



کنترل پرواز هواپیمای ناپایدار بر اساس نابرابری ماتریسی خطی با احتساب قيود کنترلی و اشباع

محمد نوابی*، حامد غفاری

دانشکده مهندسی فناوری های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۰۳

بازنگری: ۱۳۹۸/۰۹/۱۵

پذیرش: ۱۳۹۸/۰۹/۱۸

ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹

کلمات کلیدی:

قيود کنترلی و اشباع

نابرابری ماتریسی خطی

هواپیما

زمان بندی بهره ها

کنترل کننده ضد جمع شونده

خلاصه: در این مقاله از محدودیت در ظرفیت عملگرها به عنوان نقش کلیدی در طراحی سیستم کنترل پرواز هواپیما استفاده شده است. به منظور تضمین عملکرد و پایداری سیستم های کنترل پرواز در حضور اشباع، در ناحیه پرواز در زوایای حمله بالا، توسعه روش نابرابری ماتریسی خطی، روش های بهینه سازی و روش های حل عددی مطرح می شود. همچنین در این مقاله، تلفیق دو روش ضد جمع شونده و روش مستقیم اشباع، در مساله ردیابی زاویه مسیر پرواز بحث شده است. برای این هدف، مدل غیرخطی هواپیمای مورد بررسی مدل سازی و شبیه سازی شده و مدل خطی در نقاط شرایط کاری تریم بدست آمده است. سپس کنترل کننده نامی برای مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز بدون در نظر گرفتن اشباع طراحی شده است. در ادامه با در نظر گرفتن ماکزیمم اغتشاش وارده بر مانور هواپیما، کنترل کننده امن که تضمین عملکرد و پایداری را داشته باشد طراحی شده و روش زمان بندی بهره ها برای جلوگیری از محافظه کاری در استفاده از کنترل کننده ها اعمال می شود. نتایج برای مدل غیرخطی و خطی هواپیمای مورد بررسی در ردیابی زاویه مسیر پرواز در زوایای حمله بالا با احتساب قيود کنترلی و اشباع در حالت شرایط کاری ناپایدار ارائه می شود. نتایج شبیه سازی بیانگر بهبود روش کنترلی فوق برای هواپیمای ناپایدار می باشد.

۱- مقدمه

با تضمین عملکرد بالا فراهم شد که نیازمند شبیه سازی و تست هایی با هزینه بالا برای تضمین پایداری و عملکرد بودند. بسیاری از این روش ها بر اساس سیگنال فرمان کنترلی بودند که برای سیستم های کنترلی گسسته با زمان کاربرد داشتند [۲]. گروه دیگر که بیشتر برای موارد پیوسته زمان کاربرد داشت و به طور قطعی در تضمین عملکرد و پایداری اثر دارد، روش نابرابری ماتریسی خطی است [۳]. در سال های اخیر، روش های نابرابری ماتریسی خطی^۱، روش های بهینه سازی و روش های حل عددی و تلفیق کنترل کننده هایی با مساله اشباع، باعث به وجود آمدن تضمین عملکرد و پایداری بهتری شده است. روش های مواجهه با اشباع به دو دسته تقسیم بندی می شود. دسته اول که ضد جمع شونده^۲ نامیده می شود، که این روش معمولاً به

اشباع^۱ یکی از مسائل مهم در طراحی سیستم های کنترل پرواز، به خصوص در پرواز در زوایای حمله بالا است. از کاربردهای پرواز در زوایای حمله بالا می توان در کاهش مسافت فرود، جلوگیری از برخورد با موانع هنگام تعقیب عوارض زمینی و مانور فرار نام برد. بدیهی است که ویژگی های فوق با اشباع عملگر به خطر خواهند افتاد. علاوه بر این، به نحو شدیدتر اعمال سطح هایی از اغتشاشات به همراه اشباع منجر به حوادث فاجعه باری می شود. از حوادث هوایی مختلف مرتبط با اشباع در عملگر سطوح کنترلی در مرجع [۱] اشاره شده است. برای جلوگیری از حوادث فاجعه بار و حل این مشکل از اواسط دهه ۱۹۹۰ میلادی بسیاری از راه حل ها، برای حل مسائل جمع شونده

1 Saturation

* نویسنده عهده دار مکاتبات: m_navabi@sbu.ac.ir

2 Linear Matrix Inequality (LMI)

3 Anti-Windup



اشباع برای هر مانور در نظر گرفته شده، سپس برای ماکزیمم مقدار اغتشاش وارده، بهره‌های کنترل‌کننده زمان‌بندی شده با استفاده از روش نابرابری ماتریسی خطی بر کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی برای تضمین عملکرد و پایداری مدل خطی و غیرخطی اعمال می‌شود. این مقاله اولین کار تحقیقاتی داخلی در استفاده از روش زمان‌بندی بهره‌ها و تلفیق آن با روش‌های ضدجمع‌شوندگی در حضور محدودیت عملکرد برای مدل‌های ناپایدار خطی و غیرخطی هواپیما می‌باشد. برای یک مثال عددی هواپیما، شبیه‌سازی انجام شده و نتایج بیانگر تاثیر روش کنترلی جدید فوق در اعمال به مدل‌های ناپایدار در رفتار دینامیک طولی هواپیما در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز می‌باشد. در بخش دوم مقاله به مدل‌سازی و طراحی کنترل‌کننده بر پایه نابرابری ماتریسی خطی با احتساب قیود نابرابری ماتریسی خطی پرداخته می‌شود. در بخش سوم به طراحی کنترل‌کننده زمان‌بندی شده و در نهایت در بخش چهارم به بازنویسی کنترل‌کننده طراحی شده بر اساس ردیابی زاویه مسیر پرواز پرداخته می‌شود.

۲- مدل‌سازی و طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر نابرابری ماتریسی خطی

یکی از مهم‌ترین و خطرناک‌ترین عوامل غیرخطی‌ساز هر سیستمی به عملگرها مرتبط است، تحقیقات مختلفی برای نشان دادن مشکلات ناشی از آن ارائه شده است. عدم لحاظ کردن این عامل می‌تواند به‌طور محسوسی باعث کاهش عملکرد سیستم یا در بدترین حالت باعث ناپایدار شدن سیستم حتی برای سیستم حلقه باز پایدار، شود. اشباع معمولاً در مسائل واقعی اتفاق می‌افتد، زیرا عملگرها دارای یک ظرفیت محدود ذاتی هستند، بنابراین همیشه اقدامی که از عملگرها خواسته می‌شود، نمی‌تواند انجام دهند. به عبارت دیگر، اشباع عملگر به معنی این است که، بین دستور ورودی به عملگر و خروجی اختلافی وجود دارد، که هنگامی که عملگر به ظرفیت حد مجاز خود می‌رسد، اتفاق می‌افتد، که این رسیدن ظرفیت به حد نصاب باعث ناپایداری می‌شود [۴ و ۱۰].

سیستم حلقه باز معادله (۱) در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + B_1\omega + B_2u \\ z = Cx + D_1\omega + D_2u \end{cases} \quad (1)$$

کنترل‌کننده اضافه می‌شود و در طراحی آن اشباع در نظر گرفته نمی‌شود. هنگامی که کنترل‌کننده نامی اشباع می‌شود، بلوک ضدجمع‌شوندگی^۲ وارد حلقه کنترلی شده و باعث پایداری سیستم خواهد شد. دسته دوم با نام روش مستقیم^۱ شناخته می‌شود، که از همان ابتدای طراحی، اشباع در طراحی کنترل‌کننده در نظر گرفته می‌شود. در این روش فرض می‌شود که اطلاعات در مورد بدترین شرایط پرواز در دسترس است، و با در نظر گرفتن این اطلاعات و محدودیت عملکرد، این روش‌ها به کنترل‌کننده‌ای که هرگز اشباع نمی‌شود یا اگر اشباع شود، مقدار حداکثر فرمان ورودی محدود شده و سیستم همچنان پایدار و تحت کنترل است را منتهی می‌شود. برای طراحان سیستم کنترل پرواز، در بین این دو، روش اول به دلیل قابلیت استفاده از کنترل‌کننده‌های سنتی دارای عملکرد بالا، جذابیت زیادی دارد [۴ و ۵].

روشی که در مراجع [۸-۶] پیشنهاد شده است بر مبنای ترکیب دو روش اساسی ذکر شده، یعنی، ترکیب روش ضدجمع‌شوندگی^۲ و روش مستقیم است که قابلیت اعمال به سیستم‌های ناپایدار را دارد، است. در کنار کاربرد در سیستم‌های ناپایدار، روش فوق قابلیت استفاده به‌صورت ترکیبی در زمان‌بندی استفاده از کنترل‌کننده برای کاهش محافظه‌کاری در ناحیه طراحی در محدوده اشباع را به همراه دارد. استفاده از روش نابرابری ماتریسی خطی در بدست آوردن ضرایب کنترل‌کننده تناسبی انتگرالی مشتقی^۲ در کنترل زاویه پیچ هواپیما در مرجع [۹] برای مدل خطی پیشنهاد شده است که به مدل غیرخطی و پاسخ حالت‌های دیگر طولی هواپیما در حضور زمان‌بندی بهره‌ها و قیود کنترلی و اشباع پرداخته نشده است. کنترل‌کننده استفاده شده در این مقاله از نوع دینامیکی می‌باشد. به این معنی که با زمان در حال تغییر می‌باشد. علاوه بر این قیود کنترلی که در نظر گرفته شده است بر اساس سه قید عملکرد، قید و تنظیم ناوردائی می‌باشد که اولین کار تحقیقاتی بر اساس این قیود در حضور کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی دینامیکی می‌باشد.

در این مقاله به بررسی رفتار هواپیمای ناپایدار در ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی با بهره‌زمان‌بندی شده بر اساس اغتشاش وارده، پرداخته می‌شود. برای این منظور، کنترل‌کننده نامی در ابتدا بدون در نظر گرفتن محدوده

1 Direct Approach

2 PID

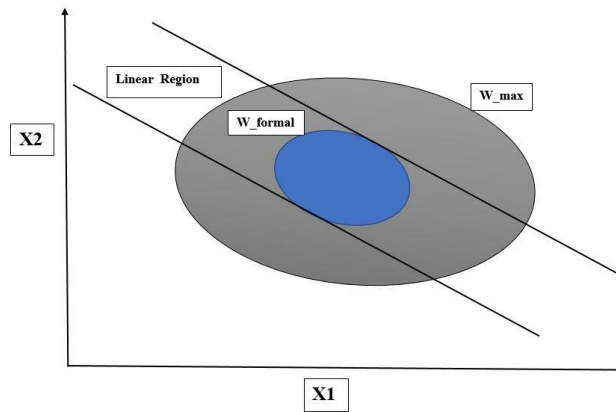


Fig. 1. Invariant set of the nominal controller system

شکل ۱: تنظیم نوردائی سیستم کنترل کننده نامی

و عملکرد^۲، برای در نظر گرفتن اشباع غیرخطی هنگام طراحی کنترل کننده در حضور اغتشاش، به فرم نابرابری ماتریسی خطی ارائه خواهد شد. برای انجام این مهم، از تابع لیاپانوف (معادله (۵)) استفاده می شود، که P به عنوان ماتریس مثبت معین و x بردار حالت سیستم می باشد. هر چند P می تواند هر ماتریس مثبت معینی باشد، ولی در این مقاله P ثابت در نظر گرفته می شود [۱۴-۱۲].

$$V = X^T P X \quad (5)$$

همچنین، از مفهوم بیضی (شکل ۱) برای تعریف شکل های مختلف تنظیم، هنگام تغییر بردار حالت استفاده می شود. بیضی فوق با دو پارامتر تعریف می شود، ماتریس P و ثابت C ، به صورت رابطه (۶) می باشد.

$$\mathcal{E}\{P, C\} = \{X \mid X^T P X < C^2\} \quad (6)$$

برای قید اول مبتنی بر نابرابری ماتریسی خطی تنظیم نوردائی، هدف باقی ماندن در داخل تنظیم نوردائی با وجود اعمال اغتشاش است، که به صورت نامعادله (۷) بیان می شود [۱۲].

$$\frac{dV}{dt} + \alpha(V - \omega_{\max}^2) < 0 \quad (7)$$

شکل ۱ مقادیر اغتشاش و ناحیه خطی بین دو قید، در حالت

در معادله (۱)، x بردار حالت، z خروجی کنترل شده، u ورودی کنترلی و ω اغتشاش می باشد. ماتریس فضای حالت A با توجه به نقطه ای که خطی سازی انجام می شود، می تواند پایدار یا ناپایدار باشد. فرض بر این است که همه حالت ها قابل اندازه گیری، و در تحقیقات کنترل پرواز استفاده می شوند. با استفاده از معادله فضای حالت بیان شده در معادله (۱) و معادله فیدبک بهره (رابطه (۲)) می توان به معادله فضای حالت (رابطه (۳)) رسید [۱۱].

$$u = kx \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = (A + B_2 k)x + B_1 \omega = A_{cl} x + B_1 \omega \\ z = (C + D_2 k)x + D_1 \omega \end{cases} \quad (3)$$

برای اغتشاش ω مرزهای مختلفی در نظر گرفته می شود با این فرض که مقدار ماکزیمم اغتشاش معلوم است (معادله (۴))، با استفاده از روش زمان بندی بهره ها، از طراحی کنترل کننده واحد بین ماکزیمم و مینیمم اغتشاش که نشان دهنده رفتار محتاطانه است، جلوگیری می شود، در بخش های بعدی این موضوع نشان داده خواهد شد.

$$\omega^T(t) \omega(t) \leq \omega_{\max}^2 \quad (4)$$

در ادامه، سه قید اساسی، شامل تنظیم نوردائی^۱، قیدها^۲

1 Invariant Set
2 Constraint

در رویکرد عملکرد مبتنی بر روش نابرابری ماتریسی خطی نه تنها کنترل کننده در داخل ناحیه تعریف شده نباید اشباع شود، بلکه بایستی بهترین پاسخ ممکن به اغتشاش را بدهد. راه‌های مختلفی برای در نظر گرفتن عملکرد سیستم وجود دارد. در این مقاله، از بهره‌های H_∞ یا L_2 استفاده شده است. ایده اصلی پیدا کردن کوچکترین Γ (بهره انرژی سیستم) به صورت نامعادله (۱۲) است [۱۶].

$$\int_0^\infty z^T z dt < \Gamma^2 \int_0^\infty \omega^T \omega dt \quad (12)$$

به وسیله ماتریس لیاپانوف، نامعادله (۱۲) به نامعادله (۱۳) تبدیل می‌شود. همچنین با انتگرال گیری از نامعادله (۱۳) می‌توان به نامعادله (۱۲) رسید. بنابراین می‌توان نامعادله (۱۳) را به فرم توصیفی نابرابری ماتریسی خطی یعنی نامعادله (۱۴) نوشت.

$$\frac{dV}{dt} + z^T z - \Gamma^2 \omega^T \omega < 0 \quad (13)$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^T Px + x^T P \frac{dx}{dt} - \Gamma^2 \omega^T \omega + z^T z < 0$$

$$\begin{bmatrix} [A_{cl}x + B_1\omega]^T Px + x^T P[A_{cl}x + B_1\omega] - \Gamma^2 \omega^T \omega + \\ [(C + D_2K)x + D_1\omega]^T [(C + D_2K)x + D_1\omega] < 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

برای فرم نهایی عملکرد نابرابری ماتریسی خطی، نامعادله ماتریسی (۱۵) نتیجه خواهد شد.

$$\begin{bmatrix} QA^T + AQ + B_2F + F^T B_2^T & B_1 & QC^T + F^T D_2^T \\ * & -\Gamma I & D_1^T \\ * & * & -\Gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

بنابراین با مینیمم کردن متغیر Γ به مینیمم کردن اثر اغتشاش بر روی خروجی کنترل شده پرداخته می‌شود، همین موضوع منجر به ماکزیمم کردن عملکرد خواهد شد [۱۴].

۳- طراحی کنترل کننده زمان بندی شده

همانطور که در بخش قبلی توضیح داده شد، مشکل اصلی در نظر گرفتن اشباع در ابتدای طراحی کنترل کننده، مساله محافظه کاری ناشی از در نظر گرفتن کنترل کننده واحد بین ماکزیمم و مینیمم اغتشاش می‌باشد، از طرفی به دلیل عدم اعمال ماکزیمم اغتشاش

تنظیم نوردائی اغتشاش ماکزیمم و نامی نشان می‌دهد. قید تنظیم نوردائی در نابرابری ماتریسی خطی در شکل فوق با شرط $V \leq \omega_{max}^2$ مطلوب است. مرز ناحیه قید تنظیم نوردائی برابر با $V \leq \omega_{max}^2$ و خارج از این مرز، $\frac{dV}{dt} < 0$ می‌باشد، که اگر در این ناحیه تغییر بردار حالت شروع شود، به ناحیه تنظیم نوردائی جذب می‌شود. بنابراین مساله یافتن تنظیم نوردائی، تبدیل به مساله پیدا کردن ماتریس ثابت $(V = X^T P X)$ که نامعادله (۷) را ارضا کند، می‌شود. می‌توان نامعادله (۷) را به فرم نابرابری ماتریسی خطی، به صورت نامعادله (۸) نوشت [۱۵].

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + K^T B_2^T P + PB_2 K + \alpha P & PB_1 \\ * & -\alpha I \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

همچنین با در نظر گرفتن عبارت $F = KQ, Q = P^{-1}$ ، فرم نابرابری ماتریسی خطی^۱ نهایی برای معادلات تنظیم نوردائی به صورت نامعادله (۹) می‌شود. این نابرابری ماتریسی خطی تضمین می‌کند که حالت‌ها در داخل بیضی تعریف شده با مقدار P و ماکزیمم اغتشاش وارده ω_{max}^2 باقی می‌مانند.

$$\begin{bmatrix} A^T Q + QA + F^T B_2^T + B_2 F + \alpha Q & B_1 \\ * & -\alpha I \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

نامعادله (۱۰) بر عدم اشباع کنترل کننده طراحی شده برای قید دوم نابرابری ماتریسی خطی داخل بیضی $\varepsilon(P, \omega_{max})$ که توسط تنظیم نوردائی تعریف شده است، تاکید می‌کند.

$$\begin{aligned} |u^2| &< u_{lim}^2 \\ \omega_{max}^2 |u^2| &< \omega_{max}^2 u_{lim}^2 \\ u^T \frac{\omega_{max}^2}{u_{lim}^2} &< \omega_{max}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

نامعادلات (۱۰) را می‌توان به فرم نابرابری ماتریسی خطی برای حالت غیراشباع به صورت نامعادله (۱۱) نوشت.

$$\begin{bmatrix} Q & F^T \\ * & \frac{u_{lim}^2}{\omega_{max}^2} \end{bmatrix} > 0 \quad (11)$$

1 Linear Matrix Inequality

نتیجه کنترل‌کننده‌ای با عملکرد پایین‌تر را منجر می‌شود.

استفاده از این روش ممکن است منجر به تضمین پایداری، اما با عملکرد خیلی پایین‌تر برای اغتشاشات کوچکتر از ω_{\max} شود. از آنجا که ω_{\max} ممکن است خیلی کم اتفاق بیافتد، بیشتر مواقع ممکن است از کنترل‌کننده‌ای بین ماکزیمم و مینیمم اغتشاش استفاده شود، محافظه‌کارانه باشد. برای غلبه بر این مشکل، زمان‌بندی کنترل‌کننده معرفی می‌شود. ابتدا یک کنترل‌کننده نامی در نظر گرفته می‌شود K_{formal} ، که در این مقاله بر اساس حل سیستم نامعادلات (۱۷) تا (۱۹) بدست می‌آید. چگونگی افزایش و بهبود عملکرد کلی با استفاده از روش زمان‌بندی بهره‌ها با توجه به اغتشاش وارد شده، در بخش بعدی شرح داده خواهد شد.

$$\begin{pmatrix} AQ + QA^T + B_2 F_{\text{formal}}^T + F_{\text{formal}}^T B_2^T & B_1 & Q_i C_1^T + F_{\text{formal}}^T D_2^T \\ * & -\Gamma I & D_1^T \\ * & * & -\Gamma_i I \end{pmatrix} < 0 \quad (17)$$

$$Q > 0 \quad (18)$$

$$\Gamma > \Gamma_{\min} \quad (19)$$

هدف از بیان کردن نامعادلات (۱۷) و (۱۸) کنترل‌کننده‌ای است که بهره L_2 سیستم را مینیمم کند. هر چند، گاهی اوقات، کنترل‌کننده نامی که با استفاده از این روش بیان می‌شود، بهره غیرواقعی دارد. همچنین، عملکرد سیستم با محدودیت نامعادله (۱۹) به منظور کاهش بهره، بیان می‌شود.

ماکزیمم مقدار اغتشاشی که K_{formal} می‌تواند بدون اشباع باقی بماند را با ω_{formal} تعریف می‌شود. ایده اصلی معرفی کنترل‌کننده میانه‌ای که عملکرد بهتری داشته و تضمین پایداری برای هر اغتشاش بیشتر از ω_{\max} ، به جای طراحی مستقیم یک کنترل‌کننده با بهره کم است. رابطه (۲۰) مقادیر میانی اغتشاشات برای داده‌های بین ω_{formal} و ω_{\max} ، برای قابل اجرا بودن روش زمان‌بندی بهره برای داشتن عملکرد بهتر در ماکزیمم حالت اغتشاشی ω_{\max} و استفاده از کنترل‌کننده فعال‌تر را نشان می‌دهد. با در نظر گرفتن هر ω_i به عنوان بدترین اغتشاش ممکن، می‌توان دسته‌ای از کنترل‌کننده‌های K_i که برای ماکزیمم مقدار ω_i ، عدم اشباع را تضمین می‌کنند، طراحی کرد. همچنین می‌توان ثابت کرد که، عملکرد بهتر (کنترل‌کننده با بهره

در کل زمان فعالیت سیستم، منجر به حداقل میزان عملکرد نهایی سیستم می‌شود. در این بخش با ارائه روش زمان‌بندی بهره، این مشکل رفع می‌شود. خواننده می‌تواند برای اطلاعات و جزئیات بیشتر به مراجع [۶ و ۸] مراجعه کند.

با فرض این‌که کنترل‌کننده فیدبک حالت نامی K_{formal} برای سیستم حلقه باز معادله (۱۶) در دسترس باشد. همچنین، مقدار ماکزیمم اغتشاش معلوم باشد (معادله (۴))، به دلیل عدم اعمال ماکزیمم اغتشاش، کنترل‌کننده‌ای که اشباع در آن اتفاق می‌افتد برای مقادیر کمتر از ω_{\max} ، طراحی خواهد شد.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + B_1 \omega + B_2 u \\ z = Cx + D_1 \omega + D_2 u \\ y = x \end{cases} \quad (16)$$

با استفاده از تحلیل سیستم نابرابری ماتریسی خطی به کمک نرم‌افزار متلب [۱۳] می‌توان بیضی متناظر با تنظیم نوردائی با مقادیر ω_{\max}^2 و K_{formal} که به صورت $\mathcal{E}\{P_{\text{formal}}, \omega_{\max}\} = \{x | x^T P_{\text{formal}} x < \omega_{\max}^2\}$ است را محاسبه کرد. این بیضی شامل همه مقادیر ممکن که بردار حالت می‌تواند زیر مقدار ω_{\max}^2 و بهره K_{formal} باشد را اختیار کند، می‌باشد. شکل ۱ شماتیک تنظیم نوردائی بیضی به همراه ناحیه‌ای که در آن اشباع اتفاق نمی‌افتد $u = K_{\text{formal}} x$ (ناحیه بین دو خط موازی)، نشان می‌دهد. همچنین تنظیم نوردائی کوچکتر (بیضی کوچکتر)، میزان ماکزیمم اغتشاش ω_{formal} را که K_{formal} بدون اشباع باقی می‌ماند را نشان می‌دهد. در واقع هدف، طراحی کنترل‌کننده ایمن با بهره K_{safe} ، که برای اغتشاشات ماکزیمم (معادله (۴)) اشباع نشود و همچنین در قید تنظیم نوردائی نابرابری ماتریسی خطی، در تنظیم نوردائی متناظر با K_{safe} و ω_{\max} $\mathcal{E}\{P_{\text{safe}}, \omega_{\max}\}$ کاملاً شامل تنظیم نوردائی متناظر با K_{formal} و ω_{\max} $\mathcal{E}\{P_{\text{formal}}, \omega_{\max}\}$ باشد، که امر باعث برتری کنترل‌کننده امن K_{safe} می‌شود.

شکل ۱، ایراد اصلی این روش، یعنی محافظه‌کاری را نشان می‌دهد. بیضی ناشی از حل تنظیم نوردائی کنترل‌کننده امن $\mathcal{E}\{P_{\text{safe}}, \omega_{\max}\}$ ، که از حل سیستم نابرابری ماتریسی خطی بدست آمد، می‌تواند از این نیز بزرگتر باشد. بیضی بزرگتر، یعنی بهره کوچکتر K_{safe} و در

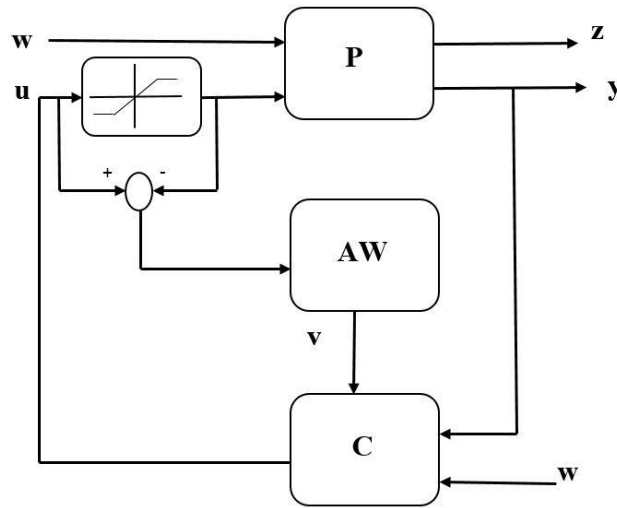


Fig. 2. Structural schematic of the controller and system

شکل ۲: شماتیک ساختاری کنترلر و سیستم مورد بررسی

بالا) با مقادیر کوچکتر ω محقق می‌شود.

$$\omega_{\text{formal}} = \omega_0 < \omega_1 < \dots < \omega_n = \omega_{\text{max}} \quad (20)$$

از میان کنترل‌کننده‌هایی با مقادیر بهره بالاتر (i کمتر)، یکی از کنترل‌کننده‌هایی که اشباع نمی‌شود، استفاده می‌شود، که این موضوع بهبود عملکرد را به همراه دارد. با تشدید اغتشاش، K_i اشباع شده و به کنترل‌کننده با بهره پایین تعویض می‌شود، تا زمانی که $K_{\text{formal}} = K_{\text{safe}}$ شود. از آنجایی که کنترل‌کننده K_{formal} با استفاده از اغتشاش ω_{max} طراحی می‌شود، کنترل‌کننده فوق هرگز اشباع نخواهد شد. در مقابل، اگر در هر زمانی کنترل‌کننده‌ای با بهره بالاتر وجود داشته باشد که اشباع نشود، کنترل‌کننده، به آن تعویض داده می‌شود. این امر تضمین استفاده از کنترل‌کننده فعال‌تر را به همراه دارد. تعویض کنترل‌کننده زمانی امن است که، تعویض از K_i به K_j سیستم را ناپایدار نکند. برای انجام این مهم، باید اطمینان حاصل شود که تنظیم ناوردائی متناظر با هر کنترل‌کننده میانی، شامل بیضی مرحله قبل (بیضی متناظر با کنترل‌کننده با i کمتر) است. شکل ۲ شماتیک سیستم مورد بررسی را نشان می‌دهد. در این شکل z, u, w, v به ترتیب نشان‌دهنده خروجی اندازه‌گیری شده، ورودی اغتشاشی، ورودی کنترلی، خروجی کنترلی و در نهایت سیگنال کنترلی ضدجمع‌شوندگی می‌باشد.

می‌توان یک دسته از کنترل‌کننده‌ها، با مینیمم‌سازی معادله

(۲۱)، تحت قیدهای نامعادلات (۲۲) تا (۲۵) پیدا کرد. نوع حل‌کننده به کار رفته برای این معادلات با استفاده از دستور مینیم‌یابی متلب^۱ می‌باشد. حد نهایی عملگر الویتور ۲۲ درجه و برای تراست موتور ۴۴/۴۸۲۲ کیلو نیوتون^۲ در نظر گرفته شده است. محدودیت‌های فوق بر معادلات (۲۱) تا (۲۵) در نظر گرفته شده است.

$$J = \sum_1^N c_i \Gamma_i \quad (21)$$

$$\begin{pmatrix} A^T Q_i + Q_i A + F_i^T B_2^T + B_2 F_i + \alpha_i Q_i & B_1 \\ * & -\alpha_i I \end{pmatrix} < 0 \quad (22)$$

$$\begin{pmatrix} Q_i & F_i^T \\ * & \frac{u_{\text{lim}}^2}{\omega_i^2} I \end{pmatrix} > 0 \quad (23)$$

$$\begin{pmatrix} A Q_i + Q_i A^T + B_2 F_i + F_i^T B_2^T & B_1 & Q_i C_1^T + F_i^T D_2^T \\ * & -\Gamma_i I & D_1^T \\ * & * & -\Gamma_i I \end{pmatrix} < 0 \quad (24)$$

$$Q_{i-1} < Q_i \quad (25)$$

از این سیستم معادلات می‌توان Q_i و K_i ($F_i = K_i Q_i$) برای

1 Mincx
2 10000 lbs

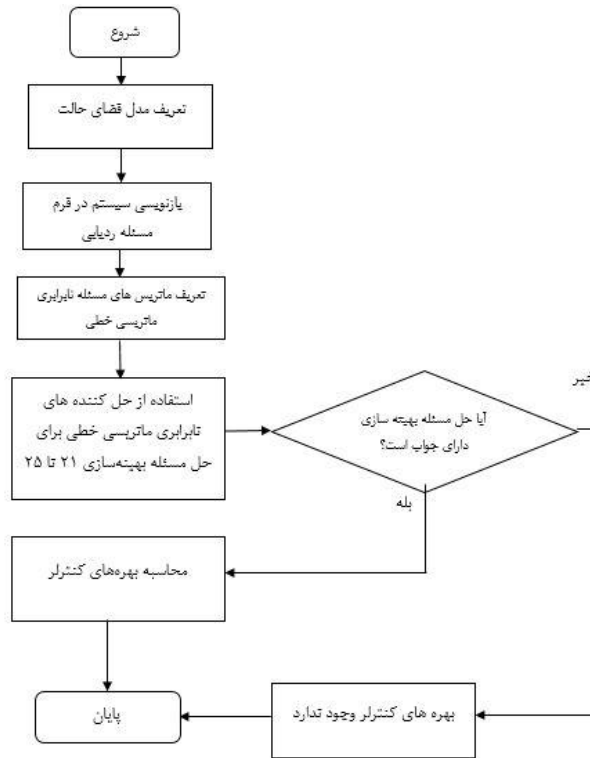


Fig. 3. Flowchart of the problem solving method for linear matrix inequality

شکل ۳: فلوچارت روش حل مسئله نابرابری ماتریسی خطی

برابر با $u = K_1 x$ خواهد شد، و چنانچه شرط فوق تا مرحله $n-1$ برقرار نباشد در نهایت سیگنال کنترلی برابر با $u = K_{safe} x$ خواهد شد. شکل ۳ فلوچارت روش حل مسئله نابرابری ماتریسی را نشان می‌دهد.

۴- مساله ردیابی زاویه مسیر پرواز

روش طراحی کنترل کننده که در بخش قبلی شرح داده شد، بر اساس مساله تضعیف اغتشاش بود. بنابراین برای مساله ردیابی زاویه مسیر پرواز از مرجع [۱۷]، که از بازنویسی مساله ردیابی به صورت تضعیف اغتشاش با کاهش اندازه بین سیگنال ردیابی مرجع و کنترل خروجی است، استفاده می‌شود. در واقع روش فوق خطای ردیابی را در داخل بردار حالت معرفی کرده و سیگنال رفرنس ردیابی را به عنوان اغتشاش در نظر می‌گیرد. با استفاده از بهره L_2 ، اثرات اغتشاش را بر روی حالت‌ها مینیمم کرده، بنابراین آن، خطای ردیابی را مستقل از اغتشاش، مینیمم می‌کند.

سیستم معادلات (۲۶) را در نظر بگیرید، عبارت بردار سیگنال مرجعی است که بایستی ردیابی شود.

مقادیر اغتشاش در معادله (۲۰) را بدست آورد. به این معنی که یک دسته از کنترل کننده‌هایی وجود دارد که برای مقادیر اغتشاش بالاتر از ω_{max} ، تضمین پایداری می‌کنند، که عملکرد کلی آن‌ها برابر با ω_{max} می‌شود. روش فوق، همه کنترل کننده‌ها را در یک زمان حل کرده و اجازه می‌دهد که عملکرد برای بازه‌ای از اغتشاشات، ماکزیمم شود. این امر با تغییرات کافی در پارامتر c_i در معادله (۲۱) انجام می‌شود. اگر قیدهای فوق در عملکرد سیستم نیاز نباشند، از حل جداگانه برای هر کنترل کننده استفاده می‌شود، با این شرط که بیضی فوق، بیضی مراحل قبلی را نیز شامل شود. برای مثال اگر چهار کنترل کننده زمان بندی شده طراحی شود، نابرابری‌های ماتریسی خطی مورد نیاز برای حل عبارتند از معادلات (۲۱) تا (۲۵) با $i=4$ می‌باشد. توجه داشته باشید که Q_{i-1} (در این مثال Q_3) شامل همه Q های قبلی، یعنی ماتریس‌های Q_1, Q_2, Q_{formal} را شامل می‌شود.

الگوریتم تصمیم‌گیری در مورد انتخاب فیدبک اعمالی به سیستم به این صورت می‌باشد که اگر $|K_{formal} x| \leq u_{lim}$ باشد، سیگنال کنترلی اعمالی برابر با $u = K_{formal} x$ می‌شود، چنانچه شرط فوق برقرار نباشد، اگر $|K_1 x| \leq u_{lim}$ باشد، سیگنال کنترلی

از مدل غیرخطی فوق برای بدست آوردن شرایط تریم خطی برای ورودی ارتفاع و سرعت استفاده شده است. با استفاده از خطی‌سازی مدل غیرخطی مقادیر بردار حالت بدست آمده و آن‌ها در طراحی کنترل‌کننده استفاده می‌شوند. نتایج بیان شده برای هر دو مدل خطی و غیرخطی در حضور کنترل‌کننده زمان‌بندی شده، برای حالت ناپایدار، ارائه می‌شود. در ادامه به استفاده از این روش کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی برای حالت ناپایدار در اعمال به مدل خطی و غیرخطی با توجه به اغتشاش وارد شده، در ردیابی زاویه مسیر پرواز پرداخته خواهد شد.

فرمان ورودی ایده آل برای زاویه مسیر پرواز توسط فیلتر مرتبه دوم بر اساس کیفیت پروازی مطلوب به صورت معادله (۳۲) می‌باشد. هدف از طراحی کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی در این مقاله ردیابی زاویه مسیر فرمان داده شده با خطای ردیابی ۱/۲۵ درصد می‌باشد. این نوع مساله به ردیابی مدل ایده آل با فیلتر مرتبه دوم بر اساس ویژگی‌های پروازی مطلوب فرکانس ۱/۵ رادیان بر ثانیه (۸۵/۹۴ درجه بر ثانیه) و ضریب میرایی ۰/۸ بیان شده است.

$$\frac{\gamma_{ideal}}{\gamma_{cmd}} = \frac{2.25}{s^2 + 2.4s + 2.25} \quad (32)$$

برای این مثال مقادیر تریم معادلات (۳۳) و (۳۴) با استفاده از خطی‌سازی مدل غیرخطی برای ورودی و مرکز گرانش $x_{cg} = 0/3C$ بدست آمده است.

$$x_{trim} = \begin{pmatrix} V = 192.024 \text{ km/h} = 175 \text{ ft/s} \\ \alpha = 28.47 \text{ deg} \\ q = 0 \text{ deg/s} \\ \theta = 29.92 \text{ deg} \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$u_0 = \begin{pmatrix} h = 152.4 \text{ m} = 500 \text{ ft} \\ \delta_e = -7.97 \text{ deg} \\ \delta_{piv} = 0 \text{ deg/s} = 0 \text{ rad/s} \\ T = 36.60 \text{ kn} = 8228 \text{ lb} \end{pmatrix} \quad (34)$$

ماتریس‌های حالت بدست آمده از خطی‌سازی حالت غیرخطی به صورت معادلات (۳۵) و (۳۶) می‌شود که در نهایت در مدل خطی

$$\begin{cases} \frac{d\hat{x}}{dt} = \hat{A}\hat{x} + \hat{B}u \\ \hat{y} = C\hat{x} + \hat{D}_{12}u = [I, 0]\hat{x} = \hat{x}_1 \\ e = \hat{y} - x_d = \hat{x}_1 - x_d \end{cases} \quad (26)$$

در معادله (۲۷)، خطا به عنوان حالت در نظر گرفته شده است.

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x}_d \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 - \hat{x}_d \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

در نهایت سیستم معادلات (۲۸) تا (۳۰) بدست می‌آیند.

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \hat{A}\bar{x} + \hat{B}_2u - \begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} \\ \hat{A}_{21} \end{bmatrix} x_d \quad (28)$$

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \hat{A}\bar{x} + \hat{B}_2u + \begin{pmatrix} \hat{A}_{11} & -I \\ \hat{A}_{21} & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ \dot{x}_d \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \hat{A}\bar{x} + \hat{B}_2u + \hat{B}_1\omega \quad (30)$$

مدل غیرخطی حالت طولی هواپیمای مورد بررسی در این مقاله با استفاده از معادلات حرکت استاندارد و در نظر گرفتن مدل اتمسفر، در محیط سیمولینک نرم‌افزار متلب، با استفاده از دسته معادلات (۳۱) مدل‌سازی و شبیه‌سازی شده است [۱۸].

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{\bar{q}sc}{2mV} [C_{xq}(\alpha) \cos(\alpha) + C_{zq}(\alpha) \sin(\alpha)]q - g \sin(\theta - \alpha) + \\ &\frac{\bar{q}s}{m} (C_x(\alpha, \delta_e) \cos(\alpha) + C_z(\alpha, \delta_e) \sin(\alpha)) + \frac{1}{m} \cos(\alpha + \delta_{pn})T \\ \dot{\alpha} &= [1 + \frac{\bar{q}sc}{2mV^2} (C_{zq}(\alpha) \cos(\alpha) - C_{xq}(\alpha) \sin(\alpha))]q + \\ &\frac{g}{V} \sin(\theta - \alpha) + \frac{\bar{q}sc}{2mV} [C_z(\alpha, \delta_e) \cos(\alpha) - \\ &C_x(\alpha, \delta_e) \sin(\alpha)] - \frac{1}{mV} \sin(\alpha + \delta_{pn})T \\ \dot{q} &= \frac{\bar{q}sc}{2I_y V^2} [\bar{c}C_{mq}(\alpha) + \Delta C_{zq}(\alpha)]q + \\ &\frac{\bar{q}sc}{I_y} [C_m(\alpha, \delta_e) + \frac{\Delta}{c} C_z(\alpha, \delta_e)] - \frac{I_t}{I_y} \sin(\delta_{pn})T \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{h} &= V \cos(\alpha) \sin(\theta) - V \sin(\alpha) \cos(\theta) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{cases} K_{formal} = \begin{pmatrix} 0.0036e5 & -1.1535 & 0.0003e5 & 0.0008e5 \\ -6.8192e5 & -0.0068e5 & -0.1852e5 & -0.5933e5 \end{pmatrix} \\ \omega_{formal} = 0.0098\text{rad} \end{cases} \quad (39)$$

$$\begin{cases} K_1 = \begin{pmatrix} 0.0001e6 & 0.0318 & 5.622 & 9.38 \\ -1.5798e6 & -0.0005e6 & -0.0477e6 & -0.1067e6 \end{pmatrix} \\ \omega_1 = 0.0090\text{rad} \end{cases} \quad (40)$$

$$\begin{cases} K_2 = \begin{pmatrix} 0.0001e5 & 0.012 & 2.26 & 3.6149 \\ -5.9317e5 & -0.0031e5 & -2.2156e5 & -0.5025e5 \end{pmatrix} \\ \omega_2 = 0.017\text{rad} \end{cases} \quad (41)$$

$$\begin{cases} K_3 = \begin{pmatrix} 3.97 & 0.008 & 1.42 & 2.05 \\ -1.9419e5 & -0.0020e5 & -0.0903e5 & -0.2207e5 \end{pmatrix} \\ \omega_3 = 0.025\text{rad} \end{cases} \quad (42)$$

$$\begin{cases} K_{safe} = \begin{pmatrix} -0.025 & 0 & 0.0001e3 & 0.0001e3 \\ -1.6722e3 & -0.0158e3 & 1.2974e3 & 1.262e3 \end{pmatrix} \\ \omega_{safe} = 0.1464\text{rad} \end{cases} \quad (43)$$

به همین ترتیب برای حالت ناپایدار خطی ورودی به $h=152/4 \text{ m}=50 \text{ ft}$ و $V=192/0.24 \text{ km/h}=175 \text{ ft/s}$ بررسی رفتار دینامیکی معادلات طولی هواپیما در حضور کنترل ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور آن طبق معادله (۳۰) شبیه‌سازی انجام شده و در بخش شبیه‌سازی و نتایج، نمودارهای بدست آمده را مشاهده می‌کنید.

۵- شبیه‌سازی و نتایج

نتایج شبیه‌سازی برای مدل غیرخطی و خطی در حالت شرایط کاری ناپایدار (معادلات (۳۳) تا (۳۶))، در حضور کنترل‌کننده نامی و کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی امن در شکل‌های ۴ تا ۹ ارائه شده است. طبق نتایج ارائه شده در شکل‌های ۴ تا ۶ برای مدل غیرخطی و شکل‌های ۷ تا ۹ برای مدل خطی می‌توان مشاهده کرد

به فرم معادله (۳۰) که حالت‌های این ماتریس $x=[V, \alpha, q, \theta]^T$ و ورودی اغتشاشی مدل غیرخطی $u=(h, \delta_e, \delta_{plv}, T)$ است، نوشته خواهد شد.

$$A = \begin{pmatrix} -0.1437 & -19.6327 & -6.7955 & -32.1740 \\ -0.0019 & -0.2576 & 0.9193 & 0 \\ 0 & 0.0175 & 0.5091 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (35)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0.003 & -3.7645 & -6.8431 & 0.0014 & 0.1190 \\ 0 & -0.0326 & 0.0719 & 0.0000 & 0.0016 \\ 0 & -1.1447 & -1.5629 & 0.0000 & -0.0001 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0000 & 0.0000 \end{pmatrix} \quad (36)$$

زاویه مسیر پرواز در بالا (معادله (۳۳)) به عنوان بردار حالت در نظر گرفته نشده است، بنابراین با استفاده از تبدیل سیستم مختصات معادله (۳۷)، بردار حالت زاویه مسیر پرواز (معادله (۳۸)) نتیجه خواهد شد [۱۹].

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (37)$$

$$\hat{x} = Mx = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma \\ V \\ q \\ \theta \end{pmatrix} \quad (38)$$

مدل فوق به دلیل دارا بودن قطب‌های حلقه باز $eig(A)=[-0.5881, -0.3661, -0.0849, 0.6866]$ ناپایدار است. بررسی بهره بدست آمده برای سیستم حلقه بسته نامی نشان می‌دهد که تنها به تضمین تحمل اغتشاش $\omega=0.0098$ را دارد. اما آنچه مطلوب این مساله ردیابی زاویه مسیر پرواز است تحمل میزان اغتشاش ماکزیمم $\omega=0.1464$ که از فرمان ورودی ایده‌آل ± 5 بدست آمده است، می‌باشد. بنابراین به طراحی ۵ کنترل‌کننده با بهره و مقادیر اغتشاش تحمل شده معادلات (۳۹) تا (۴۳) پرداخته می‌شود.

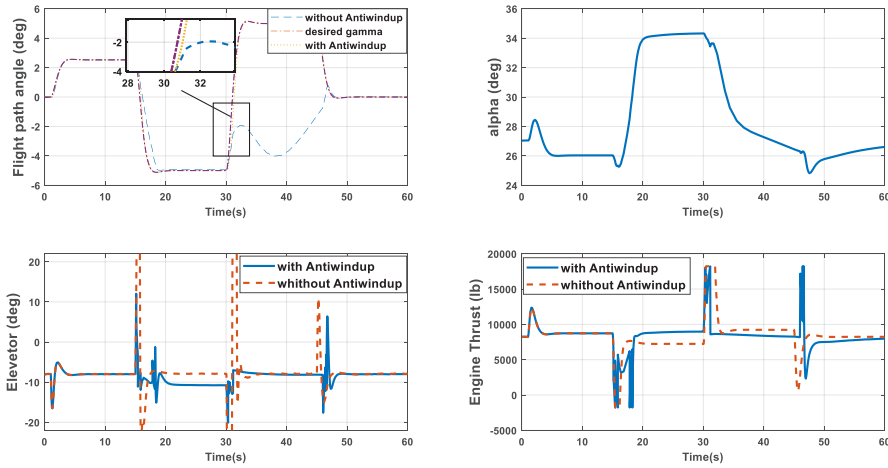


Fig. 4. The response of the nonlinear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without anti-windup

شکل ۴: پاسخ مدل غیرخطی هواپیمای مورد بررسی در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور ضدجمع‌شوندگی

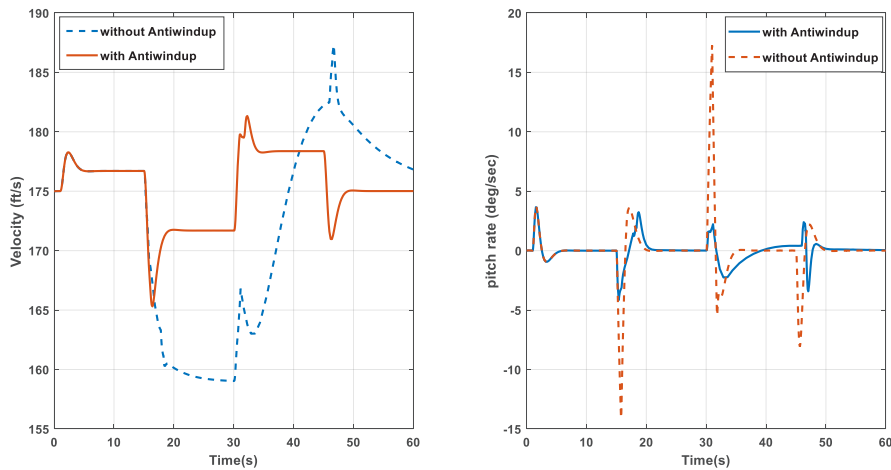


Fig. 5. The response of the nonlinear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without anti-windup for velocity and pitch rate

شکل ۵: پاسخ مدل غیرخطی هواپیمای مورد بررسی در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور ضدجمع‌شوندگی برای سرعت و نرخ پیچ

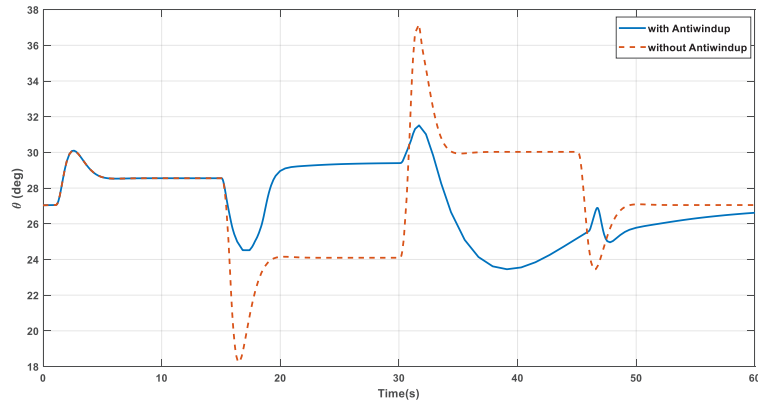


Fig. 6. The response of the nonlinear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without anti-windup for pitch angle

شکل ۶: پاسخ مدل غیرخطی هواپیمای مورد بررسی در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور ضدجمع‌شوندگی برای زاویه پیچ

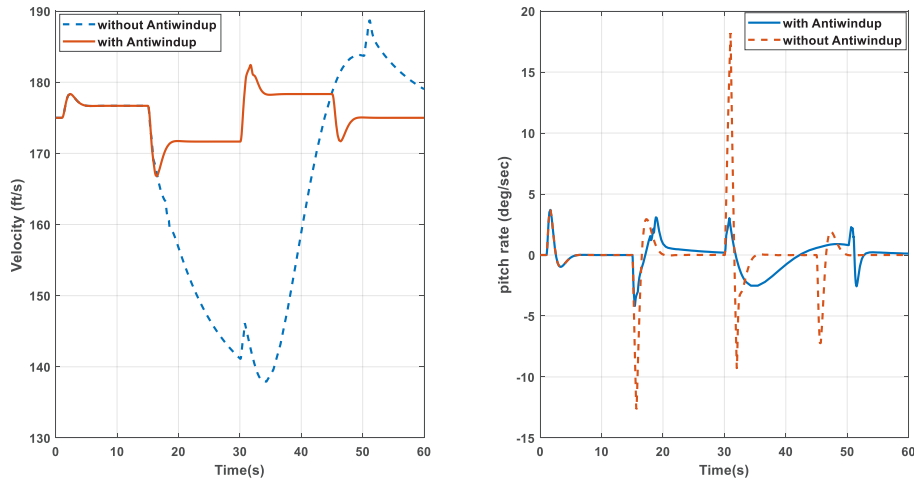


Fig. 7. The response of the linear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without anti-windup

شکل ۷: پاسخ مدل خطی هواپیمای مورد بررسی در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور ضدجمع‌شوندگی

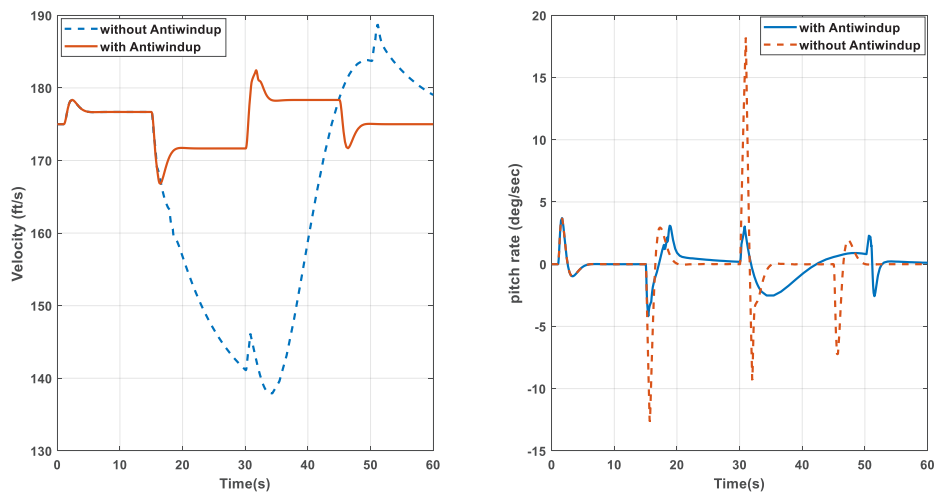


Fig. 8. The response of the linear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without anti-windup for velocity and pitch rate

شکل ۸: پاسخ مدل خطی هواپیمای مورد بررسی در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور ضدجمع‌شوندگی برای نرخ پیچ

ضدجمع‌شوندگی اشباع الویتور در بین ثانیه‌های ۱۵ تا ۱۸ و ۳۰ تا ۳۴ اشباع الویتور اتفاق افتاده است. بدیهی است که مدت زمان و تعداد اشباع با تغییرات بیشتر زاویه مسیر پرواز در طول مدت زمان شبیه‌سازی افزایش خواهد یافت. ردیابی زاویه مسیر پرواز در شکل‌های ۴ و ۷ بین ثانیه ۳۰ تا ۴۷ ثانیه برای مدل غیرخطی و ۳۰ تا ۵۷ ثانیه برای مدل خطی شده دچار واگرایی شده و به محض تغییر ورودی دابلت به مقدار صفر، ردیابی انجام شده و می‌توان با اعمال ورودی

که کنترل‌کننده نامی قادر به تحمل کردن اغتشاش وارده نداشته و اشباع می‌شود. همچنین نقش کنترل‌کننده امن در پایداری و عملکرد مشهود است که در آن اشباع رخ نمی‌دهد، در حالی که کنترل‌کننده نامی اشباع شده و عملکرد و پایداری را از دست داده است. نتایج برای اغتشاش در ورودی رفرنس زاویه مسیر پرواز ارائه شده است. حد بالا و پایین در شبیه‌سازی برای اشباع الویتور ۲۲ درجه می‌باشد. در شکل‌های ۴ و ۷ مشاهده می‌شود که در عدم حضور کنترل‌کننده

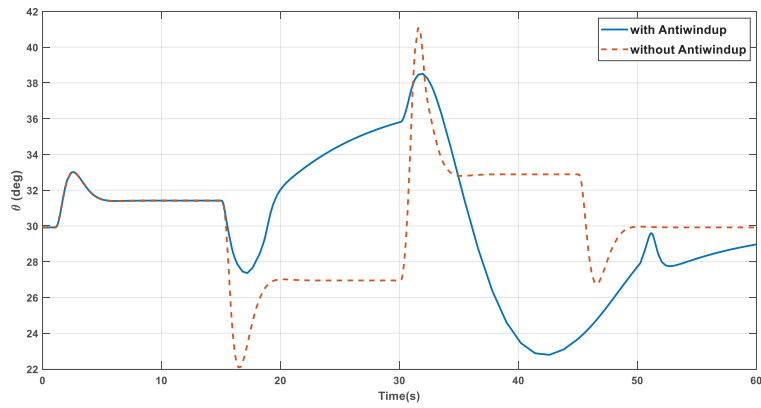


Fig. 9. The response of the linear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without anti-windup for pitch angle

شکل ۹: پاسخ مدل خطی هواپیمای مورد بررسی در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور ضدجمع‌شوندگی برای زاویه پیچ

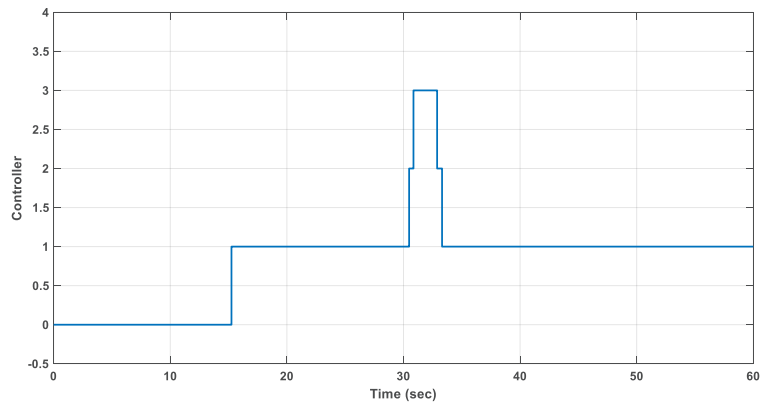


Fig. 10. Scheduling controller designed for the nonlinear model of the aircraft

شکل ۱۰: کنترل‌کننده زمان‌بندی طراحی شده برای مدل غیرخطی هواپیمای $K_{formal} = 0, K_1 = 1, K_2 = 2, K_3 = 3, K_{safe} = 4$

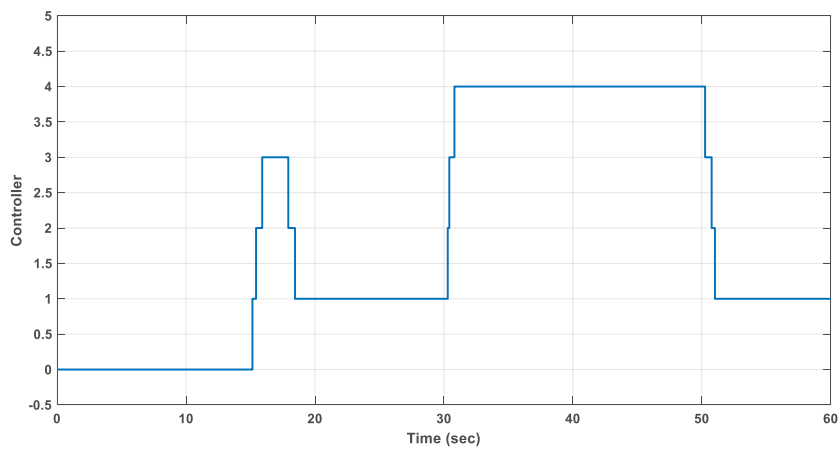


Fig. 11. Scheduling controller designed for the linear model of the aircraft

شکل ۱۱: کنترل‌کننده زمان‌بندی طراحی شده برای مدل خطی هواپیمای $K_{formal} = 0, K_1 = 1, K_2 = 2, K_3 = 3, K_{safe} = 4$

ارتعاشات زیاد در پاسخ زاویه پیچ و نرخ آن و تغییرات سریع سرعت جلوگیری شد. همچنین در این مقاله مشاهده شد که با افزودن کنترل ضدجمع‌شوندگی به سیستم مورد نظر، نوسانات کاهش می‌یابد که این موضوع نشان‌دهنده بهبود پاسخ کنترلی می‌باشد. پیشنهادی که برای کارهای آینده می‌توان داد، استفاده از کنترل کننده ضدجمع‌شوندگی در کنترل کننده تطبیقی انتگرالی مشتقی می‌باشد.

۷- فهرست علائم

علائم انگلیسی

b	اسپن بال ft
\bar{c}	کورد متوسط آیرودینامیکی بال ft
C_m	ضریب گشتاور پیچ حول محور x بدنی
C_{mq}	مشتق گشتاور پیچ در طول محور x بدنی، نسبت به نرخ پیچ rad^{-1}
C_x	ضریب نیروی آیرودینامیکی در راستای محور x بدنی
$C_{x,q}$	مشتق پایداری آیرودینامیکی در طول محور x بدنی، نسبت به نرخ پیچ rad^{-1}
C_z	ضریب نیروی آیرودینامیکی در راستای محور z بدنی
$C_{z,q}$	مشتق پایداری آیرودینامیکی در طول محور z بدنی، نسبت به نرخ پیچ rad^{-1}
I_x	مومنتم اینرسی حول محور x بدنی $\text{slug}\cdot\text{ft}^2$
l_t	فاصله بین مرکز ثقل هواپیما و نقطه اعمالی تراست ft
M	جرم هواپیما slug
P	نرخ رول حول محور بدنی x (rad/s)
Q	نرخ پیچ حول محور بدنی y (rad/s)
\bar{q}	فشار دینامیکی lb/ft^2
R	نرخ یاو حول محور بدنی z (rad/s)
S	مساحت بال ft^2
T	نیروی پیشران lb

علائم یونانی

α	زاویه حمله هواپیما، به عنوان یکی از زوایای آیرودینامیکی (rad)
β	زاویه جانبی هواپیما، به عنوان یکی از زوایای آیرودینامیکی (rad)

دابلت بزرگتر ناپایداری در مسیر را به‌طور مشهود مشاهده کرد. علاوه بر این کنترل کننده طراحی شده برای هواپیما ناپایدار می‌باشد که در عدم حضور کنترل کننده ضدجمع‌شوندگی طراحی شده، میزان ناپایداری افزایش می‌یابد. شکل ۱۰ کنترل کننده‌های استفاده شده در هر لحظه را برای مدل غیرخطی نشان می‌دهد. طبق شکل ۱۰، بعد از تضعیف سیگنال رفرنس ورودی، سیستم به کنترل کننده K_1 تعویض می‌شود. از آنجا که ماکزیمم اغتشاش وارده برابر با ۰/۱۴۶۴ (معادله (۴۳)) می‌باشد و در انتها کنترل کننده به مقدار کنترل کننده K_1 (اغتشاش ۰/۰۰۹، معادله (۴۰)) تعویض شده است، یعنی سیستم فوق می‌تواند از کنترل کننده‌هایی با بهره بیشتر (عملکرد بالا) را اختیار کند. به این معنی که می‌توان از کنترل کننده‌های زمان‌بندی شده بیشتری بین دو مقدار اغتشاش فوق استفاده کرد. شکل ۱۱ برای مدل خطی ناپایدار نشان می‌دهد که هر ۵ کنترل کننده اشباع شده‌اند. بنابراین برای بهبود عملکرد سیستم خطی استفاده از تعداد بیشتری کنترل کننده زمان‌بندی شده بین مینیمم مقدار اغتشاش و ماکزیمم مقدار اغتشاش توصیه می‌شود.

۶- نتیجه‌گیری

مشاهده شد که در حضور کنترل کننده نامی به تنهایی اشباع رخ می‌دهد و پایداری و عملکرد از دست می‌رود. با اضافه کردن کنترل کننده امن، بهبود پایداری و عملکرد نتیجه شد. همچنین از روش زمان‌بندی بهره‌ها در جلوگیری از محافظه‌کاری کنترل کننده‌های طراحی شده، بهره برده شد. نمودار کنترل کننده‌های اشباع شده بر حسب زمان که فعالیت آنی کنترل کننده‌های طراحی شده را نشان می‌دهد، به آگاهی از تعداد کنترل کننده‌ها، بین ماکزیمم و مینیمم اغتشاش، منجر شده و بهبود عملکرد و پایداری را با انتخاب کنترل کننده‌هایی با بهره بالاتر را به همراه داشته است. اشباع عملگر الویتور در هر دو مدل غیرخطی و خطی در عدم حضور کنترل کننده ضدجمع‌شوندگی مشهود است، که منجر به کاهش پایداری در ردیابی زاویه مسیر پرواز شده و عملکرد مطلوب را نتیجه نمی‌دهد. با استفاده از قیود سه‌گانه در طراحی کنترل کننده، مشاهده شد که در حضور کنترل کننده ضدجمع‌شوندگی ردیابی زاویه مسیر به خوبی انجام شده و عملکرد خوبی داشت و همچنین از اشباع در عملگر الویتور و تراست جلوگیری شد. همچنین استفاده از کنترل کننده ضدجمع‌شوندگی از

Pitch Angle Regulation of Aircraft, in: 2019 International Conference on Electrical, Computer and Communication Engineering (ECCE), IEEE, 2019, pp. 1-6.

- [10] E.F. Mulder, M.V. Kothare, M. Morari, Multivariable anti-windup controller synthesis using linear matrix inequalities, *Automatica*, 37(9) (2001) 1407-1416.
- [11] G. Leonov, B. Andrievskii, N. Kuznetsov, A.Y. Pogromskii, Aircraft control with anti-windup compensation, *Differential equations*, 48(13) (2012) 1700-1720.
- [12] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*, Siam, 1994.
- [13] P. Gahinet, A. Nemirovskii, A.J. Laub, M. Chilali, The LMI control toolbox, in: *Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE, 1994, pp. 2038-2041.
- [14] S.-K. Yang, Observer-based anti-windup compensator design for saturated control systems using an LMI approach, *Computers & Mathematics with Applications*, 64(5) (2012) 747-758.
- [15] G.A. Kiener, D. Lehmann, K.H. Johansson, Actuator saturation and anti-windup compensation in event-triggered control, *Discrete event dynamic systems*, 24(2) (2014) 173-197.
- [16] A.R. Teel, N. Kapoor, The L₂ anti-windup problem: Its definition and solution, in: *1997 European Control Conference (ECC)*, IEEE, 1997, pp. 1897-1902.
- [17] J.-H. Kim, F. Jabbari, A scheduling approach for tracking of general signals, *International Journal of Control*, 81(8) (2008) 1281-1290.
- [18] B.L. Stevens, F.L. Lewis, E.N. Johnson, *Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems*, John Wiley & Sons, 2015.
- [19] I.E. Köse, F. Jabbari, Scheduled controllers for linear systems with bounded actuators, *Automatica*, 39(8) (2003) 1377-1387.

θ, φ, ψ زوایای اوپلر (rad)

γ زاویه مسیر پرواز (rad)

Δ فاصله بین مرکز ثقل رفرنس و واقعی ft

مراجع

- [1] M. Dornhein, Report pinpoints factors leading to YF-22 crash, *Aviation Week & Space Technology*, 9 (1992) 53-54.
- [2] I.E. Kose, F. Jabbari, Control of systems with actuator amplitude and rate constraints, in: *Proceedings of the 2001 American Control Conference*.(Cat. No. 01CH37148), IEEE, 2001, pp. 4914-4919.
- [3] A. Cristofaro, S. Galeani, S. Onori, L. Zaccarian, A switched and scheduled design for model recovery anti-windup of linear plants, *European Journal of Control*, 46 (2019) 23-35.
- [4] L. Zaccarian, A.R. Teel, *Modern anti-windup synthesis: control augmentation for actuator saturation*, Princeton University Press, 2011.
- [5] S. Al-Haddad, H. Wahid, Decoupled Integral Lqr Controller With Anti-Windup Compensator For MIMO Two Rotor Aerodynamical System (Tras), *Journal of Engineering Science and Technology*, Vol. 14, No. 3 (2019) 1374 - 1397.
- [6] S. Sajjadi-Kia, F. Jabbari, Use of scheduling for anti-windup controller design, in: *2007 American Control Conference*, IEEE, 2007, pp. 5194-5199.
- [7] S. Sajjadi-Kia, F. Jabbari, Scheduling in anti-windup controllers: output feedback case, in: *2007 46th IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE, 2007, pp. 408-413.
- [8] M.S. Reineh, S.S. Kia, F. Jabbari, Anti-Windup Designs for Systems With Amplitude and Rate Bounded Actuators, *IFAC-PapersOnLine*, 50(1) (2017) 11509-11514.
- [9] M. Rahman, M. Armin, S.K. Das, M. Ali, High Performance Controller Design Using Linear Matrix Inequalities for

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

M. Navabi, H. Ghaffari, *Unstable Aircraft Flight Control Based on Linear Matrix Inequality with Consideration of Control and Saturation Constraints*, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53(2) (2021) 979-992.

DOI: [10.22060/mej.2019.16642.6404](https://doi.org/10.22060/mej.2019.16642.6404)

