



## Optimization of Influence Parameters on Thermal Buckling of Hybrid Composite Plates with Cutout Using Genetic Algorithm

S. Mahdavi, A. Shaterzadeh\*, M. Jafari

Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

**ABSTRACT:** Optimization in the design and maintenance of many engineering systems, economic and even social has been used to minimize the cost or maximize profits. In the buckling analysis, the hybrid composite plates with cutout, the effective parameters on buckling are the cutout geometry, fiber angle, cutout size to plate size ratio, bluntness of cutout corners, and rotation angle of cutout. Therefore, in this study, using genetic algorithm method an attempt has been made to introduce the optimum parameters to achieve the Maximum amount of critical buckling temperature of hybrid composite plate with polygonal cutouts in different boundary conditions and stacking sequences, which are subject to uniform temperature rise. The cutouts in this study are circular, pentagonal, and hexagonal. The solving method used to analyze this study is the finite element based on the energy method. Also, the theory used in this paper is the first-order shear deformation theory. The results presented in this case show that by choosing the appropriate shape of cutout and the optimal selection of parameters affecting buckling, the plate's resistance to thermal buckling can be increased. It was also found that stacking sequences and boundary conditions have a significant effect on the critical buckling temperature of a hybrid composite plate with cutout.

### Review History:

Received: 2018/12/26

Revised: 2019/04/14

Accepted: 2019/05/05

Available Online: 2019/05/12

### Keywords:

Thermal buckling

Finite element method

Optimization

Genetic algorithm

Composite plate

### 1- Introduction

In different industries, for easy access to various engineering systems, inspection of damages, transmission of pipes carrier fuel, and decreases weight use from perforated plates. These types of plates in various thermal environments are often exposed to thermal loads, which can result in thermal buckling. Therefore, looking at the thermal buckling behavior of plates containing cutouts in order to achieve effective and efficient design seems necessary. For a plate without cutout under uniform heat loading, the stress field is the uniform throughout the plate, so that analytical buckling solutions can easily be obtained. The presence of cutout on the plate causes the stress field to become uneven. Hence, for a plate with cutout buckling analysis is extremely difficult and various numerical methods for analyzing such plates have been developed. The genetic algorithm (GA) uses biological evolution inspired methods. Therefore, a random search is the basis of its work. A large number of numerical and analytical studies have been carried out to check the buckling of the plates under thermal and mechanical loads, but limited studies have been done to optimize the parameters affecting the buckling of such plates with different algorithms. The study of buckling structures has a very long history. Shaterzadeh et al. [1] analyzed the thermal buckling of multilayered composite plates with circular cutout using finite element

method and first order shear deformation theory. Optimization of multilayer banding for maximizing buckling load using an ant colony optimization method, used by Aymerich and Serra [2]. Vosoughi et al. [3] calculated the maximum buckling load of reinforced composite plates by combining finite element method and improved genetic algorithm method.

### 2- Methodology

A four-layer hybrid composite plate with a cutout in its center is assumed. This plate is under increasing uniform temperature. The displacement field is considered in accordance with the first-order shear deformation theory. Because the existence of a cutout on the plate prevents the creation of a uniform square element, therefore, the tetrahedral elements are used to model the finite element of the problem. On the other hand, due to the integration problems of the tetrahedral elements, an isoparametric elemental formulation is used according to reference [4]. After writing the relation of potential energy in terms of the displacement parameters in accordance with the principle of minimum potential energy, in equilibrium, the energy potential derivative of the whole system respected to vector displacement is equal to zero. Then, the matrixes of the stiffness and thermal force vector are calculated for each element and finally assembled for the entire structure. After calculating the pre-buckling

\*Corresponding author's email: ar.shaterzadeh@gmail.com



displacement vector, using the geometric stiffness matrix, it can obtain the temperature of the buckling. This procedure is used in the genetic algorithm. The genetic algorithm is based on Darwin's evolutionary theory, and the solution to the problem solved by the genetic algorithm is gradually improving. The genetic algorithm begins with a set of answers that are displayed through chromosomes. This set of answers is called the primitive population. Then a good number of pairs of chromosomes are selected based on their fitness to be used later. Chromosomes that have high levels of compliance can be selected several times in the production process, while chromosomes whose levels of fitness are low may never be selected. In the sequel, the crossover operates with the probability of crossover on the parent's chromosomes and, by combining them, produces new chromosomes (sons). Then, the mutation operator with the probability of mutation on the chromosomes derived from the combination action is performed, and by changing the genes of these chromosomes, a way to enter new information. The new population is then selected to enter the next step of the algorithm. This is done by comparing the fitness of chromosomes and selecting more suitable chromosomes. Eventually, all new population will be evaluated. If the termination conditions are provided, the algorithm ends, otherwise the population will be used as the initial population for the next step.

### 3- Results and Discussion

With reference to Fig. 1 it can be seen that for pentagonal cutouts, the rotation angle of  $135^\circ$  and  $157.5^\circ$ , for hexagonal cutouts, the rotation angle of  $157.5^\circ$  and  $0^\circ$  respectively leads to the highest and lowest critical buckling temperature. An interesting result is that the rotation angle of  $157.5^\circ$  for the pentagon cutouts is the worst and for the hexagonal cutouts the best position is the cutout position. In addition, plates with pentagonal cutouts have a better position than the plate with hexagonal cutouts against thermal buckling.

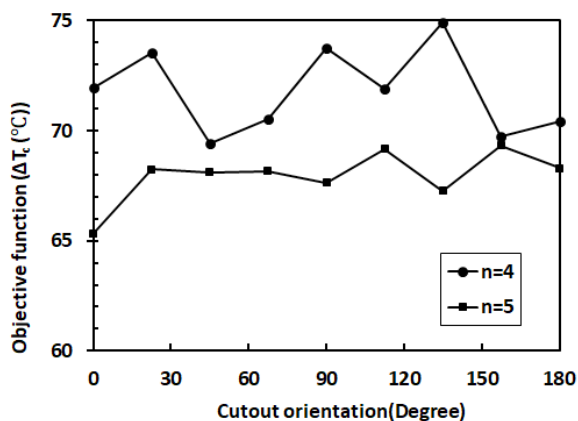


Fig. 1. Variation of the objective function to different values of cutout orientation

The resistance of the hybrid composite plate to thermal buckling increases with increasing ratio of  $D/a$ . As the cut-out size increases, the domain of tension stresses near the hole increases, which causes more resistance against buckling. Boundary conditions on the edge of the hybrid composite plate under thermal buckling load have a significant effect on the values of the critical buckling temperature. The

plate with boundary conditions of four clamped edges has a greater resistance to thermal buckling than a plate with simply supported boundary conditions. This is because, for the CCCC boundary condition, all the edges of the plate are tighter. The mode shape of buckling of the plate with a pentagonal and hexagonal central cutout for fully clamped boundary conditions is shown in Fig. 2.

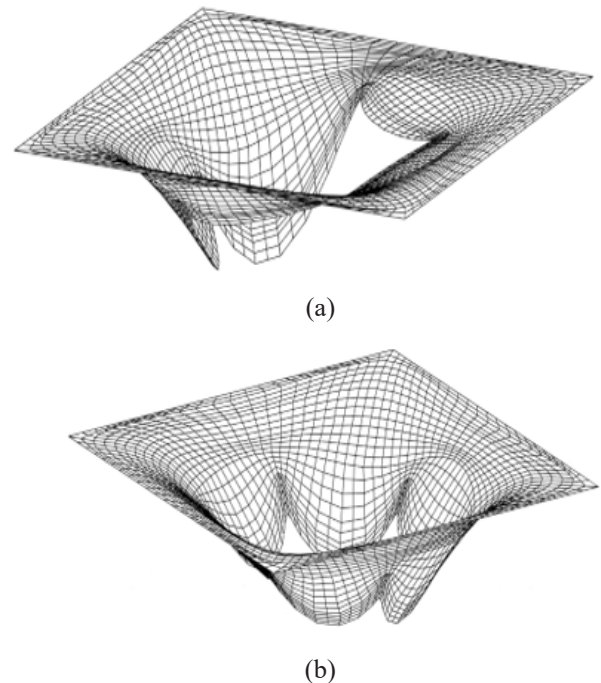


Fig. 2. Buckling mode shape of the plate with central cutout (a) Pentagon cutout (b) Hexagonal cutout

It is found that the symmetrical hybrid composite plate with a stacking sequence of [B B B B] has more resistance to thermal buckling than the other stacking sequences, and the composite plate with a stacking sequence of [G B B G] has the lowest resistance to thermal buckling.

### 4- Conclusions

In this paper, to achieve the maximum value of the thermal buckling load, the optimal design variables affecting the thermal buckling load are obtained for different stacking sequences and boundary conditions using the GA. The objective function in the GA is the maximum value of the critical buckling temperature.

### 5- References

- [1] A. R. Shaterzadeh, S. Abolghasemi and R. Rezaei, Finite Element Analysis of Thermal Buckling of Rectangular Laminated Composite Plates with Circular Cut-Out, *Journal of Thermal Stresses*, 37 (5) (2014) 604-623.
- [2] F. Aymerich and M. Serra, Optimization of Laminate Stacking Sequence for Maximum Buckling Load Using the Ant Colony Optimization (ACO) Metaheuristic, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 39 (2) (2008) 262-272.
- [3] A. R. Vosoughi, A. Darabi, N. Anjabin and U. Topal, A Mixed Finite Element and Improved Genetic Algorithm Method for Maximizing Buckling Load of Stiffened Laminated Composite Plates, *Aerospace Science and Technology*, 70 (2017) 378-387.
- [4] D. L. Logan, *A First Course in The Finite Element Method*, Fifth Edition, Cengage Learning, USA, 2012.



## بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر بر کمانش حرارتی صفحات کامپوزیت هیبریدی حاوی گشودگی با استفاده از الگوریتم ژنتیک

سجاد مهدوی، علیرضا شاطرزاده\*، محمد جعفری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷-۱۰-۰۵  
بازنگری: ۱۳۹۸-۰۱-۲۵  
پذیرش: ۱۳۹۸-۰۲-۱۵  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۲-۲۲

### کلمات کلیدی:

کمانش حرارتی  
روش اجزای محدود  
بهینه‌سازی  
الگوریتم ژنتیک  
صفحه کامپوزیت

**خلاصه:** بهینه‌سازی در طراحی و نگهداری بسیاری از سیستم‌های مهندسی، اقتصادی و حتی اجتماعی به‌منظور حداقل کردن هزینه لازم و یا حداکثر کردن سود کاربرد دارد. در تحلیل کمانش صفحات کامپوزیت هیبریدی حاوی گشودگی، هندسه گشودگی، زاویه الیاف، نسبت اندازه گشودگی به اندازه صفحه، نرمینگی گوشه‌های گشودگی و زاویه چرخش گشودگی از جمله پارامترهای تأثیرگذار بر کمانش هستند. از این رو در این تحقیق سعی شده تا با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک، پارامترهای بهینه جهت دستیابی به حداکثر مقدار دمای بحرانی کمانش صفحات کامپوزیت هیبریدی حاوی گشودگی‌های چندضلعی در شرایط مرزی مختلف و آرایش متفاوت لایه‌ها، که تحت افزایش دمای یکنواخت هستند، معرفی شود. گشودگی‌های مورد نظر در این مطالعه، دایره، پنج ضلعی و شش ضلعی می‌باشد. روش حل به‌کار رفته در تحلیل این تحقیق، اجزای محدود مبتنی بر روش انرژی می‌باشد. همچنین تئوری به‌کار رفته در مطالعه حاضر، تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول می‌باشد. نتایج ارائه شده در این باره نشان می‌دهد که با انتخاب شکل مناسب گشودگی و انتخاب بهینه پارامترهای مؤثر بر کمانش می‌توان مقاومت صفحه را در برابر کمانش حرارتی افزایش داد. هم‌چنین مشخص شد که آرایش لایه‌ها و شرایط مرزی، تأثیر قابل توجهی بر دمای بحرانی کمانش یک صفحه کامپوزیت هیبریدی حاوی گشودگی دارند.

### ۱-مقدمه

تحلیل این قبیل صفحات توسعه داده شده است. استفاده از مواد کامپوزیتی به‌دلیل برخی از ویژگی‌های منحصر به‌فرد آن‌ها از قبیل نسبت استحکام به وزن بالا، هزینه تولید و مقاومت در برابر شرایط محیطی مختلف به‌شدت در حال افزایش است. هم‌چنین می‌توان با تغییر زاویه الیاف و چیدمان لایه‌ها، این خواص را بهبود بخشید. الگوریتم ژنتیک می‌تواند در طراحی زاویه الیاف، نرمینگی گوشه‌های گشودگی، زاویه چرخش گشودگی، نسبت اندازه گشودگی به اندازه صفحه و آرایش لایه‌های صفحه کامپوزیت هیبریدی به‌منظور افزایش استحکام در برابر کمانش مورد استفاده قرار گیرد. الگوریتم ژنتیک از روش‌های الهام گرفته شده از تکامل بیولوژیکی استفاده می‌کند. لذا جستجوی تصادفی اساس کار آن می‌باشد. مطالعات عددی و تحلیلی وسیعی برای بررسی کمانش صفحاتی که تحت بارهای حرارتی و مکانیکی قرار دارند، انجام شده است ولی مطالعات محدودی در زمینه بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر بر کمانش این قبیل صفحات با

در صنایع مختلف برای دسترسی آسان به بخش‌های مختلف سیستم‌های مهندسی، بازرسی آسیب دیدگی‌ها، امکان تهویه هوا، انتقال لوله‌های حامل سوخت و هم‌چنین کاهش وزن از صفحات حاوی گشودگی استفاده می‌کنند. این نوع از صفحات در محیط‌های حرارتی مختلف، اغلب در معرض بار حرارتی هستند که در نتیجه می‌تواند باعث کمانش حرارتی شود. بنابراین بررسی رفتار کمانش حرارتی صفحات حاوی گشودگی به‌منظور دستیابی به طراحی مؤثر و کارآمد لازم به نظر می‌رسد. برای یک صفحه تحت بارگذاری حرارتی یکنواخت، میدان تنش پیش‌کمانش در همه جای صفحه یکسان است، در نتیجه حل‌های تحلیلی کمانش به راحتی به‌دست می‌آیند. حضور گشودگی در صفحه باعث می‌شود که میدان تنش در صفحه غیر یکنواخت شود. از این رو برای یک صفحه حاوی گشودگی تحلیل کمانش به‌شدت سخت و دشوار شده و روش‌های عددی مختلفی برای \* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ar.shaterzadeh@gmail.com

الگوریتم‌های مختلف انجام شده است.

بررسی و مطالعه کمانش سازه‌ها، تاریخچه‌ای بسیار طولانی دارد. این تاریخچه با مطالعات اوپلر در سال ۱۷۴۴ آغاز شد. وی کار خود را روی پایداری ستون‌های در معرض بار فشاری انجام داد و اولین کسی بود که فرمولی برای محاسبه بار کمانش ستون‌ها ارائه نمود. در سال ۱۹۱۰، فن کارمن معادلات مربوط به کمانش ورق‌های نازک، با رفتار الاستیک خطی را فرمول‌بندی نمود که کار مهمی در بررسی کمانش ورق‌ها به‌شمار می‌رود [۱]. در سال ۱۹۴۵، کویتز [۲] برای اولین بار، این نکته که وجود نقص اولیه منجر به کاهش شدیدی در بار کمانش یک سازه می‌شود را مورد بررسی قرار داد. وی همچنین یک تئوری عمومی برای پایداری الاستیک ارائه نمود. کمانش صفحه کامپوزیت چندلایه مستطیلی تقویت شده توسط نانو لوله‌های کربنی تک جداره با استفاده از روش تحلیلی و اجزای محدود توسط قربان‌پور و همکاران [۳]، مورد تحلیل قرار گرفت. آن‌ها در مطالعه خود از تئوری کلاسیک صفحات چندلایه و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم استفاده نمودند. آن‌ها تأثیر زاویه چرخش نانو لوله‌های کربنی، شرایط مرزی و نسبت ابعاد صفحه را روی بار بحرانی کمانش بررسی کردند. شاطرزاده و همکاران [۴]، کمانش حرارتی ورق‌های کامپوزیتی چندلایه با گشودگی دایروی را با استفاده از روش اجزای محدود و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، تحلیل نمودند. ابوالقاسمی و همکاران [۵]، با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، به تحلیل کمانش ترمودینامیکی ورق‌های مستطیلی هدفمند با گشودگی بیضوی پرداختند. دوروی [۶]، کمانش صفحه کامپوزیتی چندلایه مورب با ضخامت متغیر را مورد تحلیل قرار داد. کومار و رائو [۷]، به تحلیل کمانش صفحه کامپوزیتی چندلایه با گشودگی‌های مستطیل و بیضی پرداختند. آن‌ها یک مطالعه عددی با استفاده از روش اجزای محدود برای تعیین اثر گشودگی مستطیل و بیضی بر رفتار کمانش حرارتی انجام دادند. کومار و همکاران [۸]، با استفاده از روش اجزای محدود، تأثیر کسر حجمی روی کمانش حرارتی صفحه کامپوزیت چندلایه حاوی گشودگی مربع و مستطیل را بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش نسبت ابعاد صفحه و همچنین نسبت طول به ضخامت بدون توجه به کسر حجمی الیاف، کمانش حرارتی کاهش می‌یابد. کمانش صفحات کامپوزیتی متعامد تحت بارهای داخل صفحه‌ای خطی مختلف توسط آیدوگدو و آکسنسر [۹]، مورد

مطالعه قرار گرفت. شاخه دیگری از تحقیقات صورت گرفته در زمینه کمانش، مسأله مربوط به بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر بر کمانش به‌منظور دستیابی به حداکثر بار کمانش می‌باشد. امروزه استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری هوشمند بهینه‌سازی به‌دلیل عملکرد مطلوب این قبیل الگوریتم‌ها که غالباً الهام گرفته از طبیعت می‌باشند در مسائل بهینه‌سازی مهندسی مورد توجه بسیاری از محققین می‌باشد. فاریا و المیدا [۱۰]، بهینه‌سازی کمانش صفحه با ضخامت متغیر، تحت بار متغیر غیر خطی را انجام دادند. بهینه‌سازی لایه‌چینی چندلایه‌ها برای حداکثر کردن بار کمانش با استفاده از روش بهینه‌سازی کلونی مورچگان، توسط ایمریچ و سرا [۱۱]، بررسی شد. جینگ و همکاران [۱۲]، بهینه‌سازی لایه‌چینی کامپوزیت چندلایه برای حداکثر کردن بار کمانش با استفاده از الگوریتم جستجوی جایگشت را انجام دادند. بهینه‌سازی لایه‌چینی صفحه کامپوزیتی برای حداکثر کردن بار کمانش با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی توسط المیدا [۱۳]، انجام شد. بهینه‌سازی صفحات مشبک کامپوزیتی چندلایه برای حداکثر کردن بار کمانش با استفاده از الگوریتم ژنتیک توسط احسانی و رضایی پزند [۱۴]، مورد مطالعه قرار گرفت. وثوقی و همکاران [۱۵]، با ترکیب روش اجزای محدود و روش الگوریتم ژنتیک بهبود یافته، حداکثر بار کمانش صفحات کامپوزیتی تقویت شده را محاسبه کردند. بهینه‌سازی پنل‌های هدفمند برای استحکام کمانش پنل‌های تقویت شده، تقویت نشده و همچنین پنل‌های حاوی گشودگی مستطیل توسط عمر حسین و مولانی [۱۶]، انجام شد.

در تحلیل صفحه کامپوزیت هیبریدی حاوی گشودگی، هندسه گشودگی ( $n$ )، نرمینگی گوشه‌های گشودگی ( $\mu$ )، نسبت اندازه گشودگی به اندازه صفحه ( $D/a$ )، زاویه چرخش گشودگی ( $\beta$ )، زاویه الیاف ( $\theta$ )، آرایش لایه‌ها و شرایط مرزی از جمله پارامترهای تأثیرگذار بر کمانش حرارتی می‌باشند، به گونه‌ای که با انتخاب صحیح این پارامترها می‌توان دمای بحرانی کمانش را به مقدار قابل توجهی افزایش داد. در این مقاله سعی می‌شود تا با استفاده از الگوریتم ژنتیک مقادیر بهینه پارامترهای مؤثر معرفی شود. تابع هدف دمای بحرانی کمانش می‌باشد که با استفاده از روش اجزای محدود به‌دست می‌آید.

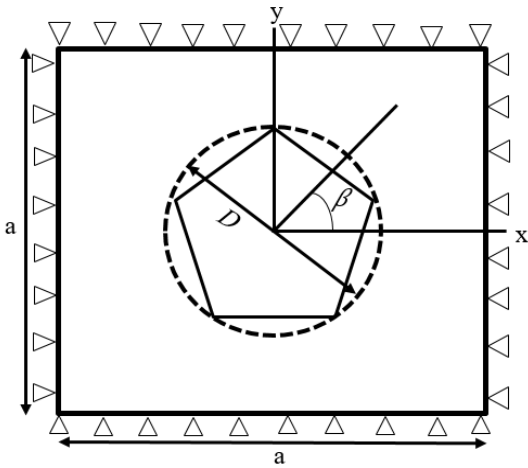
## ۲- فرمول‌بندی مسأله

یک صفحه کامپوزیت هیبریدی چهار لایه که حاوی یک گشودگی

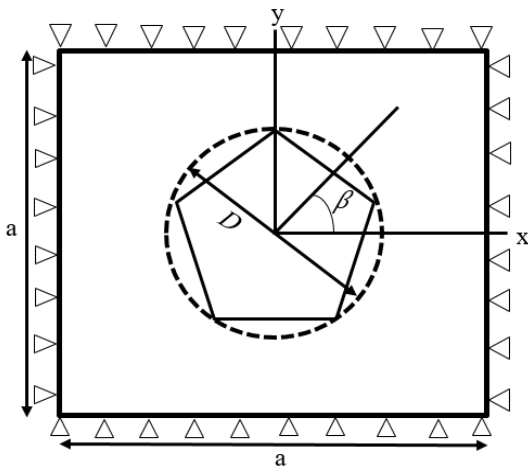
جهت  $y$  و  $x$  هستند. مؤلفه‌های کرنش مرتبط با میدان جابجایی رابطه (۳) را می‌توان با استفاده از رابطه غیر خطی کرنش-جابجایی به صورت رابطه (۴) ارائه نمود [۴]:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} \cdot \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} + \psi_x \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \psi_y \end{Bmatrix}$$



شکل ۱: شرح هندسه صفحه کامپوزیت مربعی با گشودگی مرکزی  
**Fig. 1. Description of the geometry of square composite plate with central cutout**



شکل ۲: تأثیر پارامترهای  $n$  و  $\mu$  بر شکل گشودگی  
**Fig. 2. The effect of parameters of  $n$  and  $\mu$  on the cutout Shape.**

در مرکز خود می‌باشد، مفروض است. این صفحه تحت افزایش دمای یکنواخت قرار دارد. مطابق شکل ۱،  $\beta$  نشان دهنده زاویه چرخش گشودگی نسبت به محور  $x$  می‌باشد.

نقاط روی مرز گشودگی و قطر دایره محاط بر گشودگی مطابق روابط (۱) و (۲) تعیین می‌شوند [۱۷].

$$\begin{aligned} X &= \lambda(\cos \xi + \mu \cos(n \xi)) \\ Y &= -\lambda(\sin \xi - \mu \sin(n \xi)) \end{aligned} \quad (1)$$

$$D = 2\lambda(1 + \mu) \quad (2)$$

در رابطه (۱) و (۲)، پارامترهای مختلفی وجود دارند که با تغییر آنها می‌توان گشودگی‌های مختلف را مدل کرد.  $n$  نشان دهنده نوع هندسه گشودگی است. به طوری که  $n+1$  تعداد اضلاع گشودگی را نشان می‌دهد. در گشودگی‌های لبه‌دار،  $\mu$  معیار تیزی یا نرمی انحنای گشودگی است ( $\mu \geq 0$ ). با تغییر پارامتر  $\mu$  در بازه معین که برای  $n$ ‌های مختلف، متفاوت است، می‌توان انواع گشودگی با شعاع انحنای متفاوت ایجاد کرد. مرز بالای نرمینگی برای شکل‌های مختلف گشودگی متفاوت است. اگر نرمینگی بیش از آن مقدار باشد، شکل گشودگی غیر قابل قبول خواهد بود. حد نرمینگی برای گشودگی پنج ضلعی بین صفر تا  $0.2$  و برای گشودگی شش ضلعی بین صفر تا  $0.15$  در نظر گرفته شده است. در شکل ۲ تأثیر پارامتر  $n$  و  $\mu$  بر شکل گشودگی نشان داده شده است. همچنین  $\xi$  زاویه صفر تا  $360$  درجه می‌باشد.  $\lambda$  ضریب بزرگ‌نمایی گشودگی می‌باشد که حد بالا و پایین آن به ترتیب ۱ و ۲۵ می‌باشد.  $D$  قطر دایره محاط بر گشودگی می‌باشد که تابعی از  $\mu$  و  $\lambda$  می‌باشد. در این مطالعه منظور از اندازه گشودگی قطر دایره محاط بر گشودگی می‌باشد که به وسیله پارامترهای  $\lambda$  و  $\mu$  کنترل می‌شود.

مطابق تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، میدان جابجایی به صورت رابطه (۳) قابل بیان است:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z \psi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z \psi_y(x, y) \\ w(x, y) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (3)$$

$u$ ،  $v$  و  $w$  جابجایی‌های یک نقطه واقع بر صفحه میانی و  $\psi_x$ ،  $\psi_y$  به ترتیب، دوران‌های نسبت به عمود بر صفحه میانی در



$\{\sigma_M\}$  و تنش حرارتی  $\{\sigma_{Th}\}$  است.

$$\{\sigma_M\} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\{\sigma_{Th}\} = \Delta T \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix}$$

بردار نیروها و ممان‌های منتجه به صورت رابطه (۸) تعریف می‌شوند: [۱۸]

$$\{N\}, \{M\} = \int \{\sigma_M\}(1, z) dz$$

$$\{Q\} = k_s \int \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} dz \quad (8)$$

$$\{N_T\}, \{M_T\} = \int \{\sigma_{Th}\}(1, z) dz$$

$\{N\}$ ،  $\{M\}$  و  $\{Q\}$  به ترتیب، بردار نیرو و ممان و نیروی برشی عرضی منتجه هستند.  $\{N_T\}$  و  $\{M_T\}$  به ترتیب، بردار نیرو و گشتاور حرارتی منتجه هستند. هم‌چنین  $k_s$  ضریب اصلاح برشی است که برابر با  $0.83$  در نظر گرفته شده است. انرژی پتانسیل به صورت رابطه (۹) تعریف می‌شود:

$$\Pi = U + V \quad (9)$$

که:

$$U = \frac{1}{2} \iint (\{\varepsilon_1^T \quad \varepsilon_2^T\} \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{Bmatrix} + \{\varepsilon_3\}^T) \quad (10)$$

$$[A_s]^T \{\varepsilon_3\} dA - \Delta T \iint \{\varepsilon_1^T \quad \varepsilon_2^T\} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \{\alpha\} dA$$

$$V = \frac{1}{2} \iint (N_x \left(\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)^2 + N_y \left(\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)^2 + 2N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y}) dA = \quad (11)$$

$$\frac{1}{2} \iint \begin{bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} & \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} dA$$

که  $U$  انرژی کرنشی مربوط به قسمت خطی تانوسور کرنش است

$\varepsilon_L$  و  $\varepsilon_{NL}$  به ترتیب، قسمت خطی و غیر خطی مؤلفه‌های کرنش هستند. برای مواد الاستیک، معادلات ساختاری بین مؤلفه‌های تنش و کرنش در مختصات ۱-۲ محلی کامپوزیت را می‌توان به صورت رابطه (۵) نوشت (شکل ۳): [۱۸]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 - \alpha_1 \Delta T \\ \varepsilon_2 - \alpha_2 \Delta T \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

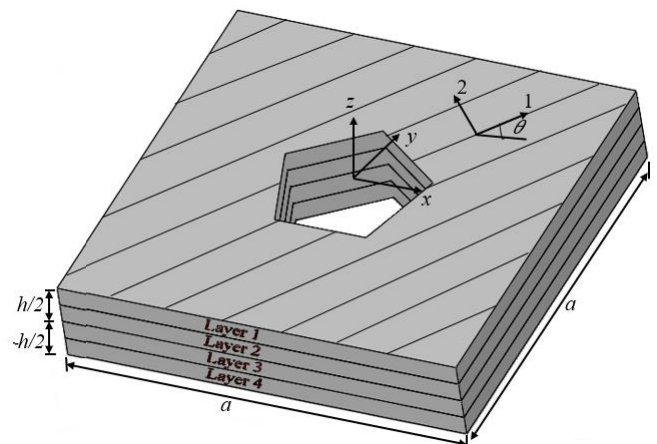
$$\begin{Bmatrix} \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix}$$

$Q_{ij}$  ماتریس سفتی کاهش یافته برای حالت تنش صفحه‌ای می‌باشد که تابعی از خصوصیات مکانیکی ماده است [۱۸]. معادله (۵) را می‌توان در مختصات عمومی  $x$ - $y$  به صورت رابطه (۶) نوشت:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x - \alpha_x \Delta T \\ \varepsilon_y - \alpha_y \Delta T \\ \gamma_{xy} - \alpha_{xy} \Delta T \end{Bmatrix} = \{\sigma_M\} - \{\sigma_{Th}\} \quad (6)$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{54} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{zx} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = [R] \{\varepsilon_s\}$$

$[\bar{Q}_{ij}]$  ماتریس سفتی کاهش یافته انتقال یافته است و  $\alpha_x$ ،  $\alpha_y$  و  $\alpha_{xy}$  ضریب انبساط حرارتی در مختصات عمومی هستند [۱۸]. بر طبق رابطه (۷) بردار تنش صفحه‌ای، شامل تنش مکانیکی



شکل ۳ نمایش مختصات محلی و عمومی یک صفحه کامپوزیت هیبریدی مربعی حاوی گشودگی

Fig. 3. Presentation of local and global coordinates of a hybrid composite square plate with cutout.

اکنون می‌توان مؤلفه‌های کرنش را به بردار جابجایی‌های گره‌ای مطابق رابطه (۱۵) مرتبط کرد:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{cases} = [B_1] \{d\}, \begin{cases} \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \end{cases} = [B_3] \{d\}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{cases} = [B_2] \{d\} \quad (15)$$

که  $\{d\} = \{u, v, w, \psi_x, \psi_y, \dots, \psi_{y^2}\}^T$  بردار جابجایی‌های گره‌ای بوده، ماتریس‌های کرنش-جابجایی  $[B_1]$ ،  $[B_2]$  و  $[B_3]$  توابعی از هر دو مختصات محلی و عمومی بوده و درایه‌های آنها شامل توابع شکل و مشتقات آن‌ها می‌باشد. حال می‌توان انرژی پتانسیل کل را برحسب جابجایی‌های گره‌ای مطابق رابطه (۱۶) توصیف کرد:

$$U+V = \frac{1}{2} \iint (\{d\}^T [B_1]^T \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} [B_1] \{d\} + \{d\}^T [B_3]^T [A_s]^T [B_3] \{d\} + \{d\}^T [B_2]^T \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{bmatrix} [B_2] \{d\}) |J| dA - \Delta T \iint (\{d\}^T [B_1]^T \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \{\alpha\} |J| dA \quad (16)$$

مطابق اصل حداقل انرژی پتانسیل، در حالت تعادل، مشتق انرژی پتانسیل کل سیستم نسبت به بردار جابجایی‌های گره‌ای باید برابر با صفر باشد. با اعمال این اصل بر رابطه (۱۶)، رابطه (۱۷) حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial(U+V)}{\partial\{d\}} = 0 \rightarrow ([K_b] + [K_s] + [K_g]) \{d\} = \{F_T\} \quad (17)$$

ماتریس‌های سفتی خمشی، برشی و هندسی و بردار نیروی حرارتی به صورت رابطه (۱۸) تعریف می‌شوند:

$$[K_b] = \iint [B_1]^T \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} [B_1] |J| dA$$

$$[K_g] = \iint [B_2]^T \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{bmatrix} [B_2] |J| dA \quad (18)$$

$$[K_s] = \iint [B_3]^T [A_s]^T [B_3] |J| dA$$

$$[F_T] = \iint [B_1]^T \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \{\alpha\} |J| dA$$

ماتریس‌های سفتی و بردار نیروی حرارتی برای هر المان محاسبه می‌شوند و سپس برای کل سازه مونتاژ می‌شوند. برای جلوگیری از

و ۷ نشان دهنده کار نیروی درون صفحه‌ای در طول انحراف جانبی است و مربوط به قسمت غیرخطی تانسور کرنش می‌باشد.

### ۳- فرمول‌بندی اجزای محدود

از آنجا که وجود سوراخ در صفحه مانع از ایجاد یک المان بندی مربعی یکنواخت می‌شود، بنابراین از المان‌های چهار ضلعی برای مدل‌سازی استفاده شده است. از طرفی به دلیل مشکلات انتگرال‌گیری از المان‌های چهار ضلعی، مطابق مرجع [۱۹] از فرمول‌بندی المان ایزوپارامتریک استفاده می‌شود. با استفاده از توابع شکل مناسب، یک المان مربعی مرجع در مختصات محلی (s, t) به المان چهار ضلعی در مختصات عمومی (x, y) نگاشت می‌شود. هر گره دارای پنج درجه آزادی است. در فرمول‌بندی ایزوپارامتریک، مقدار متغیر میدان جابجایی  $(u, v, w, \psi_x, \psi_y)$  در حوزه المان مرجع به کمک توابع شکل مطابق معادله (۱۲) درونیابی می‌شود.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^4 N_i \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \psi_x \\ \psi_y \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^4 N_i \begin{bmatrix} u_{0i} \\ v_{0i} \\ w_{0i} \\ \psi_{xi} \\ \psi_{yi} \end{bmatrix} \quad (12)$$

که مقدار متغیرهای درونیابی  $(x_i, y_i, u_{0i}, v_{0i}, w_{0i}, \psi_{xi}, \psi_{yi})$  شده در گره‌های المان می‌باشند. و توابع شکل  $N_i$  به صورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شوند:

$$N_1 = \frac{(1-s)(1-t)}{4}, N_2 = \frac{(1+s)(1-t)}{4}$$

$$N_3 = \frac{(1+s)(1+t)}{4}, N_4 = \frac{(1-s)(1+t)}{4} \quad (13)$$

با استفاده از ماتریس انتقال ژاکوبین، مشتقات نسبت به مختصات عمومی به مشتقات نسبت به مختصات محلی با استفاده رابطه (۱۴) مرتبط می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial O}{\partial x} \\ \frac{\partial O}{\partial y} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial O}{\partial s} \\ \frac{\partial O}{\partial t} \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (14)$$

قرار می‌گیرند. چنانچه شرایط خاتمه فراهم باشد، الگوریتم پایان می‌پذیرد و در غیر این صورت جمعیت موجود به‌عنوان جمعیت اولیه برای مرحله بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد. شرط اختتام الگوریتم در این مقاله به این صورت است الگوریتم به تعداد ثابتی از نسل‌ها برسد. تابع شایستگی در این تحقیق دمای بحرانی کمانش می‌باشد. در این مطالعه پارامترهای طراحی شامل آرایش لایه‌ها، نرمینگی گوشه‌های گشودگی، زاویه چرخش گشودگی، زاویه الیاف و نسبت اندازه گشودگی به اندازه صفحه هستند که تعیین کننده مقدار تابع شایستگی می‌باشند. حد پایین و بالای پارامترهای  $\mu$ ،  $\beta$ ،  $D/a$  و  $\theta$  به ترتیب برای گشودگی چهار ضلعی برابر است با  $[0 \ 0 \ 0 \ -90]$  تا  $[0 \ 90 \ 180 \ 0/6 \ 0/2]$  و برای گشودگی پنج ضلعی برابر است با  $[0 \ 90 \ 180 \ 0/6 \ 0/2]$  تا  $[0 \ 90 \ 180 \ 0/575 \ 0/115]$ . برای دستیابی به جواب‌های بهینه، کد کامپیوتری الگوریتم ژنتیک در محیط برنامه نویسی متلب تهیه شد.

#### ۵- نتایج و بحث

در این بخش، از روش اجزای محدود برای به‌دست آوردن دمای بحرانی کمانش استفاده شده است. هدف اصلی این مطالعه به حداکثر رساندن دمای بحرانی کمانش با توجه به آرایش لایه‌ها، نرمینگی گوشه‌های گشودگی، زاویه چرخش گشودگی، زاویه الیاف و نسبت اندازه گشودگی به اندازه صفحه به‌عنوان متغیرهای طراحی با استفاده از الگوریتم ژنتیک است.

#### ۱-۵- بررسی درستی نتایج

به منظور بررسی دقت نتایج حاصل از تحقیق حاضر، نتایج آن با دیگر مطالعات انجام شده در این زمینه اعتبار سنجی شده است. خواص مکانیکی مواد در جدول ۱ آورده شده است. B و G در آرایش لایه‌ها به ترتیب برای لایه برن/اپوکسی و گلس/اپوکسی می‌باشد.

شکل ۴ مش‌بندی اجزای محدود یک صفحه حاوی گشودگی پنج ضلعی به‌ازای  $\mu = 0/1$  واقع در مرکز صفحه را نشان می‌دهد.

برای مطالعه حساسیت مش کد المان محدود آماده شده، شکل ۵ نمودار همگرایی دمای بحرانی کمانش به‌ازای تعداد المان‌های مختلف برای یک صفحه کامپوزیتی هیبریدی متقارن از لحاظ نوع ماده با چیدمان لایه‌ها به‌صورت  $[G B B G]$  و با زاویه الیاف  $[90_G - 90_B]_s$

قفل‌شدگی برشی در محاسبه ماتریس سفتی برشی از انتگرال‌گیری کاهش یافته استفاده شده است. در نهایت، شرایط مرزی اعمال شده و ماتریس سفتی عمومی کاهش یافته و بردار نیرو به‌دست می‌آید. با حذف کردن ماتریس سفتی هندسی از رابطه (۱۷)، معادله پیش کمانش برای یافتن بردار جابجایی گره‌ای  $\{d\}$  به‌صورت رابطه (۱۹) نوشته می‌شود:

$$([K_b] + [K_s])\{d\} = \{F_T\} \quad (19)$$

پس از محاسبه بردار جابجایی پیش کمانش و با استفاده از ماتریس سفتی هندسی می‌توان دمای کمانش را با استفاده از رابطه (۲۰) به‌دست آورد:

$$([K_b] + [K_s] + \Delta T_c [K'_g])\{d\} = 0 \quad (20)$$

$[K'_g]$  ماتریس سفتی هندسی به‌ازای افزایش دمای واحد است. با حل مسأله مقدار ویژه دمای بحرانی کمانش  $(\Delta T_c)$  به‌دست می‌آید.

#### ۴- الگوریتم ژنتیک

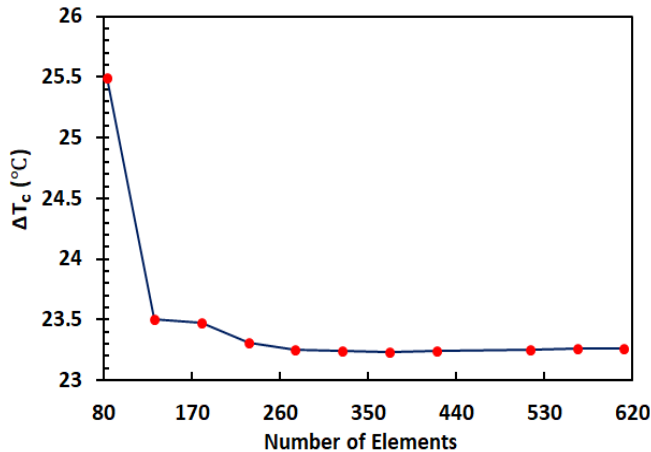
الگوریتم ژنتیک<sup>۱</sup> بر اساس نظریه تکاملی داروین می‌باشد و جواب مسأله‌ای که از طریق الگوریتم ژنتیک حل می‌شود رفته رفته بهبود می‌یابد. الگوریتم ژنتیک با یک مجموعه از جواب‌ها که از طریق کروموزوم‌ها نشان داده می‌شوند، شروع می‌شود. این مجموعه از جواب‌ها جمعیت اولیه نام دارد. سپس تعداد مناسبی از زوج کروموزوم‌ها براساس میزان برازندگی آنها انتخاب می‌شوند تا در مراحل بعدی مورد استفاده قرار گیرند. کروموزوم‌هایی که دارای مقدار برازندگی بالایی هستند، ممکن است چندین بار در مراحل تولید انتخاب شوند، در حالی که کروموزوم‌هایی که مقدار برازندگی آنها کم می‌باشد، ممکن است هیچ‌گاه انتخاب نگردند. در ادامه عملگر ترکیب با احتمال ترکیب بر روی کروموزوم‌های والد عمل کرده و با ترکیب آنها کروموزوم‌های جدیدی (فرزندان) را تولید می‌کند. سپس عملگر جهش با احتمال جهش بر روی کروموزوم‌های حاصل از عمل ترکیب انجام شده و با تغییر ژن‌های این کروموزوم‌ها، راهی برای ورود اطلاعات جدید به‌وجود می‌آورد. در ادامه جمعیت جدید برای ورود به مرحله بعدی الگوریتم، انتخاب می‌گردد. این کار با مقایسه مقدار برازندگی کروموزوم‌ها انجام می‌شود و کروموزوم‌های شایسته‌تر انتخاب می‌شوند. در نهایت همه افراد جمعیت جدید مورد ارزیابی



جدول ۱: خواص مکانیکی مواد استفاده شده [۲۰]

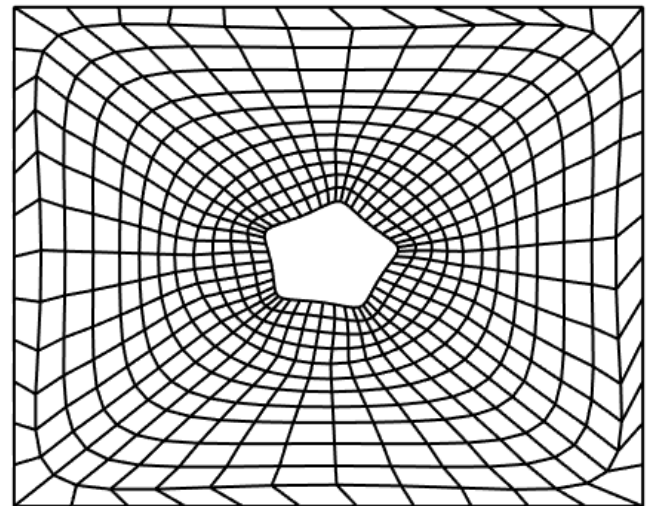
Table 1. Mechanical properties of the used materials [20].

ماده	$E_1$ (GPa)	$E_r$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$\nu_{12}$	$\alpha_1$ ( $1/^\circ\text{C}$ )	$\alpha_r$ ( $1/^\circ\text{C}$ )
گلس/اپوکسی	۱۵	۶	۳	۰/۳	$7 \times 10^{-6}$	$2/3 \times 10^{-5}$
برن/اپوکسی	۲۰۷	۱۹	۴/۸	۰/۲۱	$4/14 \times 10^{-6}$	$1/91 \times 10^{-5}$



شکل ۵: مطالعه همگرایی برای یک صفحه متقارن چهار لایه با گشودگی دایروی و شرایط مرزی چهار طرف گیردار

Fig. 5. Convergence study for a 4-layered symmetric plate with circular cutout and CCCC boundary conditions



شکل ۴: پیکربندی مش  
Fig. 4. Mesh configuration

به دست آمده از کار حاضر با مراجع [۲۱-۲۳] مقایسه شده است و نتایج در جدول ۳ آورده شده است. با توجه به جدول ۳ می توان مشاهده کرد که نتایج، تطابق قابل قبولی دارند.

#### ۵-۲- معیار همگرایی الگوریتم ژنتیک

عملگرهای اصلی الگوریتم ژنتیک شامل اندازه جمعیت، ترکیب و جهش هستند. این عملگرها در الگوریتم ژنتیک بر سرعت همگرایی، همگرایی زودرس، مدت زمان حل مسأله و رسیدن به راه حل بهینه تأثیر می گذارند. با تغییر این پارامترها و بهینه سازی آنها، می توان یک الگوریتم با کارایی بالا به دست آورد. اندازه جمعیت، احتمال ترکیب و احتمال جهش برای یک صفحه کامپوزیتی هیبریدی چهار لایه متقارن از لحاظ ماده [G B B G] حاوی گشودگی پنج ضلعی در شرایط مرزی چهار طرف گیردار مورد بررسی قرار گرفته است. متغیرهای طراحی  $D/a$ ،  $\theta$ ،  $\beta$  و  $\mu = 0/1$  می باشند.

که حاوی گشودگی دایروی در مرکز خود است، می باشد. طول هر لبه برابر با ۱۰۰ میلی متر، ضخامت هر لایه برابر با ۰/۲۵ میلی متر، قطر گشودگی برابر با ۲۰ میلی متر و شرایط مرزی چهار طرف گیردار در نظر گرفته شده است. با توجه به شکل ۵ دمای بحرانی کمناش حرارتی با افزایش تعداد المان های به بیش از ۵۶۴ تغییری نخواهد کرد. بنابراین تعداد کل المان ها برابر با ۵۶۴ در نظر گرفته می شود.

به منظور اعتبار سنجی نتایج به دست آمده از کد ارائه شده، دمای کمناش برای صفحات مربعی کامپوزیتی بدون گشودگی و با گشودگی دایروی با لایه چینی متقارن و پادمتقارن برای نسبت های مختلف قطر به اندازه صفحه با مرجع [۴] مقایسه شده و نتایج حاصل در جدول ۲ آورده شده است. بالاترین خطای مربوط بین نتایج کد ارائه شده و مرجع [۴]، ۳/۰۴ درصد است. این اعتبار سنجی نشان از دقت کد ارائه شده در تعیین دمای بحرانی کمناش صفحات کامپوزیتی دارد. همچنین دمای کمناش صفحه ایزوتروپیک بدون گشودگی

جدول ۲: مقایسه دمای بحرانی کمانش (°C) صفحه کامپوزیت به دست آمده از کد اجزای محدود و مرجع [۴]

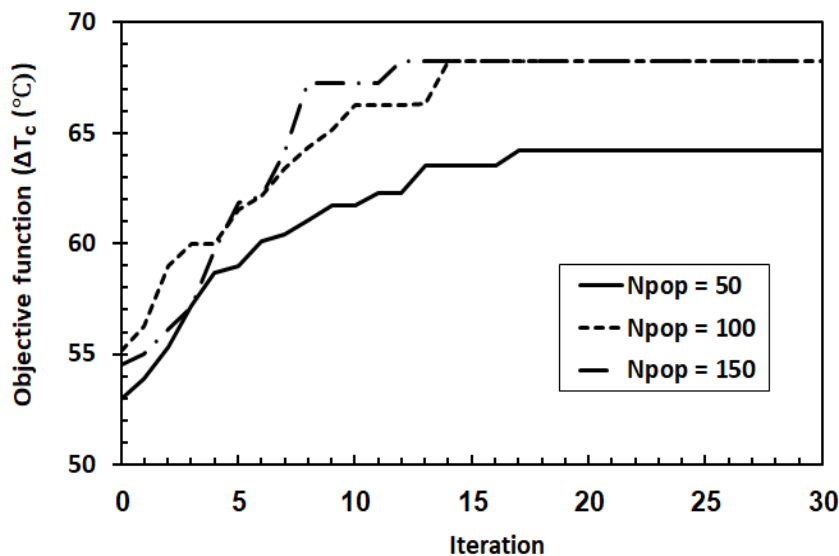
Table 2. Comparison of critical buckling temperature (°C) of composite plates from FE code and Ref. [4]

$D/a$	[G B B G]			[G B G B]		
	مرجع [۴]	کار حاضر	اختلاف (%)	مرجع [۴]	کار حاضر	اختلاف (%)
۰	۲۱/۶۷	۲۱/۷۰	۰/۱۴	۴۶/۲۹	۴۶/۱۰	۰/۴۱
۰/۱	۲۱/۴۶	۲۱/۳۲	۰/۶۵	۴۵/۸۵	۴۴/۴۶	۰/۰۳
۰/۲	۲۳/۱۳	۲۳/۲۶	۰/۵۶	۴۸/۴۷	۴۸/۵۴	۰/۱۴
۰/۳	۲۹/۵۸	۲۹/۱۳	۱/۵۲	۵۴/۱۵	۵۳/۲۶	۱/۶۴
۰/۴	۳۵	۳۴/۸۷	۰/۳۷	۶۳/۳۲	۶۳/۴۳	۰/۱۷
۰/۵	۴۷/۷۱	۴۷/۳۸	۰/۶۹	۸۷/۳۴	۸۷/۱۶	۰/۲۰

جدول ۳: مقایسه دمای بحرانی کمانش (°C) صفحه ایزوتروپیک بدون گشودگی ( $a/h=100, E=2 \times 10^{11}, \nu=0.3, \alpha=2 \times 10^{-6}$ )

Table 3. Comparison of critical buckling temperature (°C) of isotropic plates without cutout ( $a/h=100, E=2 \times 10^{11}, \nu=0.3, \alpha=2 \times 10^{-6}$ )

شرایط مرزی	مرجع [۲۱]	مرجع [۲۲]	مرجع [۲۳]	کار حاضر
CCCC	۱۶۹/۴۶۶	۱۶۸/۷۱	۱۶۶/۵۱۷	۱۷۰/۸۸۵
SSSS	۶۳/۱۲۷	۶۳/۲۷	۶۳/۱۹۸	۶۸/۲۶۷



شکل ۶: نمودار همگرایی تابع هدف برای مقادیر مختلف جمعیت الگوریتم ژنتیک

Fig. 6. Convergence diagram of the goal function for various populations of GA

می‌شود، به‌ازای جمعیت اولیه ۵۰ روند همگرایی دیرتر اتفاق می‌افتد و علاوه بر آن در تکرار ۳۰، مسأله به بهینه مطلق همگرا نشده است. نتایج نشان می‌دهد که برای جمعیت اولیه ۱۰۰ و ۱۵۰، می‌توان بهترین همگرایی را به دست آورد. باید به این نکته توجه داشت که

۵-۲-۱- اندازه جمعیت

نمودار همگرایی تابع هدف به‌ازای مقادیر مختلف جمعیت<sup>۱</sup> در شکل ۶ نشان داده شده است. همان طور که در این شکل دیده

1 Number of Population (Npop)

جدول ۴: مقادیر بهینه پارامترهای طراحی و تابع هدف مربوط به آنها به‌ازای مقادیر مختلف Npop

Table 4. Optimal values of design variables and corresponding objective function for different Npop

$\Delta T_c$ (°C)	$\theta$ [G B B G]	D/a	$\beta^\circ$	Npop
۶۴/۱۸	[۰/۳۳ ۹۰ -۸۹/۹۷ ۰/۳۶]	۰/۵۵	۴۵	۵۰
۶۸/۲۶	[-۲۱/۳۷ ۵۸/۰۹ ۵۸/۰۹ -۲۱/۳۷]	۰/۵۵	۱۵۷/۵	۱۰۰
۶۸/۲۷	[۲۱/۱۴ -۵۷/۹۶ -۵۷/۹۶ ۲۱/۲۰]	۰/۵۵	۱۱۲/۵	۱۵۰

جدول ۵: مقادیر بهینه پارامترهای طراحی و تابع هدف مربوط به آنها به‌ازای مقادیر مختلف احتمال ترکیب

Table 5. Optimal values of design variables and corresponding objective function for different values of PC

$\Delta T_c$ (°C)	$\theta$ [G B B G]	D/a	$\beta^\circ$	PC
۶۴/۲۵	[-۸۵ -۳۰ -۳۰ ۸۵]	۰/۵۵	۱۵۷/۵	۰/۵
۶۶/۵۴	[-۹۰ -۳۰/۸۵ -۳۱/۸۳ ۶۳/۶۸]	۰/۵۵	۱۸۰	۰/۶
۶۷/۳۳	[-۷۱/۷۴ ۳۳/۲۶ ۳۳/۲۷ -۷۱/۶۶]	۰/۵۵	۰	۰/۷
۶۸/۲۷	[۲۱/۱۴ -۵۷/۹۶ -۵۷/۹۶ ۲۱/۲۰]	۰/۵۵	۱۱۲/۵	۰/۸

در شکل ۷ دیده می‌شود، بهترین مقدار برای احتمال ترکیب برابر با ۰/۸ است.

#### ۵-۲-۳- احتمال جهش

در الگوریتم ژنتیک، احتمال جهش<sup>۲</sup> تنها برای برخی از اعضای جدید اعمال می‌گردد. بنابراین آزادی الگوریتم در جستجوی خارج از فضای جاری افزایش می‌یابد. تعداد جمعیتی که در جهش شرکت دارند به‌صورت رابطه (۲۲) است:

$$n - \text{mutation} = \text{round}(N_{\text{pop}} \times PM) \quad (22)$$

در جهش ممکن است ژنی از مجموعه ژن‌های جمعیت حذف شود یا ژنی که تا به حال در جمعیت وجود نداشته به آن اضافه شود. جهش باعث جستجو در فضای دست نخورده مسأله می‌شود و به طور کلی از قرار گرفتن الگوریتم ژنتیک در اکستریم‌های محلی جلوگیری می‌کند. شکل ۸ تأثیر مقادیر مختلف احتمال جهش بر تابع هدف را نشان می‌دهد. هم‌چنین در جدول ۶ مقادیر تابع هدف به‌ازای مقادیر مختلف احتمال جهش آورده شده است. با توجه به شکل ۸، بهترین مقدار برای احتمال جهش برابر با ۰/۰۳ است.

اگر چه با افزایش جمعیت، الگوریتم ژنتیک فضای طراحی بیشتری را جستجو می‌کند، ولی انتخاب جمعیت‌های بزرگتر مدت زمان حل مسأله را به شدت طولانی‌تر می‌کند. بر این اساس مطابق شکل ۶، جمعیت بهینه برای تمام حالات برابر با ۱۰۰ در نظر گرفته شده است. هم‌چنین جدول ۴ مقادیر تابع هدف و پارامترهای بهینه را به‌ازای مقادیر مختلف جمعیت نشان می‌دهد.

#### ۵-۲-۲- احتمال ترکیب

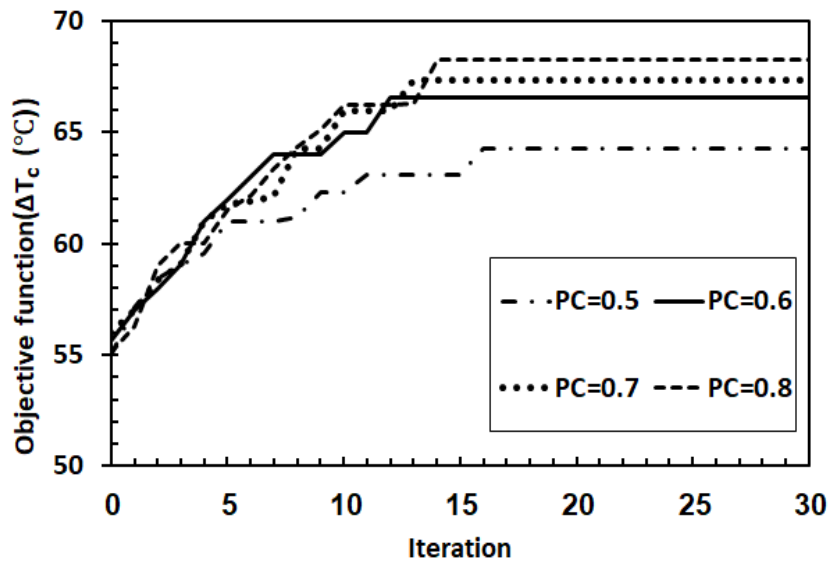
یکی از مهم‌ترین عوامل مؤثر در انتخاب تعداد والدین برای تولید مثل، احتمال ترکیب<sup>۱</sup> است. ترکیب در الگوریتم ژنتیک باعث از بین رفتن پراکندگی یا تنوع ژنتیکی جمعیت می‌شود زیرا اجازه می‌دهد ژن‌های خوب یکدیگر را بیابند. تعداد جمعیتی که در ترکیب شرکت دارند با استفاده از رابطه (۲۱) به‌دست می‌آیند:

$$n_{\text{crossover}} = 2 \times \text{round}(N_{\text{pop}} \times \frac{PC}{2}) \quad (21)$$

مقادیر تابع هدف به‌ازای مقادیر مختلف احتمال ترکیب در شکل ۷ نشان داده شده است. هم‌چنین در جدول ۵ مقادیر تابع هدف به‌ازای مقادیر مختلف احتمال ترکیب آورده شده است. همان‌طور که

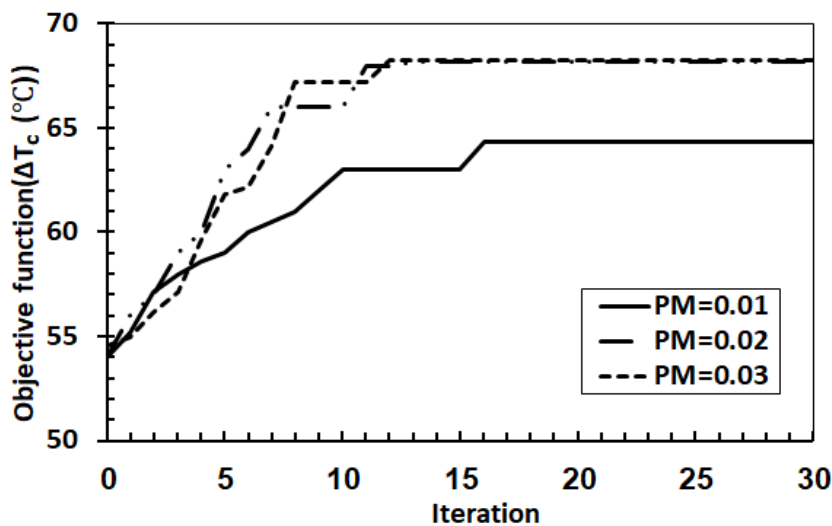
2 Probability Mutation (PM)

1 Probability of Crossover (PC)



شکل ۷: همگرایی تابع هدف به ازای مقادیر مختلف PC

Fig. 7. Convergence of the objective function for different values of PC



شکل ۸: مقادیر تابع هدف به ازای مقادیر مختلف احتمال جهش

Fig. 8. Variations of the objective function for different values of probability of mutation.

مختلف و آرایش متفاوت لایه‌ها سعی می‌شود تا مقادیر بهینه تمام پارامترهای طراحی را برای دستیابی به بیشترین مقدار تابع هدف محاسبه شود.

#### ۵-۳-۱- تأثیر نرمینگی گوشه‌های گشودگی

در این بخش تأثیر نرمینگی گوشه‌های گشودگی بر دمای بحرانی کمانش حرارتی بررسی شده است. برای بهتر نشان داده شدن این تأثیر، فاکتور بزرگ‌نمایی ۲۰ در نظر گرفته شده است. به‌ازای

#### ۵-۳-۳- تأثیر پارامترهای طراحی بر کمانش حرارتی

هدف از بررسی تأثیر پارامترهای طراحی بر بار کمانش حرارتی، مشخص کردن اهمیت هر یک از پارامترهای طراحی بر تغییرات بار کمانش حرارتی بهینه است. برای این منظور، برای چند مقدار خاص از برخی پارامترهای طراحی، مقادیر بهینه سایر پارامترها و تابع هدف مربوط به آنها برای شرایط مرزی ۴ طرف گیردار و آرایش لایه‌های متقارن از لحاظ نوع ماده به صورت [G B B G] محاسبه شده است. در نهایت، با در نظر گرفتن تمام پارامترهای طراحی در شرایط مرزی

جدول ۶: مقادیر بهینه پارامترهای طراحی و تابع هدف مربوط به آنها به‌ازای مقادیر مختلف احتمال جهش

Table 6. Optimal values of design variables and corresponding objective function for different values of PM

$\Delta T_c$ (°C)	$\theta$ [G B B G]	$D/a$	$\beta^\circ$	PM
۶۴/۳۵	[-۹۰ -۲۸/۹ -۲۸/۹ ۹۰]	۰/۵۵	۱۵۷/۵	۰/۰۱
۶۸/۲۰	[۶۸/۵۶ -۳۱/۶۷ -۳۱/۶۴ ۶۹/۳۵]	۰/۵۵	۱۵۷/۵	۰/۰۲
۶۸/۲۷	[۲۱/۱۴ -۵۷/۹۶ -۵۷/۹۴ ۲۱/۲۰]	۰/۵۵	۱۱۲/۵	۰/۰۳

جدول ۷: مقادیر بهینه پارامترهای طراحی برای صفحه با  $\lambda=20$  به‌ازای مقادیر مختلف  $\mu$

Table 7. Optimal values of design variables for plate with  $\lambda=20$  for different values of  $\mu$

$\Delta T_c$ (°C)	$\theta$ [G B B G]	$D/a$	$\beta^\circ$	$\mu$	$n$
۴۲/۵۰	[-۲۹/۱۴ ۵۵ ۵۵ -۲۹/۱۴]	۰/۴	۲۲/۵	۰	۴
۴۲/۹۲	[۹۰ -۹/۸۶ -۹/۸۶ -۹۰]	۰/۴۲	۱۵۷/۵	۰/۰۵	۴
۴۴/۲۰	[-۳/۴۳ ۸۰/۷۲ ۸۰/۷۲ -۳/۴۳]	۰/۴۴	۰	۰/۱	۴
۴۴/۴۴	[-۲/۸۷ ۸۱/۰۶ ۸۱/۰۶ -۲/۸۸]	۰/۴۶	۰	۰/۱۵	۴
۴۶/۸۵	[-۸۷/۹۸ ۷/۷۳ ۷/۶۸ ۹۰]	۰/۴۸	۰	۰/۲	۴
۴۲/۴۸	[-۲۸/۹۸ -۵۴/۹۲ -۵۴/۹۳ ۲۸/۹۹]	۰/۴	۹۰	۰	۵
۴۳/۴۴	[-۸۶/۸۱ ۱۰/۱۳ ۱۰/۰۶ ۹۰]	۰/۴۲	۰	۰/۰۵	۵
۴۴/۷۱	[-۸۸/۲۰ ۹/۵۰ ۹/۴۶ ۹۰]	۰/۴۴	۰	۰/۱	۵
۴۴/۷۷	[-۹۰ ۷/۹۷ ۷/۹۷ ۹۰]	۰/۴۶	۰	۰/۱۵	۵

ضلعی، زاویه چرخش  $157/5^\circ$  و  $0^\circ$  به‌ترتیب منجر به بالاترین و پایین‌ترین دمای بحرانی کمانش می‌شود. نتیجه جالب توجه آنست که زاویه چرخش  $157/5^\circ$  برای گشودگی پنج ضلعی بدترین و برای گشودگی شش ضلعی بهترین وضعیت قرارگیری سوراخ می‌باشد. ضمن آنکه در کل ورق با گشودگی پنج ضلعی وضعیت بهتری نسبت به ورق با گشودگی شش ضلعی در مقابل کمانش حرارتی دارد.

#### ۵-۳-۳- تأثیر نسبت اندازه گشودگی به اندازه صفحه

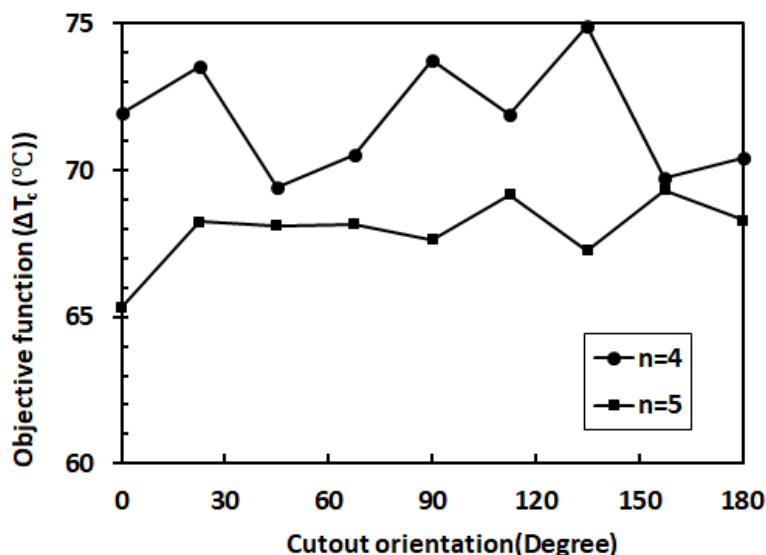
نسبت اندازه گشودگی به اندازه صفحه تأثیر زیادی بر دمای بحرانی کمانش دارد. به‌منظور نشان دادن تأثیر این پارامتر، به‌ازای مقادیر خاصی از  $D/a$ ، مقادیر بهینه سایر پارامترهای طراحی و تابع هدف مربوط به آنها در جدول ۸ آورده شده است. نتایج حاکی از آن است که با افزایش  $D/a$ ، به دلیل کاهش سطح مقطع ورق و نزدیک شدن به لبه‌های مقید دمای بحرانی کمانش نیز افزایش می‌یابد.

نرمینگی‌های مختلف، سایر پارامترهای طراحی از قبیل زاویه الیاف، زاویه چرخش گشودگی، نسبت اندازه گشودگی به اندازه صفحه، بهینه سازی شده و در جدول ۷ آورده شده است. در این بررسی مشخص شد که با افزایش نرمینگی گوشه‌های گشودگی پنج ضلعی و شش ضلعی دمای بحرانی کمانش حرارتی نیز افزایش می‌یابد که این نتیجه می‌تواند به دلیل بروز پدیده کمانش محلی در ورق باشد.

#### ۵-۳-۲- تأثیر زاویه چرخش گشودگی

در این بخش، تأثیر مقادیر پارامترهای طراحی بهینه بر تابع هدف به‌ازای مقادیر مختلف زاویه چرخش گشودگی بررسی شده است. برای مقادیر خاصی از زاویه چرخش گشودگی، مقدار بار کمانش حرارتی بهینه به‌ازای سایر مقادیر پارامترهای طراحی بهینه در شکل ۹ آورده شده است. با توجه به شکل ۹ می‌توان مشاهده کرد برای گشودگی پنج ضلعی، زاویه چرخش  $135^\circ$  و  $157/5^\circ$  و برای گشودگی شش





شکل ۹: تغییر تابع هدف به‌ازای مقادیر مختلف چرخش گشودگی

Fig. 9. Variation of the objective function to different values of cutout orientation

جدول ۸: مقادیر بهینه پارامترهای طراحی به‌ازای مقادیر مختلف D/a

Table 8. Optimal values of design variables for different values of D/a

$\Delta T_c$ (°C)	$\theta$ [G B B G]	$\beta^\circ$	$\mu$	D/a	n
۲۴/۵۷	[-۵۲/۲۰ ۶۱/۷۷ ۶۱/۷۷ -۵۲/۱۹]	۱۱۲/۵	۰/۲	۰/۱۲	۴
۲۵/۵۸	[۴۴/۸۰ -۴۵/۴۳ ۴۵/۴۳ ۴۴/۷۹]	۱۵۷/۵	۰/۲	۰/۲۴	۴
۳۱/۹۴	[-۴۵ ۴۵/۷۰ ۴۵/۷۰ -۴۵]	۱۱۲/۵	۰/۲	۰/۳۶	۴
۴۶/۸۵	[-۸۷/۹۸ ۷/۷۳ ۷/۶۸ ۹۰]	۰	۰/۲	۰/۴۸	۴
۷۴/۹۳	[-۶۸/۶۵ ۳۱/۷۵ ۳۱/۸۴ -۶۶/۵۳]	۱۳۵	۰/۲	۰/۶۰	۴
۲۴/۵۰	[-۳۶/۳۹ ۲۷/۹۸ ۲۷/۹۸ -۳۶/۳۷]	۱۱۲/۵	۰/۱۵	۰/۱۱۵	۵
۲۴/۲۸	[-۴۵/۶۹ ۴۵/۲۶ ۴۵/۰۴ -۴۴/۵۷]	۹۰	۰/۰۹	۰/۲۱۸	۵
۳۰/۸۹	[۴۷/۱۴ -۴۳/۲۸ -۴۳/۲۹ ۴۷/۰۶]	۱۳۵	۰/۱۵	۰/۳۴۵	۵
۴۳/۷۷	[-۸۸/۲۰ ۹/۵۰ ۹/۴۶ ۹۰]	۰	۰/۱۵	۰/۴۶	۵
۹۶/۳۲	[-۶۴/۹۲ ۲۸/۲۴ ۲۷/۴۴ ۹۰]	۱۵۷/۵	۰/۱۵	۰/۵۷۵	۵

لبه‌های ورق مقاومت بیشتری در برابر کماتش حرارتی دارد.

شکل مد کماتش صفحه با گشودگی پنج ضلعی و شش ضلعی واقع در مرکز با شرایط مرزی چهار طرف گیردار که مشخصات آن نیز در جدول ۸ آمده است در شکل ۱۰ آورده شده است.

#### ۵-۳-۵- تأثیر آرایش لایه‌ها

در این بخش، تأثیر چیدمان لایه‌ها بر دمای بحرانی کماتش در شرایط مرزی چهار طرف گیردار نشان داده شده است. به‌منظور

#### ۵-۳-۴- تأثیر شرایط مرزی

در این بخش، تأثیر شرایط مرزی ساده و گیردار روی چهار لبه صفحه کامپوزیت هیبریدی با چیدمان لایه‌ها [G B B G]، بر بار کماتش حرارتی بررسی شده است. مقادیر بهینه تابع هدف به‌ازای تمامی مقادیر پارامترهای طراحی بهینه شده در شرایط مرزی مختلف در جدول ۹ آورده شده است. با توجه به جدول ۹ می‌توان نتیجه گرفت که صفحه با شرایط مرزی چهار طرف گیردار در مقایسه با صفحه با شرایط مرزی چهار طرف ساده به دلیل مقید بودن بیشتر

جدول ۹: مقادیر بهینه پارامترهای طراحی و تابع هدف مربوط به آنها با شرایط مرزی مختلف

Table 9. Optimal values of design variables and corresponding objective function with different boundary conditions

$\Delta T_c$ (°C)	$\theta^\circ$ [G B B G]	$D/a$	$\beta^\circ$	$\mu$	شرایط مرزی	$n$
۸۴/۹۳	[-۶۸/۶۵ ۳۱/۷۵ ۳۱/۸۴ -۶۶/۵۳]	۰/۶	۱۳۵	۰/۲	CCCC	۴
۲۱/۳۴	[-۵۲/۶۷ ۳۸/۱۷ ۴۳/۱۳ ۴۴/۶۱]	۰/۶	۶۷/۵	۰/۲	SSSS	۴
۶۹/۳۲	[-۶۴/۹۲ ۲۸/۲۴ ۲۷/۴۴ ۹۰]	۰/۵۷۵	۱۵۷/۵	۰/۱۵	CCCC	۵
۱۸/۴۷	[-۴۵/۳۸ ۴۳/۸۵ ۴۳/۸۶ -۴۵/۴۰]	۰/۵۷۵	۲۲/۵	۰/۱۵	SSSS	۵

جدول ۱۰: مقادیر بهینه کلیه پارامترهای طراحی با شرایط مرزی CCCC برای لایه چینی‌های متفاوت

Table 10. Optimal values of design variables with CCCC boundary conditions for different stacking sequences.

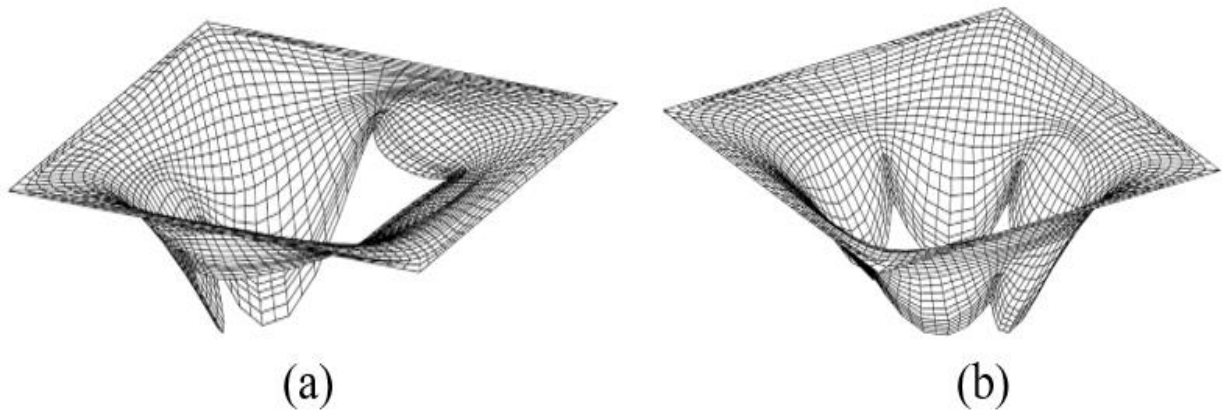
$\Delta T_c$ (°C)	$\theta^\circ$	$D/a$	$\beta^\circ$	$\mu$	چیدمان لایه‌ها	$n$
۱۶۱/۸۸	[-۹۰ ۳۳/۳ ۹۰ ۳/۵۹]	۰/۶	۰	۰/۲	[B B B B]	۴
۱۵۴/۸۲	[-۹۰ ۹۰ ۹۰ ۹۰]	۰/۶	۰	۰/۲	[B G G B]	۴
۱۱۰/۱۸	[-۹۰ -۲/۷۳ -۹۰ -۰/۰۳]	۰/۶	۱۸۰	۰/۲	[B G B G]	۴
۹۶/۳۲	[-۹۰ -۹۰ ۹۰ -۹۰]	۰/۶	۱۸۰	۰/۲	[G B G B]	۴
۸۴/۷۹	[۶/۳۶ ۹۰ ۳/۸۴ -۹۰]	۰/۶	۰	۰/۲	[G G G G]	۴
۸۰/۳۵	[-۳۱/۲۲ -۲۹/۴۵ -۹۰ ۹۰]	۰/۶	۱۸۰	۰/۲	[B B G G]	۴
۷۷/۷۵	[-۲/۶ -۹۰ ۹۰ -۹۰]	۰/۶	۱۸۰	۰/۲	[G G B B]	۴
۷۴/۹۳	[-۶۸/۶۵ ۳۱/۷۵ ۳۱/۸۴ -۶۶/۵۳]	۰/۶	۱۳۵	۰/۲	[G B B G]	۴
۱۵۸/۳۱	[-۹۰ ۷/۳۴ -۹۰ ۷/۸۱]	۰/۵۷۵	۶۷/۵	۰/۱۵	[B B B B]	۵
۱۴۹/۳۶	[-۹۰ ۹۰ ۹۰ -۹۰]	۰/۵۷۵	۰	۰/۱۵	[B G G B]	۵
۱۰۳/۴۹	[۹۰ ۰/۰۳ -۹۰ ۲/۵۷]	۰/۵۷۵	۱۸۰	۰/۱۵	[B G B G]	۵
۱۰۲/۰۷	[-۱/۸۸ -۹۰ -۹۰ -۹۰]	۰/۵۷۵	۱۵۷/۵	۰/۱۵	[G B G B]	۵
۸۲/۸۱	[-۹۰ -۲/۱۷ ۹۰ -۷/۷۱]	۰/۵۷۵	۰	۰/۱۵	[G G G G]	۵
۷۹/۹۴	[۱۵/۵۲ ۹۰ -۵۹/۸۹ -۵۹/۱۴]	۰/۵۷۵	۶۷/۵	۰/۱۵	[G G B B]	۵
۷۶/۹۲	[-۳۵/۲۸ -۲۹/۰۵ -۷۴/۸۲ ۵۹/۵۳]	۰/۵۷۵	۱۵۷/۵	۰/۱۵	[B B G G]	۵
۶۲/۳۲	[-۶۴/۹۲ ۲۸/۲۴ ۲۷/۴۴ ۹۰]	۰/۵۷۵	۱۵۷/۵	۰/۱۵	[G B B G]	۵

[G B B G] کمترین مقاومت را در برابر کمناش حرارتی دارد که این مساله به خواص مکانیکی و استحکام مواد مورد بررسی برمی گردد.

#### ۵- نتیجه گیری

گشودگی در صفحات به دلایل مختلف ایجاد می‌گردد. اگرچه این گشودگی‌ها باعث کاهش یا افزایش بار کمناش می‌شوند، اما

نشان دادن این تأثیر، مقدار بهینه دمای بحرانی کمناش، به‌ازای تمامی پارامترهای طراحی بهینه در جدول ۱۰ آورده شده است. با توجه به جدول ۱۰ می‌توان نتیجه گرفت که خواص مکانیکی و چیدمان لایه‌ها، تأثیر قابل توجهی بر دمای بحرانی کمناش دارند. نتایج نشان داد که برای گشودگی پنج ضلعی و شش ضلعی چیدمان لایه به‌صورت [B B B B] بیشترین مقاومت را در برابر کمناش حرارتی دارد. هم‌چنین چیدمان لایه به‌صورت



شکل ۱۰: شکل مد کمانش صفحه حاوی گشودگی مرکزی (a) گشودگی پنج ضلعی (b) گشودگی شش ضلعی  
 Fig. 10. Buckling mode shape of plate with central cutout (a) Pentagon cutout (b) Hexagonal cutout

ورق نیز افزایش می‌یابد.

۵- آرایش لایه‌ها، بیشترین تأثیر را بر بار کمانش حرارتی دارند.  
 ۶- کامپوزیت هیبریدی متقارن از لحاظ نوع ماده با آرایش لایه‌ها به صورت [B B B B] و کامپوزیت هیبریدی با آرایش لایه‌ها به صورت [G B B G] نسبت به سایر آرایش لایه‌ها به ترتیب، بیشترین و کمترین مقاومت را در برابر کمانش حرارتی دارند.

#### منابع

- [1] F. Bloom and D. Coffin, Handbook of Thin Plate Buckling and Postbuckling, CRC Press, New York, 2000.
- [2] W. T. Koiter, Over de Stabiliteit van het Elastisch Evenwicht, Ph.D. Thesis, Technische Hoogeschool at Delft, Amsterdam, 1945.
- [3] R. V. Kumar and G. K. Rao, Effect of Volume Fraction on the Thermal Buckling Analysis Of Laminated Composite Plate with Square/Rectangular Cutout, Materials Today: Proceedings, 5 (2) (2018) 5819-5829.
- [4] R. Shaterzadeh, S. Abolghasemi and R. Rezaei, Finite Element Analysis of Thermal Buckling of Rectangular Laminated Composite Plates with Circular Cut-Out, Journal of Thermal Stresses, 37 (5) (2014) 604-623.
- [6] S. Abolghasemi, A. R. Shaterzadeh and R. Rezaei, Thermo-Mechanical Buckling Analysis of Functionally Graded Plates with an Elliptic Cutout,

می‌توان با انتخاب مناسب هندسه گشودگی و مقادیر پارامترهای مؤثر بر بار کمانش، مقاومت این صفحات را در برابر کمانش افزایش داد. در این مقاله، بار کمانش حرارتی صفحه کامپوزیتی حاوی گشودگی پنج ضلعی و هم‌چنین صفحه کامپوزیتی با گشودگی شش ضلعی با استفاده از روش اجزای محدود و بر پایه تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول محاسبه شده است. سپس به منظور دستیابی به بیشترین بار کمانش حرارتی، مقادیر بهینه پارامترهای طراحی که بر بار کمانش حرارتی مؤثراند برای آرایش متفاوت لایه‌ها و شرایط مرزی مختلف با استفاده از الگوریتم ژنتیک به دست آورده شده‌اند. متغیرهای طراحی در این مقاله عبارتند از: نرمینگی گوشه‌های گشودگی، نسبت اندازه گشودگی به اندازه صفحه، زاویه چرخش گشودگی و زاویه لیاف. هم‌چنین تابع هدف در الگوریتم ژنتیک، بیشترین بار کمانش حرارتی می‌باشد. در نهایت نتایج مفیدی به شرح زیر استخراج گردیده است:  
 ۱- صفحه با گشودگی پنج ضلعی و هم‌چنین صفحه با گشودگی شش ضلعی نسبت به صفحه با گشودگی دایروی مقاومت بیشتری در برابر کمانش حرارتی دارد. هم‌چنین صفحه با گشودگی پنج ضلعی و شش ضلعی نسبت به صفحه با گشودگی شش ضلعی دارای دمای بحرانی کمانش بیشتری می‌باشد.

۲- با افزایش نرمینگی گوشه‌های گشودگی پنج ضلعی و شش ضلعی در بازه تعریف شده برای گشودگی پنج ضلعی و شش ضلعی، بار کمانش حرارتی نیز افزایش می‌یابد.

۳- هرچه نسبت اندازه گشودگی به اندازه صفحه افزایش یابد، بار کمانش حرارتی نیز افزایش می‌یابد.

۴- هرچه لبه‌های ورق مقیدتر باشد، ظرفیت تحمل بار حرارتی

- [16] A. Ehsani and J. Rezaeepazhand, Stacking Sequence Optimization of Laminated Composite Grid Plates for Maximum Buckling Load Using Genetic Algorithm, *International Journal of Mechanical Sciences*, 119 (2016) 97-106.
- [17] A. R. Vosoughi, A. Darabi, N. Anjabin and U. Topal, A Mixed Finite Element and Improved Genetic Algorithm Method for Maximizing Buckling Load of Stiffened Laminated Composite Plates, *Aerospace Science and Technology*, 70 (2017) 378-387.
- [18] O. S. Hussein and S. B. Mulani, Optimization of In-Plane Functionally Graded Panels for Buckling Strength: Unstiffened, Stiffened Panels, and Panels with Cutouts, *Thin-Walled Structures*, 122 (2018) 173-181.
- [19] S. A. Mahmoodzade hoseyni and M. Jafari, Optimization of Influence Parameter on Isotropic Plates with Regular Polygonal Cutouts Using Particle Swarm Algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, 15 (12) (2015) 243-253. (in Persian)
- [20] A. K. Kaw, *Mechanics of Composite Materials*, Second Edition, CRC Press, USA, 2006.
- [21] D. L. Logan, *A First Course in The Finite Element Method*, Fifth Edition, Cengage Learning, USA, 2012.
- [22] O.S. Sahin, Thermal Buckling of Hybrid Angle-Ply Laminated Composite Plates with a Hole, *Composite Science and Technology*, 65 (2005) 1780-1790.
- [23] H. Ounis and M. O. Belarbi, On the Thermal Buckling Behaviour of Laminated Composite Plates with Cutouts, *Journal of Applied Engineering Science & Technology*, 3 (2) (2017) 63-69.
- [24] K. R. Thangaratnam and J. Ramachandran, Thermal Buckling of Composite Laminated Plates, *Computers & Structures*, 32(5) (1989) 1117-1124.
- [25] M. K. Singha, L. S. Ramachandra and J. N. Bandyopadhyay, Thermal Postbuckling Analysis of Laminated Composite Plates, *Composite Structures*, 54 (4) (2001) 453-458.
- Aerospace Science and Technology*, 39 (2014) 250-259.
- [7] P. Dhurvey, Buckling Analysis of Composite Laminated Skew Plate of Variable Thickness, *Materials Today: Proceedings*, 4 (9) (2017) 9732-9736.
- [8] R. V. Kumar and G. K. Rao, Thermal Buckling Analysis of Laminated Composite Plate with Square/Rectangular, Elliptical/Circular Cutout, *Materials Today: Proceedings*, 5 (2) (2018) 5354-5363.
- [9] A. Ghorbanpour Arani, Sh. Maghamikia, M. Mohammadimehr and A. Arefmanesh, Buckling Analysis of Laminated Composite Rectangular Plates Reinforced by SWCNTs Using Analytical and Finite Element Methods, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 25 (3) (2011) 809-820.
- [10] M. Aydogdu and T. Aksencer T., Buckling of CrossPly Composite Plates
- [11] With Linearly Varying In-Plane Loads, *Composite Structures*, 183 (2018) 221-231.
- [12] A.R. De Faria and S.F.M. De Almeida, Buckling Optimization of Plates with Variable Thickness Subjected to Nonuniform Uncertain Loads, *International Journal of Solids and Structures*, 40 (15) (2003) 3955-3966.
- [13] F. Aymerich and M. Serra, Optimization of Laminate Stacking Sequence for Maximum Buckling Load Using the Ant Colony Optimization (ACO) Metaheuristic, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 39 (2) (2008) 262-272.
- [14] Z. Jing, X. Fan and Q. Sun, Stacking Sequence Optimization of Composite Laminates for Maximum Buckling Load Using Permutation Search Algorithm, *Composite Structures*, 121 (2015) 225-236.
- [15] F. S. de Almeida, Stacking Sequence Optimization for Maximum Buckling Load of Composite Plates Using Harmony Search Algorithm, *Composite Structures*, 143 (2016) 287-299.

