلفه‌ها با استفاده از بردار نرمال بر سطح آزاد به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\Delta_n \vec{r} = (\Delta \vec{r} \cdot \vec{n}) \vec{n}, \quad \Delta_s \vec{r} = \Delta \vec{r} - (\Delta \vec{r} \cdot \vec{n}) \vec{n} \quad (30)$$

با توجه به این واقعیت که برای ذرات سطح آزاد، انتقال ذرات در جهت عمود بر سطح باید صفر باشد، بردار جابجایی انتقال برای ذرات سطح آزاد و مجاور به آن، به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\delta \vec{r}_{aa'} = \Delta_s \vec{r} = \Delta \vec{r} - (\Delta \vec{r} \cdot \vec{n}) \vec{n} \quad (31)$$

فرم تانسوری رابطه فوق به فرم زیر ارائه می‌شود:

$$\delta \vec{r}_{aa'} = \Delta \vec{r}_a (I_{2 \times 2} - \vec{n}_a \otimes \vec{n}_a) \quad (32)$$

که $\Delta \vec{r}_a$ از رابطه (۲۵) به دست می‌آید. در نهایت، متغیرهای میدانی جریان در موقعیت جدید به فرم زیر اصلاح می‌شوند:

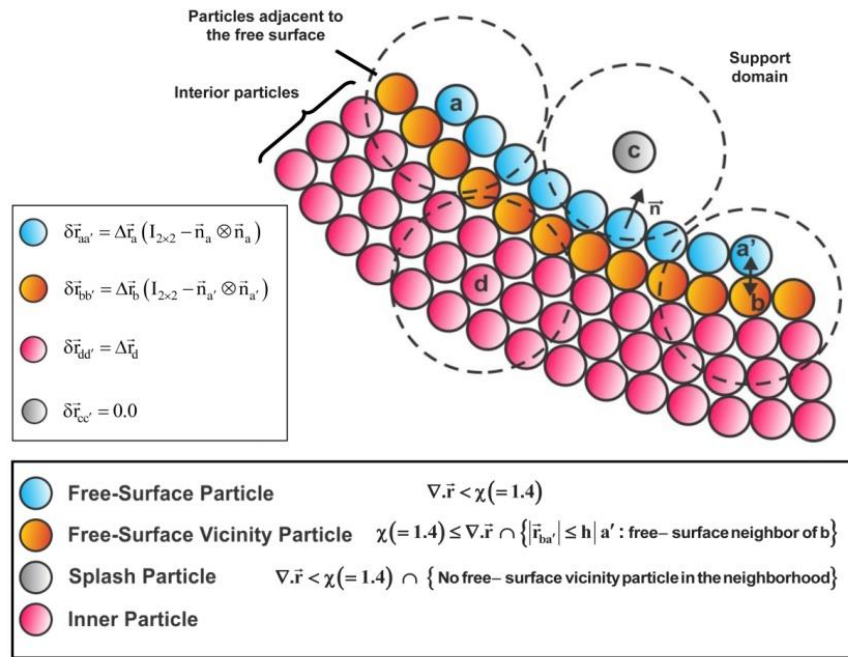
$$\vec{V}_a^f = \vec{V}_a + \Delta \vec{V}_a, \quad \Delta \vec{V}_a = \delta \vec{r}_{aa'} \cdot \langle \nabla \vec{V} \rangle_a \quad (33)$$

$$p_a^f = p_a + \Delta p_a, \quad \Delta p_a = \delta \vec{r}_{aa'} \cdot \langle \nabla p \rangle_a$$

شکل ۱ فرایند انتقال ذرات را برای یک ذره سطح آزاد نشان می‌دهد. ذرات برپایه موقعیتشان همانطور که در شکل ۲ مشخص شده است، در فرایند شبیه سازی به صورت ذرات داخلی، ذرات مجاور به سطح آزاد، ذرات سطح آزاد و ذرات پاشیده شده براساس دیورژانس بردار مکانی $\nabla \cdot \vec{r}$ تعیین می‌شوند. ابتدا ذرات سطح آزاد برپایه مقدار دیورژانس بردار مکانی $\nabla \cdot \vec{r} < \chi$ تعیین شده و بردار نرمال بر سطح آزاد برای آن‌ها به دست می‌آید. سپس ذرات مجاور به سطح آزاد براساس برقراری دو معیار دیورژانس بردار مکانی $\nabla \cdot \vec{r} \geq \chi$ و فاصله مکانی $|\vec{r}_{ab}| < h$ (a' نزدیک‌ترین ذره همسایه در سطح آزاد به ذره b) تعیین شده و بردار نرمال نزدیکترین ذره همسایه واقع بر سطح آزاد به این ذرات اختصاص داده می‌شود. ذرات پاشیده شده ذراتی با

1 Piola-Kirchhoff stress

2 Cauchy stress



شکل ۲. شناسایی نوع ذرات در محاسبه بردار جابجایی ذرات

Fig. 2. Particle status identification to calculate the particle displacement vector.

$$L_a = \left(\frac{d\vec{U}}{d\vec{X}} \right)_a = \sum_{b=1}^{N_b} V_b (\vec{U}_b - \vec{U}_a) \vec{\nabla}_d W_{ab} \quad (40)$$

برای پایداری عددی و جلوگیری از نفوذ غیر فیزیکی، جمله ویسکوزیته مصنوعی به رابطه اندازه حرکت اضافه می‌شود:

$$\Pi_{ab} = \begin{cases} -\alpha \bar{c}_{ab} \phi_{ab} + \beta \phi_{ab}^2 & \text{if } (\vec{r}_{ab} \cdot \vec{u}_{ab}) < 0 \\ 0 & \text{if } (\vec{r}_{ab} \cdot \vec{u}_{ab}) \geq 0 \end{cases} \quad (41)$$

که

$$\phi_{ab} = \frac{h \vec{r}_{ab} \cdot \vec{r}_{ab}}{|\vec{r}_{ab}|^2}, \bar{c}_{ab} = \frac{c_a + c_b}{2} \quad (42)$$

است. در رابطه بالا \bar{c}_{ab} سرعت صوت متوسط بین دو ذره سازه می‌باشد. ویسکوزیته مصنوعی با استفاده از تانسور گرادینان تغییر شکل در پیکربندی اولیه به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$P_{\Pi_{ab}} = |F| \Pi_{ab} F^{-1} \quad (43)$$

با استفاده از تعاریف ارائه شده و تقریب گسسته‌سازی در روش هیدرودینامیک ذرات هموار، رابطه اندازه حرکت سازه با استفاده از پیکربندی اولیه به عنوان مرجع با معرفی تانسور تنش اول پیولا-کیرشهف و ویسکوزیته مصنوعی به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d\vec{u}_a}{dt} = -\sum_{b=1}^{N_b} V_b \left(\frac{P_a^s + P_b^s}{\rho_a} + P_{\Pi_{ab}} \right) \cdot \vec{\nabla}_d W_{0ab} + \vec{a}^{F \rightarrow S} \quad (44)$$

$$F_a = \left(\frac{d\vec{x}}{d\vec{X}} \right)_a = \sum_{b=1}^{N_b} V_b (\vec{x}_b - \vec{x}_a) \vec{\nabla}_d W_{ab} \quad (36)$$

که \vec{x} و \vec{X} به ترتیب بردارهای موقعیت در دستگاه جاری و اولیه می‌باشند. در حالیکه $\vec{\nabla}_d W_{ab}$ گرادینان تابع کرنل متناظر با ذره a و b در پیکربندی اولیه آن‌ها است. تنش کوشی σ_{ij} (i و j بیانگر بردارهای مختصاتی هستند) براساس تانسور کرنش اوپلری ε_{ij} مطابق با قانون هوک برای ماده الاستیک و ایزوتروپ در دو بعد به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (37)$$

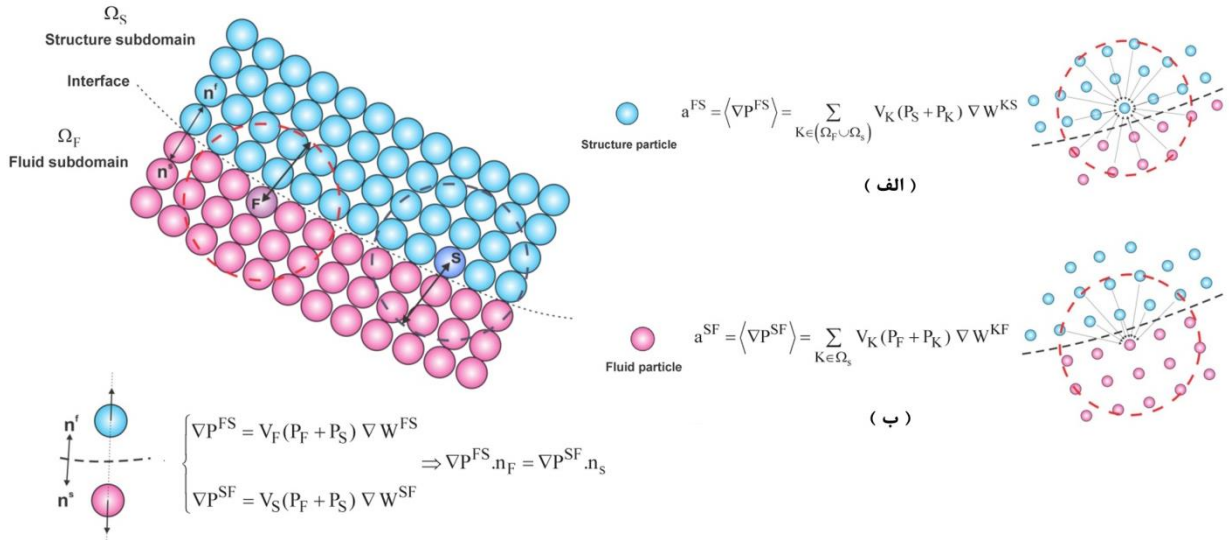
برای مسئله کرنش صفحه‌ای می‌باشد. E و ν به ترتیب نسبت پواسون و مدول یانگ سازه می‌باشند. کرنش‌های اوپلری با استفاده از تانسور گرادینان تغییرشکل تعریف می‌شوند:

$$\varepsilon_a = F_a^{-T} E_a F_a^T \quad (38)$$

که تانسور کرنش گرین-لاگرانژ E_a ، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$E_a = \frac{1}{2} (L_a^T + L_a + L_a^T L_a) \quad (39)$$

در رابطه بالا، تانسور گرادینان جابجایی برای ذره L_a ، براساس بردار جابجایی \vec{U} تعیین می‌شود:



شکل ۳: نمای شماتیک از مدل کوپل سیال - سازه و محاسبه شتاب اندرکنش برای ذره سیال و ذره سازه (الف) محاسبه شتاب اعمالی بر ذره سازه (ب) اعمال سرعت و فشار ذرات سازه در محاسبه معادله پواسون و شتاب اعمالی بر ذره سیال

Fig. 3. Schematic View of the coupling model between fluid-structure. a) The acceleration applied to the structure particle. b) Using the velocity and pressure of structure particles in the calculation of the Poisson equation.

نرمال تنش‌های کوشی در سیال و سازه در مرز سیال - سازه پیوسته هستند. در مسائل مربوط به جریان آب - سازه اثر ویسکوزیته سیال و کشش سطحی کوچک است از اینرو فشار در طول مرز، پیوسته در نظر گرفته می‌شود. با بکارگیری روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر، نیروی اندرکنش بین سیال - سازه روی همه ذرات مجاور به یکدیگر بدون توجه به ماهیت آن‌ها، گرادیان فشار در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر، موقعیت و سرعت ذرات سازه بعنوان شرط مرزی در محاسبه میدان فشار سیال با استفاده از معادله پواسون فشار به کار گرفته می‌شود. این امر تضمین می‌کند که میدان سرعت سیال، دیورژانس آزاد باقی بماند و همچنین نیاز به اتخاذ هرگونه نیروی دافعه در اندرکنش سیال - سازه که می‌تواند منجر به خطای عددی در محاسبه فشار شود، را برطرف می‌کند.

با محاسبه میدان فشار سیال و سازه، ترم اندرکنش در معادله اندازه سیال و سازه مبتنی بر مقدار گرادیان فشار بین ذرات سیال و سازه، تعیین می‌گردد. از اینرو، مؤلفه‌های نیروی اندرکنش عمود بر سطح اندرکنش سیال - سازه، با یکدیگر برابر بوده، در جهت مخالف یکدیگر هستند. براین اساس:

$$\vec{\nabla} p_{F \rightarrow S} \cdot n_F = \vec{\nabla} p_{S \rightarrow F} \cdot n_S \quad (46)$$

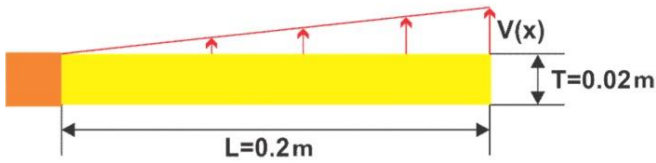
با توجه به شرط مرزی بدون لغزش در سطح اندرکنش سیال - سازه، رابطه (۴۶) پیوستگی تنش نرمال را در سطح اندرکنش نشان

که $\vec{\nabla} W_{0ab}$ گرادیان تابع کرنل براساس پیکربندی اولیه ذرات سازه می‌باشد. با تعیین میدان جابجایی و اعمال روش تفاضل مرکزی برای هر گام زمانی داریم:

$$U_{n+1} = \frac{4}{2 + \xi \Delta t} U_n + \frac{\xi \Delta t - 2}{2 + \xi \Delta t} U_{n-1} + \frac{2 \Delta t^2}{2 + \xi \Delta t} \ddot{U}_n \quad (45)$$

که ξ ضریب تناسب جرم در مدل میرایی رایلی می‌باشد که در مطالعه حاضر $\xi = 6$ در نظر گرفته می‌شود.

۲-۶ مدل اندرکنش سیال - سازه برای مدل سیال واقعاً تراکم‌ناپذیر اگر چه برای حل معادلات حاکم بر دو محیط سیال و سازه از روش هیدرودینامیک ذرات هموار استفاده می‌شود ولی دو رویکرد کاملاً مجزا از نظر عددی هستند. از اینرو باید با شیوه‌ای صحیح از نظر فیزیکی و قابل اجرا از نظر ریاضی با یکدیگر کوپل شوند. شیوه اتخاذ شده برای کوپل شدن این دو محیط در ادامه بیان و در شکل ۳ قابل مشاهده می‌باشد. در مرز بین سیال - سازه، مؤلفه‌های سرعت مماسی و عمودی باید پیوسته باشند. استفاده از میدان سرعت سازه، شرط مرزی مناسب را برای جریان سیال میسر می‌کند بعبارتی دیگر، ذرات سازه به منظور تکمیل دامنه پوشش ذرات سیال استفاده شده و بعنوان مرز متحرک برای معادلات حاکم سیال استفاده می‌شوند. از میدان فشار ذرات سازه واقع در دامنه پوشش ذرات سیال برای محاسبه گرادیان فشار سیال استفاده می‌شود (شکل ۳ ب). اساساً، مؤلفه‌های



شکل ۴: مسئله دینامیکی صفحه الاستیک تحت توزیع سرعت گسترده
Fig. 4. Schematic sketch of dynamic problem: the free oscillation of an elastic plate.

$L = 0.2\text{ m}$ و ضخامت $T = 0.02\text{ m}$ با یک لبه گیردار و دیگر لبه‌های آزاد به کار گرفته شد (شکل ۴).

صفحه الاستیک با سرعت عمودی ابتدایی توزیع شده به فرم زیر در نظر گرفته می‌شود [۲۹]:

$$V_y(x) = V_{0L} c_0 \frac{f(x)}{f(L)} \quad (49)$$

$$f(x) = (\cos kL + \cosh kL)(\cosh kx - \cos kx) + (\sin kL - \sinh kL)(\sinh kx - \sin kx) \quad (50)$$

که $kL = 1/875$ است. سرعت ابتدایی انتهای آزاد $V_{0L} = 0.1$ و $c_0 = \sqrt{K/\rho}$ سرعت صوت می‌باشد که K مدول بالک صفحه الاستیک است. برای مقایسه با نتایج [۶ و ۱۱ و ۱۴]، خصوصیات صفحه الاستیک برابر با $\rho_s = 1000\text{ kg m}^{-3}$ ، $K = 3/25\text{ MPa}$ و $\nu = 0.3975$ در نظر گرفته شد. شکل ۵ پیکربندی تغییرشکل یافته صفحه الاستیک را برای $\alpha_{II} = 0.2$ و $\beta_{II} = 0.4$ در بیشینه خیز در لحظه 0.065 ثانیه نشان می‌دهد.

در جدول ۱، نتایج شبیه سازی مطالعه حاضر با جواب تحلیلی [۲۹] و نتایج عددی دیگر محققان [۶ و ۱۱ و ۱۴] که این مسئله را با نگرش‌های متفاوت بر پایه روش هیدرودینامیک ذرات هموار بررسی کرده‌اند، مقایسه شده است.

قابلیت الگوریتم پیشنهاد شده در تحلیل مسائل اندرکنش سیال-سازه از طریق چند نمونه مسئله کاربردی ارزیابی شده است.

۳-۱- شکست سد آب از طریق یک دریچه الاستیک

مسئله جریان شکست سد آب از طریق یک دریچه الاستیک جهت مقایسه با نتایج آزمایشگاهی ارائه شده در و نتایج عددی در نظر گرفته شد. پیکربندی اولیه مسئله در شکل ۶ نشان داده شده است. آب با چگالی $\rho_f = 1000\text{ kg m}^{-3}$ و ویسکوزیته دینامیکی

می‌دهد. قابل ذکر است که ترم اندرکنش به دست آمده بر مبنای گرادیان فشار برای یک ذره سازه به فرم زیر می‌باشد:

$$a_{F \rightarrow S} = -\frac{\nabla p_s}{\rho_s} = -\frac{1}{\rho_s} \sum_{K \in \Omega} \nabla p_{Ks}; \quad \Omega = \Omega_F \cup \Omega_s \quad (47)$$

که K بیانگر تمامی ذرات سیال و سازه همسایه با ذره سازه مربوطه می‌باشد (شکل ۳ الف). بدین ترتیب تبادل اطلاعات سینماتیکی و دینامیکی در مرز، منجر به یک فرایند کاملاً کوپل شده برای سیستمی با چند فیزیک می‌شود. این امر، نیاز مدل را به فرایند هموارسازی سرعت در مرز برطرف کرده، پروفیل واقعی سرعت حفظ می‌شود.

۲-۷- شرط اندازه گام زمانی

در روش هیدرودینامیک ذرات هموار شده، اندازه گام زمانی با شرط کورانت-فردریش-لوی^۲ تعیین می‌شود:

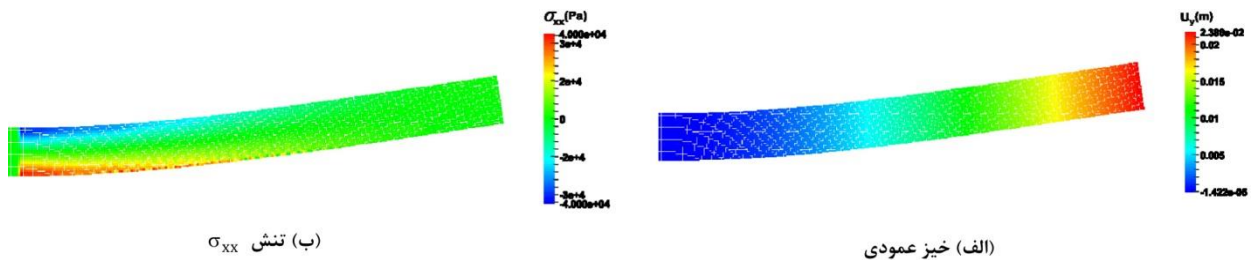
$$\Delta t = Cr \cdot \frac{h}{U} \quad (48)$$

که Cr عدد کورانت و U سرعت مشخصه مدل می‌باشد. در روش هیدرودینامیک ذرات هموار، سازه و سیال از سرعت‌های مشخصه متفاوتی در فرمول‌بندی خود بهره می‌گیرند. سرعت مشخصه در سازه، سرعت صوت c می‌باشد در حالیکه برای جریان سیال از بیشینه سرعت سیال U_{Max}^F در هر گام زمانی استفاده می‌شود. از اینرو گام‌های زمانی مجاز برای سازه نسبت به سیال کوچکتر است. بنابراین، با استفاده از اندازه گام‌های زمانی جداگانه برای دو محیط، دستاوردهای قابل توجهی را می‌توان به دست آورد. در این مطالعه، برای تمامی شبیه سازی‌های اندرکنش سیال-سازه، اندازه گام زمانی سازه Δt_s برابر با $0.1 \Delta t_F$ قرار داده شد. یعنی معادلات حاکم بر سیال، به ازای هر ۱۰۰ گام زمانی سازه، به روز شده است. از طرح‌های زمانی جداگانه بطور گسترده، در شبیه سازی‌های چند مقیاسی استفاده می‌شود.

۳- کاربردهای عددی

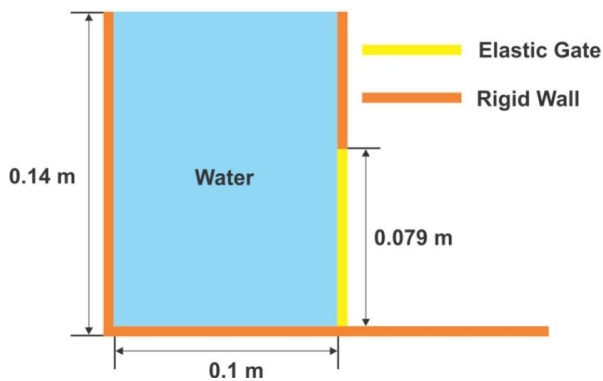
به منظور اعتبارسنجی روش تحلیل سازه، مدل سازه‌ای حاضر در شبیه سازی دینامیکی نوسان آزاد یک صفحه الاستیک به طول

1 Smoothed-Particle Hydrodynamics (SPH)
 2 Courant-Friedrichs-Lewy condition



شکل ۵: پاسخ دینامیکی صفحه الاستیک تحت نوسان آزاد الف: توزیع خیز عمودی ب: توزیع تنش σ_{xx} در لحظه ۰/۰۶۵ ثانیه

Fig. 5. Dynamic response of elastic plate under free oscillation. a) Vertical displacement distribution b) σ_{xx} distribution



شکل ۶: نمای شماتیک مسئله شکست سد آب همراه با دریچه الاستیک
Fig. 6. Schematic sketch of the breaking-dam flow through an elastic gate

جدول ۱: مقایسه نتایج مسئله صفحه الاستیک تحت نوسان با جواب تحلیلی و نتایج عددی محققان دیگر

Table 1. Comparison of dynamic test results with analytic solution and other researchers' results.

دامنه بی بعد		دوره تناوب بی بعد		
خطا (%)	A/L	خطا (%)	tc/L	
-	۰/۱۱۵	-	۷۲/۳۹	جواب تحلیلی [۲۹]
۳/۴۸	۰/۱۱۹	۲/۳۶	۷۴/۱۰	مطالعه حاضر
۷/۸۳	۰/۱۲۴	۱۲/۵۸	۸۱/۵	آنتوچی و همکاران [۶]
۹/۵۷	۰/۱۲۶	۱۳/۵۵	۸۲/۲	رفیعی و همکاران [۱۱]
۸/۷	۰/۱۲۵	۱۳/۲۷	۸۲	گری و همکاران [۱۴]

خیز خود می‌رسد.

نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی برای تحلیل اندرکنش سازه-سیال، دقت قابل قبولی را برای تعیین جابجایی انتهای آزاد دریچه الاستیک فراهم می‌کند. لازم به ذکر است که تفاوت بین نتایج مطالعه حاضر و آزمایش آنتوچی و همکاران به علت رفتار غیر خطی دریچه لاستیکی در آزمایش است.

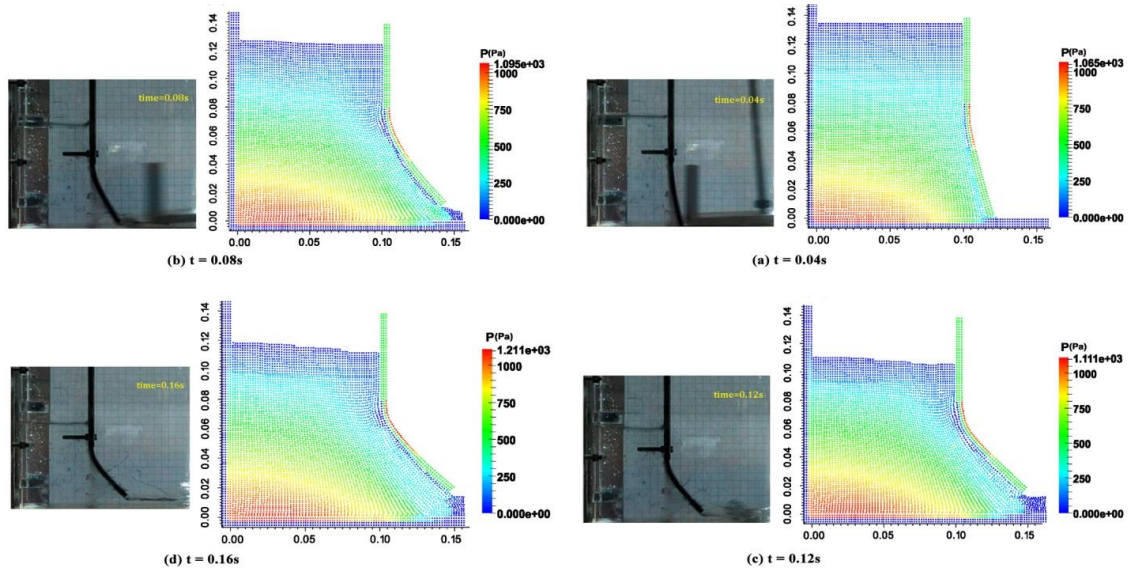
۲-۳- شکست سد آب روی مانع الاستیک

به منظور بررسی اندرکنش سیال-سازه الاستیک با سطح آزاد، برخورد یک ستون آب با مانع الاستیک مورد تحلیل قرار گرفت. پیکربندی مسئله در شکل ۱۰ آورده شده است. یک ستون آب با چگالی $\rho_f = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ و ویسکوزیته دینامیکی $\mu_f = 1/0 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$ در تعادل هیدروستاتیکی درون یک مخزن قرار داد و یک مانع الاستیک با چگالی $\rho_s = 2500 \text{ kg m}^{-3}$ ، مدول یانگ $E = 1 \text{ MPa}$ و نسبت پواسون $\nu = 0/0$ در وسط مخزن از پایین گیردار شده است. مانع الاستیک، دارای عرض $b = 1/2 \text{ cm}$ و ارتفاع $H = 2/3 b$ می‌باشد. سرعت صوت سیال $c_f = 50 \text{ ms}^{-1}$

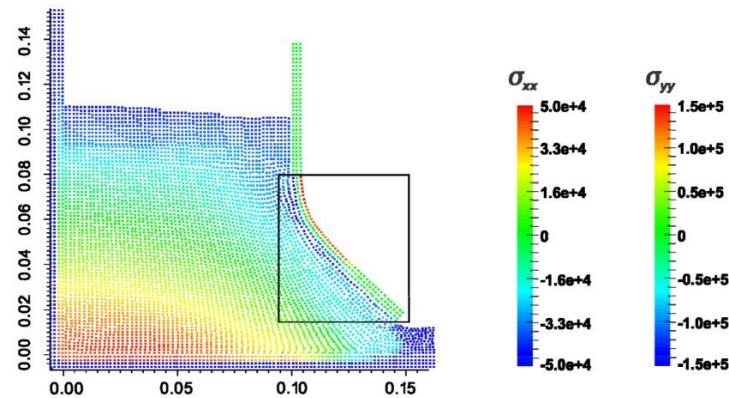
با یک $\mu_f = 1/0 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$ درون یک مخزن با دیواره‌های صلب با یک دریچه الاستیک به ضخامت $T = 5 \text{ mm}$ و چگالی $\rho_s = 1100 \text{ kg m}^{-3}$ با مدول یانگ $E = 12 \text{ MPa}$ و نسبت پواسون $\nu = 0/4$ می‌باشد که از بالا گیردار شده است.

مقایسه بین نتایج آزمایشگاهی و شبیه سازی عددی در شکل ۷ بازای هر $0.4/0$ ثانیه مشاهده می‌شود. بازشدگی دریچه و جریان آب بر اثر فشار هیدرواستاتیک آن می‌باشد. با افزایش میزان بازشدگی دریچه، میزان نشت آب شدت می‌یابد. بعد از گذشت $t \approx 0/14 \text{ s}$ ، فشار اعمالی بر پشت دریچه بعلت پایین آمدن سطح آب کاهش می‌یابد. بنابراین دریچه به آرامی به شکل ابتدایی خود باز می‌گردد. توزیع تنش σ_{xx} و σ_{yy} برای سازه الاستیک در خیز بیشینه در لحظه $t = 0/14 \text{ s}$ در شکل ۸ نشان داده شده است.

شکل‌های ۹ الف و ۹ ب جابجایی‌های افقی و عمودی انتهای آزاد دریچه را بر حسب زمان به منظور مقایسه با نتایج آنتوچی [۶] (آزمایشگاهی و نگرش تراکم‌پذیر ضعیف)، خیر [۱۲] و رفیعی [۱۱] (نگرش تراکم‌ناپذیر - تراکم‌پذیر ضعیف) نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود در لحظه $t \approx 0/14 \text{ s}$ ، صفحه الاستیک به بیشینه

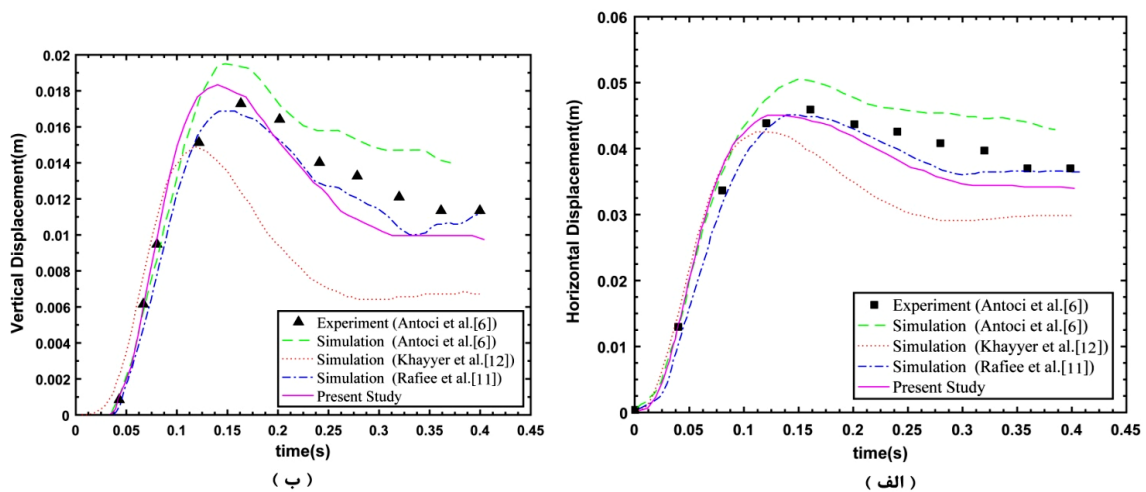


شکل ۷: مقایسه کیفی نتایج شبیه سازی با تصاویر لحظه‌ای متناظر آن بازای هر ۰/۰۴ ثانیه برای مسئله شکست سد آب با دریچه الاستیک
 Fig. 7. Qualitative comparison between simulation snapshots and its corresponding photographs for every 0.04 second in breaking-dam flow through an elastic gate

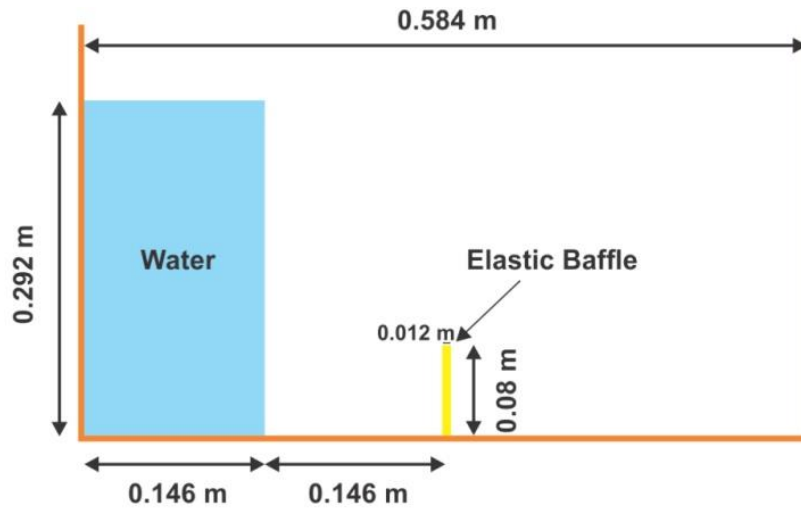


شکل ۸: توزیع تنش σ_{xx} و تنش σ_{yy} سازه الاستیک برای مسئله شکست سد با دریچه الاستیک در لحظه $t = 0.14s$

Fig. 8. The distribution of stresses σ_{xx} and σ_{yy} for the elastic structure at $t = 0.14s$

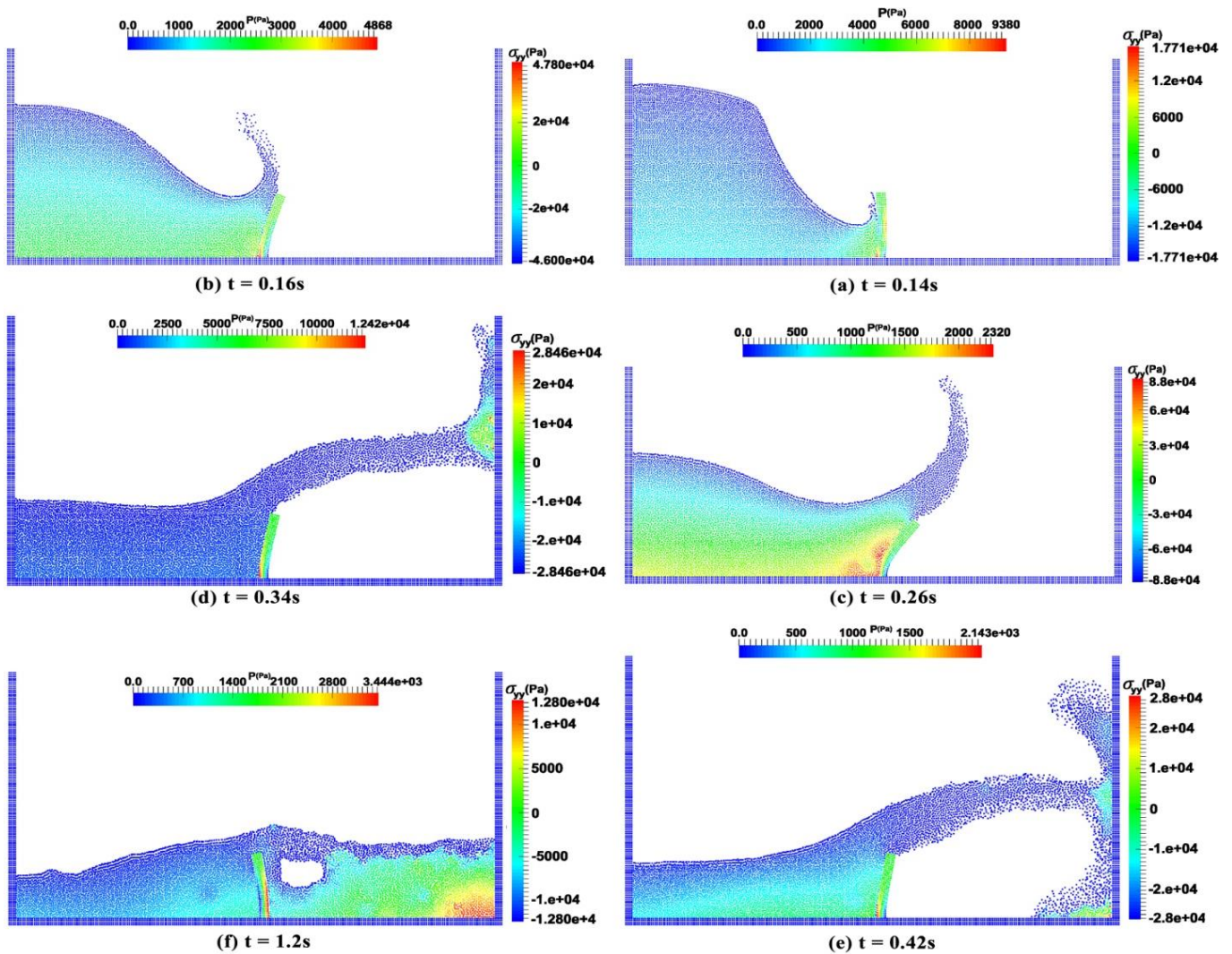


شکل ۹: جابجایی افقی و عمودی انتهای آزاد دریچه الاستیک در مسئله شکست سد و مقایسه نتایج مطالعه حاضر با نتایج آزمایشگاهی و عددی
 Fig. 9. Vertical and horizontal displacements of the gate's free end in breaking-dam flow problem and comparison presented results with others



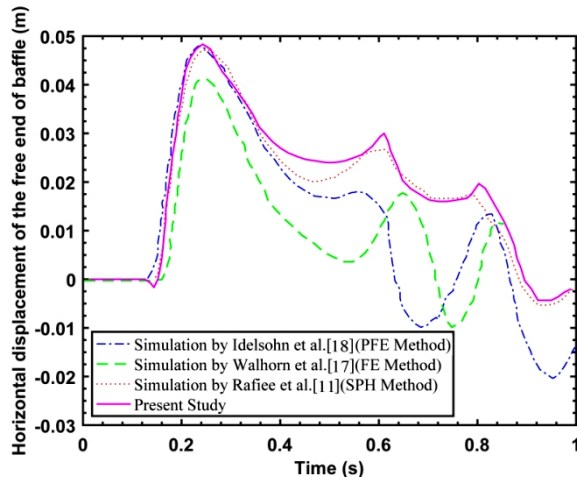
شکل ۱۰: نمای شماتیک مسئله شکست آب روی مانع الاستیک

Fig. 10. Schematic sketch of breaking dam on an elastic baffle



شکل ۱۱: شبیه سازی مسئله شکست سد آب روی مانع الاستیک و توزیع فشار سیال و تنش سازه الاستیک

Fig. 11. Numerical simulation results of the breaking-dam flow on an elastic baffle problem – fluid pressure field and stress of structure



شکل ۱۲: جابجایی انتهای آزاد مانع الاستیک در مسئله شکست سد و مقایسه نتایج مطالعه حاضر با نتایج عددی دیگر محققان

Fig. 12. The displacement of the baffle's free end in breaking-dam flow problem and comparison with other numerical results

دینامیک سازه الاستیک با روش کاملاً لاگرانژی هیدرودینامیک ذرات هموار تحلیل شد. در روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر، توزیع منظم ذرات در تولید یک میدان فشار بدون اغتشاش و همچنین پایداری و همگرایی شبیه‌سازی‌ها مؤثر است. ژو و همکاران [۲۶] در مطالعه خود، یک راهکار مناسب با عنوان جابجایی ذرات در جهت جلوگیری از ناپایداری‌های عددی پیشنهاد دادند. با این وجود به دلیل ناکامل بودن دامنه پوشش کرنلی ذرات واقع در سطح آزاد و مجاور به سطح آزاد، خطاهای عددی منجر به عدم تشکیل مناسب مرز اندرکنش سیال با سطح آزاد می‌شود ولی در این تحقیق، با ارائه یک الگوریتم جدید و در نظر گرفتن عدم جابجایی ذرات واقع در سطح آزاد و مجاور به آن در جهت نرمال بر سطح و اختصاص یک ضریب اصلاحی به آن‌ها، یک طرح بهینه برای منظم‌سازی توزیع ذرات تبیین شد. این الگوریتم بدون نیاز به انتخاب پارامتر جدید، به تشکیل یک میدان فشار هموار و یکنواخت در سیال و همچنین در مرز اندرکنش آن با سازه می‌انجامد. مدل سازه با استفاده از یک مسئله دینامیکی برای سازه الاستیک و مقایسه با نتایج تحلیلی آن، اعتبار سنجی شد. سپس مدل عددی کوپل بین سیال-سازه و الگوریتم پیشنهادی در روش جابجایی ذرات، با شبیه‌سازی چند نمونه مسئله کاربردی در ارتباط با اندرکنش سیال-سازه مورد ارزیابی واقع شد. نتایج شبیه‌سازی در مطالعه حاضر با نتایج تحلیلی، آزمایشگاهی و همچنین نتایج عددی دیگر محققان مقایسه شد. تطابق نتایج ارائه شده در مطالعه حاضر

فاصله ابتدایی بین ذرات $\Delta x = 2/4 \text{ mm}$ در نظر گرفته شد.

این مسئله توسط دیگر محققان با استفاده از روش‌های المان محدود^۱ [۱۷] و المان محدود ذره‌ای^۲ [۱۸] مورد بررسی قرار گرفته است. گرچه هیچ نتیجه آزمایشگاهی برای این مسئله وجود ندارد. با این وجود پروفیل سطح آزاد و تغییرشکل مانع الاستیک با فیزیک حاکم بر مسئله مطابقت دارد. شکل ۱۱ میدان فشار سیال و مؤلفه تنش σ_{yy} سازه الاستیک را نشان می‌دهد. هنگامی که سیال در معرض مانع قرار می‌گیرد، ابتدا به علت ضربه سیال بر بخش پایینی مانع، انتهای آزاد آن به سمت چپ منحرف می‌شود و با افزایش مقدار آب پشت مانع، مانع به راست حرکت می‌کند. حداکثر انحراف مانع به سمت راست زمانی است که جت آب از بالای آن عبور کرده و سمت چپ مانع کاملاً تحت فشار سیال باشد. برخورد سیال موجب نوسان مانع می‌شود که با قرار گرفتن سیال در دو طرف مانع بطور تدریجی میرا می‌شود.

شکل ۱۲ جابجایی افقی انتهای چپ آزاد مانع الاستیک را بر حسب زمان به منظور مقایسه با نتایج والهورن^۳ [۱۷] (روش المان محدود)، آدلسون^۴ [۱۸] (روش المان محدود ذره‌ای) و رفیعی [۱۱] (نگرش تراکم‌ناپذیر - تراکم‌پذیر ضعیف) نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که منحنی‌ها تا اولین پیک با یکدیگر مطابقت دارند. نتایج والهورن جابجایی بیشینه را حدوداً ۲۰ درصد کمتر پیش بینی می‌کند. با گذشت زمان، نتایج اختلاف پیدا می‌کنند با این وجود دومین پیک در زمانی نسبتاً مشابه در مقایسه با دیگر مطالعات رخ می‌دهد.

۴- نتیجه گیری

تمرکز مطالعه حاضر روی توسعه، اعتبارسنجی و کاربرد یک روش محاسباتی بدون مش برای شبیه‌سازی جریان سیالات تراکم‌ناپذیر در اندرکنش با سازه‌های قابل تغییرشکل الاستیک می‌باشد. از اینرو یک مدل کوپل عددی بر پایه روش هیدرودینامیک ذرات هموار جهت بررسی اندرکنش سیال-سازه توسعه داده شد. برای مدل‌سازی سیال از روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر، در تعیین میدان فشار برای ایجاد میدان سرعت دیورژانس آزاد استفاده شد؛ در حالیکه

- 1 Finite Element Method (FEM)
- 2 Particle Finite Element Method (PFEM)
- 3 Walhorn
- 4 Idelsohn

با داده‌های دیگر محققان، توانایی مدل پیشنهادی را در شبیه سازی پدیده اندرکنش سیال-سازه نشان داد. با بررسی پروفیل جریان سیال در مرز اندرکنش با سازه و سطح آزاد، پایداری و قابلیت الگوریتم منظم سازی توزیع ذرات نشان داده شد.

فهرست علائم

علائم انگلیسی	
A	متغیر میدانی
\bar{a}	شتاب،
c	سرعت صوت
E	مدول الاستیسیته
E_a	تانسور کرنش گرین-لاگرانژ
F	تانسور گرادیان تغییرشکل
\bar{g}	شتاب گرانشی
H	ارتفاع
h	طول هموار دامنه پوشش
K	مدول بالک
L	تانسور گرادیان جابجایی
P	تانسور تنش پیولا-کرشلف
p	فشار
q	متغیر بی بعد تابع کرنل
\bar{r}	بردار موقعیت
T	ضخامت
t	زمان
\bar{U}	بردار جابجایی
\bar{u}	بردار سرعت
V	حجم
\bar{X}	بردار موقعیت در دستگاه اولیه
\bar{x}	بردار موقعیت در دستگاه جاری
$W(q, h)$	تابع هموار کرنل
z	ثابت اسماگورینسکی
علائم یونانی	
α, β	ضرایب ثابت
ε	تانسور کرنش اوپلری

ε	تانسور نرخ کرنش
η	مقدار ثابت
μ	ویسکوزیته دینامیکی
ν	ویسکوزیته جنبشی
χ	مقدار ثابت
ξ	ضریب تناسب جرم
Π	ویسکوزیته مصنوعی
φ	متغیر میدانی
ν	نسبت پواسون
ρ	چگالی
σ	تنش کوشی
زیرنویس	
a, b, a'	شماره ذره
f	سیال
i, j	محورهای مختصاتی
s	سازه

مراجع

- [1] U. Langer, H. Yang, Numerical simulation of fluid-structure interaction problems with hyperelastic models: A monolithic approach, *Mathematics and Computers in Simulation*, 145 (2018) 186-208.
- [2] J. Nunez-Ramirez, J.C. Marongiu, M. Brun, A. Combescure, A partitioned approach for the coupling of SPH and FE methods for transient nonlinear FSI problems with incompatible time-steps, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 109(10) (2017) 1391-1417.
- [3] Y. He, A.E. Bayly, A. Hassanpour, Coupling CFD-DEM with dynamic meshing: A new approach for fluid-structure interaction in particle-fluid flows, *Powder Technology*, 325 (2018) 620-631.
- [4] H. Gotoh, T. Sakai, Key issues in the particle method for computation of wave breaking, *Coastal Engineering*, 53(2-3) (2006) 171-179.
- [5] S.-C. Hwang, A. Khayyer, H. Gotoh, J.-C. Park, Development of a fully lagrangian MPS-based coupled

- unified stability analysis of meshless particle methods, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 48(9) (2000) 1359-1400.
- [16] J. Lin, H. Naceur, D. Coutellier, A. Laksimi, Geometrically nonlinear analysis of two-dimensional structures using an improved smoothed particle hydrodynamics method, *Engineering Computations*, 32(3) (2015) 779-805.
- [17] E. Walhorn, A. Kölke, B. Hübner, D. Dinkler, Fluid–structure coupling within a monolithic model involving free surface flows, *Computers & structures*, 83(25-26) (2005) 2100-2111.
- [18] S. Idelsohn, J. Marti, A. Souto-Iglesias, E. Onate, Interaction between an elastic structure and free-surface flows: experimental versus numerical comparisons using the PFEM, *Computational Mechanics*, 43(1) (2008) 125-132.
- [19] H. Gotoh, T. Shibahara, T. Sakai, Sub-particle-scale turbulence model for the MPS method-Lagrangian flow model for hydraulic engineering, *Advanced methods in computational fluid dynamics*, 9 (2001) 339-347.
- [20] G.-R. Liu, M.B. Liu, *Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method*, World Scientific, 2003.
- [21] J.P. Morris, P.J. Fox, Y. Zhu, Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH, *Journal of computational physics*, 136(1) (1997) 214-226.
- [22] G. Oger, M. Doring, B. Alessandrini, P. Ferrant, An improved SPH method: Towards higher order convergence, *Journal of Computational Physics*, 225(2) (2007) 1472-1492.
- [23] S.J. Cummins, M. Rudman, An SPH projection method, *Journal of computational physics*, 152(2) (1999) 584-607.
- [24] S. Shao, E.Y. Lo, Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface, *Advances in water resources*, 26(7) (2003) 787-800.
- [25] X. Hu, N.A. Adams, An incompressible multi-phase method for simulation of fluid–structure interaction problems, *Journal of Fluids and Structures*, 50 (2014) 497-511.
- [6] C. Antoci, M. Gallati, S. Sibilla, Numerical simulation of fluid–structure interaction by SPH, *Computers & Structures*, 85(11-14) (2007) 879-890.
- [7] R.A. Gingold, J.J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars, *Monthly notices of the royal astronomical society*, 181(3) (1977) 375-389.
- [8] W. Hu, G. Guo, X. Hu, D. Negrut, Z. Xu, W. Pan, A consistent spatially adaptive smoothed particle hydrodynamics method for fluid–structure interactions, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 347 (2019) 402-424.
- [9] E.-S. Lee, C. Moulinec, R. Xu, D. Violeau, D. Laurence, P. Stansby, Comparisons of weakly compressible and truly incompressible algorithms for the SPH mesh free particle method, *Journal of computational Physics*, 227(18) (2008) 8417-8436.
- [10] M. Rezavand, M. Taeibi-Rahni, W. Rauch, An ISPH scheme for numerical simulation of multiphase flows with complex interfaces and high density ratios, *Computers & Mathematics with Applications*, 75(8) (2018) 2658-2677.
- [11] A. Rafiee, K.P. Thiagarajan, An SPH projection method for simulating fluid-hypoelastic structure interaction, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(33-36) (2009) 2785-2795.
- [12] A. Khayyer, H. Gotoh, H. Falahaty, Y. Shimizu, An enhanced ISPH-SPH coupled method for simulation of incompressible fluid-elastic structure interactions, *Computer Physics Communications*, (2018).
- [13] N. Tsuruta, A. Khayyer, H. Gotoh, A short note on dynamic stabilization of moving particle semi-implicit method, *Computers & Fluids*, 82 (2013) 158-164.
- [14] J. Gray, J. Monaghan, R. Swift, SPH elastic dynamics, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 190(49-50) (2001) 6641-6662.
- [15] T. Belytschko, Y. Guo, W. Kam Liu, S. Ping Xiao, A

- Computational Physics, 231(4) (2012) 1499-1523.
- [28] A. Skillen, S. Lind, P.K. Stansby, B.D. Rogers, Incompressible smoothed particle hydrodynamics (SPH) with reduced temporal noise and generalised Fickian smoothing applied to body–water slam and efficient wave–body interaction, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 265 (2013) 163-173.
- [29] L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *Theory of Elasticity: Course of Theoretical Physics*, Pergamon Press, Oxford, 1986.
- SPH method, *Journal of computational physics*, 227(1) (2007) 264-278.
- [26] R. Xu, P. Stansby, D. Laurence, Accuracy and stability in incompressible SPH (ISPH) based on the projection method and a new approach, *Journal of computational Physics*, 228(18) (2009) 6703-6725.
- [27] S. Lind, R. Xu, P. Stansby, B.D. Rogers, Incompressible smoothed particle hydrodynamics for free-surface flows: A generalised diffusion-based algorithm for stability and validations for impulsive flows and propagating waves, *Journal of*