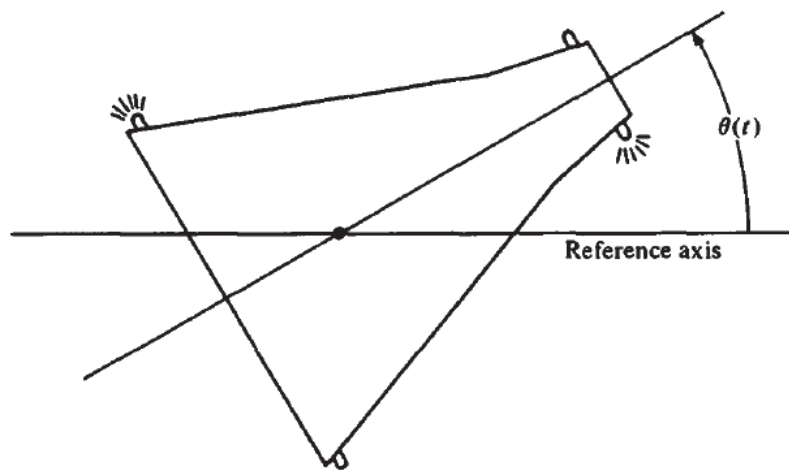


شکل ۴: نحوه تغییر اندازه مخزن ساخت در طول ارتقا نسل برای مسائل چندهدفه

Fig 4. Size variation of the multi-objective repository through generation evolution



شکل ۵: کنترل حرکت یک فضاپیما [۲۸]

Fig5. Aircraft path control [28].

خطی با زمان) قانون کنترل بهینه^۱ به صورت خطی می باشد و به صورت رابطه (۴) بیان می شود [۸].

و R در نظر گرفته شده است.

$$u^*(t) = -R^{-1}B^TKx(t) \triangleq -F \cdot x(t) \quad (۴)$$

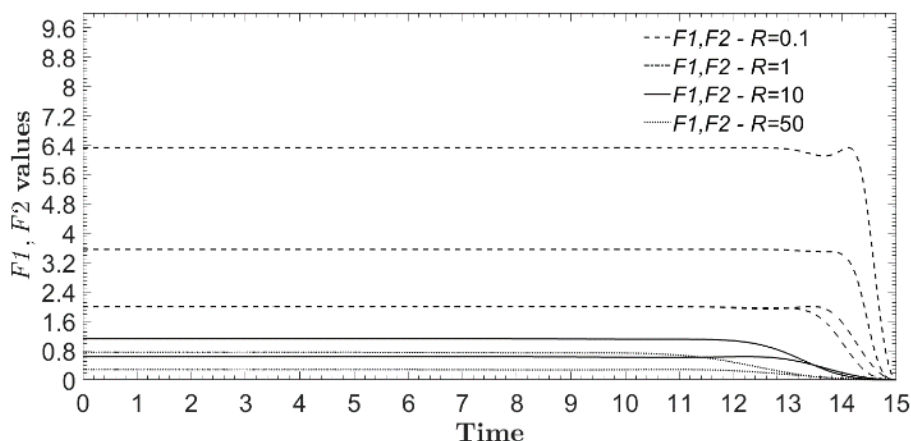
$$J = \int_0^{\infty} [q_{11}x_1^2(t) + q_{22}x_2^2(t) + Ru^2(t)] dt \quad (۳)$$

$$(q_{11} = 4, q_{22} = 0, R = 0.1, 1, 10, 50)$$

ثابت می شود که ماتریس K در حالت کلی از حل یک معادله دیفرانسیلی

در سیستم های خطی ثابت با زمان، سیگنال کنترلی ورودی فیدبکی خطی ثابت با زمان از حالت های سیستم می باشد. در این شرایط (سیستم های

1 Optimal control law



شکل ۶: مقادیر ماتریس F در قانون کنترل بهینه برای کنترل خطی فضاپیما

Fig 6. Gain matrix F in the control law for the aircraft problem.

مطابق معادله (۴) به صورت ضرایب ثابتی از حالت‌های سیستم می‌باشد که این مهم برای جواب‌های برنامه‌ریزی ژنتیکی پیشنهادی حداکثر تا نسل ۲۳ همانند شکل ۷ محقق شد. درحالی‌که با پیکربندی مشابه برای برنامه‌ریزی ژنتیکی معمول، نه تنها دستیابی به جواب‌ها به صورت شکل نهایی رابطه (۴) میسر نشد، بلکه در بهترین وضعیت جواب‌های برنامه‌ریزی ژنتیکی معمول تا نسل ۶۷ همگرایی مناسبی نداشتند.

۳-۲- مدل‌سازی و شبیه‌سازی چندهدفه

در کارهای بهینه‌سازی پیشین شاخص عملکرد به صورت تک‌هدفه و با ترکیب ضریب وزنی از سیگنال کنترلی و حالت‌های سیستم بررسی شده است. در این نوع مسائل، ضرایب وزنی مناسب عمدتاً با روش آزمون و خطا بدست می‌آیند که این امر به نوبه خود سبب کاهش دقت و دید طراح در تعیین درجه اولویت‌های توابع هدف (سیگنال کنترلی یا خط سیر حالت‌های سیستم) می‌شود.

در این مقاله با حذف ضریب‌های وزنی و تبدیل شاخص عملکرد تک‌هدفه به شاخص‌هایی چندهدفه، شاخص‌ها به صورت مجزا و با استفاده از تحلیل‌های پارتویی بررسی می‌شوند. با این روش انتخاب نقاط مطلوب در بین نقاط غیربرتر و بدست آوردن سیگنال کنترلی با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیکی علاوه بر حذف حساسیت، افزایش دقت و کارایی طراحی کنترل بهینه سیستم‌های مدرن از منظر طراحی و تحلیل، امکان ترکیب آن با

که یک نوع از معادلات ریگاتی می‌باشد، بدست می‌آید. این ماتریس در حالت کلی وابسته به زمان بوده و ساختار آن به زمان نهایی بستگی دارد و در شرایط ثابت با زمان که زمان نهایی به بینهایت میل می‌کند ماتریس K به ماتریسی ثابت میل می‌کند که می‌توان آن را به زمان نهایی متناهی نیز تعمیم داد [۱۲]. برای نمونه از حل معادله ریگاتی برای کنترل مسیر فضاپیما و بدست آوردن ماتریس K و جایگذاری آن در رابطه (۴)، ماتریس F به صورت شکل ۶ بدست می‌آید.

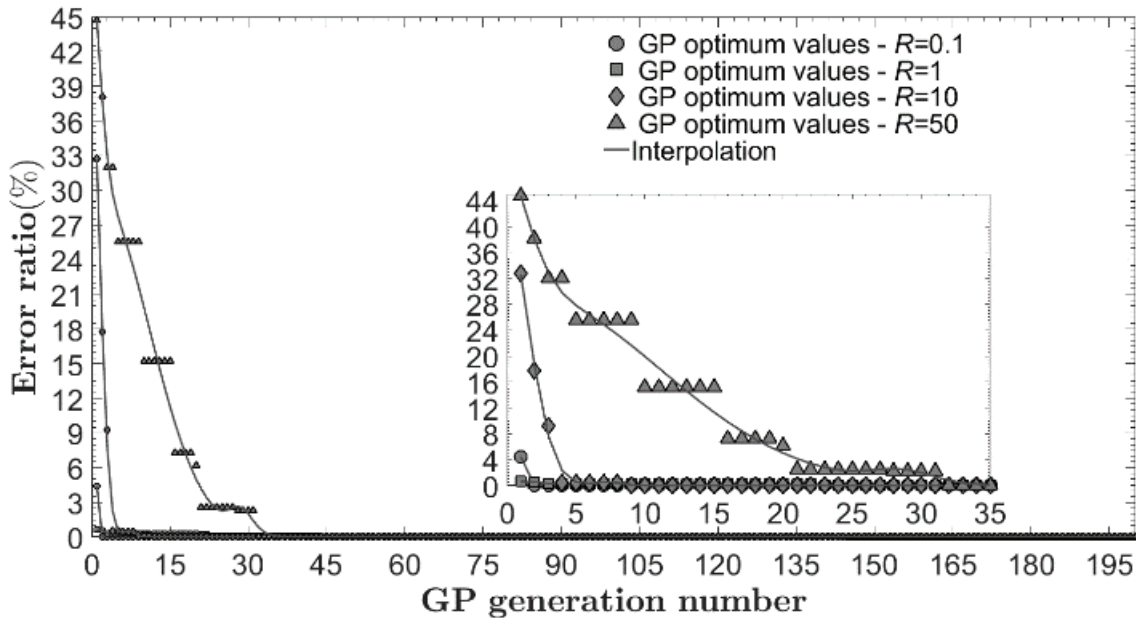
همان‌گونه که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، با چشم‌پوشی از جهش در نزدیکی به زمان‌های نهایی ۱۵ ثانیه، ماتریس F دارای مقادیر ثابتی می‌باشد و با جایگذاری در رابطه (۴) توابع سیگنال کنترلی به ازای هر R بدست می‌آید. در ادامه جهت صحت سنجی، معادله سیگنال کنترلی بدست آمده از بهینه‌سازی تک‌هدفه با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی ژنتیکی ارائه شده در این مقاله با سیگنال‌های کنترلی بدست آمده از حل معادله ریگاتی، مقایسه می‌شوند (جدول ۱). برنامه‌ریزی ژنتیکی پیشنهادی با ترمینال‌های $F = \{-, +, \times\}$ عملگرهای محاسباتی $T = \{X 1, X 2, constat value\}$ پیکربندی و تا نسل ۲۰۰ اجرا می‌شود. نحوه همگرایی نسل‌های برنامه‌ریزی ژنتیکی برای این مسئله و با پیکربندی مذکور در شکل ۷ نشان داده شده است.

با توجه به جدول ۱ سیگنال‌های کنترلی بدست آمده از روش برنامه‌ریزی ژنتیکی با درصد خطایی کمتر از ۰.۳٪ به سیگنال کنترلی بدست آمده از حل معادلات ریگاتی، همگرا می‌شوند. جواب‌ها در مسائل خطی ثابت با زمان

Table 1. Comparison of the obtained optimal control signals between the suggested Genetic Programming (GP) and the Riccati equation.

جدول ۱: مقایسه سیگنال کنترلی بدست آمده از برنامه‌ریزی ژنتیکی و حل معادلات ریکاتی

$R=0.1$	$R=1$	$R=10$	$R=50$	
$U(x) = X_2 - 3/5566 X_1 - 6/3246$	$U(x) = -2 X_1 - 2 X_2$	$U(x) = X_2 - 1/1246 X_1 - 1/6224$	$U(x) = X_2 - 1/7521 X_1 - 1/2828$	
$J_1 = 562,8978$ $J_2 = 42,1795$ $J = 0.1 J_1 + 4 J_2 =$ ۲۳۵/۰۰۷۹	$J_1 = 100,8953$ $J_2 = 75,1282$ $J = 1 J_1 + 4 J_2 =$ ۴۰۱/۴۰۸۱	$J_1 = 17,932$ $J_2 = 133,8$ $J = 0.1 J_1 + 4 J_2 =$ ۴۱۳/۶۹۹۴	$J_1 = 5,3715$ $J_2 = 199,71$ $J = 0.1 J_1 + 4 J_2 =$ ۱۰۶۷/۴	معادله ریکاتی
$U(x) = X_2 - 3/5278 X_1 - 6/32756$	$U(x) = -2 X_1 - 2 X_2$	$U(x) = X_2 - 1/1028 X_1 - 1/6223$	$U(x) = X_2 - 1/7690 X_1 - 1/2909$	
$J_1 = 558,7304$ $J_2 = 42,2843$ $J = 0.1 J_1 + 4 J_2 =$ ۲۳۵/۰۱۰۴	$J_1 = 100,8953$ $J_2 = 75,1282$ $J = 1 J_1 + 4 J_2 =$ ۴۰۱/۴۰۸۱	$J_1 = 17,6294$ $J_2 = 134,2022$ $J = 0.1 J_1 + 4 J_2 =$ ۷۱۳/۷۰۲۸	$J_1 = 5,5581$ $J_2 = 197,4754$ $J = 0.1 J_1 + 4 J_2 =$ ۱۰۶۷/۸	برنامه‌ریزی ژنتیکی
%/۰.۰۱	%	%/۰.۰۰۰۵	%/۰.۰۳	درصد خطا



شکل ۷: خطای برازندگی شاخص عملکرد سیگنال کنترلی بهینه بدست آمده از هر نسل برنامه‌ریزی ژنتیکی

Fig7. Fitness percentage error of the control signal obtained from each GP generation.

تحلیل چندهدفه در مسئله کنترل بهینه مذکور، نزدیکترین نقطه بهینه

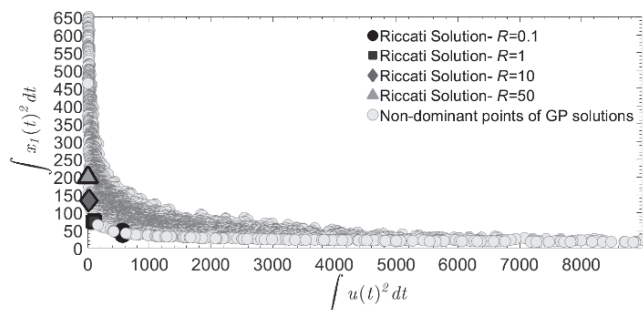
غیربرتر به نقطه سیگنال کنترلی بهینه تکهدفه با ضریب کنترلی $R=0.1$ انتخاب می‌شود. جهت ارزیابی بیشتر، پاسخ زمانی آن‌ها در شکل ۱۰ رسم و شاخص‌های آن‌ها در جدول ۲ مقایسه می‌شوند.

همانطوری که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، برازندگی توابع هدف J_1 و J_2 برای نزدیکترین نقطه بهینه غیربرتر (واحد شماره ۱۴۵۴) از بین مجموع ۳۴۰۴ نقاط غیربرتر نسبت به جواب‌های بهینه‌سازی تکهدفه بهتر است. (بدون اینکه تابع هدف J_2 تغییر زیادی نماید)

بدیهی است که با استفاده از تحلیل چندهدفه انجام شده و بررسی منحنی‌های پارتویی J_1-J_2 و J_2-J_3 علاوه بر J_1-J_2 که در شکل ۹ نشان داده شده است، امکان انتخاب نقاط بهینه غیربرتر دیگری با توجه به نیاز طراحی، کاملاً وجود دارد.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله از یک نوع الگوریتم برنامه‌ریزی ژنتیکی توسعه یافته به منظور تعیین ساختار تلاش کنترلی بهینه در طراحی سیستم‌های کنترل بهینه خطی استفاده شده است. با استفاده از این الگوریتم که محدودیت‌های روش‌های معمول کنترل بهینه در دست‌یابی به جواب‌های تحلیلی مسائل کنترل بهینه را ندارد، ساختار سیگنال کنترلی به صورت مستقیم توسط ساختار درختی برنامه‌ریزی ژنتیکی، تولید شده و در یک روند بهینه‌سازی چندهدفه به گونه‌ای تعیین می‌شود که شاخص‌ها بهینه شوند. توابع هدف در بهینه‌سازی چندهدفه شامل تلاش کنترلی و مسیر متغیرهای حالت می‌باشند.



شکل ۹: نمودار پارتویی از توابع هدف J_1 و J_2

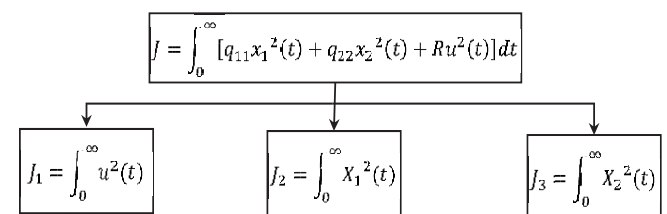
Fig 9. J1-J2 viewpoint of the Pareto front.

توابع هدف دلخواه طراح را فراهم می‌آورد. در ادامه با بررسی دو فرم ثابت با زمان و متغیر با زمان از شاخص چندهدفه این تحلیل مورد ارزیابی بیشتر قرار می‌گیرد.

در این نوع از شاخص عملکرد، ضرایب Q و R ماتریس‌های ثابت بوده و با حذف این ماتریس‌ها همچون شکل ۸ مسئله شاخص عملکرد تکهدفه به شاخص‌های چندهدفه تبدیل می‌شود. جهت ارزیابی بیشتر سیستم خطی ثابت با زمان بخش ۳-۱ به صورت چندهدفه شبیه‌سازی می‌شود.

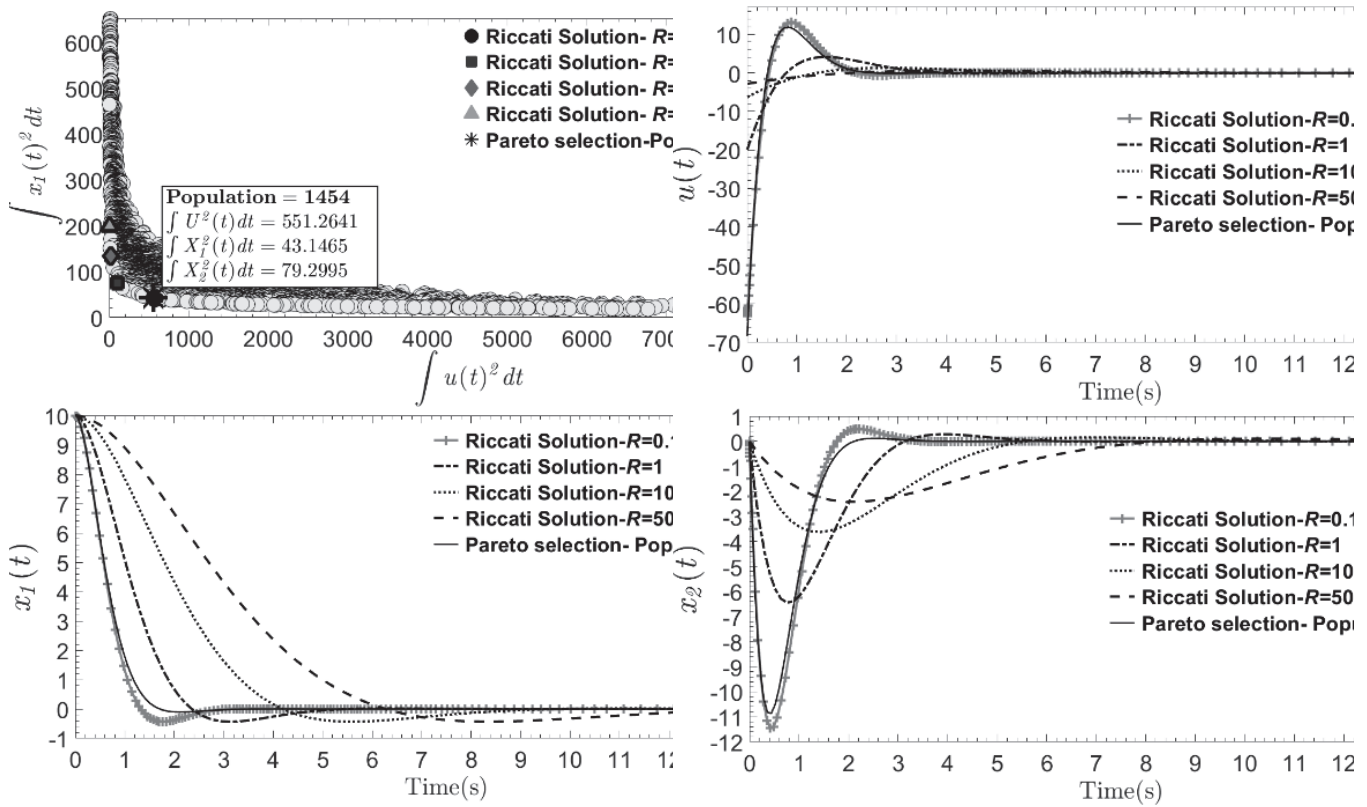
مشابه تحلیل تکهدفه، برنامه‌ریزی ژنتیکی پیشنهادی با ترمینال‌های $F = \{-, +, \times\}$ و $T = \{X_1, X_2 \text{ constat value}\}$ یکرندگی و تا نسل ۲۰۰ اجرا می‌شود. بعد از اجرای الگوریتم، جمعیت‌های ۴ نسل نهایی همراه با برازندگی‌شان در ماتریسی ذخیره می‌شود و جمعیت‌های آن با توجه به برازندگی‌هایشان جبهه‌بندی می‌شوند. حاصل این جبهه‌بندی شامل ۳۴۰۴ نقطه غیربرتر (جبهه اولی) می‌باشد. از آنجایی که مسئله بهینه‌سازی تکهدفه با استفاده از حل معادل ریگاتی، اولویت‌بندی بین تلاش کنترلی و مسیر متغیر حالت اولی بوده است، برازندگی مجموعه نقاط غیربرتر به همراه برازندگی‌های جواب‌های مسائل تکهدفه در صفحه پارتویی J_1 و J_2 شکل ۹ مقایسه و ترسیم می‌شوند.

هریک از نقاط شکل ۹ نماینده یک سیگنال کنترلی بهینه می‌باشد و از آنجا که تحلیل تکهدفه مسئله مذکور شامل توابع J_1 و J_2 بوده است، مطابق انتظار موقعیت این جواب‌ها در صفحه J_1 و J_2 در مرز پایینی نقاط بهینه غیربرتر قرار گرفته است. یکی از موارد حائز اهمیت که با بررسی نقاط بهینه غیربرتر مشاهده گردید این است که ساختار تمامی جمعیت‌های این مجموعه به ساختار معادله (۴) همگرا شده‌اند. از آنجا که رابطه (۴) جواب دقیق برای مسائل کنترلی خطی ثابت با زمان محسوب می‌شود، مصداقی از اعتبار الگوریتم پیشنهادی در این مقاله می‌باشد. حال برای بررسی از کارایی



شکل ۸: تبدیل شاخص عملکرد خطی درجه دوم ثابت با زمان به معیارهای چندهدفه

Fig 8. Converting the single-objective index into the multi-objective criteria.



شکل ۱۰: انتخاب واحد شماره ۱۴۵۴ از بین ۳۴۰۴ نقاط غیربرتر در حدود شاخص عملکرد تک‌هدفه با ضریب وزنی $R=0.1$ و مقایسه پاسخ‌های زمانی آن‌ها

Fig 10. Selecting the sample point No. 1454 among the 3404 nondominant points around the single-objective point of $R=0.1$ and their transient responses comparison.

Table 2. Comparison of the criteria values of the sample No. 1454 among the 3404 nondominant points with the control signal obtained from the single-objective problem of $R=0.1$.

جدول ۲: مقایسه شاخص‌های واحد شماره ۱۴۵۴ از بین ۳۴۰۴ نقاط غیربرتر با شاخص‌های سیگنال کنترلی بدست آمده از مسئله تک‌هدفه با ضریب وزنی $R=0.1$

تلاش کنترلی	مسیر متغیر حالت اول	مسیر متغیر حالت دوم	سیگنال کنترلی ($u(x)$)	
$(J_1 = \int_0^{15} u^2(t) dt)$	$(J_2 = \int_0^{15} X_1^2(t) dt)$	$(J_3 = \int_0^{15} X_2^2(t) dt)$		
۵۵۷/۸۹۲۸	۴۲/۵۵۷۶	۸۱/۸۳۰۲	$-۴/۱۶۴۳ X_1$ $-۶/۸۱۵۴ X_2$	نقطه انتخابی
۵۶۲/۸۹۷۸	۴۲/۱۷۹۵	۸۸/۸۹۸۰	$-۳/۵۶۶ X_1$ $-۶/۳۲۴۶ X_2$	معادله ریگاتی
$+۰/۰/۸۹$	$-۰/۰/۹۰$	$+۰/۰/۹۵$		$PRE = \frac{(J_{Riccati} - J_{Selected})}{J_{Riccati}} \times 100$

سیستم کلاستر

برای اجرای برنامه‌های کامپیوتری مربوط به روش‌های مدل‌سازی در این مقاله، از سیستم کلاستر آزمایشگاه پردازش موازی دانشکده فنی دانشگاه گیلان بهره گرفته شده است. این مجموعه شامل ۹ دستگاه کامپیوتر پر قدرت SMTP با مشخصه فنی زیر می‌باشد.

کارهای این مقاله جمعاً با ۳۶ عدد کارگر متلب^۱ که از این مجموعه گرفته شده، اجرا شده است. جدول الف ۲ مقایسه‌ای از میانگین زمان محاسبه شاخص‌های برنامه‌های کنترل بهینه این کار در حالت‌های تک‌هدفه و چندهدفه به صورت تک سیستمی و کلاستر شده ارائه شده است.

ساختار الگوریتم برنامه‌ریزی ژنتیکی در تولید جمعیت در هر نسل به گونه‌ای اصلاح شده است که افزایش دقت و همگرایی در جواب بهینه‌سازی تک‌هدفه و افزایش پراکندگی در جواب‌های بهینه‌سازی چندهدفه میسر گردید. با مقایسه جواب‌های بدست آمده از الگوریتم برنامه‌ریزی ژنتیکی پیشنهادی با جواب تحقیقات پیشین، نشان داده شد که پاسخ‌ها و تحلیل سیستم‌های کنترل بهینه از منظر طراحی بهینه، ارتقا می‌یابند.

ضمیمه الف:



شکل الف ۱: سیستم کلاستر آزمایشگاه پردازش موازی دانشکده فنی دانشگاه گیلان

Fig. A1. Parallel laboratory cluster at University of Guilan.

1 Matlab worker

Table A1. Configuration of the parallel laboratory cluster presenting at the engineering department of University of Guilan.

جدول الف ۱: مشخصات فنی مجموعه کلاستر آزمایشگاه پردازش موازی دانشکده فنی دانشگاه گیلان

مشخصات کلاینت	- سرور سوپر میکرو ایکس ال ۱۰ - دو عدد پردازنده اینتل زئون ایکس ۵۵۶۰ فرکانس ۲/۸ گیگاهرتز - دو عدد رم دو گیگابایت پی سی ۳ - دو عدد هارد اس آ اس فوجیتسو ۱۴۶ گیگابایت ۱۰ هزار دور بر دقیقه
مشخصات گره‌ها	- سرور سوپر میکرو ایکس ال ۱۰ - دو عدد پردازنده اینتل زئون ای ۵۶۲۰ فرکانس ۲/۴ گیگاهرتز - دو عدد رم دو گیگابایت پی سی ۳ - یک عدد هارد ساتا وسترن دیجیتال ۵۰۰ گیگابایت ۵۴۰۰ دور بر دقیقه
شبکه	- شبکه گیگابیتی
سیستم عامل	- ویندوز ۱۰ پرو
نرم افزار کلاستر	- سرور پردازش گسترده متلب
نرم افزار محاسباتی	- متلب

Table A2. Run-time evaluation of the single and multi objective criteria until the 200th generation for different computer configurations.

جدول الف ۲: زمان محاسبه شاخص‌های تک‌هدفه و چندهدفه تا نسل ۲۰۰ در سیستم‌های مختلف

مسئله کنترل بهینه ۳ هدفه	مسئله کنترل بهینه تک‌هدفه	
۱۲:۰۴:۴۲	۰۲:۰۹:۴۸	سیستم خانگی ⁱ
۰۶:۰۱:۰۱	۰۱:۲۰:۱۳	سیستم دانشگاهی ⁱⁱ
۰۱:۳۶:۲۵	۰۰:۲۵:۲۲	یک گره از سیستم کلاستر
۰۰:۳۰:۱۶	۰۰:۱۲:۰۳	سیستم کلاستر (۳۶ عدد کارگر متلب ⁱⁱⁱ)

i Intel® Core™ 2 Duo CPU E7400 (2 logical processors)

ii Intel® Core™ i7 2.80GHz ۸۶۰ (8 Logical Processors)

iii Matlab Worker

- and prediction theory, Transactions ASME J. Basic Eng., 83:95-107, (1961).
- [14] S. Bittanti, A.J. Laub, J.C. Willems, The Riccati Equation, Springer-Verlag, New York, NY, (1991).
- [15] C.-H. Hsiao, W.-J. Wang, Optimal control of linear time-varying systems via Haar wavelets, Journal of optimization theory and applications, 103(3) (1999) 641-655.
- [16] S. Radhoush, M. Samavat, M.A. Vali, Optimal control of linear time-varying systems using the Chebyshev wavelets (a comparative approach), Systems Science & Control Engineering: An Open Access Journal, 2(1) (2014) 691-698.
- [17] C.A. Coello, G.B. Lamont, V. Veldhuizen, Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems, Springer, (second edition) (2007).
- [18] R. Sun, Q. Hong, G. Zhu, A novel optimal control method for impulsive-correction projectile based on particle swarm optimization, Discrete Dynamics in Nature and Society, 2016 (2016).
- [19] K.-F. Man, K.-S. Tang, S. Kwong, Genetic algorithms: concepts and designs, Springer Science & Business Media, 2012.
- [20] J.R. Koza, F.H. Bennett, D. Andre, M.A. Keane, F. Dunlap, Automated synthesis of analog electrical circuits by means of genetic programming, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1(2) (1997) 109-128.
- [21] H. Assimi, A. Jamali, N. Nariman-Zadeh, Sizing and topology optimization of truss structures using genetic programming, Swarm and Evolutionary Computation, 37 (2017) 90-103.
- [22] R. A. Maher, M.J. Mohamed, An Enhanced Genetic Programming Algorithm for Optimal Controller Design, [1] D.P. Bertsekas, Dynamic programming and optimal control, Athena scientific 2005.
- [2] D. Liberzon, Calculus of Variations and Optimal Control Theory: A Concise Introduction, Princeton University Press, 2011.
- [3] F. Lewis, D. Vrabie, V. Syrmos, Optimal control, Wiley, Hoboken, NJ, 2012.
- [4] N. Wiener, Cybernetics, Wiley, New York, NY, (1948).
- [5] N. Wiener, Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series, Technology Press, Cambridge, MA, (1949).
- [6] S. Dreyfus, Richard Bellman on the Birth of Dynamic Programming, Operations Research, 50 No. 1, (2002) 48-51.
- [7] R.E. Bellman, "On the Theory of Dynamic Programming, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 38 No.8, (1952) 716-719.
- [8] R.E. Bellman, Dynamic Programming, Sixth Edition, Princeton University Press, New Jersey, (1957).
- [9] V. G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze, L.S. Pontryagin, On the theory of optimal processes, Dokl. Akad. Nauk SSSR, 110:7-10, (1956).
- [10] L. S. Pontryagin, V. G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze, E.F. Mishchenko, The Mathematical Theory of Optimal Processes, Wiley-Interscience, New York, NY, (1962).
- [11] R.E. Kalman, A new approach to linear filtering in prediction problems, ASME Journal of Basic Engineering, 82:34-45, (1960).
- [12] R.E. Kalman, Contributions to the theory of optimal control, Bol. Soc. Mat. Mexicana, 5(2) (1960) 102-119.
- [13] R.E. Kalman, R.S. Bucy, New results in linear filtering

- [25] W. Kim, S.W. Jeon, Y. Kim, Model-based multi-objective optimal control of a VRF (variable refrigerant flow) combined system with DOAS (dedicated outdoor air system) using genetic algorithm under heating conditions, *Energy*, 107 (2016) 196-204.
- [26] Y.H. Sardahi, Multi-objective optimal design of control systems, UC Merced, 2016.
- [27] J.R. Koza, Genetic Programming II Videotape: The Next Generation, MIT Press Cambridge, MA, 1994.
- [28] D.E. Kirk, Optimal Control Theory, United Kingdom, in, Dover Publications, 2004.
- Intelligent Control and Automation, 9 (2013) 94-101.
- [23] A. Jamali, E. Khaleghi, I. Gholaminezhad, N. Nariman-zadeh, Modelling and prediction of complex non-linear processes by using Pareto multi-objective genetic programming, *International Journal of Systems Science*, 47(7) (2016) 1675-1688.
- [24] I. Gholaminezhad, A. Jamali, H. Assimi, Automated synthesis of optimal controller using multi-objective genetic programming for two-mass-spring system, in: Robotics and Mechatronics (ICRoM), 2014 Second RSI/ISM International Conference on, 2014, pp. 041-046.