

Impact Time Guidance Law against Maneuvering Targets Using Sliding Mode Control

S. Khankalantary¹, M. Hajizadeh², K. Heidari³, H. Mohammadkhani^{4*}

¹ Department of Electrical and Computer Engineering, K.N.T University of Technology, Tehran, Iran

² Department of Mechanic Engineering, Imam Hossein University, Tehran, Iran

³ Department of Electrical and Computer Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

⁴ Department of Aerospace Engineering, Imam Hossein University, Tehran, Iran

ABSTRACT: Controlling the impact time of missiles to the target has great importance in applications such as the cooperative attack of multiple missiles since multiple missiles can be reached a specified point simultaneously. This paper presents a sliding mode based guidance law, to control the impact time against maneuvering targets. At first, by selecting an appropriate switching surface and using nonlinear engagement dynamics, a new sliding mode control has been designed which, the sufficient conditions of its stability are derived using the Lyapunov stability theorem. The sliding surface has been selected such that the line of sight rate and the error of the time to go converge to zero at the same time. By considering the nonlinear dynamic equations of maneuvering targets, this will guarantee to impact the target at the desired time. Unlike the other similar methods, our proposed method does not need the assumptions of small flight path angle and stationary target. Using an engagement simulation model, the effectiveness of the proposed method is shown for different scenarios (static and maneuvering targets) and different impact times. In the end, the comparison results with two similar methods are also presented.

Review History:

Received: Mar. 05, 2019

Revised: Nov. 11, 2019

Accepted: Jan. 26, 2020

Available Online: Jan. 26, 2020

Keywords:

Sliding mode control

Impact time

Guidance law

Maneuvering target

1. INTRODUCTION

The main purpose of missiles is to hit targets with zero miss. Proportional navigation guidance has been widely studied and utilized in light of the ease of implementation and proper operation. As the targets become more maneuverable and higher precision and destructive power of intercept missiles are demanded, the need for more advanced guidance rules is increasing. In particular, in recent years, anti-missile defense systems have also been developed, and limitations on conventional guidance techniques can lead to the successful destruction of the missiles.

In order to increase the likelihood of missile success, in addition to achieving zero miss, it is necessary to take into account other features such as final speed, final impact angle, and impact time. One of the characteristics of optimal guidance laws is that they need to estimate time to go (t_{go}). Inaccurate estimation of this parameter not only severely damages the guidance performance, but also significantly diverts the overall path from the optimal one. Tuck et al. [1] have provided a method for updating time to go calculations, taking into account the direct deviation of the missile. Given the real condition of non-constant velocity, the optimal guidance law and t_{go} have been developed by Chow et al. [2]. Rayo et al. [3] have obtained an optimum guidance law with the final impact angle constraint.

In this paper, a new sliding mode guidance law is

derived to control the impact time against maneuvering targets. Considering the nonlinear dynamic equations of the maneuverable target, the proposed controller will ensure that the missile reaches the maneuverable target at the desired impact time.

2. METHODOLOGY

In this section, the mathematical model of missile-target engagement is presented. The geometry of the missile-target planar engagement is shown in Fig. 1, where M and T represent the missile and target, respectively.

It is assumed that missile and target are moving at a constant velocity. Consider that V_M and V_T are the velocity, φ_M and φ_T are flight path angles, a_M and a_T are the acceleration of missile and target, respectively. Kinematic equation of missile-target planar engagement is depicted hereunder:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= V_r = -V_M \cos(\theta_M) + V_T \cos(\theta_T) \\ r\dot{q} &= V_q = -V_M \sin(\theta_M) + V_T \sin(\theta_T) \\ \dot{\varphi}_M &= \frac{a_M}{V_M} \cdot \theta_M = \varphi_M - q \\ \dot{\varphi}_T &= \frac{a_T}{V_T} \cdot \theta_T = \varphi_T - q \end{aligned} \quad (1)$$

*Corresponding author's email: hmohammadkhani@ihu.ac.ir

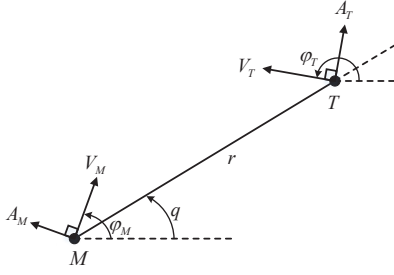


Fig. 1. Engagement geometry of missile-target.

r is the relative position of the missile and the target and q is the line-of-sight angle. After some algebra:

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= -\frac{2\dot{r}\dot{q}}{r} - \frac{\cos(\theta_M)}{r} a_M + \frac{\cos(\theta_T)}{r} a_T \ddot{r} \\ &= -a_T \sin(\theta_T) + a_M \sin(\theta_M) + r\dot{q}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

In the missile-target engagement scenario, the impact time is defined as the sum of current time and time to go:

$$t_f = t + t_{go} \quad (3)$$

t_{go} is variable and depends on future control inputs. If the missile guidance law is designed and specified along the entire path, the mathematical relationship of the time to go can be obtained, but it is impossible to calculate the exact value of this parameter. In order to solve this problem, most articles have used the expressions for time to go estimation instead of its unknown exact value. One of the most widely used estimated expression of t_{go} is:

$$t_{go} = -\frac{r}{\dot{r}} = -\frac{r}{V_r} \quad (4)$$

where V_r is the derivative of relative position.

There are several choices for the sliding surface. In this paper, similar to Ref. [4], the following relation is taken as the sliding surface:

$$s = \dot{q} + C e \operatorname{sgn}(\dot{q}) \quad (5)$$

where C is a positive constant and e is the impact time error. Selecting the above sliding surface can guarantee to achieve the desired goals by nullifying the line-of-sight rate, the first term, and the timing error of the second term. The time to go error can be written as:

$$e = t_f - t_f^d = t + t_{go} - t_f^d = t_{go} - t_{go}^d \quad (6)$$

where t_{go}^d is the estimation of time to go and are calculated according to Eq. (4). $t_{go}^d = t_f^d - t$ indicates the desired amount of t_{go} . To design the time control law, by differentiating the sliding surface (Eq. (5)) and inserting differentiating the sliding surface (Eq. (5)) and by inserting \dot{e} from Eq. (6), we have:

$$\dot{s} = \ddot{q} + C(1 + \dot{t}_{go}) \operatorname{sgn}(\dot{q}) \quad (7)$$

By differentiating Eq. (4) and replacing it from Eq. (1), one has:

$$\begin{aligned} \dot{t}_{go} &= \frac{r\dot{V}_r}{V_r^2} - 1 = \frac{r}{V_r^2} r\dot{q}^2 + a_M \sin(\theta_M) - \\ a_T \sin(\theta_T) &= \frac{1}{V_r^2} (V_q^2 + a_M r \sin(\theta_M) - a_T r \sin(\theta_T)) \end{aligned} \quad (8)$$

Finally, after some algebra, the control signal is depicted hereunder:

$$\begin{aligned} a_M &= a_M^{eq} + a_M^{disc} \\ &= -\frac{2\dot{r}\dot{q}}{r} + \frac{\cos(\theta_T)}{r} a_T + \\ &= \frac{C \operatorname{sgn}(\dot{q})(V_q^2 - a_T r \sin(\theta_T))}{V_r^2} \\ a_M^{eq} &= \frac{\cos(\theta_M)}{r} - \frac{C \operatorname{sgn}(\dot{q}) r \sin(\theta_M)}{V_r^2} \\ a_M^{disc} &= K \operatorname{sgn}(s) = -\frac{M \operatorname{sgn}(s)}{\operatorname{sgn}\left(\frac{\cos(\theta_M)}{r} - \frac{C r \sin(\theta_M) \operatorname{sgn}(\dot{q})}{V_r^2}\right)} \end{aligned} \quad (9)$$

To overcome the high chattering input control due to $\operatorname{sgn}(\cdot)$ function, it is proposed to use the sigmoid(\cdot) function instead:

$$K = -\frac{M}{\operatorname{sgn}\left(\frac{\cos(\theta_M)}{r} - \frac{C r \sin(\theta_M) \operatorname{sigmoid}(\dot{q})}{V_r^2}\right)} \quad (10)$$

3. RESULTS AND DISCUSSION

In order to evaluate the performance of the proposed impact time control guidance, two scenarios with stationary and maneuverable targets have been considered. In order to show the efficiency and superiority of the proposed method, its performance has been compared with Ref. [5] and Ref. [6]. The simulation results are shown below. For the stationary target, the control input is applied for different desired impact times and the results are presented in Figs. 2 to 5. It can be seen in Fig. 2 that, by increasing the desired impact time, the missile trajectory moves further away from the target at the beginning of the flight. In fact, to get later to the target, more curvature is needed in the missile's flight path.

The results for maneuvering target are shown in Figs. 6 to 9. The simulation result of compared methods of Ref. [5] and Ref. [6] are shown in Figs. 7 and 6, respectively. Our proposed method result is demonstrated in Fig. 8. Simulations are performed until the desired impact time of 40 seconds. It can be clearly conceived that the desired impact time is only achieved in Fig. 8 (our proposed method) and the impact time of Figs. 6 and 7 are less and more than the desired one respectively. Fig. 9 shows the separating distance between the missile and target, which is decreasing monotonically.

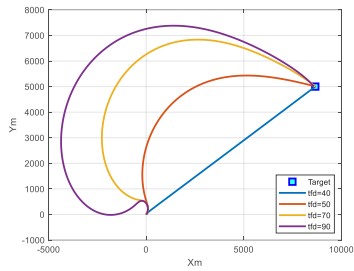


Fig. 2. Missile trajectory (stationary target).

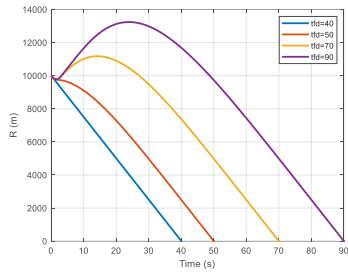


Fig. 3. Missile-target relative position.

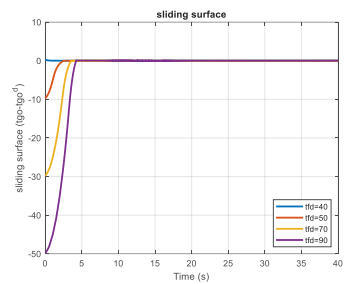


Fig. 4. Sliding surface.

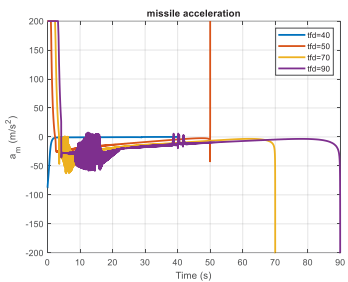


Fig. 5. Guidance command (a_M).

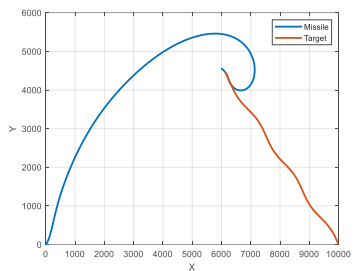


Fig. 6. Missile and maneuvering target trajectories [6].

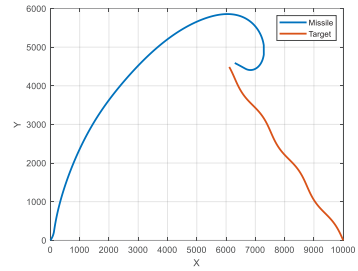


Fig. 7. Missile and maneuvering target trajectories [5].

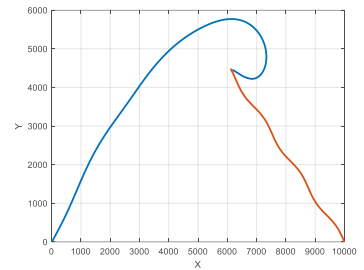


Fig. 8. Missile and maneuvering target trajectories (proposed method).

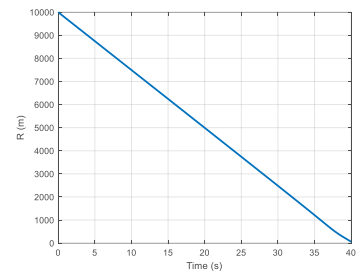


Fig. 9. Missile-target relative position.

4. CONCLUSION

Due to the high importance of impact time control, in this study, a new sliding-mode based guidance law is proposed which by choosing a new sliding surface involving time to go error, and considering nonlinear relationships of missile and target engagement, can govern the impact time successfully. The effectiveness of the proposed impact time control was evaluated by simulation and it was shown that this new guidance law has also the capability of handling maneuvering targets at a predetermined impact time while the comparative methods have failed to reach the desired time.

REFERENCES

- [1] M.-J. Tahk, C.-K. Ryoo, H. Cho, Recursive time to go estimation for homing guidance missiles, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 38(1) (2002) 13-24.
- [2] H. Cho, C.K. Ryoo, M.-J. Tahk, Closed-form optimal guidance law for missiles of time-varying velocity, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 19(5) (1996) 1017-1022.

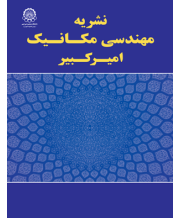
- [3] C.-K. Ryoo, H. Cho, M.-J. Tahk, Optimal guidance laws with terminal impact angle constraint, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 28(4) (2005) 724-732.
- [4] S.R. Kumar, D. Ghose, Impact time guidance for large heading errors using sliding mode control, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 51(4) (2015) 3123-3138.
- [5] S.R. Kumar, D. Ghose, Sliding mode control based guidance law with impact time constraints, in: 2013 American Control Conference, IEEE, 2013, pp. 5760-5765.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

S. Khankalantary, M. Hajizadeh, K. Heidari, H. Mohammadkhani, *Impact Time Guidance Law against Maneuvering Targets Using Sliding Mode Control*, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53(2) (2021) 217-220.

DOI: [10.22060/mej.2020.15933.6232](https://doi.org/10.22060/mej.2020.15933.6232)





طراحی قانون هدایت کنترل مود لغزشی به منظور کنترل زمان برخورد با هدف مانوردار

سعید خان کلانتری^۱، محسن حاجی زاده^۲، کاظم حیدری^۳، حسن محمدخانی^{۴*}

- ۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
- ۲- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه امام حسین، تهران، ایران
- ۳- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
- ۴- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه امام حسین، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۱۵
بازنگری: ۱۳۹۸/۰۸/۲۰
پذیرش: ۱۳۹۸/۱۱/۰۶
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۱۱/۱۰

کلمات کلیدی:

افت انتقال صوت
پوسته مخروطی ناقص
مواد متخلخل
موج صوتی صفحه‌ای

خلاصه: کنترل زمان برخورد موشک با هدف دارای مانور در کاربردهایی همچون حمله گروهي، از اهمیت بالایی برخوردار است چراکه می‌توان به‌صورت هم‌زمان چندین موشک را به هدف رساند. در این مقاله، به‌منظور کنترل زمان برخورد موشک با هدف مانوردار، قانون هدایتی مبتنی بر روش مود لغزشی پیشنهاد شده است. بدین منظور، در ابتدا با در نظر گرفتن دینامیک غیرخطی برای سیستم هدایت و انتخاب سطح لغزش مناسب، به طراحی کنترل کننده مود لغزشی پرداخته و در ادامه با استفاده از روش لیاپانوف، شرط کافی برای پایداری سیستم حاصل ارائه شده است. در این شرایط، سطح لغزش به‌نحوی انتخاب می‌شود که کنترل مود لغزشی، به‌صورت هم‌زمان هم بتواند نرخ خط دید را صفر کند و هم بتواند خطای زمان باقیمانده تا هدف را به صفر برساند. با لحاظ کردن معادلات دینامیک غیرخطی هدف دارای مانور در فرایند طراحی، کنترل کننده پیشنهادی تضمین خواهد کرد که موشک در زمان موردنظر به هدف مانوردار برخورد خواهد کرد. در انتها نیز با بهره‌گیری از یک مثال شبیه‌سازی و به‌منظور بررسی کارایی روش معرفی شده در این مقاله، سناریوهای مختلفی برای هدف (ایستا و مانوردار) در نظر گرفته شده و با در نظر گرفتن زمان‌های مطلوب برخورد متفاوت، عملکرد آن در کنار سایر روش‌های موجود مورد بررسی قرار گرفته است.

۱- مقدمه

هدف اصلی موشک‌ها، برخورد مؤثر با هدف با خطای فاصله^۱ صفر است. هدایت ناوبری تناسبی^۲ که برخورد با اهداف بدون مانور را تضمین می‌نماید، به دلیل سادگی پیاده‌سازی و عملکرد مناسب، سال‌هاست که به‌طور گسترده مورد مطالعه و استفاده قرار گرفته است. با پیچیده‌تر شدن اهداف موردنظر و نیاز به دقت و قدرت تخریب بالاتر موشک‌ها، نیاز به بکارگیری قوانین هدایت پیشرفته روزبه‌روز بیشتر می‌شود. به‌ویژه آن‌که در سال‌های اخیر، سیستم‌های دفاعی ضد موشک نیز توسعه یافته‌اند و محدودیت‌های موجود در روش‌های معمول هدایت، می‌تواند منجر به موفقیت سیستم دفاعی و انهدام

موشک تهاجمی شود.

برای افزایش احتمال موفقیت موشک لازم است که علاوه بر صفر کردن خطای فاصله، ویژگی‌هایی چون سرعت نهایی، زاویه برخورد نهایی^۳ و زمان برخورد نیز مورد توجه قرار گیرند. روش‌های هدایت بهینه معمولاً ترکیبی از اهداف فوق را به عنوان تابع هزینه و قیود نهایی در نظر گرفته و با استفاده از مدل‌های خطی موشک، دستور شتاب خروجی را به دست می‌آورند. یکی از مشخصات قوانین هدایت بهینه آن است که نیاز به تخمین زمان باقیمانده تا هدف^۴ (t_{go}) دارند. تخمین نامناسب t_{go} نه تنها به شدت عملکرد هدایت را تخریب می‌کند، بلکه به‌طور قابل توجهی مسیر کلی را از مسیر بهینه منحرف می‌سازد. تاک و همکاران [۱]، با در نظر گرفتن انحراف موشک از مسیر مستقیم،

1 Miss Distance

2 Proportional Navigation (PN)

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: hmohammadkhani@ihu.ac.ir

3 Terminal Impact Angle

4 Time To Go



کنترل زمان برخورد و زاویه نهایی ارائه شده اند، محدودیت شرایط خطی سازی فوق را ندارند. کومار و قوز [۸]، قانون هدایتی به روش کنترل کننده مود لغزشی و به منظور کنترل زمان برخورد ارائه داده اند که در آن، سطح سویچینگ^۶ به صورت ترکیبی از خطای زمان برخورد و نرخ زاویه خط دید تعریف شده است تا ملزومات زمان برخورد و خطای فاصله صفر برآورده گردد. با استفاده از این سطح سویچینگ، قانون هدایت ابتدا برای اهداف ایستا طراحی شده و سپس با استفاده از مفهوم پیش بینی نقطه برخورد، به اهداف بدون مانور نیز تعمیم داده شده است. چو و همکاران [۹] نیز، هدایت مود لغزشی غیرتکین را به منظور کنترل زمان برخورد با هدف ایستا ارائه نموده اند و سپس با استفاده از مفهوم پیش بینی نقطه برخورد، آن را برای اهداف بدون مانور نیز تعمیم داده است. در دسته ای از مقالات، سطح سویچینگ انتخاب شده تنها شامل خطای زمان برخورد است اما برای تخمین زمان t_{go} از روش های گوناگونی استفاده شده است [۱۰-۱۲]. مسئله کنترل زاویه و زمان برخورد در فاز نهایی برای هدف بدون مانور بدون استفاده از تخمین صریح t_{go} نیز، با سطوح لغزش پیشنهادی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است [۱۳ و ۱۴].

این مقاله، هدایت مود لغزشی برای کنترل زمان برخورد به هدف دارای مانور طراحی شده است. با در نظر گرفتن معادلات دینامیک غیرخطی هدف دارای مانور در طراحی، کنترل کننده پیشنهادی رسیدن موشک به هدف مانوردار را در زمان برخورد مطلوب تضمین خواهد کرد. ساختار مقاله بدین صورت است: ابتدا در بخش ۲ روابط سینماتیک موشک-هدف ارائه گشته است و به بیان مسئله پرداخته شده است. در بخش ۳ مسئله کنترل زمان فرمول بندی شده و شرایط کافی برای پایداری سیستم و همچنین طراحی کنترل کننده مود لغزشی ارائه می گردد. به منظور ارزیابی روش پیشنهادی، نتایج شبیه سازی توسط نرم افزار متلب و مقایسه در بخش ۴ ارائه شده است. در بخش پایانی، جمع بندی و نتیجه گیری ارائه شده است.

۲- بیان مسئله

در این بخش، مدل ریاضی دینامیک تعامل موشک و هدف استخراج می گردد. هندسه درگیری صفحه ای موشک-هدف در شکل ۱ نشان داده شده است که M و T به ترتیب بیانگر موشک و هدف

روشی را برای به روزرسانی محاسبات زمان رسیدن ارائه داده اند. قانون هدایت بهینه و t_{go} در شرایط واقعی تر غیر ثابت بودن سرعت موشک و هدف، توسط چو و همکارانش [۲] به دست آمده اند. رایو و همکاران [۳] نیز یک قانون هدایت بهینه با قید زاویه برخورد نهایی به دست آورده اند.

در برابر اهداف بسیار بزرگ و مهم، هدایت کنترل زاویه برخورد^۱ [۴] و هدایت کنترل زمان برخورد^۲ [۵] همواره از موضوعات مورد توجه بوده است. یک روش برای دستیابی به حمله سالوو^۳، کنترل از پیش تعیین شده زمان برخورد موشک های چندگانه به هدف است که در آن، نیازی به مخابره اطلاعات میان موشک ها نیست. اهمیت موضوع کنترل زمان برخورد در این حالت بدیهی است، چراکه با پرتاب موشک ها از سکوها^۴ متفاوت و یا پرتاب پی در پی موشک ها از یک سکو، در صورتی حمله گروهی موفقیت آمیز خواهد بود که همه موشک ها در یک زمان به هدف برخورد نمایند. ایده کنترل زمان برخورد برای هدف ایستا، ابتدا توسط جئون و همکاران [۵] پیشنهاد داده شده است که در آن، قانون هدایت پیشنهادی شامل دو بخش است: بخش اول شامل قانون هدایت ناوبری تناسبی مرسوم و بخش دوم شامل فیدبک خطای زمان برخورد است. جئون و همکاران [۶] قانون هدایت ناوبری تناسبی را، به سناریوی برخورد چند به یک موشک های ضد انفجار توسعه داده اند. با معرفی پارامتر واریانس t_{go} موشک های چندگانه و با همکاری در جهت کاهش واریانس t_{go} تا لحظه برخورد، حمله همزمان موشک ها قابل دستیابی است. برای اهداف ایستا، قانون هدایتی به منظور کنترل هر دو زاویه برخورد و زمان برخورد^۴ ارائه شده است که شامل دو بخش است: عبارت اول قانون هدایت بهینه ای است که به منظور رسیدن به زاویه برخورد دلخواه با فاصله از دست دهی صفر طراحی شده است و عبارت دوم به منظور کنترل زمان برخورد اضافه شده است [۷]. قوانین هدایت مذکور، همگی بر اساس روابط خطی سازی شده دینامیک برخورد و با فرض کوچک بودن زاویه مسیر پرواز^۵ موشک استخراج شده اند زیرا حل مسائل بهینه با معادلات غیرخطی بسیار پیچیده خواهد شد.

قوانین هدایت مبتنی بر لیاپانوف به روش مود لغزشی، که برای

- 1 Impact Angle Control Guidance (IACG)
- 2 Impact Time Control Guidance (ITCG)
- 3 Salvo Attack
- 4 Impact Time Angle Control Guidance (ITACG)
- 5 Flight-Path Angle

۳- طراحی قانون هدایت کنترل زمان

در این بخش، با انتخاب سطح لغزشی به صورت ترکیبی از نرخ خط دید و خطای زمان برخورد، قانون هدایت مود لغزشی برای کنترل زمان برخورد طراحی می‌گردد. قانون هدایت کنترل زمان موردنظر از دو بخش هم‌ارز^۳ و ناپیوسته^۴ تشکیل شده است؛ هنگامی که متغیرهای حالت به سطح لغزش مورد نظر می‌رسند، قانون هدایت هم‌ارز، متغیرها را روی سطح لغزش نگه می‌دارد و در صورت انحراف از سطح لغزش بخش ناپیوسته ورودی کنترل، متغیرها را وادار به حرکت و برگشت روی سطح لغزش می‌نماید. پایداری قانون هدایت پیشنهادی با استفاده از قضیه پایداری لیاپانوف اثبات می‌گردد. در سناریوی تعامل موشک و هدف، زمان برخورد به صورت مجموع زمان سپری شده و زمان باقیمانده تعریف می‌گردد:

$$t_f = t + t_{go} \quad (3)$$

که در آن t زمان سپری شده از پرتاب موشک و t_{go} زمان باقیمانده تا برخورد به هدف است. قانون هدایت باید به گونه‌ای تنظیم گردد که موشک با دقت قابل قبول و در زمان مطلوب به هدف برخورد نماید. زمان باقیمانده تا هدف متغیری است که به ورودی‌های کنترل آینده وابسته است. اگر قانون هدایت موشک در طول کل مسیر طراحی شده و مشخص باشد، رابطه ریاضی زمان باقیمانده تا هدف قابل استخراج است اما به دست آوردن مقدار دقیق زمان باقیمانده تا هدف پیش از تعیین قانون هدایت موشک، غیرممکن است. به منظور حل این مشکل، اغلب مقالات از عبارات تخمین زمان باقیمانده تا هدف به جای زمان باقیمانده تا هدف مختص قانون هدایت طراحی شده استفاده می‌نمایند. به طور معمول، در این دسته مقالات دو شیوه برای تخمین مورد استفاده قرار می‌گیرد: تخمین اول نسبت فاصله موشک و هدف به سرعت نزدیک‌شوندگی است که در واقع با فرض مسیر مستقیم انجام می‌شود:

$$t_{go} = -\frac{r}{\dot{r}} = -\frac{r}{V_r} \quad (4)$$

که در آن V_r نرخ فاصله است.

تخمین دوم که از آن با عنوان تخمین بهبودیافته یاد می‌شود، با در گرفتن

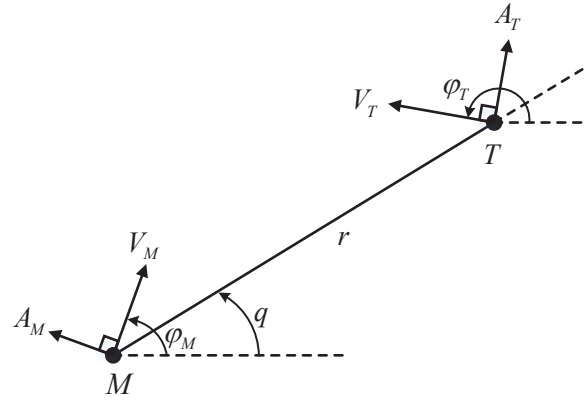


Fig. 1. Engagement geometry of missile-target.

شکل ۱: هندسه درگیری موشک-هدف

است.

فرض می‌شود که موشک و هدف به ترتیب با سرعت ثابت V_M و V_T در حرکت هستند و ϕ_T و ϕ_M به ترتیب زاویه مسیر پرواز^۱ موشک و هدف و a_T و a_M به ترتیب شتاب موشک و هدف هستند. معادلات سینماتیک تعامل موشک و هدف در صفحه به صورت رابطه (۱) بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= V_r = -V_M \cos(\theta_M) + V_T \cos(\theta_T) \\ r\dot{q} &= V_q = -V_M \sin(\theta_M) + V_T \sin(\theta_T) \\ \dot{\phi}_M &= \frac{a_M}{V_M} \cdot \theta_M = \phi_M - q \\ \dot{\phi}_T &= \frac{a_T}{V_T} \cdot \theta_T = \phi_T - q \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن r فاصله نسبی موشک و هدف و q زاویه خط دید^۲ است. با مشتق‌گیری از سطر اول و دوم رابطه (۱) و جایگذاری سوم و چهارم رابطه (۱) در آن داریم:

$$\ddot{q} = -\frac{2r\dot{q}}{r} - \frac{\cos(\theta_M)}{r} a_M + \frac{\cos(\theta_T)}{r} a_T \ddot{r} = -a_T \sin(\theta_T) + a_M \sin(\theta_M) + r\dot{q}^2 \quad (2)$$

هدف، طراحی قانون هدایتی است که برخورد با هدف دارای مانور را در زمان مطلوب ما تضمین نماید. در بخش بعد به طراحی قانون هدایت مذکور پرداخته شده است.

3 Equivalent
4 Discontinuous

1 Flight Path Angle
2 Line of Sight Angle (LOS)

بدست می‌آید و $t_{go}^d = t_f^d - t$ بیانگر مقدار مطلوب زمان باقیمانده تا هدف است.

نکته: اگر در زمان شروع $q = 0$ باشد، یعنی $V_M \sin(\theta_M) = V_T \sin(\theta_T)$ و $e \neq 0$ ، با قانون هدایت حاصل از سطح لغزش فوق نمی‌توان به زمان برخورد مطلوب دست یافت. برای طراحی قانون هدایت کنترل زمان از سطح لغزش (۵) مشتق می‌گیریم و با جایگذاری رابطه (۶) داریم:

$$\dot{s} = \dot{q} + C(1 + i_{go}) \operatorname{sgn}(\dot{q}) \quad (7)$$

حال با مشتق‌گیری از t_{go} (رابطه (۴)) و با جایگذاری از رابطه (۱) داریم:

$$\dot{t}_{go} = \frac{r\dot{V}_r}{V_r^2} - 1 = \frac{r}{V_r^2} r\dot{q}^2 + a_M \sin(\theta_M) - a_T \sin(\theta_T) = \frac{1}{V_r^2} \left(V_q^2 + a_M r \sin(\theta_M) - a_T r \sin(\theta_T) \right) \quad (8)$$

با جایگذاری روابط (۲) و (۸) در رابطه (۷) داریم:

$$\dot{s} = -\frac{2r\dot{q}}{r} - \frac{\cos(\theta_M)}{r} a_M + \frac{\cos(\theta_T)}{r} a_T + \frac{C \operatorname{sgn}(\dot{q}) (V_q^2 + a_M r \sin(\theta_M) - a_T r \sin(\theta_T))}{V_r^2} \quad (9)$$

ورودی کنترلی متشکل از دو بخش هم‌ارز و ناپیوسته به‌صورت زیر قابل نمایش است:

$$a_M = a_M^{eq} + a_M^{disc} \quad (10)$$

بخش هم‌ارز از رابطه $\dot{s} = 0$ به‌دست می‌آید:

$$a_M^{eq} = \frac{-\frac{2r\dot{q}}{r} + \frac{\cos(\theta_T)}{r} a_T + \frac{C \operatorname{sgn}(\dot{q}) (V_q^2 - a_T r \sin(\theta_T))}{V_r^2}}{\frac{\cos(\theta_M)}{r} - \frac{C \operatorname{sgn}(\dot{q}) r \sin(\theta_M)}{V_r^2}} \quad (11)$$

وقتی سیستم به مود لغزش رسید، بخش هم‌ارز (رابطه (۱۱)) آن را در مود لغزش نگه خواهد داشت. بخش ناپیوسته ورودی کنترل را،

انحنای مسیر از خط مستقیم و بر حسب زاویه خط دید و نسبت ناوبری محاسبه می‌شود [۱۰]:

$$t_{go} = -\frac{r}{V_m} \left(1 + \frac{q^2}{2(2N-1)} \right)$$

که در آن، V_m و N به ترتیب سرعت موشک و نسبت ناوبری هستند.

اغلب مقالاتی که به طراحی قانون هدایت کنترل زمان مبتنی بر لیاپانوف پرداختند، با این استدلال که به دلیل غیرمستقیم بودن مسیر تخمین اول خطای بالایی خواهد داشت، برای محاسبه خطای زمان برخورد از تخمین بهبودیافته استفاده نموده‌اند. اما باید به این نکته توجه داشت که این روش نیز می‌تواند خطای تخمین بزرگی ایجاد کند؛ چراکه تخمین دوم تنها زمانی صحیح است که هدف ایستا باشد؛ موشک تحت قانون هدایت ناوبری تناسبی باشد و زاویه مسیر پرواز و خطای زاویه پرتاب اولیه کوچک باشند که این شرایط همواره برقرار نخواهد بود. به عبارت دیگر، نکته کلیدی برای دستیابی به تخمین زمان برخورد مطلوب، تخمین درست از زمان در تمام طول مسیر (که کار بسیار دشواری است) نیست؛ بلکه کافی است فرضیاتی که تخمین موردنظر تحت آن به‌دست آمده است حوالی لحظه آخر برقرار باشد تا خطای زمان برخورد واقعی به صفر میل کند. بنابراین در این مقاله، از رابطه (۴) برای تخمین t_{go} استفاده شده است.

برای رسیدن به هدف مطلوب، انتخاب‌های متعددی از سطح لغزش وجود دارد. در این مقاله همانند مرجع [۱۱] رابطه زیر به‌عنوان سطح لغزش در نظر گرفته شده است:

$$s = \dot{q} + C e \operatorname{sgn}(\dot{q}) \quad (5)$$

که در آن C ثابت مثبت و e خطای زمان برخورد است. با انتخاب سطح لغزش فوق می‌توان به اهداف موردنظر دست یافت چراکه عبارت اول با صفر کردن نرخ خط دید برخورد را تضمین می‌نماید و عبارت دوم صفرشدن خطای زمان برخورد را تضمین می‌کند که از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$e = t_f - t_f^d = t + t_{go} - t_f^d = t_{go} - t_{go}^d \quad (6)$$

که مقدار تخمین زمان باقیمانده تا هدف است که از رابطه (۴)

$$a_M = a_M^{eq} + a_M^{disc} = \frac{-\frac{2r\dot{q}}{r} + \frac{\cos(\theta_T)}{r} a_T + C \operatorname{sgn}(\dot{q})(V_q^2 - a_T r \sin(\theta_T))}{\frac{\cos(\theta_M)}{r} - \frac{C \operatorname{sgn}(\dot{q}) r \sin(\theta_M)}{V_r^2}} - \frac{V_r^2}{r} \quad (19)$$

$$\frac{M \operatorname{sgn}(s)}{\operatorname{sgn}\left(\frac{\cos(\theta_M)}{r} - \frac{Cr \sin(\theta_M) \operatorname{sgn}(\dot{q})}{V_r^2}\right)}$$

اگرچه هدایت کنترل زمان برخورد فوق نسبت به نامعینی‌ها و اغتشاشات مقاوم است، اما به دلیل وجود تابع $\operatorname{sgn}(\cdot)$ در ورودی کنترل، نوسانات شدید خواهد داشت که با جایگزینی تابع $\operatorname{sgn}(\cdot)$ با تابع $\operatorname{sigmoid}(\cdot)$ می‌توان ورودی کنترل را هموار نموده و مشکل فوق را برطرف نمود:

$$\operatorname{sigmoid}(s) = 2\left(\frac{1}{1+e^{-\alpha s}} - \frac{1}{2}\right) \quad (20)$$

که در آن $\alpha > 0$ است.

نکته: با ادامه روند فوق و طی نمودن مراحل اثبات پایداری می‌توان نشان داد که اگر پارامتر K به صورت زیر انتخاب گردد، اثبات پایداری برای تابع سیگموئید به جای تابع علامت انجام می‌پذیرد.

$$K = -\frac{M}{\operatorname{sgn}\left(\frac{\cos(\theta_M)}{r} - \frac{Cr \sin(\theta_M) \operatorname{sigmoid}(\dot{q})}{V_r^2}\right)}$$

در اینجا روشن است که عبارت $\operatorname{sigmoid}(s)$ معادل $\frac{s(1-e^{-\alpha s})}{1+e^{-\alpha s}}$ است و این عبارت همیشه مقداری مثبت را اختیار خواهد کرد که در نتیجه باتوجه به علامت منفی پشت این عبارت مقدار تابع \dot{V} منفی است.

۴- نتایج

به منظور ارزیابی عملکرد هدایت کنترل زمان برخورد پیشنهادی، پارامترهای سیستم مطابق جدول زیر انتخاب شده است و عملکرد آن با رابطه (۱۹) در دو حالت هدف ایستا و هدف مانوردار مورد ارزیابی قرار گرفته است. به منظور مقایسه و نشان دادن کارآمدی و برتری

که در صورت انحراف سیستم از سطح لغزش آن را به سمت سطح لغزش می‌راند، به صورت زیر انتخاب می‌نماییم:

$$a_M^{disc} = K \operatorname{sgn}(s) \quad (12)$$

حال با در نظر گرفتن تابع لیاپانوفی به صورت زیر:

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (13)$$

بهره کنترل کننده ناپیوسته K را به نحوی تعیین می‌کنیم که پایداری سیستم و لذا رسیدن به سطح لغزش در زمان محدود تضمین شود. مشتق تابع لیاپانوف با جایگذاری روابط (۹) تا (۱۲) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{V} = s\dot{s} = -K |s| \left(\frac{\cos(\theta_M)}{r} - \frac{C \operatorname{sgn}(\dot{q}) r \sin(\theta_M)}{V_r^2} \right) \quad (14)$$

حال اگر K را به صورت زیر اختیار کنیم:

$$K = -\frac{M}{\operatorname{gn}\left(\frac{\cos(\theta_M)}{r} - \frac{Cr \sin(\theta_M) \operatorname{sgn}(\dot{q})}{V_r^2}\right)} \quad (15)$$

که $M > 0$ است. \dot{s} را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{s} = -M \operatorname{sgn}(s) \quad (16)$$

با جایگذاری رابطه (۱۶) در رابطه (۱۴) داریم:

$$\dot{V} = -M |s| \left| \frac{\cos(\theta_M)}{r} - \frac{Cr \sin(\theta_M) \operatorname{sgn}(\dot{q})}{V_r^2} \right| \quad (17)$$

که منفی معین است اگر:

$$\frac{\cos(\theta_M)}{r} - \frac{Cr \sin(\theta_M) \operatorname{sgn}(\dot{q})}{V_r^2} \neq 0 \quad (18)$$

تحت شرایط ذکر شده، طبق قضیه پایداری لیاپانوف سیستم پایدار بوده و رسیدن متغیرهای حالت سیستم هدایت به سطح لغزش تضمین می‌گردد و موشک می‌تواند در زمان برخورد مطلوب با هدف برخورد نماید. لذا هدایت کنترل زمان برخورد را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

جدول ۱: پارامترهای شبیه‌سازی

Table 1. Simulation parameters.

پارامترها	هدف ایستا	هدف با مانور
موقعیت اولیه موشک	$(0, 0)$ km	$(0, 0)$ km
سرعت موشک	۳۰۰ m/s	۳۰۰ m/s
زاویه مسیر پرواز اولیه موشک	$\pi/4$	$\pi/4$
فاصله اولیه	۱۰ km	۱۰ km
زاویه خط دید اولیه	$\pi/4$	$\pi/6$
سرعت هدف	-	۱۵۰ m/s
شتاب هدف	-	$15 \sin(\cdot / \Delta t)$ m/s ²
زاویه مسیر پرواز اولیه هدف	-	$2\pi/3$
زمان برخورد مطلوب	۴۰ ~ ۹۰ s	۴۰ s
بهره‌های هدایت کنترل زمان برخورد پیشنهادی	$\begin{cases} C=1 \\ M=1.0 \end{cases}$	$\begin{cases} C=1 \\ M=1.0 \end{cases}$

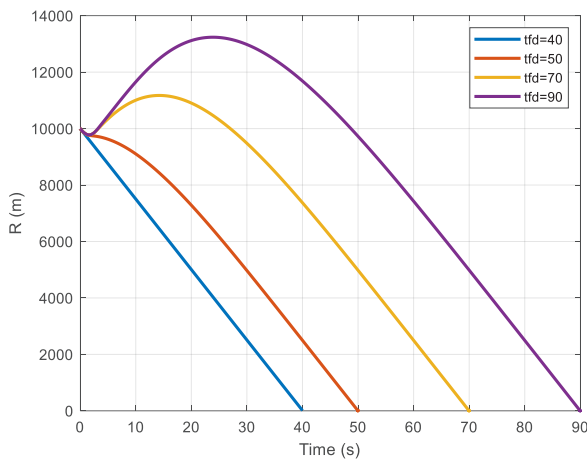


Fig. 3. Missile-target relative position.

شکل ۳: فاصله نسبی موشک و هدف

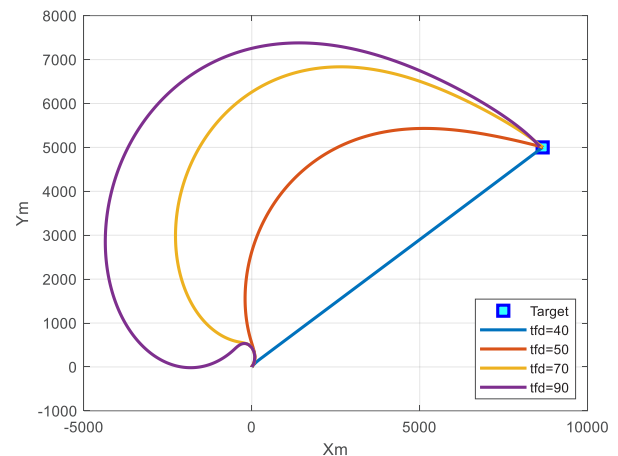


Fig. 2. Missile trajectory (stationary target).

شکل ۲: مسیر حرکت (هدف ایستا)

با اعمال فرمان هدایت ارائه‌شده در رابطه (۱۹) موشک در زمان‌های مطلوب تعیین‌شده با هدف برخورد می‌کند و فاصله نسبی در زمان موردنظر به صفر می‌رسد. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، هرچه زمان برخورد مطلوب افزایش می‌یابد، مسیر موشک در فاز اولیه حرکت، از هدف دورتر می‌شود. باتوجه به فرمان هدایت نشان‌داده‌شده در شکل ۵، در فاز اولیه فرمان هدایت با اندازه بیشینه تولید می‌شود تا خطای زمان برخورد را به‌سرعت تنظیم نموده و زمان برخورد مطلوب حاصل گردد. به‌ازای زمان مطلوب ۴۰ ثانیه، در ابتدای حرکت شتاب

روش پیشنهادی، عملکرد آن با مراجع [۸] و [۹] مورد مقایسه قرار گرفته است.

نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های زیر نشان داده شده است. ابتدا برای هدف ایستا به‌ازای زمان‌های برخورد مطلوب متفاوت ورودی کنترلی اعمال شده و نتایج در شکل‌های ۲ تا ۵ آورده شده است. شکل ۲ مسیر حرکت، شکل ۳ فاصله نسبی موشک و هدف، شکل ۴ سطح لغزش و شکل ۵ فرمان هدایت موشک (a_M) را در زمان‌های برخورد مطلوب متفاوت نمایش می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود،

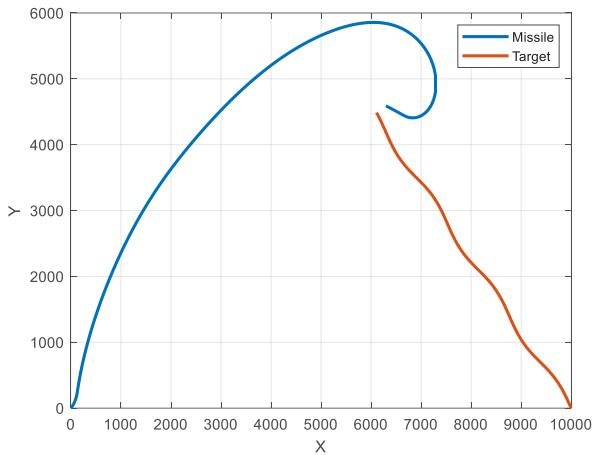


Fig. 7. Missile and maneuvering target trajectories [8].

شکل ۷: مسیر حرکت موشک و هدف در حال مانور [۸]

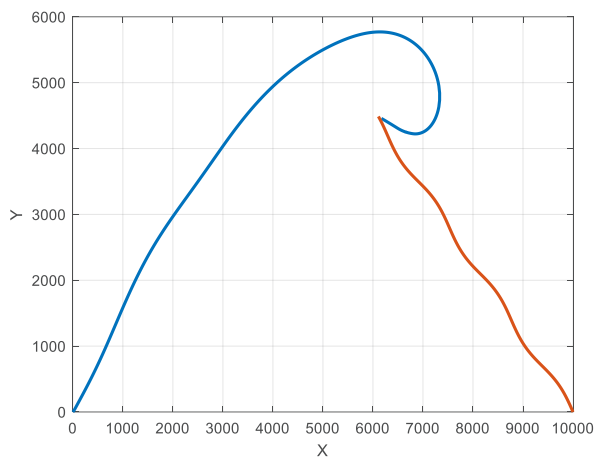


Fig. 8. Missile and maneuvering target trajectories (proposed method).

شکل ۸: مسیر حرکت موشک و هدف در حال مانور (روش پیشنهادی)

جانبی وجود خواهد شد که پس از قرارگیری روی خط دید مقدار آن صفر خواهد شد.

در حالتی که هدف دارای سرعت ثابت باشد نیز مقالاتی که از تخمین دوم برای t_{go} استفاده نمودند، از روش پیش‌بینی نقطه برخورد استفاده نموده‌اند و نقطه پیش‌بینی را به‌عنوان یک هدف مجازی ایستا در نظر گرفته‌اند و برخورد در زمان مطلوب صورت خواهد گرفت. اما در حالتی که هدف دارای مانور باشد، روش ارائه‌شده در این مقالات قادر به کنترل زمان برخورد نیستند [۷-۱۲]. در ادامه هدف دارای مانور در نظر گرفته شده و پارامترهای مربوط به آن در جدول ۱ آورده شده است. با اعمال هدایت کنترل زمان برخورد پیشنهادی خواهیم دید در حالتی که مقالات مذکور قادر به کنترل زمان برخورد نیستند، هدایت کنترل زمان برخورد پیشنهادی عملکرد قابل‌قبولی داشته و برخورد با هدف در زمان موردنظر صورت می‌گیرد. شکل‌های ۶، ۷ و ۸، با

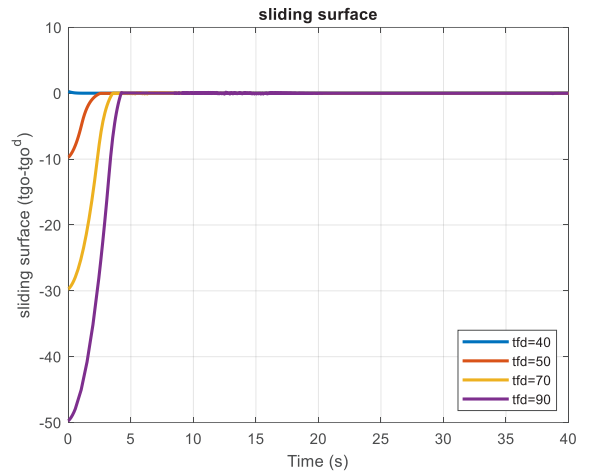


Fig. 4. Sliding surface.

شکل ۴: سطح لغزش

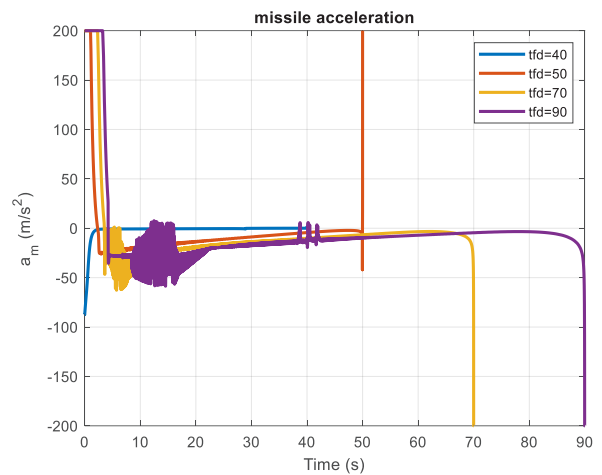


Fig. 5. Guidance command (a_M).

شکل ۵: فرمان هدایت a_M

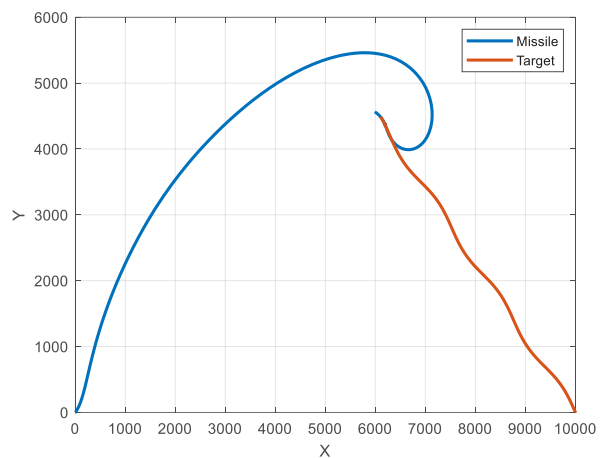


Fig. 6. Missile and maneuvering target trajectories [9].

شکل ۶: مسیر حرکت موشک و هدف در حال مانور [۹]

زمان که با فرض هدف ایستا به دست آمده است، در صورتی که هدف با مانور در نظر گرفته شود، خطای فاصله خواهیم داشت. همچنین دینامیک درگیری در طراحی در نظر گرفته نشده است که خود منجر به ایجاد خطا می‌گردد. لذا در این پژوهش با انتخاب تخمین معمول زمان باقیمانده تا هدف و سطح لغزش مناسب و با استفاده از روابط غیرخطی درگیری موشک و هدف، قانون هدایت کنترل زمان برخورد مبتنی بر مود لغزشی ارائه شد. با استفاده از قضیه پایداری لیاپانوف اثبات گردید که کنترل‌کننده پیشنهادی برخورد با هدف در زمان مطلوب را تضمین می‌نماید که از اهمیت بالایی برخوردار است. هدایت کنترل زمان برخورد پیشنهادی از طریق شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار متلب مورد ارزیابی قرار گرفت و نشان داده شد که روش پیشنهادی توانایی درگیری با هدف مانوردار را در زمان از پیش تعیین شده دارد و این در حالی است که روش‌های مورد مقایسه نتوانسته‌اند در زمان مطلوب به هدف برسند.

مراجع

- [1] M.-J. Tahk, C.-K. Ryoo, H. Cho, Recursive time-to-go estimation for homing guidance missiles, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, (1)38 24-13 (2002).
- [2] H. Cho, C.K. Ryoo, M.-J. Tahk, Closed-form optimal guidance law for missiles of time-varying velocity, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, -1017 (1996) (5)19 1022.
- [3] C.-K. Ryoo, H. Cho, M.-J. Tahk, Optimal guidance laws with terminal impact angle constraint, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 732-724 (2005) (4)28.
- [4] A. Ratnoo, D. Ghose, Impact angle constrained guidance against nonstationary nonmaneuvering targets, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 275-269 (2010) (1)33.
- [5] I.-S. Jeon, J.-I. Lee, M.-J. Tahk, Impact-time-control guidance law for anti-ship missiles, IEEE Transactions on control systems technology, 266-260 (2006) (2)14.
- [6] I.-S. Jeon, J.-I. Lee, M.-J. Tahk, Homing guidance law for cooperative attack of multiple missiles, Journal of guidance, control, and dynamics, 280-275 (2010) (1)33.
- [7] M. Kim, B. Jung, B. Han, S. Lee, Y. Kim, Lyapunov-based

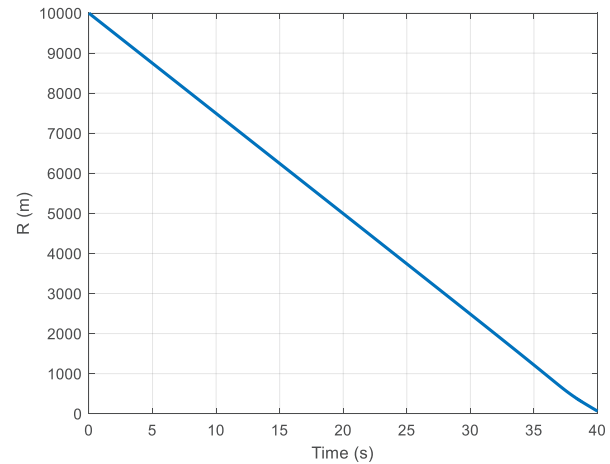


Fig. 9. Missile-target relative position.

شکل ۹: فاصله نسبی موشک و هدف

شبیه‌سازی روش‌ها تا زمان مطلوب، به ترتیب مسیر حرکت روش‌های مرجع [۸] و [۹] و روش پیشنهادی را نشان می‌دهند. همانطور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، با اعمال کنترل‌کننده پیشنهادی مرجع [۹] برای هدف مانوردار، موشک زودتر از زمان مطلوب به هدف برخورد می‌نماید. شکل ۷ نیز گویای آن است که با اعمال کنترل‌کننده پیشنهادی مرجع [۸]، برخورد در زمان مطلوب صورت نگرفته است و زمان بیشتری موردنیاز بوده است. همانطور که در شکل ۸ نشان داده شده است، قانون هدایت کنترل زمان پیشنهادی قادر است در حالتی که هدف مانوردار است، زمان برخورد را کنترل کند. شکل ۹ فاصله نسبی موشک و هدف را در حین هدایت با استفاده از روش پیشنهادی نشان می‌دهد. همانگونه که از شکل ۸ نیز پیداست قانون هدایت، مسیر حرکت موشک را به تناسب مانور هدف تغییر می‌دهد و به همین دلیل فاصله نسبی موشک و هدف در شکل ۹ در طول مسیر به شکل تقریباً یکنواختی کاهش می‌یابد و در انتهای مسیر جهت تنظیم زمان برخورد با انجام مانور متناسب، نرخ تغییر فاصله کاهش می‌یابد.

۵- نتیجه‌گیری

باتوجه به اهمیت بالای تعیین زمان برخورد با هدف و یا به عبارت دیگر کنترل زمان برخورد در کاربردهایی همچون حمله چندین موشک به یک هدف، در این مقاله ابتدا به معرفی پژوهش‌های انجام شده پیرامون کنترل پارامتر زمان رسیدن پرداخته شد. در اغلب روش‌های موجود برای کنترل زمان، به دلیل انتخاب مقدار تخمین بهبودیافته

- large heading errors using sliding mode control, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, (4)51 3138-3123 (2015).
- [12] S.R. Kumar, D. Ghose, Impact time and angle control guidance, in: AIAA guidance, navigation, and control conference, 2015, pp. 0616.
- [13] X. Chen, J. Wang, Sliding-Mode Guidance for Simultaneous Control of Impact Time and Angle, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, -394 (2018) (2)42 401.
- [14] H.-G. Kim, D. Cho, H.J. Kim, Sliding mode guidance law for impact time control without explicit time-to-go estimation, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 250-236 (2018) (1)55.
- impact time control guidance laws against stationary targets, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1122-1111 (2015) (2)51.
- [8] S.R. Kumar, D. Ghose, Sliding mode control based guidance law with impact time constraints, in: 2013 American Control Conference, IEEE, 2013, pp. 5765-5760.
- [9] D. Cho, H.J. Kim, M.-J. Tahk, Nonsingular sliding mode guidance for impact time control, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 68-61 (2015) (1)39.
- [10] X. Zhang, M. Liu, Y. Li, Sliding mode control and Lyapunov based guidance law with impact time constraints, Journal of Systems Engineering and Electronics, (2017) (6)28 1192-1186.
- [11] S.R. Kumar, D. Ghose, Impact time guidance for

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

S. Khankalantary, M. Hajizadeh, K. Heidari, H. Mohammadkhani, *Impact Time Guidance Law against Maneuvering Targets Using Sliding Mode Control*, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53(2) (2021) 913-922.

DOI: [10.22060/mej.2020.15933.6232](https://doi.org/10.22060/mej.2020.15933.6232)



