

تحلیل عددی پارامترهای موثر بر آلودگی صوتی لبه فرار جریان لایه مرزی آشفته

محمد فرمانی^۱، علی اکبر دهقان^{۱*}، عباس افشاری^۲

^۱ دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

^۲ دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸-۰۴-۰۹

بازنگری: ۱۳۹۸-۰۶-۲۹

پذیرش: ۱۳۹۸-۰۸-۱۴

ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۸-۳۰

کلمات کلیدی:

تحلیل عددی

لایه مرزی

جریان آشفته

آلودگی صوتی لبه فرار

خلاصه: در مطالعه حاضر، یکی از مهم‌ترین مکانیزم‌های تولید نویز آیرودینامیکی به صورت عددی بررسی شده است. معادلات جریان ناپایای تراکم‌ناپذیر لایه مرزی آشفته با عدد ماخ ۰/۰۶، بر روی صفحه تخت به طول ۳۰ سانتی‌متر با استفاده از رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در نرم‌افزار اوپن‌فوم حل شده و به منظور کاهش هزینه محاسباتی از مدل مرز ورودی لاند استفاده شده است. برای محاسبه پارامترهای موثر بر آلودگی صوتی لبه فرار (شامل طیف فشار سطح، طول مشخصه نوسانات فشار در راستای دهانه مدل و سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای)، مقادیر فشار در نقاط مختلفی از سطح مدل صفحه تخت، با استفاده از ابزار کاوشگر داده‌برداری شده است. در نهایت آلودگی صوتی لبه فرار صفحه تخت در دوردست با استفاده از مدل تحلیلی امیت-راجر پیش‌بینی شده است. نتایج نشان داد که روش عددی بکار رفته در این مطالعه، ضمن برخورداری از هزینه محاسباتی معقول، از توانمندی مناسبی در پیش‌بینی مستقیم پارامترهای موثر بر آلودگی صوتی لبه فرار برخوردار است. همچنین بررسی پیش‌بینی و محاسبه مستقیم پارامترهای طیفی موثر بر آلودگی صوتی لبه فرار لایه مرزی آشفته، علاوه بر استفاده در مدل‌های پیش‌بینی آلودگی صوتی دوردست، اطلاعات دقیق و مناسبی از فیزیک جریان و ابعاد و طول عمر ساختارهای گردابه‌ای جریان لایه مرزی آشفته، فراهم می‌کند.

۱- مقدمه

می‌باشد و نه تنها در هواپیماها بلکه در تجهیزات مثل توربین‌های بادی و فن‌ها دارای اهمیت است. مکانیزم‌های آلودگی صوتی ایرفویل به لحاظ محدوده فرکانسی به صورت نازک‌باند^۱ (تونال^۲) یا پهن‌باند^۳ می‌باشد و به ۵ گروه: ۱- آلودگی صوتی پهن‌باند لبه‌فرار لایه مرزی آشفته ۲- آلودگی صوتی نازک‌باند ریزش گردابه امواج ناپایدار لایه مرزی آرام ۳- آلودگی صوتی جدایش^۴ (واماندگی^۵) ۴- آلودگی صوتی نازک‌باند ریزش گردابه لبه‌فرار پخ^۶ ۵- آلودگی صوتی گردابه نوک بال^۷

در سال‌های اخیر، بنا به دلایل نظامی، زیست محیطی و نظیر آن‌ها، توجه زیادی به موضوع آلودگی صوتی معطوف شده است. آلودگی صوتی می‌تواند ناشی از مکانیزم‌های متعددی نظیر آلودگی صوتی آیرودینامیکی باشد. اصلی‌ترین شکل آلودگی صوتی آیرودینامیکی که برای ساکنین همجوار با فرودگاه‌ها آزاردهنده است، آلودگی صوتی آیرودینامیکی ناشی از بخش‌های مختلف یک هواپیما در موقع برخاست و فرود، در ارتفاع پایین است [۱-۳]. آلودگی صوتی ایرفویل از مهم‌ترین منابع آلودگی صوتی آیرودینامیکی هواپیما هنگام فرود است که ناشی از برهم‌کنش جریان سیال با سطح ایرفویل

- 1 Narrowband
- 2 Tonal
- 3 Broadband
- 4 Separation
- 5 Stall
- 6 Blunt Trailing Edge.
- 7 Tip Vortex Formation Noise

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: email



دسته‌بندی شده است [۴].

آکوستیکی، به بررسی اثر زاویه حمله بر آلودگی صوتی لبه فرار لایه مرزی آشفته پرداخته و مدل پیش‌بینی آلودگی صوتی امیت [۶] را توسعه داده‌اند. مورو و راجر [۱۳] با استفاده از دو تونل باد آکوستیکی با سطح مقطع متفاوت جت آزاد نشان داده‌اند که هرچه مقطع جت آزاد برخورد کننده به ایرفویل بزرگتر باشد، ساختارهای گردابه‌ای بزرگتری از لبه‌فرار عبور کرده و لذا سرعت جابه‌جایی ساختارهای گردابه‌ای^۴ نسبت به مقدار پیش‌بینی شده در مدل‌های تحلیلی [۱۴]، بیشتر خواهد بود. روزنبرگ و همکاران [۱۵] با مطالعه تجربی آلودگی صوتی لبه فرار تیغه‌های چرخان در اتاق بدون پژواک، اعتبار مدل پیش‌بینی آلودگی صوتی لبه فرار ارائه شده توسط راجر و همکاران [۱] را در زمینه هندسه‌های چرخان بررسی کرده و نتیجه گرفته‌اند که صحت نتایج مدل پیش‌بینی آلودگی صوتی لبه فرار مورد بررسی برای هندسه‌های چرخان در محدوده $\pm 30\%$ درجه موقعیت شنونده نسبت به هندسه چرخان اعتبارسنجی می‌گردد. هریگ و همکاران [۱۶] با استفاده از نوارهای فشار و اندازه‌گیری فشار سطحی و طول مشخصه نوسانات فشار سطح در راستای عرضی^۵، آلودگی صوتی پهن‌بند لبه‌فرار لایه مرزی آشفته ایرفویل NACA0012 را با استفاده از مدل هاو [۷] پیش‌بینی کرده‌اند. گوان و همکاران [۱۷] با استفاده از داده‌های تجربی بدست آمده از روش پی.آی.وی^۶ به بررسی اثر شعاع انحنای لبه‌فرار بر میدان سرعت و ساختارهای گردابه‌ای جریان آشفته در لبه فرار صفحه تخت پرداخته‌اند. آن‌ها چنین نتیجه گرفته‌اند که ساختار جریان به شدت متأثر از شعاع انحنای لبه فرار است و هرچه شعاع انحنا بزرگتر باشد، جدایش جریان در فاصله عقب‌تری ایجاد شده که در نهایت بر ضرایب نیروهای آیرودینامیکی متأثر است. زاجامسک و همکاران [۱۸] آلودگی صوتی لبه‌فرار ایرفویل‌های ثابت و چرخان را به‌صورت تجربی اندازه‌گیری و نتایج را با مدل پیش‌بینی آلودگی صوتی بروکس و همکاران مقایسه کرده‌اند. آن‌ها نتیجه گرفته‌اند که مدل بروکس و همکاران [۴] تنها در شرایطی خاص، آلودگی صوتی اندازه‌گیری شده ایرفویل چرخان را درست پیش‌بینی می‌کند. اخیراً افشاری و همکاران [۱۹ و ۲۰] در یک تونل باد آیرودینامیکی با استفاده از میکروفن توانسته‌اند پارامترهای موثر بر آلودگی صوتی لبه‌فرار لایه مرزی آشفته روی صفحه تخت را با دقت مناسب محاسبه

آلودگی صوتی پهن‌بند لبه‌فرار لایه مرزی آشفته یکی از مهم‌ترین مکانیزم‌های تولید آلودگی صوتی ناشی از ایرفویل است که به سبب گستره وسیع محدوده فرکانسی، پیچیدگی‌های بسیاری دارد و لذا مدل‌سازی فیزیک و ساختارهای مرتبط با ایجاد و انتشار آن، از اهمیت بسیار ویژه‌ای در طراحی و ساخت تجهیزات مدرن با حداقل آلودگی صوتی برخوردار است. علت وسیع بودن حوزه فرکانسی آلودگی صوتی لبه‌فرار آشفته، حضور ساختارهای گردابه‌ای^۱ با سایزهای مختلف در لایه مرزی آشفته است [۱، ۲، ۵]. بر مبنای نظریه امیت [۶] و هاو [۷]، هنگامی که اغتشاشات گردابه‌ای موجود در لایه مرزی آشفته از روی لبه‌فرار ایرفویل عبور می‌کنند به شکل امواج صوتی پخش می‌شوند. راجر و همکاران [۱] فرآیند تولید و انتشار آلودگی صوتی لبه‌فرار لایه مرزی آشفته را با توجه به تعادل نیروهای وارد به ساختارهای گردابه‌ای بررسی کرده‌اند. پیش‌بینی آلودگی صوتی لبه فرار لایه مرزی آشفته با استفاده از دو رهیافت فرمول‌بندی بر اساس آنالوژی صوتی لایت‌هیل^۲ [۸] (با توجه به میدان سرعت اطراف لبه‌فرار ایرفویل) و فرمول‌بندی بر اساس روش‌های هیدروآکوستیک خطی^۳ (با توجه به میدان فشار القایی روی سطح ایرفویل) قابل انجام است. مطالعه تحلیلی پاول [۹] از جمله اولین مطالعات انجام شده در زمینه آلودگی صوتی لبه فرار است که به بررسی ارتباط بین آلودگی صوتی ناشی از منابع دوقطبی و چهارقطبی با سرعت جریان پرداخته شده است. نرخ تغییر سطح آلودگی صوتی لبه فرار با سرعت جریان آزاد در مطالعه فینک [۱۰] و فیزیک مکانیزم تولید آلودگی صوتی لبه فرار در مطالعه تجربی یو و تام [۱۱] بررسی شده است. بر مبنای مطالعه [۱۱]، منابع دوقطبی حاصل از برهم‌کنش ساختارهای گردابه‌ای بزرگ با سطح جسم عامل اصلی تولید آلودگی صوتی لبه فرار است. مطالعه تجربی بروکس و هاجسون [۱۲]، از جمله مهم‌ترین مطالعات انجام شده در زمینه اندازه‌گیری نوسانات فشار سطحی با استفاده از ترانسدیوسرهای اندازه‌گیری فشار سطحی است که در آن صحت روش اندازه‌گیری نوسانات فشار سطح و تعیین آلودگی صوتی بر مبنای آن مورد ارزیابی قرار گرفته و اعتبارسنجی شده است. راجر و همکاران [۱] بر مبنای مطالعه تجربی انجام شده در تونل باد

4 Eddy Convection Velocity
5 Spanwise Length Scale of the Surface Pressure Fluctuations
6 Particle Image Velocimetry (PIV)

1 Eddy
2 Lighthill Acoustic Analogy
3 Linearized Hydroacoustic

مدل مرزی لاند و همکاران [۲۸] استفاده شده است. از آنجا که مدل مرزی لاند در نرم‌افزار اوپن‌فوم تعریف نشده، این مدل مرزی بر اساس معادلات ارائه شده توسط لاند و همکاران [۲۸]، ایجاد و در نرم‌افزار اعمال شده است. برای محاسبه پارامترهای چگالی طیف فشار سطح، طول مشخصه نوسانات فشار در راستای دهانه مدل و سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای، داده‌برداری همزمان مقادیر فشار سطح در نقاط مختلف در راستای طولی و عرضی مدل، با استفاده از ابزار کاوشگر^۳ انجام شده است. در نهایت آلودگی صوتی در دوردست با استفاده از مدل تحلیلی امیت-راجر و با توجه به پارامترهای طیفی موثر بر آلودگی صوتی لبه فرار، پیش‌بینی شده است. روش عددی ارائه شده شامل استفاده از رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به همراه مرز ورودی مدل لاند برای حل معادلات جریان و داده‌برداری نوسانات فشار سطح با ابزار کاوشگر در نرم‌افزار اوپن‌فوم، به منظور محاسبه مستقیم پارامترهای موثر بر آلودگی صوتی لبه‌فرار جریان لایه مرزی آشفته و در نهایت پیش‌بینی آلودگی صوتی دوردست، برای اولین بار در این پژوهش ارائه شده است. بعلاوه در این مقاله توانمندی و کاربرد مدل مرز ورودی لاند در کاهش هزینه محاسباتی حل مسائل آیروداکوستیکی با رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، برای نخستین بار مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم و روش حل عددی

معادلات حاکم بر رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به همراه مدل زیرشبکه‌ای اسماکورینسکی دینامیکی^۴ [۲۹]، برای جریان تراکم‌ناپذیر و معادلات مربوط به مدل مرز لاند و همکاران [۲۸]، در این بخش ارائه شده است.

۲-۱- معادلات حاکم بر رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ

معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر به صورت زیر قابل بیان است:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij} + 2\mu S_{ij}) = 0 \quad (2)$$

کنند. هزینه‌های نسبتاً بالا، پیچیدگی‌ها و محدودیت‌های ذاتی موجود در مطالعات تجربی و محدودیت‌های دسترسی به تجهیزات مناسب آکوستیکی، همواره بستری برای استفاده از مدل‌های تحلیلی و مطالعات عددی در پیش‌بینی منابع و سطح آلودگی صوتی دوردست فراهم ساخته است. هیو و همکاران [۲۱] با رهیافت شبیه‌سازی معادلات ناویر استوکس متوسط‌گیری شده به روش رینولدز^۱ جریان روی صفحه تخت را حل کرده و برای پیش‌بینی پارامترهای موثر بر آلودگی صوتی دوردست، مقادیر نوسانات فشار سطح را با حل معادله پوواسون محاسبه کرده‌اند. فرمول‌بندی بر اساس روش‌های هیدروآکوستیک خطی مانند مدل‌های امیت [۶] و هاو [۷] نشان می‌دهد که فرمول‌بندی این مدل‌ها بر مبنای نوسانات فشار سطح بوده و کمیت‌های چگالی طیف فشار سطح^۲، طول مشخصه نوسانات فشار در راستای دهانه مدل و سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای در محدوده لبه‌فرار پارامترهای اصلی و موثر در تعیین آلودگی صوتی دوردست لبه‌فرار هستند. مرور مطالعات گذشته [۲۵-۲۲] نشان می‌دهد که اغلب به‌جای محاسبه مستقیم پارامترهای موثر بر آلودگی صوتی لبه فرار، از مدل‌های نیمه تحلیلی مثل مدل چیس [۲۶] و گودی [۲۷] برای تعیین چگالی طیف فشار سطح و از مدل کروکس [۱۴] برای تعیین کمیت‌های طول مشخصه نوسانات فشار سطح در راستای عرضی و سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای استفاده شده است. باید توجه داشت که استفاده از مدل‌های نیمه‌تحلیلی، اگرچه سبب سادگی و کاهش هزینه پیش‌بینی آلودگی صوتی می‌شود، لیکن توسعه این مدل‌ها بر مبنای فرضیات، مطالعات معدود و شرایط خاص بوده و به همین دلیل در استفاده از این مدل‌های نیمه‌تحلیلی باید با احتیاط برخورد کرد.

در مطالعه عددی حاضر، پارامترهای موثر بر آلودگی صوتی لبه‌فرار لایه مرزی آشفته با استفاده از داده‌های نوسانات فشار سطح، مستقیماً و بدون استفاده از مدل‌های تحلیلی محاسبه شده است. حل عددی معادلات جریان تراکم‌ناپذیر لایه مرزی آشفته صفحه تخت با استفاده از رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در نرم‌افزار اوپن‌فوم انجام شده است. به‌منظور کاهش هزینه محاسباتی و اطمینان از تثبیت لایه مرزی آشفته استاندارد بر روی صفحه تخت، در مرز ورودی از

3 Probe
4 Dynamic Smagorinsky Sub-Grid Model

1 Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulation
2 Power Spectral Density

$$v_{sgs} = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2 \overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}}} = (C_s \Delta)^2 |\overline{S}| \quad (6)$$

در مدل اسماکورینسکی دینامیکی، ضریب ثابت (C_s) طبق رابطه (۷)، به صورت محلی و با استفاده از دو فیلتر شبکه با عرض Δ و فیلتر آزمون با عرض Δ ۲، به دست می آید [۲۹].

$$C_s^2 = \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (7)$$

$$M_{ij} = 2 \overline{\Delta}^2 \left(\left| \overline{S} \right| \overline{S_{ij}} - \alpha^2 \left| \overline{S} \right| \overline{S_{ij}} \right) \quad (8)$$

که $\alpha \approx 2$ است.

۳-۲- مدل مرز ورودی آشفته لاند

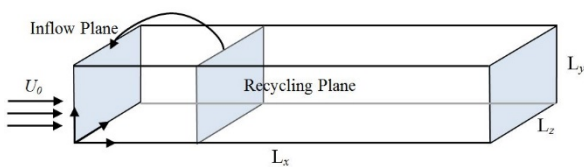
در این مطالعه، به منظور آشفته سازی مرز ورودی و تثبیت لایه مرزی آشفته روی صفحه تخت از مدل مرزی ورودی آشفته لاند استفاده شده است. اساس روش آشفته ساز ورودی که توسط لاند و همکاران [۲۸] ارائه شده، نمونه گیری از پروفیل سرعت جریان در یک مقطع پایین دست مرز ورودی، باز مقیاس آن بر مبنای سرعت اصطکاکی، ضخامت لایه مرزی و ضخامت مومنتوم و در نهایت نگاهت آن به مرز ورودی، مطابق شکل ۱ است.

با توجه به رابطه (۹)، مبنای روش لاند و همکاران [۲۸]، تجزیه بردار سرعت به دو قسمت متوسط و نوسانی است.

$$u'_i(x, y, z, t) = u_i(x, y, z, t) - U_i(x, y) \quad (9)$$

که U_i مولفه متوسط سرعت است و با توجه به قانون دیواره، برای ناحیه داخلی و قانون انحراف، برای ناحیه خارجی لایه مرزی باز مقیاس می شود. u_i و u'_i به ترتیب سرعت لحظه ای و مولفه نوسانی سرعت هستند.

با فرض این که U_{inlt} و U_{recy} به ترتیب، معرف سرعت در صفحه بازنگاشت و صفحه ورودی میدان حل باشند، پروفیل این سرعت ها



شکل ۱: شماتیک مفهومی از مدل مرز ورودی لاند
Fig. 1. Conceptual schematic of Lund inflow generation model

رابطه (۱) معادله بقای جرم و رابطه (۲) معادله مومنتوم است که در این معادلات، (u_i) نشان دهنده بردار سرعت، (p) بیانگر میدان فشار و (S_{ij}) بخش متقارن تانسور نرخ کرنش است [۲۹].

ایده اصلی در حل معادلات جریان با رهیافت شبیه سازی گردابه های بزرگ، کاهش هزینه های محاسباتی با استفاده از فیلتر پایین گذر $G = G(x, \Delta)$ است که Δ طول قطع کننده فیلتر بوده و مقیاس های کوچکتر از این طول در محاسبه متغیر عمومی مثل ϕ در نظر گرفته نمی شود. اگر ϕ' و $\overline{\phi}$ به ترتیب نشان دهنده مقیاس های کوچک و مقیاس های فیلتر شده یا بزرگ یک متغیر عمومی باشند، با همگشت^۳ فیلتر پایین گذر G در معادلات (۱) و (۲)، معادلات فیلتر شده رهیافت شبیه سازی گردابه های بزرگ برای جریان تراکم ناپذیر بدست می آیند:

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u}_i \overline{u}_j) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}^r}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4)$$

عامل اصلی پیچیدگی در حل دستگاه معادلات (۳) و (۴)، ظهور ترم τ_{ij}^r معروف به تانسور تنش های باقیمانده یا زیر شبکه ای است که شامل عبارات مجهول اثر مقیاس های حل نشده زیر شبکه است.

$$\tau_{ij}^r = \overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j \quad (5)$$

یکی از روش های تعیین عبارت τ_{ij}^r ، مدل کردن آن با استفاده از یک لزجت زیر شبکه ای (ν_{sgs}) است.

۲-۲- مدل مقیاس زیر شبکه ای اسماکورینسکی دینامیکی

مدل های لزجت گردابه^۴ مختلفی برای تعیین سهم مقیاس های زیر شبکه ای وجود دارد. مدل اسماکورینسکی دینامیکی یکی از این مدل ها است که لزجت زیر شبکه ای ν_{sgs} با توجه به رابطه (۶) استخراج می شود.

- 1 Low-Pass Filtering
- 2 Cut Off Length
- 3 Convolve
- 4 Eddy-Viscosity

طبق روابط بندات و پیرسول [۳۰]، چنانچه پهنای باند فرکانسی برابر با ۱ Hz در نظر گرفته شود، چگالی طیفی خودکار، $\Phi_{p_i p_i}(\omega)$ ، معادل چگالی طیف توان بوده و تنها دارای اندازه است.

$$\Phi_{p_i p_i}(\omega) = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E [P_i^*(\omega, T) P_i(\omega, T)] \quad (17)$$

از سوی دیگر چگالی طیفی متقابل، $\Phi_{p_i p_j}(\omega)$ ، تابعی مختلط بوده و به صورت رابطه (۱۸) قابل نمایش است.

$$\Phi_{p_i p_j}(\omega) = \left| \Phi_{p_i p_j}(\omega) \right| \exp(i \phi_{p_i p_j}(\omega)) \quad (18)$$

در بیشتر مواقع از مجذور تابع چگالی طیفی متقابل نرمال شده، $\gamma_{i,j}^2(\omega)$ ، به نام تابع همدوسی^۱ استفاده گردیده که با توجه به رابطه (۱۹) بدست می‌آید.

$$\gamma_{i,j}^2(\omega) = \frac{\left| \Phi_{p_i p_j}(\omega) \right|^2}{\Phi_{p_i p_i}(\omega) \Phi_{p_j p_j}(\omega)} \quad (19)$$

طبق رابطه (۲۰)، با استفاده از فاز تابع چگالی طیفی متقابل بین سیگنال فشار دو نقطه در راستای جریان، می‌توان سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای در محدوده لبه فرار را محاسبه نمود [۱۲ و ۱۴].

$$U_c(\omega, \eta_x) = \frac{\omega \eta_x}{\varphi_{p_i p_j}(\omega)} \quad (20)$$

که η_x فاصله بین دو کاوشگر فشار در راستای جریان است. با محاسبه توابع همدوسی $\gamma_{i,j}^2(\omega, \eta_y)$ بین تمامی کاوشگرهای واقع در راستای عرضی مدل که همان راستای z است، به صورت دوبه‌دو، طول مشخصه در راستای عرض مدل با استفاده از رابطه (۲۱) بدست می‌آید [۱۶].

$$l_z(\omega) = \sum_{k=1}^{M-1} \frac{(\gamma_k + \gamma_{k+1})(\eta_{z,k+1} - \eta_{z,k})}{2} \quad (21)$$

که η_z فاصله بین دو کاوشگر فشار در راستای دهانه مدل بوده و M تعداد کل η_z های یکتا است.

۳- بیان مسئله و روش حل عددی

در این مطالعه جریان لایه مرزی آشفته روی یک صفحه تخت با طول $l = 300$ mm و عرض $b = 40$ mm با استفاده از رهیافت

طبق روابط (۱۰) تا (۱۲) بدست می‌آیند.

$$U_{inlt}^{inner} = \gamma U_{recy} (y_{inlt}^+) \quad (10)$$

$$U_{inlt}^{outer} = \gamma U_{recy} (\eta_{inlt}) + (1 - \gamma) U_{\infty} \quad (11)$$

$$\gamma = \left(\frac{u_{\tau, inlt}}{u_{\tau, recy}} \right) \quad (12)$$

y_{inlt}^+ و η_{inlt} به ترتیب مختصه‌های داخلی و خارجی نقاط شبکه در مرز ورودی میدان حل بوده که با درون‌یابی بدست می‌آید. بازمقیاس مولفه عمودی بردار سرعت متوسط روندی مشابه دارد و مولفه سرعت متوسط در راستای عرضی که همان راستای z است، صفر مقداردهی شده و نیاز به بازمقیاس ندارد.

مولفه‌های نوسانی سرعت نیز به روشی مشابه بازمقیاس شده و طبق روابط (۱۳) و (۱۴) در مقطع ورودی بدست آمده و در نهایت پروفیل سرعت در مقطع ورودی بر مبنای مدل لاند و همکاران [۲۸]، طبق معادله (۱۵) بدست می‌آید.

$$(u'_i)_{inlt}^{inner} = \gamma (u'_i)_{recy} (y_{inlt}^+, z, t) \quad (13)$$

$$(u'_i)_{inlt}^{outer} = \tilde{a} (u'_i)_{recy} (\eta_{inlt}, z, t) \quad (14)$$

$$(u_i)_{inlt} = \left[(U_i)_{inlt}^{inner} + (u'_i)_{inlt}^{inner} \right] [1 - W(\eta_{inlt})] + \left[(U_i)_{inlt}^{outer} + (u'_i)_{inlt}^{outer} \right] W(\eta_{inlt}) \quad (15)$$

که $w(\eta)$ تابع وزنی است و با توجه به معادله (۱۶) و ضرایب ثابت $\alpha = 4$ و $\beta = 0.2$ بدست می‌آید.

$$w(\eta) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left[\frac{\alpha(\eta - \beta)}{(1 - 2\beta)\eta_{inlt} + \beta} \right] \right\} \tanh(\alpha) \quad (16)$$

۴-۲- پارامترهای اصلی موثر بر آلودگی صوتی لبه فرار لایه مرزی آشفته

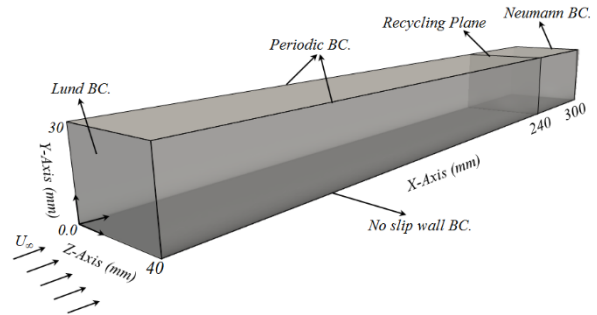
در این بخش روابط مربوط به محاسبه پارامترهای اصلی موثر بر پیش‌بینی آلودگی صوتی لبه فرار لایه مرزی آشفته شامل چگالی طیف فشار سطح، سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای و طول مشخصه نوسانات فشار سطح در راستای عرضی مدل بیان می‌گردد.

و برابر با فشار محیط ($p=0$) و برای سایر مرزها از نوع نیومن ($\partial p / \partial n = 0$) انتخاب شده است.

برای شبکه‌بندی میدان حل از ابزار بلاک‌مش^۲ موجود در نرم‌افزار اوپن‌فوم استفاده شده که این ابزار برای شبکه‌بندی سازمان‌یافته هندسه‌های ساده مناسب است. به منظور مطالعه اثر شبکه بر نتایج شبیه‌سازی، میدان حل با استفاده از سه شبکه درشت با 568632 سلول، شبکه متوسط با 1152576 سلول و شبکه ریز با 3840000 سلول، شبکه‌بندی و نتایج پروفیل سرعت متوسط مطابق شکل ۳ مقایسه شده است. مطابق شکل ۳، با ریز شدن سلول‌های شبکه، دقت پیش‌بینی پروفیل سرعت و انتگرال آن که برای محاسبه ضخامت لایه مرزی و مومنتوم است، دقیق‌تر شده و بنابراین نتایج به نتایج حل عددی مستقیم نزدیک‌تر شده است. در نهایت با توجه به هزینه محاسباتی و تطابق خوب نتایج شبکه ریز با نتایج حل عددی مستقیم [۳۲]، این شبکه به‌عنوان شبکه مناسب انتخاب شده است. بر این مبنای میدان حل با $40 \times 80 \times 40$ سلول شبکه‌بندی شده و دقت پارامترهای شبکه‌بندی $\Delta x^+ = 38$ ، $\Delta y_{wall}^+ < 1$ و $\Delta z^+ = 12$ در محدوده معیارهای ارائه شده برای شبکه‌بندی میدان حل در رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با دقت بالا [۳۳]، بدست آمده است.

داده‌برداری نوسانات فشار ضمن اجرای شبیه‌سازی، با استفاده از ابزار کاوشگر در نرم‌افزار اوپن‌فوم انجام شده است. با توجه به الگوی ارائه شده در مطالعه تجربی افشاری و همکاران [۳۴]، نقاط کاوشگر به صورت آرایه‌ای L شکل بر روی صفحه تخت، در راستای جریان و در راستای دهانه مدل صفحه تخت (محور z) چیده شده است. برای محاسبه سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای در محدوده لبه‌فرار، تعداد ۲۰ کاوشگر در راستای جریان و در موقعیت $x/L = 90\%$ تا $x/L = 95\%$ تعریف شده است. همچنین در موقعیت $x/L = 95\%$ ، تعداد ۴۶ کاوشگر در راستای دهانه صفحه تخت ($b/8 < z < b/2$) تعریف شده که برای محاسبه طول مشخصه در راستای دهانه مدل می‌باشد. طرحواره مدل صفحه تخت و چیدمان L شکل کاوشگرها به صورت شماتیک در شکل ۴، نشان داده شده است.

با استفاده از حلگر پیمپل‌فوم که برای شبیه‌سازی جریان‌های آشغته تراکم‌ناپذیر مناسب می‌باشد و تنظیم حداکثر عدد کورانت در محدوده کوچکتر از ۱، گام زمانی مناسب به‌طور خودکار در الگوریتم



شکل ۲. میدان محاسباتی حل با مدل مرزی لاند به‌همراه سایر شرایط مرزی

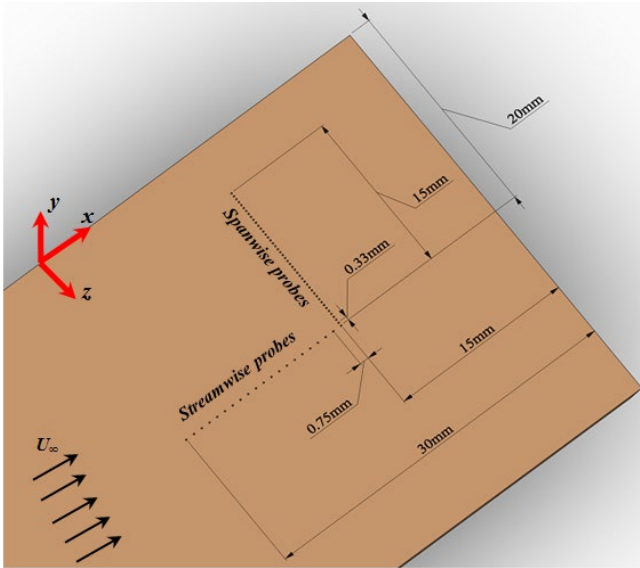
Fig. 2. Computational domain with Lund inflow and other boundary conditions

شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با ضریب محلی اسمانگورینسکی دینامیکی در نرم‌افزار اوپن‌فوم شبیه‌سازی شده است. ارتفاع میدان حل برابر $h = 30$ mm انتخاب شده است. عدد ماخ و عدد رینولدز جریان بر مبنای طول صفحه به ترتیب برابر با 0.06 و 4×10^5 است. نمای شماتیک مدل صفحه تخت در شکل ۲ نشان داده شده است.

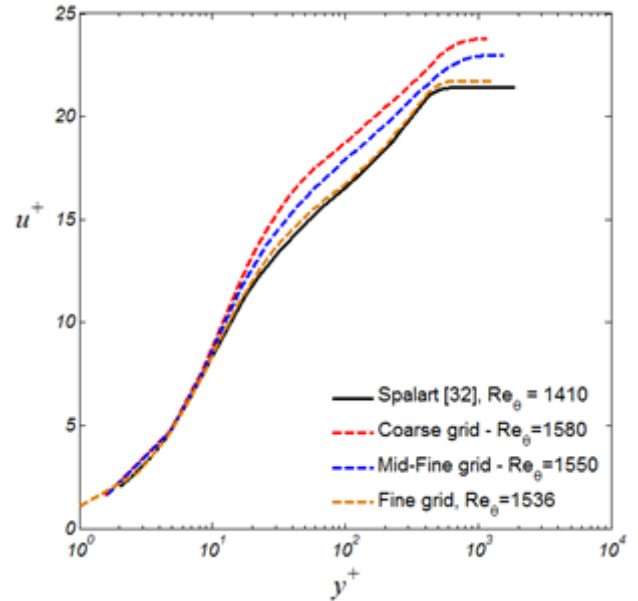
ضخامت لایه مرزی در ورودی میدان حل (δ_0) برابر ۵ میلی‌متر و بر این مبنای ضخامت مومنتوم در مرز ورودی (θ) تقریباً برابر 0.5 میلی‌متر تعیین شده و لذا محدوده عدد رینولدز بر پایه ضخامت مومنتوم (Re_θ) بین 700 تا 1600 در این مطالعه قابل بررسی است. تعیین مقادیر ضخامت لایه مرزی در ورودی میدان حل (δ_0) و ضخامت مومنتوم در مرز ورودی (θ) شامل انتخاب یک مقدار اولیه در یک بازه معقول با توجه به عدد رینولدز است و در فرآیند حل و ضمن الگوریتم بازنگاشت مدل لاند، این مقادیر در هر گام زمانی تصحیح شده و به سمت مقدار واقعی و معقول هدایت خواهد شد. با توجه به شکل ۲، در مرز ورودی از شرط مرزی بازنگاشتی لاند استفاده شده و صفحه بازنگاشت سرعت در موقعیت $\delta_0 = 48$ قرار گرفته تا نوسانات ناشی از فرآیند بازمقیاس مدل لاند بر روند حل حداقل باشد [۳۱]. شرط مرزی سرعت برای مرز فوقانی و خروجی از نوع نیومن^۱ ($\partial u_i / \partial n = 0$) و برای صفحه تخت از نوع دیواره بدون لغزش ($u_i = 0$) انتخاب شده است. به منظور ایجاد شرایط شبیه‌سازی عرض نامحدود برای صفحه تخت، مرزهای طرفین از نوع متناوب انتخاب شده است. شرط مرزی فشار در مرز فوقانی از نوع فشار ثابت

2 BlockMesh

1 Neumann Boundary Condition



شکل ۴: آرایش نقاط کاوشگر روی سطح مدل صفحه تخت
Fig. 4. Probes array over the flat plate surface



شکل ۳: پروفیل سرعت متوسط برای شبکه‌های محاسباتی مختلف و مقایسه با نتایج شبیه‌سازی مستقیم عددی [۳۲]
Fig. 3. Mean velocity profiles for different grid resolutions and comparison with DNS result [32]

مناسی از فیزیک و برهم‌کنش ساختارهای جریان ارائه می‌دهد و به این دلیل در شناسایی رژیم جریان مورد استفاده است.

$$Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij} \Omega_{ij} - S_{ij} S_{ij}) \quad (22)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (23)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (24)$$

Ω_{ij} و S_{ij} به ترتیب بخش نامتقارن و متقارن تانسور نرخ کرنش هستند. سپس نتایج مربوط به پارامترهای طیفی موثر بر آلودگی صوتی لبه فرار شامل چگالی طیف فشار سطح، تغییرات همدوسی عرضی، سرعت جابه‌جایی ساختارهای گردابه‌ای در محدوده لبه فرار، طول مشخصه در راستای عرضی مدل و در نهایت آلودگی صوتی دوردست لبه فرار صفحه تخت ارائه شده است. پردازش نوسانات فشار داده‌برداری شده در راستای جریان و راستای عرضی مدل، در نرم‌افزار

پیمپل‌فوم تعیین شده که $\Delta t = 10^{-5}$ sec است. برای گسسته‌سازی زمانی از روش رو به عقب و برای محاسبه گرادیان‌ها از الگوریتم خطی گاوس استفاده شده است. مقادیر نوسانات فشار و سرعت در هر ۲ گام زمانی، یکبار ذخیره شده و در نتیجه گام زمانی داده‌برداری به صورت بدون بعد $\Delta u_{\infty} / \delta_0 = 0.108$ است. در این مطالعه تعداد ۱۵۰۰۰ داده از نوسانات فشار در هر کاوشگر ذخیره شده، لذا مدت زمان داده‌برداری به صورت بدون بعد $T_s u_{\infty} / \delta_0 = 1200$ در نظر گرفته شده است.

۴- نتایج

در این بخش ابتدا نتایج مربوط به مشخصه‌های میدان سرعت جریان لایه مرزی آشفته اعتبارسنجی شده است. مشخصه‌های میدان سرعت شامل کانتور معیار کیو، مقادیر رشد ضخامت‌های انتگرالی لایه مرزی، ضریب اصطکاک پوسته‌ای و ضریب شکل، پروفیل سرعت متوسط و مولفه‌های نوسانی سرعت و تنش برشی رینولدز است. معیار کیو نامتغیر دوم تانسور گرادیان سرعت است که برای مشاهده ساختارهای همدوس در جریان آشفته استفاده شده و طبق روابط (۲۲)، (۲۳) و (۲۴) به دست می‌آید. کانتور معیار کیو اطلاعات

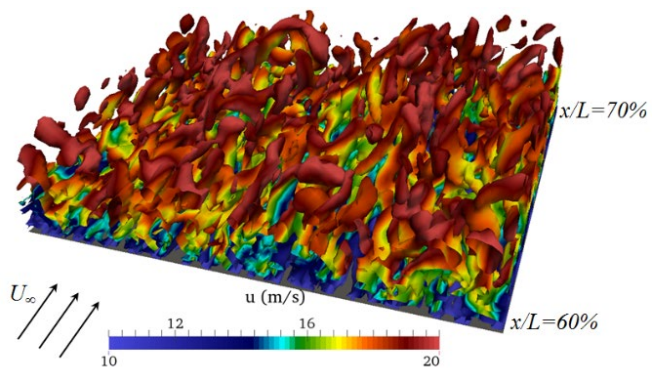
جدول ۱. پارامترهای مختلف لایه مرزی به همراه درصد انحراف ضریب اصطکاک پوسته‌ای
Table 1. Various boundary layer parameters along with deviation of skin friction coefficient

$\Delta c_f / c_f$ خطا (%)	Re_θ $U_0\theta/\nu$	Re_x U_0x/ν	$c_f \times 10^3$ (پیش‌بینی [۳۵])	$c_f \times 10^3$ (شبیه‌سازی)	u_τ (m/s)	$H = \frac{\delta^*}{\theta}$	θ (mm)	δ^* (mm)	δ (mm)	x/c
۳/۲	۱۳۶۷	$2/8 \times 10^5$	۳/۹۵	۴/۰۸	۰/۹۳۶	۱/۴۱۷	۱/۰۳	۱/۴۷	۹/۹	٪۷۰
۲/۷۵	۱۴۵۶	$3/2 \times 10^5$	۳/۸۹	۳/۹۹	۰/۹۲۶	۱/۴۱۶	۱/۱۰	۱/۵۶	۱۰/۴	٪۸۰
۲/۲	۱۵۲۴	$3/6 \times 10^5$	۳/۸۴	۳/۹۳	۰/۹۱۹	۱/۴۱۱	۱/۱۵	۱/۶۳	۱۰/۸۸	٪۹۰
۳/۳	۱۵۳۶	$3/8 \times 10^5$	۳/۸۳	۳/۹۶	۰/۹۲۳	۱/۴۰۸	۱/۱۶	۱/۶۴	۱۰/۹	٪۹۵

است. ساختارهای سنجاق‌سری^۱ و گردابه‌های عصایی و پایه‌ای^۲ شکل نشان‌دهنده برهمکنش ساختارهای رگه‌ای کم سرعت^۳ با ساختارهای گردابه‌ای^۴ و در نهایت توسعه جریان لایه مرزی آشفته است.

پارامترهای مختلف لایه مرزی آشفته شامل ضخامت لایه مرزی δ ، ضخامت جابه‌جایی δ^* ، ضخامت مومنتوم θ ، ضریب شکل H و ضریب اصطکاک پوسته‌ای c_f در موقعیت‌های مختلف صفحه تخت، در جدول ۱ نشان داده شده است. ضخامت لایه مرزی با استفاده از پروفیل سرعت متوسط و با توجه به شرط $u(\delta) = 0.99U_\infty$ تعیین شده و ضخامت‌های جابه‌جایی و مومنتوم با انتگرال‌گیری از پروفیل سرعت متوسط به‌دست آمده است. ضریب شکل از حاصل تقسیم ضخامت جابه‌جایی بر ضخامت مومنتوم محاسبه شده و ضریب اصطکاک پوسته‌ای با توجه به پروفیل سرعت متوسط از رابطه $c_f = 2 \times \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)_{wall} / U_0^2$ تعیین شده است. به منظور بررسی میزان انحراف ضریب اصطکاک پوسته‌ای پیش‌بینی شده در مطالعه حاضر با روابط نیمه تجربی موجود، از رابطه $c_f = 0.025 Re_\theta^{-0.25}$ استفاده شده است [۳۵].

با توجه به جدول ۱، روند منظم رشد لایه مرزی قابل ملاحظه بوده و حداکثر میزان انحراف ضریب اصطکاک پوسته‌ای ۳/۳ درصد (به‌ازای عدد رینولدز بر پایه ضخامت مومنتوم ۱۵۳۶) است که نشان‌دهنده دقت مناسب نتایج شبیه‌سازی است.



شکل ۵. کانتور معیار کیو ($Q=2 \times 10^5$)، رنگ‌آمیزی شده با مقادیر سرعت لحظه‌ای

Fig. 5. Q-criteria contour ($Q=2 \times 10^5$), colored by the streamwise velocity

متلب نسخه ۲۰۱۴ انجام شده است.

۴-۱- مشخصه‌های میدان سرعت

نتایج ارائه شده در این بخش، با میانگین‌گیری زمانی و مکانی به‌دست آمده است. دوره زمانی میانگین‌گیری داده‌ها، T_{10} بوده که T مدت زمانی است که سیال سطح مدل را طی می‌کند. میانگین‌گیری مکانی بر روی صفحات با بردار نرمال در جهت x انجام شده است. برای حذف شرایط گذرای حل و رسیدن به حالت شبه پایا، ابتدا جریان به مدت T_{10} شبیه‌سازی شده و سپس فرآیند داده‌برداری انجام شده است. فرم و روند توسعه ساختارهای همدوس جریان آشفته شده روی مدل صفحه تخت با استفاده از معیار کیو در شکل ۵، نشان داده شده

- 1 Hairpin
- 2 Legs and Cane Vortices
- 3 Low-Speed Streaks
- 4 Vortical Structures

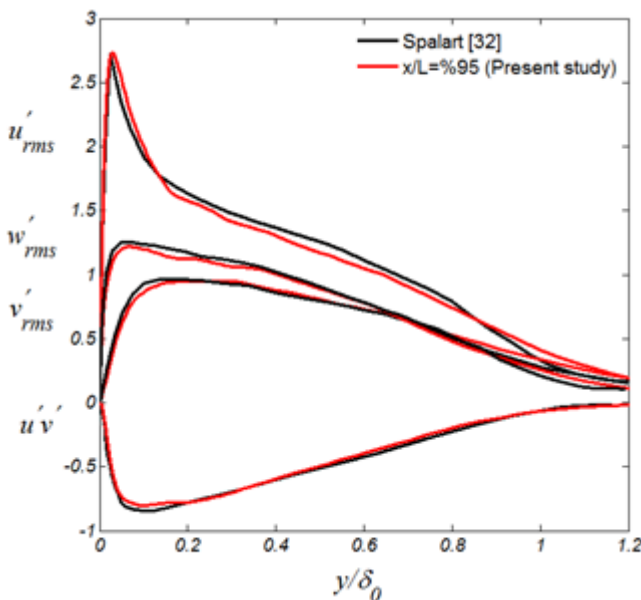
توسعه لایه مرزی آشفته به فرم استاندارد را نشان داده است. ماهیت بازمقیاسی مدل مرز ورودی لاند سبب شده تا پارامترهای میدان سرعت در مرز ورودی به صورت دقیق و کنترل شده اعمال گردد و در نتیجه تثبیت لایه مرزی آشفته با هزینه محاسباتی کمتری قابل دستیابی باشد. این در حالی است که استفاده از روش‌های دیگر که با اعمال نوسانات کنترل نشده و تصادفی در مرز ورودی، فرآیند آشفته‌سازی را شکل می‌دهند ممکن است منجر به نتایج مناسبی نشود و هزینه محاسباتی بالایی را در برداشته باشد.

پروفیل مولفه‌های تانسور تنش رینولدز در مقایسه با نتایج مطالعه عددی اسپالارت [۳۲] در شکل ۷ ارائه شده است. انطباق خوب نتایج مطالعه حاضر با نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم اسپالارت نشان‌دهنده صحت و دقت روش عددی بکار رفته در مطالعه حاضر است. اختلاف جزئی مشاهده شده بین نتایج در محدوده نزدیک دیواره را می‌توان به تفاوت اعداد رینولدز جریان و مشخصه‌های لایه مرزی مرتبط دانست. همچنین سهم مدل‌سازی در رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در مقایسه با رهیافت شبیه‌سازی عددی مستقیم بر این موضوع موثر بوده که در مطالعه عددی لاند و همکاران [۲۸] نیز دیده شده است.

در شکل ۶ پروفیل سرعت متوسط بی‌بعد شده u^+ بر حسب مختصات عمود بر دیواره y^+ ، در موقعیت‌های مختلف صفحه تخت در مقایسه با نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم [۳۲] و رابطه اسپالدینگ [۳۶] (رابطه (۲۵)) ارائه شده که در رابطه اسپالدینگ $\kappa = 0.41$ و $B = 5/2$ است.

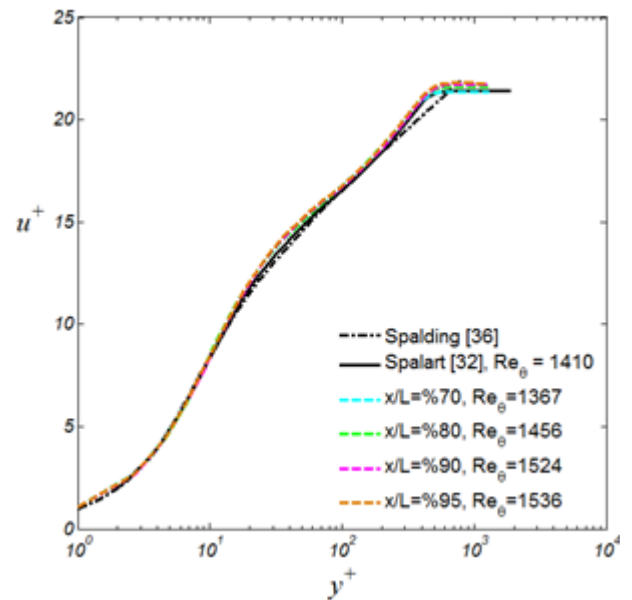
$$y^+ = u^+ + e^{-\kappa B} \left[e^{\kappa u^+} - 1 - \kappa u^+ - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa u^+)^3}{6} \right] \quad (25)$$

با توجه به شکل ۶ پروفیل سرعت متوسط در تمام موقعیت‌ها انطباق خوبی با نتایج حل عددی مستقیم [۳۲] و رابطه اسپالدینگ [۳۶] دارند. همانگونه که انتظار می‌رود، پروفیل سرعت متوسط در زیر لایه لزج از رابطه $u^+ = y^+$ تبعیت کرده و شیب در ناحیه لگاریتمی برابر $1/\kappa$ است. با توجه به فرم استاندارد پروفیل سرعت متوسط که معیاری برای ارزیابی و اعتبارسنجی توسعه لایه مرزی آشفته استاندارد است، می‌توان از تثبیت لایه مرزی آشفته بر روی سطح مدل صفحه تخت اطمینان حاصل نمود. نتایج به‌دست آمده کارایی مدل لاند در



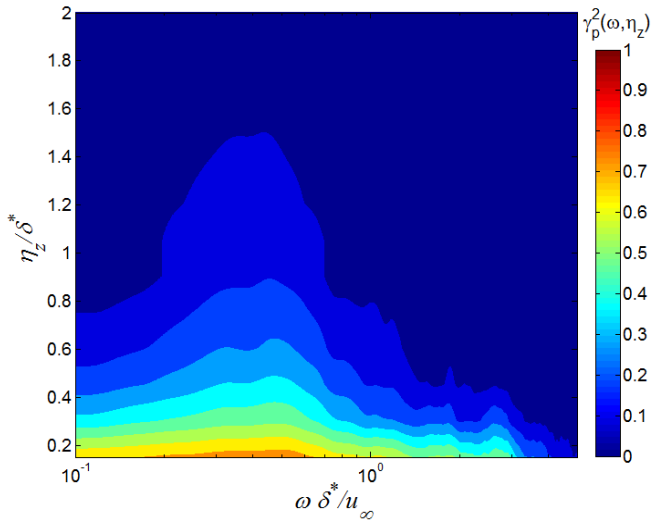
شکل ۷. پروفیل مولفه‌های تانسور تنش رینولدز بر حسب فاصله بی‌بعد از دیواره در موقعیت $x/L = 95\%$ و مقایسه با نتایج اسپالارت [۳۲]

Fig. 7. Velocity fluctuation and shear stress profiles scaled in wall unit at position $x/L = 95\%$ and comparison with the result of Spalart [32]



شکل ۶. پروفیل سرعت متوسط در موقعیت‌های مختلف صفحه تخت و مقایسه با نتایج اسپالارت [۳۲] و رابطه اسپالدینگ [۳۶]

Fig. 6. Mean velocity profiles at different positions over the flat plate and comparison with the result of Spalart [32] and Spalding equation [36]



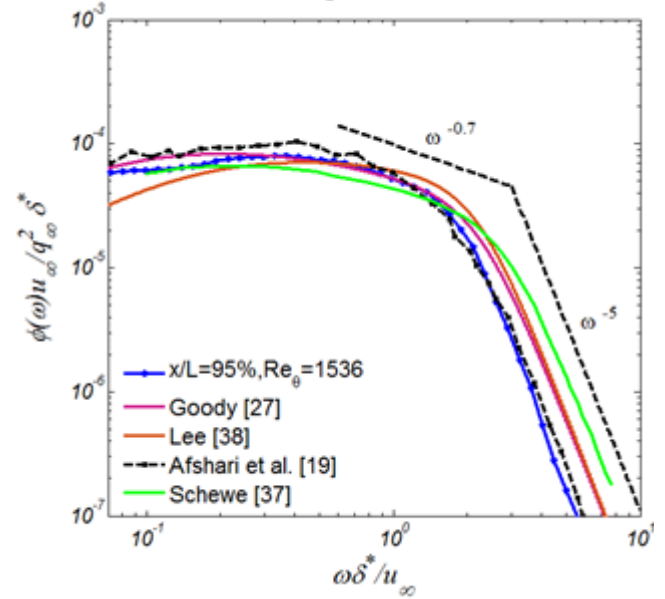
شکل ۹. کانتور تغییرات هم‌دوسی عرضی در موقعیت ($x/L=95\%$) به ازای فواصل مختلف در راستای دهانه مدل

Fig. 9. Lateral coherence variations contour for various spanwise distances at $x/L = 95\%$

و هم‌پوشانی ۵۰ درصد، بر مبنای فشار مرجع $10^{-5} \times 2$ پاسکال انجام گرفته است.

در شکل ۸ به منظور اعتبارسنجی صحت نوسانات فشار داده‌برداری‌شده، نتایج چگالی طیف فشار سطح با نتایج مطالعات تجربی افشاری [۱۹] و اسکویو [۳۷] و مدل‌های نیمه‌تحلیلی گودی [۲۷] و لی [۳۸]، مقایسه شده است. بدین منظور چگالی طیف فشار سطح با استفاده از مقیاس‌های خارجی لایه مرزی شامل سرعت جریان آزاد (u_∞)، فشار دینامیکی جریان آزاد ($q = (\rho/2)u_\infty^2$) و ضخامت جابجایی لایه مرزی (δ^*)، نرمال شده است. چنانچه در شکل مشخص است، نتایج چگالی طیف فشار سطح در کل بازه فرکانسی مورد بررسی، با نتایج تجربی و مدل‌های نیمه‌تحلیلی موجود انطباق مناسبی دارد. همچنین نرخ کاهش طیف فشار سطح در فرکانس‌های میانی متناسب با $\omega^{-1/7}$ و در فرکانس‌های بالا متناسب با ω^{-5} بوده و همخوانی مناسبی با نتایج مطالعات گذشته [۳۹] دارد. بعلاوه ماکزیمم طیف فشار سطح در $\omega\delta^*/u_\infty \approx 0.37$ رخ داده (متناظر با فرکانس ۷۱۰ هرتز) که همخوانی بسیار خوبی با مطالعات گذشته دارد [۴۰]. همچنین طیف فشار سطح در فرکانس‌های پایین بیشتر از فرکانس‌های بالا است و این نشان می‌دهد که سطح انرژی گردابه‌های متناظر با فرکانس‌های پایین بیشتر از سطح انرژی گردابه‌های متناظر با فرکانس‌های بالا است.

در نهایت روند مشاهده شده در شکل ۸ شامل سطح بالای انرژی



شکل ۸. طیف فشار سطح نرمال شده با مقیاس‌های خارجی لایه مرزی آشسته در موقعیت $x/L=95\%$

Fig. 8. Surface pressure spectra normalized with outer variables of turbulence boundary layer at $x/L = 95\%$

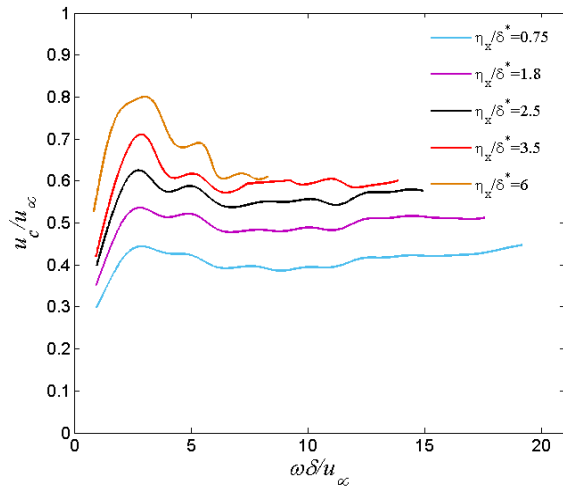
۴-۲-۲- پارامترهای طیفی موثر بر آلودگی صوتی لبه فرار

همانطور که در بخش مقدمه بیان شد با توجه به روابط نیمه‌تحلیلی امیت [۶] و هاو [۷] برای پیش‌بینی آلودگی صوتی دوردست، طیف فشار سطح، طول مشخصه نوسانات فشار سطح در راستای دهانه مدل و سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای در محدوده لبه‌فرار، کمیت‌های مهمی در تعیین آلودگی صوتی دوردست ناشی از لبه‌فرار هستند. در این بخش ابتدا نتایج چگالی طیف فشار سطح در نزدیکی لبه فرار ارائه شده و سپس با استفاده از داده‌های نوسانات فشار ذخیره شده در راستای جریان و دهانه مدل، سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای در محدوده لبه‌فرار و تغییرات هم‌دوسی عرضی مورد ارزیابی قرار گرفته و سپس طول مشخصه در راستای دهانه مدل بدست آمده است.

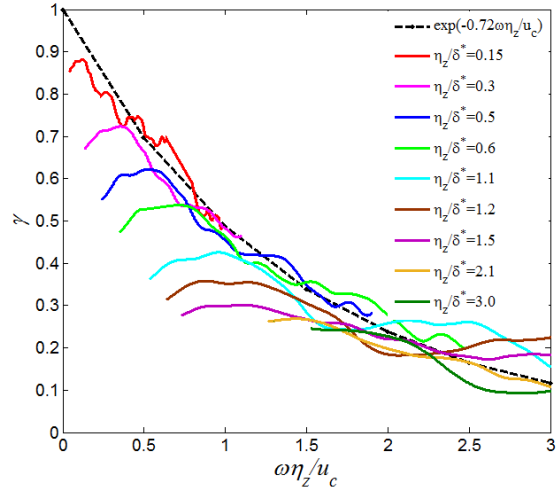
۴-۲-۱- چگالی طیف فشار سطح

برای محاسبه چگالی طیف فشار سطح، نوسانات فشار در محل کاوشگر واقع بر خط نیمه دهانه مدل ($b/2$)، در موقعیت $x/L = 95\%$ ذخیره شده است. آنالیز طیفی داده‌ها با استفاده از تابع چگالی طیف توان ولج^۱ در نرم‌افزار متلب، با تابع پنجره هنینگ^۲

1 Pwelch
2 Hanning Window



شکل ۱۱. تغییرات سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای بر حسب $\dot{u} \ddot{u} / u_\infty$ و فاصله بین کاوشگرهای واقع در راستای جریان
 Fig. 11. Variation of eddy convection velocity with $\dot{u} \ddot{u} / u_\infty$ and with distance between streamwise probes



شکل ۱۰. چگالی طیفی متقابل عرضی نرمال شده در موقعیت (۹۵٪) $x=L$ به ازای فواصل مختلف در راستای دهانه مدل
 Fig. 10. Normalized lateral cross spectra for various spanwise distances at $x/L = 95\%$

عرضی در فرکانس‌های پایین و به دنبال آن انتقال انرژی^۱ با شیب $\omega^{-1/7}$ در فرکانس‌های میانی و افت شدید^۲ با شیب ω^{-5} در فرکانس‌های بالا، بیانگر تثبیت لایه مرزی کاملاً آشفته تحت شرایط گرادیان فشار صفر [۳۹] و همچنین صحت محاسبات و روش عددی به کار رفته در مطالعه حاضر است.

۲-۲-۴- بررسی تغییرات همدوسی عرضی

در این قسمت نحوه تغییرات تابع همدوسی عرضی مورد بررسی قرار گرفته است. تابع همدوسی عرضی (در راستای دهانه مدل) مشخص‌کننده ابعاد فیزیکی ساختارهای گردابه‌ای بوده و از جمله پارامترهای موثر بر آلودگی صوتی لبه فرار است [۱۲]. کانتور تغییرات تابع همدوسی عرضی به ازای فواصل مختلف در راستای دهانه $(\eta_z/\delta^*) \eta_y$ در شکل ۹ نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۹ با افزایش فاصله دو کاوشگر در راستای دهانه مدل $(\eta_z/\delta^*) \eta_y$ ، مقدار همدوسی عرضی کاهش یافته، که بیانگر کاهش اثر ساختارهای توربولانسی واقع در موقعیت یک کاوشگر، بر نوسانات فشار ایجاد شده در موقعیت کاوشگر بعدی است. همچنین به ازاء یک مقدار ثابت η_z/δ^* ، مقدار تابع همدوسی مناسبی دارد.

۲-۲-۳- سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای

با توجه به رابطه (۲۰)، سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای در محدوده لبه‌فرار را می‌توان با استفاده از فاز تابع چگالی طیفی متقابل بین سیگنال نوسانات فشار ذخیره شده در دو نقطه واقع بر راستای جریان محاسبه کرد. در شکل ۱۱ تغییرات نسبت سرعت

۱ Energy-Cascade
 2 Steep Roll-Off

سطح داشته، لذا از سرعت جابجایی بیشتری نسبت به ساختارهای کوچکتر نزدیک به سطح برخوردارند. بنابراین با افزایش فاصله بین کاوشگرها و با توجه به فروپاشی ساختارهای گردابه‌ای کوچک با طول عمر کوتاه‌تر، سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای، بیشتر متاثر از ساختارهای گردابه‌ای بزرگ بوده و در نتیجه سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای افزایش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد که مقدار ماکزیمم سرعت جابجایی محاسبه شده به ازای تمامی فواصل بین کاوشگرها، در فرکانس بدون بعد $\omega\delta^*/u_\infty \approx 2/5$ (فرکانس ۷۱۰ هرتز) رخ داده که منطبق بر فرکانس ماکزیمم همدوسی عرضی است. در نهایت نتایج مشاهده شده همخوانی مناسبی با مطالعات کروکس [۱۴] و افشاری و همکاران [۴۱] دارد.

۴-۲-۴- طول مشخصه در راستای دهانه مدل

طول مشخصه در راستای دهانه مدل با ذخیره‌سازی نوسانات فشار در نقاط واقع در راستای دهانه مدل و با استفاده از رابطه (۲۱) تعیین شده است. شکل ۱۲ نشان‌دهنده نحوه تغییرات طول مشخصه در راستای دهانه مدل بر حسب فرکانس است. با توجه به شکل، طول مشخصه به فرکانس وابسته بوده و ماکزیمم مقدار آن در فرکانس بدون بعد $\omega\delta^*/u_\infty \approx 0.37$ (فرکانس ۷۱۰ هرتز) رخ داده که برابر با فرکانس ماکزیمم چگالی طیف فشار سطح، ماکزیمم سرعت جابجایی گردابه‌ها و ماکزیمم مقدار همدوسی عرضی است. همچنین طول مشخصه در راستای دهانه مدل (و یا به عبارتی ابعاد فیزیکی ساختارهای گردابه‌ای) در فرکانس‌های پایین به مراتب بیشتر از فرکانس‌های بالا است که بیانگر سایز بزرگتر ساختارهای گردابه‌ای با فرکانس پایین است.

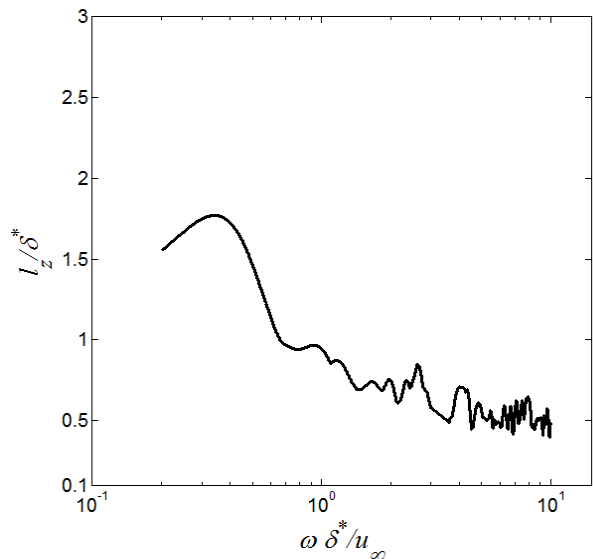
۴-۳- پیش‌بینی آلودگی صوتی دوردست لبه فرار لایه مرزی آشفته صفحه تخت

در این بخش چگالی طیف فشار دوردست طبق مدل تحلیلی راجر و همکاران [۱] با استفاده از پارامترهای موثر بر آلودگی صوتی دوردست که در بخش قبل معرفی و محاسبه شده، از رابطه (۲۶) پیش‌بینی آمده است.

$$S_{pp}(X, Y, Z, \omega) = (\omega LZ / (4\pi c_0 \sigma^2))^2 2b |I|^2 I_z(\omega) \phi_{pp}(\omega) \quad (26)$$

جابجایی ساختارهای گردابه‌ای به سرعت جریان آزاد بر حسب فرکانس بدون بعد $(\omega\delta^*/u_\infty)$ ، به ازای فواصل مختلف کاوشگرها در راستای جریان (η_x) نشان داده شده است. مطابق مطالعه تجربی بروکس [۱۲]، بازه فرکانسی که سیگنال نوسانات فشار، همدوسی قابل ملاحظه‌ای داشته و ساختارهای گردابه‌ای ضمن جابجاشدن بین دو کاوشگر در راستای جریان، تغییرات قابل توجهی نداشته باشند، به‌عنوان محدوده ارائه نمودار سرعت جابجایی انتخاب شده است.

با توجه به شکل ۱۱ سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای با افزایش فاصله بین کاوشگرها (η_x) ، افزایش یافته و بالعکس، محدوده فرکانسی قابل ارائه کاهش یافته است. هنگامی که فواصل بین کاوشگرها زیاد گردد، تنها ساختارهای بزرگتر که فرکانس‌های پایینی دارند از همدوسی طولی قابل توجهی برخوردارند و در نتیجه محدوده فرکانسی قابل ارائه، به بازه فرکانسی این ساختارهای گردابه‌ای محدود شده و کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش فاصله بین کاوشگرها، اندازه سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای افزایش یافته است. دلیل این پدیده به سرعت حرکت مرکز ساختارهای گردابه‌ای مرتبط بوده و با توجه به این‌که مرکز ساختارهای با ابعاد بزرگتر فاصله بیشتری از



شکل ۱۲. طول مشخصه در راستای دهانه مدل به‌صورت تابعی از فرکانس بدون بعد $\omega\delta^*/u_\infty$ در موقعیت $(x/L=95\%)$
Fig. 12. Spanwise length scale as a function of nondimensional frequency $\omega\delta^*/u_\infty$ at $x/L = 95\%$

مشخصه‌های لایه مرزی آشفته و طول مشخصه ساختارهای جریان مرتبط است. با توجه به استفاده از تریپ در آشفته‌سازی جریان در مطالعه تجربی [۱ و ۲۰]، طول مشخصه ساختارهای جریان لایه مرزی در حدود ۳/۵ برابر طول مشخصه محاسبه شده در مطالعه عددی حاضر بوده و عامل اختلاف اندازه طیف فشار دور دست در ناحیه فرکانس پایین است. در ناحیه فرکانس بالا روش متداول استفاده از تصحیحات کروکس در تعیین طیف فشار سطح و طول مشخصه نوسانات فشار سطح در مطالعات تجربی، سبب شده تا نتایج دارای اختلاف اندکی در اندازه طیف فشار سطح باشد. بنابراین وجود چنین اختلافی در اندازه طیف فشار دور دست را می‌توان به مواردی همچون ابعاد و مشخصات فیزیکی مدل، شدت آشفتگی جریان، تصحیحات عددی اعمال شده در محاسبه نتایج و غیره مرتبط دانست.

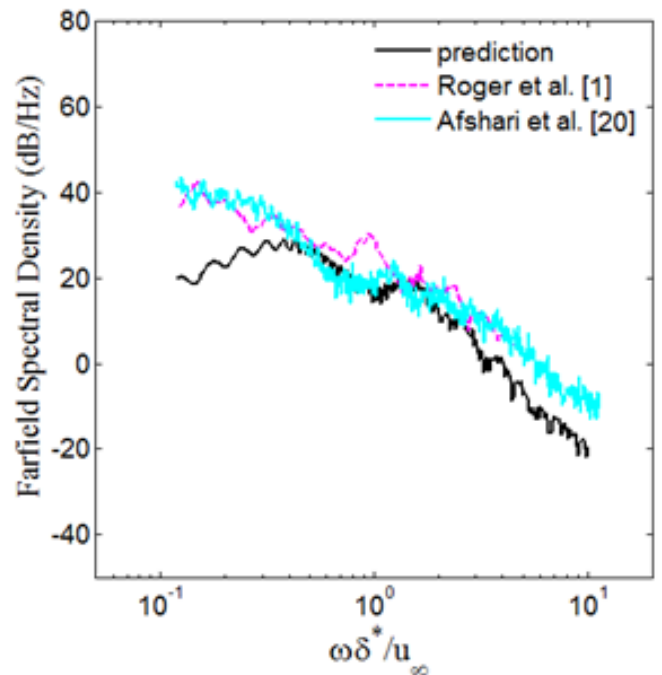
۵- نتیجه‌گیری

در مطالعه عددی حاضر، پارامترهای تعیین‌کننده آلودگی صوتی لبه‌فرار لایه مرزی آشفته، بدون استفاده از مدل‌های نیمه‌تحلیلی و مستقیماً با استفاده از داده‌های نوسانات فشار سطح، پیش‌بینی شده است. بر مبنای مطالعات مختلف، طیف فشار سطح، طول مشخصه نوسانات فشار در راستای دهانه مدل و سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای در محدوده لبه‌فرار، مهمترین پارامترهای موثر در تعیین آلودگی صوتی دور دست ناشی از لبه فرار لایه مرزی آشفته است. برای محاسبه چگالی طیف فشار سطح، طول مشخصه نوسانات فشار در راستای دهانه مدل و سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای، داده‌برداری همزمان مقادیر فشار سطح در نقاط مختلف در راستای طولی و عرضی مدل، با استفاده از ابزار کاوشگر در نرم‌افزار اوپن‌فوم انجام شده است. شبیه‌سازی جریان تراکم‌ناپذیر لایه مرزی آشفته روی صفحه تخت با استفاده از رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با ضریب محلی اسمانگورینسکی دینامیکی و مدل مرز ورودی لاند انجام شده است.

نتایج نشان داد که استفاده از مدل مرز ورودی لاند در شبیه‌سازی جریان با رهیافت شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، سبب توسعه لایه مرزی آشفته استاندارد روی صفحه تخت شده به نحوی که حداکثر اختلاف در نتایج ضریب اصطکاک پوسته‌ای بدست آمده از روش حاضر در مقایسه با روابط نیمه تحلیلی برابر ۳/۳ درصد است.

که $S_{pp}(X, Y, Z, \omega)$ طیف آلودگی صوتی در دور دست، $\phi_{pp}(\omega)$ و $l_z(\omega)$ به ترتیب چگالی طیف فشار سطح در موقعیت $x/L=95\%$ و طول مشخصه در راستای دهانه مدل صفحه تخت بوده و سایر پارامترها و نحوه محاسبه آن‌ها در مرجع [۲۰] ارائه شده است. در شکل ۱۳ طیف فشار دور دست پیش‌بینی شده با مدل تحلیلی راجر و همکاران [۱] در فاصله عمودی $Z=58.5$ mm از لبه فرار صفحه تخت در مقایسه با نتایج مطالعات تجربی [۱ و ۲۰] نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۱۳ روند تغییرات طیف فشار دور دست در مقایسه با مطالعات تجربی [۱ و ۲۰] به طور مناسبی پیش‌بینی شده و ماکزیم مقدار آن در فرکانس بدون بعد $\omega\delta^*/u_\infty \approx 0.37$ (فرکانس ۷۱۰ هرتز) رخ داده که برابر با فرکانس ماکزیم چگالی طیف فشار سطح، ماکزیم سرعت جابجایی گردابه‌ها و طول مشخصه در راستای دهانه مدل است. اختلاف دیده شده در اندازه طیف فشار به اختلاف اندازه



شکل ۱۳. طیف آلودگی صوتی دور دست پیش‌بینی شده با مدل تحلیلی راجر و همکاران [۱] در فاصله عمودی $Z=58.5$ mm از لبه فرار صفحه تخت در مقایسه با نتایج مطالعات تجربی [۱ و ۲۰] به صورت تابعی از فرکانس بدون بعد $\omega\delta^*/u_\infty$

Fig. 13. Far-field pressure spectral density predicted by analytical Roger et.al. [1] model in comparison with experimental results [1, 20] as a function of nondimensional frequency $\omega\delta^*/u_\infty$ at $Z=58.5$ mm

همچنین تکنیک عددی ارائه شده علاوه بر کاهش هزینه محاسباتی، از توانمندی مناسبی در پیش‌بینی مستقیم پارامترهای طیفی موثر بر آلودگی صوتی لبه فرار برخوردار است. همچنین بررسی پارامترهای طیفی موثر بر آلودگی صوتی لبه فرار لایه مرزی آشفته نشان داد که پیش‌بینی و محاسبه مستقیم این پارامترها، علاوه بر استفاده در مدل‌های پیش‌بینی آلودگی صوتی دوردست، اطلاعات دقیق و مناسبی از فیزیک، ابعاد و طول عمر ساختارهای گردابه‌ای جریان لایه مرزی آشفته، فراهم می‌کند. با توجه به نتایج، بیشترین مقدار پارامترهای طیفی مورد بررسی، در فرکانس بدون بعد $\omega \delta^* / u_\infty \approx 0.37$ (فرکانس ۷۱۰ هرتز) رخ داده است. همچنین مشخصه اصلی نمودار چگالی طیف فشار شامل شیب $\omega^{-1.7}$ در محدوده فرکانس میانی و ω^{-5} در فرکانس‌های بالا به‌درستی پیش‌بینی شده است. روش معرفی شده در این مقاله برای پیش‌بینی و محاسبه مستقیم پارامترهای موثر بر آلودگی صوتی دوردست در تمام مسائل آکوستیکی قابل کاربرد بوده، درحالی‌که فرضیات و شرایط اعمال شده در توسعه مدل‌های نیمه‌تحلیلی امکان استفاده از این مدل‌ها را در برخی مسائل آکوستیکی محدود ساخته است.

در نهایت، داده‌برداری نوسانات فشار سطح ضمن حل عددی با روش‌های مناسب و هزینه محاسباتی معقول و پیش‌بینی مستقیم و محاسبه پارامترهای مهمی همچون طول مشخصه در راستای دهانه مدل و سرعت جابجایی ساختارهای گردابه‌ای، می‌تواند بستری مناسب جهت شروع و یا تسریع مطالعات آیروآکوستیک عددی در کشور فراهم نماید.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

b	طول دهانه مدل، m
c_f	ضریب اصطکاک پوسته‌ای
f	فرکانس، Hz
H	ضریب شکل
L	طول وتر، m
L_z	طول مشخصه در راستای دهانه مدل، m
$p(t)$	نوسانات فشار در حوزه زمان، N/m^2
$P(\omega)$	نوسانات فشار در حوزه فرکانس، N/m^2

q_∞	فشار دینامیکی جریان آزاد، N/m^2
Re_x	عدد رینولدز بر پایه x
Re_θ	عدد رینولدز بر پایه θ
T	مدت زمان لازم برای عبور سیال از روی مدل، sec
u_c	سرعت جابجایی ادی ها، m/s
U_∞	سرعت جریان آزاد، m/s
u_r	سرعت اصطکاک، m/s
u	سرعت در راستای جریان، m/s
x	فاصله در راستای جریان از لبه حمله، m
y	فاصله در راستای عمودی از سطح مدل، m
y^+	فاصله عمودی نرمال شده با مقیاس دیوار v/u_τ
z	فاصله در راستای دهانه مدل، m

علائم یونانی

$\gamma_{i,j}(\omega)$	چگالی طیفی متقابل نرمال شده بین دو کاوشگر i و j
$\gamma_{i,j}^2(\omega)$	تابع هم‌دوسی بین دو کاوشگر i و j
δ	ضخامت لایه مرزی، m
δ^*	ضخامت اندازه حرکت لایه مرزی، m
η	فاصله بین دو کاوشگر i و j ، m
θ	ضخامت مومنتوم لایه مرزی، m
ν	ویسکوزیته سینماتیکی، m^2/s
τ_w	تنش برشی دیوار، N/m^2
$\varphi_{p_i,p_j}(\omega)$	فاز چگالی طیفی متقابل نوسانات فشار بین دو کاوشگر i و j ، rad
$\phi_{p_i,p_i}(\omega)$	چگالی طیفی خودکار نوسانات فشار کاوشگر i ، N^2/m^4Hz
$\phi_{p_i,p_j}(\omega)$	چگالی طیفی متقابل نوسانات فشار بین دو کاوشگر i و j ، N^2/m^4Hz
ρ	چگالی، kg/m^3
ω	فرکانس زاویه ای، rad Hz

زیرنویس

$inlt$	صفحه ورودی
$recy$	صفحه بازنگاشت
sgs	مقیاس زیرشبکه

(1978) 1046-1052.

- [12] T.F. Brooks, T. Hodgson, Trailing edge noise prediction from measured surface pressures, *Journal of sound and vibration*, 78(1) (1981) 69-117.
- [13] S. Moreau, M. Roger, Effect of airfoil aerodynamic loading on trailing edge noise sources, *AIAA journal*, 43(1) (2005) 41-52.
- [14] G. Corcos, Resolution of pressure in turbulence, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 35(2) (1963) 192-199.
- [15] Y. Rozenberg, M. Roger, S. Moreau, Rotating blade trailing-edge noise: Experimental validation of analytical model, *AIAA journal*, 48(5) (2010) 951-962.
- [16] A. Herrig, M. Kamruzzaman, W. Würz, S. Wagner, Broadband airfoil trailing-edge noise prediction from measured surface pressures and spanwise length scales, *International Journal of Aeroacoustics*, 12(1-2) (2013) 53-82.
- [17] Y. Guan, S. Pröbsting, D. Stephens, A. Gupta, S.C. Morris, On the wake flow of asymmetrically beveled trailing edges, *Experiments in Fluids*, 57(5) (2016) 78.
- [18] B. Zajamsek, C.J. Doolan, D.J. Moreau, J. Fischer, Z. Prime, Experimental investigation of trailing edge noise from stationary and rotating airfoils, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 141(5) (2017) 3291-3301.
- [19] A. Afshari, A. Dehghan, V. Kalantar, M. Farmani, Experimental investigation of surface pressure spectra beneath turbulent boundary layer over a flat plate with microphone, *Modares Journal of Mechanical Engineering*, 17(1) (2017) 263-272 (In Persian).
- [20] A. Afshari, A.A. Dehghan, M. Farmani, Experimental investigation of trailing edge noise by measuring unsteady surface pressures, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, (2017) (In Persian).
- [21] N. Hu, N. Reiche, R. Ewert, Simulation of turbulent boundary layer wall pressure fluctuations via Poisson equation and synthetic turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, 826 (2017) 421-454.
- [22] D.J. Moreau, L.A. Brooks, C.J. Doolan, Broadband trailing edge noise from a sharp-edged strut, *The Journal of the*

بالانویس

ناحیه داخلی لایه مرزی *Inner*
 ناحیه خارجی لایه مرزی *Outer*

منابع و مراجع

- [1] M. Roger, S. Moreau, M. Wang, An analytical model for predicting airfoil self-noise using wall-pressure statistics, in: *Annual Research Brief, Center for Turbulence Research, Stanford University*, 2002, pp. 405-414.
- [2] W.K. Blake, *Mechanics of flow-induced sound and vibration, Volume 2: Complex flow-structure interactions*, Academic press, 2012.
- [3] S. Oerlemans, P. Sijtsma, B.M. López, Location and quantification of noise sources on a wind turbine, *Journal of sound and vibration*, 299(4-5) (2007) 869-883.
- [4] T.F. Brooks, D.S. Pope, M.A. Marcolini, *Airfoil self-noise and prediction*, National Aeronautics and Space Administration, Office of Management, Scientific and Technical Information Division, 1989.
- [5] S. Oerlemans, M. Fisher, T. Maeder, K. Kögler, Reduction of wind turbine noise using optimized airfoils and trailing-edge serrations, *AIAA journal*, 47(6) (2009) 1470-1481.
- [6] R.K. Amiet, Noise due to turbulent flow past a trailing edge, *Journal of sound and vibration*, 47(3) (1976) 387-393.
- [7] M.S. Howe, A review of the theory of trailing edge noise, *Journal of sound and vibration*, 61(3) (1978) 437-465.
- [8] M.J. Lighthill, On sound generated aerodynamically I. General theory, in: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 1952, pp. 564-587.
- [9] A. Powell, On the aerodynamic noise of a rigid flat plate moving at zero incidence, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 31(12) (1959) 1649-1653.
- [10] M.V.M. Fink, Experimental evaluation of theories for trailing edge and incidence fluctuation noise, *AIAA Journal*, 13(11) (1975) 1472-1477.
- [11] J. Yu, C. W. Tam, Experimental investigation of the trailing edge noise mechanism, *AIAA Journal*, 16(10)

- 1) (1988) 61.
- [33] C. Wagner, T. Hüttl, P. Sagaut, Large-eddy simulation for acoustics, Cambridge University Press, 2007.
- [34] A. Afshari, M. Azarpeyvand, A. Dehghan, M. Szöke, Three-dimensional surface treatments for trailing edge noise reduction, in: 23rd International Congress on Sound and Vibration, Athens, Greece, 2016, pp. 3974-3981.
- [35] A. Smits, N. Matheson, P. Joubert, Low-Reynolds-number turbulent boundary layers in zero and favourable pressure gradients, *Journal of Ship Research*, 27(3) (1983) 147-157.
- [36] D.B. Spalding, A Single Formula for the "Law of the Wall", *Journal of Applied Mechanics*, 28(3) (1961) 455.
- [37] G. Schewe, On the structure and resolution of wall-pressure fluctuations associated with turbulent boundary-layer flow, *Journal of Fluid Mechanics*, 134 (1983) 311-328.
- [38] S. Lee, A. Villaescusa, Comparison and Assessment of Recent Empirical Models for Turbulent Boundary Layer Wall Pressure Spectrum, in: 23rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2017, pp. 3688.
- [39] Y.F. Hwang, W.K. Bonness, S.A. Hambric, Comparison of semi-empirical models for turbulent boundary layer wall pressure spectra, *Journal of Sound and Vibration*, 319(1-2) (2009) 199-217.
- [40] S. Pröbsting, F. Scarano, M. Bernardini, S. Pirozzoli, On the estimation of wall pressure coherence using time-resolved tomographic PIV, *Experiments in fluids*, 54(7) (2013) 1567.
- [41] A. Afshari, M. Azarpeyvand, A.A. Dehghan, M. Szöke, R. Maryami, Trailing-edge flow manipulation using streamwise finlets, *Journal of Fluid Mechanics*, 870 (2019) 617-650.
- Acoustical Society of America, 129(5) (2011) 2820-2829.
- [23] M. Kamruzzaman, D. Bekiropoulos, A. Wolf, T. Lutz, E. Kraemer, Rnoise: A RANS based airfoil trailing-edge noise prediction model, in: 20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2014, pp. 3305.
- [24] Y.C. Kucukosman, J. Christophe, C.F. Schram, RANS-based trailing-edge noise prediction using Amiets theory: accuracy and mesh sensitivity of semi-empirical and integral wall pressure models, in: 2018 AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2018, pp. 3793.
- [25] Y. Shi, S. Lee, Numerical Study of 2-D Finlets Using RANS CFD for Trailing Edge Noise Reduction, in: 2018 AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2018, pp. 2812.
- [26] D. Chase, The character of the turbulent wall pressure spectrum at subconvective wavenumbers and a suggested comprehensive model, *Journal of Sound and Vibration*, 112(1) (1987) 125-147.
- [27] M. Goody, Empirical spectral model of surface pressure fluctuations, *AIAA journal*, 42(9) (2004) 1788-1794.
- [28] T.S. Lund, X. Wu, K.D. Squires, Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations, *Journal of computational physics*, 140(2) (1998) 233-258.
- [29] D.K. Lilly, A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 4(3) (1992) 633-635.
- [30] J.S. Bendat, A.G. Piersol, Random data: analysis and measurement procedures, John Wiley & Sons, 2011.
- [31] M.P. Simens, J. Jiménez, S. Hoyas, Y. Mizuno, A high-resolution code for turbulent boundary layers, *Journal of Computational Physics*, 228(11) (2009) 4218-4231.
- [32] P.R. Spalart, Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $R\theta = 1410$, *Journal of Fluid Mechanics*, 187(-

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Farmani, A.A. Dehghan, A. Afshari, Numerical Analysis of Parameters Affecting Turbulent Boundary Layer Trailing-Edge Noise, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(Special Issue 1) (2021) 437-452.

DOI: 10.22060/mej.2019.16660.6416

