



Mechanical Behavior of Temperature-Sensitive Hydrogel Considering Functionally Graded Characteristics

M. Shojaeifard, M. Baghani*

School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

ABSTRACT: Hydrogels are 3 dimensional polymeric networks containing cross-linked chains which respond severely to the exterior stimuli and absorb a great amount of solution and swell. The functionally graded temperature-sensitive hydrogel is one of the most applicable materials to be used in the industry. Thus, to study the mechanical behavior of these materials, an energy density function is introduced which includes network stretch energy and mixing part. Considering the properties variation along the thickness direction, bending of functionally graded temperature-sensitive hydrogels is solved analytically under plane strain assumption. Verifying the presented analytical procedure, the results of this approach is compared with the outcomes of finite element method. To solve diverse problems by finite element method, UHYPER subroutine has been verified in the free-swelling problem. Next, the radius and stresses are studied by both methods for functionally graded temperature-sensitive hydrogels. Finally, according to the importance of factors such as semi-angle and bending curvature in industrial designs, these factors are investigated by changing the temperature in a range of 320 to 288 Kelvin. The continuity of the radial and tangential stresses field is the other reason for utilizing functionally graded hydrogels, while the multi-layer hydrogels do not have continuous stress fields.

Review History:

Received: 1 May. 2019
Revised: 16 Jun. 2019
Accepted: 16 Jun 2019
Available Online: 30 Jul. 2019

Keywords:

Temperature-sensitive hydrogels
Functionally graded materials
Semi-analytical solution
Finite element modeling.

1. Introduction

Smart hydrogel is one of the most applicable materials which has drawn researchers' attention lately. This material contains 3Dimensional (3D) polymeric networks which react significantly to the environmental stimuli. In this regard, hydrogels absorb a plethora of solvent which led them to swell. This process is recoverable and makes these materials to be employed in diverse usages. The sensitivity of hydrogel to exterior stimuli are related to the composition of the hydrogels. The smart hydrogels can be exposed to various environmental stimuli including temperature, pH, light, glucose concentration and mechanical loadings [1-3]. According to the mentioned particular characteristic of smart hydrogels, they have been utilized in different application such as sensors and actuators, micro-fluidic switches, drug delivery, biomechanical applications and self-folding structures [4].

Temperature plays a crucial role in diverse industrial applications which cause the temperature-sensitive hydrogels becomes more important to the researchers. In this regard, investigation of the mechanical behavior of temperature-sensitive hydrogels was probed by considering various theories to define their responses under exterior temperature variation. Based on Flory-Huggins mixing energy, Chester and Anand [5] presented a constitutive model to describe the swelling of the temperature-sensitive hydrogels. After a while, Cai

and Suo [1] proposed a continuum-level constitutive model for temperature-sensitive Poly (N-IsoPropylAcrylAmide) (PNIPAAm) hydrogels and investigated the phase transition as well. Mazaheri et al. [6] pointed out the restriction of the constitutive model which was developed by Cai and Sue [1]. They modified this constitutive model to rectify the limitation of the model, including multiple solution and instabilities which occurs in the vicinity of the Phase Transition Temperature (PTT). They compared the obtained results not only with Cai and Sue [1] results and but also with experimental data which illustrated high accuracy adjacent to the PTT.

In this paper, considering Mazaheri et al. [6] constitutive model, the swelling behavior of temperature-sensitive hydrogel is investigated by considering characteristics variations. The mechanical behavior of the functionally graded hydrogel is studied when subjected to the temperature variation. Altering the temperature, the hydrogel, which is immersed in a solvent, swells dramatically. The swelling of the functionally graded hydrogel causes this structure to bend in a semi-annular shape. This problem is analyzed in analytic and finite element approaches.

2. Swelling of Temperature-Sensitive Hydrogel

In order to investigate the swelling behavior of a rectangular temperature-sensitive hydrogel of which the characteristics vary along the thickness, the following

*Corresponding author's email: baghani@ut.ac.ir



constitutive model is employed. In this model, the free energy density (W) is defined to investigate the hydrogel responses to the temperature variation.

$$W = \frac{1}{2}G [I - 3 - 2\text{Log } J] + \frac{k_B T}{\nu} J^{-1} \left[-\frac{1}{J} - \frac{1}{2J^2} - \frac{1}{3J^3} + \frac{\chi J, T}{J} \right] \quad (1)$$

where $G = Nk_B T$ and ν , K_B , T and N denote the solvent volume, Boltzmann's constant, temperature and chain density of the hydrogel. Considering $X_0 = A_0 + B_0 T$ and $X_1 = A_1 + B_1 T$, the chain density is presented as:

$$\chi J, T = X_0 + \frac{X_1}{J} \quad (2)$$

where J is the determinant of the deformation gradient and A_0, A_1, B_0 and B_1 are material parameters.

Assuming a rectangular functionally graded hydrogel in Cartesian coordinate as a reference state and the deformed semi-annular structure as a current state, the deformation gradient tensor is defined as:

$$F_{1r} = \frac{dr}{dX_2}, F_{2\theta} = r \frac{2\bar{\theta}}{L}, F_{3z} = 1 \quad (3)$$

In which $r(X_2)$ is defined as the current radius and $\bar{\theta}$ is the semi-angle.

Considering the energy density function of the hydrogel, the radial and tangential stresses are calculated as:

$$\frac{P_i \nu}{k_B T} = N \nu \left(\lambda_i - \frac{1}{\lambda_i} \right) + \left(\frac{-1/2 + X_0 - X_1}{\lambda_i J} + \frac{-1/3 + 2X_1}{\lambda_i J^2} - \frac{1}{\lambda_i J^3} \right) \quad (4)$$

Substituting the stress components in the equilibrium equation, a nonlinear equation is recast. Thus, utilizing the proper boundary conditions, free-stress state at inner and outer surfaces, the stress distribution of analytical solution is determined.

3. Results and Discussion

The problem of swelling of the functionally graded hydrogel was also implemented in finite element software ABAQUS. The material parameters utilized both in analytical and finite element methods are presented in Table 1.

Parameter	Value	Parameter	Value
A_0	-12.947	A_1	17.92
B_0	0.04496	B_1	-0.056

The radial and tangential components of stress are presented in both analytical and finite element methods. Comparing the results of methods in Figs. 1 and 2, the accuracy of the proposed analytical solution is verified.

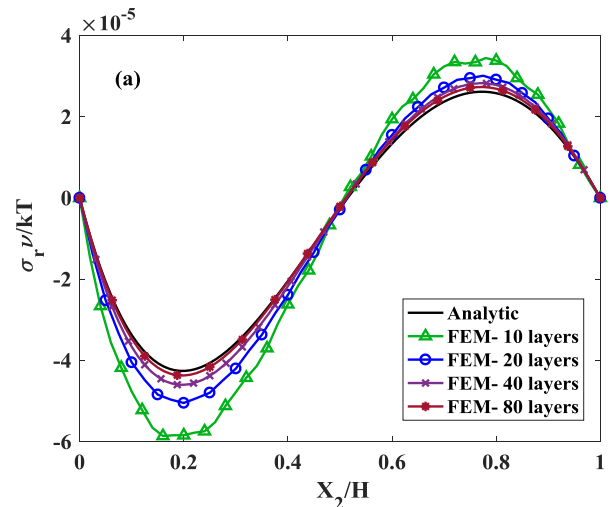


Fig. 1. Radial stress distribution of hydrogel

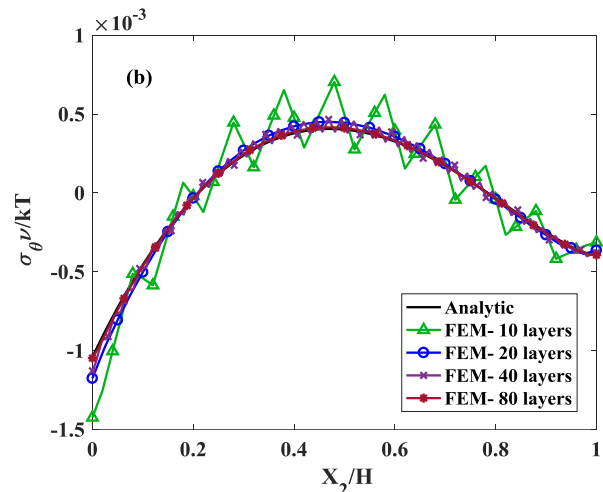


Fig. 2. Tangential stress distribution of hydrogel

For further validation, the deformation of the swollen hydrogel structure was also inspected. As depicted in Fig. 3, the computed current radius of the analytic solution is perfectly conformed to finite element results.

4. Conclusions

In this study, the swelling behavior of a rectangular temperature-sensitive poly(N-isopropylacrylamide) hydrogels is investigated by considering the cross-linked density variation along the thickness. Considering the free energy density and the equilibrium equation, a nonlinear equation is obtained which can be solved by assuming the free-stress state on the inner and outer surfaces of the semi-annular structure. The stress and strain analysis were performed utilizing both analytic and finite element approaches. The presented results illustrate the robustness and accuracy of the proposed solution. Increasing the number of strips in finite

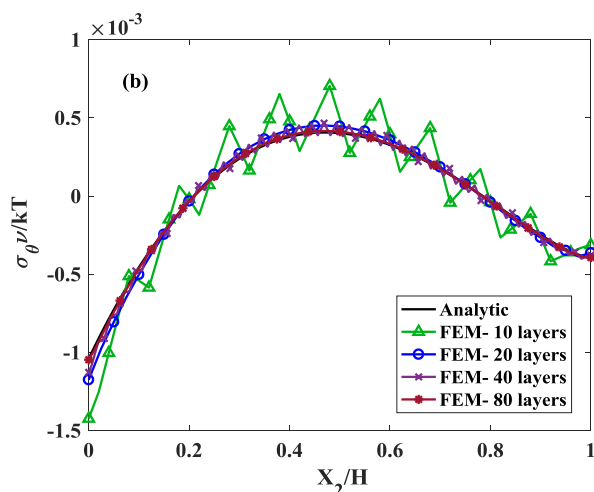


Fig. 3. Radial deformation distribution of hydrogel

element analysis cause the results of the finite element to converge to the analytical ones. It is also apparent that the radial stress vanishes at the inner and outer surfaces which satisfies the boundary condition in both analytical and finite element methods.

References

- [1] S. Cai, Z. Suo, Mechanics and chemical thermodynamics of phase transition in temperature-sensitive hydrogels, *Journal of the Mechanics Physics of Solids*, 59(11) (2011) 2259-2278.
- [2] R. Marcombe, S. Cai, W. Hong, X. Zhao, Y. Lapusta, Z. Suo, A theory of constrained swelling of a pH-sensitive hydrogel, *Soft Matter*, 6(4) (2010) 784-793.
- [3] W. Toh, T.Y. Ng, J. Hu, Z. Liu, Mechanics of inhomogeneous large deformation of photo-thermal sensitive hydrogels, *International Journal of Solids Structures*, 51(25-26) (2014) 4440-4451.
- [4] F. Ullah, M.B.H. Othman, F. Javed, Z. Ahmad, H.M. Akil, Classification, processing and application of hydrogels: A review, *Materials Science and Engineering: C*, 57 (2015) 414-433.
- [5] S.A. Chester, L. Anand, A thermo-mechanically coupled theory for fluid permeation in elastomeric materials: application to thermally responsive gels, *Journal of the Mechanics Physics of Solids*, 59(10) (2011) 1978-2006.
- [6] H. Mazaheri, M. Baghani, R. Naghdabadi, Inhomogeneous and homogeneous swelling behavior of temperature-sensitive poly-(N-isopropylacrylamide) hydrogels, *Journal of Intelligent Material Systems Structures*, 27(3) (2016) 324-336.



بررسی رفتار هیدروژل‌های حساس به دما با در نظر گرفتن خواص تابعی هدفمند

محمد شجاعی فرد، مصطفی باغانی*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۲/۱۱
بازنگری: ۱۳۹۸/۰۳/۲۶
پذیرش: ۱۳۹۸/۰۳/۲۶
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۰۵/۰۸

کلمات کلیدی:

هیدروژل حساس به دما
مواد تابعی هدفمند
حل نیمه‌تحلیلی
مدل‌سازی اجزاء محدود.

خلاصه: هیدروژل‌ها شبکه‌ی پلیمری ۳ بعدی هستند که به اعمال تحریک‌های خارجی به شدت پاسخ داده و متورم می‌شوند. جهت مطالعه رفتار مکانیکی این مواد حین تغییردما، یک تابع انرژی کرنشی متشکل از دو بخش انرژی کشیدگی شبکه و انرژی ترکیب در نظر گرفته شده است. با توجه به تغییر مشخصات هیدروژل‌های تابعی-هدفمند حساس به دما در راستای ضخامت، حل نیمه‌تحلیلی برای خمش این مواد در شرایط کرنش-صفحه‌ای ارائه گردیده است. جهت صحت‌سنجی روش نیمه‌تحلیلی ارائه شده، از روش اجزاء محدود در نرم‌افزار آباکوس با نوشتن زیربرنامه یوهایپر برای مدل‌سازی این مواد استفاده شده است. پس از صحت‌سنجی کد یوهایپر در مسئله تورم آزاد، چند مسئله با شرایط مختلف بوسیله‌ی این دو روش مورد مقایسه قرار گرفتند؛ که مطابقت نتایج شعاع، تنش شعاعی و تنش مماسی حاصل از خمش تیر در این دو روش، دقت بالای روش نیمه‌تحلیلی ارائه شده را نشان می‌دهند. در نهایت با تغییر دما در بازه ۳۲۰ تا ۲۸۸ کلوین، میزان تغییرات دو فاکتور میزان زاویه خمیدگی و انحنا، که اهمیت بالایی در ساخت سنسورها و عملگرها دارند، را مورد مطالعه قرار داده‌ایم. پیوستگی تنش‌های شعاعی و مماسی در هیدروژل‌های دارای خواص تابعی هدفمند، نسبت به ساختارهای چندلایه‌ای، منجر به کاربردهای گسترده این مواد می‌شود.

۱- مقدمه

کاربردهای بیومکانیکی [۱۸]، لنزهای طبی [۱۹] و ساختارهای خودساخته [۳ و ۲۰] می‌توان برای این مواد در نظر گرفت. با توجه به انواع مختلف هیدروژل، هیدروژل‌های حساس به دما یکی از پرکاربردترین انواع این مواد بشمار می‌آیند که توجه محققان زیادی را بخود جذب کرده‌اند. قابل ذکر است که ویژگی حساسیت به دما در مواد دیگری هم وجود دارد [۱ و ۲۱-۲۲]. استفاده از هیدروژل‌های حساس به دما در کاربردهای مختلف، نیازمند بررسی چارچوب‌های مختلف مدل‌سازی رفتار تورمی این مواد است. چستر و اناند [۲] با در نظر گرفتن تئوری انتقال گرما و نفوذپذیری، بر اساس مدل انرژی ترکیب فلوری-هاگینز، مدل‌سازی برای پیش‌بینی رفتار تورمی هیدروژل‌های حساس به دما ارائه کردند. کای و سو [۱] در سال ۲۰۱۱ بر اساس نتایج تجربی، مدلی تعادلی برای هیدروژل‌های حساس به دما ارائه کردند که تطابق خوبی با نتایج تجربی داشت. این مدل می‌تواند وجود همزمان دو فاز را در حالت تعادلی پیش‌بینی نماید اما در همسایگی دمای گذار رفتار پیوسته‌ای ندارد. مظاهری و همکاران

هیدروژل‌های هوشمند از جمله مواد پر اهمیتی هستند که به دلیل کاربرد گسترده‌ی آن‌ها، امروزه مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته‌اند. این مواد دارای شبکه‌های پلیمری سه بعدی هستند که به تحریک‌های موجود در محیط اطراف به طور ویژه‌ای واکنش نشان می‌دهند. این مواد قادر به جذب مقدار زیادی آب جهت تورم می‌باشند. رفتار کلی ساختار حاصل در حالت متورم شده، شبیه جامدات نرم می‌باشد که می‌تواند بعد از تغییر شکل، شکل اولیه خود را بازیابند. هیدروژل‌های هوشمند می‌توانند در برابر عوامل محیطی مانند دما [۷-۱۱]، پی‌اچ [۵ و ۸]، نور [۹]، غلظت گلوکز [۱۰] و بارگذاری مکانیکی [۱۱ و ۱۲] از خود واکنش متفاوتی که معمولاً به صورت تورم است، نشان دهند. با توجه به رفتار خاص این مواد و پاسخ آن‌ها به تحریک‌های خارجی، کاربردهای فراوانی را از جمله سنسورها و فعال‌کننده‌ها [۱۵-۱۳]، سوپرها در میکروشیرها [۴] و [۱۶]، استفاده عمده در صنعت دارورسانی [۱۷]، بافت‌های نرم در

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: baghani@ut.ac.ir



قابل ذکر است در مطالعات دیگر نیز می‌توان مطالعه‌ی هیدروژل‌های دارای خاصیت تابعی هدفمند را نیز مشاهده کرد [۳۱-۲۹]. نکته قابل توجه در هیدروژل‌های تابعی هدفمند این است که بر خلاف ساختارهای دولایه‌ای و سه‌لایه‌ای دارای توزیع تنش و جابجایی پیوسته هستند که این نکته از اهمیت بسیار زیادی برای کاربردهای مختلف برخوردار است.

در این مطالعه، با در نظر گرفتن مدل ساختاری مظاهری و همکاران [۶] رفتار خمشی یک تیر هیدروژل تابعی هدفمند مورد بحث قرار گرفته است. در این ساختار با تغییر لینک‌های متقابل پلیمری در راستای ضخامت، توانسته‌ایم یک تیر هیدروژل تابعی هدفمند را مدل‌سازی کنیم. طبق مدل ساختاری در نظر گرفته شده، انرژی آزاد کل برای هیدروژل حساس به دما، از ترکیب دو قسمت انرژی الاستیک و انرژی ترکیب مواد بدست آمده است. در ابتدا ساختار تک لایه‌ای هیدروژل تابعی هدفمند، به صورت تیر صاف و در دستگاه کارترین فرض شده است. سپس با اعمال تغییر دما و با توجه به خمش خالص، تیر در حالت تغییرشکل یافته بصورت بخشی از دایره در دستگاه استوانه‌ای تغییرشکل می‌دهد. در این پژوهش حل نیمه تحلیلی خمش تیر هیدروژل حساس به دما با خواص تابعی هدفمند ارائه گردیده است. برای بررسی صحت روش ارائه شده در ادامه با نوشتن سابروتین یوهایپر و به کارگیری در نرم افزار اجزاء محدود آباکوس، به تحلیل رفتار خمش این ماده هوشمند در شرایط مشابه با حل نیمه تحلیلی پرداخته شده است. با مقایسه‌ی نتایج شعاع، تنش شعاعی و تنش مماسی در دو روش حل نیمه تحلیلی و اجزاء محدود که در این پژوهش انجام گردیده است، می‌توان دقت بالای روابط ارائه شده را بخوبی مشاهده کرد. در انتها نیز تأثیر پارامترهای هندسی و مادی را در وضعیت تغییرشکل یافته تیر هیدروژلی با خواص تابعی هدفمند مورد مطالعه قرار گرفته است.

سازماندهی مقاله بصورت زیر می‌باشد: در ابتدا در بخش ۲ فرضیات مرتبط با مسئله خمش تیر مورد بررسی قرار گرفته است. سپس در این بخش به بررسی مدل ساختاری مربوط به هیدروژل حساس به دما پرداخته شده است. همچنین با توجه به فرضیات هندسی در وضعیت تغییرشکل یافته، روابط تنش شعاعی و مماسی مربوط به ساختار هوشمند مورد بحث ارائه گردیده است. در ادامه در بخش ۳ با توجه به ارضای معادله تعادل و اعمال تغییرات دما در

[۶] با اصلاح مدل ارائه شده توسط کای و سو [۱]، با رفع ناپایداری آن توانستند مدلی مناسب برای استفاده در شبیه‌سازی رفتار این مواد ارائه نمایند. این مدل به دلیل دارا بودن رفتار پایدار و پیوسته، قابلیت استفاده در مسائل مختلف با دامنه تغییرات دمایی شامل دمای گذار را دارا می‌باشد. مظاهری و همکاران [۴ و ۶] همچنین با بررسی این مدل در چندین مساله مختلف، دقت بالای این مدل را نسبت به دیگر مدل‌های ارائه شده نشان دادند.

استفاده از ساختارهای خم‌شونده، امروزه یکی از راه‌های پرکاربرد برای ساخت سنسورها و فعال‌کننده‌ها می‌باشد. برای ساخت چنین ساختارهای هوشمندی می‌توان از ساختارهای لایه‌ای استفاده کرد. از این رو، جهت مطالعه دقیق بر روی چنین ساختارهای خم‌شونده‌ای، از ترکیب مواد متفاوتی از جمله الاستومر و هیدروژل‌ها استفاده شده است [۱۴ و ۲۳]. در این بین عبداللهی و همکاران [۲۴] با بررسی ساختار دولایه‌ای تشکیل شده از الاستومر و هیدروژل حساس به دما توانستند حل نیمه تحلیلی برای این مدل ارائه کرده که به خوبی با جواب شبیه‌سازی‌های اجزاء محدود مطابقت داشت. در این مطالعه با کاهش دما از مقدار ۳۲۰ تا ۲۸۸ کلوین می‌توان بخوبی رفتار تغییرشکل بزرگ این ساختار دولایه‌ای را مشاهده کرد. با تغییر دما به علت تورم لایه‌ی هیدروژل ساختار هوشمند مورد بحث خمیده می‌گردد. همچنین در ادامه‌ی کار، رفتار خمش ساختار سه لایه‌ای هیدروژل-الاستومر-هیدروژل مورد مطالعه قرار گرفته است [۲۵]. در این ساختار با مدل‌سازی رفتار سه لایه‌ای، عبداللهی و همکاران [۲۵] توانستند با در نظر گرفتن دو هیدروژل متفاوت برای این ساختار هوشمند، رفتار سه لایه را با خمش در دو جهت مختلف از طریق حل نیمه تحلیلی و اجزاء محدود مورد بررسی قرار دهند.

اخیراً گووندیرن و همکاران [۲۸-۲۶] با انجام یک سری آزمایش‌های تجربی به ساخت ساختار لایه‌ای پرداخته‌اند که ویژگی‌های آن در راستای ضخامت بصورت تابعی تغییر می‌گردد. در این آزمایش‌ها آن‌ها به بررسی رفتار ناپایداری‌های بوجود آمده در سطح این مواد پرداخته‌اند. برای تشکیل زنجیره‌های بلند پلیمری، باید زنجیره‌های کوچک‌تر به یکدیگر متصل شوند که تشکیل این فرایند در نقاطی به نام لینک‌های متقابل پلیمری نامیده می‌شود. همچنین آن‌ها با تغییر میزان لینک‌های متقابل پلیمری در راستای ضخامت به بررسی شکل‌های سطحی حاصل در این مواد پرداخته‌اند.

X_r راستای درون صفحه و راستای X_φ راستای خارج صفحه در نظر گرفته شده است. طبق فرضیات ذکر شده بر اساس مختصات کارتزین، بردار موقعیت فرضی به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\mathbf{X} = X_1 \mathbf{e}_1 + X_2 \mathbf{e}_2 + X_3 \mathbf{e}_3 \quad (1)$$

که با توجه به شکل ۱ و دستگاه کارتزین در نظر گرفته شده برای وضعیت ابتدایی داریم:

$$X_1 \in [-L/2, L/2]; X_2 \in [0, H]; X_3 \in [-\infty, \infty] \quad (2)$$

در این رابطه H و L به ترتیب ضخامت و طول لایه‌ی هیدروژلی می‌باشند. در این ساختار هوشمند مقدار لینک‌های متقابل پلیمری $N = N(X_\varphi)$ در راستای ضخامت متغیر می‌باشد. تغییر لینک‌های متقابل پلیمری در راستای ضخامت باعث خمش تیر تابعی هدفمند می‌گردد. حالت نهایی تغییرشکل یافته‌ی لایه هیدروژلی با توجه به خمش خالص ایجاد شده در این مواد بصورت مقطعی از دایره بوجود می‌آید. با توجه به این موضوع، حالت تغییرشکل یافته در مختصات استوانه‌ای بصورت زیر قابل تعریف می‌باشد.

$$\mathbf{X} = r \mathbf{e}_r + \theta \mathbf{e}_\theta + z \mathbf{e}_z \quad (3)$$

که در این رابطه با توجه به شکل ۱ داریم:

$$\begin{cases} r \in [r_1, r_2] \\ \theta \in [-\bar{\theta}, \bar{\theta}] \\ z \in [-\infty, \infty] \end{cases} \quad (4)$$

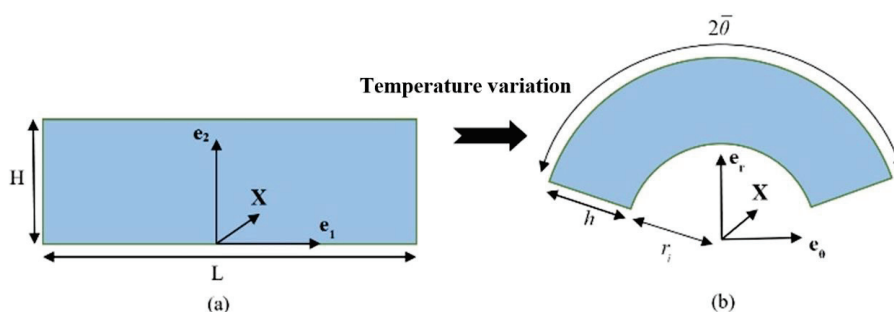
محیط خارجی، حل نیمه تحلیلی خمش تیر هیدروژلی حساس به دما با خواص تابعی هدفمند ارائه گردیده است. سپس با توجه به روابط حاکم بر تنش در سطوح مختلف تیر، شرایط مرزی مناسب برای حل معادله غیرخطی فوق‌الذکر بدست آمده است. در بخش بعد به بررسی نتایج حاصل از دو روش نیمه تحلیلی و اجزاء محدود مورد بررسی در این پژوهش بطور مشابه در چندین مسئله مختلف پرداخته شده است. در انتها نیز جمع‌بندی و نتیجه‌گیری ارائه شده است.

۲- تورم هیدروژل تابعی هدفمند حساس به دما

در این بخش در ابتدا فرضیات هندسی و سینماتیکی مربوط به مسئله خمش تیر هیدروژلی حساس به دما با خواص تابعی هدفمند و سپس مدل ساختاری مربوط به هیدروژل‌های حساس به دما مورد بررسی قرار گرفته است.

۲-۱- فرضیات هندسی و سینماتیکی

همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، یک لایه هیدروژل حساس به دما در نظر گرفته شده است که در راستای ضخامت مشخصات مکانیکی بصورت تابعی تغییر می‌کنند. در حالت اولیه که قبل از اعمال تحریک خارجی است، تیر در حالت مستطیل صاف می‌ماند. سپس با اعمال تغییر دما به علت وجود تفاوت در لینک‌های متقابل پلیمری که موجب تفاوت در میزان نرمی نواحی مختلف در راستای ضخامت تیر می‌شود، خمش خالص در تیر بوجود می‌آید. برای بررسی رفتار هیدروژل در حالت تغییرشکل یافته، دستگاه مختصات استوانه‌ای در این وضعیت تعریف گردیده است. قابل ذکر است که تمامی فرضیات و روابط ارائه شده با در نظر گرفتن وضعیت کرنش صفحه‌ای ارائه شده است. همان‌طور که در شکل بالا قابل مشاهده است، راستاهای X_1 و



شکل ۱- حالت (a) اولیه و (b) تغییرشکل یافته تیر هیدروژل تابعی هدفمند حساس به دما
Fig. 1. (a) Initial and (b) deformed Functionally Graded (FG) temperature-sensitive hydrogel beam

به دما تعریف شده است. این انرژی آزاد از مجموع دو بخش انرژی ناشی از کشش شبکه پلیمری و انرژی آزاد ترکیب تشکیل شده است. بخش انرژی کشش شبکه پلیمری بصورت زیر تعریف می‌گردد [۶].

$$W_{net} T, F = \frac{1}{\nu} G [I - 3 - 2 \text{Log } J] \quad (7)$$

که در این رابطه G مدول برشی هیدروژل بوده که بصورت $G = Nk_B T$ قابل تعریف می‌باشد. همچنین در این رابطه T ، N و K_B به ترتیب چگالی زنجیرهای پلیمری، دمای مطلق و ثابت بولتزمن می‌باشد. همچنین انرژی آزاد ترکیب که انرژی مصرفی جهت ترکیب سیال و شبکه پلیمری می‌باشد، نیز به صورت زیر قابل تعریف است [۶].

$$W_{mix} J, T = \frac{k_B T}{\nu} J - 1 \left[-\frac{1}{J} - \frac{1}{\nu J^2} - \frac{1}{\nu^2 J^3} + \frac{\chi J, T}{J} \right] \quad (8)$$

که در این رابطه ν حجم یک مولکول سیال می‌باشد. همچنین پایای سوم تانسور گرادین تغییرشکل بوده که بصورت $J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ قابل تعریف است. $\chi(J, T)$ در این رابطه، یک پارامتر بی بعد است که بصورت زیر بیان می‌گردد.

$$\chi(J, T) = X_1 + \frac{X_2}{J} \quad (9)$$

که

$$X_1 = A_1 + B_1 T, \quad X_2 = A_2 + B_2 T \quad (10)$$

می‌باشد و X_1 و X_2 تابعی از دما و پارامترهای مادی A_1 ، A_2 ، B_1 و B_2 می‌باشد، که مقادیر این پارامترها با توجه به پژوهش افروز و همکاران [۳۳] در جدول ۱ آورده شده‌اند.

جدول ۱- پارامترهای مادی هیدروژل حساس به دما در معادلات ساختاری [۳۳]
Table 1. Material parameters of temperature-responsive hydrogel related to the constitutive model [33]

A_1	A_2	B_1 [1/K]	B_2 [1/K]
-۱۲/۹۴۷	۱۷/۹۲	۰/۰۴۴۹۶	-۰/۰۵۶۹

در این رابطه r_1 و r_2 شعاع‌های داخلی و خارجی و $\bar{\theta}$ نصف زاویه خمش می‌باشد. همان‌طور که در پژوهش‌های پیشین قابل مشاهده است [۳۲]، با توجه به انتقال از حالت اولیه به حالت تغییرشکل یافته صفحه‌ی دارای محور X_1 به محور دایروی r منتقل می‌شود و محور X_2 به روی محور θ انتقال می‌یابد درحالی که محور سوم ثابت می‌ماند $X_3 = Z$ ، که با در نظر گرفتن $r = r(X_1)$ ، $\theta = \theta(X_1)$ و $z = X_3$ گرادین تغییرشکل بارگذاری خمش برای لایه هیدروژل تابعی هدفمند حساس به دما بصورت زیر قابل تعریف است.

$$F_{r_1} = \frac{dr}{dX_1} X_1, F_{r_2} = r \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial L}, F_{r_3} = 1 \quad (5)$$

در این رابطه $r(X_1)$ شعاع تیر خمیده در حالت تغییرشکل یافته و X_1 راستای ضخامت تیر می‌باشد. با توجه به رابطه (۵) و صفر بودن درایه‌های غیر قطری ماتریس گرادین تغییرشکل، کشیدگی‌های اصلی در مختصات استوانه‌ای بصورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\lambda_r = \frac{dr}{dX_1} X_1, \quad \lambda_\theta = r \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial L}, \quad \lambda_z = 1 \quad (6)$$

۲-۲- تابع انرژی آزاد هیدروژل حساس به دما

در این بخش برای بررسی رفتار تورم هیدروژل حساس به دما، مدل ساختاری ارائه شده توسط مظاهری و همکاران [۶] بکارگرفته شده است. طبق این مدل، با تغییر قسمت لگاریتمی انرژی آزاد به بسط لگاریتم توانستند، ناپایداری‌های نزدیک نقطه دمای انتقال فاز را از بین ببرند. در دمای پایین مقاطع لینک نشده متقابل پلیمری، قادر به حل شدن در سیال آب می‌باشند، که با حل شدن آن‌ها محلول مایع همگنی ایجاد می‌گردد. حال با افزایش دما، محلول همگن ذکر شده به دو فاز سیال تبدیل می‌گردد، که این دو فاز جدای سیال دارای غلظت‌های پلیمری متفاوت می‌باشند. دمایی که این تغییر فاز برای هیدروژل غرق در آب می‌افتد را دمای انتقال فاز می‌نامند [۱]. در نزدیکی دمای انتقال فاز، با توجه به وجود ناپایداری‌ها، حل‌های موجود دارای چند جوابی معادلات شده که این پدیده در حل‌های اجزاء محدود محدودیت‌هایی را ایجاد می‌کند [۴]. در این مدل ساختاری، انرژی آزاد هلمهولتز برای مطالعه رفتار هیدروژل حساس

۳- بدست آوردن حل نیمه تحلیلی تورم هیدروژل حساس به دما در حال خمش

در این بخش با هدف بدست آوردن مجهولات موجود در روابط تنش ذکر شده (رابطه‌های (۱۴) و (۱۵))، معادلات مکانیکی حاکم بر تیر هیدروژل حساس به دما با خواص تابعی هدفمند، مورد بررسی قرار داده شده است. اولین معادله، ارضای معادله تعادل مکانیکی بر روی این ساختار هیدروژلی می‌باشد. با توجه به دستگاه کارترین و استوانه‌ای به ترتیب در حالت ابتدایی و تغییرشکل یافته، معادله‌ی تعادل موجود بر این لایه بصورت زیر می‌باشد [۲۴].

$$\frac{\partial \sigma_r / \partial X_r}{\partial r / \partial X_r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (16)$$

همچنین نیرو و تنش خالص در راستای مماسی در این مسئله برابر صفر می‌باشد. بنابراین برای نیرو خالص در راستای مماسی داریم [۲۴]:

$$\int_0^H \sigma_\theta X_r \frac{dr}{dX_r} dX_r = 0 \quad (17)$$

همچنین برای تنش خالص در راستای مماسی داریم [۲۴]:

$$\int_0^H r X_r \sigma_\theta X_r \frac{dr}{dX_r} dX_r = 0 \quad (18)$$

که با برقراری رابطه تعادل مکانیکی (رابطه (۱۶))، یک معادله غیرخطی بدست می‌آید که نیاز به اعمال شرط مرزی متناسب با مسئله مورد نظر دارد.

$$C_1 r'' + C_2 r'^2 + C_3 r'^3 + C_4 r'^4 + C_5 r'^5 + C_6 r'^6 = 0 \quad (19)$$

که در آن داریم:

$$C_1 = -\frac{r''}{\lambda \theta^2 \lambda^2 L} \left(\epsilon B L^2 r^2 T \lambda^2 \theta^2 - \epsilon B L^2 r^2 T \lambda^2 \theta^2 + \epsilon A L^2 r^2 \lambda^2 \theta^2 - \nu L^2 r^2 \lambda^2 \theta^2 - \epsilon A L^2 r^2 \lambda^2 \theta^2 \right) + \frac{LN \nu r^2 r'^2}{\nu \lambda \theta} + \frac{LN \nu r^2 r'^2}{\nu \lambda \theta} + \frac{L^2 r}{\epsilon \theta^2 \lambda^2} - \frac{r'}{\lambda \theta^2 \lambda^2 L} (\epsilon B L^2 r^2 T \lambda^2 \theta + \epsilon A L^2 r^2 T \lambda^2 \theta - L^2 r^2 \lambda^2 \theta) \quad (20)$$

$$C_2 = L r^2 (N \nu) / \nu \lambda \theta$$

$$C_3 = -(1 \epsilon N \nu r^2 \lambda^2 \theta^2 - \epsilon L^2 N \nu r^2 \lambda^2 \theta^2) / \lambda \theta^2 \lambda^2 L$$

$$C_4 = -\left(\epsilon B L^2 r^2 T \lambda^2 \theta^2 - \epsilon B L^2 r^2 T \lambda^2 \theta^2 - \frac{L r^2}{\nu \lambda \theta} (N \nu) \right) / \lambda \theta^2 \lambda^2 L$$

$$C_5 = -(\epsilon B L^2 r^2 T \lambda^2 \theta + \epsilon A L^2 r^2 T \lambda^2 \theta - L^2 r^2 \lambda^2 \theta) / \lambda \theta^2 \lambda^2 L$$

$$C_6 = L^2 / \epsilon \theta^2 \lambda^2$$

بنابراین انرژی آزاد کل مورد استفاده برای هیدروژن حساس به دما با جمع رابطه‌های (۷) و (۸) به صورت زیر قابل بیان است.

$$W_{mix} \lambda_i, T = \frac{1}{\nu} N k_B T \left[\sum_{i=1}^3 \lambda_i^\nu \right] - \nu - \nu \text{Log} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 + \frac{k_B T}{\nu} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 - 1 \left[-\frac{1 - A + B T}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} - \frac{1 - \nu A + B_1 T}{\nu \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} - \frac{1}{\nu \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \right] \quad (11)$$

حال با توجه به انرژی آزاد تعریف شده، تنش کوشی به صورت زیر قابل تعریف است [۱]:

$$\sigma_i = \frac{\lambda_i}{J} \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (12)$$

با جایگذاری انرژی آزاد از رابطه (۱۱)، تنش اسمی به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$\frac{P_i \nu}{k_B T} = N \nu \left(\lambda_i - \frac{1}{\lambda_i} \right) + \left(\frac{-\nu/2 + X_i - X_1}{\lambda_i J} + \frac{-\nu/3 + \nu X_1}{\lambda_i J^2} - \frac{1}{\lambda_i J^2} \right) \quad (13)$$

for $(i = 1, 2, 3), \quad J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$

همچنین با جایگذاری کشیدگی‌های اصلی از رابطه (۶) در رابطه (۱۳)، تنش در هیدروژل بر حسب $r(X_r)$ ، $r'(X_r)$ و $\bar{\theta}$ بازنویسی می‌شود. بنابراین داریم:

$$\frac{\sigma_r \nu}{k_B T} = \frac{L}{\bar{\theta}^\nu r^\nu \lambda^2 r'^\nu} \begin{bmatrix} \nu \epsilon N \nu r'^2 \lambda^2 \bar{\theta}^\nu r^\nu - \nu \epsilon N \nu \lambda^2 r'^2 \bar{\theta}^\nu r^\nu \\ + \nu \epsilon L B T \lambda^2 r'^2 \bar{\theta}^\nu r^\nu - \nu L^\nu \\ + \nu \epsilon L A \lambda^2 r'^2 \bar{\theta}^\nu r^\nu - \nu \epsilon L A \lambda^2 r'^2 \bar{\theta}^\nu r^\nu \\ - \epsilon L \lambda^2 r'^2 \bar{\theta}^\nu r^\nu - \nu L^\nu \lambda^2 r' \bar{\theta} r \\ + \nu \epsilon L^\nu A \lambda^2 r' \bar{\theta} r + \nu \epsilon L^\nu B T \lambda^2 r' \bar{\theta} r \\ - \nu \epsilon L B T \lambda^2 r'^2 \bar{\theta}^\nu r^\nu \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\frac{\sigma_t \nu}{k_B T} = \frac{1}{(\bar{\theta} r \lambda^2 r')^\nu L} \begin{bmatrix} \nu \epsilon N \nu \bar{\theta}^\nu r^\nu \lambda^2 r'^2 - \nu \epsilon N \nu L^\nu \bar{\theta}^\nu r^\nu \lambda^2 r'^2 \\ + \nu \epsilon L^\nu B \bar{\theta}^\nu r^\nu \lambda^2 r'^2 + \nu \epsilon L^\nu A \bar{\theta} r \lambda^2 r' - \nu L^\nu \\ - \nu \epsilon L^\nu B T \bar{\theta}^\nu r^\nu \lambda^2 r'^2 + \nu \epsilon L^\nu A \bar{\theta}^\nu r^\nu \lambda^2 r'^2 \\ - \nu \epsilon L^\nu A \bar{\theta}^\nu r^\nu \lambda^2 r'^2 - \epsilon L^\nu \bar{\theta}^\nu r^\nu \lambda^2 r'^2 \\ + \nu \epsilon L^\nu B T \bar{\theta} r \lambda^2 r' - \nu \epsilon L^\nu \bar{\theta} r \lambda^2 r' \end{bmatrix} \quad (15)$$

۴- نتایج روش نیمه تحلیلی و مدل سازی اجزاء محدود

همانطور که قبل تر اشاره شد در این پژوهش به بررسی رفتار تورمی هیدروژل پرداخته شده است. در این قسمت نتایج حاصل از حل نیمه تحلیلی را با نتایج حاصل از روش اجزاء محدود که با نوشتن کد زیربرنامه یوهاپر انجام گرفته است، مورد مقایسه و بررسی قرار داده شده است. برای تحلیل اجزاء محدود ساختار هیدروژلی مورد بحث، نیازمند تعریف مشخصات و معادله ساختاری در نرم افزار آباکوس می باشیم. از این رو همان طور که در قسمت راهنمای کاربر این نرم افزار نیز بیان شده است، برای تعیین مدل ساختاری مواد نرم که معادله ساختاری آن ها به وسیله ی تابع انرژی تعریف می گردد، از کد یوهاپر استفاده می کنیم. در این سابروتین در ابتدا انرژی تعریف شده به عنوان مدل ساختاری را با نام $U(I)$ ذخیره می کنیم، که با توجه به توضیحات بخش قبل رابطه (۱۱) کدنویسی می شود. سپس از انرژی در نظر گرفته شده نسبت به پارامترهای خواسته شده در بخش راهنمای کاربر مانند: پایهای اول، دوم و سوم ماتریس تغییرشکل مشتق گرفته می شود و در زیربرنامه یوهاپر ارائه می گردد. پارامترهای بکارگرفته شده در این قسمت بصورت $L = 0.03 \text{ m}$ ، $Nv_T = 0.001$ ، $Nv_B = 0.01$ ، $k_B = 1/28e - 23 \text{ J/K}$ ، $H = 0.01 \text{ m}$ ، $v = 3e - 29 \text{ m}^3$ می باشد [۲۴ و ۶]. همان طور که در شکل ۲، که از نتایج حل اجزاء محدود در نرم افزار آباکوس می باشد، پیدا است که لایه هیدروژلی حساس به دما با خواص تابعی هدفی با تغییر دما تحت خمش خالص قرار گرفته و قطعی از دایره می شود؛ که این نکته دلیل انتخاب دستگاه استوانه ای در حالت تغییر شکل یافته است.

در ابتدا مسئله ی تورم آزاد برای هیدروژل حساس به دما با در نظر گرفتن لینک متقابل پلیمری برابر با $Nv = 0.01, 0.005, 0.001$ مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به داده های ارائه شده در مطالعات پیشین [۲۴] برای مسئله تورم آزاد، این مسئله برای ارزیابی صحت کد زیربرنامه یوهاپر انجام گرفته شده است. همان طور که در شکل زیر قابل مشاهده است، نتایج حاصل از مدل سازی اجزاء محدود برای تورم آزاد هیدروژل حساس به دما ارائه شده است. با مشاهده شکل ۳ می توان دقت انطباق زیاد داده های ارائه شده در پژوهش [۲۴] و نتایج داده های کد زیربرنامه ارائه شده را بخوبی مشاهده کرد.

بعد از اطمینان از صحت زیربرنامه ارائه شده، به بررسی روش

فرضیات متناسب با مسئله خمش هیدروژل حساس به دما مورد استفاده در این پژوهش را می توان در چند مورد بررسی کرد. ابتدا با توجه به فرض استفاده از هیدروژل تابعی هدفمند، در این لایه ی هیدروژل لینک های متقابل پلیمری $N = N(X_r)$ در راستای ضخامت همانند مطالعات دیگر به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۲۹].

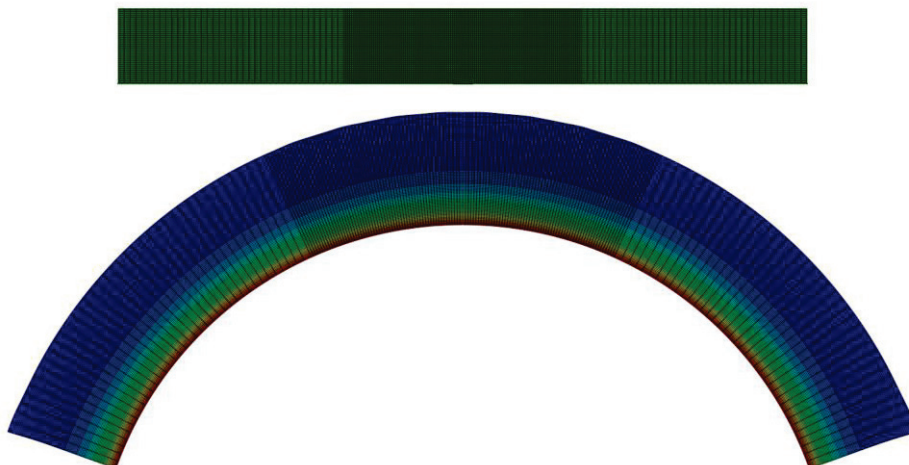
$$Nv X_r = Nv_B + Nv_T - Nv_B X_r/H \quad (21)$$

که در این رابطه Nv_B و Nv_T به ترتیب لینک های متقابل پلیمری در سطح بالا و پایین لایه هیدروژل حساس به دما می باشند. برای بدست آوردن توزیع تنش و جابه جایی در لایه هیدروژلی، از روش ۳ مرحله ای لاباتو^۱ استفاده شده است [۳۴]. این روش، معادلات که به فرم مسایل شرایط مرزی نامیده می شوند را مورد بحث قرار می دهد. در این روش، معادله دیفرانسیل حاکم بر مسایل با توجه به شرایط مرزی مورد حل قرار می گیرد. شرایط مرزی مسایل مختلف ممکن است، بیان کننده هندسه مسئله و یا معلومات مسئله در مرز باشد. که در مسئله مورد بحث در این مقاله، معادله شرایط مرزی، همان معادله تعادل می باشد. همچنین با توجه به این که در سطح داخلی و خارجی استوانه حاصله تنش شعاعی وجود ندارد، بنابراین شرایط مرزی بصورت زیر برقرار می شود:

$$\sigma_r X_r = 0 = \sigma_r X_r = H = 0 \quad (22)$$

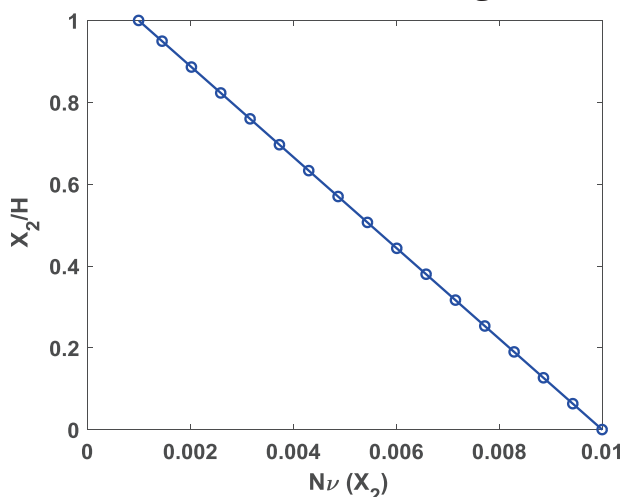
در این راستا در مرحله نخست شرایط اولیه حدس زده شده و با برقراری معادله غیر خطی حاصله و اعمال شرایط مرزی بالا، میزان زاویه و شعاع و مشتق شعاع در حالت تغییرشکل یافته که مجهولات مسئله هستند بدست می آیند. با ادامه این روش تکراری و برقراری رابطه های (۱۷) و (۱۸) برای بدست آوردن حدس اولیه در هر حلقه تکرار، تا آنجا که میزان خطا به کمتر از مقدار تعیین شده برسد، جواب مورد نظر بدست می آید. در انتها با جایگذاری مجهولات بدست آمده در روابط تنش و کرنش، توزیع تنش و کرنش در هر بخش محاسبه می گردد.

1 Lobatto IIIa formula



شکل ۲. لایه هیدروژلی حساس به دما با خواص تابعی هدفی تحت خمش در حالت اولیه و تغییرشکل یافته مدل سازی شده در نرم افزار ABAQUS
 Fig. 2. Bending of FG hydrogel strip sensitive to temperature in initial and deformed states simulated in ABAQUS

راستای ضخامت، تیر مورد نظر در یک سو دچار خمیدگی شده است. با توجه به حل نیمه تحلیلی ارائه شده، می توان تغییرات شعاع در راستای ضخامت در طی این فرایند را محاسبه کرد. برای ارزیابی روش نیمه تحلیلی مورد بحث، مقادیر شعاع بوسیله روش حل اجزاء محدود نیز مورد بررسی قرار داده شده است. در شکل ۵ دقت بالای محاسبات برای نشان دادن میزان شعاع، با در نظر گرفتن تعداد لایه های متفاوت برای مدل سازی تیر هیدروژل تابعی هدفمند در مقایسه با نتایج روش حل نیمه تحلیلی ارائه شده است.

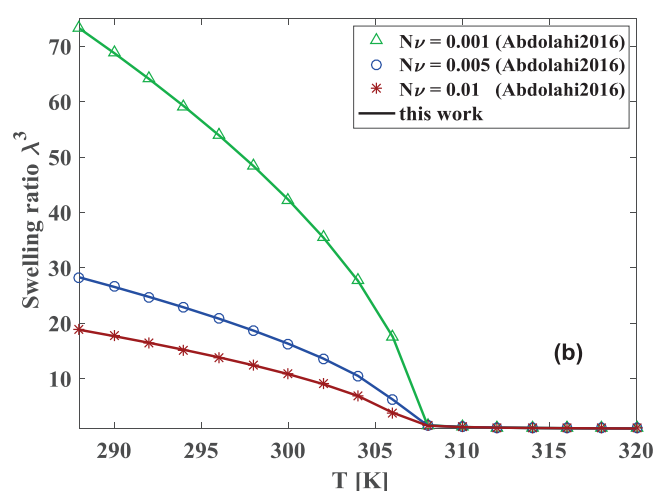


شکل ۴. مقادیر لینک های متقابل پلیمری با تغییر ارتفاع در راستای ضخامت تیر هیدروژلی

Fig. 4. Cross-linked polymer values by passing through thickness of hydrogel layer

همچنین برای تکمیل ارزیابی صحت حل نیمه تحلیلی ارائه شده، تنش های شعاعی و مماسی از طریق روش حل نیمه تحلیلی و اجزاء

حل نیمه تحلیلی و مقایسه آن با حل اجزاء محدود پرداخته شده است. برای این منظور به مسئله خمش تیر متشکل از هیدروژل حساس به دما با در نظر گرفتن تغییرات لینک های متقابل پلیمری در راستای ضخامت تیر مورد ارزیابی قرار گرفته شده است. در این راستا همان طور که در رابطه (۲۱) قابل مشاهده است، تغییرات لینک های متقابل پلیمری بگونه ای در نظر گرفته شده که با افزایش ارتفاع در راستای ضخامت میزان لینک های متقابل پلیمری کاهش می یابند. در شکل ۴ می توان مقادیر لینک های متقابل پلیمری با تغییر ارتفاع در راستای ضخامت را بخوبی مشاهده کرد.

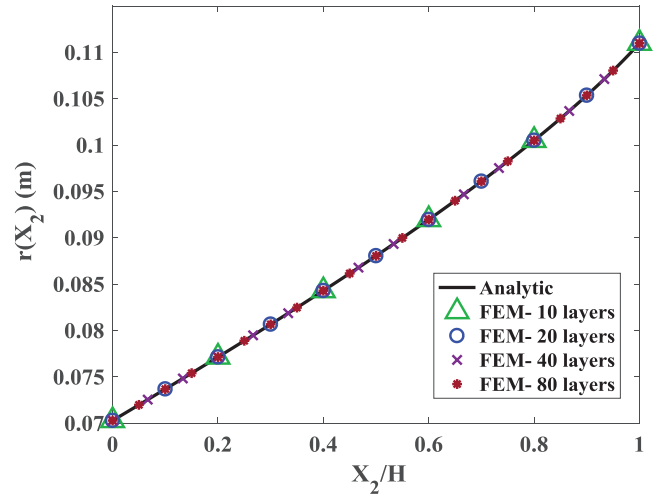


شکل ۳: نتایج نسبت تورم حاصل از مسئله تورم آزاد هیدروژل حساس به دما [۲۴]
 Fig. 3. Swelling ratio results related to free-swelling of temperature-sensitive hydrogel [24]

در این مسئله مقدار دما از ۳۲۰ تا ۲۸۸ کلون تغییر می کند، با توجه به عدم یکنواختی ویژگی های هیدروژل حساس به دما در

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این پژوهش با توجه به رفتار منحصر بفرد هیدروژل‌های حساس به دما تابعی هدفمند، که به طور چشمگیری در کاربردهایی از قبیل طراحی سنسورها و عملگرها قابل استفاده می‌باشند، به بررسی تورم این مواد با تغییر دما پرداخته شده است. هیدروژل‌های حساس به دما با خواص تابعی هدفمند با توجه به وجود تفاوت مقادیر لینک‌های متقابل پلیمری در راستای ضخامت تیر، با تغییر دما در حالت تیر مستقیم شروع به خمش می‌کنند. وجود مقادیر مختلف لینک‌های متقابل پلیمری در بخش‌های مختلف هیدروژل‌ها باعث تفاوت در سختی ماده و ایجاد نسبت تورم‌های متفاوت در این مواد می‌شود. تنوع در میزان نسبت تورم در نقاط مختلف تیر باعث خمش تیر در یک راستا می‌گردد که با تغییر دما در مسیر عکس مرحله اول می‌توان تیر خمیده را به حالت اول خود بازگردانید. با توجه به اهمیت کاربرد این پدیده، در این پژوهش با ارائه روش حل نیمه تحلیلی برای خمش تیر متشکل از هیدروژل‌های حساس به دما تابعی هدفمند به بررسی رفتار تورم این مواد پرداخته شده است. برای بررسی صحت روش مورد بحث، با استفاده از روش حل اجزاء محدود و نوشتن زیربرنامه یوهاپر برای این مواد، نتایج حاصل از هر دو روش مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به انطباق بالای نتایج می‌توان دریافت که حل ارائه شده، بخوبی رفتار این مواد را پیش‌بینی می‌کند. در این راستا شعاع، تنش شعاعی و تنش مماسی را از دو طریق حل نیمه تحلیلی و حل اجزاء محدود مورد مقایسه قرار دادیم. در حل اجزاء محدود برای مدل‌سازی تیر در نظر گرفته شده، تیر را در راستای ضخامت به تعداد لایه‌هایی تقسیم کرده که در هر لایه مشخصات ثابت و متفاوت

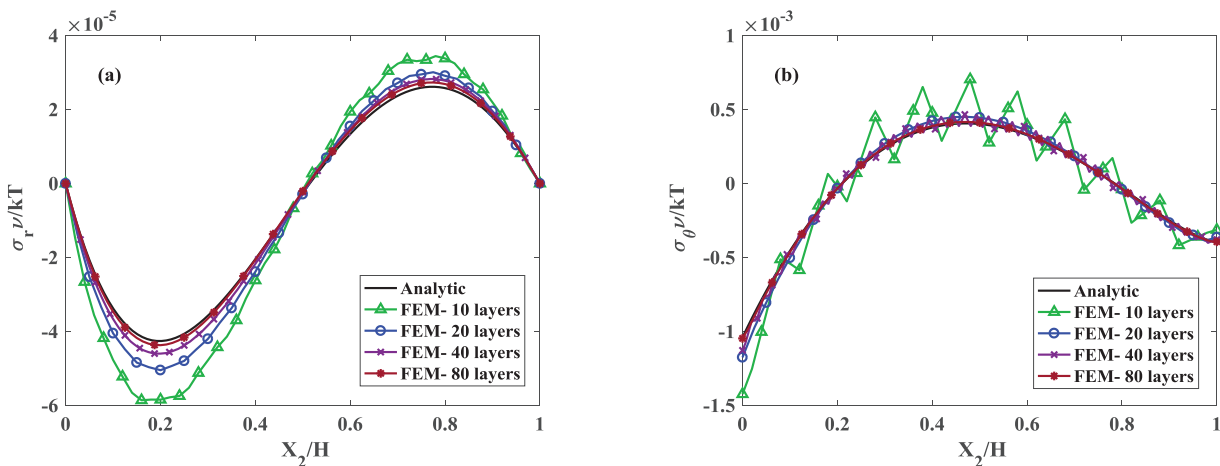


شکل ۵. مقادیر شعاع در هیدروژل تابعی هدفمند با تغییر دمای بین ۳۲۰ تا ۲۸۸ کلوین با تغییر ارتفاع در راستای ضخامت
Fig. 5. The radius of FG hydrogel by altering the temperature from 320 to 288 K in along thickness

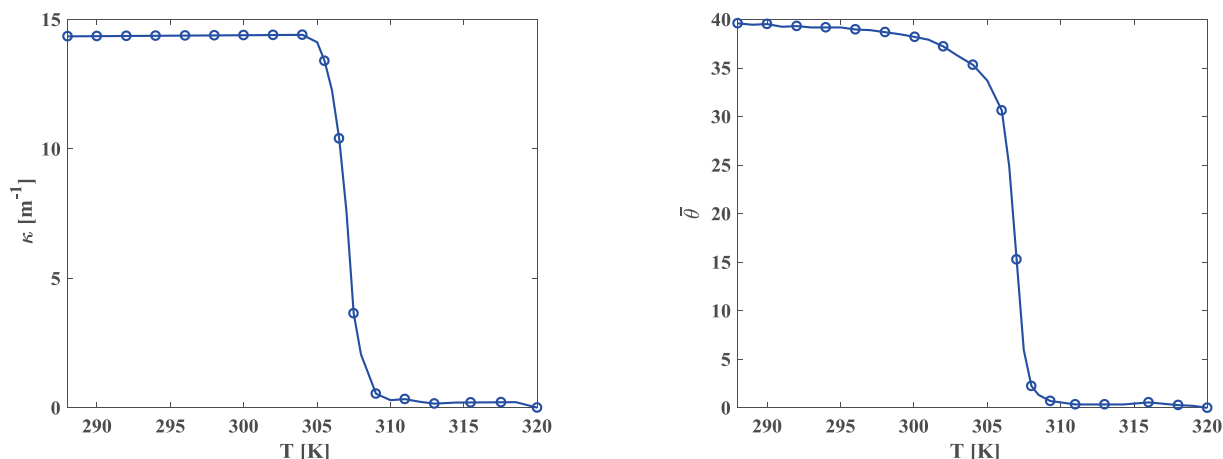
محدود برای تعداد لایه‌های ۱۰، ۲۰، ۴۰ و ۸۰ مورد بررسی قرار گرفته است.

همان‌طور که در شکل ۶ نشان داده شده است، با افزایش تعداد لایه‌های تیر در حل اجزاء محدود، تنش‌های شعاعی و مماسی با دقت بالایی به سمت حل نیمه تحلیلی همگرا می‌شوند. که بعد از در نظر گرفتن ۸۰ لایه میزان همگرایی به شدت افزایش یافته و انطباق خوبی قابل مشاهده است.

همچنین با توجه به اهمیت بالای میزان زاویه خمیدگی و انحنای خمیدگی در طراحی سنسورهای شامل مواد هوشمند، این دو فاکتور نیز در دو روش مورد بحث مورد مطالعه قرار گرفته است که با دقت در شکل زیر زاویه خمیدگی و انحنای خمیدگی در بازه دمایی ۳۲۰ تا ۲۸۸ کلوین بخوبی قابل مشاهده می‌باشد.



شکل ۶. مقادیر تنش (a) شعاعی و (b) مماسی در هیدروژل تابعی هدفمند با تغییر دمای بین ۳۲۰ تا ۲۸۸ کلوین
Fig. 6. (a) radial and (b) hoop stresses of FG hydrogel by variation of temperature from 320 to 288 K



شکل ۷. مقادیر (a) زاویه خمیدگی و (b) انحنای خمیدگی در هیدروژل تابعی هدفمند با تغییر دمای بین ۲۸۸ تا ۳۲۰ کلوین
 Fig. 7. Bending (a) angle and (b) curvature of FG hydrogel by altering temperature from 320 to 288 K

فهرست علائم

علائم انگلیسی	
شعاع تیر در نقاط مختلف	: r
راستای ضخامت تیر	: X_r
طول تیر	: L
شعاع داخلی تیر	: r_i
شعاع خارجی تیر	: r_o
پایای سوم تانسور گرادبان تغییرشکل	: J
ثابت بولتزمن	: k_B
مقادیر لینک‌های متقابل پلیمری	: Nv
دما (کلوین)	: T
پارامتر مادی	: A_0, A_1, B_0, B_1
علائم یونانی	
نصف زاویه خمیدگی	: $\bar{\theta}$
پارامتر بی بعد ترکیب	: χ
نسبت تورم	: λ
زیرنویس	
راستای شعاعی	: r
راستای مماسی	: θ
راستای درون صفحه	: Z

مراجع

- [1] S. Cai, Z. Suo, Mechanics and chemical thermodynamics of phase transition in temperature-sensitive hydrogels, *Journal of the Mechanics Physics of Solids*, 59(11) (2011) 2259-2278.
- [2] S.A. Chester, L. Anand, A thermo-mechanically

با لایه دیگر بوده که با افزایش این تعداد لایه می توان به حالت مشابه با مسئله شبیه سازی شده در حل نیمه تحلیلی دست یافت. در این راستا حل اجزاء محدود برای تعداد لایه های متفاوت ۱۰، ۲۰، ۴۰ و ۸۰ مورد بررسی قرار گرفته است. قابل مشاهده است که با تغییر دما در بازه ۲۸۸ تا ۳۲۰ کلوین، تیر هیدروژلی دارای خواص تابعی هدفمند مستطیلی که دارای عرض $H = 0.01\text{m}$ بصورت قطاعی از دایره با شعاعی بین حدود 0.07 تا 0.115 پیدا کرده و تنش شعاعی و تنش مماسی با ماکزیمم به ترتیب $4/2e-5$ و $3/5e-3$ ایجاد می کند و تنش مماسی نسبت به تنش شعاعی غالب می باشد. قابل ذکر است که میزان تنش شعاعی در سطح بالایی و پایینی برابر صفر می باشد که بخوبی با شرایط مرزی در نظر گرفته شده انطباق دارد. با دقت در توزیع شعاع، تنش شعاعی و مماسی می توان توزیع پیوسته تنش و جابه جایی را در تیر هیدروژلی با خواص تابعی هدفمند مشاهده کرد که این پدیده را در ساختارهای چند لایه ای نمی توان مشاهده کرد. همچنین با توجه به اهمیت بالای میزان زاویه خمیدگی و انحنای خمیدگی در طراحی سنسورها، این دو فاکتور نیز در هر دو حل مورد مقایسه قرار گرفته که بخوبی بر هم منطبق هستند. قابل مشاهده است که در تیر مورد بررسی با تغییر دما در بازه ۲۸۸ تا ۳۲۰ کلوین، انحنای و زاویه خمیدگی تیر در حدود دمای ۳۰۸ تا ۳۰۵ کلوین به شدت تغییر کرده و زاویه تیر در حدود ۴۰ درجه می باشد که با توجه به این میزان از خمیدگی می توان کاربردهای متفاوتی از جمله سنسورها شیرها و غیره برای این ساختارها در نظر گرفت.

- (2011) 715-722.
- [11] S.A. Chester, L. Anand, A coupled theory of fluid permeation and large deformations for elastomeric materials, *Journal of the Mechanics Physics of Solids*, 58(11) (2010) 1879-1906.
- [12] M. Doi, Gel dynamics, *Journal of the Physical Society of Japan*, 78(5) (2009) 052001.
- [13] M. Guenther, G. Gerlach, T. Wallmersperger, Non-linear effects in hydrogel-based chemical sensors: experiment and modeling, *Journal of Intelligent Material Systems Structures*, 20(8) (2009) 949-961.
- [14] L. Ionov, Biomimetic hydrogel-based actuating systems, *Advanced Functional Materials*, 23(36) (2013) 4555-4570.
- [15] A. Richter, Hydrogels for actuators, in: *Hydrogel sensors and actuators*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2009, pp. 221-248.
- [16] J.P. Chávez, A. Voigt, J. Schreiter, U. Marschner, S. Siegmund, A. Richter, A new self-excited chemo-fluidic oscillator based on stimuli-responsive hydrogels: mathematical modeling and dynamic behavior, *Applied Mathematical Modelling*, 40(23-24) (2016) 9719-9738.
- [17] A.S. Hoffman, Hydrogels for biomedical applications, *Advanced drug delivery reviews*, 64 (2012) 18-23.
- [18] M. Sharabi, D. Varssano, R. Eliasy, Y. Benayahu, D. Benayahu, R. Haj-Ali, Mechanical flexure behavior of bio-inspired collagen-reinforced thin composites, *Composite Structures*, 153 (2016) 392-400.
- [19] X. Zeng, C. Li, D. Zhu, H.J. Cho, H. Jiang, Tunable microlens arrays actuated by various thermo-responsive hydrogel structures, *Journal of Micromechanics Microengineering*, 20(11) (2010) 115035.
- [20] J. Guan, H. He, D.J. Hansford, L.J. Lee, Self-folding of three-dimensional hydrogel microstructures, *The Journal of Physical Chemistry B*, 109(49) (2005) 23134-23137.
- [21] M. Baghani, R. Naghdabadi, J. Arghavani, coupled theory for fluid permeation in elastomeric materials: application to thermally responsive gels, *Journal of the Mechanics Physics of Solids*, 59(10) (2011) 1978-2006.
- [3] W. Guo, M. Li, J. Zhou, Modeling programmable deformation of self-folding all-polymer structures with temperature-sensitive hydrogels, *Smart Materials Structures*, 22(11) (2013) 115028.
- [4] H. Mazaheri, M. Baghani, R. Naghdabadi, S. Sohrabpour, Inhomogeneous swelling behavior of temperature sensitive PNIPAM hydrogels in micro-valves: analytical and numerical study, *Smart Materials Structures*, 24(4) (2015) 045004.
- [5] H. Mazaheri, M. Baghani, R. Naghdabadi, S. Sohrabpour, Coupling behavior of the pH/temperature sensitive hydrogels for the inhomogeneous and homogeneous swelling, *Smart Materials Structures*, 25(8) (2016) 085034.
- [6] H. Mazaheri, M. Baghani, R. Naghdabadi, Inhomogeneous and homogeneous swelling behavior of temperature-sensitive poly-(N-isopropylacrylamide) hydrogels, *Journal of Intelligent Material Systems Structures*, 27(3) (2016) 324-336.
- [7] T. Morimoto, F. Ashida, Temperature-responsive bending of a bilayer gel, *International Journal of Solids Structures*, 56 (2015) 20-28.
- [8] R. Marcombe, S. Cai, W. Hong, X. Zhao, Y. Lapusta, Z. Suo, A theory of constrained swelling of a pH-sensitive hydrogel, *Soft Matter*, 6(4) (2010) 784-793.
- [9] W. Toh, T.Y. Ng, J. Hu, Z. Liu, Mechanics of inhomogeneous large deformation of photo-thermal sensitive hydrogels, *International Journal of Solids Structures*, 51(25-26) (2014) 4440-4451.
- [10] H. Li, R. Luo, Modeling the influence of initial geometry on the equilibrium responses of glucose-sensitive hydrogel, *Journal of Intelligent Material Systems Structures*, 22(8)

- Structures, 50(3-4) (2013) 578-587.
- [30] Z. Wu, N. Bouklas, Y. Liu, R. Huang, Onset of swell-induced surface instability of hydrogel layers with depth-wise graded material properties, *Mechanics of Materials*, 105 (2017) 138-147.
- [31] Z. Wu, R. Huang, Analytical solution of swell-induced surface instability for graded hydrogel layers, in: *ICF13*.
- [32] S. Roccabianca, M. Gei, D. Bigoni, Plane strain bifurcations of elastic layered structures subject to finite bending: theory versus experiments, *IMA journal of applied mathematics*, 75(4) (2010) 525-548.
- [33] F. Afroze, E. Nies, H. Berghmans, Phase transitions in the system poly (N-isopropylacrylamide)/water and swelling behaviour of the corresponding networks, *Journal of Molecular Structure*, 554(1) (2000) 55-68.
- [34] J. Kierzenka, L.F. Shampine, A BVP solver that controls residual and error, *Journal of Numerical Analysis, Industrial and Applied Mathematics*, 3(1-2) (2008) 27-41.
- A large deformation framework for shape memory polymers: Constitutive modeling and finite element implementation, *Journal of intelligent Material systems structures*, 24(1) (2013) 21-32.
- [22] A. Nassiri-monfared, M. Baghani, M.R. Zakerzadeh, P. Fahimi, Developing a semi-analytical model for thermomechanical response of SMA laminated beams, considering SMA asymmetric behavior, *Meccanica*, 53(4-5) (2018) 957-971.
- [23] Z. Hu, X. Zhang, Y. Li, *Synthesis and application of modulated polymer gels*, Science, 1995.
- [24] J. Abdolahi, M. Baghani, N. Arbabi, H. Mazaheri, Analytical and numerical analysis of swelling-induced large bending of thermally-activated hydrogel bilayers, *International Journal of Solids Structures*, 99 (2016) 1-11.
- [25] J. Abdolahi, M. Baghani, N. Arbabi, H. Mazaheri, Finite bending of a temperature-sensitive hydrogel tri-layer: An analytical and finite element analysis, *Composite Structures*, 164 (2017) 219-228.
- [26] M. Guvendiren, J.A. Burdick, S. Yang, Kinetic study of swelling-induced surface pattern formation and ordering in hydrogel films with depth-wise crosslinking gradient, *Soft Matter*, 6(9) (2010) 2044-2049.
- [27] M. Guvendiren, J.A. Burdick, S. Yang, Solvent induced transition from wrinkles to creases in thin film gels with depth-wise crosslinking gradients, *Soft Matter*, 6(22) (2010) 5795-5801.
- [28] M. Guvendiren, S. Yang, J.A. Burdick, Swelling-induced surface patterns in hydrogels with gradient crosslinking density, *Advanced Functional Materials*, 19(19) (2009) 3038-3045.
- [29] Z. Wu, N. Bouklas, R. Huang, Swell-induced surface instability of hydrogel layers with material properties varying in thickness direction, *International Journal of Solids*

