



تأثیر دقت پارامتر مقیاس طول بر فرکانس های طبیعی میکرو ورق مستطیلی متخلخل مرتعش

علی بخششی، حسین مهبادی*

گروه مهندسی مکانیک، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۷/۰۴

بازنگری: ۱۳۹۸/۰۹/۱۰

پذیرش: ۱۳۹۸/۱۰/۰۸

ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۱۱/۲۸

کلمات کلیدی:

میکرو ورق مستطیلی متخلخل

تئوری تنش کوپل اصلاح شده

پارامتر مقیاس طول

فرکانس های طبیعی

خلاصه: پارامتر مقیاس طول به عنوان یک فاکتور اساسی نقش مهمی در تقریب مقادیر فرکانس طبیعی میکروساختارها ایفا می‌کند. در این پژوهش با استفاده از پارامترهای مقیاس طول دقیق که اخیراً توسط پژوهشگران در مقیاس آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده است، فرکانس های طبیعی میکروورق های متخلخل محاسبه شده است. با توجه به اینکه ثابت فرض نمودن پارامتر مقیاس طول باعث انحراف مقادیر فرکانس طبیعی از مقدار دقیق آن می‌شود، در این تحقیق مقادیر پارامتر مقیاس طول، تابعی از جنس ماده و ضخامت ورق در نظر گرفته شده است. به منظور مدلسازی ساختار متخلخل ورق، از مدل های تخلخل پیشنهادی شامل مدل تخلخل یکنواخت، مدل تخلخل غیریکنواخت متقارن و مدل تخلخل غیریکنواخت نامتقارن استفاده شده است. میکروورق نازک در نظر گرفته شده و میدان جابجایی بر اساس فرضیات صفحات نازک در نظر گرفته شده است. برای تقریب رفتار ورق در ساختار میکرو، مدل غیرکلاسیک تنش کوپل اصلاح شده بکار گرفته شده است. توابع حدس به فرم چندجمله‌ای برای ارضا شرایط مرزی مختلف ارائه شده است. حل معادلات پس از محاسبه مقادیر انرژی سیستم به روش عددی رایلی-ریتز انجام گرفته است، و پس از بررسی صحت روند حل انجام شده به وسیله اعتبار سنجی نتایج با مراجع معتبر، تأثیر پارامترهای مختلف ورق در قالب جداول و منحنی بر فرکانس طبیعی سازه مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۱- مقدمه

بر روی صلبیت خمشی یک تیر یکسرگیردار، لم [۴] برای اولین بار پارامتر مقیاس طول را به روش آزمایشگاهی برای تئوری تنش کوپل اصلاح شده بدست آورد. در ادامه، پارک [۸] با تکیه بر نتایج تحقیقات لم موفق به تقریب پارامتر مقیاس طول در بازه $20\mu\text{m} \leq h \leq 115\mu\text{m}$ شد. البته مقادیر محاسبه شده فقط برای ضخامت های $h = 20, 38, 75, 115\mu\text{m}$ دقیق بودند و پارامتر مقیاس طول برای سایر مقادیر ضخامت، با استفاده از منحنی برازش بصورت تخمینی حاصل می‌شدند. در اکثر تحقیقاتی که در زمینه ارتعاشات ورق انجام شده، پارامتر مقیاس طول ثابت فرض شده است. در صورتیکه در پژوهش انجام شده توسط اکبرزاده خورشیدی [۹] مقدار دقیق پارامتر مقیاس طول برای چند فلز در مقیاس آزمایشگاهی استخراج شده است. تحقیقات اکبرزاده

امروزه تحقیقات بسیار گسترده‌ای در راستای بررسی رفتار ریزساختارها صورت گرفته است. ریزساختارها بدلیل آرایش اتمی خاص خود سبب بهبود خواص مکانیکی و الکتریکی مواد می‌گردند. با توجه به این اصل که تئوری های کلاسیک قادر به تفسیر رفتار صحیح ریزساختارها نیستند، بکارگیری تئوری های غیرکلاسیک برای بررسی رفتار ریزساختارها ضروری است. تئوری غیرمحملی [۱-۳]، تئوری کرنش گردایان [۴]، تئوری تنش کوپل [۵، ۶] و تئوری تنش کوپل اصلاح شده [۷]، از تئوری های غیرکلاسیک رایج و کاربردی می‌باشند. به منظور تعیین صحیح پارامتر مقیاس طول، مطالعات تجربی و نظری زیادی انجام شده است. با استفاده از برازش منحنی *نویسنده عهده‌دار مکاتبات: h_mahbadi@iauct.ac.ir

ورق‌های متخلخل با ریزساختارهای نانو می‌توان به تحقیقی از مچاب و همکارانش [۳۶] اشاره نمود. آنها در پژوهشی به بررسی ارتعاش آزاد نانو ورق تابعی متخلخل مستقر بر بستر الاستیک پسترناک و وینلکر پرداختند. شفیعی و همکارانش [۳۷] نیز با بکارگیری تئوری غیرمحملی الاستیسیته به تحلیل ارتعاش میکرو تیرتابعی دوبعدی متخلخل بر پایه تئوری تیر تیموشنکو پرداخته‌اند. مرتبط‌ترین پژوهش، تحقیقی از سیمسک و همکارانش [۳۸] می‌باشد که به تحلیل ارتعاش اجباری میکرو ورق تابعی متخلخل با تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده در معرض بار متحرک پرداخته‌اند، در این پژوهش نیز پارامتر مقیاس طول ثابت فرض شده است، و مقادیر فرکانس طبیعی در نتایج مشاهده نشده است؛ همچنین تحلیل صرفاً ارتعاش اجباری بوده و مدل‌های تخلخل بصورت دو مدل یکنواخت انجام گرفته است.

با توجه به اینکه تاکنون از پارامتر مقیاس طول با دقت بالا و تابعیت همزمان ضخامت و جنس در تحلیل ارتعاشی میکروورق‌ها استفاده نشده، در این مقاله از پارامتر مقیاس طولی که به طور همزمان تابع جنس و ضخامت ورق است، برای تعیین فرکانس طبیعی میکروورق متخلخل بهره گرفته شده است. همچنین، این پژوهش اثرات مدل‌های تخلخل یکنواخت و غیریکنواخت را با یک مدل تخلخل جدید [۳۹] بر روی رفتار ارتعاشی میکرو ورق مورد ارزیابی قرار می‌دهد. تئوری حاکم بر ورق، تئوری صفحات نازک است که برپایه تئوری تنش کوپل اصلاح شده اثرات ساختار میکرو را در رفتار ارتعاشی ورق در نظر گرفته است. در ادامه، با تشکیل تابع لاگرانژین از تفاضلات انرژی‌های سیستم و سپس بکارگیری روش ریتز برای کمینه سازی تابع لاگرانژین، ارتعاشات آزاد ورق مورد بررسی قرار گرفته است. مقادیر فرکانس برای شرایط مرزی مختلف با تشکیل توابع چندجمله‌ای حدس استخراج شده و نهایتاً پس از اعتبارسنجی نتایج، تاثیر کلیه پارامترها بر روی فرکانس طبیعی میکروورق متخلخل مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

۲- روابط و شبیه‌سازی

۲-۱- مدل‌های تخلخل

مدول الاستیسیته و چگالی برای میکرو ورق مستطیلی متخلخل بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۳۹].

$$E(z) = E_0 [1 - e_0 \phi(z)] \quad (1)$$

خورشیدی نشان می‌دهد پارامتر مقیاس طول علاوه بر جنس ماده، تابعی از ضخامت آن است. لی و همکارانش [۱۰] نیز با استفاده از یک سیستم لرزش سنج لیزری داپلر^۱ و تعیین فرکانس های تیر از جنس تیتانیم و مس، پارامتر مقیاس طول را برای این فلزات محاسبه نمودند. پارامتر مقیاس طول همچنین توسط کهربایان و همکاران [۱۱] برای تئوری گرادیان کرنشی محاسبه شده است. لیه بد و هکارانش [۱۲] نیز با استفاده از روش آزمایشگاهی^۲ این پارامتر را برای چندین ماده و با استفاده از تئوری گرادیان کرنشی محاسبه نمودند. در اکثر تحقیقات انجام شده در زمینه ارتعاشات ورق‌ها و تیرهای تابعی نیز پارامتر مقیاس طول ثابت و مستقل از هندسه و حتی مستقل از جنس ماده در نظر شده است [۱۳-۲۰]. نهایتاً، این فرضیات منجر به حصول نتایجی نادرست و غیر واقعی می‌گردد. محققان معدودی اخیراً برای توصیف رفتار ارتعاشی میکرو مواد تابعی، پارامتر مقیاس طول را متغیر اما با مقادیری غیرواقعی و مستقل از جنس ماده فرض نموده‌اند [۲۱، ۲۲]. با این حال تاکنون گزارشی مبنی بر تخمین پارامتر مقیاس طول در ماده با ساختار تابعی ارائه نشده است.

مواد متخلخل، مواد جامدی هستند که در ساختار خود دارای حفراتی می‌باشند. این مواد دارای ساختار دو فازی هستند که یک فاز آن جامد (بدنه) و فاز دیگر مایع یا گاز است. از کاربردهای گسترده صنعتی مواد متخلخل می‌توان به فیلترها، هواسازها، جداکننده ها، مبدل های حرارتی و سردکن‌ها اشاره نمود. برخی از تحقیقات مرتبط به ساختار متخلخل مربوط به آنالیز خمش و کمانش است [۲۳-۲۸]. در زمینه ارتعاشات ورق متخلخل می‌توان به مواردی اشاره نمود. اکبار [۲۹] به تحلیل استاتیکی و ارتعاشی ورق تابعی متخلخل پرداخته است. لکلیر و همکارانش ارتعاش ورق مستطیلی متخلخل [۳۰] و ورق نازک مستطیلی متخلخل اشباع شده با سیال [۳۱] را مورد بررسی قرار دادند. آرشید و خورشیدوند [۳۲] روش مربعات دیفرانسیلی را برای تحلیل ارتعاشات خمشی ورق های دایروی متخلخل اشباع شده بکار گرفتند. واشیشث و گوپتا [۳۳] رفتار ارتعاشی ورق سرامیکی متخلخل پیزوالکتریک و انیزوتروپیک را مورد مطالعه قرار دادند. التینتاس [۳۴] به مطالعه رفتار ارتعاشی میکرو مواد ناهمگن متخلخل پرداخته است. دلا و شو [۳۵] تاثیر سنسورها و عملگرهای پیزوالکتریک را بر ارتعاشات تیرمتخلخل بررسی کردند. در خصوص تحلیل ارتعاشی

1 LDV
2 AFM

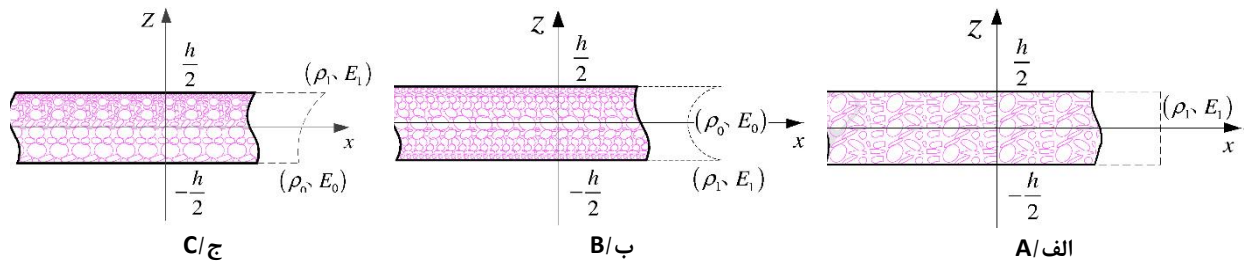


Fig. 1. Geometry of rectangular microplate, with A- evenly porosity model, B- uneven symmetric porosity model, C- uneven asymmetric porosity model

شکل ۱: هندسه میکرو ورق مستطیلی با الف- مدل تخلخل یکنواخت، ب- مدل تخلخل غیریکنواخت متقارن، ج- مدل تخلخل غیریکنواخت نامتقارن

مدل چهارم تخلخل غیریکنواخت نامتقارن می‌باشد. برای مدل تخلخل نوع دوم تابع توزیع تخلخل φ^* بصورت زیر بیان می‌گردد [۳۹]:

$$\varphi^* = \frac{1}{e_0} - \frac{1}{e_0} \left(\frac{2}{\pi} \sqrt{1-e_0} - \frac{2}{\pi} + 1 \right)^2 \quad (5)$$

۲-۲- تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده

تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده اولین بار توسط یانگ ارائه شد. اساس این تئوری غیرکلاسیک تانسور تنش کوپل متقارن بوده و تنها شامل یک پارامتر مقیاس طول می‌باشد. در این تئوری انرژی کرنشی، شامل دو تانسور کرنش (مربوط به تانسور تنش) و انحنا (مربوط به تانسور تنش کوپل) می‌باشد. انرژی کرنش U_s برای یک میکروورق الاستیک خطی با حجم Λ به فرم رابطه (۶) نوشته می‌شود [۱۹]:

$$U_s = \frac{1}{2} \int_{\Lambda} (\sigma : \varepsilon + m : \chi) d\Lambda \quad (6)$$

که ε تانسور کرنش، σ تانسور تنش، χ تانسور متقارن انحنا و m بخش عرضی تانسور تنش کوپل بوده و طبق روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (7)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} (\theta_{i,j} + \theta_{j,i}) \quad (8)$$

$$m_{ij} = \frac{E(z)}{1+\nu(z)} l^2 \chi_{ij} \quad (9)$$

در روابط فوق u بردار جابجایی، ν ضریب پواسن، l پارامتر مقیاس طول ماده و θ بردار چرخش است که از رابطه‌ی زیر بدست

$$\rho(z) = \rho_0 [1 - e^* \varphi(z)] \quad (2)$$

در رابطه فوق $\varphi(z)$ تابع توزیع تخلخل، e_0 پارامتر تخلخل ورق و e^* پارامتر چگالی است. پارامتر تخلخل ورق نسبت فضای حفره‌ای به فضای کلی یک ماده است. به عبارتی افزایش این پارامتر به معنای افزایش حجم حفرات نسبت به فضای کل ماده‌ی متخلخل می‌باشد. پارامتر $e^* = 1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}$ که وابسته به چگالی است، بین صفر و یک متغیر است. در این رابطه ρ_0 و ρ_1 ماکزیمم و مینیمم چگالی ورق می‌باشند. برای یک فوم فلزی با حفره‌های باز، رابطه $\frac{E_0}{E_1} = \left(\frac{\rho_0}{\rho_1} \right)^2$ برقرار است؛ پارامترهای E_0 و E_1 به ترتیب ماکزیمم و مینیمم مقادیر مدول الاستیسیته ورق هستند. بنابراین، ارتباط میان پارامتر تخلخل و پارامتر چگالی بصورت تابع زیر است [۳۹]:

$$e^* = 1 - \sqrt{1 - e_0} \quad (3)$$

در شکل ۱ هندسه میکرو ورق مستطیلی به طول a ، عرض b و ضخامت h با مدل‌های تخلخل یکنواخت، غیریکنواخت متقارن و غیریکنواخت نامتقارن نمایش داده شده است [۳۹].

با توجه به شکل ۱، تابع توزیع تخلخل در چهار نوع مختلف به فرم زیر بیان می‌گردد:

$$\varphi(z) = \begin{cases} 1 & \text{Type I} \\ \varphi^* & \text{Type II} \\ \cos(\pi z / h) & \text{Type III} \\ \cos(\pi z / h + \pi / 4) & \text{Type IV} \end{cases} \quad (4)$$

مدل تخلخل نوع اول و نوع دوم مدلهایی با توزیع یکنواخت می‌باشند. مدل نوع سوم، تخلخل با توزیع غیر یکنواخت متقارن، و

می‌آید [۱۹].

$$\theta_z = \frac{1}{2}(v_{,x} - u_{,y}) \quad (20)$$

با جایگذاری روابط (۱۸) تا (۲۰) در رابطه (۸) مولفه‌های تانسور متقارن انحناء χ به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\chi_{xx} = w_{,xy} \quad (21)$$

$$\chi_{xy} = -w_{,xy} \quad (22)$$

$$\chi_{xy} = \frac{1}{2}(w_{,yy} - w_{,xx}) \quad (23)$$

مقادیر تانسور m نیز با قراردادن روابط (۲۱) تا (۲۳) در رابطه‌ی (۹) محاسبه می‌شود. بر اساس تئوری تنش کوپل اصلاح شده انرژی کرنش میکرو ورق برای تئوری کلاسیک صفحات نازک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$U_s = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \left(\begin{aligned} &\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \\ &m_{xx} \chi_{xx} + m_{yy} \chi_{yy} + 2m_{xy} \chi_{xy} + \\ &2m_{xz} \chi_{xz} + 2m_{yz} \chi_{yz} \end{aligned} \right) dz dy dx \quad (24)$$

با جانشانی مقادیر σ, ε, m و χ بر حسب مولفه‌های جابجایی در معادله فوق خواهیم داشت:

$$U_s = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \left(\begin{aligned} &\left\{ \frac{1}{2} A_1 (u_{,x}^2 + v_{,y}^2) + 2A_2 u_{,x} v_{,y} + A_3 (u_{,y} + v_{,x})^2 \right\} - \\ &B_1 (u_{,x} w_{,xx} + v_{,y} w_{,yy}) - B_2 (u_{,x} w_{,yy} + v_{,y} w_{,xx}) - \\ &2B_3 (u_{,y} + v_{,x}) (w_{,xy}) + \frac{1}{2} \left\{ D_1 (w_{,xx}^2 + w_{,yy}^2) + \right. \\ &\left. 2D_2 (w_{,xx} w_{,yy}) + 4D_3 (w_{,xy})^2 \right\} \\ &\left. + \frac{1}{2} \left\{ Y_{xx} (w_{,xy})^2 - Y_{yy} (w_{,xy})^2 + 2Y_{xy} (w_{,yy} - w_{,xx})^2 \right\} \right) dz dy dx \quad (25)$$

در رابطه (۲۵) مولفه‌های A, B, D و Y به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$(A_1, B_1, D_1) = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1-\nu(z)^2} \{1, z, z^2\} dz \quad (26)$$

$$(A_2, B_2, D_2) = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\nu(z)E(z)}{1-\nu(z)^2} \{1, z, z^2\} dz \quad (27)$$

$$(A_3, B_3, D_3) = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{2[1+\nu(z)]} \{1, z, z^2\} dz \quad (28)$$

$$\theta_i = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} u_{k,j} \quad (10)$$

با فرض تئوری کلاسیک صفحات نازک، روابط جابجایی ورق در دستگاه مختصات کارتزین به صورت زیر بیان می‌شوند [۲۰].

$$U(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0(x, y, t)}{\partial x} \quad (11)$$

$$V(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0(x, y, t)}{\partial y} \quad (12)$$

$$W(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \quad (13)$$

که در معادلات فوق w جابجایی عرضی ورق در راستای z ، U و V به ترتیب نشان دهنده‌ی جابجایی‌های ورق در راستای محورهای x و y می‌باشند. با توجه به روابط جابجایی (۱۱) تا (۱۳) و فرض کرنش خطی، روابط بین کرنش‌ها و جابجایی‌های ورق به قرار زیر است:

$$\varepsilon_{xx} = u_{,x} - z w_{,xx} \quad (14)$$

$$\varepsilon_{yy} = v_{,y} - z w_{,yy} \quad (15)$$

$$\gamma_{xy} = u_{,y} + v_{,x} - 2z w_{,xy} \quad (16)$$

با توجه به قانون هوک تعمیم‌یافته، معادلات ساختاری برای میکرو ورق متخلخل با در نظر گرفتن تئوری کلاسیک صفحات نازک عبارت است از:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E(z)}{1-\nu(z)^2} & \frac{\nu(z)E(z)}{1-\nu(z)^2} & 0 \\ \frac{\nu(z)E(z)}{1-\nu(z)^2} & \frac{E(z)}{1-\nu(z)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E(z)}{2[1+\nu(z)]} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix} \quad (17)$$

با قرار دادن روابط (۱۱) تا (۱۳) در رابطه (۱۰) داریم:

$$\theta_x = w_{,y} \quad (18)$$

$$\theta_y = -w_{,x} \quad (19)$$

جدول ۱: توابع حدس برای شرایط مرزی مختلف

Table 1. Trial functions for various boundary conditions

Θ_w	Θ_v	Θ_u	شرایط مرزی
$Y(Y-b) X(X-a)$	$Y(Y-b) X(X-a)$	$Y(Y-b) X(X-a)$	SSSS
$Y^2(Y-b)^2 X(X-a)$	$Y(Y-b) X(X-a)$	$Y(Y-b) X(X-a)$	SCSC
$Y^2(Y-b)^2 X^2(X-a)^2$	$Y(Y-b) X(X-a)$	$Y(Y-b) X(X-a)$	CCCC
$Y^2 X(X-a)$	$Y X(X-a)$	$Y X(X-a)$	SCSF
$Y^2 X^2(X-a)^2$	$Y X(X-a)$	$Y X(X-a)$	CCCF

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_n} = \frac{\partial \Pi}{\partial b_n} = \frac{\partial \Pi}{\partial c_n} = 0 \quad (35)$$

با جایگذاری معادلات (۳۱) تا (۳۳) در معادلات انرژی (۲۵) و (۳۰) و سپس ارضا کمینه‌سازی در معادله (۳۵)، ضرایب مجهول محاسبه و معادله مقدار ویژه به صورت زیر حاصل می‌گردد.

$$([K] - \omega^2 [M])\{q\} = 0 \quad (36)$$

در این رابطه ω فرکانس طبیعی ورق، $q = \{a_n, b_n, c_n\}^T$ بردار ثوابت مجهول و T به مفهوم ماتریس ترانهاد است. همچنین $[M]$ ماتریس جرم ورق، $[K]$ ماتریس سفتی ورق می‌باشند که المان‌های این ماتریس‌ها در پیوست محاسبه و استخراج شده است. بدین ترتیب با حل معادله مقدار ویژه فوق، مقدار فرکانس طبیعی ω تعیین خواهد شد.

۳- نتایج و تحلیل

در این بخش مقادیر فرکانس طبیعی میکرو ورق مستطیلی برای مدل‌های متخلخل گوناگون به ازای تغییرات پارامترهای مختلف بدست آمده است. در این قسمت سه نسبت فرکانسی $FR1, FR2, FR3$ بصورت زیر تعریف می‌گردد:

$$FR1 = \frac{\omega_{ELSP}}{\omega_{TLSP}}, FR2 = \frac{\omega_{ELSP}}{\omega_{CPT}}, FR3 = \frac{\omega_{TLSP}}{\omega_{CPT}} \quad (37)$$

که ω_{ELSP} و ω_{TLSP} به ترتیب بیانگر فرکانس‌های طبیعی میکروورق با بکارگیری مدل پارامتر مقیاس طول دقیق (مدل دقیق حاضر، مدل تابعی پارامتر مقیاس طول) و مدل پارامتر مقیاس

$$(Y_{xx}, Y_{xy}, Y_{yy}) = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1-\nu(z)^2} \{m_{xx}, m_{xy}, m_{yy}\} dz \quad (29)$$

انرژی جنبشی نیز برای میکروورق متخلخل با در نظر گرفتن اینرسی دورانی به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$T_p = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) [\dot{U}^2 + \dot{V}^2 + \dot{W}^2] dz dy dx \quad (30)$$

توابع حدس برای ارضا شرایط مرزی بصورت توابع چند جمله‌ای به شکل زیر ارائه می‌شوند [۲۰]:

$$u_0(x, y, t) = \Theta_u(x, y) \sum_{p=1}^{N_1} \sum_{q=1}^p a_n(t) x^q y^{(p-q)} e^{i\omega t} \quad (31)$$

$$v_0(x, y, t) = \Theta_v(x, y) \sum_{p=1}^{N_1} \sum_{q=1}^p b_n(t) x^q y^{(p-q)} e^{i\omega t} \quad (32)$$

$$w_0(x, y, t) = \Theta_w(x, y) \sum_{p=1}^{N_1} \sum_{q=1}^p c_n(t) x^q y^{(p-q)} e^{i\omega t} \quad (33)$$

برای a_n, b_n, c_n ثوابت زمانی مجهول و $\Theta_u, \Theta_v, \Theta_w$ ضرایب توابع حدس می‌باشند. در جدول ۱ ضرایب توابع حدس پیشنهادی برای شرایط مرزی مختلف ارائه شده است [۱۸، ۲۰]. بر اساس روش انرژی رایلی- ریتز تفاضل انرژی‌های جنبشی و پتانسیل سیستم (معادله لاگرانژ) برای سیستم به فرم زیر تعریف می‌گردد [۱۸، ۲۰، ۴۰].

$$\Pi = \sum_{\max} U - \sum_{\max} T \quad (34)$$

برای کمینه‌سازی رابطه (۳۴) خواهیم داشت:

جدول ۲: خواص مکانیکی مواد

Table 2. Mechanical properties of materials

خواص مکانیکی				مواد
$l(\mu\text{m})$	ν	$\rho(\text{kg/m}^3)$	$E(\text{GPa})$	
۱۷/۶	۰/۳	۱۲۲۰	۱/۴۴	اپوکسی [۱۰]
۰/۷۷۵	۰/۳۱	۴۵۰۵	۱۰۸	تیتانیوم [۱۰]
۰/۸۴۳	۰/۳	۸۹۰۰	۲۰۷	نیکل [۱۰]
۱/۴۲۲	۰/۳۲	۸۹۰۰	۱۰۸	مس [۱۰]

جدول ۳: مقایسه‌ی فرکانس‌های طبیعی بدون بعد $\tilde{\omega}$ برای میکروورق مستطیلی ایزوتروپیک به ازای پارامترهای مختلف

Table 3. Comparison of non-dimensional natural frequencies ($\tilde{\omega}$) for isotropic rectangular microplate for various parameters

l/h						روش حل	a/h
۱	۰/۸	۰/۶	۰/۴	۰/۲	۰		
۱۳/۶۱۸۶	۱۱/۴۶۸۹	۹/۴۶۵۱	۷/۷۲۱۷	۶/۴۵۳۵	۵/۹۷۱۲	مرجع [۱۵]	۱۰۰
۱۳/۶۲۱۳	۱۱/۴۷۱۳	۹/۴۶۷۳	۷/۷۲۳۹	۶/۴۵۵۶	۵/۹۷۳۴	مرجع [۴۱]	
۱۳/۶۲۰۲	۱۱/۴۷۰۳	۹/۴۶۶۵	۷/۷۲۳۲	۶/۴۵۵۱	۵/۹۷۲۸	نتایج حاضر	
۱۳/۵۵۴۵	۱۱/۴۱۰۸	۹/۴۱۱۶	۷/۶۷۰۸	۶/۴۰۲۷	۵/۹۱۹۹	مرجع [۱۵]	۲۰
۱۳/۵۵۴۵	۱۱/۴۷۱۳	۹/۴۶۷۳	۷/۷۲۳۹	۶/۴۵۵۶	۵/۹۷۳۴	مرجع [۴۱]	
۱۳/۵۹۳۴	۱۱/۴۴۷۸	۹/۴۴۷۹	۷/۷۰۸۰	۶/۴۴۲۴	۵/۹۶۱۱	نتایج حاضر	

جدول ۴: مقایسه‌ی فرکانس‌های طبیعی بدون بعد Ω برای ماکروورق مستطیلی متخلخل به ازای تغییرات پارامتر تخلخل

Table 4. The natural frequency of the porous microplate (MHz) for various parameters

e_0									روش حل
۰/۹	۰/۸	۰/۷	۰/۶	۰/۵	۰/۴	۰/۳	۰/۲	۰/۱	
۰/۱۲۵۶	۰/۱۳۴۵	۰/۱۴۱۰	۰/۱۴۶۳	۰/۱۵۰۷	۰/۱۵۴۷	۰/۱۵۸۲	۰/۱۶۱۴	۰/۱۶۴۴	مرجع [۳۹]
۰/۱۴۶۹	۰/۱۵۱۳	۰/۱۵۵۹	۰/۱۶۰۲	۰/۱۶۴۲	۰/۱۶۷۹	۰/۱۷۱۴	۰/۱۷۴۷	۰/۱۷۷۸	نتایج حاضر

طول مرسوم (مدل متداول، مدل غیرتابعی و ثابت پارامتر مقیاس طول) می‌باشند. همچنین ω_{CPT} فرکانس طبیعی سیستم بدون در نظر گرفتن تئوری غیرکلاسیک تنش کوپل اصلاح شده است؛ به عبارتی فرکانس محاسبه شده بدون در نظر گرفتن اثرات ریزساختار ورق و با بکارگیری تئوری کلاسیک می‌باشد. در جدول ۲ خواص مکانیکی مواد بکاررفته در این پژوهش لیست شده است. در جدول ۳ مقادیر فرکانس‌های طبیعی بدون بعد $\tilde{\omega} = \omega a^2 / h \sqrt{\rho/E}$ برای میکروورق مستطیلی ایزوتروپیک به طول a ، عرض b و ضخامت h با شرایط مرزی چهارطرف ساده به ازای تغییرات نسبت های l/h و a/h نمایش داده شده و با مراجع قابل استناد صحت‌سنجی شده است. در این جدول مطابقت خوبی میان مراجع و نتایج حاضر وجود دارد. نتایج در جدول ۳، با فرضیات $E = 380 \text{ GPa}$ ، $\rho = 3800 \text{ kg/m}^3$ ، $l = 17.6 \mu\text{m}$ می‌باشند. در جدول ۴ صحت‌سنجی فرکانس‌های طبیعی بدون بعد $\Omega = h \sqrt{\rho/E}$ برای ماکروورق مستطیلی متخلخل با مدل تخلخل نوع دوم و فرضیات

طول مرسوم (مدل متداول، مدل غیرتابعی و ثابت پارامتر مقیاس طول) می‌باشند. همچنین ω_{CPT} فرکانس طبیعی سیستم بدون در نظر گرفتن تئوری غیرکلاسیک تنش کوپل اصلاح شده است؛ به عبارتی فرکانس محاسبه شده بدون در نظر گرفتن اثرات ریزساختار ورق و با بکارگیری تئوری کلاسیک می‌باشد. در جدول ۲ خواص مکانیکی مواد بکاررفته در این پژوهش لیست شده است. در جدول ۳ مقادیر فرکانس‌های طبیعی بدون بعد $\tilde{\omega} = \omega a^2 / h \sqrt{\rho/E}$ برای میکروورق مستطیلی متخلخل با مدل تخلخل نوع دوم و فرضیات

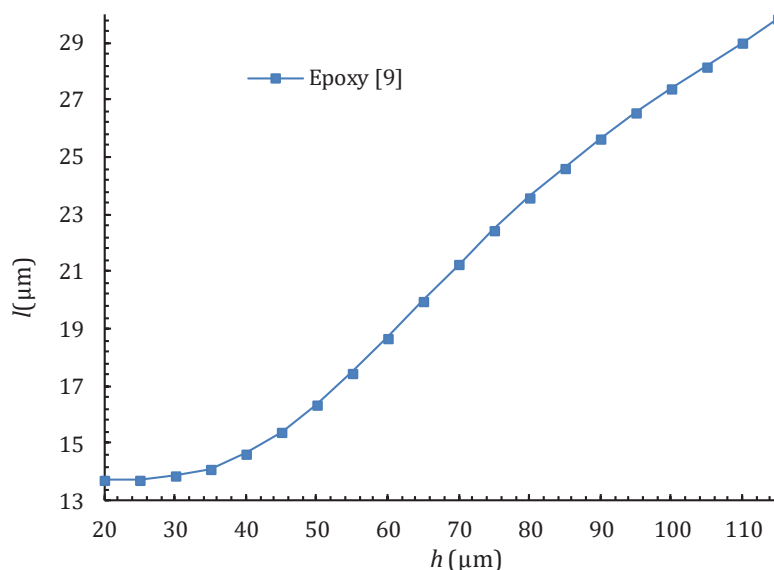


Fig. 2. Variations thickness on the length scale parameter of microplates made of epoxy

شکل ۲: تغییرات پارامتر مقیاس طول به ضخامت میکرو ورق ساخته شده از اپوکسی

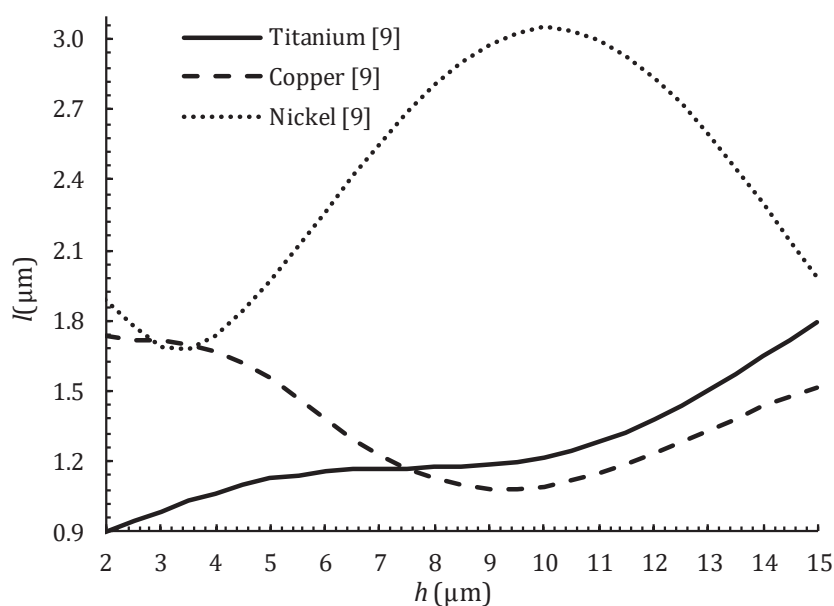


Fig. 3. Variations of length scale parameter versus thickness of microplates for various metals

شکل ۳: تغییرات پارامتر مقیاس طول به ضخامت میکروورق برای فلزات مختلف

ضخامت میکروورق برای تیتانیوم، مس و نیکل را که در مرجع [۹] با بکارگیری روش‌های آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده است نمایش می‌دهند. همانطور که در این اشکال مشهود است، روند تغییرات پارامتر مقیاس طول به ازای ضخامت برای اپوکسی و تیتانیوم سیر صعودی دارد، در حالی که برای مس و نیکل روند تغییرات مشخصی وجود ندارد.

در شکل ۴ تغییرات FRI نسبت به ضخامت میکروورق متخلخل

$a/b=1, h/b=0.115, b=1m, E=70 \text{ GPa}, \rho=2702 \text{ kg/m}^3, \nu=0.13$ ، شرایط مرزی SCSC به ازای تغییرات e_0 انجام شده است. دلیل وجود درصد خطا در این صحت‌سنجی، بالا بودن نسبت ضخامت به عرض ورق می‌باشد که بکارگیری تئوری کلاسیک صفحات برای این ورق نسبتاً ضخیم، منجر به افزایش درصد خطا شده است.

شکل ۲ تغییرات پارامتر مقیاس طول به ضخامت میکروورق ساخته‌شده از اپوکسی و شکل ۳ تغییرات پارامتر مقیاس طول به

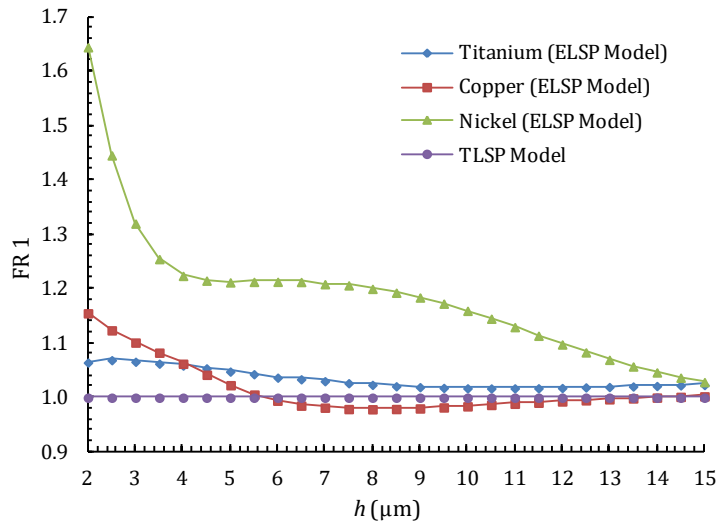


Fig. 4. Variations of FR1 versus the thickness of porous microplates for various metals

شکل ۴: تغییرات FR1 به ضخامت میکروورق متخلخل برای فلزات مختلف

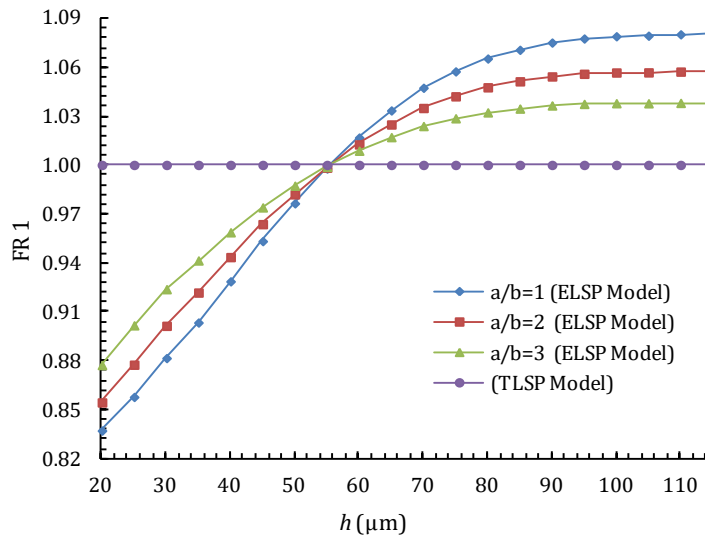


Fig. 5. Variations of FR1 versus the thickness of porous microplates made of epoxy for various Aspect ratio

شکل ۵: تغییرات FR1 به ضخامت میکروورق متخلخل ساخته شده از اپوکسی برای نسبت اضلاع مختلف

پارامتر مقیاس طول در مدل مرسوم برای این فلز می‌باشد. همچنین با افزایش مقادیر ضخامت رفته رفته از انحراف مدل مرسوم کاسته می‌شود.

در شکل ۵ تغییرات $FR1$ نسبت به ضخامت میکروورق متخلخل اپوکسی برای نسبت اضلاع مختلف و با شرایط مرزی ساده ($a/h = 20, e_o = 0.9$) نشان داده شده است. در شکل مشاهده می‌شود که در ضخامت $h = 60 \mu m$ مقدار $FR1 = 1$ است. در مدل‌های قدیمی، پارامتر مقیاس طول برای اپوکسی در تمامی ضخامت‌ها مساوی مقدار دقیق این پارامتر برای ضخامت $h = 60 \mu m$ در نظر

ساخته شده از تیتانیوم، مس و نیکل به نمایش گذاشته شده است. فرضیات در این شکل بصورت ($a/h = 20, a/b = 1, e_o = 0.9$) و شرایط مرزی چهار طرف ساده می‌باشد. خط منحنی مدل پارامتر مقیاس طول مرسوم^۱ ثابت است و منحنی‌های مدل دقیق^۲، انحراف مدل متداول پارامتر مقیاس طول را از مقدار دقیق فرکانس نشان می‌دهند. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود انحراف مقادیر فرکانس برای نیکل بسیار زیاد است که دلیل آن تخمین نادرست

1 TLSP Model
2 ELSP Model

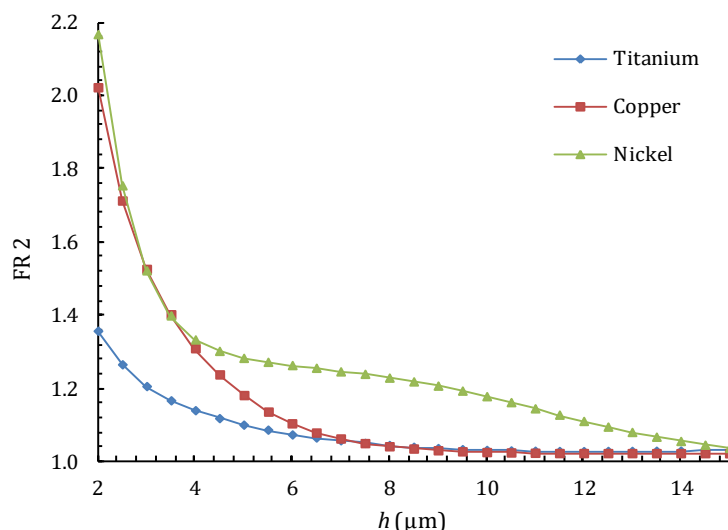


Fig. 6. variations of FR2 versus the thickness of porous microplates for various metals
 شکل ۶: تغییرات FR2 به ضخامت میکروورق متخلخل برای فلزات مختلف

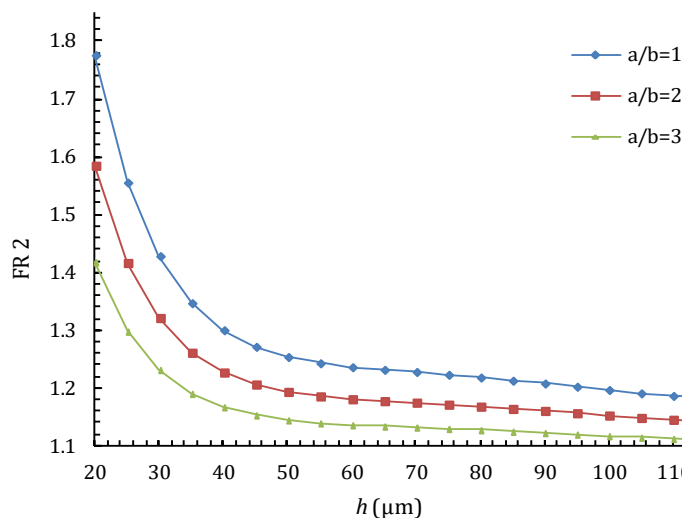


Fig. 7. Variations of FR2 versus the thickness of porous microplates made of epoxy for various Aspect ratio
 شکل ۷: تغییرات FR2 نسبت به ضخامت میکروورق متخلخل ساخته شده از اپوکسی برای نسبت اضلاع مختلف

گرفتن اثر پارامتر مقیاس طول نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش ضخامت ورق انحراف فرکانس مدل دقیق با مدل کلاسیک کاهش می‌یابد. دلیل این امر، از بین رفتن اثر ساختار میکرو با افزایش ضخامت ورق است. بنابراین می‌توان گفت برای این فلزات در ضخامت‌های ($h > 15 \mu\text{m}$)، اثرات ریزساختارها و تئوری غیرکلاسیک قابل صرف نظر کردن است درحالی‌که در نظر گرفتن این تاثیرات در ضخامت‌های ($h < 10 \mu\text{m}$) ضروری می‌باشد. در شکل ۷ تغییرات FR2 به ضخامت میکروورق متخلخل

گرفته شده است. بنابراین مقدار دقیق فرکانس میکروورق در مطالعات پیشین تنها در این ضخامت صحیح بوده و برای بقیه مقادیر ضخامت با توجه به نسبت $FR1$ در منحنی‌ها، بین مدل مرسوم پارامتر مقیاس طول و مدل دقیق حاضر انحراف وجود دارد.

در شکل ۶ تغییرات FR2 به ضخامت میکروورق متخلخل برای فلزات مختلف، شرایط مرزی چهارطرف ساده و ($a/h = 20, e_0 = 0/9$) نمایش داده شده است. این شکل مقدار انحراف فرکانس را از مدل پارامتر مقیاس طول دقیق نسبت به مدل کلاسیک ورق بدون در نظر

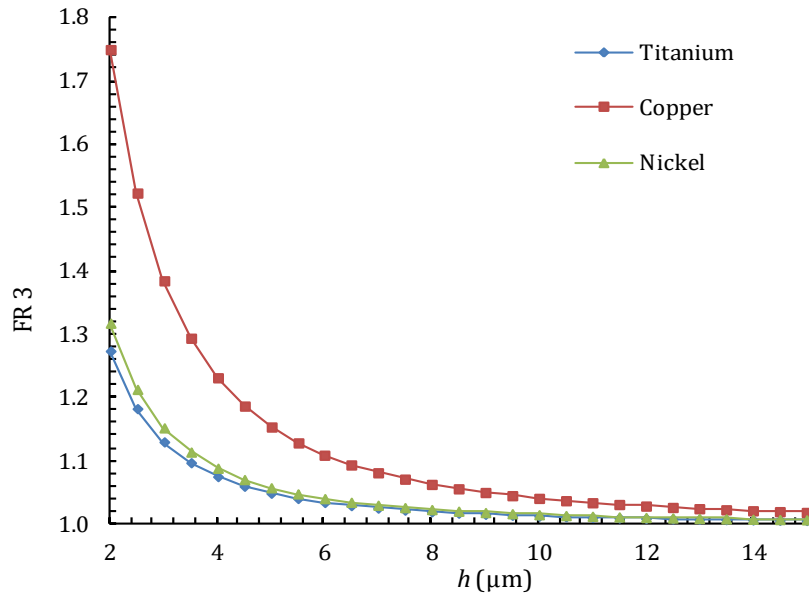


Fig. 8. Variations of FR3 versus the thickness of porous microplates for various metals

شکل ۸: تغییرات FR3 نسبت به ضخامت میکروورق متخلخل برای فلزات مختلف

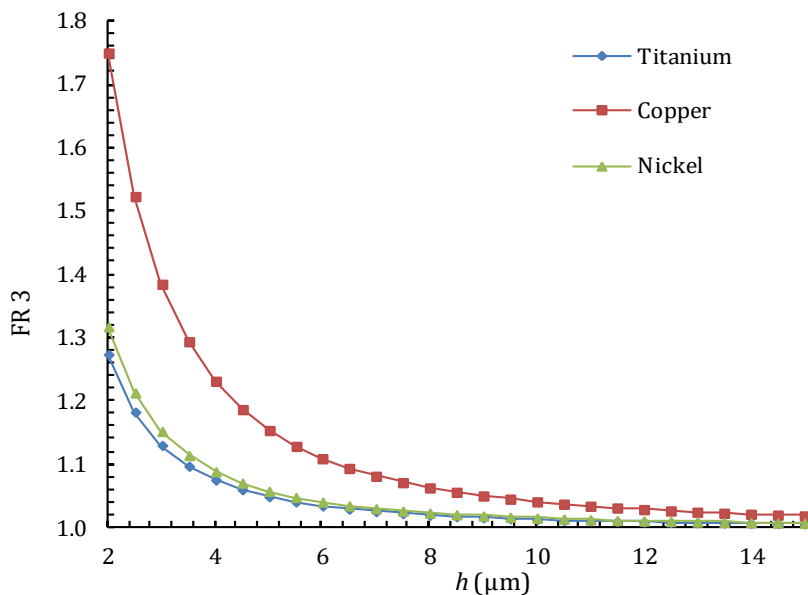


Fig. 9. Variations of FR3 versus the thickness of porous microplates made of epoxy for various aspect ratios

شکل ۹: تغییرات FR3 نسبت به ضخامت میکروورق متخلخل ساخته شده از اپوکسی برای نسبت اضلاع مختلف

این تاثیرات در میکرو ورق اپوکسی برای ضخامت های ($h < 120 \mu\text{m}$) غیر قابل چشم پوشی است.

در شکل ۸ تغییرات $FR3$ نسبت به ضخامت میکروورق متخلخل برای فلزات مختلف نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می شود همواره $FR3 > 1$ بزرگتر از یک است. بنابراین می توان نتیجه گرفت $\omega_{TSP} > \omega_{CPT}$ است؛ به بیانی دیگر در نظر گرفتن اثرات پارامتر مقیاس طول و ساختار میکرو سبب افزایش فرکانس

ساخته شده از اپوکسی برای نسبت اضلاع مختلف نمایش داده شده است. فرضیات در این شکل بصورت ($a/h = 20, e_0 = 0/9$) می باشد. در این شکل مشاهده می شود، افزایش نسبت اضلاع باعث کاهش انحراف مقادیر فرکانس مدل کلاسیک از مدل دقیق پارامتر مقیاس طول می شود. بنابراین با مشاهده شکل می توان نتیجه گرفت برای میکروورق اپوکسی در ضخامت های ($h > 120 \mu\text{m}$) و نسبت های اضلاع بالا، اثرات میکروساختار قابل صرف نظر کردن است در صورتیکه

جدول ۵: مقادیر فرکانس طبیعی میکروورق متخلخل برحسب مگاهرتز به ازای پارامترهای مختلف ($a/h = 20, a/b = 1, h = 2 \mu m, e_0 = 0.9$)

Table 5. The natural frequency of the porous epoxy microplate (MHz) for various parameters ($a/h = 20, a/b = 1, h = 2 \mu m, e_0 = 0.9$)

مدل تخلخل				نوع فرکانس	ماده	شرایط مرزی
نوع سوم	نوع دوم	نوع اول	نوع چهارم			
۰/۷۱۷۶	۰/۸۵۱۵	۰/۶۳۵۱	۰/۴۳۹۳	ω_{TLSP}	تیتانیم	چهار طرف ساده
۰/۷۳۲۷	۰/۸۶۴۲	۰/۶۵۰۰	۰/۴۴۹۶	ω_{ELSP}		
۰/۷۰۷۵	۰/۸۳۹۲	۰/۶۲۶۰	۰/۴۳۳۲	ω_{TLSP}	نیکل	
۰/۷۲۵۷	۰/۸۵۴۷	۰/۶۴۴۲	۰/۴۴۵۶	ω_{ELSP}		
۰/۵۱۸۱	۰/۶۱۲۸	۰/۴۵۹۱	۰/۳۱۷۶	ω_{TLSP}	مس	
۰/۵۱۹۳	۰/۶۱۳۸	۰/۴۶۰۳	۰/۳۱۸۴	ω_{ELSP}		
۱/۳۰۴۷	۱/۵۴۹۰	۱/۱۵۴۴	۰/۷۹۸۶	ω_{TLSP}	تیتانیم	چهار طرف گیردار
۱/۳۱۸۹	۱/۵۶۱۰	۱/۱۶۸۵	۰/۸۰۸۳	ω_{ELSP}		
۱/۲۸۵۷	۱/۵۲۶۳	۱/۱۳۷۷	۰/۷۸۷۰	ω_{TLSP}	نیکل	
۱/۳۰۲۹	۱/۵۴۰۸	۱/۱۵۴۷	۰/۷۹۸۷	ω_{ELSP}		
۰/۹۳۶۹	۱/۱۱۰۵	۰/۸۲۹۶	۰/۵۷۳۸	ω_{TLSP}	مس	
۰/۹۳۸۰	۱/۱۱۱۴	۰/۸۳۰۷	۰/۵۷۴۶	ω_{ELSP}		

فرکانس ω_{ELSP} بزرگتر از فرکانس ω_{TLSP} است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت رابطه عکس میان پارامتر مقیاس طول و فرکانس طبیعی وجود دارد. به علاوه بدلیل افزایش صلبیت ورق، فرکانس‌های طبیعی برای شرط مرزی چهار طرف گیردار بیشتر از شرایط مرزی چهارطرف ساده می‌باشد.

در جدول ۶ مقادیر فرکانس طبیعی میکروورق اپوکسی متخلخل برحسب مگاهرتز با فرضیات ($a/h = 20, a/b = 1, h = 60 \mu m$) به ازای تغییرات مدل تخلخل، پارامتر تخلخل و شرایط مرزی لیست شده است. در این جدول مشاهده می‌شود، در شرایط یکسان، فرکانس‌های طبیعی برای مدل تخلخل یکنواخت نوع اول با کاهش بیشتری نسبت به سایر مدلها روبروست.

در شکل ۱۰، تغییرات FRI به پارامتر تخلخل میکروورق برای فلزات مختلف و شرایط مرزی چهارطرف ساده با فرض ($a/h = 20, a/b = 1$) نمایش داده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که افزایش پارامتر تخلخل بر نسبت FRI بی‌تاثیر است؛ به عبارتی با افزایش پارامتر تخلخل، انحراف فرکانس مدل مرسوم پارامتر مقیاس طول نسبت به مدل دقیق آن، بدون تغییر خواهد ماند.

می‌شود. همچنین با افزایش ضخامت، منحنی‌ها به سمت یک همگرا می‌شوند. این موضوع به این معناست که برای مقادیر $h > 20 \mu m$ ، فرکانس‌های $\omega_{TLSP}, \omega_{CPT}$ مساوی می‌شوند، و اثرات میکرو ساختار از بین رفته است. در نتیجه نیازی به استفاده از تئوری غیر کلاسیک برای $h > 20 \mu m$ نیست. در شکل ۹ نیز تغییرات $FR3$ به ضخامت میکرو ورق متخلخل، این بار برای اپوکسی، نمایش داده شده است. از شکل ۹ می‌توان نتیجه‌ای مشابه با شکل ۸ بدست آورد، با این تفاوت که همگرایی منحنی اپوکسی به سمت یک، تقریباً برای ضخامت‌های بزرگتر از $120 \mu m$ اتفاق می‌افتد.

در جدول ۵ مقادیر فرکانس طبیعی میکروورق متخلخل برحسب مگاهرتز برای دو شرط مرزی چهار طرف ساده و چهار طرف گیردار نمایش داده شده است. فرضیات در این جدول عبارتند از ($a/h = 20, a/b = 1, h = 2 \mu m, e_0 = 0.9$). با بررسی اشکال ۲ و ۳ و جدول ۱، برای تیتانیم، نیکل و مس، پارامتر مقیاس طول در مدل دقیق برای ضخامت، $h = 15 \mu m$ ، کوچکتر از پارامتر مقیاس طول در مدل مرسوم است؛ این تفسیر به این معناست که پارامتر مقیاس طول برای فرکانس ω_{ELSP} کوچکتر از پارامتر مقیاس طول برای فرکانس ω_{TLSP} است، همچنین در جدول ۵ مشاهده می‌شود،

جدول ۶: مقادیر فرکانس طبیعی میکروورق اپوکسی متخلخل برحسب مگاهرتز به ازای تغییرات مدل تخلخل، پارامتر تخلخل و شرایط مرزی

$$(a/h = 20, a/b = 1, h = 60 \mu\text{m})$$

Table 6. Natural frequencies of porous epaoxy microplate (MHz) for various porosity models, porosity parameters, and boundary conditions ($a/h = 20, a/b = 1, h = 60 \mu\text{m}$)

مدل تخلخل				e.	شرایط مرزی
نوع چهارم	نوع سوم	نوع دوم	نوع اول		
۰/۰۵۰۹	۰/۰۵۰۹	۰/۰۵۰۹	۰/۰۵۰۹	۰	SSSS
۰/۰۵۰۲	۰/۰۵۰۶	۰/۰۵۰۱	۰/۰۴۹۶	۰/۱	
۰/۰۴۷۳	۰/۰۴۹۸	۰/۰۴۶۳	۰/۰۴۲۸	۰/۵	
۰/۰۴۶۰	۰/۰۵۰۱	۰/۰۴۳۹۶	۰/۰۳۷۷	۰/۷	
۰/۰۴۶۱	۰/۰۵۲۶	۰/۰۴۱۴	۰/۰۲۸۶	۰/۹	
۰/۰۸۶۰	۰/۰۸۶۰	۰/۰۸۶۰	۰/۰۸۶۰	۰	CCCC
۰/۰۸۴۸	۰/۰۸۵۶	۰/۰۸۴۶	۰/۰۸۳۷	۰/۱	
۰/۰۸۰۰	۰/۰۸۵۰	۰/۰۷۸۱	۰/۰۷۲۳	۰/۵	
۰/۰۷۸۰	۰/۰۸۶۱	۰/۰۷۴۲	۰/۰۶۳۶	۰/۷	
۰/۰۷۸۳	۰/۰۹۰۹	۰/۰۶۹۹	۰/۰۴۸۳	۰/۹	
۰/۰۷۰۴	۰/۰۷۰۴	۰/۰۷۰۴	۰/۰۷۰۴	۰	SCSC
۰/۰۶۹۴	۰/۰۷۰۱	۰/۰۶۹۳	۰/۰۶۸۶	۰/۱	
۰/۰۶۵۵	۰/۰۶۹۴	۰/۰۶۴۰	۰/۰۵۹۲	۰/۵	
۰/۰۶۳۸	۰/۰۷۰۲	۰/۰۶۰۷	۰/۰۵۲۱	۰/۷	
۰/۰۶۴۰	۰/۰۷۴۰	۰/۰۵۷۲	۰/۰۳۹۶	۰/۹	
۰/۰۳۲۵	۰/۰۳۲۵	۰/۰۳۲۵	۰/۰۳۲۵	۰	SCSF
۰/۰۳۲۱	۰/۰۳۲۴	۰/۰۳۲۰	۰/۰۳۱۷	۰/۱	
۰/۰۳۰۲	۰/۰۳۱۹	۰/۰۳۱۹	۰/۰۲۷۴	۰/۵	
۰/۰۲۹۴	۰/۰۳۲۲	۰/۰۲۸۱	۰/۰۲۴۱	۰/۷	
۰/۰۲۹۵	۰/۰۳۳۸	۰/۰۲۶۴	۰/۰۱۸۳	۰/۹	
۰/۰۵۶۳	۰/۰۵۶۳	۰/۰۵۶۳	۰/۰۵۶۳	۰	CCCF
۰/۰۵۵۵	۰/۰۵۶۰	۰/۰۵۵۳	۰/۰۵۴۸	۰/۱	
۰/۰۵۲۴	۰/۰۵۵۸	۰/۰۵۱۱	۰/۰۴۷۳	۰/۵	
۰/۰۵۱۱	۰/۰۵۶۶	۰/۰۴۸۵	۰/۰۴۱۶	۰/۷	
۰/۰۵۱۳	۰/۰۵۹۹	۰/۰۴۵۷	۰/۰۳۱۶۶	۰/۹	

در شکل ۱۲ تغییرات فرکانس طبیعی میکروورق متخلخل ساخته شده از اپوکسی برحسب مگاهرتز نسبت به پارامتر تخلخل برای چهار مدل تخلخل و شرایط مرزی چهار طرف ساده و گیردار نمایش داده شده است. همانطور که قابل مشاهده است، برای دو مدل تخلخل یکنواخت، افزایش پارامتر تخلخل موجب کاهش فرکانس طبیعی میکرو ورق می گردد؛ در صورتیکه برای دو مدل تخلخل غیریکنواخت

در شکل ۱۱، تغییرات فرکانس طبیعی میکروورق متخلخل نوع اول ساخته شده از اپوکسی نسبت به پارامتر تخلخل برای شرایط مرزی مختلف برحسب مگاهرتز نمایش داده شده است. در این شکل با افزایش پارامتر تخلخل، فرکانس طبیعی میکروورق سیر نزولی دارد و رفته رفته برای مقادیر $e_0 \geq 1/6$ شیب منحنی افزایش یافته و نرخ کاهشی فرکانس، با شدت بیشتری مواجه می شود.

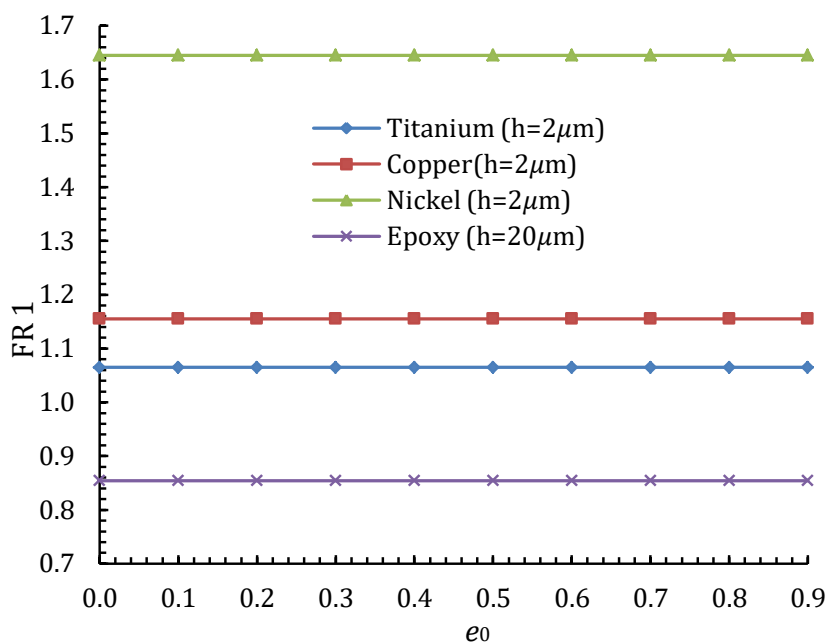


Fig. 10. Variations FR1 on the porosity parameter of porous microplates for various metals Variations

شکل ۱۰: تغییرات FR1 به پارامتر تخلخل میکروورق متخلخل برای فلزات مختلف

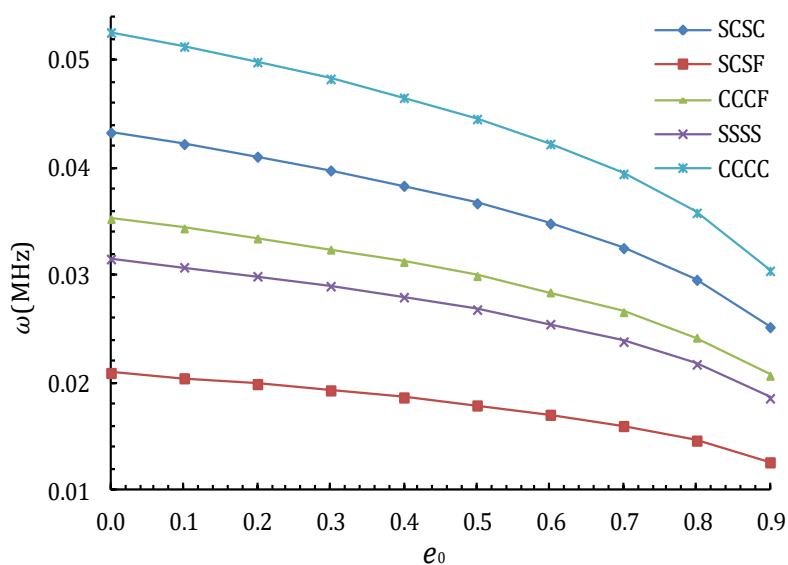


Fig. 11. The natural frequency variations of the porous microplate with a type I porosity model made of epoxy (MHz) to the porosity parameter for different boundary conditions

شکل ۱۱: تغییرات فرکانس طبیعی میکروورق متخلخل نوع اول ساخته شده از اپوکسی نسبت به پارامتر تخلخل برای شرایط مرزی مختلف برحسب مگاهرتز

شده است. پارامتر مقیاس طول بصورت تابعی از ضخامت و جنس ورق در نظر گرفته شده است. تئوری صفحات نازک برای تقریب جابجایی‌های ورق استفاده شده است. بر پایه تئوری غیرکلاسیک تنش کوپل اصلاح شده، اثر ریزساختارها در رفتار میکروورق لحاظ شده است. همچنین نحوه تاثیر چهار مدل تخلخل با توزیع مختلف بر روی فرکانس طبیعی ورق مورد ارزیابی قرار گرفته است. در انتها نتایج

روند تغییرات فرکانس طبیعی میکروورق نسبت به پارامتر تخلخل، قابل پیش‌بینی نخواهد بود.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله فرکانس‌های میکروورق متخلخل با استفاده از پارامتر مقیاس طول دقیق براساس تئوری تنش کوپل اصلاح شده محاسبه

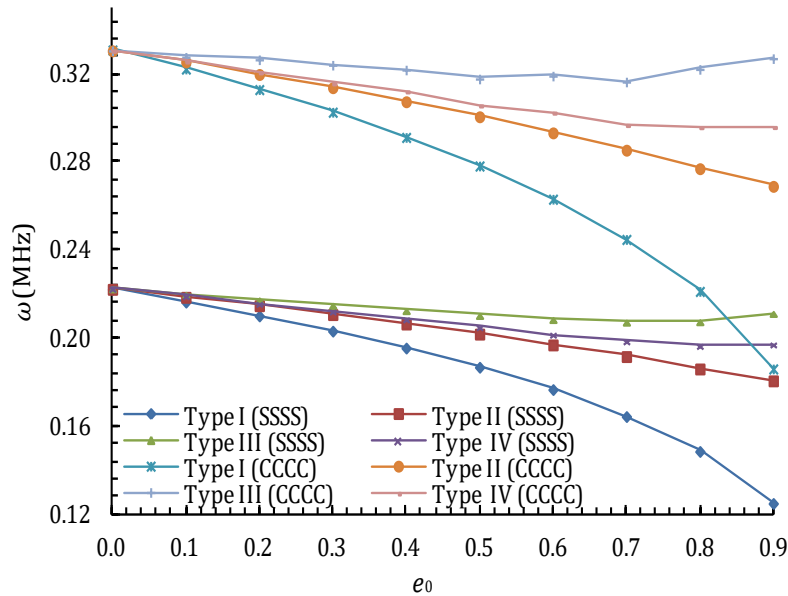


Fig. 12. The natural frequency variations of the porous microplate made of epoxy (MHz) to the porosity parameter for different porosity model

شکل ۱۲: تغییرات فرکانس طبیعی میکروورق متخلخل ساخته شده از اپوکسی بر حسب مگاهرتز نسبت به پارامتر تخلخل برای مدل های تخلخل مختلف

فرکانس طبیعی میکروورق می شود درحالی که برای مدل های غیریکنواخت تخلخل، رفتار ارتعاشی میکروورق عموماً قابل پیش بینی نخواهد بود.

۷- وجود ساختار متخلخل در میکروورق ها تأثیری در نسبت فرکانسی FRI نخواهد داشت.

۸- مقادیر فرکانس طبیعی ورق در شرایط مرزی چهار طرف گیردار نسبت به سایر شرایط مرزی بدلیل افزایش صلبیت ورق، بیشتر خواهد بود.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

مدول یانگ (Nm^{-2})	E
بخش عرضی تانسور تنش کوپل	m
پارامتر تخلخل	e_0
علائم یونانی	
چگالی (Kgm^{-3})	ρ
پارامتر مقیاس طول (m)	l
تنش (Nm^{-2})	σ
کرنش	ε
تانسور متقارن انحناء	χ

زیر بصورت خلاصه حاصل شد:

۱- استفاده از مدل مرسوم، ثابت و غیرتابعی پارامتر مقیاس طول، در تحلیل ارتعاشی ورق منجر به حصول فرکانس هایی با مقادیر عددی غیرواقعی می گردد.

۲- میزان انحراف فرکانس طبیعی میکروورق نیکل در مدل مرسوم پارامتر مقیاس طول نسبت به مدل دقیق آن قابل توجه و نسبتاً زیاد می باشد که دلیل این امر تخمین نامناسب پارامتر مقیاس طول برای این فلز در مدل مرسوم آن می باشد.

۳- مقادیر فرکانس محاسبه شده برای میکروورق اپوکسی در مدل های مرسوم پارامتر مقیاس طول، تنها برای ضخامت $60\mu\text{m}$ صحیح بوده است. زیرا مقدار پارامتر مقیاس طول تخمینی در مدل مرسوم، تنها برای ضخامت $60\mu\text{m}$ منطبق بر مدل دقیق می باشد.

۴- در شرایط یکسان میان پارامتر مقیاس طول و فرکانس طبیعی رابطه معکوس وجود دارد.

۵- بکارگیری تئوری های غیرکلاسیک برای محاسبه مقادیر فرکانس در ورق هایی با ضخامت های میکرو و نانو ضروری است اما محدوده ضخامت برای بکارگیری ضروری تئوری های غیرکلاسیک برای مواد گوناگون متفاوت است.

۶- اثر تخلخل در ورق برای مدل های یکنواخت باعث کاهش

- [11] M. Kahrobaian, M. Asghari, M. Ahmadian, Strain gradient beam element, Finite Elements in Analysis and Design, 68 (2013) 63-75.
- [12] C. Liebold, W.H. Müller, Comparison of gradient elasticity models for the bending of micromaterials, Computational Materials Science, 116 (2016) 52-61.
- [13] L. He, J. Lou, E. Zhang, Y. Wang, Y. Bai, A size-dependent four variable refined plate model for functionally graded microplates based on modified couple stress theory, Composite Structures, 130 (2015) 107-115.
- [14] J. Reddy, J. Kim, A nonlinear modified couple stress-based third-order theory of functionally graded plates, Composite Structures, 94(3) (2012) 1128-1143.
- [15] H.-T. Thai, S.-E. Kim, A size-dependent functionally graded Reddy plate model based on a modified couple stress theory, Composites Part B: Engineering, 45(1) (2013) 1636-1645.
- [16] M. Şimşek, J. Reddy, Bending and vibration of functionally graded microbeams using a new higher order beam theory and the modified couple stress theory, International Journal of Engineering Science, 64 (2013) 37-53.
- [17] A. Bakhsheshy, K. Khorshidi, Free vibration of functionally graded rectangular nanoplates in thermal environment based on the modified couple stress theory, Modares Mechanical Engineering, 14(15) (2015) 323-330.
- [18] K. Khorshidi, A. Fallah, Free vibration analysis of size-dependent, functionally graded, rectangular nano/microplates based on modified nonlinear couple stress shear deformation plate theories, Mechanics of Advanced Composite Structures, 4(2) (2017) 127-137.
- [19] A. Bakhsheshy, H. Mahbadi, The effect of multidimensional temperature distribution on the vibrational characteristics of a size-dependent thick bi-directional functionally graded microplate, Noise & Vibration Worldwide, (2019) 0957456519883265.
- [20] A. Bakhsheshy, H. Mahbadi, The effect of fluid surface waves on free vibration of functionally graded microplates in interaction with bounded fluid, Ocean Engineering, 194 (2019) 106646.

زیرنویس

- پارامتر مقیاس طول دقیق *ELSP*
 پارامتر مقیاس طول مرسوم *ELSP*
 تئوری کلاسیک صفحات نازک *CLPT*

مراجع

- [1] A.C. Eringen, Nonlocal polar elastic continua, International journal of engineering science, 10(1) (1972) 1-16.
- [2] K. Khorshidi, A. Fallah, A. Siahpush, Free vibrations analysis of functionally graded composite rectangular nanoplate based on nonlocal exponential shear deformation theory in thermal environment, (2017).
- [3] K. Khorshidi, A. Siahpush, A. Fallah, Electro-Mechanical free vibrations analysis of composite rectangular piezoelectric nanoplate using modified shear deformation theories, Journal of Science and Technology of Composites, 4(2) (2017) 151-160.
- [4] D.C. Lam, F. Yang, A. Chong, J. Wang, P. Tong, Experiments and theory in strain gradient elasticity, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 51(8) (2003) 1477-1508.
- [5] R.A. Toupin, Elastic materials with couple-stresses, Archive for Rational Mechanics and Analysis, 11(1) (1962) 385-414.
- [6] R. Mindlin, H. Tiersten, Effects of couple-stresses in linear elasticity, Archive for Rational Mechanics and analysis, 11(1) (1962) 415-448.
- [7] F. Yang, A. Chong, D.C.C. Lam, P. Tong, Couple stress based strain gradient theory for elasticity, International Journal of Solids and Structures, 39(10) (2002) 2731-2743.
- [8] S. Park, X. Gao, Bernoulli-Euler beam model based on a modified couple stress theory, Journal of Micromechanics and Microengineering, 16(11) (2006) 2355.
- [9] M.A. Khorshidi, The material length scale parameter used in couple stress theories is not a material constant, International Journal of Engineering Science, 133 (2018) 15-25.
- [10] Z. Li, Y. He, J. Lei, S. Guo, D. Liu, L. Wang, A standard experimental method for determining the material length scale based on modified couple stress theory, International Journal of Mechanical Sciences, 141 (2018) 198-205.

- and Vibration, 247(1) (2001) 19-31.
- [31] P. Leclaire, K. Horoshenkov, A. Cummings, Transverse vibrations of a thin rectangular porous plate saturated by a fluid, *Journal of Sound and Vibration*, 247(1) (2001) 1-18.
- [32] E. Arshid, A. Khorshidvand, Flexural Vibrations Analysis of Saturated Porous Circular Plates Using Differential Quadrature Method, *Modares Mechanical Engineering*, 19(1) (2017) 78-100.
- [33] A.K. Vashishth, V. Gupta, Vibrations of porous piezoelectric ceramic plates, *Journal of Sound and Vibration*, 325(4) (2009) 781-797.
- [34] G. Altintas, Natural vibration behaviors of heterogeneous porous materials in micro scale, *Journal of Vibration and Control*, 20(13) (2014) 1999-2005.
- [35] C. Della, D.W. Shu, Vibration of porous beams with embedded piezoelectric sensors and actuators, (2015).
- [36] I. Mechab, B. Mechab, S. Benaissa, B. Serier, B.B. Bouiadjra, Free vibration analysis of FGM nanoplate with porosities resting on Winkler Pasternak elastic foundations based on two-variable refined plate theories, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 38(8) (2016) 2193-2211.
- [37] N. Shafiei, S.S. Mirjavadi, B. MohaselAfshari, S. Rabby, M. Kazemi, Vibration of two-dimensional imperfect functionally graded (2D-FG) porous nano-/micro-beams, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 322 (2017) 615-632.
- [38] M. Şimşek, M. Aydın, Size-dependent forced vibration of an imperfect functionally graded (FG) microplate with porosities subjected to a moving load using the modified couple stress theory, *Composite Structures*, 160 (2017) 408-421.
- [39] J. Zhao, Q. Wang, X. Deng, K. Choe, R. Zhong, C. Shuai, Free vibrations of functionally graded porous rectangular plate with uniform elastic boundary conditions, *Composites Part B: Engineering*, 168 (2019) 106-120.
- [40] K. Khorshidi, A. Bakhsheshy, Free Vibration analysis of Functionally Graded Rectangular plates in contact with bounded fluid, *Modares Mechanical Engineering*, 14(8) (2014) 165-173.
- [21] K. Al-Basyouni, A. Tounsi, S. Mahmoud, Size dependent bending and vibration analysis of functionally graded micro beams based on modified couple stress theory and neutral surface position, *Composite Structures*, 125 (2015) 621-630.
- [22] R. Aghazadeh, E. Cigeroglu, S. Dag, Static and free vibration analyses of small-scale functionally graded beams possessing a variable length scale parameter using different beam theories, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 46 (2014) 1-11.
- [23] K. Magnucki, P. Stasiewicz, Elastic buckling of a porous beam, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 42(4) (2004) 859-868.
- [24] E. Farzaneh Joubaneh, A. Mojahedin, A. Khorshidvand, M. Jabbari, Thermal buckling analysis of porous circular plate with piezoelectric sensor-actuator layers under uniform thermal load, *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 17(1) (2015) 3-25.
- [25] M. Jabbari, A. Mojahedin, A. Khorshidvand, M. Eslami, Buckling analysis of a functionally graded thin circular plate made of saturated porous materials, *Journal of Engineering Mechanics*, 140(2) (2013) 287-295.
- [26] P. Stasiewicz, K. Magnucki, Elastic buckling of a Pours beam, *Theoretical and Applied Mechanics*, 140 (2008) 287-298.
- [27] M. Rezaei, A. Mojahedin, M.R. Eslami, Mechanical Buckling of FG Saturated Porous Rectangular Plate under Temperature Field, *Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions of the ISME*, 17(1) (2016) 61-78.
- [28] A.R.Y.N. Yadegari Naeini, A. Ghasemi, Analysis of Bending and Buckling of Circular Porous Plate Using First-Order Shear Deformation Theory, *Journal of Simulation and Analysis of Novel Technologies in Mechanical Engineering*, 6(4) (2014) 55-62.
- [29] Ş.D. Akbaş, Vibration and static analysis of functionally graded porous plates, *Journal of Applied and Computational Mechanics*, 3(3) (2017) 199-207.
- [30] P. Leclaire, K.V. Horoshenkov, M.J. Swift, D.C. Hothersall, THE VIBRATIONAL RESPONSE OF A CLAMPED RECTANGULAR POROUS PLATE, *Journal of Sound*

$$[K_{mn}^{cc}] = \frac{1}{2} \left[D_1 \mathfrak{R}_{CC}^{(w_{xx})^2} + D_1 \mathfrak{R}_{CC}^{(w_{yy})^2} + 2D_2 \Xi_{CC}^{(w_{xy})} + 4D_3 \mathfrak{R}_{CC}^{(w_{xy})^2} \right]$$

$$+ \frac{1}{32} A_4 \left[4\mathfrak{R}_{CC}^{(w_{xx})^2} + 32\mathfrak{R}_{CC}^{(w_{yy})^2} - 8\Xi_{CC}^{(w_{xy})} + 4\mathfrak{R}_{CC}^{(w_{xy})^2} \right]$$

$$[K_{mn}^{ab}] = A_2 \Xi_{AB}^{(u_x)(v_y)} + A_3 \Xi_{AB}^{(u_y)(v_x)} -$$

$$\frac{1}{16} A_4 \left[\Xi_{AB}^{(u_{xy})(v_{xx})} + \Xi_{AB}^{(u_{xy})(v_{yy})} \right]$$

$$[K_{mn}^{ac}] = -B_1 \Xi_{AC}^{(u_x)(w_{xx})} -$$

$$B_2 \Xi_{AC}^{(u_x)(w_{yy})} - 2B_3 \Xi_{AC}^{(u_x)(w_{xy})}$$

$$[K_{mn}^{bc}] = -B_1 \Xi_{BC}^{(v_y)(w_{yy})} -$$

$$B_2 \Xi_{BC}^{(v_y)(w_{xx})} - 2B_3 \Xi_{BC}^{(v_y)(w_{xy})}$$

$$[M_{mn}^{aa}] = I_1 \mathfrak{R}_{AA}^{(u)^2}$$

$$[M_{mn}^{bb}] = I_1 \mathfrak{R}_{BB}^{(v)^2}$$

$$[M_{mn}^{cc}] = I_1 \mathfrak{R}_{CC}^{(w)^2} + I_3 \left(\mathfrak{R}_{CC}^{(w_x)^2} + \mathfrak{R}_{CC}^{(w_y)^2} \right)$$

$$[M_{mn}^{ab}] = 0$$

$$[M_{mn}^{bc}] = -2I_2 \mathfrak{R}_{BC}^{(v)(w_y)}$$

$$[M_{mn}^{ac}] = -2I_2 \mathfrak{R}_{AC}^{(u)(w_x)}$$

که در روابط فوق:

$$\mathfrak{R}_{\Theta\Theta}^p = \int_0^a \int_0^b \frac{\partial^2 p}{\partial \Theta_{mn} \partial \tilde{\Theta}_{mn}} dy dx, \Xi_{\Theta\Theta}^{(p)(q)} = \int_0^a \int_0^b \frac{\partial p}{\partial \Theta_{mn}} \frac{\partial q}{\partial \tilde{\Theta}_{mn}} dy dx, \quad (4)$$

$$(I_1, I_2, I_3) = \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) \{1, z, z^2\} dz$$

[41] L. Yin, Q. Qian, L. Wang, W. Xia, Vibration analysis of microscale plates based on modified couple stress theory, Acta Mechanica Solida Sinica, 23(5) (2010) 386-393.

پیوست

ماتریس‌های سفتی و جرم در معادله (۳۶) از روابط زیر قابل محاسبه می‌باشند.

$$[K] = \frac{\partial^2 U_s}{\partial q_i \partial q_j}, [M] = \frac{\partial^2 T}{\partial q_i \partial q_j} \quad (1)$$

که در این روابط $q = \{a_n, b_n, c_n\}^T$ ، شامل سه ضریب مجهول توابع حدس می‌باشند بنابراین ماتریس‌های سفتی و جرم برای میکروورق متخلخل با فرض تئوری صفحات نازک، ماتریسی (3×3) و به صورت زیر خواهند بود.

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{mn}^{aa}] & [K_{mn}^{ab}] & [K_{mn}^{ac}] \\ & [K_{mn}^{bb}] & [K_{mn}^{bc}] \\ sym & & [K_{mn}^{cc}] \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} [M_{mn}^{aa}] & [M_{mn}^{ab}] & [M_{mn}^{ac}] \\ & [M_{mn}^{bb}] & [M_{mn}^{bc}] \\ sym & & [M_{mn}^{cc}] \end{bmatrix}$$

المان‌های ماتریس سفتی و جرم بصورت زیر می‌باشند.

$$[K_{mn}^{aa}] = \frac{1}{2} \left[A_1 \mathfrak{R}_{AA}^{(u_x)^2} + A_3 \mathfrak{R}_{AA}^{(u_y)^2} \right] + \quad (3)$$

$$\frac{1}{32} A_4 \left[\mathfrak{R}_{AA}^{(u_{xy})^2} + \mathfrak{R}_{AA}^{(u_{yy})^2} \right]$$

$$[K_{mn}^{bb}] = \frac{1}{2} \left[A_1 \mathfrak{R}_{BB}^{(v_y)^2} + A_3 \mathfrak{R}_{BB}^{(v_x)^2} \right] +$$

$$\frac{1}{32} A_4 \left[\mathfrak{R}_{BB}^{(v_{xx})^2} + \mathfrak{R}_{BB}^{(v_{yy})^2} \right]$$

چگونه به این مقاله ارجاع دهید

A. Bakhsheshy, H. Mahbadi, The effect of accuracy of the length scale parameter on natural frequencies of porous rectangular microplate. AmirKabar J. Mech Eng., 53(special issue 2) (2021) 1179-1196.

DOI: 10.22060/mej.2020.17112.6513



