



## Effects of Magnetic Field on Natural Convection of Non-Newtonian Fluid in a Square Enclosure with a Central Heat Source

A. Jahanbakhshi, A. Ahmadi Nadooshan\*

Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

**ABSTRACT:** In this study, the incompressible laminar flow of non-Newtonian fluid is studied in a cavity with a central heat source under a uniform inclined magnetic field. The governing equations are converted into nonlinear ordinary differential equations using similarity transformations and solved using finite difference based numerical methods. In the current study, the effect of non-Newtonian power-law fluid is investigated for power-law indices of 0.75, 1 and 1.4. The results are compared with the ones in which the magnetic field is not applied. It is found that the implementation of a magnetic field for different fluid indices in different Rayleigh numbers does not show similar behaviors and the results show that the magnetic field affects the convection flow, leading to a reduction in it. Also can be said that with the implementation of a magnetic field in the range of indices  $n \geq 1$  for power-law model fluid, increased Rayleigh number leads to reduced average Nusselt number and for  $n < 1$ , the average Nusselt increases. For  $n < 1$ , with increased Rayleigh number in the presence of a fixed magnetic field, free convection can be weakened while this trend for  $n < 1$  occurs with reduced Rayleigh number.

### Review History:

Received: 2019-04-09

Revised: 2019-06-01

Accepted: 2019-06-16

Available Online: 2019-07-09

### Keywords:

Non-Newtonian fluid

Power-law model

Magnetic field

Natural convection

## 1. INTRODUCTION

One of the natural convection heat transfer control methods is the use of a magnetic field effect on the flow. Analysis of fluid flow exposed to the magnetic field is known as magnetohydrodynamics. Natural convection heat transfer and magnetohydrodynamics that focus on the interaction effects of the fluid and magnetic field, have different uses in industry and attracted the attention of many researchers. These uses include cooling the electronic components, nuclear reactors, solar collectors, health industries, food industries, etc. Sheikholeslami et al. [1] in their study used a new numerical method to simulate the effects of magnetic force and radiation on nanofluid heat transfer through a permeable middle environment. In this study, they considered different amounts of radiation, magnetic force, and buoyancy force and showed their effects on water-alumina nanofluid heat transfer. Their results showed that the Brownian movement influences thermal conductivity and fluid viscosity. Also, by strengthening magnetic forces, heat transfer reduces and through radiation, Nusselt number can be increased. Atashafrooz et al. [2] investigated the interaction effect of nanofluid and magnetic field under a specific angle on forced convection heat transfer in a channel with sudden contraction in the flow path. Their results showed that the Hartmann number and magnetic field angle significantly increase the irreversibility in the flow while they have an inverse effect on the heat transfer rate. Also, total entropy and average Nusselt

number increase with the volume fraction of nanoparticles. Sajadi et al. [3] simulated the three-dimensional natural convection heat transfer of magnetohydrodynamics within a square enclosure with sinusoidal heat distribution on one side of the wall using Multiple-Relaxation-Time Lattice Boltzmann Method (MRT-LBM). One of the results of this study was that the MRT-LBM method is a suitable method to simulate three-dimensional flows with complex boundary conditions. Also, their results showed that an increase in the Hartmann number leads to a reduction in heat transfer while an increase in the Rayleigh number and volume percentage of nanoparticles results in an increase in heat transfer. In another study, Sajadi et al. [4] simulated the natural convection of magnetohydrodynamics within a square cavity using the double MRT-LBM method. They pointed out that the effect of Hartmann number variations on heat transfer increases with the Grashof number so that by increasing the Hartmann number from 0 to 100, the average Nusselt number increases by 12% and 71% for Grashof numbers of  $2 \times 10^3$  and  $2 \times 10^5$  respectively.

## 2. METHODOLOGY

In this study, natural convection of laminar steady non-Newtonian power-law fluid in an enclosure with middle heat source has been simulated numerically using ANSYS FLUENT software. The magnetic field with the intensity of  $B_0$  under the angle of 45 relative to the horizon is applied to the enclosure. The upper wall of the enclosure is insulated

\*Corresponding author's email: ahmadi@eng.sku.ac.ir



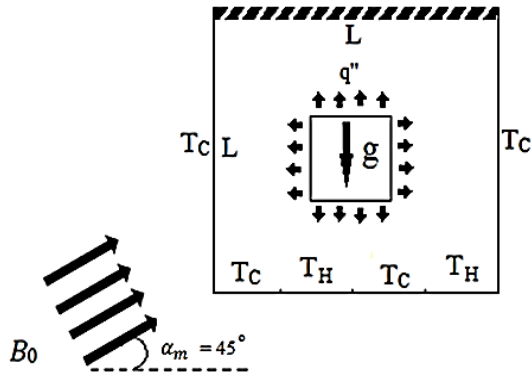


Fig. 1. Schematic of the enclosure studied

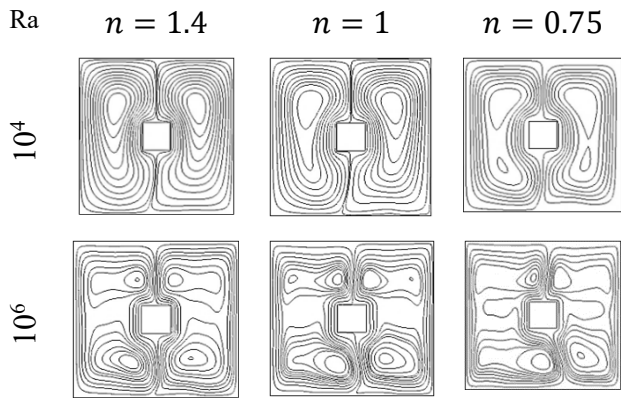


Fig. 2. Flow lines in Rayleigh numbers and various indexes (n)

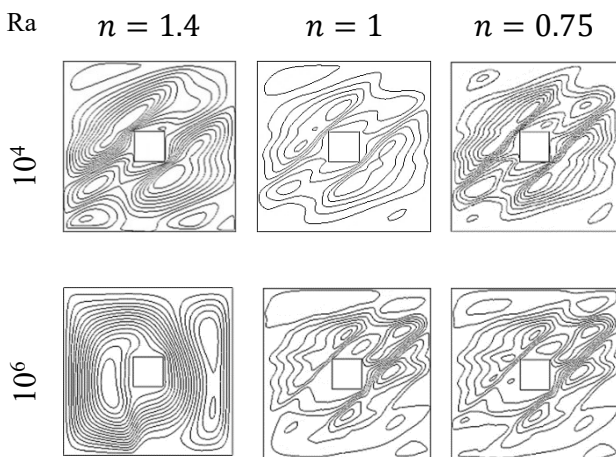


Fig. 3. Flow lines in Rayleigh numbers and various indexes (n) with magnetic field

and vertical walls are under a constant temperature of  $T_c$ . The lower wall of the enclosure is divided into four equal sections with  $T_H$  and  $T_c$  temperatures as illustrated in Fig. 1.

The convergence criterion for the continuity and momentum equations is less than  $10^{-5}$  and the energy equation is less than  $10^{-6}$ . The power-law index ( $n$ ) for pseudo-plastic fluid is 0.7 and for dilatant one is 1.4.

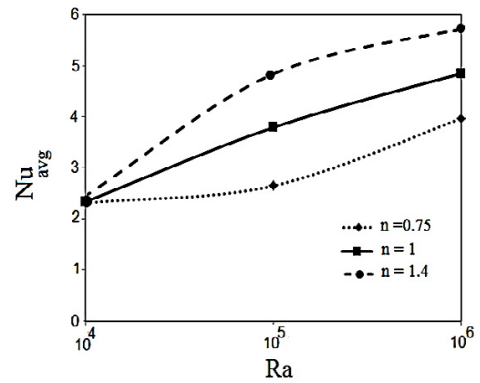


Fig. 4. Variations of average Nusselt in the Rayleigh numbers for different power indexes

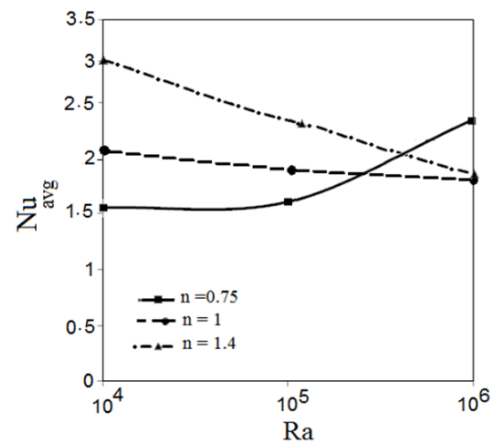


Fig. 5. Variations of average Nusselt in the Rayleigh numbers for different power indexes in the presence of magnetic field

### 3. RESULTS AND DISCUSSION

The purpose of the study is to investigate the effect of magnetic field application on the flow behavior of the power-law model with various indices in the natural convection heat transfer process. Further, the effect of the Rayleigh number and also the power-law index is investigated on the behavior of the fluid inside the square enclosure.

Due to the streamlines in Fig. 2, it appears that in all states two separate regions of vortices are created on the right and left sides of the enclosure

With respect to Fig. 3, it can be seen that the application of the magnetic field due to the Lorentz force has a significant effect on the flow and temperature fields. So, with the application of the field, the axis of the central vortices is tilted, and with increasing Rayleigh number, and also increasing the index  $n$ , the fluid rotation and vortex orientation are affected.

It can be seen from Figs. 4 and 5 that without a magnetic field for Rayleigh number of  $10^4$ , the natural convection is weak and the conduction heat transfer is dominant. In this case, for all indices, the average Nusselt number has approximately the same value, which increases with the Rayleigh number.

#### 4. CONCLUSIONS

According to the numerical results, it can be stated that for all power-law indices, at low Rayleigh numbers, the rotation of streamlines relative to the  $Y$  axis at the center of the enclosure shows higher symmetry and by increasing the Rayleigh number, this symmetry reduces. Also, by applying the magnetic field, convection in the enclosure reduces. This issue is observed in streamlines by the removal of symmetrical vortices around the middle heat source and the creation of weak vortices in the middle part of the square enclosure.

#### REFERENCES

[1] M. Sheikholeslami, H. Sajjadi, A. A. Delouei, M. Atashafrooz, Z. Li,

- Magnetic force and radiation influences on nanofluid transportation through a permeable media considering  $Al_2O_3$  nanoparticles, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 136(6) (2019) 2477-2485.
- [2] M. Atashafrooz, M. Sheikholeslami, H. Sajjadi, A. A. Delouei, Interaction effects of an inclined magnetic field and nanofluid on forced convection heat transfer and flow irreversibility in a duct with an abrupt contraction, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 478 (2019) 216-226.
- [3] H. Sajjadi, A. A. Delouei, M. Atashafrooz, M. Sheikholeslami, Double MRT Lattice Boltzmann simulation of 3-D MHD natural convection in a cubic cavity with sinusoidal temperature distribution utilizing nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 126 (2018) 489-503.
- [3] H. Sajjadi, A. A. Delouei, M. Sheikholeslami, M. Atashafrooz, S. Succi, Simulation of three dimensional MHD natural convection using double MRT Lattice Boltzmann method, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 515 (2019) 474-496.

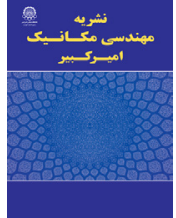
#### HOW TO CITE THIS ARTICLE

A. Jahanbakhshi, A. Ahmadi Nadooshan, *Effects of Magnetic Field on Natural Convection of Non-Newtonian Fluid in a Square Enclosure with a Central Heat Source*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(1) (2021) 67-70.

DOI: [10.22060/mej.2019.16101.6274](https://doi.org/10.22060/mej.2019.16101.6274)







## اثر میدان مغناطیسی بر جابجایی آزاد سیال غیرنیوتنی در محفظه مربعی با چشمه حرارتی مرکزی

اکرم جهانبخشی، افشین احمدی ندوشن\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸-۰۱-۲۰  
بازنگری: ۱۳۹۸-۰۳-۱۱  
پذیرش: ۱۳۹۸-۰۳-۲۶  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۴-۱۸

### کلمات کلیدی:

سیال غیرنیوتنی  
مدل قانون توانی  
میدان مغناطیسی  
جابجایی طبیعی

**خلاصه:** در این مطالعه جریان لایه‌ای تراکم ناپذیر سیال غیرنیوتنی با چشمه گرمایی مرکزی در یک محفظه برای حالت‌های بدون میدان مغناطیسی و اعمال میدان مغناطیسی یکنواخت تحت زاویه‌ای مشخص، بررسی شده است. معادلات حاکم به روش اختلاف محدود بر مبنای حجم کنترل گسسته‌سازی شده‌اند و میدان حل مسئله با استفاده از شبکه یکنواخت شبکه‌بندی شده است. این مسئله برای حالت پایدار با فرمول‌بندی ضمنی و با الگوریتم سیمپل حل شده است. در مطالعه حاضر تأثیر غیرنیوتنی بودن سیال با مدل قانون توانی با وجود میدان مغناطیسی یکنواخت، برای مقادیر شاخص توانی  $n=0.75, 1, 1/4$  بررسی شده و نتایج به دست آمده با شرایط عدم وجود میدان مقایسه شد. با توجه به نتایج حاصل شده، می‌توان بیان کرد که اعمال میدان مغناطیسی برای شاخص‌های مختلف سیال، در رایلی‌های متفاوت رفتار یکسانی را نشان نمی‌دهد و با اعمال میدان مغناطیسی، جابجایی جریان در محفظه تقلیل می‌یابد. همچنین می‌توان گفت که با اعمال میدان مغناطیسی در محدوده  $n \geq 1$  برای سیال مدل قانون توانی، افزایش عدد رایلی باعث کاهش نوسلت متوسط و برای  $n < 1$  باعث افزایش نوسلت متوسط خواهد شد. برای شاخص  $n > 1$  با افزایش رایلی در حضور یک میدان مغناطیسی ثابت، می‌توان جابجایی آزاد را تضعیف نمود در حالیکه این روند برای  $n < 1$  با کاهش عدد رایلی رخ می‌دهد.

### ۱- مقدمه

از روش‌های کنترل انتقال گرمای جابجایی طبیعی می‌توان استفاده از تأثیر میدان مغناطیسی بر روی جریان را نام برد. تجزیه و تحلیل جریان سیال در معرض میدان مغناطیسی تحت عنوان هیدرودینامیک مغناطیسی شناخته می‌شود. به عنوان مثال با استفاده از جریان جابجایی طبیعی مگنتوهیدرودینامیک<sup>۱</sup> در سیالات به راحتی می‌توان بر ویژگی‌های انتقال گرما و جریان، تأثیرگذار بود و آن‌ها را تحت کنترل درآورد. همچنین می‌توان به ایجاد یک محیط جدید جهت سنجش آزمون‌های پرتو ایکس و حرارت دهی به بافت‌های سلولی با خاصیت مغناطیس شونده سیال در یک میدان متناوب، به

عنوان دیگر کاربردهای این نوع جریان‌ها اشاره کرد. انتقال گرمای جابجایی طبیعی و هیدرودینامیک مغناطیسی که به مطالعه اثرات متقابل سیال و نیروی مغناطیسی می‌پردازد کاربردهای مختلفی در صنعت داشته و بسیار مورد توجه محققین است. از جمله این کاربردها می‌توان به خنک‌کاری قطعات الکتریکی، راکتورهای هسته‌ای، گردآورنده‌های خورشیدی، صنایع بهداشتی و غذایی و... اشاره کرد [۱]. همچنین فرآیند انتقال حرارت سیالات غیرنیوتنی در صنایع مختلف مانند پتروشیمی- صنایع غذایی- دارویی و ... کاربرد دارد. مطالعه انتقال حرارت سیالات مختلف در هندسه‌های مختلف در این گونه صنایع جهت طراحی دستگاه‌های جدید انتقال حرارت و بالا بردن راندمان دستگاه‌های صنعتی مفید و ضروری است. علاوه بر آن بررسی رفتار حرارتی و هیدرودینامیکی سیالات مختلف در محفظه‌های

1 MHD

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ahmadi@eng.sku.ac.ir



روش‌های جدیدی برای حل معادلات ارائه کردند و نتایج را برای مقادیر مختلف پارامترها به صورت گرافیکی و عددی ارائه نمودند. محمودی و همکاران [۹] جریان جابجایی طبیعی مگنتوهیدرودینامیک در یک محفظه مربعی شکل حاوی نانوسیال آب-آلومینیم را با استفاده از روش شبکه بولتزنن شبیه‌سازی کردند. تفاوت این شبیه‌سازی با موارد مشابه وجود یک توزیع سینوسی دمایی وابسته به مکان در دیواره‌های عمودی محفظه است. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که انتقال گرما با عدد رایلی نسبت مستقیم و با هارتمن نسبت معکوس دارد. امین فر و همکاران [۱۰] اثر میدان مغناطیسی غیر یکنواخت بر رفتار هیدرودینامیکی و گرمایی یک فروسیال در جابجایی ترکیبی در یک لوله عمودی را به صورت عددی بررسی کردند. آن‌ها از مدل دو فازی مخلوط برای شبیه‌سازی فروسیال مورد نظر استفاده کردند و نشان دادند هنگامی که از میدان مغناطیسی که دارای گرادیان منفی در جهت جریان است استفاده می‌کنند، پروفیل سرعت تخت‌تر می‌شود و ضریب انتقال گرمای جابجایی جریان افزایش می‌یابد، در حالیکه برای میدان مغناطیسی با گرادیان مثبت، عکس این قضیه صادق است. همچنین آن‌ها نشان دادند که اثر میدان مغناطیسی با افزایش شدت میدان و کاهش عدد رینولدز افزایش می‌یابد. موزینی و رحیمی [۱۱] یک حلقه استوانه‌ای متحدالمرکز افقی که در آن دیواره‌های هم شکل دماهای مختلفی دارد را در حضور نیروی مگنتوهیدرودینامیک شعاعی مورد مطالعه قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که افزایش قدرت میدان مغناطیسی، عدد نوسلت را در هر دو سطح از سیلندر کاهش می‌دهد. ماهین و همکاران<sup>۵</sup> [۱۲] هزینه‌های انرژی یک مبادله‌کن گرمایی حلقوی عمودی با جریان مگنتوهیدرودینامیک و شار حرارتی ثابت در شرایط مرزی مختلف را با استفاده از روش خاصی<sup>۶</sup> بررسی کردند و دریافتند که با افزایش عدد هارتمن، هزینه‌های انرژی افزایش می‌یابد. هاتزیکونستانینو و وافس<sup>۷</sup> [۱۳] یک مدل بر اساس نظریه عمومی سه بعدی برای تأثیر میدان مغناطیسی روی سیال‌های مغناطیسی با سیال پایه دارای رسانایی الکتریکی پیشنهاد دادند. در این تحقیق فرض شده است که ذرات مغناطیسی بر خلاف سیال پایه رسانایی الکتریکی ندارند. مدل ارائه شده با اصول فروهیدرودینامیک و مگنتوهیدرودینامیک سازگاری دارد زیرا

گوناگون با شرایط مرزی متفاوت به دلیل کاربرد فراوان آن‌ها مطالعه‌ای پایه‌ای است، از این‌رو مطالعات زیادی در مورد جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی درون محفظه‌ها انجام گرفته است. لام‌سادی و همکاران<sup>۱</sup> [۲] همرفت طبیعی و گذرای سیال غیرنیوتنی را با مدل تابع نمایی در یک محفظه به صورت عددی بررسی کردند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که در صورت بزرگ بودن عدد پرانتل و نسبت منظری در محفظه، مشخصه‌های جریان و انتقال گرما به این پارامترها وابسته نخواهند بود. در مطالعه دیگری لام‌سادی و همکاران [۳] جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی را در یک محفظه مستطیلی مایل به صورت عددی بررسی کردند. در این محفظه دیواره‌های کناری دارای شرط مرزی شار گرمایی ثابت گرم و سرد بوده و دو دیوار دیگر عایق بودند. آن‌ها دریافتند که به ازای یک عدد رایلی مشخص چرخش محفظه بین زوایای  $180 \leq \theta \leq -180$  اثر چشمگیری روی انتقال گرما دارد و اثر چرخش محفظه با کاهش شاخص تابع نمایی بیشتر می‌گردد. الوای و واسه‌آر<sup>۲</sup> [۴] جابجایی طبیعی یک سیال غیرنیوتنی رقیق را در یک محفظه عمودی با استفاده از مدل کارنو-یاسودا به صورت عددی بررسی کردند. رئیسی [۵] اثر وجود یک جفت مانع بر انتقال گرما طبیعی سیال غیرنیوتنی در یک محفظه مربعی را بررسی کرد و نشان داد که کاهش شاخص نمایی سبب کاهش لزجت ظاهری سیال شده و جابجایی طبیعی در داخل محفظه را تقویت می‌کند. قاسمی و همکاران [۶] به مطالعه انتقال گرما جابجایی طبیعی در حضور یک میدان مغناطیسی برای محفظه‌ای مربعی با دیواره‌های عمودی سرد و گرم و دیواره افقی عایق پرداختند. آن‌ها چنین نتیجه گرفتند که با افزایش عدد رایلی انتقال گرما بهبود می‌یابد، همچنین با افزایش عدد هارتمن نرخ انتقال گرما کاهش خواهد یافت. پیچی و همکاران<sup>۳</sup> در سال ۲۰۱۷ [۷] به بررسی جریان سیال غیر نیوتنی مرتبه سوم در یک کانال افقی شیب دار پرداختند و راه حل‌های تحلیلی برای معادلات ارائه دادند. رضا و همکاران<sup>۴</sup> [۸] به مطالعه عددی جریان سیال غیرنیوتنی ریز قطبی در یک کانال با در نظر گرفتن جابجایی دیواره‌ها پرداختند. در کار ایشان معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی غیر خطی با استفاده از تبدیلات تشابه به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شد. آن‌ها با استفاده از روش شوتینگ

5 Mahian. O  
6 EGM  
7 Hatzikonstantinou. P.M, Vafeas. P

1 Lamsaadi. M  
2 Alloui. Z, Vasseur. P  
3 Picchi. D  
4 Raza. J



باعث افزایش قابل توجه برگشت ناپذیری در جریان می‌شود در حالیکه اثر معکوسی بر روی نرخ انتقال حرارت دارد. همچنین آنتروپی کل و ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. سجادی و همکاران [۱۸] به شبیه‌سازی سه بعدی انتقال حرارت جریان جابجایی طبیعی مگنتوهیدرودینامیک در یک محفظه مکعبی با توزیع درجه حرارت سینوسی در یک طرفه دیواره و با استفاده از روش عددی مشخصی<sup>۲</sup> پرداختند. از جمله نتایج این تحقیق آن است که روش اشاره شده یک روش مناسب برای شبیه‌سازی جریان‌های سه بعدی با شرایط مرزی پیچیده است. همچنین نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که افزایش عدد هارتمن موجب کاهش نرخ انتقال حرارت می‌شود در حالیکه افزایش عدد رایلی و درصد حجمی نانوذرات باعث افزایش نرخ انتقال حرارت خواهد شد. در مطالعه دیگری سجادی و همکاران [۱۹] به شبیه‌سازی سه بعدی جابجایی طبیعی مگنتوهیدرودینامیک در یک حفره مکعبی با به کارگیری یک روش عددی<sup>۳</sup> پرداختند. ایشان بیان کردند که تأثیر تغییرات عدد هارتمن در نرخ انتقال حرارت با افزایش عدد گراشسف افزایش می‌یابد به طوری که با افزایش عدد هارتمن از صفر تا ۱۰۰، میزان کاهش ناسلت متوسط برای گراشسف برابر  $2 \times 10^2$  به میزان ۱۲٪ و برای گراشسف  $2 \times 10^5$  برابر با ۷۱٪ است.

## ۲- هندسه مطالعه شده

در این مطالعه جریان طبیعی برای سیال غیرنیوتنی مدل قانون توانی، در حالت پایا و لایه‌ای با چشمه گرمایی میانی، به روش عددی و با استفاده از نرم افزار انسیس-فلونتت شبیه‌سازی شده است. میدان مغناطیسی نیز به شدت  $B$  تحت زاویه ۴۵ درجه نسبت به افق به محفظه وارد می‌شود. دیواره‌ی بالایی محفظه عایق و دیواره‌های قائم در دمای ثابت  $T_C$  قرار دارند. دیواره پایینی محفظه در چهار قسمت مساوی مطابق شکل ۱ دارای دماهای  $T_C$  و  $T_H$  است.

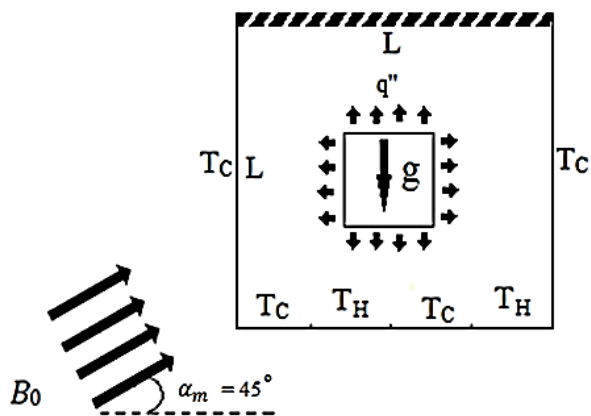
## ۳- معادلات حاکم

برای ساده‌سازی عبارت شناوری در معادلات حاکم از تقریب بوزینسک استفاده شده است. با استفاده از پارامترهای بی‌بعد معادلات حاکم بر مسئله عبارتند از [۲۰]:

مغناطیسه شدن و رسانایی الکتریکی سیال، هر دو در نظر گرفته شده است. آن‌ها با استفاده از این مدل و روش‌های تحلیلی روابطی برای محاسبه لزجت معادل و فشار کلی برای هر هندسه دلخواه، ارائه دادند. همچنین آن‌ها روش تحلیلی خود را برای مدل‌سازی جریان استوکس در سیالات مغناطیسی استفاده کردند. یاماگوچی و همکاران<sup>۱</sup> [۱۴] رفتار حرارتی یک سیال مغناطیسی با خواص متغیر با دما را در یک محفظه مکعبی شکل بررسی کردند. این محفظه در معرض یک میدان مغناطیسی یکنواخت رو به بالا قرار گرفته و داخل آن یک سیلندر مربعی جهت تولید گرما قرار داده شده است. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که علی‌رغم وجود گرمکن داخل محفظه با هر اندازه‌ای، مشخصه‌های انتقال گرما این سیال در حضور میدان مغناطیسی ارتقاء می‌یابد. لاجوردی و همکاران [۱۵] در یک کار آزمایشگاهی، انتقال گرما جابجایی اجباری نانوسیال مغناطیسی آب-اکسید آهن را در یک لوله مستقیم، تحت شرایط شار حرارتی ثابت دیواره و میدان مغناطیسی یکنواخت، در راستای جریان و در رژیم لایه‌ای بررسی کردند. این محققین نشان دادند که افزودن نانوذرات اکسید آهن به سیال پایه به تنهایی انتقال گرمای جابجایی را افزایش می‌دهد و اعمال میدان مغناطیسی این افزایش را بیشتر می‌کند. آن‌ها این افزایش را به تغییر در خواص ترموفیزیکی سیال نظیر رسانش گرمایی و ظرفیت گرمایی ویژه نسبت دادند. شیخ الاسلامی و همکاران [۱۶] در پژوهش خود، روش عددی جدیدی را برای شبیه‌سازی تأثیرات نیروی مغناطیسی و تابش بر انتقال نانوسیال از طریق یک محیط میانی نفوذپذیر انتخاب کردند. در این مطالعه آن‌ها مقادیر مختلف تابش، نیروی مغناطیسی و شناوری را در نظر گرفته و تأثیرات آن‌ها بر انتقال نانوذرات را نشان دادند. نانوسیال بررسی شده توسط آن‌ها آب-آلومینا است. نتایج ایشان نشان داد که حرکت براونی بر روی رسانندگی حرارتی و ویسکوزیته سیال اثر گذار است همچنین با تقویت نیروهای مغناطیسی، انتقال حرارت کاهش می‌یابد و از طریق تشعشع می‌توان عدد ناسلت را افزایش داد. آتش‌افروز و همکاران [۱۷] اثرات متقابل نانوسیال و اعمال میدان مغناطیسی تحت یک زاویه‌ی مشخص را بر روی انتقال حرارت جابجایی اجباری و نیز برگشت ناپذیری جریان در یک کانال با انقباض ناگهانی در مسیر جریان، بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که عدد هارتمن و زاویه‌ی اعمال میدان مغناطیسی

2 MRT-LBM  
3 Double MRT-LBM

1 Yamaguchi, H



شکل ۱. طرحواره محفظه مورد مطالعه

Fig. 1. Schematic of the enclosure studied

$$\gamma^* = \left[ 2 \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

شرایط مرزی جریان برای دیواره‌ها و سطوح چشمه گرمایی عبارت

است از:

$$U = 0, \quad V = 0 \quad (7)$$

شرط مرزی گرمایی برای دیواره بالایی:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (8)$$

شرط مرزی گرمایی برای دیواره‌های سرد:

$$\theta = 0 \quad (9)$$

شرط مرزی گرمایی برای بخش‌هایی با دمای  $T_H$  در دیواره پایینی:

$$\theta = \frac{(T_H - T_C)K}{q''L} \quad (10)$$

شرط مرزی حرارتی برای سطوح چشمه حرارتی:

$$\frac{\partial \theta}{\partial (X, Y)} = \frac{-q''L}{K(T_H - T_C)} \quad (11)$$

پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

مومنتم  $x$ :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + 2Pr \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu_a^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) + Pr \left[ \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu_a^* \left( \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \right] + \frac{1}{2} Pr Ha^2 (V - U) \quad (2)$$

مومنتم  $y$ :

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu_a^* \left( \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) + 2Pr \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu_a^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + 2Pr \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu_a^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + \frac{1}{2} Pr Ha^2 (U - V) + Ra Pr \theta \quad (3)$$

معادله انرژی:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

$\mu_a^*$  لزجت ظاهری بی‌بعد است که در معادلات مومنتم بی‌بعد

ظاهر شده و برای محاسبه آن خواهیم داشت:

$$\mu_a^* = k \gamma^{*n-1} \quad (5)$$



$$h = \frac{q''}{T_H - T_C} = \frac{-K \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=l}}{T_H - T_C} \quad (17)$$

در روابط ذکر شده از متغیرهای بی بعد معرفی شده در رابطه (۱۸) استفاده شده است.

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{L} \quad (U, V) = \frac{(u, v)}{\frac{\alpha}{L}} \quad (18)$$

$$\theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C} \quad P = \frac{p}{\rho \frac{K^2}{L}} \quad Ha = B_0 L \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_a}}$$

عدد نوسلت متوسط روی دیواره به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$Nu_X = \int_0^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=1} dX \quad (19)$$

لزجت سینماتیکی برای سیال غیرنیوتنی به صورت زیر تعریف می‌شود. [۲۲]

$$g \equiv \left( \frac{k}{\rho} \right)^{\frac{1}{2-n}} L^{2(1-n)(2-n)} \quad (20)$$

تعریف اعداد رایلی و پرائنتل به منظور بررسی سیستماتیک مسئله به صورت روابط (۲۱) و (۲۲) است.

$$Pr \equiv \frac{\left( \frac{k}{\rho} \right)^{\frac{1}{2-n}} L^{2(1-n)(2-n)}}{K} \quad (21)$$

$$Ra \equiv \frac{g \beta \Delta T L^3}{K \left( \frac{k}{\rho} \right)^{\frac{1}{2-n}} L^{2(1-n)(2-n)}} \quad (22)$$

در مراحل حل مسئله عدد رایلی در محدوده  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ ، پرائنتل برابر  $Pr=10^2$  و قدرت میدان مغناطیسی اعمالی به ترتیب

مدل قانون توانی بیشترین کاربرد را در توصیف سیالات غیرنیوتنی لزج خالص دارد. ارتباط بین تنش برشی و نرخ برش در این مدل به شکل زیر خواهد بود.

$$\tau_{yx} = k \left| \frac{du}{dy} \right|^{n-1} \frac{du}{dy} \quad (12)$$

متغیرهای  $n$  و  $k$  ثابت‌های تجربی هستند.  $k$  شاخص پایداری (سازگاری) و  $n$  شاخص سیال مدل قانون توانی است. حالت  $n=1$  و  $k=\mu$  بیانگر رفتار سیال نیوتنی است.  $n < 1$  رفتار سیال شبه پلاستیک را بیان می‌کند و  $n > 1$  نیز توصیف کننده رفتار سیال دایلاتانت است. مدل قانون توانی پر کاربردترین مدل حاکم بر سیالات غیرنیوتنی است که بر اساس آن تنش برشی تابعی از توان  $n$  ام نرخ برش می‌باشد. برای جمله تنش برشی در سیال غیرنیوتنی مطابق مدل قانون توانی روابط زیر برقرار است [۲۱].

$$\tau_{ij} = k \dot{\gamma}^{n-1} \dot{\gamma}_{ij} - P S_{ij} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳) عبارت  $k \dot{\gamma}^{n-1}$  بعنوان لزجت ظاهری شناخته می‌شود. عبارت  $\dot{\gamma}_{ij}$  نرخ برش و  $\dot{\gamma}$  نرخ برش کلی است که به صورت زیر تعریف می‌شود.

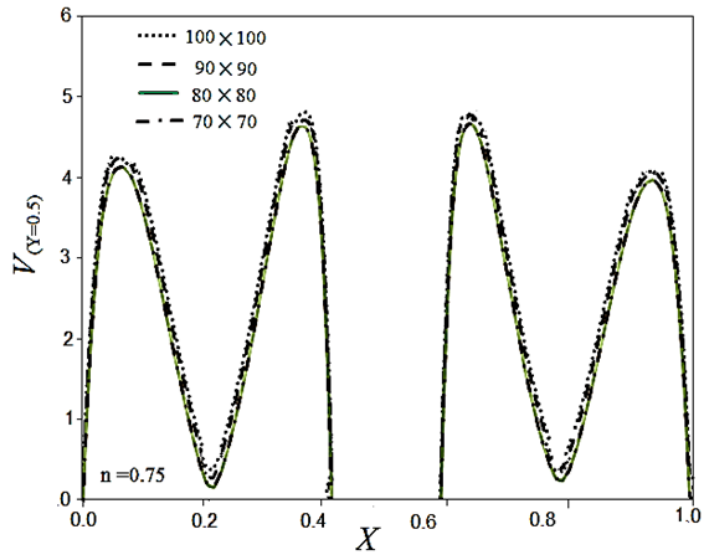
$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (14)$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum \sum \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ji}} \quad (15)$$

به منظور بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر رفتار سیال در هر مرحله، عدد نوسلت، معیار مناسبی است. عدد نوسلت موضعی دیواره گرم و سرد طبق رابطه (۱۶) تعریف می‌شود.

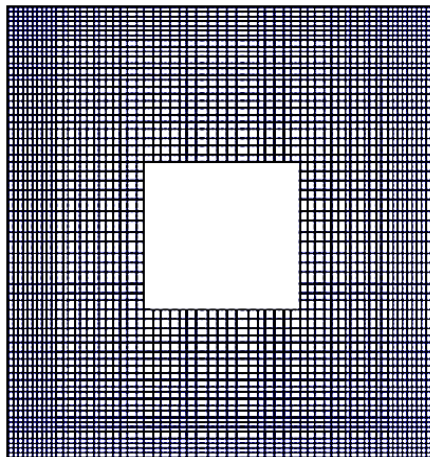
$$Nu = \frac{hl}{K} \quad (16)$$

$h$  ضریب انتقال گرمایی جابجایی است و برابر است با:



شکل ۲. استقلال حل از شبکه بندی هندسه

Fig. 2. Independent solving of the geometry meshing



شکل ۳. نحوه شبکه بندی هندسه

Fig. 3. Geometry meshing

برای  $B_0 = 2$  (Tesla) و  $B_1 = 0$  (Tesla) در نظر گرفته شده است. لزجت ظاهری برای سیال غیرنیوتنی نیز به صورت رابطه (۲۳) محاسبه می شود [۲۱].

برای  $n=0.75$  و  $100 \times 100$  و  $90 \times 90$  و  $80 \times 80$  و  $70 \times 70$  در نظر گرفته شد. مطالعه شبکه ها برای عدد رایلی  $Ra=10^5$ ، عدد پرانتل  $10^2$  و مقدار شاخص توانی برابر  $n=0.75$  صورت گرفت. تعداد شبکه ها تا زمانیکه پروفیل های مؤلفه عمودی سرعت بر هم منطبق گردند، تغییر می یابد. شکل ۲ تغییرات سرعت را برای شبکه بندی های مختلف نشان می دهد. مشاهده شد که در حالت  $80 \times 80$  سلول محاسباتی، افزایش بیشتر تعداد گره ها تغییر محسوسی را در نتایج نشان نمی دهد و پروفیل های سرعت به تدریج بر روی هم منطبق می شوند. در شکل ۳ یک نمونه از شبکه بندی هندسه مسئله نمایش داده شده است.

برابر  $B_0 = 2$  (Tesla) و  $B_1 = 0$  (Tesla) در نظر گرفته شده است. لزجت ظاهری برای سیال غیرنیوتنی نیز به صورت رابطه (۲۳) محاسبه می شود [۲۱].

$$\mu_a = \kappa \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (23)$$

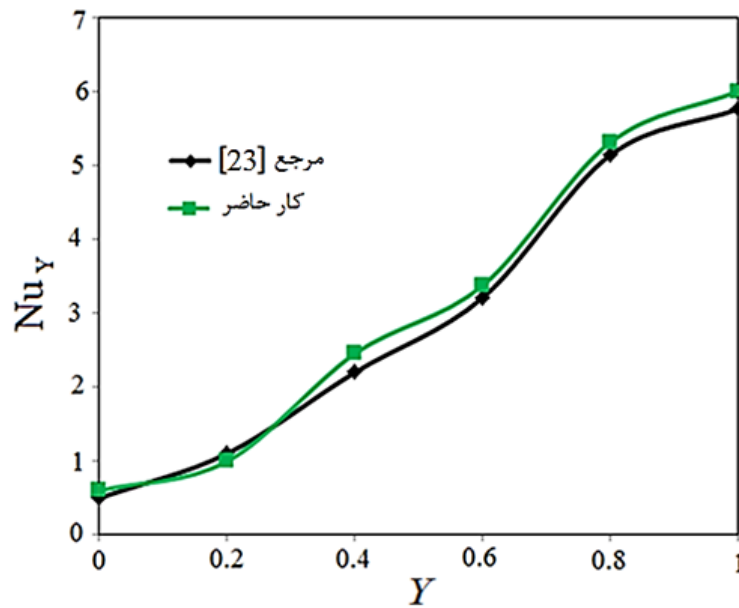
#### ۴- استقلال حل از شبکه بندی هندسه

برای به دست آوردن استقلال جواب ها از نقاط شبکه، شبکه های

جدول ۱. نتایج عددی کار حاضر و مراجع [۲۴] و [۲۵] بدون میدان مغناطیسی

Table 1. Numerical results of present work and references [24] and [25] without magnetic field

(m/s) $V \max_{y=}$	(m/s) $U \max_{x=}$	
۲۱۸,۲۱۷۵	۶۴,۱۷۱۳	نتایج کار حاضر
۲۱۶,۰۰۸۵	۶۴,۸۹۷۸	مراجع [۲۴]
۲۲۰,۴۶۱	۶۴,۸۳۶۷	مراجع [۲۵]



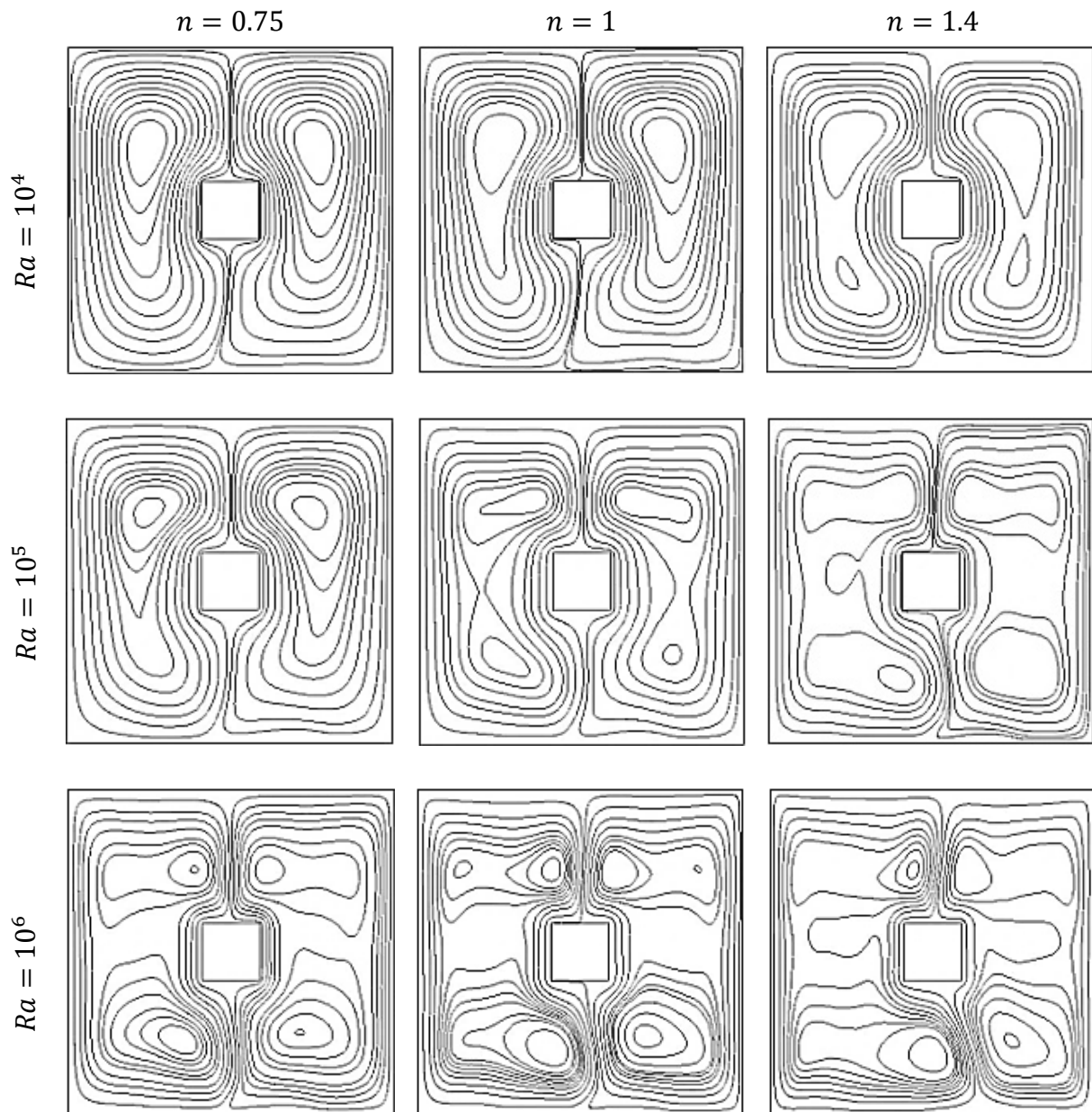
شکل ۴. مقایسه نتایج کار حاضر و مرجع [۲۳] با میدان مغناطیسی

Fig. 4. Results obtained from the present work compared with reference [23] with magnetic field

## ۵- روش حل و اعتبار سنجی

نیز معادل دمای  $T_c$  است. معیار همگرایی برای معادله پیوستگی و معادلات مومنتوم کوچکتر از  $10^{-5}$  و برای معادله انرژی نیز کوچکتر از  $10^{-6}$  در نظر گرفته شده است. شاخص سیال مدل قانون توانی ( $n$ ) برای حالت شبه پلاستیک برابر ۰٫۷ و برای سیال دایلاتانت برابر ۱٫۴ انتخاب شده است. اثر تغییرات شاخص مدل قانون توانی و عدد رایلی بر روی مشخصات جریان از قبیل توزیع عدد نوسلت، تغییرات مولفه‌های سرعت و خطوط جریان، بدون حضور میدان و نیز در حالت جریان جابجایی طبیعی مگنتوهیدرودینامیک بررسی می‌شود. برای اطمینان از صحت روش حل مسئله، نتایج با مراجع [۲۳-۲۵] مقایسه شدند. نتایج این اعتبار سنجی‌ها در جدول ۱ و شکل ۴ ارائه شده است

برای انجام شبیه‌سازی عددی معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله باید به معادلات جبری تبدیل شوند از این رو این معادلات به روش اختلاف محدود بر مبنای حجم کنترل گسسته‌سازی شده‌اند. میدان حل نیز با استفاده از یک شبکه منظم شبکه‌بندی شده است. مسئله برای حالت پایدار با فرمول بندی ضمنی و به کارگیری الگوریتم سیمپل حل شده است. اساس این روش در انتگرال‌گیری از معادله دیفرانسیل بر روی حجم کنترل است. به این منظور دامنه حل به یک سری حجم کنترل تقسیم شده و معادلات به کمک انتگرال‌گیری جبری می‌شوند. بنابراین حل حاصل شده به روش تکرار استوار است. دمای مرجع



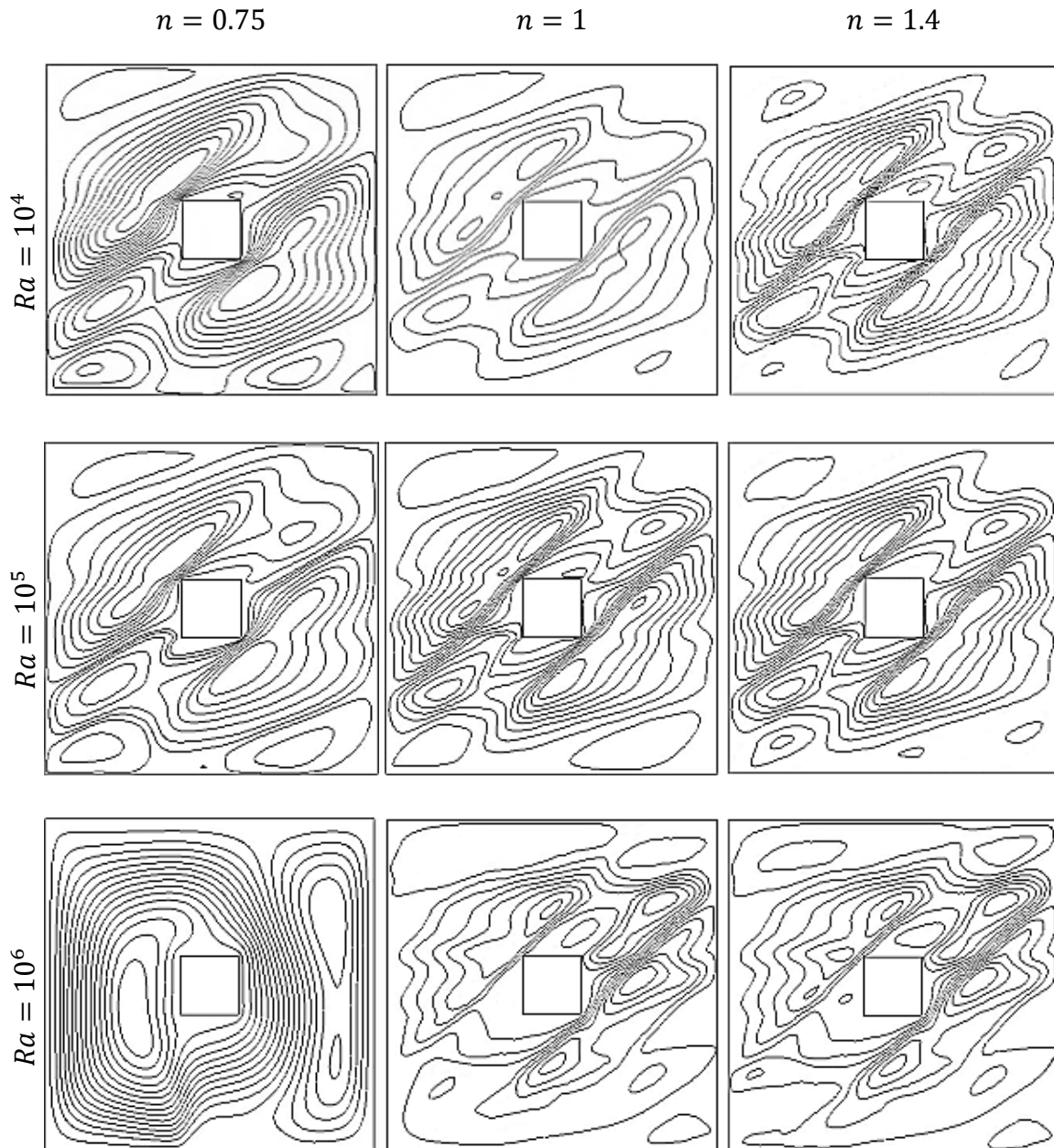
شکل ۵. خطوط جریان در اعداد رایلی و شاخص‌های مختلف ( $n$ )  
 Fig. 5. Flow lines in Rayleigh numbers and various indexes ( $n$ )

نشان داده شده است. شکل ۶ نیز خطوط جریان را برای شرایطی که میدان اعمال می‌گردد نشان می‌دهد. در شکل‌های ۶، ۷ و ۸ نیز کانتورهای خطوط همدمما برای حالت بدون حضور میدان مغناطیسی (a) و اعمال میدان (b) ارائه شده است.

با توجه به خطوط جریان در شکل ۵ به نظر می‌رسد در تمامی حالت‌ها دو ناحیه مجزا از گردابه‌ها، در نیمه راست و چپ محفظه ایجاد می‌شود. در تمام شاخص‌ها، با کوچک‌تر شدن عدد رایلی مرکز چرخش خطوط جریان نسبت به خط موازی محور  $y$  در مرکز محفظه،

#### ۶- نتایج و بحث

هدف بررسی تأثیر اعمال میدان مغناطیسی در رفتار جریان سیال مدل قانون توانی با شاخص‌های مختلف در فرآیند انتقال گرمای جابجایی طبیعی است. در ادامه اثر تغییر عدد رایلی و نیز شاخص  $n$  در این مدل، بر روی رفتار سیال درون محفظه بررسی شده است. در حالت  $|B_z| = 0$  به طور کلی نتایج بیانگر این مطلب است که میدان جریان و انتقال گرما متأثر از تغییرات عدد رایلی و شاخص  $n$  است. در شکل ۵ خطوط جریان در اعداد رایلی مختلف و  $n = 0.75, 1, 1.4$

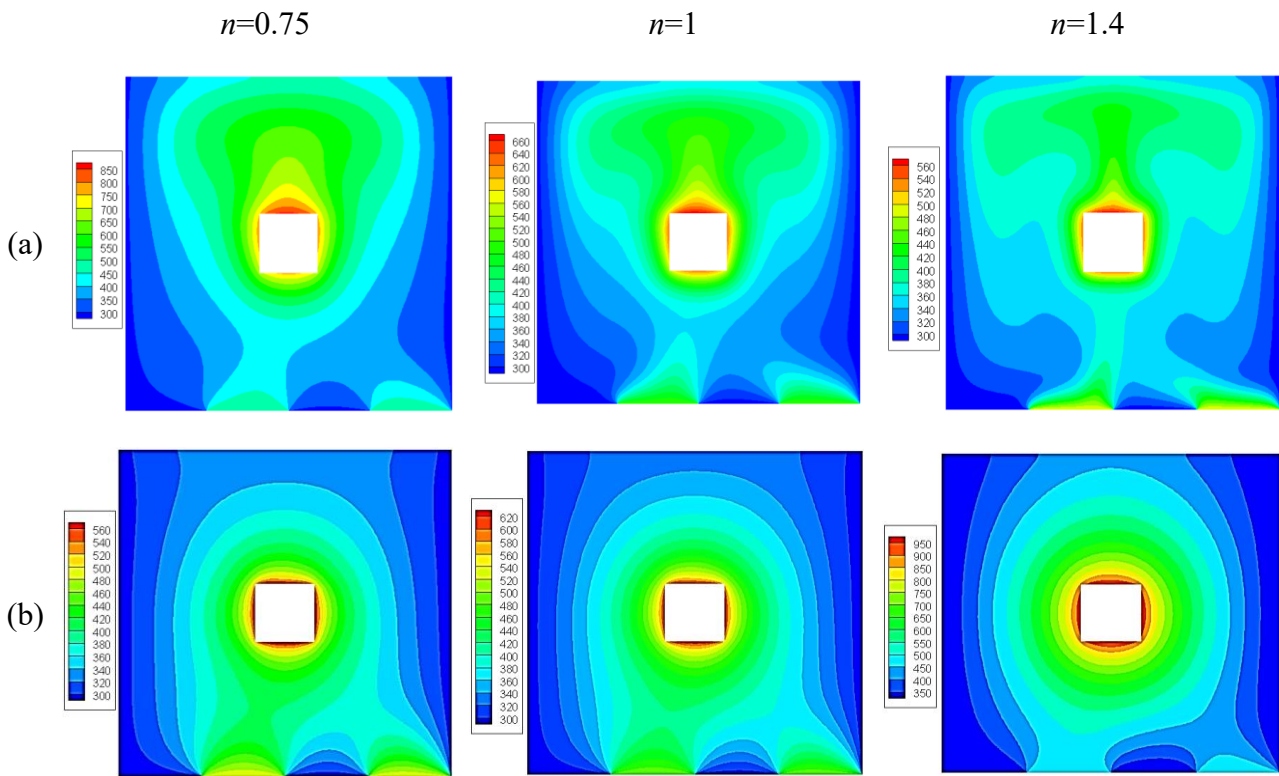


شکل ۶. خطوط جریان در اعداد رایلی و شاخص‌های مختلف ( $n$ ) در حضور میدان مغناطیسی  
 Fig. 6. Flow lines in Rayleigh numbers and various indexes ( $n$ ) with magnetic field

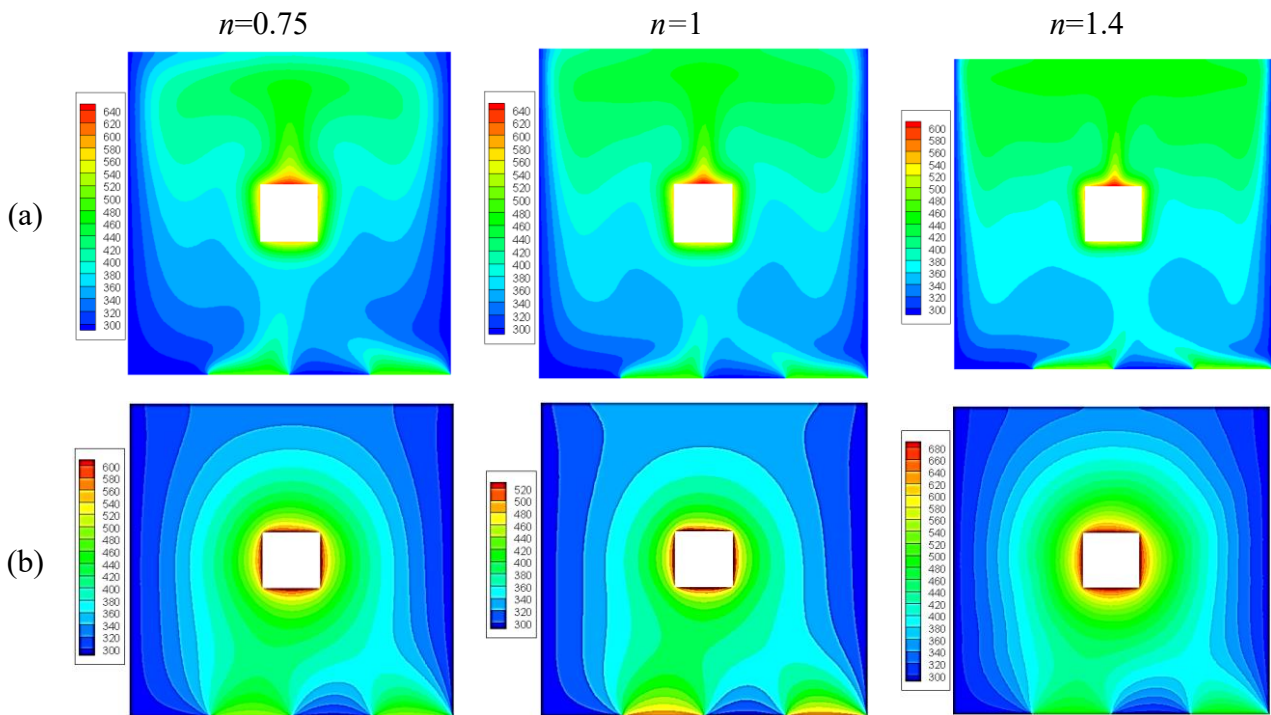
می‌یابد. همچنین فضای اشغال شده توسط گردابه‌ها در نیمه سمت راست محفظه کاهش می‌یابد که این حالت برای  $n > 1$  مشخص‌تر است. با توجه به شکل ۶ مشاهده می‌شود که اعمال میدان مغناطیسی به دلیل ایجاد نیروی لورنتس، تأثیر بسزایی در میدان جریان و میدان دما دارد. به طوریکه با اعمال میدان، محور گردابه‌های مرکزی کج شده و با افزایش عدد رایلی و نیز افزایش شاخص  $n$  چرخش سیال و جهت‌گیری گردابه‌ها تحت تأثیر قرار می‌گیرد. نیروی لورنتس به

تقارن بیشتری داشته و با افزایش عدد رایلی این تقارن کمتر می‌شود. حالت متقارن بیان‌کننده اثر غالب انتقال گرمای هدایت است و هر چقدر سهم انتقال گرمای جابجایی بیشتر گردد چرخش جریان قوت می‌گیرد و تغییر الگوی جریان محسوس‌تر خواهد شد تا جایی که تقارن نیز کمتر شده و یا در نهایت از بین می‌رود. در یک مقدار ثابت از شاخص  $n$  با افزایش عدد رایلی نیروی شناوری افزایش یافته و در نتیجه گردابه‌های مرکزی بزرگ‌تر می‌شوند و تعداد آن‌ها نیز افزایش

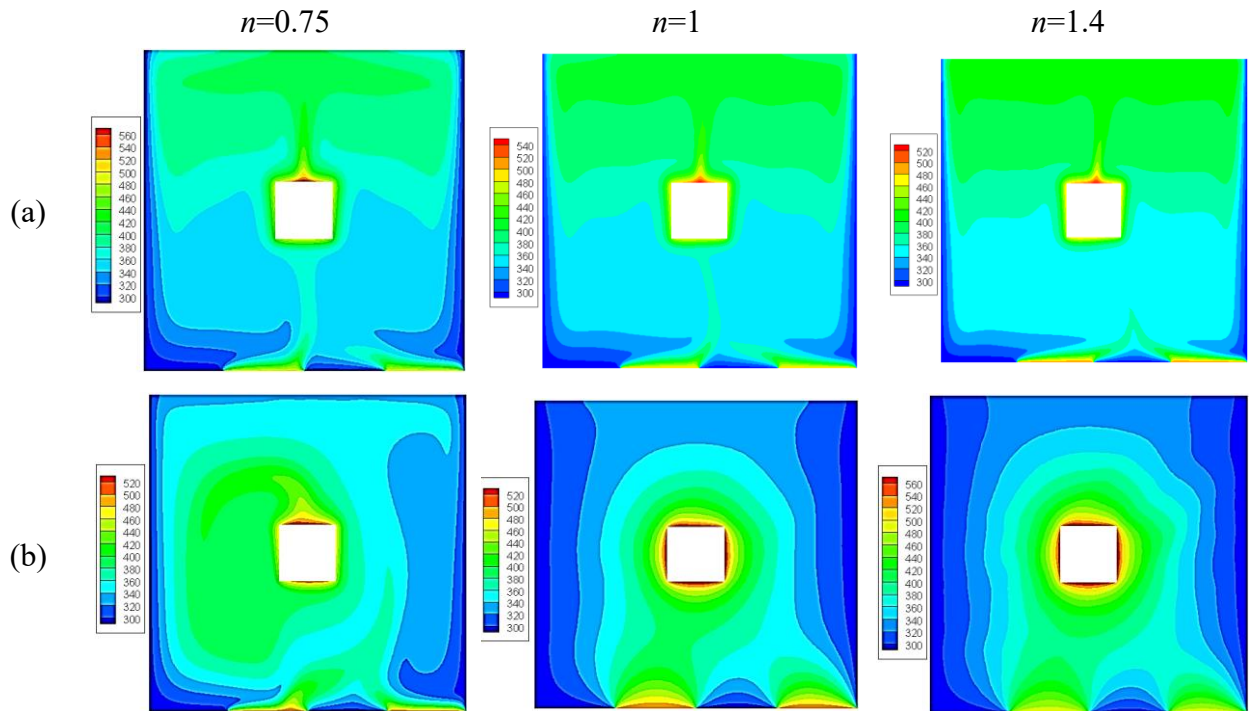




شکل ۷. منحنی‌های دما در رابلی  $Ra = 10^4$  و شاخص‌های مختلف ( $n$ ) - (a) بدون میدان و (b) بعد از اعمال میدان مغناطیسی  
 Fig. 7. Temperature curves in  $Ra = 10^4$  and various indexes ( $n$ ) - (a) without the field and (b) with the magnetic field



شکل ۸. منحنی‌های دما در رابلی  $Ra = 10^5$  و شاخص‌های مختلف ( $n$ ) - (a) بدون میدان و (b) بعد از اعمال میدان مغناطیسی  
 Fig. 8. Temperature curves in  $Ra = 10^5$  and various indexes ( $n$ ) - (a) without the field and (b) with the magnetic field



شکل ۹. منحنی‌های دما در رایلی  $10^6$   $Ra = 10^6$  و شاخص‌های مختلف ( $n$ ) - (a) بدون میدان و (b) بعد از اعمال میدان مغناطیسی  
 Fig. 9. Temperature curves in  $Ra = 10^6$  and various indexes ( $n$ ) - (a) without the field and (b) with the magnetic field

تعداد گردابه‌های شکل گرفته افزایش می‌یابد. با افزایش شاخص  $n$  در یک رایلی ثابت تقارن خطوط جریان از بین می‌رود که بیانگر افزایش انتقال گرمای جابجایی در محفظه است زیرا برای حالت شبه پلاستیک ( $n < 1$ ) به دلیل این که  $\dot{\gamma}$  به توان عددی منفی می‌رسد، لزجت ظاهری بزرگ‌تر خواهد شد و به دلیل افزایش لزجت ظاهری جابجایی طبیعی تضعیف می‌شود.

حال هر چه از سیال شبه پلاستیک به سمت سیال دایلاتانت (۱)  $n >$  برویم لزجت ظاهری و محدوده تغییرات آن نیز کاهش می‌یابد زیرا  $\dot{\gamma}$  عددی مثبت و کوچک‌تر از یک است که در این حالت به توان عددی مثبت می‌رسد. به عبارتی در یک آهنگ برش ثابت با کاهش شاخص سیال لزجت ظاهری افزایش یافته و در نتیجه قدرت نیروهای شناوری درون محفظه کاهش می‌یابد و خطوط جریان متراکم‌تر و شکلی متقارن به خود می‌گیرند. تغییرات سرعت نیز در این حالت کمتر است. اما در مقابل در یک آهنگ برش ثابت با افزایش شاخص  $n$  لزجت ظاهری کاهش خواهد یافت و انتقال گرمای جابجایی طبیعی شدت می‌یابد. به همین جهت مشاهده می‌شود در یک رایلی ثابت با کاهش  $n$  حضور گردابه‌ها در گوشه‌های حفره ضعیف‌تر است. با

صورت نیروی وارد بر بار نقطه‌ای در میدان الکترومغناطیسی، تعریف می‌شود.

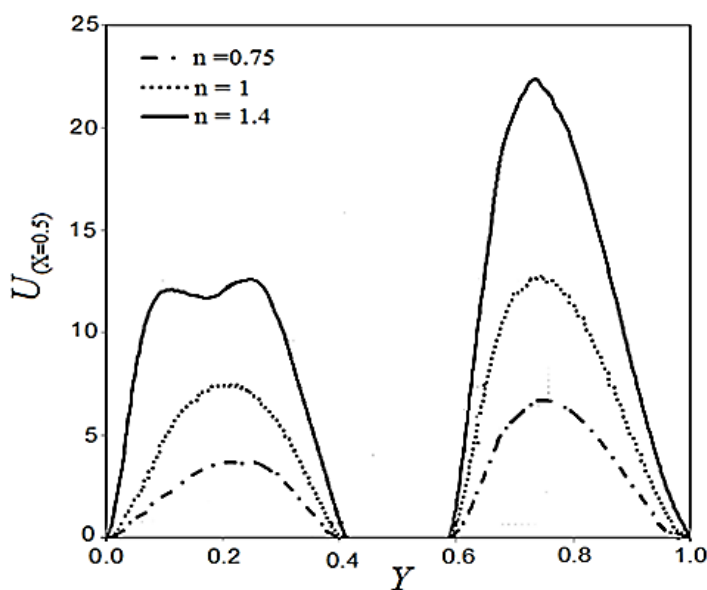
همچنین در این حالت گردابه‌های متقارن میانی در اطراف چشمه گرمایی حذف شده و افزایش رایلی سبب می‌شود تا سیال مدل قانون توانی کمی به سمت گوشه‌های محفظه متمایل شود. در حالت کلی تقارن نسبی نسبت به خطوط عمودی و افقی گذرنده از مرکز هندسه برای خطوط جریان از بین می‌رود و این در حالی است که با اعمال میدان مغناطیسی در عدد رایلی  $10^6$  برای سیال شبه پلاستیک، این چرخش تقریباً بطور متقارن نسبت به خط افقی گذرنده از مرکز محفظه شکل گرفته است. از مقایسه خطوط جریان در دو حالت اعمال میدان و عدم وجود میدان، این نتیجه حاصل می‌شود که با توجه به تراکم خطوط و گردابه‌های شکل گرفته در حالتی که میدان مغناطیسی اعمال نمی‌شود، جابجایی در تمام محفظه حاکم است. بنابراین میدان مغناطیسی تمایل به اثر گذاری بر روی جریان‌های جابجایی داشته و منجر به کاهش این نوع جریان‌ها می‌شود. در یک رایلی ثابت با تغییر شاخص سیال و رفتن از حالت شبه پلاستیک به دایلاتانت حضور گردابه‌ها در گوشه‌های محفظه قوی‌تر خواهد شد. و



خطوط همدمای نتیجه می‌شود که در غیاب میدان مغناطیسی خطوط جریان در اطراف چشمه گرمایی متمرکز بوده و تمام محیط چشمه در مسیر چرخش جریان قرار گرفته است. خطوط همدمای نیز در این حالت اطراف چشمه گرمایی را احاطه کرده که این نتایج نشان دهنده بهبود انتقال گرمایی جابجایی نسبت به شرایطی است که میدان مغناطیسی اعمال شده است. در حضور میدان مغناطیسی جریان چرخشی سیال بیشتر در گوشه‌های چشمه میانی شکل می‌گیرند و در پیرامون منبع متمرکز نیستند.

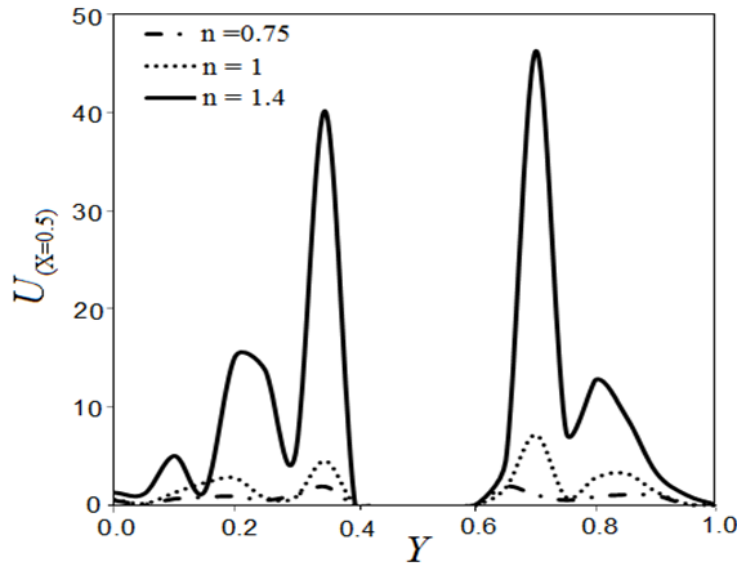
در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ مقایسه‌های بین مؤلفه افقی سرعت در هر دو حالت عدم وجود میدان مغناطیسی و نیز اعمال میدان، بر روی محور مرکزی حفره انجام شده است. با توجه به شکل ۱۰ می‌توان گفت در یک رایلی ثابت با افزایش شاخص توانی  $n$ ، گردابه‌های چرخشی ایجاد شده فضای بیشتری از محفظه را در دو سمت چشمه میانی اشغال می‌کنند و توزیع سرعت غیر یکنواخت می‌شود. از این جهت مطابق انتظار است که مولفه‌های سرعت مقادیر بزرگ‌تری داشته باشند و با کاهش  $n$  نیز مقادیر بیشینه مولفه‌های سرعت کاهش یابند. با کاهش شاخص توانی سرعت به گونه‌ای کاهش می‌یابد که گردابه‌های مرکزی تبدیل به یک گردابه در نزدیکی دیواره‌های افقی محفظه می‌شوند. همچنین نقاط بیشینه و کمینه سرعت از دیواره‌های سرد و گرم فاصله

افزایش شاخص  $n$  و در نتیجه کاهش لزجت ظاهری سیال، سرعت در اطراف دیواره‌ها شدت یافته اما در قسمت‌های میانی محفظه اندکی کاهش می‌یابد زیرا گردابه‌ها در بخشی از مرکز محفظه و دو سمت چشمه گرمایی میانی حذف می‌شوند. در ادامه با توجه به خطوط همدمای (شکل‌های ۷، ۸ و ۹) نتیجه می‌شود که در یک رایلی ثابت و نبود میدان مغناطیسی، با افزایش  $n$  انحناهای خطوط همدمای در محفظه بیشتر شده و در کنار دیواره‌ها متراکم‌تر می‌گردد. هرچه میزان انحناهای خطوط همدمای کمتر باشد و به موازات دیواره‌های سرد و گرم شکل بگیرند نشان دهنده غالب بودن مکانیزم انتقال گرمایی رسانش است که با اعمال میدان مغناطیسی این حالت شدت خواهد یافت. در شرایط  $|B| = 0$  با افزایش شاخص  $n$  و افزایش عدد رایلی، خطوط جریان به سمت تشکیل چندین جریان موازی چرخشی پیش می‌روند. در نزدیک چشمه گرمایی گردان‌ها افزایش یافته و در نتیجه انتقال گرمایی جابجایی نیز افزایش می‌یابد و خطوط جریان در این قسمت نیز متراکم‌تر هستند. با اعمال میدان مغناطیسی خطوط جریان در مرکز محفظه کشیده شده و خطوط دما ثابت نیز تقریباً موازی می‌شوند که نشان دهنده غالب بودن رسانش گرمایی در مرکز محفظه است. همچنین در حضور میدان آهنگ انتقال گرما بین مرزهای گرم و سرد کاهش یافته است. از مقایسه خطوط جریان و



شکل ۱۰. نمودار مؤلفه افقی سرعت بی‌بعد در مقطع میانی  $x = 0.5$  و  $Ra = 10^5$

Fig. 10. Horizontal component diagram of dimensionless velocity in the middle section  $x = 0.5$  and  $Ra = 10^5$



شکل ۱۱. نمودار مؤلفه افقی سرعت بی‌بعد در مقطع میانی  $x = 0.5$  و  $Ra = 10^5$  در حضور میدان مغناطیسی

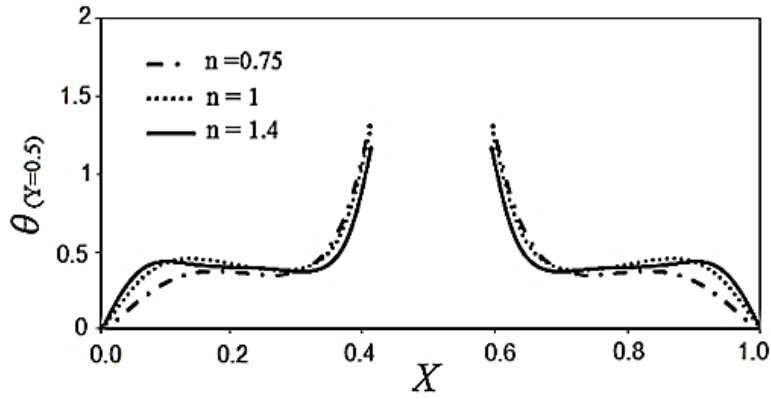
Fig. 11. Horizontal component diagram of the dimensionless velocity in the middle section  $x = 0.5$  and  $Ra = 10^5$  in the presence of the magnetic field

در این تحقیق، لزجت ظاهری سیال پایین بوده و بنابراین جابجایی طبیعی اهمیت می‌یابد. بنابراین با افزایش عدد رایلی سرعت سیال در کنار دیواره‌های سرد و گرم بیشتر شده و گرادیان دما در این نواحی افزایش می‌یابد. علاوه بر اثری که تغییرات چگالی سیال روی انتقال گرما دارد، جهت چرخش جریان سیال تحت تأثیر اعمال میدان مغناطیسی نیز بر آهنگ انتقال گرما جابجایی طبیعی مؤثر است. بنابراین مغناطیس می‌تواند تأثیر بسزایی در کنترل رفتار گرمایی و حرکتی جریان سیال در محفظه داشته باشد.

در شکل‌های ۱۴ تا ۱۷ تغییرات عدد نوسلت موضعی در امتداد دیواره پایینی محفظه بررسی شده است. در تمامی نمودارها ناپیوستگی در محل اتصال بخش‌های گرم و سرد روی ضلع پایینی محفظه دیده می‌شود. برای شاخص  $n=0.75$  به دلیل افزایش لزجت ظاهری سیال غیرنیوتنی تغییر عدد رایلی تأثیر چندانی بر روی نوسلت موضعی نخواهد داشت اما با افزایش شاخص توانی تغییرات مشخص‌تر است. در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ تغییرات عدد نوسلت موضعی روی ضلع پایینی محفظه و در شرایط اعمال میدان مغناطیسی نشان داده شده است. در حضور میدان، ناپیوستگی در محل اتصال بخش‌های گرم و سرد روی ضلع پایینی جابجا شده است که با افزایش رایلی و کاهش شاخص توانی این جابجایی چشمگیرتر می‌باشد و علت آن را می‌توان کج شدن

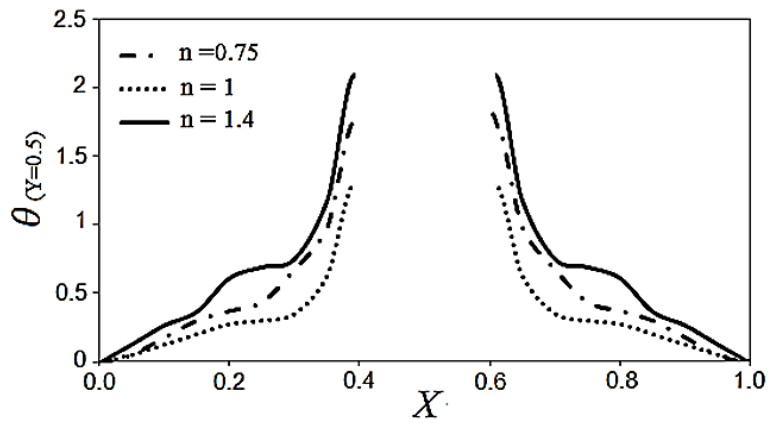
می‌گیرند. با افزایش  $n$  قدر مطلق مقدار بیشینه مؤلفه افقی سرعت افزایش می‌یابد زیرا با افزایش رایلی و شاخص  $n$  گردابه‌های چرخشی از نواحی مرکزی به سمت گوشه‌های محفظه کشیده شده و به همین دلیل مؤلفه افقی سرعت در محفظه مقدار قابل توجهی دارد.

با توجه به شکل ۱۱ ایجاد جریان جابجایی طبیعی مگنتوهیدرودینامیک باعث ایجاد نوسانات قابل توجهی در پروفیل سرعت محوری شده است. به عبارتی برای حالت بدون میدان پروفیل سرعت در شاخص‌های مختلف، تخت‌تر است و اعمال میدان شکل پروفیل سرعت را کاملاً عوض کرده و باعث افزایش شدید گرادیان سرعت در نزدیکی دیواره‌های چشمه میانی و کاهش آن در نزدیکی دیواره‌های قائم محفظه می‌شود. همچنین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که اعمال میدان مغناطیسی باعث افزایش قدر مطلق مقادیر بیشینه پروفیل سرعت شده اما در مقابل مشاهده می‌شود که به طور کلی وجود میدان مغناطیسی سبب کاهش میانگین سرعت و قدرت جابجایی سیال خواهد شد و علت آن را می‌توان ایجاد نیروی لورنتس دانست. در ادامه با توجه به شکل‌های ۱۲ و ۱۳ مشخص است که در حالت جابجایی طبیعی مگنتوهیدرودینامیک گرادیان دما در نزدیکی دیواره‌های قائم محفظه کاهش می‌یابد. در بررسی تغییرات دمایی سیال در محفظه مشخص است که در بیشترین شاخص مطالعه شده



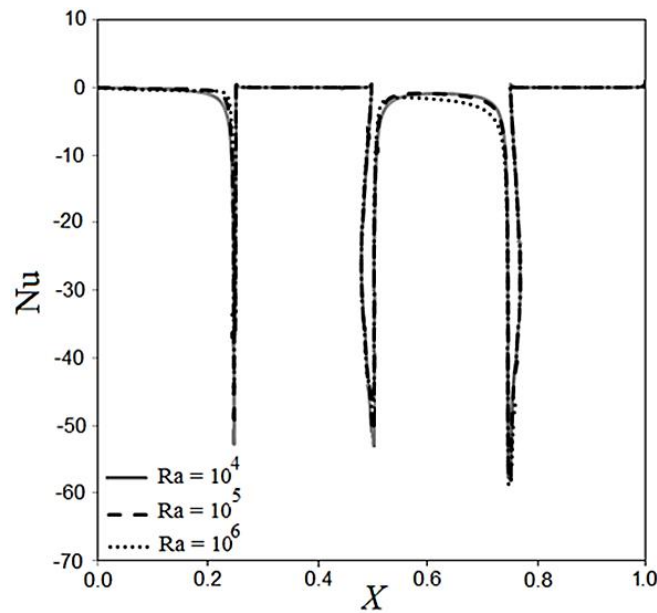
شکل ۱۲. تغییرات دمای بی بعد در مقطع میانی محفظه  $y = 0.5$  و  $Ra = 10^5$

Fig. 12. Dimensionless temperature variations in the middle section of the enclosure  $y = 0.5$  and  $Ra = 10^5$



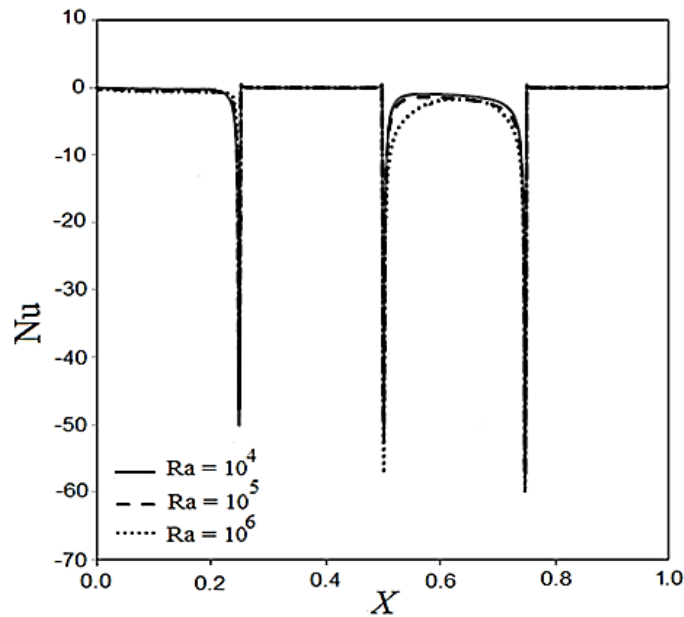
شکل ۱۳. تغییرات دمای بی بعد در مقطع میانی محفظه  $y = 0.5$  و  $Ra = 10^5$  در حضور میدان مغناطیسی

Fig. 13. Dimensionless temperature variations in the middle section of the enclosure  $y = 0.5$  and  $Ra = 10^5$  in the presence of a magnetic field



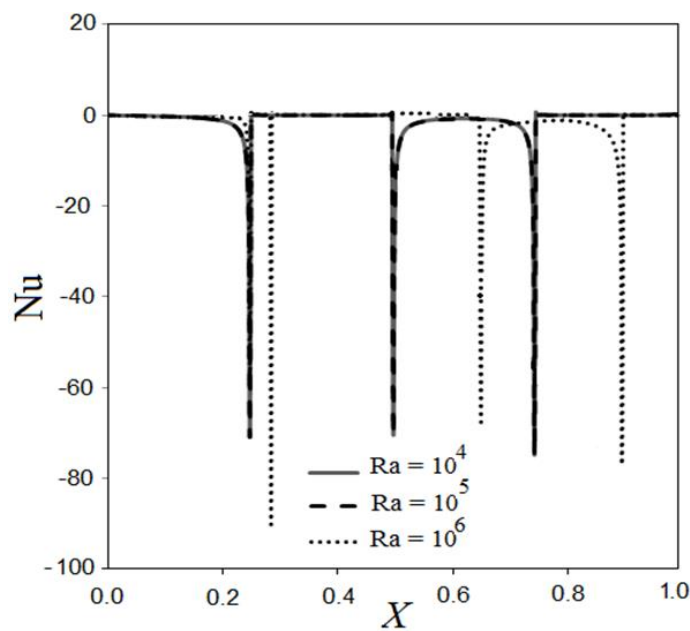
شکل ۱۴. تغییرات عدد نوسلت موضعی روی ضلع پایینی برای شاخص  $n = 0.75$

Fig. 14. The local Nusselt number variations on the down side for the index  $n = 0.75$



شکل ۱۵. تغییرات عدد ناسلت موضعی روی ضلع پایینی برای شاخص ۱.۴

Fig. 15. The local Nusselt number variations on the down side for index  $n = 1.4$



شکل ۱۶- تغییرات عدد نوسلت موضعی روی ضلع پایینی برای شاخص  $n = 0.75$  با اعمال میدان مغناطیسی

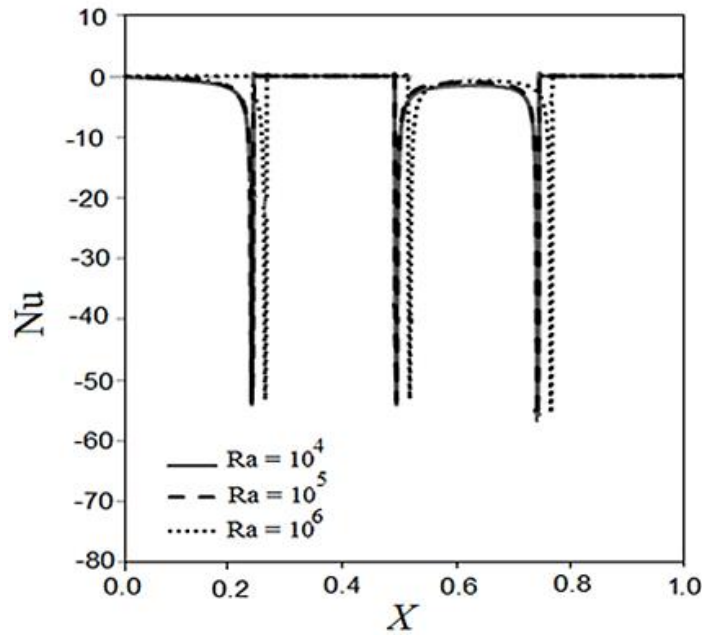
Fig. 16. The local Nussatt number variations on the down side for the index  $n = 0.75$  by applying the magnetic field

می‌یابد.

در این حالت در رایلی  $10^6$  نوسلت متوسط سیال برای شاخص‌های  $n=1$  و  $n=1.4$  تقریباً یکسان است. همچنین مشخص است که در یک عدد هارتمن ثابت برای شاخص  $n=1.4$  با افزایش عدد رایلی، نوسلت متوسط کاهش و برای  $n=0.75$  افزایش می‌یابد. در واقع

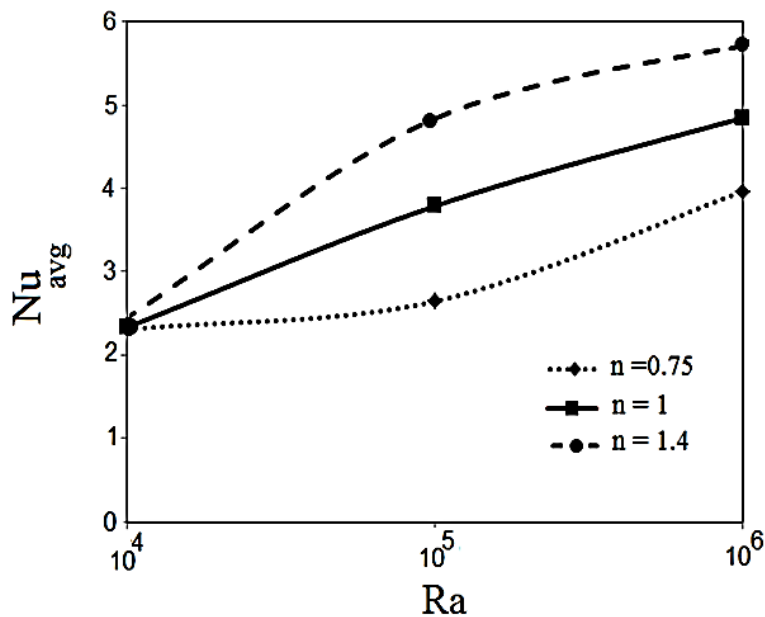
گردابه‌های جریان در حضور میدان مغناطیسی دانست.

با توجه به شکل‌های ۱۸ و ۱۹ دیده می‌شود که بدون وجود میدان مغناطیسی برای رایلی  $10^4$  جابجایی ضعیف بوده و انتقال گرمای رسانشی غالب است. در این حالت برای تمامی شاخص‌ها، نوسلت میانگین تقریباً مقدار یکسانی داشته که با افزایش رایلی افزایش



شکل ۱۷. تغییرات عدد نوسلت موضعی روی ضلع پایینی برای شاخص  $n = 1/4$  اعمال میدان مغناطیسی

Fig. 17. The local Nusselt number variations on the down side for the index  $n = 1.4$  by applying the magnetic field

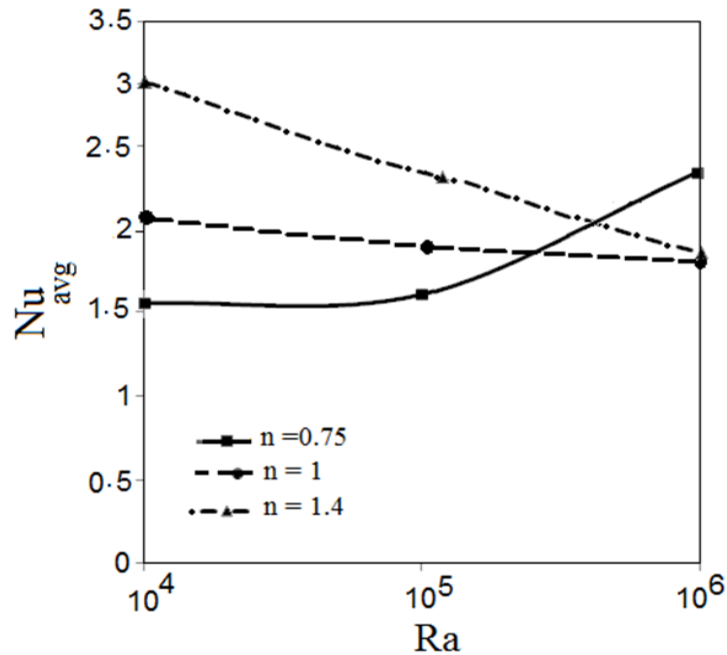


شکل ۱۸. تغییرات نوسلت متوسط برحسب اعداد رایلی برای شاخص‌های توانی مختلف

Fig. 18. The local Nusselt number variations on the down side for the index  $n = 1.4$  by applying the magnetic field

گفت که با اعمال میدان مغناطیسی در محدوده  $n \geq 1$  برای سیال مدل قانون توانی، افزایش رایلی باعث کاهش نوسلت متوسط و برای  $n < 1$  نوسلت متوسط افزایش می‌یابد. برای شاخص  $n > 1$  با افزایش عدد رایلی در حضور یک میدان مغناطیسی ثابت، می‌توان جابجایی

برای سیال دایلاتانت هنگامی که میدان مغناطیسی وجود داشته باشد افزایش عدد رایلی از یک سو باعث افزایش جابجایی شده و از سوی دیگر به دلیل وجود ترم  $(-\frac{1}{\rho} Ha^2 Pr V)$  معادله مومنوم  $\rho$  و افزایش سرعت، سبب ضعیف شدن جابجایی می‌شود. بنابراین می‌توان



شکل ۱۹. تغییرات نوسلت متوسط برحسب اعداد رایلی برای شاخص‌های توانی مختلف در حضور میدان مغناطیسی  
**Fig. 19. Variations of average Nusselt in the Rayleigh numbers for different power law index field**

شاخص توانی برابر  $0.75, 1, 1.4$  بررسی شده و نتایج به دست آمده با شرایط عدم وجود میدان مغناطیسی مقایسه شد. همچنین شرایط مرزی حاکم در این مطالعه از جنبه‌های نوآوری پژوهش حاضر است. با توجه به نتایج عددی به دست آمده می‌توان بیان کرد که در تمام شاخص‌ها، با کوچک‌تر شدن عدد رایلی مرکز چرخش خطوط جریان نسبت به خط موازی محور  $z$  در مرکز محفظه، تقارن بیشتری دارد و با افزایش عدد رایلی این تقارن کمتر می‌شود. همچنین با اعمال میدان مغناطیسی، جابجایی جریان در محفظه تقلیل می‌یابد. این موضوع در خطوط جریان با حذف شدن گردابه‌های متقارن اطراف چشمه میانی و ایجاد یک گردابه ضعیف در بخش میانی محفظه مشاهده می‌شود. با اعمال میدان مغناطیسی و کاهش جابجایی جریان، خطوط همدمای به سمت عمودی شدن سوق پیدا می‌کنند که بیانگر ضعیف شدن مکانیزم انتقال گرمای جابجایی است و وجود جریان جابجایی طبیعی مگنتوهیدرودینامیک باعث ایجاد نوسانات قابل توجهی در پروفیل سرعت محوری می‌شود. همچنین این نتیجه حاصل شد که با اعمال میدان مغناطیسی در محدوده  $n \geq 1$  برای سیال مدل قانون توانی، افزایش عدد رایلی باعث کاهش نوسلت متوسط و برای  $n < 1$  باعث افزایش نوسلت متوسط خواهد شد.

آزاد را تضعیف نمود در حالیکه این روند برای  $n < 1$  با کاهش عدد رایلی رخ می‌دهد. همچنین مشاهده می‌شود که در حضور یک میدان مغناطیسی با قدرت ثابت، سیال نیوتنی مدل قانون توانی، چندان تحت تأثیر تغییرات عدد رایلی قرار نخواهد گرفت.

با اعمال میدان مغناطیسی در رایلی  $10^4$  رفتار گرمایی سیال در شاخص‌های توانی مختلف متفاوت است به طوری‌که در  $n=1.4$  بیشترین نوسلت متوسط به دست آمده است و در  $n=0.75$  کمترین مقدار آن مشاهده می‌شود. با توجه نتایج شبیه‌سازی می‌توان بیان کرد که سیال شبه‌پلاستیک مدل قانون توانی با شاخص  $n < 1$  در حضور میدان و بدون اعمال میدان رفتار گرمایی و هیدرودینامیکی تقریباً یکسانی دارد.

## ۷- نتیجه‌گیری

در سال‌های اخیر رفتار جریان و انتقال گرمای سیالات غیرنیوتنی، بخصوص سیالات مدل قانون توانی به خاطر کاربرد وسیع آن‌ها در صنایع مختلف از جمله صنایع غذایی، دارویی و ... مورد توجه قرار گرفته است. در مطالعه حاضر تأثیر غیرنیوتنی بودن سیال مدل قانون توانی با وجود میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی، برای مقادیر

### فهرست علائم

ضریب انتقال حرارت جابجایی ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )	$h$
ضریب انتقال حرارت هدایتی ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )	$K$
عدد پرانتل	$Pr$
عدد هارتمن	$Ha$
رسانایی الکتریکی	$\sigma$
ضریب پخش حرارتی ( $ms^{-2}$ )	$\alpha$
مولفه‌های افقی و عمودی سرعت بی‌بعد	$V, U$
مولفه‌های افقی و عمودی سرعت ( $ms^{-1}$ )	$v, u$
مختصات دکارتی (m)	$x, y$
مختصات بی‌بعد	$X, Y$

### علائم یونانی

تانسور تنش ( $Nm^{-2}$ )	$\tau_{ij}$
تانسور برش	$S_{ij}$
نرخ برش ( $s^{-1}$ )	$\dot{\gamma}_{ij}$

### زیرنویس‌ها

سرد	$c$
گرم	$h$

### مراجع

- from the sides, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 84, pp. 912-924, 2015.
- [5] A. Raisi, The influence of a pair constant temperature baffles on power-law fluids natural convection in a square enclosure, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 11, pp. 215-224, 2016
- [6] B. Ghasemi, S. Aminossadati, A. Raisi, Magnetic field effect on natural convection in a nanofluid-filled square enclosure, International Journal of Thermal Sciences, Vol. 50, No. 9, pp. 1748-1756, 2011
- [7] D. Picchi, P. Poesio, A. Ullmann, N. Brauner, Characteristics of stratified flows of Newtonian/non-Newtonian shear-thinning fluids, International Journal of Multiphase Flow, Vol. 97, pp. 109-133, 2017.
- [8] J. Raza, A. M. Rohni, Z. Omar, Rheology of micropolar fluid in a channel with changing walls: Investigation of multiple solutions, Journal of Molecular Liquids, Vol. 223, pp. 890-902, 2016.
- [9] A. Mahmoudi, I. Mejri, M. A. Abbassi, A. Omri, Lattice Boltzmann simulation of MHD natural convection in a nanofluid-filled cavity with linear temperature distribution, Powder Technology, Vol. 256, pp. 257-271, 2014
- [10] H. Aminfar, M. Mohammadpourfard, Y. N. Kahnamouei, A 3D numerical simulation of mixed convection of a magnetic nanofluid in the presence of non-uniform magnetic field in a vertical tube using two phase mixture model, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 323, No. 15, pp. 1963-1972, 2011
- [11] H. Mozayyeni, A. Rahimi, Mixed convection in cylindrical annulus with rotating outer cylinder and constant magnetic field with an effect in the radial direction, Scientia Iranica, Vol. 19, No. 1, pp. 91-105, 2012.
- [12] O. Mahian, H. F. Oztop, I. Pop, S. Mahmud, S. Wongwises, DESIGN OF A VERTICAL ANNULUS WITH MHD FLOW USING ENTROPY GENERATION ANALYSIS, Thermal Science, Vol. 17, No. 4, 2013
- [13] P. Hatzikonstantinou, P. Vafeas, A general theoretical model for the magnetohydrodynamic flow of micropolar magnetic fluids. Application to Stokes flow, Mathematical
- [1] B. Ghasemi, A. Raisi, Magnetic field effect on nanofluid water-cu natural convection in an inclined T shape cavity, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 12, 2015.
- [2] M. Lamsaadi, M. Naimi, M. Hasnaoui, Natural convection heat transfer in shallow horizontal rectangular enclosures uniformly heated from the side and filled with non-Newtonian power law fluids, Energy conversion and Management, Vol. 47, No. 15-16, pp. 2535-2551, 2006
- [3] M. Lamsaadi, M. Naimi, M. Hasnaoui, M. Mamou, Natural convection in a tilted rectangular slot containing Non-Newtonian Power-Law fluids and subject to a longitudinal thermal gradient, Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, Vol. 50, No. 6, pp. 561-583, 2006
- [4] Z. Alloui, P. Vasseur, Natural convection of Carreau-Yasuda non-Newtonian fluids in a vertical cavity heated



- Atashafrooz, S. Succi, Simulation of three dimensional MHD natural convection using double MRT Lattice Boltzmann method, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 515, pp. 474-496, 2019
- [20] A. Kasaeipoor, B. Ghasemi, S. Aminossadati, Convection of Cu-water nanofluid in a vented T-shaped cavity in the presence of magnetic field, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 94, pp. 50-60, 2015.
- [21] D. L. Pyle, P. J. Fryer, C. D. Reilly, *Chemical engineering for the food industry*: Springer Science & Business Media, 2012.
- [22] J. Pittman, J. Richardson, C. Sherrard, An experimental study of heat transfer by laminar natural convection between an electrically-heated vertical plate and both Newtonian and non-Newtonian fluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, No. 4, pp. 657-671, 1999.
- [23] A. M. Ghenaatian, A. Raisi, B. Ghasemi, Natural Convection Heat Transfer in an Inclined Square Enclosure Filled with Nanofluid in the Presence of Magnetic Field, *Tabriz Mechanical Engineering Journal*, Vol. 76, No. 3, pp. 155-165, 2015. (In Persian)
- [24] Y. Dong, Q. Zhai, Natural convection study in an enclosure with different aspect ratios, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 18, No. 12, pp. 1903-1923, 2007.
- [25] M. Hortmann, M. Perić, G. Scheuerer, Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: bench-mark solutions, *International journal for numerical methods in fluids*, Vol. 11, No. 2, pp. 189-207, 1990
- Methods in the Applied Sciences, Vol. 33, No. 2, pp. 233-248, 2010
- [14] H. Yamaguchi, X.-R. Zhang, X.-D. Niu, K. Yoshikawa, Thermomagnetic natural convection of thermo-sensitive magnetic fluids in cubic cavity with heat generating object inside, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 322, No. 6, pp. 698-704, 2010
- [15] M. Lajvardi, J. Moghimi-Rad, I. Hadi, A. Gavili, T. D. Isfahani, F. Zabihi, J. Sabbaghzadeh, Experimental investigation for enhanced ferrofluid heat transfer under magnetic field effect, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 322, No. 21, pp. 3508-3513, 2010
- [16] M. Sheikholeslami, H. Sajjadi, A. A. Delouei, M. Atashafrooz, Z. Li, Magnetic force and radiation influences on nanofluid transportation through a permeable media considering Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanoparticles, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 136, No. 6, pp. 2477-2485, 2019
- [17] M. Atashafrooz, M. Sheikholeslami, H. Sajjadi, A. A. Delouei, Interaction effects of an inclined magnetic field and nanofluid on forced convection heat transfer and flow irreversibility in a duct with an abrupt contraction, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 478, pp. 216-226, 2019.
- [18] H. Sajjadi, A. A. Delouei, M. Atashafrooz, M. Sheikholeslami, Double MRT Lattice Boltzmann simulation of 3-D MHD natural convection in a cubic cavity with sinusoidal temperature distribution utilizing nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 126, pp. 489-503, 2018.
- [19] H. Sajjadi, A. A. Delouei, M. Sheikholeslami, M.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Jahanbakhshi, A. Ahmadi Nadooshan, *Effects of Magnetic Field on Natural Convection of Non-Newtonian Fluid in a Square Enclosure with a Central Heat Source*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(1) (2021) 259-278.

DOI: [10.22060/mej.2019.16101.6274](https://doi.org/10.22060/mej.2019.16101.6274)



