

بررسی تجربی میدان جریان القائی درون ریز و فرو وزش در زیر ملخ‌های کوچک پشت سرهم

علی مهرابی، علیرضا داوری*

دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸-۰۳-۱۶
بازنگری: ۱۳۹۸-۰۴-۲۷
پذیرش: ۱۳۹۸-۰۶-۳۱
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۷-۰۸

کلمات کلیدی:

جریان درون ریز
فرو وزش
ملخ‌های پشت سرهم
اندرکنش آیرودینامیکی ملخ‌ها
پهپاد عمود پرواز

خلاصه: در این مطالعه تعدادی از آزمایش‌ها به منظور درک دقیق رفتار جریان درون ریز و فرو وزش ملخ‌های پشت سرهم با استفاده از یک دستگاه آزمایشگاهی چند منظوره انجام شدند. نتایج نشان دادند که برای یک ملخ تنها، جریان درون ریز در نواحی نوک و سه پنجم میانی طول ملخ، به سمت بالاست. الگوی ارائه شده برای جریان درون ریز و فرو وزش ملخ مورد آزمایش با متوسط میزان عدم قطعیت $\pm 5/6\%$ درصد شبیه به الگوی ملخ بالگردهای مرسوم در حالت نزول همراه با قدرت تشخیص داده شد. تأثیر نوسانات و اغتشاشات ناشی از جریان‌های حلقوی لبه فرار پره‌های ملخ جلویی بر جریان درون ریز ملخ عقبی باعث تغییر رفتار آن نسبت به یک ملخ تنها می‌شود. با توجه به اثرات بدنه، نوسانات و پدیده‌های غیر دائم روی داده در آزمایش‌ها، نتایج به دست آمده واقعی‌تر بودند. نتایج نشان دادند که مقادیر سرعت فرو وزش در زیر نواحی غیر مرکزی ملخ بیشتر از مقدار سرعت درون ریز آن‌ها هستند ولی تقریباً در تمام نقاط طول ملخ، این مقادیر کمتر از ۲ برابر هستند. بنابر این، رابطه مستخرج از تئوری اندازه حرکت در مورد ارتباط جریان درون ریز و فرو وزش ملخ‌های کوچک صدق نکرد و نیاز است تا در پیش‌بینی عملکرد و طراحی این نوع وسایل پرنده، به این تفاوت‌ها و تغییرات توجه شود.

۱- مقدمه

با توجه به محدودیت‌های بارگذاری ملخ و عدم نیاز به سرعت سیر بالا در بالگردهای ترابری، پیکره‌بندی‌های دو ملخه پشت سرهم، یکی از برترین انتخاب‌ها برای طراحی بالگردهای پیشرفته ترابری هستند و از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند [۱]. در حال حاضر در صنعت ساخت هواگردهای بدون سرنشین، طراحی و ساخت هواگردهای عمود پرواز در حال گسترش می‌باشند. پهپادهای عمود پرواز می‌توانند در میدان عمل کوچک، بسیار مؤثر بوده و قابلیت‌های یک بالگرد کوچک را داشته باشند. به علاوه کنترل و فرماندهی این نوع پرنده‌ها نیز بسیار ساده بوده و در میدان‌های نبرد و جستجو و نجات انعطاف‌پذیری بالایی را به کاربر خود می‌دهند. نقطه ایده‌آل در طراحی این نوع از پرنده‌های بدون سرنشین عمود پرواز، طراحی و ساخت پرنده‌هایی است که علاوه بر توانایی نشست و برخاست عمودی در هر مکانی، توانایی حمل محموله‌های سنگین را نیز داشته باشند. لذا با توجه به ویژگی‌ها و توانایی‌های بالگردهای با ملخ‌های پشت سرهم در جابجایی

و حمل محموله‌های سنگین، بررسی عملکرد آیرودینامیکی این وسایل پرنده بسیار حائز اهمیت است. با وجود برخی تفاوت‌ها بین ملخ‌های کوچک استفاده شده در پهپادهای عمود پرواز با ملخ‌های مرسوم بالگردها در مقادیر سرعت دورانی ملخ‌ها، اعداد رینولدز و محدوده سرعت نوک آن‌ها، ویژگی‌های جریان درون ریز^۱ و فرو وزش^۲ حول این ملخ‌ها به ویژه در حالت قرارگیری پشت سرهم همچنان ناشناخته مانده و نیازمند بررسی‌ها و پژوهش‌های جدید می‌باشند.

از آن جایی که جریان فرو وزش در زیر ملخ‌های پشت سرهم به خاطر وجود دو برابری گردابه‌های نوک و ریشه پره‌های دو ملخ و تداخل آیرودینامیکی غیر خطی آن‌ها با یکدیگر در مقایسه با ملخ‌های تکی دارای میدان جریان پیچیده‌تری هستند، لذا مطالعات اندکی در خصوص بررسی آیرودینامیک جریان فرو وزش آن‌ها گزارش شده‌اند. مدل کردن چنین میدان جریان فرو وزش پیچیده‌ای بسیار مشکل بوده و اعتبار بخشی به آنها نیز با توجه به کمبود نتایج تجربی

- 1 Inflow
- 2 Downwash

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ardavari@srbiau.ac.ir



آوردن الگوی کلی و داده‌هایی است که ضمن مقایسه آن‌ها با نتایج تئوری‌های مرسوم گذشته بتوان از آن‌ها در آینده برای اعتبارسنجی روش‌های عددی نیز استفاده نمود.

مسئله ملخ‌های پشت سرهم و اولین آزمایش‌ها بر روی آن‌ها به طور گسترده‌ای توسط استپنیوسکی و اسلوان، استپنیوسکی [۸] و استپنیوسکی و کیز [۹] انجام شد. معرفی فاکتور تصحیح همپوشانی برای بهبود بخشیدن توان القائی یکی از نتایج عمده این تحقیقات بود. در این مدت نتایج دیگر برای کارکرد ملخ‌های دوقلو توسط فیل و اسکوآیر [۱۰] و اسویت [۱۱] نیز ارائه شده‌اند. دینگلدین و هریس نشان دادند که یکی از ملخ‌ها در جریان فرو وزش کاملاً توسعه یافته ملخ دیگر کار می‌کند [۱۲ و ۱۳].

در دهه‌های گذشته، اثر مشخصه‌های مهمی مانند مقدار بارگذاری ملخ، ارتفاع ملخ از سطح زمین، تعداد پره‌ها و ملخ‌ها و موقعیت آن‌ها نسبت به همدیگر بر جریان فرو وزش ملخ‌ها با استفاده از مدل‌سازی آزمایش‌های تجربی بررسی شده‌اند [۱۴-۱۶]. بعد از این پژوهش‌ها، خلاصه‌ای از اثرات نامطلوب جریان فرو وزش بر عملکرد هواپیماهای مدل و واقعی عمود پرواز مشخص گردیدند [۱۷ و ۱۸]. به خاطر شباهت جریان جت پاششی به سطح زمین با جریان فرو وزش و برون‌ریز ملخ‌ها در حالت پرواز ایستایی، تعدادی از تحلیل‌های مربوط به جریان فرو وزش بالگردها با استفاده از پژوهش‌های انجام شده بر روی جت‌های برخورد کننده با زمین انجام شده‌اند [۴ و ۲۳-۱۹]. در این پژوهش‌ها ارتفاع ملخ از سطح زمین، قطر و بارگذاری صفحه ملخ به ترتیب با ارتفاع نازل، قطر و فشار خروجی نازل معادل‌سازی شده‌اند. اندرکنش‌های آیرودینامیکی بین ملخ‌های پشت سرهم کاربرد جت پاششی برای شبیه‌سازی جریان ناشی از این ملخ‌ها را زیر سؤال می‌برد زیرا در جت هوا، جت خروجی تحت تأثیر چنین پدیده‌های اندرکنشی و تداخلی نیست. از طرفی پیکره بندی دو ملخ پشت سرهم، تشابه اندکی به یک جت خروجی هوا دارد. بنابراین باید از مدل‌سازی واقعی تری برای تحلیل و اندازه‌گیری پارامترهای جریان حول دو ملخ پشت سرهم استفاده کرد.

در برخی از پژوهش‌های انجام شده بررسی مشخصات جریان فرو وزش در بالگردهای تک ملخه و هواپیماهای عمودپرواز با ملخ‌های جانبی کنارهم با استفاده از روش پرزدار کردن^۲ بدنه واقعی و مدل

یک چالش اساسی محسوب می‌شود. انجام پژوهش‌های مختلف با استفاده از آزمایش‌های تجربی و روش‌های محاسبات عددی برای درک صحیح عملکرد آیرودینامیکی ملخ‌های پشت سرهم ضروری به نظر می‌رسد [۲]. تفسیر نتایج و تجربیات قبلی انجام شده در خصوص تأثیر مجاورت زمین بر کارکرد و میدان جریان پیرامون این ملخ‌ها نشان دهنده اثرات پیچیده و غیر قابل پیش‌بینی سطح زمین و تداخل آن با جریان مذکور است [۳]. این اثرات را نمی‌توان به صورت توابع خطی و تعریف شده از تراست و یا ارتفاع ملخ پیش‌بینی نمود. لازم به ذکر است که اکثر نتایج و تجربیات قبلی ذکر شده مربوط به یک ملخ ایزوله و تنه‌است و ملخ‌های پشت سرهم قطعاً شرایط پیچیده‌تری را خواهند داشت که هنوز بسیاری از شرایط مذکور ناشناخته مانده‌اند و نیازمند انجام آزمایش‌های تجربی جهت درک درست آنها هستیم. سیستم دو ملخ پشت سرهم، یک مورد منحصر به فرد است [۴]. در این سیستم جریان ناشی از ملخ جلو، جریان شعاعی ملخ عقب را تحت تأثیر قرار می‌دهد و برعکس. در واقع، جریان شعاعی از هر چهار سمت بالگرد ترکیبی از اثرات ناشی از هر دو ملخ است.

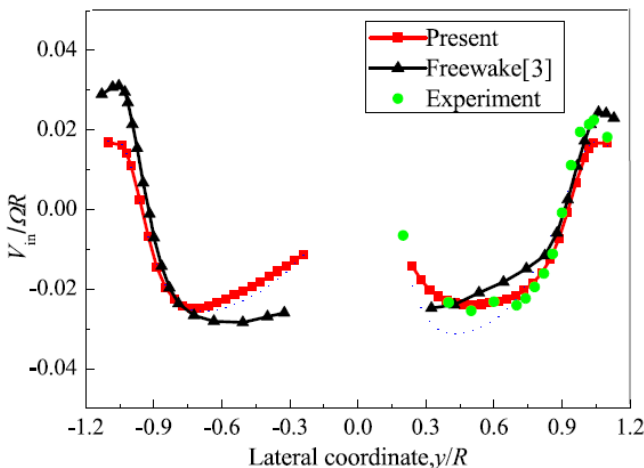
در تئوری‌های استفاده شده برای تشریح مسئله پرواز یک بالگرد در حالت ایستایی از فرضیات ساده‌سازی مانند یک بعدی و شبه پایا، تراکم ناپذیر و غیرلزج بودن جریان عبورکننده از صفحه چرخش ملخ استفاده می‌شود [۵]. در این نوع از تئوری‌ها، در نواحی به غیر از محل تشکیل گردابه‌های نوک ملخ‌ها، جریان غیرلزج و غیرچرخشی فرض می‌شود، بنابر این می‌توان در این شرایط از روش‌های بررسی جریان پتانسیل استفاده نمود. معمولاً در رژیم‌های پروازی پرنده‌های عمود پرواز بدون سرنشین^۱ به علت کوچک بودن ابعاد ایرفویل و پره‌ها و کم بودن سرعت جریان در نوک پره‌ها بخاطر کوچک بودن شعاع آن‌ها، مقادیر اعداد رینولدز جریان کمتر از مقادیر آن برای ملخ‌های بالگردهاست، بنابر این اثرات ویسکوزیته فرصت ظهور بیشتری در جریان درون‌ریز و فرو وزش خواهند داشت [۶]. با توجه به این مقایسه انتظار می‌رود که تئوری‌های مرسوم استفاده شده در پیش‌بینی رفتار آیرودینامیکی ملخ بالگردها، در بررسی آیرودینامیک ملخ‌های کوچک با سرعت دوران بالا توفیق چندانی نداشته باشند [۷]. بنابر این یکی از انگیزه‌های انجام پژوهش حاضر انجام آزمایش‌های تجربی در مورد جریان درون‌ریز و فرو وزش در حضور زمین برای به دست



شکل ۱: ضعف دید ایجاد شده در اثر جریان فرو وزش و برون ریز بالگرد سی کینگ^۱

Fig. 1. Brownout of Sea King helicopter caused by downwash and outwash flows

1 . Sea King



شکل ۲: توزیع جریان القایی درون ریز یک ملخ تنها [۳۷]

Fig. 2. Inflow distribution of a single rotor

قرار داشت در چهار زاویه آزمایشی مختلف اندازه گیری شدند. این تحقیق نیز به منظور تعیین شرایط ایمن برای خدمه و تجهیزات زمینی پیرامون این بالگردها انجام گرفته بود.

جریان القایی درون ریز ملخ بالگرد هجومی کبری^۴ با استفاده از یک روش محاسبات عددی ترکیبی برای پیش بینی رفتار آیرودینامیکی غیر دائم ملخ شبیه سازی گردید. نتایج به دست آمده با تقریب خوبی با نتایج اندازه گیری تجربی ملخ مذکور سازگاری داشت (شکل ۲) ولی

4 . Attack Helicopter (AH-1G)

انجام شدند [۲۴-۲۶]. از نتایج یکی از این آزمایش های انجام گرفته بر روی بدنه بالگرد چند منظوره بلک هاوک^۱ برای اعتبارسنجی نتایج حاصل از محاسبات عددی روش ناویر- استوکس استفاده شد [۲۴]. در این آزمایش ها، در هنگام کارکرد بالگرد در حالت پرواز ایستایی، الگوهای غیر دائم تشکیل شده در پرزهای نصب شده بر روی سطح زمین نشان دادند که در سطح زمین، در محدوده داخلی کمتر از دو سوم شعاع ملخ، جریان به سمت بدنه بود و جریان خارج از این محدوده به صورت برون ریز بوده است.

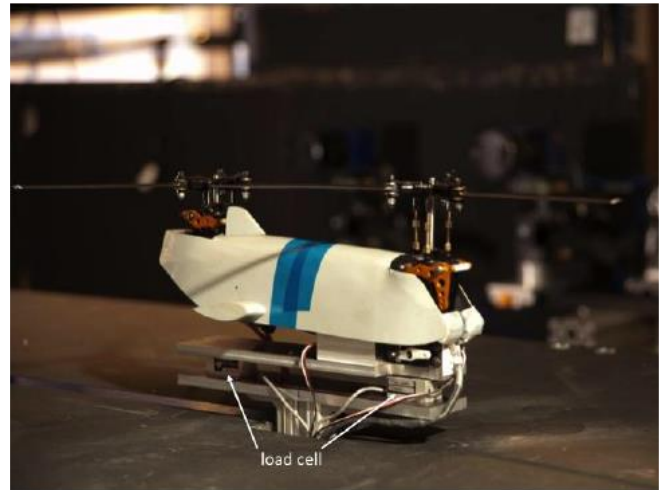
برخی از پژوهش های انجام شده در مورد جریان فرو وزش ملخها مربوط به شناسایی و درک بهتر ساز و کار پدیده ای به نام ضعف دید^۲ است که ناشی از برخاستن گرد و غبار شدید در اثر جریان فرو وزش و برون ریز ملخهاست (شکل ۱) [۲۷]. این پدیده اکثراً در هنگام فرود بالگرد یا پهپاد عمودپرواز در مناطق خاکی و صحرایی بوجود آمده و باعث کاهش دید خلبان، کشیده شدن اشیاء خارجی سبک در اطراف به ورودی های موتور، افزایش هزینه های نگهداری و تعمیر وسیله پرنده و همچنین کاهش ایمنی خدمه زمینی بر اثر بهم خوردن تعادل و کاهش دید می شود و یکی از علت های اصلی سوانح بالگردهای نظامی در هنگام فرود بوده است [۲۸ و ۲۹]. البته این پدیده در هنگام فرود این وسایل پرنده در نزدیک سطح آب و بر روی کشتی ها نیز مشاهده شده است با این تفاوت که بر روی سطح آب این پدیده باعث برخاست ذرات آب در هوا و کاهش دید و اشتباه در تخمین ارتفاع می شود [۳۰ و ۳۱]. آزمایش های تجربی برای شناسایی و بررسی اثرات منفی این پدیده در اطراف ملخ های تکی و یا کنارهم که دارای میدان های جریان فرو وزش ساده تری هستند انجام شده است [۱۷ و ۲۰ و ۳۲-۳۵]. لذا این پدیده همچنان نیاز به بررسی و شناخت بیشتر با استفاده از مطالعه جریان فرو وزش و اثرات آن بر شکل گیری این پدیده دارد.

مشخصات جریان فرو وزش و برون ریز یک بالگرد واقعی ترابری^۳ با ملخ های پشت سرهم در حضور اثر زمین بوسیله مشخص کردن و درک فرآیندهای مشاهده شده در رفتار میدان جریان با حضور وزش باد ضعیف بررسی شده اند [۳۶]. در تحقیق مذکور، سرعت های میدان جریان در یک صفحه عمودی که در زیر محل تداخل ملخها

1 . Blackhawk UH-60

2 . Brownout

3 . Chinook Cargo Helicopter (CH-47D)



شکل ۳: مدل به کار برده شده در آزمایش‌های راماسامی [۴]

Fig. 3. Tandem rotor model used in Ramasamy experiments

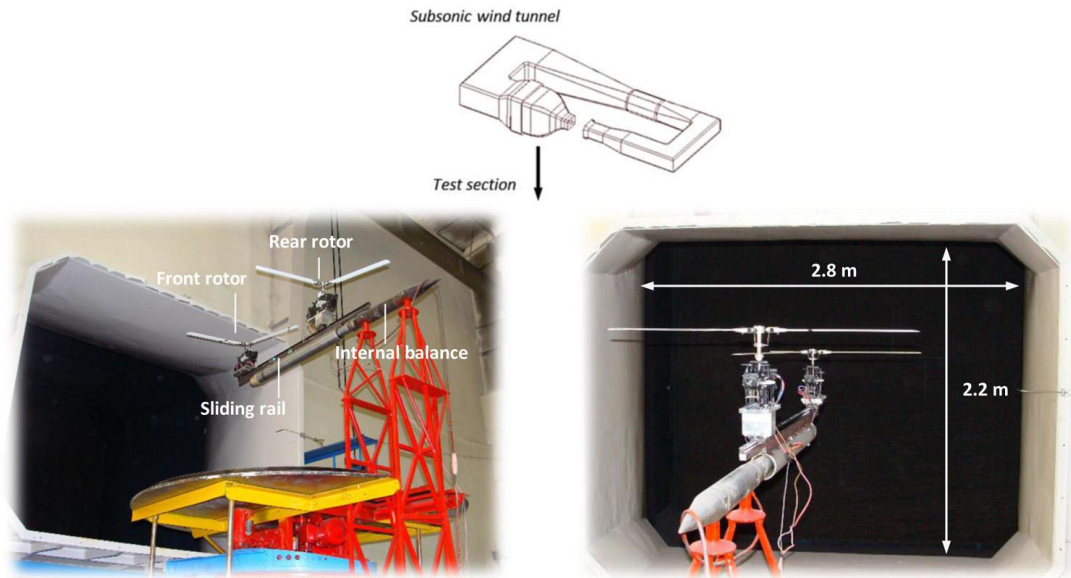
همچنان این روش نیز در مدل کردن و پیش‌بینی نواحی مرکزی ملخ توفیقی نداشت [۳۷].

راماسامی و همکاران [۴] با تطابق نواحی میدان جریان‌های فرو وزش و برون‌ریز ملخ در محدوده اثر زمین با یک جت سیال پاشش شده به سمت زمین، از فرمول‌های جریان جت برای تحلیل میدان جریان‌های فرو وزش و برون‌ریز ملخ‌های پشت سرهم استفاده نمودند. به منظور تکمیل مشاهداتی که ممکن است در محدوده ملخ مشاهده شود، مشاهده جریان و اندازه‌گیری‌ها با استفاده از تکنیک سرعت سنجی تصاویر ذرات برای ملخ و جت با سایزهای مختلف نیز انجام گرفت. بدنه مدل به کار رفته در این آزمایش‌ها بسیار ساده و شامل دو پوسته طولی بود که به همدیگر متصل شده بودند. به علت نحوه نصب بدنه مدل بر روی سیستم تعادلی لودسل‌ها قسمت عمده جریان زیر بدنه مختل شده بوده است (شکل ۳)، در حالی که در شرایط پرواز ایستایی واقعی قسمت عمده‌ای از جریان القائی و فرو وزش به زیر بدنه نفوذ می‌نماید و باید در بررسی‌های مربوط به وجود این جریان توجه نمود.

شاهمیری [۲۸] آزمایش‌های تجربی را برای اندازه‌گیری کارایی یک بالگرد مدل دو ملخه در مقادیر مختلف همپوشانی ملخ‌ها انجام داد و از نتایج این آزمایش‌ها برای توسعه مدل‌های ریاضی کارایی بالگرد در پرواز ایستایی استفاده نمود. مدل استفاده شده در این آزمایش‌ها شامل دو ملخ با سه پره و با قطر ۱۲۲۰ میلی‌متر (۱/۲۲ متر)، با ضریب منطری ۱۶/۰۵ بود. پره‌ها دارای سطح مستطیلی و ایرفویل

متقارن ناکا ۰۰۱۲۱ بودند و هیچ نوع پیچش و باریک‌شدگی نداشتند. ساختار ملخ‌های مدل بگونه‌ای بودند که بر روی یک ریل طولی نصب شده و می‌توانستند در راستای افقی بر روی این ریل حرکت نمایند بطوری که تا ۴۰ درصد نسبت همپوشانی را در پرواز ایستایی ایجاد نمایند. این آزمایش‌ها در اتاقک آزمون باز یک تونل باد مادون صوت مداربسته و خارج از محدوده اثر مجاورت زمین انجام شدند (شکل ۴). آیرودینامیک تداخل دنباله بین یک جفت ملخ کوچک پهلو به پهلو در حالت پرواز ایستایی در داخل تونل باد و با استفاده از تکنیک سرعت سنجی سه بعدی سرعت بالا و بدون حضور بدنه و اثرات آن توسط شوکلا و کومراس [۶] بررسی شد. آن‌ها مشاهده نمودند که در اعداد رینولدز کم، کارایی ملخ با کاهش فاصله ملخ‌ها کاهش می‌یابد. همانطور که ذکر گردید آزمایش‌های مذکور در داخل تونل باد انجام گرفتند (شکل ۵) در حالی که دیواره‌های تونل باد با تداخل در گردابه‌های نوک پره‌ها اثرات قابل توجهی بر نتایج این آزمایش‌ها در مقایسه با حالت واقعی داشته‌اند.

با مطالعه و جمع‌بندی پژوهش‌های قبلی مشاهده می‌شود که هنوز حوزه‌های پژوهشی وجود دارند که در بررسی‌های قبلی مغفول مانده‌اند و یا به صورت کامل بررسی نشده‌اند و نیاز است تا مطالعات بیشتری جهت شناخت و درک بهتر آنها انجام شود. تداخل آیرودینامیکی بین ملخ‌های پشت سرهم، نحوه توزیع جریان درون‌ریز و فرو وزش در گستره طولی ملخ، اثرات تداخل گردابه‌های نوک و ریشه ملخ و نحوه تأثیر میزان همپوشانی ملخ‌ها بر جریان فرو وزش و القائی از جمله این موارد هستند که نیازمند بررسی هستند. ضمن این که در این پژوهش‌ها به ندرت از یک بدنه کامل در مدل‌های مورد آزمایش برای بررسی تأثیرات بدنه بر میدان جریان القائی درون‌ریز و فرو وزش و مشخصات آیرودینامیکی آن استفاده شده است در حالی که وجود یک بدنه کامل با توجه به مدل واقعی مد نظر جهت شناسایی درست و عمیق پدیده‌ها نیاز است. از طرف دیگر، اکثر آزمایش‌ها بر روی مدل‌ها، در داخل تونل باد و یا به کمک آن انجام شده‌اند [۶ و ۱۰ و ۱۲ و ۳۸ و ۳۹]. در حالی که، دیواره‌های تونل باد اثرات قابل توجهی بر نتایج این آزمایش‌ها در مقایسه با حالت واقعی دارند [۲۵]. اثر مجاورت زمین و ارتفاع ملخ‌ها از سطح زمین بر جریان القائی درون‌ریز و فرو وزش نیز از موضوعاتی است که به ندرت به بررسی آن پرداخته شده است.



شکل ۴: اتاقک آزمون تونل باد استفاده شده در آزمایش‌های انجام شده توسط شاهمیری [۳۸]

Fig. 4. Wind tunnel test section used in Shahmiri experiments [38]

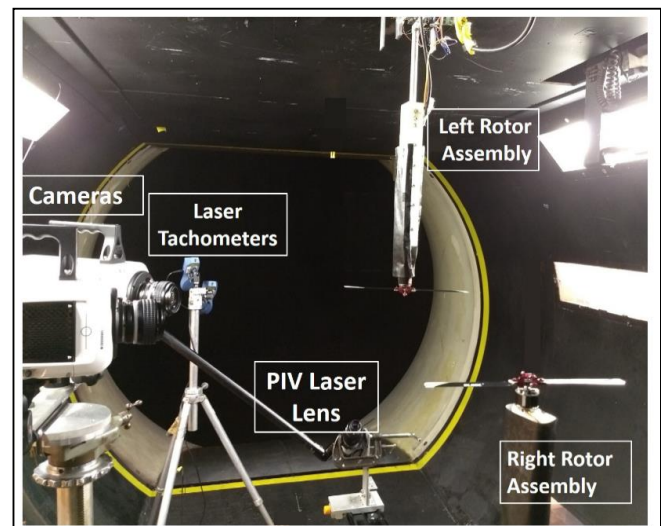
برنامه تحقیقاتی ساخته شده است. این سامانه دارای قابلیت‌های همزمان برای اندازه‌گیری توزیع فشار و سرعت در نواحی مختلف، سرعت دوران ملخ‌ها و تراست و گشتاور تولیدی ملخ‌هاست. در این پژوهش اندازه‌گیری سرعت جریان هوای القایی درون‌ریز و فرو‌وزش در نقاط مختلف زیر ملخ‌ها و بررسی اثر اندرکنش ملخ‌های پشت سرهم بر الگوی این میدان جریان، با استفاده از سامانه مذکور انجام شده است.

۲- الگوسازی تئوری و تجربی مسئله

۲-۱- تئوری و تشریح مسئله

اثر پمپی پره‌ها در طول مدت پرواز ایستایی باعث می‌شود تا جریان هوای تقریباً راکد بالای ملخ به سرعت‌های بالایی در زیر ملخ برسد. سرعت جریان از لحظه رسیدن به نزدیکی صفحه ملخ تا هنگام عبور از آن، بصورت تدریجی افزایش می‌یابد. وجود مرز جریان حلقوی شکل گرفته در دنباله ملخ در این وضعیت قابل مشاهده است و انتظار می‌رود که سرعت جریان در خارج از این مرزها بسیار کم و تقریباً ساکن باشد.

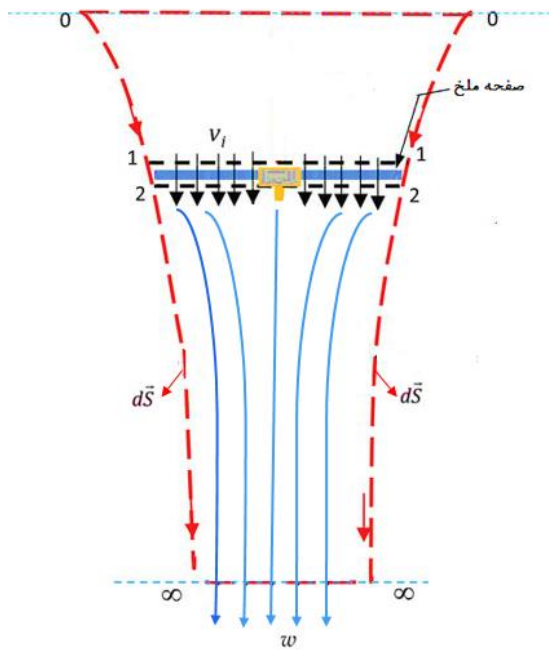
جریان گردابه‌ای نوک پره‌های ملخ در حالت پرواز ایستایی، باعث کاهش کارکرد مؤثر قسمت‌های بیرونی پره‌های ملخ و تأثیر بر نحوه تولید نیروی برآی مؤثر پره بعدی می‌شود. اگر این دور تسلسل برای



شکل ۵: یک جفت ملخ کوچک پهلو به پهلو در حالت پرواز ایستایی در داخل تونل باد [۶]

Fig. 5. Two side by side small rotors in hover flight inside the wind tunnel [6]

در پژوهش تجربی حاضر، ابتدا روابط مربوط به جریان درون‌ریز و فرو‌وزش در پرواز ایستایی بالگرد با استفاده از تئوری اندازه حرکت بیان شده است. سپس برای مقایسه نتایج این روابط با نتایج واقعی روی داده در میدان جریان ملخ‌های پشت سرهم کوچک و توانایی تئوری مذکور در پیش‌بینی رفتار آن‌ها، یک مدل از پیکره پهپاد عمود پرواز دو ملخه خاص به همراه سامانه آزمایش آن جهت انجام یک



شکل ۷: مدل جریان برای تحلیل تئوری اندازه حرکت برای یک ملخ در پرواز ایستائی

Fig. 7. Flow model for momentum theory analyzing of a rotor in hover flight

$$T = \iint_{\infty} \rho(\vec{V} \cdot d\vec{S})\vec{V} = \dot{m}\omega \quad (1)$$

که در آن ρ چگالی هوا، V سرعت جریان، \dot{m} دبی جرمی و ω سرعت فرو وزش است.

با توجه به اصل بقای انرژی، کار انجام شده روی ملخ برابر با افزایش در انرژی جنبشی سیال گذرنده از آن در واحد زمان است. بنابراین، کار انجام شده در واحد زمان یا توان مصرف شده بوسیله ملخ (توان القائی) در حالت پرواز ایستائی با رابطه (۲) بیان می‌شود.

$$T v_i = \iint_{\infty} \frac{1}{2} \rho(\vec{V} \cdot d\vec{S})\vec{V}^2 = \frac{1}{2} \dot{m}\omega^2 \quad (2)$$

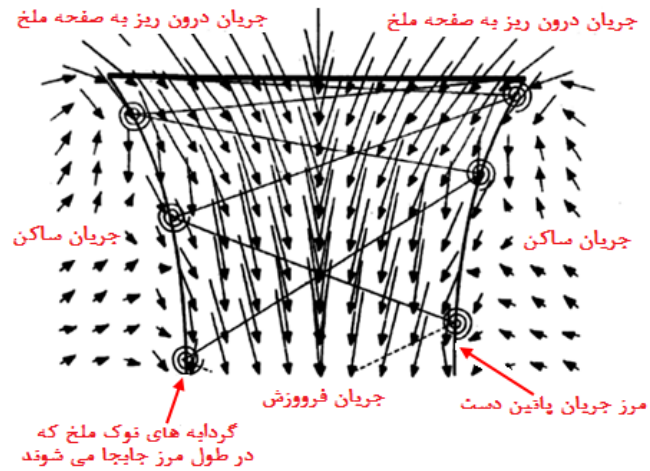
با توجه به روابط (۱) و (۲) ارتباط بین سرعت جریان القایی درون ریز و سرعت فرو وزش با رابطه (۳) بیان می‌شود.

$$v_i = \frac{1}{2} \omega \rightarrow \omega = 2v_i \quad (3)$$

با استفاده از رابطه (۱) می‌توان نوشت:

$$T = \dot{m}\omega = \dot{m}(2v_i) = 2(\rho A v_i) v_i = 2\rho A v_i^2 \quad (4)$$

با حل معادله (۴) برای سرعت القائی در صفحه ملخ رابطه (۵) حاصل می‌شود. با توجه به این رابطه، سرعت جریان القایی درون ریز



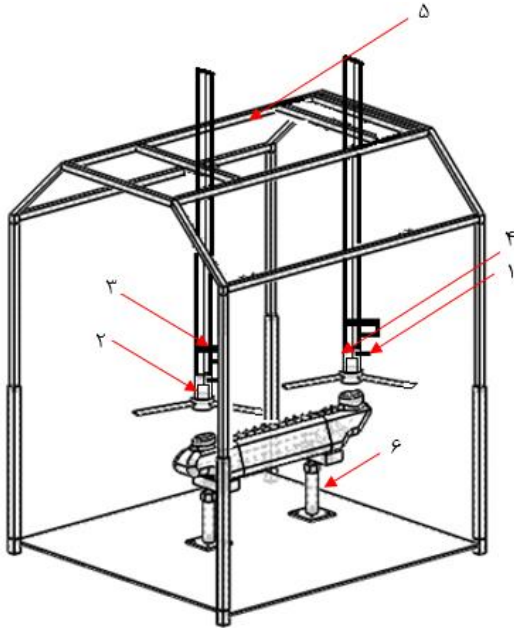
شکل ۶: مقادیر میدان سرعت در نزدیک و پائین دست یک ملخ دو پره در حالت پرواز ایستائی [۴۲]

Fig. 6. Velocity field near and downstream of a two-bladed rotor in hover flight

چند ثانیه ادامه پیدا کند، دو پره ملخ جریان گردابه‌ای طولانی مدت را در هر دقیقه ایجاد خواهند کرد و باعث استفاده از قدرت موتور بالا در حالت پرواز ایستائی می‌شوند [۴۰]. گردابه‌های نوک پرها در پشت و زیر هر کدام از پرها کشیده شده و در طول خط مرزی منتقل می‌شوند و در داخل این مرز، جریان دارای سرعت قابل توجهی بوده و ممکن است بصورت غیریکنواخت در عرض مرز پخش شود [۴۱]. جمع شدگی قطر سطح مقطع جریان حلقوی دنباله ملخ به مقدار افزایش سرعت در ناحیه پائین دست دور از ملخ (گلوگاه) بستگی دارد [۵] (شکل ۶).

با توجه به شکل ۷، در گذر از صفحه ملخ، سرعت القاء شده توسط ملخ به توده هوای گذرنده از آن با v_i نمایش داده می‌شود. در گردابه‌های حلقوی دور از ملخ، سرعت فرو وزش به مقداری بیش از مقدار آن در سطح ملخ افزایش می‌یابد که این سرعت با ω نمایش داده می‌شود.

اگر خواص جریان در هر صفحه موازی با صفحه چرخش ثابت بماند، می‌توان از تئوری اندازه حرکت برای تشریح مسئله پرواز در حالت ایستائی استفاده کرد [۴۳]. با استفاده از قانون بقای جرم در داخل مرزهای حجم کنترل دنباله ملخ و با استفاده از رابطه بقای اندازه حرکت، رابطه بین نیروی بالابرنده (T) و آهنگ زمانی خالص اندازه حرکت سیال به خارج از حجم کنترل بصورت رابطه (۱) حاصل می‌شود.



شکل ۸: چهار چوبه اصلی آزمایش
Fig. 8. Main test stand

گرفته‌اند (شکل ۹).

انتقال جریان الکتریکی به موتورها و حسگرهای نیرو، سرعت دورانی و تولید نیرو توسط ملخ‌ها و ایجاد شرایط مختلف آزمایش‌ها در این بخش انجام می‌شود. جعبه‌های بوردهای الکترونیکی حسگرهای فشار، دورسنج و حسگرهای نیرو در بخش اخذ داده‌ها قرار دارند. ۱۶ عدد حسگر و مبدل فشار تفاضلی با آهنگ ثبت خروجی ۲۲ هرتز، به صورت نصب سطحی بر روی بردهای الکترونیکی خاص، در داخل جعبه حسگرهای فشار قرار دارند که یک طرف این حسگرها متصل به فشار استاتیک محلی و طرف دیگر آن‌ها به فشار کل محیط پیرامون ملخ‌ها متصل هستند. ولتاژ تحریک این مبدل‌ها نیز در این بخش به بوردها وارد می‌شود. یک ولتاژ تحریک دیگر نیز به جعبه تقویت سیگنال حسگرهای نیرو برای کارکرد حسگرهای نیرو و تقویت مقادیر ولتاژ خروجی تحریک آن‌ها داده می‌شود. برای اندازه‌گیری و کنترل سرعت دورانی چرخش موتورها و ملخ‌ها نیز از یک مکانیزم مغناطیسی استفاده شده است. در این مکانیزم از یک حسگر تغییر قطب‌های مغناطیسی و یک آهنربا که بر روی شفت موتور چسبانده شده است استفاده می‌شود. با هر بار عبور این آهنربا از مقابل حسگر مغناطیسی، تعداد دورهای چرخش موتور با دقت و حساسیت بالا اندازه‌گیری می‌شود. با استفاده از این حسگر، تعداد دورهای این موتورها تا حدود

در پرواز ایستائی وابستگی مستقیمی به مقدار بارگذاری ملخ دارد.

$$v_i = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} = \sqrt{\left(\frac{T}{A}\right) \frac{1}{2\rho}} \quad (5)$$

سرعت جریان القائی درون‌ریز در صفحه ملخ با رابطه (۶) نیز بیان می‌شود. در این رابطه، کمیت بدون بعد λ_i ، نسبت جریان القائی درون‌ریز^۱ در پرواز ایستائی نامیده می‌شود. این نسبت معمولاً یک کمیت ترجیحی برای مقایسه نتایج کارآیی ملخ‌های مختلف در پرواز ایستائی است زیرا یک کمیت بدون بعد است [۵]. عبارت $R\Omega$ برابر با سرعت نوک ملخ است که در آن Ω سرعت زاویه‌ای ملخ و R شعاع آن است.

$$v_i = \lambda_i \Omega R \rightarrow \lambda_i = \frac{v_i}{V_{tip}} \quad (6)$$

از آنجایی که سرعت القائی تابعی از مقدار نیروی بالابرنده، سطح ملخ، سرعت نوک پره و چگالی جریان هوا است، لذا با کاربرد روش بی‌بعدسازی پای پاکینگهام برای آنالیز ابعادی می‌توان نوشت:

$$C_T = \frac{T}{\rho_\infty A V_{tip}^2} = \frac{T}{\rho_\infty A \Omega^2 R^2} \quad (7)$$

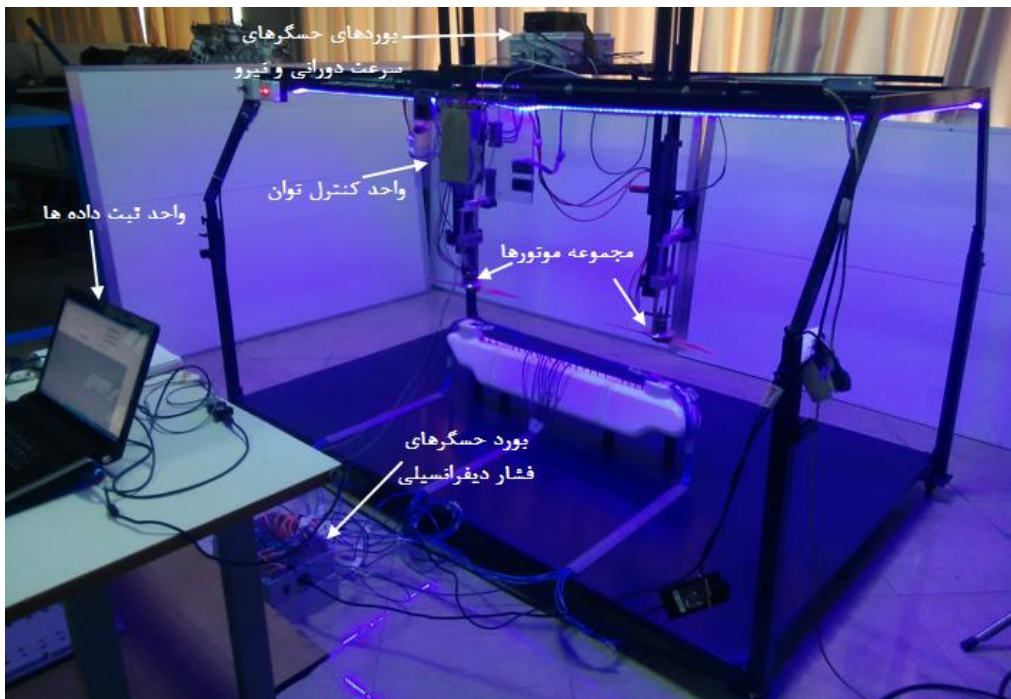
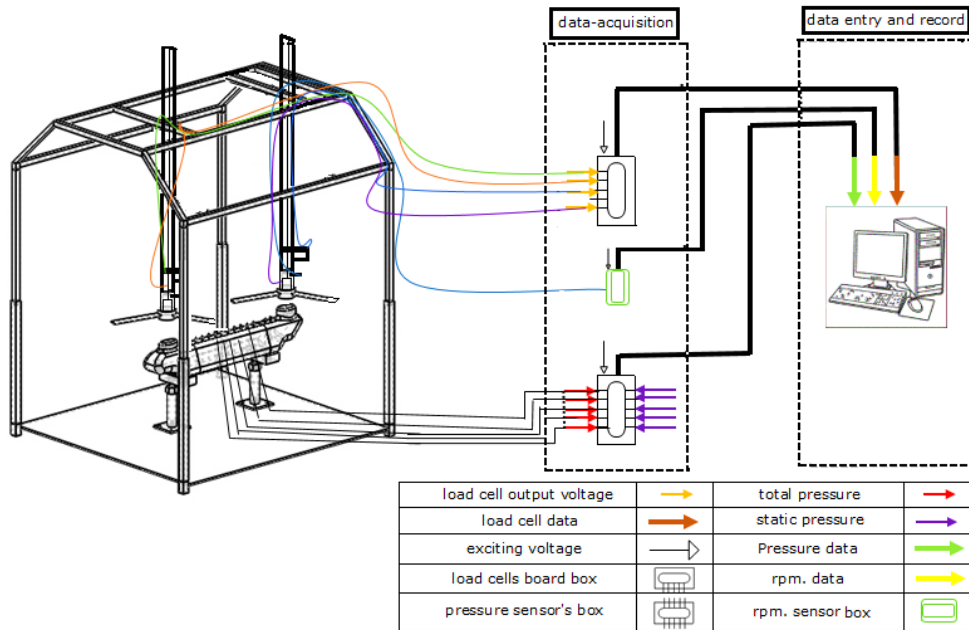
C_T بعنوان ضریب نیروی تولیدی ملخ شناخته می‌شود. لذا از آنجایی که می‌توان مؤلفه‌های سرعت را به وسیله سرعت نوک پره‌ها بی‌بعد نمود. بنابراین برای نسبت جریان درون‌ریز در پرواز ایستائی رابطه (۸) حاصل می‌شود:

$$\lambda_i = \frac{v_i}{\Omega R} = \sqrt{\frac{T}{2\rho A (\Omega R)^2}} = \sqrt{\frac{C_T}{2}} \quad (8)$$

این رابطه با فرض یک بعدی بودن جریان و این که جریان درون‌ریز بصورت یکنواخت بر روی صفحه چرخش ملخ توزیع می‌شود حاصل شده است.

۲-۲- طراحی و ساخت سامانه انجام آزمایش‌ها

سامانه کلی انجام آزمایش‌ها از سه زیرسامانه تشکیل شده است که عبارتند از چهارچوبه اصلی آزمایش (شکل ۸)، بخش اخذ داده‌ها و بخش ورود و ثبت داده‌ها. مجموعه موتورها، لودسل‌ها (حسگرهای نیرو)، دورسنج مغناطیسی (برای اندازه‌گیری سرعت دورانی ملخ‌ها)، ملخ‌ها و لوله‌های حسگر فشار در بخش چهارچوبه اصلی آزمایش قرار



شکل ۹: طرحواره و نمای کلی از سامانه انجام آزمایش‌ها و ثبت داده‌ها

Fig. 9. Schematic and overview of test stand and data recorder system

از سنج‌های عملکردی، با استفاده از پایانه‌های سریال آر ۲۳۲^۱ و تبدیل‌های گذرگاه سریال عمومی^۲، داده‌های مربوط به فشار، نیروی تولیدی ملخ‌ها و سرعت دورانی آن‌ها را از بخش اخذ داده‌ها با سرعت

۴۰۰۰ دور بر دقیقه نیز اندازه‌گیری شده است. بخش ورود و ثبت داده‌ها نیز از پایانه‌های ویژه انتقال داده‌ها به رایانه و یک دستگاه رایانه جهت ورود، کنترل و ثبت داده‌های آزمایش (بصورت اعداد) تشکیل گردیده است. در این بخش قابلیت داده برداری و ثبت آن‌ها بصورت همزمان فراهم گردیده است. رایانه شامل نرم افزار داده‌برداری

1 . R232

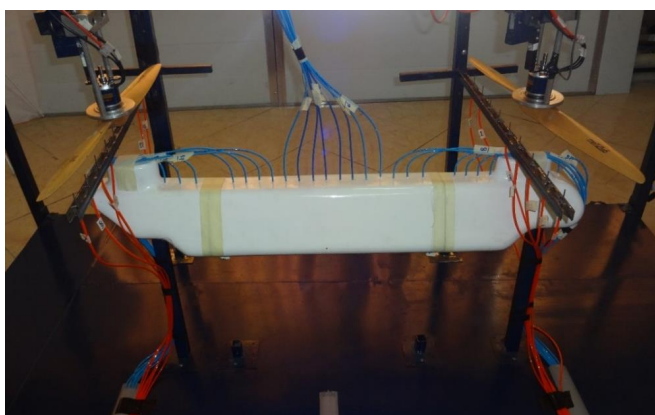
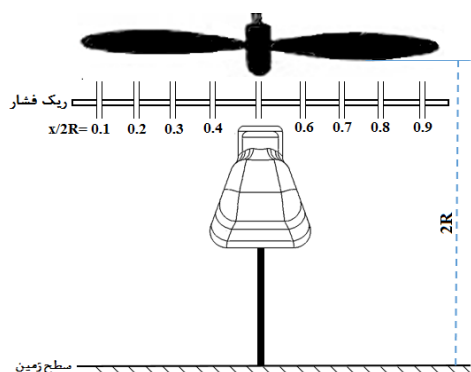
2 . Universal Serial Bus (USB)

پیتوت‌ها با استفاده از تیوب‌های پلاستیکی به یک مجرای مبدل فشار دیفرانسیلی متصل شده‌اند.

برای انجام آزمایش‌ها، در مرحله اول با قرار دادن ریک‌ها در زیر ملخ‌ها اندازه‌گیری سرعت القایی درون‌ریز انجام شده و سپس با نصب ریک در پائین دست ملخ، آزمایش دقیقاً با شرایط قبلی برای اندازه‌گیری سرعت جریان فرو وزش انجام می‌شود (شکل‌های ۱۰ و ۱۱). این آزمایش‌ها ابتدا برای یک ملخ تنها و سپس برای کارکرد همزمان دو ملخ پشت سرهم بر روی بالگرد مدل انجام می‌شوند.

۴- تحلیل نتایج و بحث

می‌توان آزمایش‌ها و نتایج حاصل از آن‌ها در این پژوهش را در سه مبحث تقسیم‌بندی نمود: بررسی مدل کلی تغییرات سرعت در میدان جریان درون‌ریز و فرو وزش ملخ، بررسی اثر تداخل جریان بین ملخ‌ها بر جریان درون‌ریز و فرو وزش آن‌ها و بررسی تغییرات فشار در این میدان جریان.



شکل ۱۰: طرحواره و نمای ریک‌های نصب شده در زیر ملخ‌ها برای اندازه‌گیری سرعت القایی درون‌ریز

Fig. 10. Schematic and overview of installed rakes under the rotors to measure the inflow

بسیار بالا گرفته و در بازه‌های چند میلی ثانیه‌ای آن‌ها را ذخیره می‌نماید. نرم افزار دارای سه کانال داده‌گیری برای ثبت داده‌های سنج‌های عملکردی مذکور می‌باشد. یک مجرای فشارسنج‌ها به لوله پیتوت اندازه‌گیری فشار استاتیک محلی نقاط داده برداری متصل بوده و سمت دیگر آن‌ها با استفاده از تیوب‌های پنوماتیکی به فشار کل نقاط داده برداری متصل هستند. با توجه به حساسیت بسیار بالای فشارسنج‌ها، داده‌های مربوط به آزمایش و هر کدام از فشارسنج‌ها کالیبره شده‌اند. مدت زمان داده برداری در هر آزمایش ۳۵ ثانیه است. با توجه به فرکانس داده برداری فشار سنج‌ها که ۲۲ هرتز است، در این مدت ۷۷۰ داده در سیستم ثبت داده‌ها ضبط می‌شوند. این آهنگ ثبت داده‌ها برای پوشش دادن تغییرات متناوب و غیر دائم در میدان جریان القایی درون‌ریز و فرو وزش مناسب می‌باشد. البته باید یادآوری نمود که با توجه به فرکانس چرخش ملخ‌ها که در حدود ۳۲ هرتز هستند نمی‌توان ادعا نمود که با استفاده از این سیستم داده برداری همه نوسانات در میدان جریان پوشش داده می‌شوند ولی از آنجایی که بر اساس مطالعات قبلی [۴۴] اثرات غیر دائم گردابه‌ها در جریان القایی درون‌ریز و فرو وزش ملخ‌ها تا سه دور بعدی باقی می‌ماند، بنابراین می‌توان انتظار داشت که قسمت عمده‌ای از اثرات نوسانات و پدیده‌های ناپایدار بر مشخصات جریان ثبت شوند.

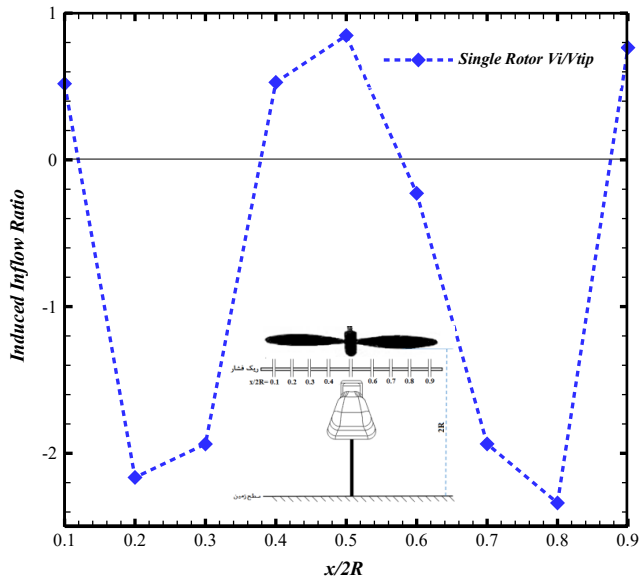
۳- آزمایش‌های بررسی جریان درون‌ریز القایی و جریان فرو

وزش

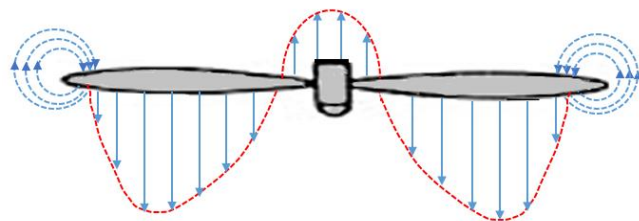
در انجام این آزمایش‌ها از ملخ‌های با گام ثابت ۸ اینچ ساخت شرکت منز پراپس^۱ استفاده شده است. ملخ‌ها هیچ همپوشانی با یکدیگر ندارند. ریک‌ها برای اندازه‌گیری توزیع فشار و سرعت جریان درون‌ریز ملخ و جریان فرو وزش زیر بدنه بالگرد مدل استفاده می‌شوند و در فاصله‌های عمودی مشخص از ملخ (ها) قرار گرفته‌اند.

ریک‌ها شامل لوله‌های استیل نازک با قطر خارجی ۲/۵ میلی‌متر و قطر داخلی ۱/۵ میلی‌متر می‌باشند. لوله‌ها در یک ستون چیده شده‌اند و فاصله بین آن‌ها با یکدیگر برابر ۷ سانتی‌متر است. فاصله بین محل‌های نصب لوله‌های استیل چیده شده در یک ستون کاملاً خالی شده‌اند تا جریان براحتی و بدون اغتشاش از میان آن عبور نماید و سکون جریان و فشار ناشی از آن اتفاق نیفتد. هر یک از

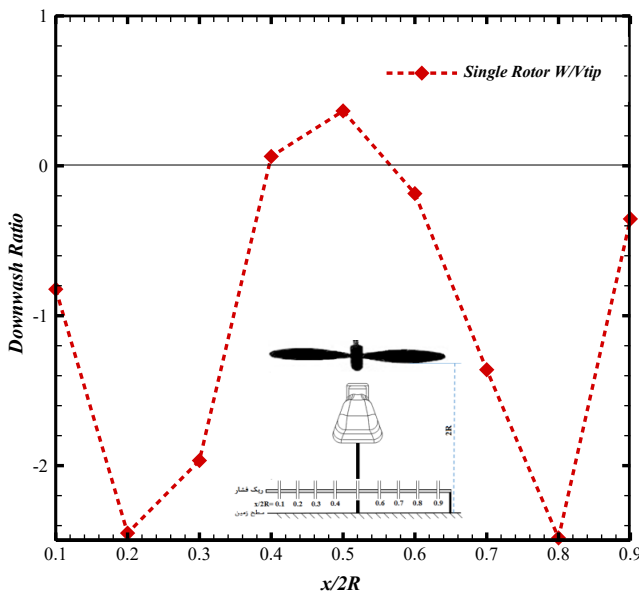
1 . Menzprops



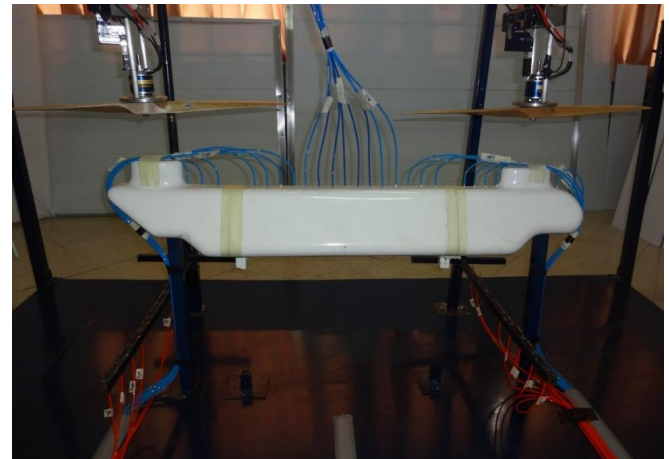
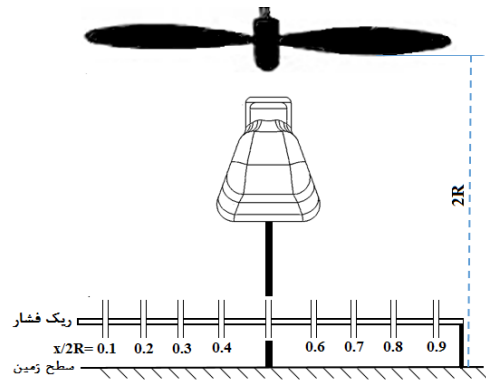
شکل ۱۲: نمودار مقادیر سرعت جریان درون ریز ملخ تکی
Fig. 12. Inflow velocity values of a single rotor



شکل ۱۳: الگوی مدل توزیع جریان درون ریز بر روی ملخ
Fig. 13. Pattern of rotor inflow distribution model



شکل ۱۴: نمودار مقادیر سرعت جریان فرو وزش ملخ تکی
Fig. 14. Downwash velocity values of a single rotor



شکل ۱۱: طرحواره و نمای ریک‌های نصب شده برای اندازه‌گیری سرعت فرو وزش جریان
Fig. 11. Schematic and overview of installed rakes to measure the downwash

۴-۱- مدل کلی تغییرات سرعت در میدان جریان درون ریز و فرو وزش ملخ

برای به دست آوردن اطلاعات پایه از جریان درون ریز و فرو وزش یک ملخ تنها بر روی بدنه، ابتدا اندازه‌گیری‌های مربوط در هنگام کارکرد یک ملخ تنها انجام گرفت. با انجام آزمایش‌های بعدی و با استفاده از این اطلاعات می‌توان تغییرات جریان درون ریز و فرو وزش ملخ‌های پشت سرهم در مقایسه با یک ملخ تنها را ارائه داد. در نمودارهای شکل‌های ۱۲ و ۱۴، مقادیر سرعت‌های جریان درون ریز و فرو وزش در گستره ملخ در حالتی نشان داده شده‌اند که فقط ملخ جلو در حال کارکردن است. این اندازه‌گیری‌ها به وسیله ریک‌های نصب شده در زیر و پائین دست ملخ انجام و ثبت شده‌اند.

در نمودار شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که بعلا پیماژ جریان هوا به سمت پائین ملخ و ایجاد جریان القایی نزولی، جریان درون ریز در نواحی به غیر از نوک و وسط ملخ، نزولی است. بیشترین مقدار سرعت

می‌شود که باعث کاهش کارایی ملخ علی‌رغم استفاده از توان موتور می‌شود [۴۰]. با توجه به این توضیحات مشاهده می‌شود که پدیده روی داده برای ملخ کوچک بکار برده شده در این آزمایش‌ها، شبیه پدیده‌ای است که در برخی شرایط فرود بالگرد واقعی روی می‌دهد و این یکی از تفاوت‌های موجود در الگوی جریان درون‌ریز این ملخ‌ها با ملخ‌های بزرگ و مرسوم به کار برده شده در بالگردهاست. می‌توان گفت که وقوع این پدیده برای وسایل پرنده با ملخ‌های کوچک و سرعت بالا نیز دارای پیامدهای جدی می‌باشد. هر چند که ممکن است که پیکره بندی و ویژگی‌های خاص این ملخ‌های کوچک باعث تفاوت‌های قابل توجه در نحوه پاسخ به این پدیده در مقایسه با پاسخ ملخ بالگردهای مرسوم شود [۴۸]. بنابراین لازم است تا در طراحی پهنادهای عمود پرواز بدون سرنشین به این نکته توجه شود.

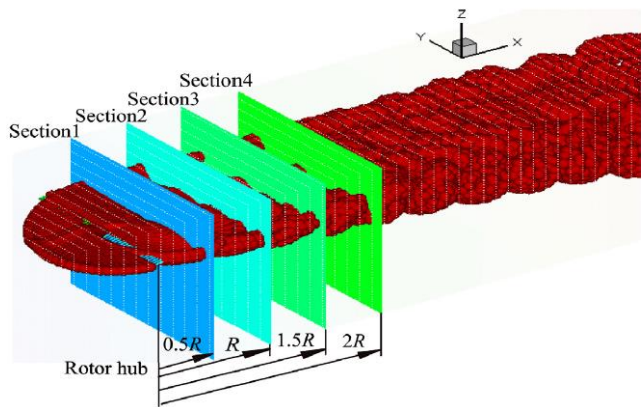
با توجه به شرایط جریان درون‌ریز القائی در زیر ملخ مشاهده می‌شود که مقادیر سرعت فرو وزش ملخ در نمودار شکل ۱۴، در همه نقاط گستره ملخ به غیر از نواحی مرکزی، منفی و نزولی هستند، در واقع این وضعیت جریان فرو وزش به تبعیت از شرایط آن در بالادست خود اتفاق افتاده است. برای تشریح این شرایط، در شکل ۱۵ آشکارسازی میدان جریان دنباله زیر یک ملخ کوچک با دو پره نمایش داده شده است. گردابه‌های نوک بال بصورت پی در پی ایجاد و در ناحیه زیر ملخ در امتداد مرز جریان پائین دست جا به جا می‌شوند. در این وضعیت مقداری تناوب در جریان مشاهده می‌شود، یعنی اینکه برخی انحراف‌های کوچک در وضعیت جریان از یک دور ملخ تا دور بعدی آن اتفاق می‌افتد. داده‌های لحظه‌ای ثبت شده در آزمایش‌های انجام شده در تحقیق حاضر نیز نشان دهنده این تغییر تناوبی بوده‌اند. این رویداد یک مشخصه شناخته شده برای تمامی انواع دنباله‌های حلقوی مارپیچی^۳ است. در دنباله ملخ‌های کوچک به خاطر کوچک بودن وتر و کم شدن مقادیر عدد رینولدز، ورقه‌های گردابی نسبتاً ضخیمی وجود دارند که شامل گردابه‌های مقیاس کوچک هستند. علت پیدایش این ورقه‌ها ادغام لایه مرزی‌های نیمه بالایی و پائینی پره‌هاست [۴۹]. چرخش پره‌ها باعث توسعه این ورقه‌هاست که سریعتر از گردابه‌های نوک پره‌ها و به صورت محوری در ناحیه پائین دست زیر ملخ جابجا و منتشر می‌شوند بنابراین به مقدار بیشتری با گردابه‌های نوک پره‌های قدیمی‌تر در جریان تداخل پیدا می‌کنند. بعد از گذشت

جریان درون‌ریز در نواحی ۰/۲ و ۰/۸ طول ملخ روی داده است. این نواحی نزدیک به میانه طولی هر کدام از پره‌های ملخ هستند و می‌توان گفت از آنجایی که کمتر تحت تأثیر گردابه‌های ریشه و نوک پره‌ها هستند لذا بیشترین عملکرد آیرودینامیکی نیز در این نواحی اتفاق افتاده و بیشترین سرعت جریان نزولی نیز در زیر آن‌ها روی داده است. مقادیر میانگین سرعت جریان در نوک پره‌ها مثبت و بنابراین این به سمت بالا هستند. با توجه به وقوع گردابه‌های نوک ملخ در این نواحی، چنین رفتاری قابل قبول خواهد بود زیرا گردابه‌ها که در اثر نشت جریان پرفشار زیر پره به بالای آن تشکیل می‌شوند جهت جریان برآیند را در این نواحی به سمت بالا تغییر می‌دهند. بر خلاف انتظار، جریان میانگین رفتاری متفاوت در نواحی مرکزی ملخ از خود نشان داده است. همانطور که مشاهده می‌شود، در محدوده ۰/۴ تا ۰/۶ گستره ملخ، جریان درون‌ریز به سمت بالا حرکت می‌کند. در این ناحیه امکان حضور پدیده‌هایی نظیر گردابه‌های ریشه پره‌ها و پدیده واماندگی به علت پیچش ساختاری پره و بیشینه زاویه حمله در ریشه وجود دارد که منجر به تغییر جهت جریان می‌شوند. با استفاده از داده‌های این نمودار می‌توان الگوی مدل توزیع جریان درون‌ریز ملخ را بصورت تقریبی ارائه نمود (شکل ۱۳). رفتار شبیه به مدل ارائه شده در این شکل، برای ملخ بالگردهای مرسوم در حالت نزول همراه با قدرت^۱ و در هنگام فرود آن اتفاق می‌افتد [۴۵]. این پدیده، شرایطی از پرواز قدرتی است که در آن بالگرد در جریان فرو وزش خودش فرو می‌رود. از این شرایط به عنوان حالت حلقه گردابی^۲ نیز نام برده می‌شود [۴۶]. در این شرایط جریان هوای حول ملخ به گونه‌ای می‌شود که عبور هوا به طرف بالا یا پایین یا از میان ملخ با وضعیت نامنظمی روبرو شود، چون گردابه‌ها باعث می‌شوند تا ملخ به شدت نیروی برآی خود را از دست بدهد و علی‌رغم اینکه توان بالایی از موتور گرفته می‌شود، ولی ارتفاع بالگرد به سرعت کاهش پیدا می‌کند [۴۷].

در این حالت افزایش قدرت موتور صرفاً باعث حرکت بیشتر گردابه‌ها می‌شود بدون اینکه هیچ نیروی برآی اضافه‌ای تولید شود. این رویداد علاوه بر گردابه‌های موجود در نوک پره‌ها باعث ایجاد حلقه گردابی ثانویه حلقه گردابی ثانویه در نقطه‌ای بر روی پره می‌شود که در آن نقطه جریان تغییر جهت می‌دهد. این پدیده منجر به ایجاد یک جریان آشفته ناپایدار در قسمت عمده‌ای از صفحه گردش ملخ

1 . Settling with power

2 . Vortex ring



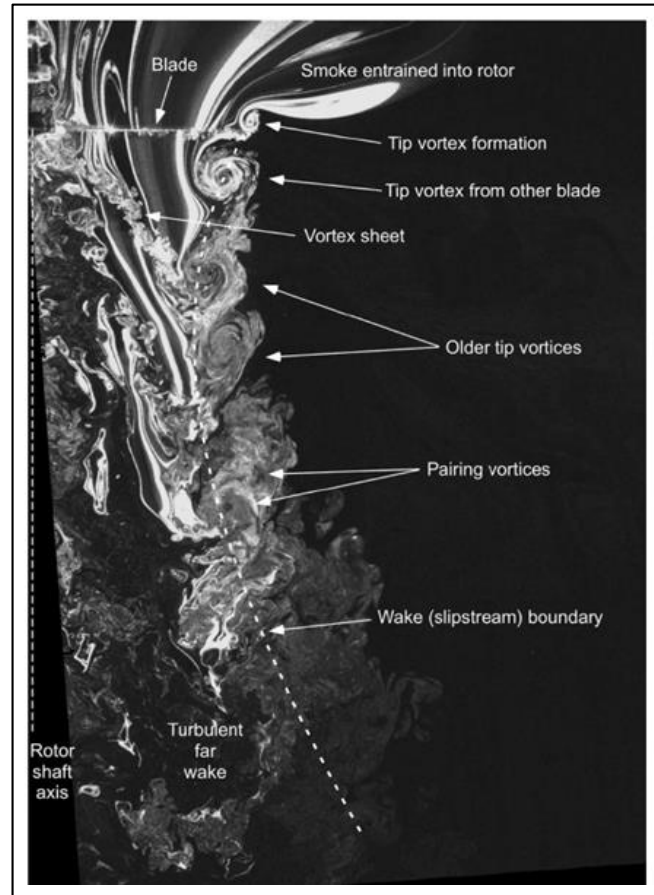
شکل ۱۷: انتشار اغتشاشات ناشی از جریان‌های حلقوی لبه فرار پره‌های ملخ جلویی در سمت عقب آن [۳۷]

Fig. 17. The turbulences distribution in the wake of the forward rotor blades caused by their trailing edge vortices

زمان که دنباله دور از ملخ به سطح زمین نزدیک می‌شود، گردابه‌های نوک پره با آهنگ بیشتری در این جریان مغشوش پخش و منتشر می‌شوند. در نهایت، جریان شبیه یک جت پاششی در حال توسعه مغشوش ولی تقریباً عاری از ساختارهای جریان حلقوی مجزا خواهد بود. با توجه به دلایل مذکور، در آزمایش‌ها مشاهده می‌شود که در نواحی پائین دست نوک ملخ‌ها با کاهش جریان صعودی ناشی از اثر گردابه‌ها، مقادیر متوسط جریان فرو وزش در این نقاط نیز منفی و نزولی شده‌اند، در حالی که جریان مرکزی همچنان رو به بالا و صعودی است. با استفاده از داده‌های این نمودارها می‌توان یک الگوی مقایسه‌ای تقریبی از جریان درون‌ریز و فرو وزش ملخ مورد آزمایش را بصورت شکل ۱۶ ارائه نمود. باید توجه داشت که با توجه به وجود بدنه مدل و نحوه قرارگیری آن در زیر ملخ‌ها، نحوه نصب ملخ‌ها و نوسانات متناوب ملخ‌ها اثرات آن‌ها بر میدان جریان تأثیر گذاشته و مشاهده می‌شود که مقادیر متوسط جریان درون‌ریز و فرو وزش در نمودارهای شکل‌های ۱۲ و ۱۴ در سمت راست و چپ ملخ‌ها کاملاً متقارن نبوده و رفتار واقعی‌تری را نمایش داده‌اند.

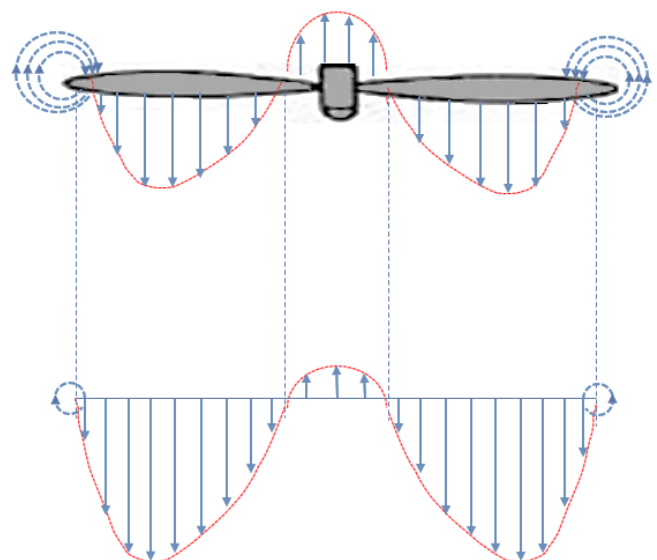
۴-۲- اثر تداخل جریان بین ملخ‌ها بر جریان درون‌ریز و فرو وزش آن‌ها

با اضافه شدن کارکرد ملخ دوم به ملخ تنها، بخاطر وجود دو برابری گردابه‌های نوک و ریشه پره‌های دو ملخ و تداخل آیرودینامیکی غیر خطی آن‌ها با یکدیگر، جریان فرو وزش در زیر ملخ‌های پشت سر هم

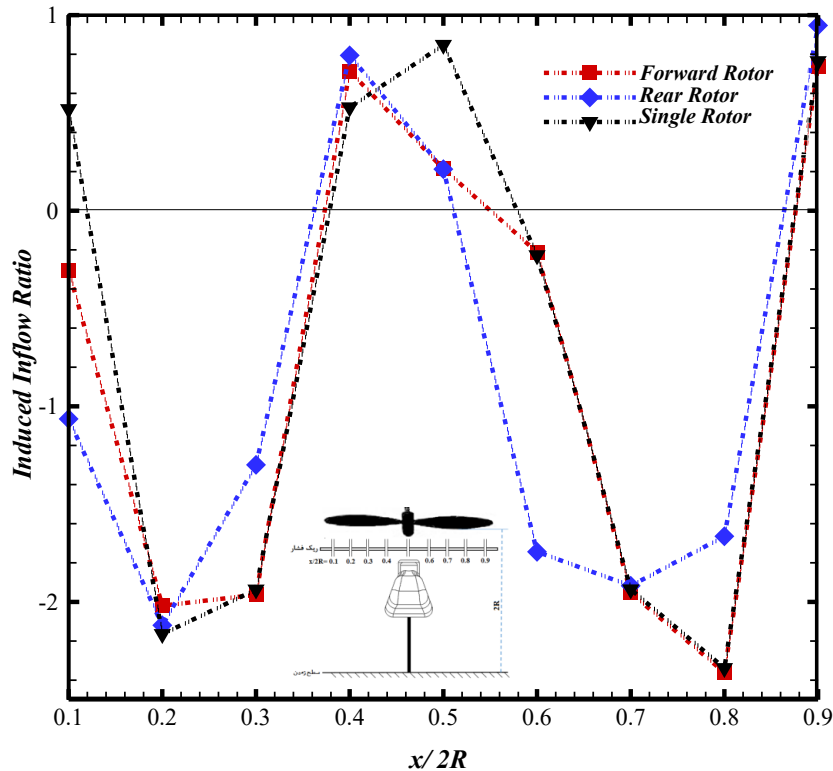


شکل ۱۵: آشکارسازی میدان جریان دنباله زیر یک ملخ کوچک با دو پره [۴۴]

Fig. 15. Wake flow field visualization of a two-bladed rotor [44]



شکل ۱۶: الگوی تقریبی مدل توزیع جریان درون‌ریز و فرو وزش ملخ
Fig. 16. Estimated pattern of rotor inflow and downwash distribution model

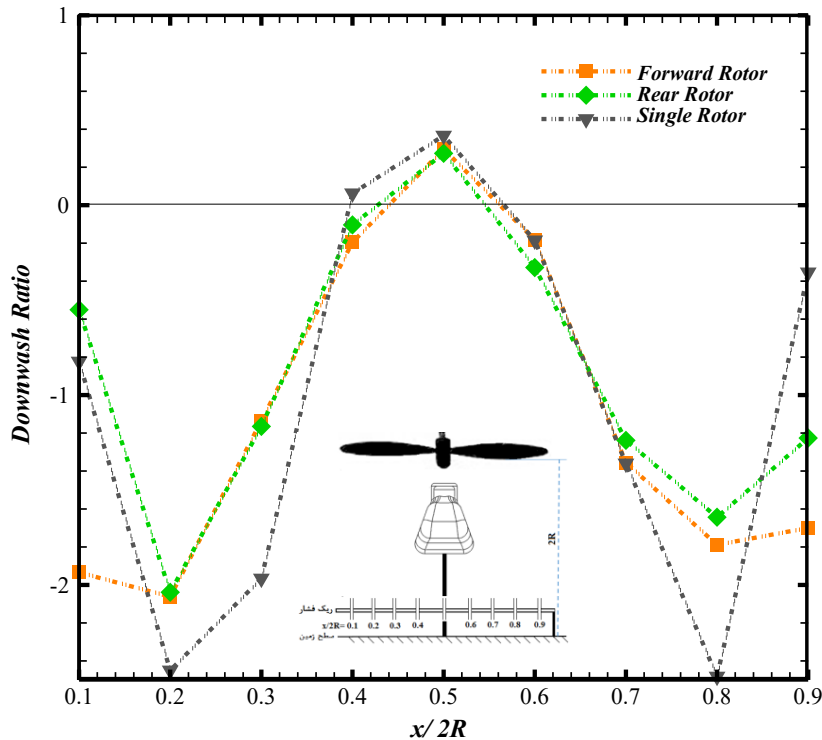


شکل ۱۸: نمودار مقادیر سرعت جریان درون ریز برای ملخ (های) تکی و پشت سرهم
Fig. 18. Inflow velocity values of single and tandem rotors

با توجه به توضیحات مذکور، می‌توان گفت که انتشار اغتشاشات و انحراف جریان بیشتر در ناحیه عقب و زیر ملخ اتفاق می‌افتد، به همین دلیل ملخ جلویی بخاطر موقعیت طولی خود کمتر تحت تأثیر تغییرات جریان آزاد قرار می‌گیرد و الگوی جریان درون ریز و فرو وزش آن با الگوی یک ملخ تکی شباهت زیادی دارد. در نتایج آزمایش‌ها در نمودار شکل ۱۸ مشاهده می‌شود که مقادیر متفاوت جریان درون ریز در وسط ملخ (های) تکی و پشت سرهم نشان دهنده ناپایداری زیاد جریان در آن ناحیه است زیرا همانطوری که گفته شد در این ناحیه اثرات غیر دائم ناشی از تشکیل گردابه‌های ریشه پره‌ها و وقوع پدیده واماندگی وجود دارند.

نتایج تحقیقات قبلی در مورد نسبت توان مصرفی یک ملخ تنها به توان مصرفی ملخ‌های پشت سرهم نشان دادند که وجود تداخل آیرودینامیکی بین این ملخ‌ها باعث افزایش توان مصرفی و کاهش کارایی آیرودینامیکی آن‌ها می‌شود [۱۳ و ۳۸]. به همین دلیل در نمودار شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که اندرکنش آیرودینامیکی بین دو ملخ بر جریان فرو وزش هر دو ملخ پشت سرهم نیز تأثیر گذار بوده و باعث تغییر و کاهش سرعت در برخی نواحی جریان فرو وزش

در مقایسه با ملخ‌های تکی دارای میدان جریان پیچیده‌تری می‌شود و مشاهده می‌شود که الگوی سرعت جریان درون ریز و فرو وزش ملخ‌های پشت سرهم اندکی نسبت به ملخ تکی تغییر می‌کند. این مقادیر در نمودارهای شکل‌های ۱۸ و ۱۹ نمایش داده شده‌اند. در نمودار شکل ۱۸ مقادیر جریان درون ریز برای ملخ تکی و همچنین ملخ‌های پشت سرهم با همدیگر مقایسه شده‌اند. با توجه به این نمودار، مقادیر سرعت القایی درون ریز در یک ملخ تنها با ملخ جلویی ملخ‌های پشت سرهم به غیر از ناحیه وسط آن‌ها با همدیگر تفاوت چندانی ندارند و تقریباً الگویی شبیه همدیگر دارند، ولی مشاهده می‌شود که این مقادیر در زیر ملخ عقبی ملخ‌های پشت سرهم با دو الگوی دیگر تفاوت زیادی دارد. می‌توان حدس زد که با توجه به انتشار نوسانات و همچنین اغتشاشات ناشی از جریان‌های حلقوی لبه فرار پره‌های ملخ جلویی در جریان سمت عقب آن‌ها [۵۰]، عملکرد آیرودینامیکی ملخ عقبی تحت تأثیر قرار می‌گیرد (شکل ۱۷) بنابر این در پیکره‌بندی ملخ‌های پشت سرهم، اندرکنش آیرودینامیکی بین دو ملخ بر جریان درون ریز ملخ عقبی تأثیر گذاشته و باعث می‌شود تا رفتار متفاوت جریان در زیر آن نسبت به یک ملخ تنها اتفاق بیفتد.



شکل ۱۹: نمودار مقادیر سرعت جریان فرو وزش برای ملخ (های) تکی و پشت سرهم
 Fig. 19. Downwash velocity values of single and tandem rotors

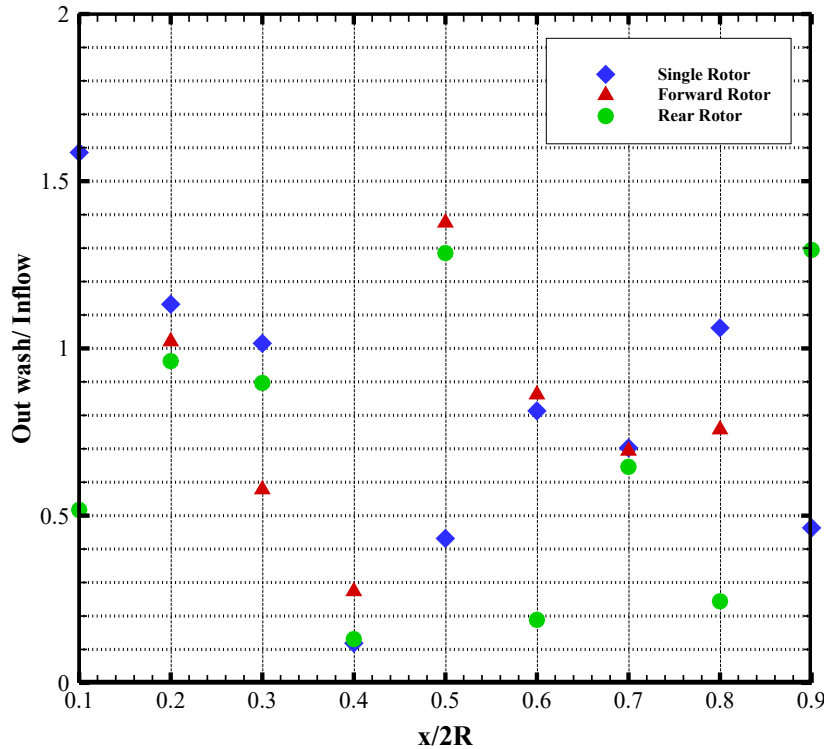
جدول ۱: مقادیر نسبت‌های سرعت فرو وزش به درون‌ریز ملخ‌ها
 Table 1. Downwash to inflow velocity ratio values of the rotors

ملخ‌های پشت سرهم		ملخ تنها	نقاط اندازه‌گیری در طول ملخ
ملخ عقب	ملخ جلویی		
۰/۵۱	۲/۹۴	۱/۵۸	۰/۱
۰/۹۶	۱/۰۲	۱/۱۳	۰/۲
۰/۸۹	۰/۵۸	۱/۰۱	۰/۳
۰/۱۳	۰/۲۷	۰/۱۱	۰/۴
۱/۲۸	۱/۳۷	۰/۴۳	۰/۵
۰/۱۹	۰/۸۶	۰/۸۱	۰/۶
۰/۶۴	۰/۶۹	۰/۷۰	۰/۷
۰/۲۴	۰/۷۵	۱/۰۶	۰/۸
۱/۳۰	۲/۳۰	۰/۴۶	۰/۹

نسبت به ملخ تنها می‌شود. با توجه به دور بودن جریان فرو وزش از ناپایداری‌های پیرامون جریان ناحیه وسط ملخ مشاهده می‌شود که ناپایداری جریان در پائین دست وسط ملخ کاهش یافته و الگوی تقریباً ثابتی دارد.

یکی از نتایج کاربرد تئوری اندازه حرکت برای تشریح پرواز ایستائی که در رابطه (۳) بیان شده است این بود که برای یک ملخ تکی بالگرد مقدار سرعت جریان فرو وزش دو برابر مقدار سرعت جریان درون‌ریز ملخ است (رابطه (۳)). برای بررسی صحت این رابطه برای ملخ‌های کوچک تنها و پشت سرهم، مقادیر نسبت‌های سرعت فرو وزش به درون‌ریز این ملخ‌ها در جدول ۱ و نمودار شکل ۲۰ نمایش داده شده‌اند. می‌توان گفت که بدلیل اثرات جریان فواره‌ای رو به بالا در ناحیه بین دو ملخ و جفت‌شدگی گردابه‌های نوک پرها در نزدیک سطح زمین، اثرات کاهنده پخش لزج‌تی افزایش یافته و باعث کاهش سرعت جریان فرو وزش می‌شود [۴۴] بنابر این مشاهده می‌شود که در اکثر نقاط در طول ملخ‌های پشت سرهم، مقادیر نسبت سرعت فرو وزش کمتر از ۲ هستند. بنابر این می‌توان گفت رابطه (۳) که از تئوری اندازه حرکت استخراج شده بود در مورد ارتباط جریان درون‌ریز و فرو وزش ملخ‌های

کوچک مورد آزمایش صدق نمی‌کند. این رویداد نیز نشان دهنده یکی دیگر از تفاوت‌های اصول حاکم بر عملکرد آیرودینامیکی ملخ پهپادهای عمودپرواز با ملخ‌های مرسوم بالگردهاست.



شکل ۲۰: نمودار مقادیر نسبت‌های سرعت فرو وزش به درون‌ریز
 Fig. 20. Downwash to inflow velocity ratio values

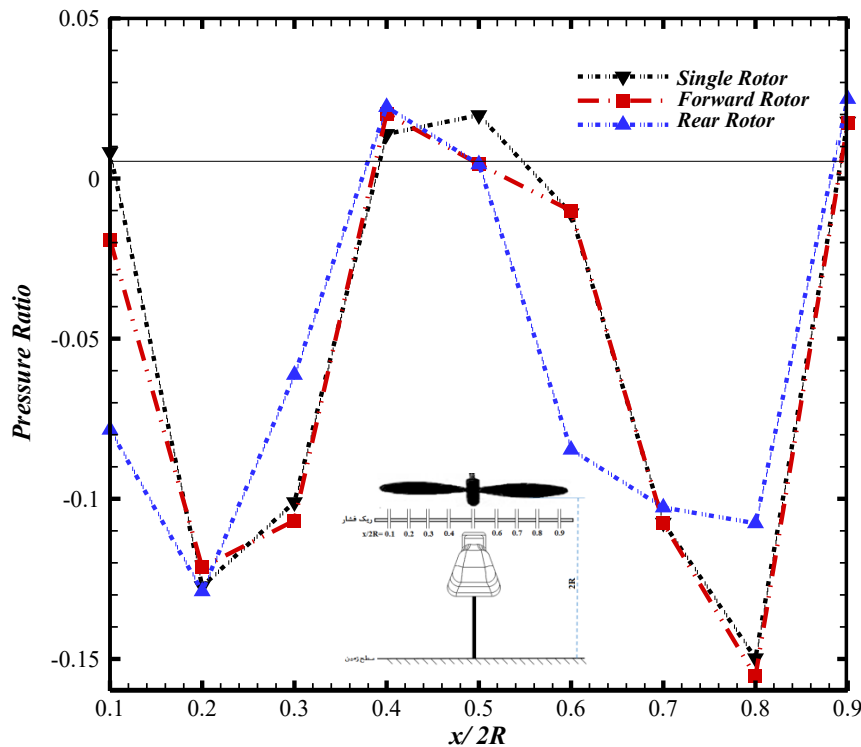
تنها و پشت سرهم نیز باعث عدم تقارن و بهم ریختگی توزیع فشار میانگین در ناحیه جریان درون‌ریز می‌شود. البته این بی‌نظمی در اثر تداخل آیرودینامیکی ملخ‌های پشت سرهم افزایش پیدا نموده است.

۴-۴- عدم قطعیت نتایج

عدم قطعیت نتایج، شاخصی برای بررسی تکرارپذیری آزمایش‌ها می‌باشد. برای اندازه‌گیری عدم قطعیت در این پژوهش، برخی از تست‌ها در پنج نوبت تکرار شده‌اند. عدم قطعیت نتایج، طبق تعریف، حاصل ضرب انحراف معیار در مقداری موسوم به توزیع دی^۲ است که بسته به تعداد مشاهدات و بازه اطمینان در نظر گرفته شده، در قالب یک جدول بیان می‌شود. با محاسبه میانگین و انحراف معیار مقادیر فشار نشان داده شده توسط شاخه‌های ریک در ارتفاع‌های مختلف، و با در نظر گرفتن بازه اعتماد ۹۰ درصد، متوسط میزان عدم قطعیت در نتایج کنونی $\pm 5/6$ درصد محاسبه شده است. به بیان دیگر چنانچه آزمایش‌ها در شرایط یکسان تکرار شوند به احتمال ۹۰ درصد نتایج جدید بطور متوسط $\pm 5/6$ درصد با نتایج ارائه شده در مقاله متفاوت

۳-۴- تغییرات فشار در میدان جریان درون‌ریز

می‌توان با تقسیم نمودن مقادیر میانگین فشار جریان درون‌ریز بر فشار محیط، پارامتر بی‌بعدی برای نشان دادن تغییرات فشار در گستره ملخ را تعیین نمود (نمودار شکل ۲۱). مقایسه توزیع فشار در جریان درون‌ریز ملخ‌ها نشان می‌دهد که توزیع فشار نیز در ملخ عقبی تحت تأثیر اندرکنش آیرودینامیکی بین دو ملخ پشت سرهم قرار گرفته است. تحلیل نتایج تشکیل حلقه گردابی بر روی یک ملخ معمولی نشان دهنده انباشت گردابه‌ها در یک دنباله بهم ریخته، غیر عادی و متناوب بوده است. این فرآیند باعث تأثیر بر توزیع بارهای آیرودینامیکی در گستره طولی ملخ می‌شود. مقدار پیچش ساختاری ملخ^۱ یکی از عوامل تعیین کننده در مقدار و نحوه تشکیل حلقه گردابی و تأثیرات عملکردی آن است [۵۱]. مشخصات آیرودینامیک غیر دائم ملخ یک بالگرد مدل در هنگام وقوع حلقه گردابی نشان دهنده نوسانات شدید توزیع فشار و نیروی تولیدی ملخ بوده است [۵۲]. با توجه به این نتایج و نمودار شکل ۲۱ می‌توان حدس زد که انباشت گردابه‌های بهم ریخته و غیرعادی در دنباله ملخ‌های کوچک



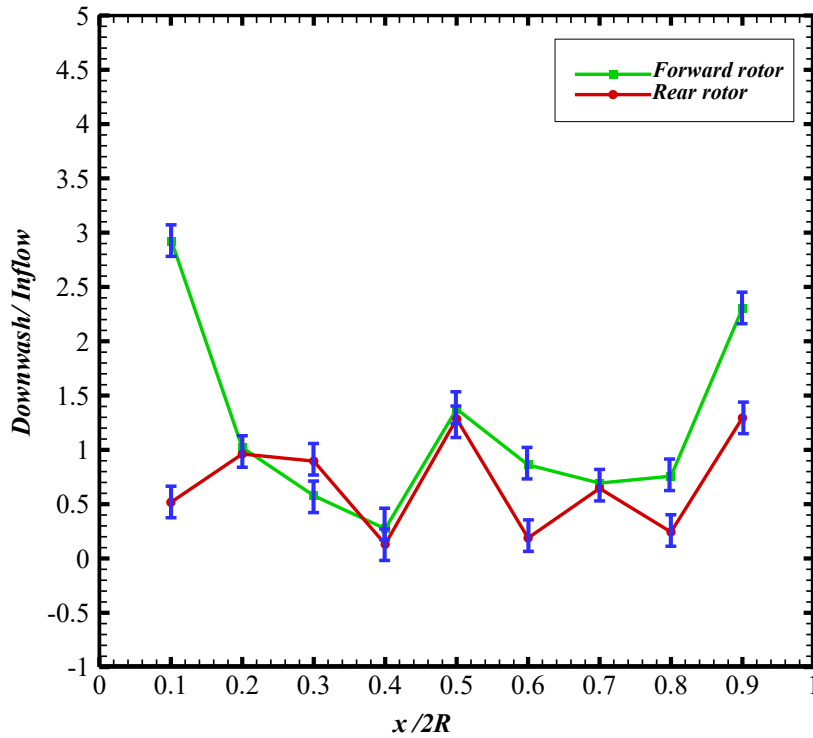
شکل ۲۱: نمودار مقادیر میانگین فشار جریان درون ریز در گستره ملخ
Fig. 21. Mean values of inflow Pressure distribution along the rotor span

علیرغم توانایی پژوهش‌های قبلی انجام شده در خصوص پیش‌بینی کامل توزیع جریان القایی درون ریز در طول گستره یک ملخ نتایج به دست آمده نشان دادند که برای یک ملخ تنها، جریان درون ریز در نواحی به غیر از نوک و وسط ملخ، نزولی است و بیشترین مقدار سرعت جریان درون ریز در نواحی نزدیک به میانه طولی هر کدام از پره‌های ملخ روی داد. در این حالت مقادیر میانگین سرعت جریان در نوک پرها به علت تشکیل گردابه‌های نوک ملخ در این نواحی مثبت و بنابر این به سمت بالا هستند. با استفاده از داده‌های نمودارهای جریان درون ریز و فرو وزش یک الگوی تقریبی از جریان درون ریز و فرو وزش ملخ مورد آزمایش ارائه شد. این الگو شبیه به الگوی ارائه شده برای ملخ بالگردهای مرسوم در حالت نزول همراه با قدرت تشخیص داده شد. بنابر این انتظار می‌رود که در هنگام پرواز ایستایی پهنپدای با ملخ‌های کوچک آزمایش شده در این پژوهش، علی‌رغم اینکه توان بالایی از موتورها گرفته می‌شود، ولی ارتفاع ثابت نامانده و کاهش پیدا کند، بنابر این باید ساز و کارهای طراحی آیرودینامیکی برای جبران و یا حذف این پدیده نیز پیش‌بینی شوند. مشاهده شد که پدیده مذکور عامل مؤثری در ایجاد یک جریان آشفته ناپایدار در

خواهند بود. شکل ۲۲ عدم قطعیت در اندازه‌گیری مقادیر نسبت‌های سرعت فرو وزش به درون ریز را به عنوان نمونه نشان می‌دهد. عواملی مانند اختلال ایجاد شده توسط کارکرد حسگرها بر یکدیگر (مخصوصاً فشارسنج‌ها)، خطای پایانه‌های انتقال داده‌ها، افت اصطکاکی ناشی از طول تیوب‌های پنوماتیکی و نوسانات ایجاد شده در اثر چرخش ملخ‌ها بعنوان عوامل این عدم قطعیت در نتایج ارزیابی می‌شوند.

۵- نتیجه‌گیری

از یک دستگاه آزمایشگاهی چند منظوره ساخته شده به همراه یک بدنه مدل با ملخ‌های پشت سرهم برای انجام تعدادی از آزمایش‌ها به منظور درک دقیق از رفتار جریان درون ریز و فرو وزش این ملخ‌ها استفاده شد. این آزمایش‌ها قسمتی از برنامه آزمایش‌های توسعه‌ای پهنپدای عمود پرواز با ملخ‌های پشت سرهم هستند. ملخ‌ها بر روی یک بدنه مدل کوچک شده با پیکره‌بندی ملخ‌های پشت سرهم کار می‌کنند. آزمایش‌ها در حالت‌های مختلف فواصل عمودی ریک‌ها در زیر ملخ (ها) انجام شدند. بر خلاف آزمایش‌های انجام شده در تونل باد، این آزمایش‌ها در یک محیط باز و با اثرات دیواره‌ای کمتر انجام شدند.



شکل ۲۲: نمودار میزان عدم قطعیت در اندازه‌گیری مقادیر سرعت برای ملخ‌های پشت سر هم
 Fig. 22. Uncertainty values in downwash to inflow measurements of tandem rotors

جریان درون‌ریز و فرو وزش ملخ‌های کوچک مورد آزمایش صدق نکرد. بطور کلی مشاهده شد که در داخل مرزهای جریان پائین دست ملخ، توزیع فشار و سرعت جریان بصورت غیریکنواخت در عرض مرز پخش می‌شوند. مجموعه رویدادهای تجربه شده در این پژوهش نشان دهنده تفاوت‌های اصول حاکم بر عملکرد آیرودینامیکی ملخ پهنادهای عمودپرواز با ملخ‌های مرسوم بالگردها بود بنابر این نیاز است تا در طراحی این نوع وسایل پرنده، به این تفاوت‌ها و تغییر رفتارها توجه شود. لذا باید با انجام تحقیقات بیشتر تصحیحات لازم در تئوری‌های مرسوم استفاده شده برای ملخ‌های بالگردها برای استفاده در تحلیل‌های عملکرد آیرودینامیکی پهنادهای عمودپرواز اعمال شوند.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

A	مساحت، m^2
C_T	ضریب تراست
m	دبی جرمی، kg/sec

نواحی مرکزی صفحه گردش ملخ است.

وجود دو برابری گردابه‌های نوک و ریشه پره‌های دو ملخ و تداخل آیرودینامیکی غیر خطی آن‌ها با یکدیگر باعث شد تا الگوی سرعت جریان درون‌ریز و فرو وزش ملخ‌های پشت سرهم اندکی نسبت به ملخ تکی تغییر نماید. مشاهده شد که به دلیل موقعیت طولی ملخ جلویی این ملخ کمتر تحت تأثیر تغییرات جریان آزاد قرار می‌گیرد و الگوی جریان درون‌ریز و فرو وزش آن با الگوی یک ملخ تکی شباهت زیادی دارد. مقادیر سرعت جریان در زیر ملخ عقبی ملخ‌های پشت سرهم با دو الگوی دیگر تفاوت زیادی داشت. بنابر این می‌توان حدس زد که در پیکره‌بندی ملخ‌های پشت سرهم، انتشار نوسانات و همچنین اغتشاشات ناشی از جریان‌های حلقوی لبه فرار پره‌های ملخ جلویی بر جریان درون‌ریز ملخ عقبی تأثیر گذاشته و باعث تغییر رفتار آن نسبت به یک ملخ تنها می‌شود.

نتایج نشان دادند که مقادیر سرعت فرو وزش در زیر نواحی غیر مرکزی ملخ بیشتر از مقدار سرعت درون‌ریز آن‌ها هستند ولی تقریباً در تمام نقاط طول ملخ، این مقادیر کمتر از ۲ برابر هستند. بنابر این رابطه استخراج شده از تئوری اندازه حرکت در مورد ارتباط

- [5] J. Leishman, Principles of Helicopter Aerodynamics, Cambridge Univ, Press, New, (2000).
- [6] D. Shukla, N. Komerath, Multirotor Drone Aerodynamic Interaction Investigation, Drones, 2(4) (2018) 43.
- [7] D.A. Peters, S.Y. Chen, Momentum Theory, Dynamic Inflow, and the Vortex-Ring State, Journal of the American Helicopter Society, 27(3) (1982) 18-24.
- [8] W. Stepniewski, A simplified approach to the aerodynamic rotor interference of tandem helicopters, in: Proc Annu Western Forum, 1955, pp. 71-90.
- [9] W.Z. Stepniewski, C. Keys, Rotary-wing aerodynamics, Courier Corporation, 1984.
- [10] 24-ft Wind Tunnel Tests of Model Multi-Rotor Helicopters, RAE Report No. Aero 2207, 1947.
- [11] G.E. Sweet, Hovering measurements for twin-rotor configurations with and without overlap, (1960).
- [12] R.C. Dingeldein, Wind-tunnel studies of the performance of multirotor configurations, (1954).
- [13] F.D. Harris, Twin rotor hover performance, Journal of the American helicopter society, 44(1) (1999) 34-37.
- [14] M. Knight, R.A. Hefner, Static thrust analysis of the lifting airscrew, (1937).
- [15] M.K. Taylor, A balsa-dust technique for air-flow visualization and its application to flow through model helicopter rotors in static thrust, (1950).
- [16] E.A. Fradenburgh, Flow Field Measurements for a Hovering Rotor Near the Ground, in: Fifth Annual Western Forum, Los Angeles, CA, 1958.
- [17] W. Schane, Effects of Downwash Upon Man, ARMY AEROMEDICAL RESEARCH UNIT FORT RUCKER AL, 1967.
- [18] J.R. Preston, S. Troutman, E. Keen, M. Silva, N. Whitman, M. Calvert, M. Cardamone, M. Moulton, S.W. Ferguson, Rotorwash Operational Footprint Modeling, MISSILE RESEARCH DEVELOPMENT AND ENGINEERING CENTER REDSTONE ARSENAL AL ..., 2014.
- [19] W. Brady, G.R. Ludwig, Theoretical And Experimental

P	فشار ، N/m^2
R	شعاع ملخ، m
rpm	دور بر دقیقه، $rev./min$
T	نیروی بالابرنده (تراست) ، N
V	سرعت، m/sec
x	فاصله طولی، m

علائم یونانی

λ	نسبت جریان القائی درون ریز
v	سرعت، m/sec
ρ	چگالی، kg/m^3
ω	سرعت جریان فرو وزش، m/sec
Ω	سرعت دورانی (زاویه ای) ، $rev./min$

زیر نویس

f	سیال
i	جریان القایی
s	استاتیك
t	كل
tip	نوك ملخ
∞	محيط آزاد

مراجع

- [1] D. Schrage, M. Costello, D. Mittleider, Design concepts for an advanced cargo rotorcraft, Journal of the American Helicopter Society, 34(4) (1989) 56-65.
- [2] A. Antoniadis, D. Drikakis, B. Zhong, G. Barakos, R. Steijl, M. Biava, L. Vigevano, A. Brocklehurst, O. Boelens, M. Dietz, Assessment of CFD methods against experimental flow measurements for helicopter flows, Aerospace Science and Technology, 19(1) (2012) 86-100.
- [3] J.Y. Hwang, O.J. Kwon, Assessment of S-76 rotor hover performance in ground effect using an unstructured mixed mesh method, Aerospace Science and Technology, 84 (2019) 223-236.
- [4] M. Ramasamy, M. Potsdam, G.K. Yamauchi, Measurements to Understand the Flow Mechanisms Contributing to Tandem-Rotor Outwash, (2018).

- interaction between a tiltrotor and a tandem rotor during shipboard operations, *Aerospace Science and Technology*, 87 (2019) 62-72.
- [31] M. Derby, G. Yamauchi, Design of 1/48th-scale models for ship/rotorcraft interaction studies, in: 21st AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2003, pp. 3952.
- [32] B. Johnson, J.G. Leishman, A. Sydney, Investigation of Sediment Entrainment Using Dual-Phase, High-Speed Particle Image Velocimetry, *Journal of the American Helicopter Society*, 55(4) (2010) 42003-42003.
- [33] M. George, E. Kisielowski, D. Douglas, Investigation of the Downwash Environment generated by V/STOL Aircraft operating in Ground Effect, DYNASCIENCES CORP BLUE BELL PA, 1968.
- [34] J. Milluzzo, J.G. Leishman, Assessment of rotorcraft brownout severity in terms of rotor design parameters, *Journal of the American Helicopter Society*, 55(3) (2010) 32009-32009.
- [35] D.J. Hohler, An Analytical Method of Determining General Downwash Flow Field Parameters for V/STOL Aircraft, AIR FORCE AERO PROPULSION LAB WRIGHT-PATTERSON AFB OH, 1966.
- [36] M. Silva, R. Riser, CH-47D tandem rotor outwash survey, in: AHS 67th Annual Forum, 2011.
- [37] J.-f. Tan, H.-w. Wang, Simulating unsteady aerodynamics of helicopter rotor with panel/viscous vortex particle method, *Aerospace Science and Technology*, 30(1) (2013) 255-268.
- [38] F. Shahmiri, " Experimental investigation of the hovering performance of a twin-rotor test model," *Journal of Aerospace Science and Technology (JAST)*, vol.10, no. 2, pp.1-7, 2013.
- [39] A. Halliday, D. Cox, Wind Tunnel Experiments on a Model of a Tandem Rotor Helicopter, HM Stationery Office, 1961.
- [40] F. Handbook, 8083-21, Rotorcraft Flying Handbook, (2000).
- [41] J. Seddon, S. Newman, Basic helicopter Studies Of Impinging Uniform And Nonuniform Jets, Cornell Aeronautical Lab Inc Buffalo Ny, 1964.
- [20] R.E. Kuhn, An investigation to determine conditions under which downwash from VTOL aircraft will start surface erosion from various types of terrain, National Aeronautics and Space Administration, 1959.
- [21] P. Hrycak, Experimental flow characteristics of a single turbulent jet impinging on a flat plate, National Aeronautics and Space Administration, 1970.
- [22] M. Glauert, The wall jet, *Journal of Fluid Mechanics*, 1(6) (1956) 625-643.
- [23] P.R. Spalart, On the flow field induced by a hovering rotor or a static jet, *Journal of Fluid Mechanics*, 701 (2012) 473-481.
- [24] A.J. Wadcock, L.A. Ewing, E. Solis, M. Potsdam, G. Rajagopalan, Rotorcraft downwash flow field study to understand the aerodynamics of helicopter brownout, NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION MOFFETT FIELD CA AMES RESEARCH ..., 2008.
- [25] A. Radhakrishnan, F. Schmitz, An experimental investigation of a quad tilt rotor in ground effect, in: 21st AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2003, pp. 3517.
- [26] F.F. Felker, J.S. Light, Aerodynamic interactions between a rotor and wing in hover, *Journal of the American Helicopter Society*, 33(2) (1988) 53-61.
- [27] C. Phillips, H.W. Kim, R.E. Brown, The flow physics of helicopter brownout, in: 66th American Helicopter Society Forum: Rising to New Heights in Vertical Lift Technology, 2010.
- [28] C. Phillips, R.E. Brown, Eulerian simulation of the fluid dynamics of helicopter brownout, *Journal of Aircraft*, 46(4) (2009) 1416-1429.
- [29] D.P. Garrick, R.G. Rajagopalan, K. Guntupalli, Simulation of Landing Maneuvers of Rotorcraft in Brownout Conditions, in: 2013 International Powered Lift Conference, 2013, pp. 4266.
- [30] J.F. Tan, T.Y. Zhou, Y.M. Sun, G.N. Barakos, Numerical investigation of the aerodynamic

- visualizations and extended thrust time histories of rotor vortex wakes in descent, *Journal of the American Helicopter Society*, 50(3) (2005) 279-288.
- [48] M.D. Betzina, Tiltrotor descent aerodynamics: A small-scale experimental investigation of Vortex Ring State, in: *American Helicopter Society 57th Annual Forum*, Washington, DC, 2001.
- [49] M.J. Bhagwat, J.G. Leishman, Stability analysis of helicopter rotor wakes in axial flight, *Journal of the American Helicopter Society*, 45(3) (2000) 165-178.
- [50] J.R. Spreiter, The rolling up of the trailing vortex sheet and its effect on the downwash behind wings, *Journal of the Aeronautical Sciences*, 18(1) (1951) 21-32.
- [51] R. Brown, J. Leishman, S. Newman, F. Perry, Blade twist effects on rotor behaviour in the vortex ring state, (2002).
- [52] A. Azuma, J. Koo, T. Oka, K. Washizu, Experiments on a model helicopter rotor operating in the vortex ringstate, *Journal of Aircraft*, 3(3) (1966) 225-230.
- aerodynamics, *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 2001.
- [42] J.G. Leishman, A. Baker, A. Coyne, Measurements of rotor tip vortices using three-component laser Doppler velocimetry, *Journal of the American Helicopter Society*, 41(4) (1996) 342-353.
- [43] W. Johnson, *Helicopter theory*, Courier Corporation, 2012.
- [44] T.E. Lee, J.G. Leishman, M. Ramasamy, Fluid dynamics of interacting blade tip vortices with a ground plane, *Journal of the American Helicopter Society*, 55(2) (2010) 22005-22005.
- [45] J. Wolkovitch, Analytical Prediction of Vortex-Ring Boundaries for Helicopters in Steep Descents, *Journal of the American Helicopter Society*, 17(3) (1972) 13-19.
- [46] A. AZUMA, Induced flow variation of the helicopter rotor operating in the vortex ring state, *Journal of Aircraft*, 5(4) (1968) 381-386.
- [47] J. Stack, F.X. Caradonna, Ö. Savaş, Flow