



مدلسازی و تحلیل پارامتری پایداری سیال دوفاز در فرایند جوشش در یک کانال حرارتی

محمدرضا شاهنظری*، اشکان امجدی گلپایگانی، علی صابری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۷/۲۸
بازنگری: ۱۳۹۸/۱۱/۱۰
پذیرش: ۱۳۹۸/۱۲/۲۰
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۱/۰۸

کلمات کلیدی:

جریان دوفاز
ناپایداری
جوشش
افت فشار
دینامیک غیرخطی

خلاصه: در این مقاله ناپایداری جریان سیال دوفاز در فرایند جوشش مورد تحلیل قرار می‌گیرد. با معرفی مشخصه‌های مناسب، یک مدل جامع و نسبتاً ساده جهت بیان افت فشار در خلال فرایند پایا به دست آمده است. این مدل و اعداد بی‌بعد تعریف شده درک بهتری از تاثیر پارامترهای مختلف بر سیستم و نوسانات ارائه داده است. با تحلیل پایداری لیاپانوف، شرایط بروز ناپایداری بر حسب کمیات وابسته فرایند حاصل شده اند. تاثیر پارامترها بر شکل منحنی افت فشار بر حسب سرعت جرمی و وجود نقاط اکستریموم مورد بحث قرار گرفته اند. شکل نوسانات بر حسب مقدار پارامتر اساسی میرایی نوسان، از یک مدار بیضوی تا یک چهار گوش منطبق بر منحنی افت فشار، تغییر می‌کند و در نتیجه آن شکل موج تغییر خواهد کرد. مشخصات مدار نوسان، دامنه و فرکانس آن‌ها بر حسب کمیات مسئله به صورت تحلیلی مورد بحث قرار گرفت. با حل مدل غیرخطی سیستم، تغییرات دوره تناوب نوسانات حاصل از ناپایداری مورد بررسی و ارتباط آن با پارامترهای تعریف شده سیستم بحث و تحلیل شده اند. دوره کارکرد نوسانات برای فشارهای کارکرد بالا تابعی از چگالی مایع و هندسه کانال حرارتی است و برای حجم فشرده بالا، با کاهش نرخ جرمی ورودی در شرایط ناپایدار این مشخصه افزایش می‌یابد.

۱- مقدمه

ناپایداری‌های نامطلوبی در سیستم شود. نوسانات فشار، جریان جرمی و دمای ناشی از این ناپایداری‌ها می‌تواند سبب ارتعاشات مکانیکی، فشار بالا و اختلال در کارکرد سیستم کنترلی شود که به راندمان آسیب وارد می‌کند و یا حتی در برخی موارد موجب شار حرارتی بحرانی و افزایش ناگهانی دما در لوله شود. به دلیل نتایج مهلک این ناپایداری‌ها، تحقیقات وسیعی به ناپایداری جریان دوفاز در حال جوش اختصاص یافته است [۱-۳]. به منظور کنترل و مهار این ناپایداری‌ها و اجتناب از نتایج مهلک آن‌ها به صورت کنترل غیرفعال (به تعویق انداختن ناپایداری‌ها) [۴-۶] و کنترل فعال [۷] تحقیقاتی شده است. لازمه کنترل فعال و غیرفعال این ناپایداری‌ها شناخت کامل از تاثیر عوامل مختلف بر آغاز و شکل ناپایداری است.

از فرایند جوشش و چگالش جهت افزایش نرخ انتقال حرارت در بسیاری از صنایع بهره برده می‌شود. از مواردی که بررسی این پدیده‌ها اهمیت خاصی پیدا می‌کند می‌توان به طراحی بویلرها، رآکتورهای آب‌جوشان، پمپ‌های حرارتی و تجهیزات تهویه مطبوع اشاره کرد. در مواردی نیز، مانند استخراج نفت مخلوط با گاز، جریان دوفازی بدون تغییر فاز برقرار است. به همین منظور پژوهش‌های فراوانی در ترموهیدرولیک جریان دوفازی انجام شده است. هدف از این مطالعات بررسی مسائل طراحی، بهره‌برداری و ایمنی تجهیزات مورد استفاده در صنایع مختلف می‌باشد. جریان دوفاز گاز-مایع می‌تواند منجر به

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: shahnazari@kntu.ac.ir



پایداری هیدرودینامیکی به نوعی اساس تئوری جوشش هیدرودینامیکی می‌باشد [۸]. ناپایداری‌های ترموهیدرولیک ماکروسکوپی در جریان دوفازی به دو دسته کلی استاتیک و دینامیک تقسیم می‌شوند [۹]. در ناپایداری استاتیکی جریان از یک حالت تعادلی به حالت تعادلی دیگری می‌رسد [۲، ۱۰]. چنانچه اینرسی و سایر تاثیرات بازخوردی از قبیل نرخ تولید بخار (تغییر چگالی مخلوط)، تراکم‌پذیری مخلوط دوفاز و افت فشار در مجرا نقش مهمی در پروسه داشته باشند، جریان تحت ناپایداری دینامیکی قرار دارد. پدیده‌های بازخوردی و اختلاف سرعت امواج در محدوده تک‌فاز و دوفازی می‌تواند مکانیزم ناپایداری‌های دینامیکی را توصیف کند. استنینگ و همکاران برای اولین بار (۱۹۶۵) انواع ناپایداری نوسانات موج چگالی، نوسانات افت فشار و نوسانات حرارتی از مهم‌ترین ناپایداری‌های دینامیک را شناسایی کردند [۱۱] که از این بین دو مورد اول نقش اصلی در ناپایداری‌ها را ایفا می‌کنند [۱۲]. طبقه‌بندی کلاسیک ارائه‌شده در مرجع [۳] در بین محققین زیادی پذیرفته شده‌است. در این طبقه‌بندی ناپایداری‌ها به دو دسته ناپایداری‌های استاتیکی و دینامیکی تقسیم می‌شوند. در حالت استاتیکی تغییر شرایط جریان به اندازه یک گام کوچک، می‌تواند منجر به رسیدن سیستم به حالت پایایی دیگر و یا حالت تناوبی شود. چنانچه اینرسی و سایر تاثیرات بازخوردی نقش مهمی در فرایند داشته باشند، جریان تحت ناپایداری دینامیکی قرار دارد. ناپایداری‌های دینامیکی اغلب منجر به نوسانات می‌شوند و با در نظر گرفتن دینامیک گذرا و مشخصه‌های بازخورد سیستم تحلیل می‌شوند. هر کدام از این ناپایداری‌ها به زیرمجموعه‌های بنیادی، مرکب و ثانویه تقسیم می‌شوند.

یادگاروگلو در تقسیم‌بندی خود مکانیزم راه اندازی ناپایداری را مبنا قرار داد که تا حدی متفاوت از تقسیم‌بندی کلاسیک می‌باشد [۱۳]. ناپایداری نوسانات افت فشار در واقع یک ناپایداری دینامیک مرکب است و عامل راه‌اندازی و آغاز آن ناپایداری استاتیک است. ویژگی اصلی این ناپایداری فرکانس پایین و دامنه بالا است. دوره تناوب این ناپایداری نسبتاً بلند و در مرتبه دقیقه است. سه شرط لازم برای رخداد این ناپایداری عبارتند از وجود یک حجم تراکم‌پذیر در بالادست جریان، وجود منطقه شیب منفی در منحنی مشخصه داخلی در نقطه عملکرد سیستم و کوچک‌تر بودن شیب منحنی مشخصه خارجی در نقطه عملکرد [۱، ۱۴، ۱۵].

اوزاوا و همکاران نوسانات افت فشار را به صورت تحلیلی و تجربی بررسی کردند [۱۴] و روش پارامتر فشرده و تکنیک خطی‌سازی را به کار گرفتند و افت فشار را با یک تابع درجه سه تخمین زدند. هرچند که حد پایداری توسط داده‌های تجربی مشخص شده‌است، اختلاف دوره تناوب تجربی و عددی تا ۱۰۰٪ می‌باشد. در ادامه تحلیل‌های غیرخطی دیگری نیز انجام شده و اثر حرارتی دیواره نیز در برخی موارد پارامتر مهمی ارزیابی شده‌است. در بیشتر موارد دوره تناوب با نتایج تجربی حدود ۱۰۰٪ اختلاف دارد [۱۶-۱۸]. پادکی و همکاران [۱۹] با تحلیل دینامیک غیرخطی و تئوری انشعاب بیان کردند ناپایداری نوسانات افت فشار بعد از نقطه فوق بحرانی انشعاب هاف رخ می‌دهد که این نقطه منطبق بر شروع شیب منفی نمودار است. در این تحقیق حرارت به لوله به عنوان پارامتر هاف در نظر گرفته شده‌است و تاثیر حرارت بر منطقه شیب منفی بررسی گردیده است. در این تحقیق با استفاده از سرعت جرمی در نقطه عملکرد معادلات بی‌بعد شده‌اند. لیو و همکاران [۲۰] نیز نتیجه مشابهی با در نظر گرفتن نرخ جریان جرمی به عنوان پارامتر هاف به دست آوردند. با مرور کارهای انجام‌شده مشاهده می‌شود که مدل پارامتر فشرده برای پیش‌بینی دوره زمانی و دامنه نوسان تقریب خوبی می‌باشد و اختلاف در دوره تناوب مربوط به فرض شبه پایدار در تحلیل می‌باشد [۱]. مدل‌های مختلف حل جریان دوفازی به کار گرفته شده‌اند. کاکاچ و همکاران سیستمی افقی را برای نوسانات فرکانس پایین با استفاده از مدل شار توده‌ای بررسی کردند [۲۱]. در استفاده از این مدل، آنها مساله با شرایط پایا را حل نمودند و همچنین نتایج مدل همگن و شرایط گذرا نیز برآورد کردند که در هر دو حالت نتایج خوبی حاصل شده‌است. آن‌ها در بررسی‌های خود علاوه بر ناپایداری نوسانات افت فشار، نوسانات حرارتی را نیز مشاهده کردند و نشان دادند که این دو نوسان توأم با یکدیگرند و نوسانات افت فشار و دما در یک فاز هستند. راسپینی نتایج مدل استاتیکی معمول و مدل دینامیکی را با یکدیگر مقایسه کرد [۲۲]. در سال‌های اخیر برای شرایط فشار پایین و میکروکانال ناپایداری نوسانات افت فشار مورد توجه قرار گرفته‌است. رحمان و سینگ تحلیل ناپایداری غیر خطی را برای بررسی نوسانات افت فشار انجام داده‌اند [۲۳]. انشعاب هاف برای حالت فوق بحرانی و زیر بحرانی، بررسی شده و نشان داده شده‌است که با بررسی اغتشاشات بزرگ، ناپایداری نوسانات افت فشار برای حالت‌هایی که ناپایداری خطی شرایط پایدار را نشان می‌دهد

بقای جرم و انرژی برای هر ناحیه به صورت مجزا و معادله ممنتوم به صورت یکپارچه برای کل کانال بیان می‌گردد. همچنین فرض می‌شود جریان یک بعدی است و گرمایش در طول کانال است (۰). همچنین از ترم فشار در معادله انرژی صرف‌نظر می‌شود. به منظور سهولت در بیان معادله انرژی میزان انتقال حرارت به ازای سطح مقطع بر واحد طول لوله ثابت در نظر گرفته شده‌است.

$$\frac{q^*}{A^* L^*} = \Phi^* \quad (۱)$$

برای هر میزان از شار حرارتی وارده به لوله گرمکن، می‌توان حداقل نرخ جرمی ورودی مایع را که بدون شروع تبخیر از لوله خارج می‌گردد تعریف نمود:

$$G_{l,min}^* (h_f^* - h_{in}^*) = \Phi^* L_t^* \quad (۲)$$

$$G_{l,min}^* = \frac{\Phi^* L_t^*}{\delta h_f^*} \quad (۳)$$

با در نظر گرفتن $G_{l,min}^*$ به عنوان مشخصه نرخ جرمی (بی‌بعدسازی نرخ جرمی بر اساس این مشخصه)، برای هر $G = G_{in}^* / G_{l,min}^* > 1$ در تمام طول لوله جریان ورودی بدون تغییر فاز باقی خواهد ماند. همچنین برای تعریف $G_{l,max}^*$ به عنوان حداقل نرخ جرمی ورودی مایع که جریان لوله را به صورت جریان دوفاز ترک می‌کند، می‌توان به صورت رابطه (۴) و بی‌بعد آن را به صورت رابطه (۵) نوشت:

$$G_{l,max}^* (h_v^* - h_{in}^*) = \Phi^* L_t^* \quad (۴)$$

$$G_{l,max}^* = \frac{\delta h_f^*}{\delta h_v^*} = \delta h_v^{*-1} \quad (۵)$$

که δh_f^* به عنوان مشخصه بی‌بعدسازی δh_v^* استفاده شده‌است.

۲-۱- معادلات حاکم

معادلات حاکم در حالت بدون بعد به شکل زیر می‌باشد که نحوه بی‌بعدسازی و پارامترهای بی‌بعد تعریف شده در پژوهش حاضر در ضمیمه ۱ آورده شده‌است.

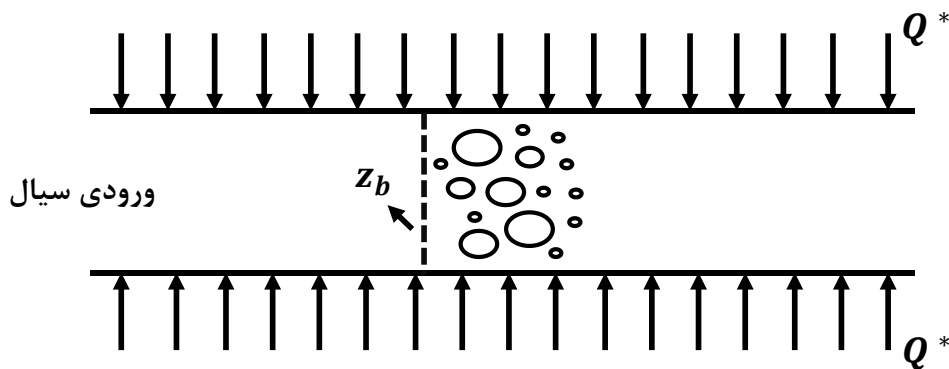
نیز رخ می‌دهد. جین و همکاران با هدف کنترل ناپایداری، به بررسی مشخصه‌های نوسانات افت فشار در میکروکانال پرداخته‌اند [۷]. در مرجع [۲۴] تاثیر نوع سیال بر نوسانات افت فشار مد نظر قرار گرفته است و سه سیال آب، آمونیاک و نیتروژن با یکدیگر مقایسه شده‌اند. برای افت فشار از نتایج [۲۵] با سیال متفاوت استفاده شده‌است. تاثیر پارامترهای مختلف برای شرایط مورد ارزیابی بررسی شده‌است. نتایج آن‌ها عمدتاً بر نتایج کارهای قبلی منطبق بوده و بیان کرده‌اند که افزایش حجم تراکم‌پذیر موجب بالارفتن دوره نوسان می‌شود.

در مطالعات انجام‌شده در ناپایداری جریان دوفازی نوسانات افت فشار، برای هر سیستم تاثیر تغییر پارامترهای آن سیستم بر ناپایداری بررسی شده و در حالت کلی نتایج از یک سیال به سیال دیگر و یا برای فشار کاری متفاوت قابل تعمیم نمی‌باشد. همچنین نحوه تاثیر حجم تراکم‌پذیر بر ناپایداری نوسانات افت فشار برای مدل‌های در نظر گرفته‌شده به تنهایی در نظر گرفته شده‌است و به عنوان یک پارامتر مستقل بررسی گردیده‌است.

در این مقاله، با معرفی کمیات مشخصه بدون بعد مناسب، امکان بررسی در خصوص شکل منحنی مشخصه افت فشار و وجود و یا عدم وجود مینیمم نسبی یا تقاطع با خط جریان تک‌فاز با توجه به تغییر اعداد بدون بعد کلی معرفی شده برای فرایند فراهم شده و یک ضابطه کلی بر حسب فرم بدون بعد فرکانس واکنش و عدد اصطکاک بدست آمده‌است. همچنین با معرفی پارامترهای بی‌بعد مناسب، نقش پارامترهای مختلف بر حسب اعداد بی‌بعد تعریف شده در دامنه و دوره نوسانات مشخص گشته‌است. با بررسی تحلیلی و همچنین حل عددی غیرخطی نشان داده شده که پارامتر فشار کارکرد سیستم به جذر نسبت حجم فشرده به حجم کانال، مهمترین پارامتر موثر بر مشخصه نوسانات افت فشاری برای هر سیال است. با تحلیل پایداری خطی، بر اساس اعداد بی‌بعد تعریف شده مرز پایداری تعیین شده‌است. همچنین با استفاده از تحلیل اغتشاشی دلیل شکل خاص مدار سیکل محدود و نحوه تغییر آن تشریح شده‌است.

۲- تئوری و مدل‌سازی

مدل‌سازی حاضر بر اساس توسعه روش مونوز و همکاران [۲۶] با رویکرد پارامتر یکپارچه تدوین شده‌است. در این رویکرد ناحیه تک‌فاز و دوفاز به وسیله مرز جوشش از هم تفکیک می‌شوند. معادلات حاکم



شکل ۱: طرح لوله گرم کن

Fig. 1. Schematic of the thermal channel

حالت (۱) معادل شرایط عدم آغاز تبخیر در طول لوله است. به عبارت دیگر در این حالت سیال به صورت مایع لوله را ترک می‌کند. در حالت (۲) خواهد بود و سیال به صورت دو فاز از لوله خارج می‌شود. در حالت (۳) لوله حاوی هر سه حالت سیال به صورت مایع، دوفاز و بخار به تنهایی خواهد بود. انتگراسیون معادله مومنتوم در شرایط پایا، بسته به هر یک از شرایط سه گانه می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{G^2}{\rho} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} - N_f \frac{G^2}{\rho} \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + \frac{\partial}{\partial z} (Gh) = \Phi \quad (8)$$

۲-۲- بررسی شرایط پایا

جهت به‌دست‌آوردن حل پایه در بررسی و تحلیل دینامیک، در حالت اول شرایط پایا در لوله به عنوان نرمال تحلیل می‌گردد. در حالت پایا معادله پیوستگی به ثابت بودن سرعت جرمی (۱) منتهی می‌شود. همچنین با در نظر گرفتن به عنوان طول شروع جوشش، معادله انرژی به رابطه زیر ساده خواهد شد.

$$z_b = G \quad (9)$$

با استفاده از ثابت بودن سرعت جرمی در طول لوله و معادله (۹)، جهت به‌دست‌آوردن پاسخ معادله مومنتوم، حالت‌های ممکن زیر به صورت مستقل مد نظر قرار می‌گیرند.

$$G > 1$$

$$\frac{1}{\delta h_v} < G < 1 \quad (10)$$

$$G < \frac{1}{\delta h_v}$$

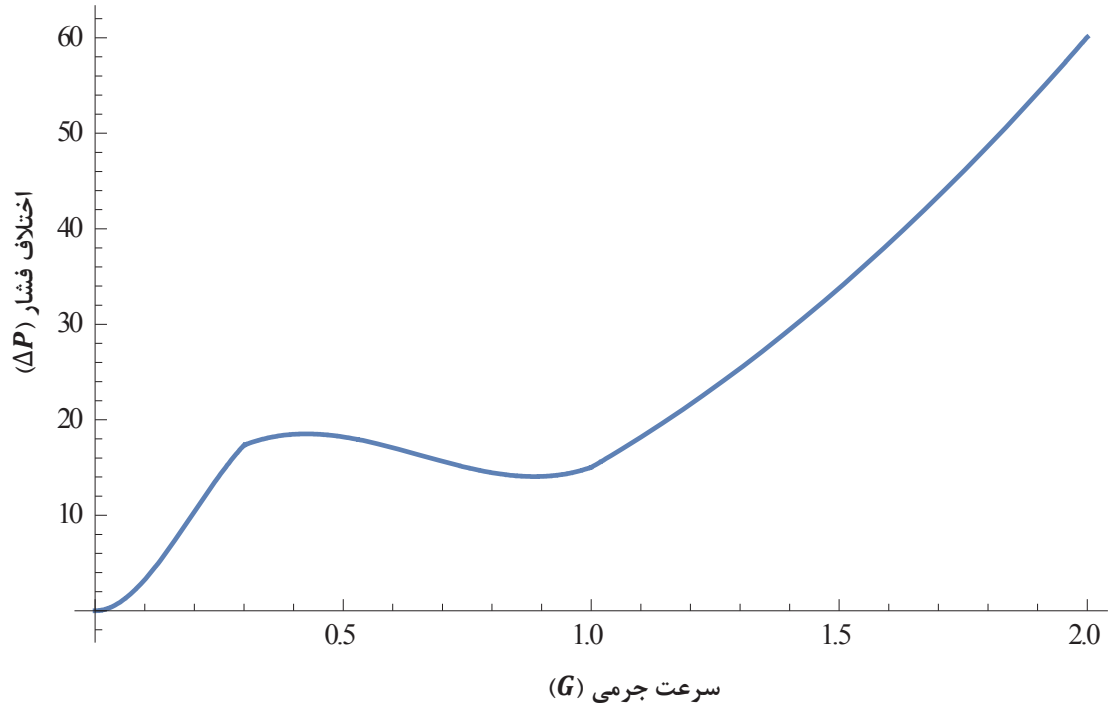
$$\Delta P = N_{ff} G^2 \int_0^1 dz \quad G > 1$$

$$\Delta P = N_{ff} G^2 \int_0^{z_b} dz + N_{fp} G^2 \int_{z_b}^1 \frac{dz}{\rho} \quad (11)$$

$$\frac{1}{\delta h_v} < G < 1$$

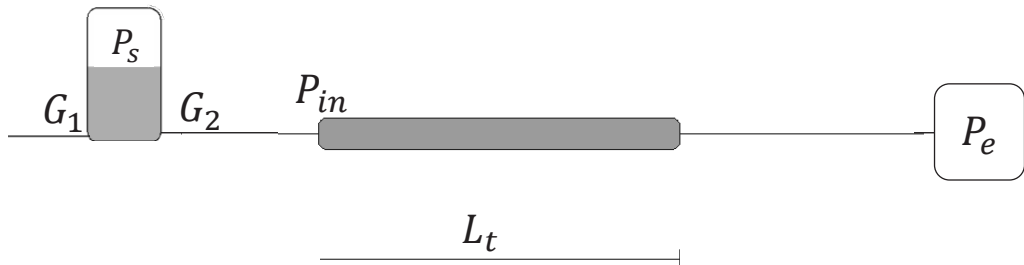
$$\Delta P = N_{ff} G^2 \int_0^{z_b} dz + N_{fp} G^2 \int_{z_b}^{z_{bb}} \frac{dz}{\rho} + N_{fv} \frac{G^2}{\rho_v} \int_{z_{bb}}^1 dz + G^2 \left(1 - \frac{1}{\rho_v} \right) \quad G < \frac{1}{\delta h_v}$$

که طولی از لوله است که در آن تبخیر کامل می‌شود. از معادله انرژی در (۱۱)، با در نظر گرفتن دست یافت. جهت محاسبه حالت نهایی معادله (۱۱)، با در نظر گرفتن معادل و بر حسب سرعت جرمی معین و همچنین استفاده از حالت بدون بعد مدل همگن برای چگالی جریان بر حسب کیفیت



شکل ۲: منحنی مشخصه افت فشار بر حسب سرعت جرمی برای $N_{fl} = 16.156$ ، $N_{fv} = 14.175$ و $L_t = 6$

Fig. 2. Pressure drop characteristic curve in term of mass velocity at $N_{fl}=16.156$, $N_{fv}=14.175$ and $L_t=6$



شکل ۳: طرح ساده از کانال جوشش

Fig. 3. Simple schematic of boiling channel

و در نهایت شکل نهایی رابطه افت فشار کلی لوله بر حسب سرعت

جرمی، می توان نوشت:

جرمی ورودی به لوله به صورت زیر نوشته می شود.

$$\Delta P = N_{fl} G^2 \quad G > 1$$

$$\Delta P = N_{fl} G^2 + N_{fp} (G^2 - G^3) +$$

$$N_{fp} \Omega \left[\frac{G^3 - 2G^2 + G}{2} \right] + \Omega(1-G)$$

$$\frac{1}{\delta h_v} < G < 1$$

$$x = \frac{z - z_v}{1 - z_b} x_e \quad (12)$$

$$x_e = 1, \quad G < \frac{1}{\delta h_v} \quad (13)$$

$$x_e = \frac{1-G}{G h_{fg}}, \quad \frac{1}{\delta h_v} < G < 1$$

منحنی و محدوده ناپایداری موثر هستند.

با توجه به اینکه مقادیر افت فشار اکستریم بدست آمده به ازای بازه $1 < G < 1/\delta h_v$ حاصل شده‌اند، شرط اینکه Δp حداقلی (که به ازای پاسخ بزرگتر معادله (۱۳) رخ می‌دهد) در منحنی

مشخصه افت فشار جریان درون لوله باشد، این است که به عبارت دیگر در صورتیکه $\frac{\Omega-1}{\Omega} \geq \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2N_f}\right)$ باشد، همواره حداقل افت فشار در $G=1$ (سرعت جرمی $G_{l,min}$) رخ خواهد داد.

۳-۲- تحلیل دینامیکی و ناپایداری نوسانات افت فشار

نوسانات افت فشار در سیستم جریان دو فاز به واسطه یک ناپایداری کوچک در ناحیه شیب منفی منحنی مشخصه افت فشار حالت پایدار رخ می‌دهد. مخزن ضربه‌گیر یک عنصر دینامیکی مهم در این سیستم به شمار می‌رود که در حقیقت یک حجم قابل تراکم خارجی تلقی می‌گردد. نوسانات دارای فرکانس نسبتاً کم بوده و دوره تناوب معمولاً بسیار بزرگتر از زمان اقامت ذره تک فاز در سیستم است. شرایط شبه پایا معمولاً در مدل‌سازی این نوع ناپایداری در سیستم جوشش بکار گرفته می‌شود. به عبارت دیگر برای این ناپایداری شرایط گذرا می‌تواند به وسیله مجموعه‌ای از نقاط شرایط پایا حاصل شود. یک طرح شماتیک از مساله مورد بررسی را نشان می‌دهد که ساده‌ترین سیستم جهت بررسی ناپایداری نوسانات افت فشار در نظر گرفته شده‌است.

اگر و نمایانگر نرخ جرمی جریان ورودی و خروجی مخزن ضربه‌گیر، فشار خروجی و فشار درون مخزن ضربه‌گیر باشد، معادله بقای جرم و مومنتوم را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{dm^*}{dt^*} = \frac{A^*}{L_i^*} (P^* - P_0^* - \Delta P^*) \quad (19)$$

$$\frac{dP^*}{dt^*} = \frac{P^{*2}}{P_i^* P_0^* V_i^*} (m_0^* - m^*) \quad (20)$$

با استفاده از کمیات مشخصه معرفی شده در بخش قبلی، حالت

بدون بعد معادله (۱۹) و (۲۰) را می‌توان به شکل زیر نشان داد:

$$\frac{dG}{dt} = (P - P_0 - F(G)) \quad (21)$$

$$\Delta P = N_{fl} G^3 + N_{fip} [v_{fg} G^3 / 2 + h_{fg} G^3] + N_{fv} (G^2 - G^3 \delta h_{vl}) + G^2 v_{fg} \quad G < \frac{1}{\delta h_v} \quad (14)$$

که در اینجا فرکانس واکنش [۱۹] بدون بعد نامیده می‌شود. منحنی مشخصه افت فشار بر حسب سرعت جرمی را برای سیال R134a نشان می‌دهد. رابطه (۱۴) نشان می‌دهد که معادله مقاومت کانال برای وجود جریان دوفاز در کانال (حالت دوم و سوم) بر حسب سرعت جرمی از درجه سوم است.

با توجه به اینکه ناپایداری بین دو اکستریم منحنی و در بخشی از منحنی مشخصه جریان رخ خواهد داد که شیب منحنی منفی باشد [۲۷]، با بررسی رابطه افت فشار در هر میزانی از G ، می‌توان دریافت که شیب منحنی چنانچه در شکل نیز مشخص است، برای حالت‌های اول و سوم در رابطه (۱۴)، همواره مثبت است و در نتیجه مقادیر اکستریم موضعی تنها زمانی رخ می‌دهند که جریان خروجی از لوله به صورت دوفاز باشد. به منظور سهولت در یافتن تحلیلی مقادیر اکستریم فرض می‌شود و لذا با مشتق‌گیری از رابطه می‌توان نوشت:

$$G^2 + \frac{4}{3} \left[\frac{1-\Omega}{\Omega} - 1/N_f \right] G + \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{N_f} \right) = 0 \quad (15)$$

$$G_{1,2} = -\frac{2}{3} \left[\frac{1}{\Omega} - 1 - 1/N_f \right] \pm \sqrt{4 \left[\frac{1-\Omega}{\Omega} - 1/N_f \right]^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{N_f} \right)} \quad (16)$$

که شرط زیر برقرار است:

$$\left| \frac{\Omega-1}{\Omega} + 1/N_f \right| \geq \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{N_f} \right) \quad (17)$$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{\Omega-1}{\Omega} + 1/N_f \right) + \sqrt{\frac{4}{9} \left(\frac{1-\Omega}{\Omega} - 1/N_f \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{N_f} \right)} < 1 \quad (18)$$

این ناساوی که شرط وجود ناحیه با شیب منفی و در نتیجه وجود ناپایداری در سیستم است، نشان می‌دهد که دو متغیر معرفی شده فرکانس واکنش (۱) و ضریب افت اصکاکی بصورت مستقیم در شکل

خواهد داد که شیب منحنی منفی باشد. با توجه به علامت در معادله (۲۶)، ناپایداری در بخش دوفاز تنها زمانی رخ خواهد داد که تابع دارای اکستریمم باشد. در این حالت برای مقادیر سرعت جرمی بین و شیب منحنی منفی بوده و پتانسیل ناپایداری وجود خواهد داشت. به عبارت دیگر شرایط ناپایداری را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\left| \frac{\Omega-1}{\Omega} + 1/N_f \right| \geq \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{N_f} \right), \quad G \in [G_1, G_2] \quad (27)$$

۲-۵- تحلیل غیرخطی نوسانات افت فشار

دستگاه زوج معادله (۲۱) و (۲۲) همراه با شرایط اولیه (۲۳)، افزودن یک مقدار اغتشاش کوچک به شرایط اولیه [۲۲] مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. روش رانگ کوتای ضمنی جهت احتراز از وقوع ناپایداری در پاسخ می‌تواند روش مناسبی برای حل این سیستم باشد، گرچه جهت حفظ دقت درجات بالا نیازمند حل دستگاه معادلات خطی با ماتریس‌های چگال و در نتیجه افزایش زمان حل و هزینه محاسبات کامپیوتری است. به همین دلیل از روش رانگ کوتای ضمنی به منظور برآورد هر دو هدف کنترل ناپایداری ناشی از خطا و کاهش حجم محاسبات استفاده شده‌است. مزیت استفاده از این زیر رده از روش رانگ کوتای ضمنی این است که مراحل بصورت صریح با یکدیگر در ارتباط هستند و فقط ترم Y_{l+n} به شکل ضمنی وجود دارد. این تکنیک هزینه محاسباتی را کاهش داده و در عین حال دقت بالای روش‌های ضمنی را حفظ می‌کند [۲۸]. در این روش برای حل مرحله بعد دستگاه معادلات، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$Y_{n+1} = Y_n + h \sum_{r=1}^3 b_r F(Y_r) \quad (28)$$

که به صورت ضمنی بر حسب سایر مجهولات از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$Y_r = (1-v_r)Y_n + v_r Y_{n+1} + h \sum_{j=1}^{r-1} x_{r,j} F(Y_j) \quad (29)$$

$$r = 1, 2, 3.$$

بنابراین در این روش در هر مرحله معادلات تنها بر حسب به صورت ضمنی تعریف شده‌اند. ضرایب روش رانگ کوتای ضمنی معمولاً به وسیله جدول زیر تعیین می‌شوند که در آن، v و ماتریس ۳

$$\frac{dP}{dt} = k_v^{-1} (G_0 - G) \frac{P^2}{P_0} \quad (22)$$

که در اینجا می‌باشد و معرف تابعیت افت فشار از سرعت جرمی در شرایط پایای درون کانال حرارتی (معادله (۱۴)) است. با در نظر گرفتن شرایط پایا به عنوان پاسخ نرمال معادله، شرایط اولیه برای تحلیل معادلات (۲۱) و (۲۲) به صورت زیر قابل نمایش است:

$$\bar{G} = G_0 \quad (23)$$

$$\bar{P} = G_0 + F(G_0)$$

۲-۴- آنالیز خطی

با در نظر گرفتن شرایط پایا به عنوان حل پایه و افزودن مقادیر اغتشاشی به سرعت جرمی و به فشار، معادلات (۲۱) و (۲۲) را به صورت خطی به صورت زیر می‌توان بازنویسی کرد:

$$\dot{\varepsilon}_G = (\varepsilon_P - F'(G_0)) \quad (24)$$

$$\dot{\varepsilon}_P = k_v^{-1} \varepsilon_G \frac{((P_0 + F(G_0))^2)}{P_0}$$

در این تحلیل از تغییرات جریان ناشی از تغییرات سرعت منبع تامین‌کننده (پمپ) صرف نظر شده‌است. معادله (۲۴) را می‌توان به صورت ماتریسی زیر نشان داد:

$$\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_G \\ \dot{\varepsilon}_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -F'(G_0) & 1 \\ -\frac{(P_0 + F(G_0))^2}{k_v P_0} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_G \\ \varepsilon_P \end{pmatrix} \quad (25)$$

معادله مشخصه معادله (۲۵) برابر است با:

$$\lambda^2 + F'(G_0)\lambda + \frac{(P_0 + F(G_0))^2}{k_v P_0} = 0 \quad (26)$$

علامت بخش حقیقی مقادیر مشخصه نمایانگر پتانسیل پایداری یا ناپایداری جریان است. مشخصاً علامت مقدار مشخصه وابسته به علامت خواهد بود. به عبارت دیگر در صورتیکه مثبت باشد جریان پایدار خواهد بود. ناپایداری در بخشی از منحنی مشخصه جریان رخ

$$R(z) = \frac{P(z, e^{-v})}{P(z, -v)}, \text{ where } P(z, w) = 1 + zb^T(I - zA)^{-1}w, \quad (31)$$

در ۳ است که درایه‌های آن به صورت تعریف می‌شوند.

با کاربرد این روش در معادله دیفرانسیل می‌توان نوشت:

$$y_{n+1} = R(z)y_n \quad (30)$$

پایداری مطلوب روش بر اساس این تابع پایداری خواهد بود. روش

پایداری (A-stability) دارد اگر:

و در نتیجه تابع پایداری روش منو رانگ کوتای ضمنی برابر است

$$|R(z)| \leq 1, \forall z \in C^- \quad (32)$$

با:

جدول ۱: جدول راهنمای ضرائب روش رانگ کوتای ضمنی

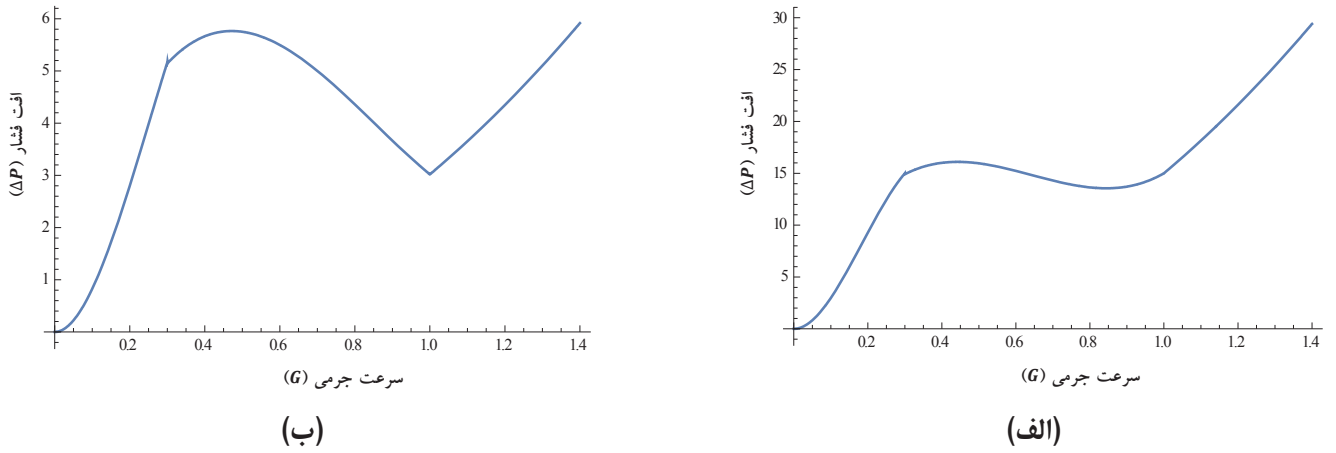
Table 1. MIRL hint table

c	v	X
		b^T

جدول ۲: ضرائب روش رانگ کوتای ضمنی (L-stable)

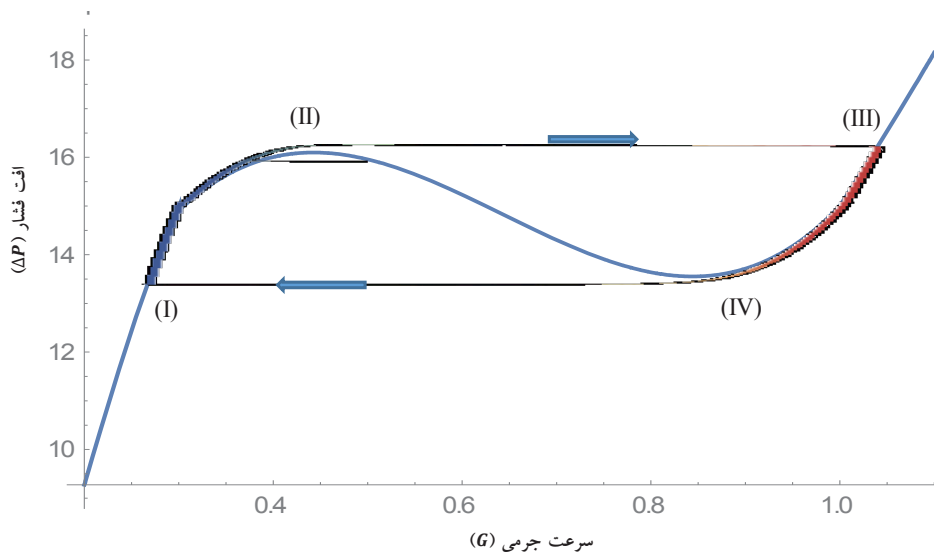
Table 2. MIRL coefficients (L-stable)

۱	۱	۰	۰	۰
۵/۲۴	۲۱۵/۵۷۶	-۹۵/۵۷۶	۰	۰
۷/۹	۲۴۱/۸۱	-۱۴۱۹/۱۵۳۹	-۶۵۶/۵۱۳	۰
		۱/۷۶	۳۸۴/۷۷۹	۸۱/۱۶۴



شکل ۴: منحنی افت فشار برای سیال R134a برای $N_{fl} = 14.156$ ، $N_{ftp} = 12.131$ ، $N_{fv} = 2.175$ و الف) $L_t = 1$ ب) $L_t = 5$

Fig. 4. Pressure drop characteristic curve of R134a at $N_{fl}=14.156$, $N_{ftp}=12.131$, $N_{fv}=2.175$ and a) $L_t=1$ b) $L_t=5$



شکل ۵: نمونه مدار سیکل محدود برای $\mu \ll 1$

Fig. 5. Limit cycle circuit for $\mu \ll 1$

و برای پایداری خطی علاوه بر شرط فوق، نیاز است که:

$$|R(z)| \rightarrow 0 \text{ as } \operatorname{Re}(z) \rightarrow -\infty \quad (۳۳)$$

می‌توان اثبات کرد با انتخاب جدول ضرائب زیر، روش دارای پایداری خطی می‌باشد [۲۹] و تابع پایداری برابر است با:

$$R(z) = \frac{1}{5} \frac{19z^2 + 32z - 48}{(z-1)(z-4)(z-12/5)} \quad (۳۴)$$

۳- نتایج و بحث

مدلسازی فرایند جوشش درون کانال برای شرایط پایا، منجر به یک رابطه افت فشار بر حسب سرعت جرمی درون کانال می‌شود. چنانچه اشاره شد، مشخصات این منحنی کاملا وابسته به مشخصات سیال، میزان حرارت ورودی و میزان مادون سردی جریان ورودی است. مجموعه این شرایط در حالت بدون بعد ارائه شده را می‌توان در ضرایب معادله (۲۰) مورد نظر قرار داد. فرکانس جوشش (۰)، آنتالپی تغییر فاز (۰)، نسبت چگالی (۰) و تفاوت آنتالپی بخار اشباع و مایع ورودی (۰) کمیاتی هستند که به صورت مستقیم بر شکل منحنی افت فشار حالت پایا بر حسب سرعت جرمی تاثیر می‌گذارند. بررسی رابطه افت فشار در شرایط جریان ورودی که خروجی آن به صورت دوفاز باشد، نشان داد که وجود کمینه موضعی در حالت کلی منحنی افت فشار نیازمند برآورد شرط (۱۸) است. دو نمونه از منحنی افت فشار برای سیال R134a را با استفاده از رابطه (۱۴) نشان می‌دهد. مقادیر اعداد بدون بعد برای هر یک در زیر شکل ارائه شده‌است. چنانچه به وضوح مشاهده می‌شود در - الف نقطه کمینه موضعی با نقطه برخورد منحنی افت فشار برای حالتی که خروجی لوله تنها مایع باشد (۰) جایگزین شده‌است.

۳-۱- ناپایداری نوسانات افت فشار

شرایط فراهم شده در سیستم حل پایا، می‌تواند به عنوان شرایط اولیه سیستم دینامیک مورد استفاده قرار گیرد. معادلات (۲۱) و (۲۲) به همراه شرایط مرزی (۲۳) با یکدیگر یک سیستم دینامیک هستند. چنانچه اشاره شد، سیستم در حالتی که نرخ تغییرات فشار بر حسب تغییرات سرعت جرمی در شرایط پایا مثبت باشد همواره پایدار است. با یک تغییر مشخصه زمانی (۰) معادلات حاکم را می‌توان به شکل معادله (۳۵) بازنویسی کرد.

$$G' = \mu(\Delta P - F(G)) \quad (۳۵-الف)$$

$$P' = 1/\mu(P^2(G_{st.st.} - G)) \quad (۳۵-ب)$$

که در اینجا و به عنوان مقیاس زمانی جهت بازنویسی معادلات در نظر گرفته شده‌است. در صورتی که نسبت حجم مخزن به حجم کانال حرارتی بسیار بزرگتر از یک فرض شود، به عبارت دیگر با فرض (۰)، معادلات حاصل دارای دو رتبه زمانی مختلف هستند، یعنی معادله (۳۵) شامل دو معادله سریع (الف) و کند (ب) خواهد بود. چون، همواره جز در همسایگی منحنی که توسط رابطه افت فشار در شرایط پایا مشخص شده‌است. بنابراین خانواده منحنی‌های شامل خطوط افقی پاسخ‌های تقریبی معادله (۳۵) برای جریان دور از منحنی (حالت پایا) به ازای هستند. در نزدیکی منحنی و به ویژه وقتی، هر دو معادله تقریباً دارای رتبه یکسان خواهند بود و در نتیجه پاسخ‌های تقریبی معادله رفتار منحنی را دنبال می‌کند، تا زمانی که پاسخ‌ها نزدیک نقطه تکین سیستم و افت فشار پایای معادل آن‌ها می‌گردد. و توسط خانواده منحنی‌های به سمت انتهای دیگر هدایت می‌شوند. یک نمونه از این حالت را نشان می‌دهد. مطابق می‌توان مراحل این نوسانات را به ترتیب زیر در نظر گرفت.

۱- بالا رفتن فشار در مخزن ضربه‌گیر (I-II)

۲- گردش جریان از دوفاز به سمت حالت مایع (II-III)

۳- کم شدن فشار در مخزن ضربه‌گیر (III-IV)

۴- گردش جریان از کیفیت پایین به سمت حالت دوفاز با کیفیت بخار بالا (IV-I)

از سوی دیگر اگر فشار خروجی سیستم بزرگ باشد، با تغییر مقیاس فشار در سمت راست بخش (ب) معادله (۳۵) و معرفی و انتخاب به عنوان مشخصه زمانی، معادله (۳۵-الف) را می‌توان به شکل بازنویسی کرد.

$$X'' + \hat{P}X = \mu^{-1}(F'(G)X) \quad (۳۶)$$

$$\hat{P} = \mu^{-1} \dot{P}X$$

که در اینجا جایگزین شده است و " مشتق‌گیری نسبت به زمان مقیاس شده می‌باشد. در حالت حدی برای فشارهای بسیار بزرگ (۰)،

حالی است که در خصوص - ب جدول ناپایداری در نزدیکی نقطه متناظر پایان خواهد یافت.

۳-۳- نوسانات با دوره محدود

معادلات دینامیک سیستم برای داده‌های ضمیمه الف با استفاده از روش مونو رانگ کوتای ضمنی حل شده‌اند. به منظور صحت‌گذاری، معادلات برای داده‌های مشابه مرجع [۳۰] نیز حل شده و با نتایج تجربی و عددی مقایسه شده‌است. در همخوانی خوب نتایج بیانگر صحت روش ارائه می‌باشد. منحنی نوسانات سرعت جرمی را برای حالت‌های مختلف نشان می‌دهد. همچنین نوسانات فشار در نمایش داده شده‌است. تغییرات دامنه نوسان و فرکانس به وضوح در شکل‌های ارائه شده قابل مشاهده‌است. از بررسی شکل‌ها تاثیر درجه بزرگی بر ترم فرکانس نوسان و دامنه نوسان مشخص است.

مدار نوسانات ناپایداری برحسب مقادیر مختلف در . ارائه شده‌است. چنانچه قبلاً اشاره شد با افزایش این مقدار مدار سیکل محدود از چهارگوش موربی که اضلاع جانبی آن بسیار نزدیک به منحنی هستند به سمت یک مدار مدور میل می‌کند.

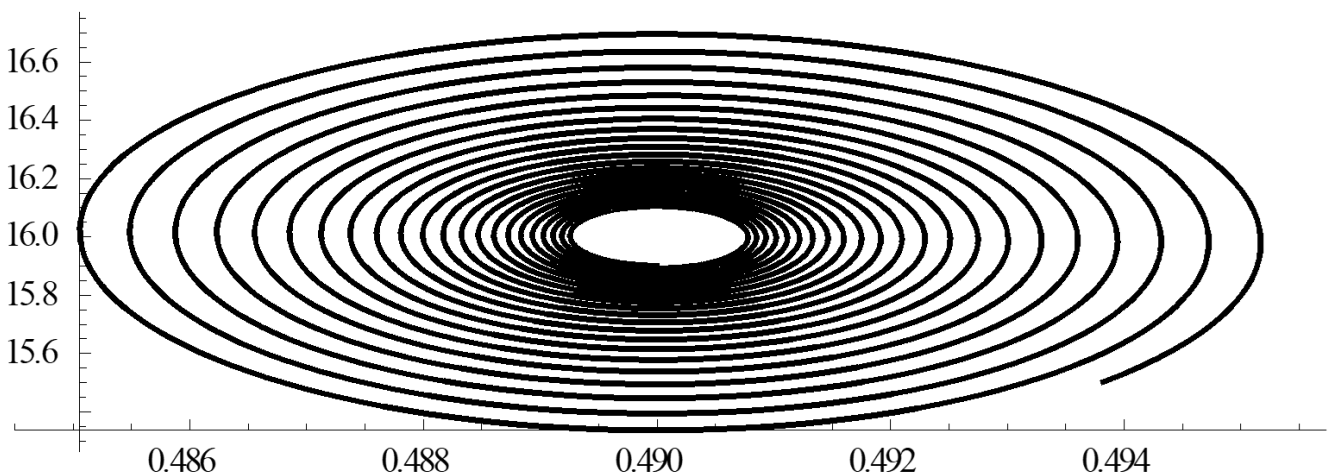
۳-۴- محاسبه فرکانس و زمان تناوب نوسان محدود

چنانچه ذکر شد فرکانس نوسان محدود برای مسئله مورد نظر در

پاسخ معادله (۳۶) یک پاسخ هارمونیک خواهد بود و صفحه فازی در این حالت به شکل مدارهای بیضی مانند شکل زیر است. بنابراین با در نظر گرفتن به عنوان پارامتر اصلی سیستم برای مقادیر کوچک این پارامتر (نسبت حجم مخزن به حجم کانال حرارتی بسیار بزرگ) مدار سیکل محدود چهار گوش منطبق بر منحنی افت فشار و برای مقادیر بزرگ این پارامتر (فشار کار کرد بالا) یک مدار بیضوی خواهد بود. عملاً در شرایط مختلف فرایند و هندسه‌های گوناگون، فضای فازی حاصل در بین دو محدوده مورد اشاره در و قرار خواهد گرفت.

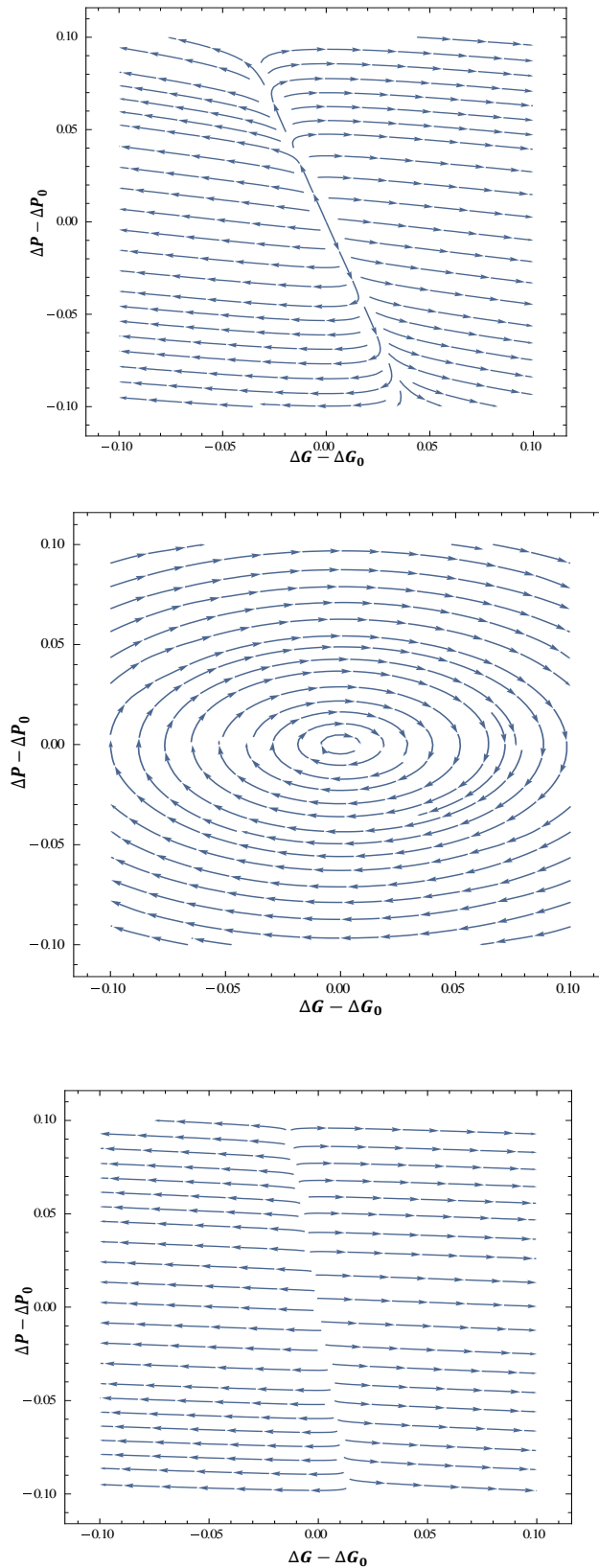
۳-۲- صفحات فازی بررسی خطی سیستم

نقاط بحرانی برای سیستم دینامیک چنانچه ذکر شد عبارتند از نقاط و که و پاسخ‌های معادله هستند. چنانچه در بخش آنالیز خطی اشاره شد، ناپایداری تنها در بخشی که (فاصله بین و) رخ خواهد داد. جهت بررسی پتانسیل ناپایداری می‌توان صفحات فازی را برای مجموعه نقاط در فاصله و بررسی نمود. پرتو فازی این نقاط را برای حالت نمونه (داده‌های جدول ۲) نشان می‌دهد. چنانچه به وضوح در شکل مشاهده می‌شود، پرتو فازی برای نقطه بحرانی از نوع مرکز بوده و استعداد ناپایداری را نشان می‌دهد. از یک نقطه در همسایگی این نقطه، ناپایداری سیستم با مشاهده پرتو فازی گره ناپایدار آغاز می‌شود. این ناپایداری تا همسایگی برای -الف ادامه می‌یابد. این در



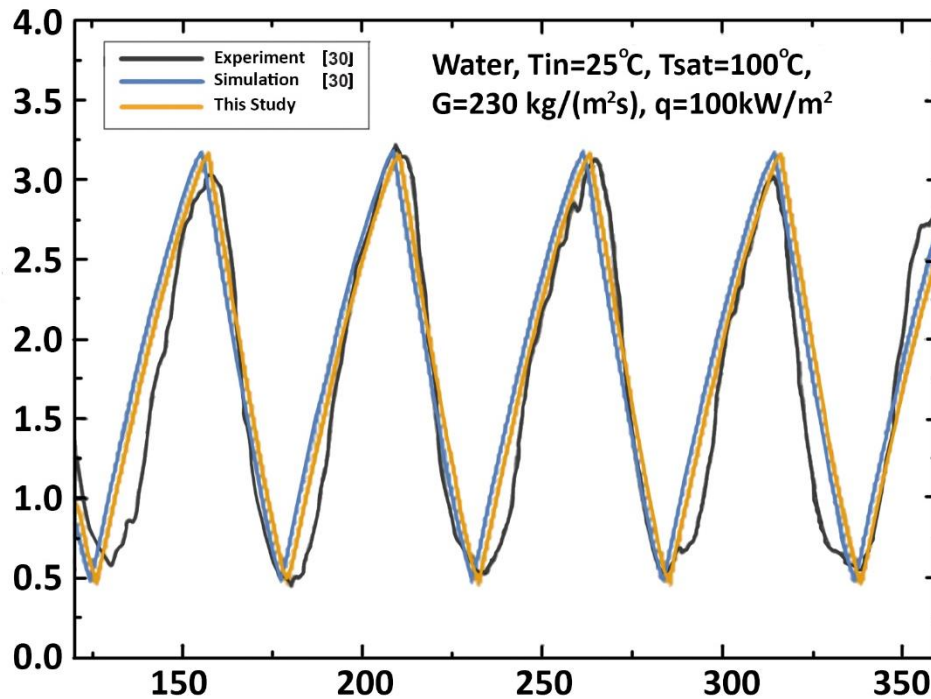
شکل ۶: نمونه مدار سیکل محدود برای $\mu \gg 1$

Fig. 6. Limit cycle circuit for $\mu \gg 1$



شکل ۷: مجموعه پرتره فازی برای نقاط $F'(G) < 0$ (الف) $G = G_1$ ، (ب) $G \sim G_1$ و (ج) $G_1 < G < G_2$

Fig. 7. Phase portrait for $F'(G) < 0$ and a) $G = G_1$, b) $G \sim G_1$, c) $G_1 < G < G_2$



شکل ۸: مقایسه برآورد نوسان فشار حاصل این کار در مقایسه با نتایج مرجع [۳۰]

Fig. 8. Comparison the results of pressure oscillation with [30]

زمان بعد دار (برحسب ثانیه) برابر خواهد بود با:

$$\omega^* = \sqrt{\frac{P_{st,st}^* A^* L_t^*}{V_0^*} \frac{G_{l,min}^*}{\rho_f^* L_t^*}} = \sqrt{\frac{P_{st,st}^* A^*}{V_0^* \rho_f^* L_t^*}} = 2\pi f \quad (39)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{V_0^* \rho_f^* L_t^*}{P_{st,st}^* A^*}} \quad (40)$$

رابطه (۴۰) نشان می دهد که دوره تناوب نوسانات برای حالت تابعی از حجم مخزن، چگالی فاز مایع و هندسه کانال حرارتی است. شرایط نیز از نظر فیزیکی برای حجم مخزن بسیار بزرگ یا مقادیر فشار نسبتاً کوچک رخ می دهد. با قرار دادن و در نظر گرفتن مدار سیکل محدود، زمان دوره تناوب را می توان به صورت جمع زمان روی مدار در نظر گرفت. از سوی دیگر با صرف نظر از با توجه به ضریب در معادله (۳۵-الف)، را می توان با استفاده از تغییرات کند فشار، در

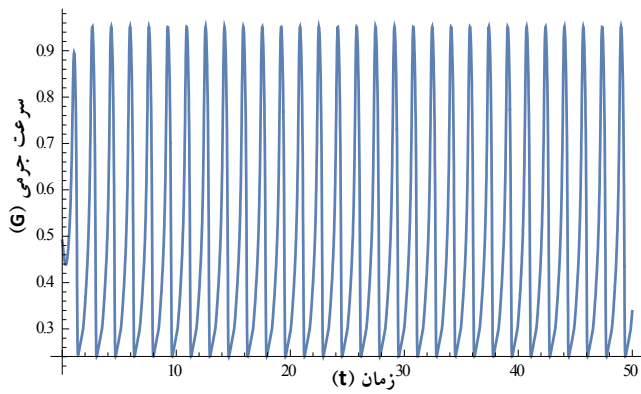
حالت کلی تابعی از درجه بزرگی می باشد. دو حالت حدی مسئله، یعنی برای و در اینجا به منظور محاسبه فرکانس و زمان تناوب نوسانات مورد نظر قرار گرفته است. شرایط معمولاً به صورت فیزیکی در حالتی که فشار سیستم بسیار بالا باشد رخ خواهد داد. در این حالت با انتخاب و زمان مقیاس، معادله (۳۵-الف) را می توان بدین شکل بازنویسی کرد.

$$x'' + \left(\frac{P}{P_{st,st}}\right)x = -\varepsilon^2 F(x + G_{st,st}) \quad (37)$$

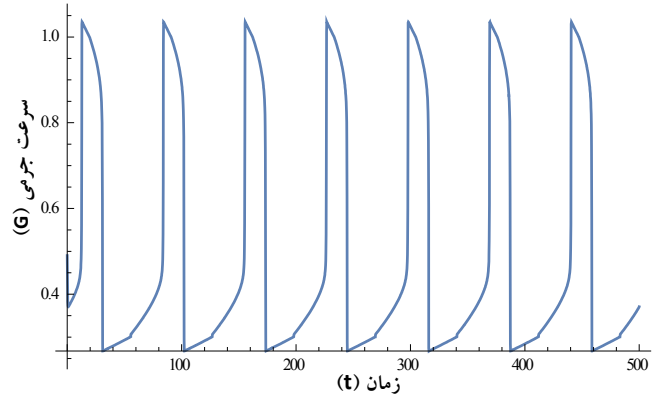
که در اینجا است و پاسخ معادله را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$x = A(\tau)(\cos\omega\tau) + B(\tau)\cos\omega(\tau) \quad (38)$$

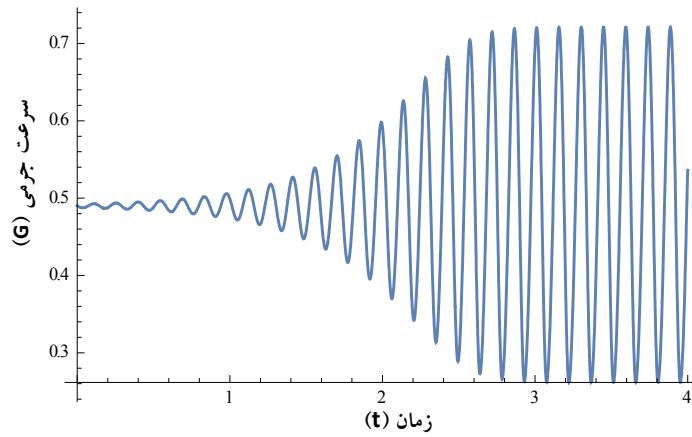
با ملاحظه، فرکانس اصلی سیستم برابر یک خواهد بود. بایستی توجه داشت که این فرکانس برای زمان مشخصه می باشد و با توجه به رابطه زمان بدون بعد و زمان دارای بعد، فرکانس سیستم برای و برحسب



(ب)



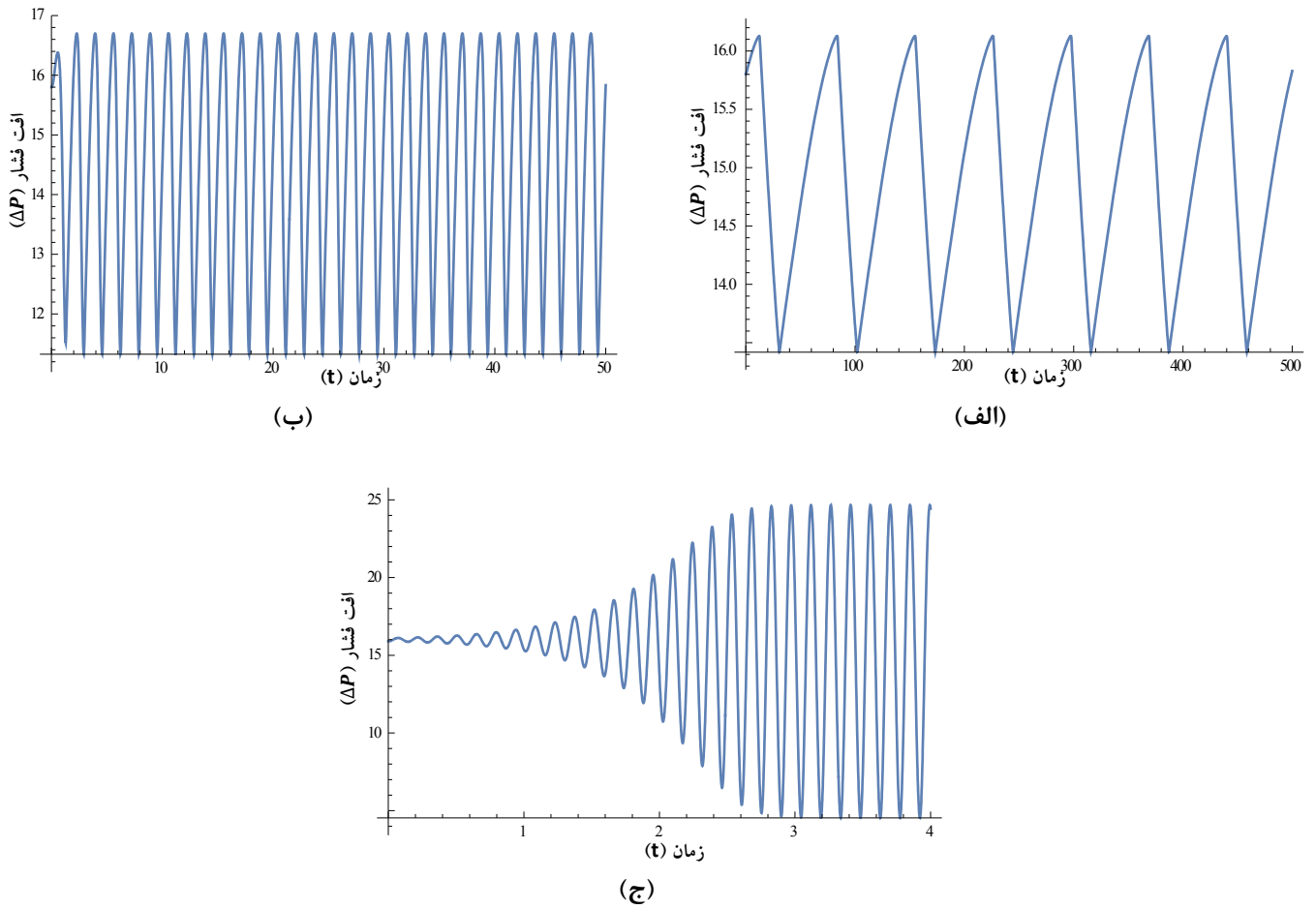
(الف)



(ج)

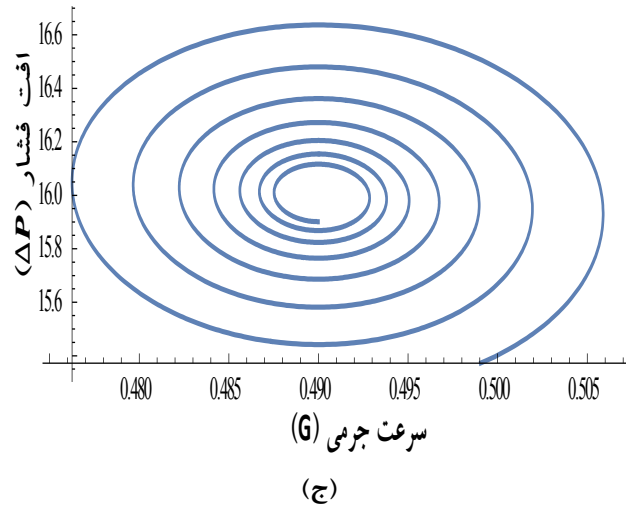
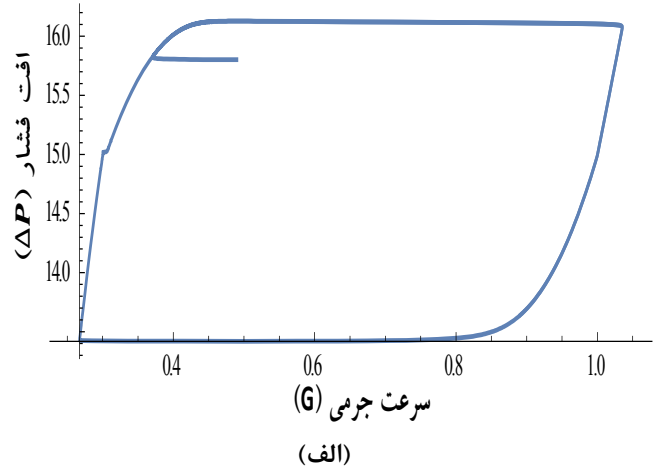
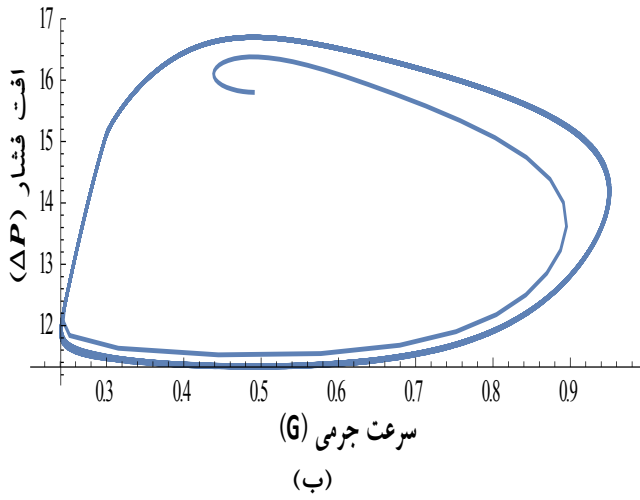
شکل ۹: نوسانات سرعت جرمی برای مقادیر مختلف $P_{st.st.}^2 / k_v P_{st.0}$ (الف) ۳۰، (ب) ۳۰ و (ج) ۱۸۳۰

Fig. 9. Mass velocity oscillations at different values of $P_{st.st.}^2 / k_v P_{st.0}$: a) 0.3, b) 30, c) 1830



شکل ۱۰. تغییرات افت فشار برای مقادیر مختلف $P_{st.st.}^2 / k_v P_{st.0}$ الف) ۰/۳، ب) ۳۰ و ج) ۱۸۳۰

Fig. 10. Pressure drop oscillations at different values of $P_{st.st.}^2 / k_v P_{st.0}$: a) 0.3, b) 30, c) 1830



شکل ۱۱: مدار سیکل محدود برای مقادیر مختلف $P_{st.st.}^2 / k_v P_{st.0}$ (الف) ۰/۳، (ب) ۳۰، (ج) ۱۸۳۰
 Fig. 11. Limit Cycle circuit at different values of $P_{st.st.}^2 / k_v P_{st.0}$ a) 0.3, b) 30, c) 1830

همچنین دامنه نوسانات افت فشار برابر با تفاضل مقدار افت فشار بیشینه و کمینه است:

$$a_p = F(G_2) - F(G_1) \quad (45)$$

با توجه به رابطه (۴۴) هرچقدر نقطه کار اولیه در ناحیه شیب منفی منحنی افت فشار به G_1 نزدیکتر باشد، T بزرگتر خواهد بود، به عبارت دیگر دوره تناوب نوسانات با کاهش سرعت جریان جرمی در نقطه کار اولیه در شیب منفی افزایش می‌یابد. همچنین هر تغییر در کمیات ورودی که سبب افزایش تفاوت افت فشار بیشینه و کمینه در فرایند گردد؛ نظیر افزایش نرخ حرارت ورودی؛ باعث افزایش دامنه نوسانات افت فشار می‌گردد.

۴- بحث و نتیجه‌گیری

بررسی نسبتا جامعی در خصوص ناپایداری افت فشار در فرایند جوشش در کانال در این مقاله انجام گرفت. با توجه به تعدد پارامترها، با استفاده از یک سیستم معادل‌سازی یکپارچه و معرفی کمیات مشخصه، رابطه افت فشار در شرایط پایا بر حسب سرعت جرمی به دست آورده شد. بر حسب تغییرات کمیات موثر بر شکل منحنی شرایط پایداری بحث و تحلیل گردید. نشان داده شد که منحنی می‌تواند دارای یک بیشینه و کمینه موضعی باشد و یا در شرایط خاص نقطه کمینه با نقطه شروع جوشش جایگزین گردد. شکل منحنی مقاومت داخلی کانال بصورت تابع افت فشار بر حسب سرعت جرمی در حالت کلی یک رابطه درجه سوم است که تابع هندسه کانال، میزان حرارت ورودی و خواص جمله دینامیکی سیال ورودی است. شکل بدون بعد معرفی شده در این مقاله بر حسب کمیات مشخصه معرفی شده نشان می‌دهد که دو متغیر معرفی شده فرکانس واکنش (Ω) و ضریب افت اصکاکی N_{fl} بصورت مستقیم در شکل منحنی و محدوده ناپایداری موثر هستند.

شکل نوسانات بر حسب مقدار پارامتر اساسی میرایی نوسان ($P_{st.0}^2 / k_v P_{st.0}$)، از یک مدار بیضوی تا یک چهار گوش منطبق بر منحنی افت فشار، تغییر می‌کند و در نتیجه آن شکل موج تغییر خواهد کرد. همچنین مشخصات مدار نوسان، دامنه و فرکانس آن‌ها بر حسب کمیات مسئله به صورت تحلیلی مورد بحث قرار گرفت. ناپایداری جریان دو فاز در شرایط خاصی رخ می‌دهد. اجتناب یا کنترل این بی ثباتی‌ها در طراحی و سیستم عامل‌ها بسیار مهم

مسیرهای و به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d}{d\tau}(\dot{G}) = \varepsilon \left(\frac{\dot{P}}{P_{st.}} \right)^2 (G_{st.} - G) - \frac{d}{d\tau}(F(G)) \quad (41)$$

که در اینجا زمان مقیاس شده می‌باشد. از آنجا که مسیرهای و مسیرهای سریع بوده، از زمان پاسخ در آن‌ها می‌توان صرف نظر کرد. بنابراین زمان کلی دوره تناوب مجموع زمان‌های پاسخ دینامیک در دو مسیر و به صورت زیر خواهد بود:

$$T = \int_{I-II} dt + \int_{III-IV} dt = \int_{I-II} \frac{dG}{\dot{G}} + \int_{III-IV} \frac{dG}{\dot{G}} \quad (42)$$

با توجه به مدار نوسان، دو انتهای مسیر I-II به ترتیب سرعت جرمی معادل $\Delta P = F(G_2)$ که تقریبا برابر است با $1/\delta h_v$ و G_1 ؛ به صورت مشابه برای مسیر III-IV. دو انتها به ترتیب عبارتند از سرعت جرمی معادل $\Delta P_{max}(F(G_1))$ و $G = G_2$ ، در صورتی که $G_2 < 1$ باشد و در صورتی که $G_2 > 1$ باشد، چنانچه اشاره شد، $G = 1$ جایگزین G_2 می‌گردد. با توجه به تساوی تقریبی ΔP در هر دو مسیر، نقاط ابتدایی و انتهایی مسیرها را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$G(IV) = \begin{cases} G_2 + \left(G_1 - \frac{1}{\delta h_v} \right) \approx 1 & \text{or } G_2 < 1 \\ 1 + \left(G_1 - \frac{1}{\delta h_v} \right) \approx 1 + G_1 & \text{or } G_2 > 1 \end{cases} \quad (43)$$

$$G(III) = \begin{cases} G_2 & \text{or } G_2 < 1 \\ 1 & \text{or } G_2 > 1 \end{cases}$$

$$G(II) = G_1$$

$$G(I) = \frac{1}{\delta h_v} \approx 0$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (۴۲) و جایگذاری مقادیر ابتدا و انتهای مسیرها، زمان دوره تناوب برابر خواهد بود با:

$$T = \frac{P_{st.0} k_v}{P_{st.}^2} \left[\frac{(1-G_2)}{F(1)-F(G_2)} \ln \frac{G_{st.} - G_2}{G_{st.} - 1} + \frac{G_1}{F(G_1)} \ln \frac{G_{st.}}{G_{st.} - G_1} \right] \quad (44)$$

ϕ	میزان حرارت به ازای حجم لوله جوشش
زیرنویس	
b	نقطه جوشش
bb	نقطه جوشش کامل
e	خروجی
f	مایع اشباع
fg	اختلاف حالت بخار و مایع اشباع
l	مایع
l,min	مربوط به حالت حداقل دبی برای خروجی مایع
l,max	مربوط به حالت حداکثر دبی برای خروجی بخار
in	ورودی
$.st.st$	پایا
t	کانال حرارتی
tp	دوفاز
v	بخار
بالانویس	
*	شرایط مرجع

ضمیمه الف

معادلات حاکم برای جرم، پیوستگی و انرژی به صورت یک‌بعدی و در شرایط گذرا به شکل زیر قابل بیان است.

$$\frac{\partial \dot{n}^*}{\partial t^*} + \frac{\partial G^*}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{الف-۱})$$

$$\frac{\partial G^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{G^{*2}}{\rho^*} \right) = - \frac{\partial P^*}{\partial z^*} - 2 \frac{f^* G^{*2}}{D^* \rho^*} \quad (\text{الف-۲})$$

$$\frac{\partial}{\partial t^*} (\rho^* h^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (G^* h^*) = \Phi^* \quad (\text{الف-۳})$$

با استفاده از مدل همگن خواص به شکل زیر محاسبه می‌گردند:

$$\rho^* = \left[\frac{x}{\rho_v^*} + \frac{(1-x)}{\rho_l^*} \right]^{-1} \quad (\text{الف-۴})$$

$$h^* = (1-x) h_l^* + x h_v^* \quad (\text{الف-۵})$$

با معرفی کمیات بدون بعد، به صورت معادله (الف-۶) معادلات

است. نوسانات نوع افت فشار ناشی از تعامل بین جریان و حجم قابل فشرده‌سازی در مخزن ضربه‌گیر است. دوره تناوب نوسانات برای نسبت بالای فشار کارکرد به حجم مخزن، تابع چگالی فاز مایع، نسبت یادشده و هندسه کانال حرارتی است، در حالیکه برای حجم‌های بزرگتر مخزن؛ دامنه‌ها و دوره‌های نوسانات با افزایش نرخ ورودی حرارت افزایش می‌یابد. دوره و دامنه نوسانات با کاهش سرعت جریان جرمی در نقطه کار اولیه در شیب منفی افزایش می‌یابد.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

A	سطح مقطع
f	ضریب اصطکاک
F	تابع افت فشار لوله
G	سرعت جرمی
h	آنتالپی
H	منحنی‌های افقی
k_v	نسبت حجم تراکم‌پذیر به حجم لوله جوشش
L_i	طول
t	زمان
T	دوره تناوب
N	عدد بی‌بعد

N_f عدد اصطکاک

N_ρ عدد چگالی

\dot{m} دبی جرمی

P فشار

q حرارت

v حجم مخصوص

x کیفیت بخار

z طول کانال

علائم یونانی

ρ چگالی

Ω فرکانس واکنش

ω فرکانس سیستم

μ مقیاس زمانی سیستم

τ زمان مشخصه

ε مقادیر اغتشاش

جدول ب-۱. جدول داده‌های ورودی به مساله

Table B-1: Input data

P_e [kPa]	۸۰۰	T_{sat} [K]	۳۰۴/۴۸	h_{in} [J/kg]	۱۶۹۹۸۳/۴۰	dh_v [J/kg]	۲۴۵۴۷۶/۱۴
Q [W]	۱۰۰۰	T_{in} [K]	۲۵۰/۴۵	dh_f [J/kg]	۷۳۶۶۲/۰۲۲	h_{fg} [J/kg]	۱۷۱۸۱۴/۱۲
v_f [m ³ /kg]	۰/۰۰۰۸۴۵	v_g [m ³ /kg]	۰/۰۲۵۶۲	v_{fg} [m ³ /kg]	۰/۰۲۴۷۷	N_{fl}	۳/۰۱۸۶
N_{ftp}	۲/۴۵۶۵	N_{fv}	۲/۱۷۶	L/D	۲۰۰		

instabilities: A review, International Journal of Heat and Mass Transfer, 71(0) (2014) 521-548.

- [3] J.A. Boure, A.E. Bergles, L.S. Tong, Review of two-phase flow instability, Nuclear Engineering and Design, 25(2) (1973) 165-192.
- [4] A. Koşar, C.-J. Kuo, Y. Peles, Suppression of boiling flow oscillations in parallel microchannels by inlet restrictors, Journal of Heat Transfer, 128(3) (2006) 251-260.
- [5] C.-J. Kuo, Y. Peles, Flow boiling instabilities in microchannels and means for mitigation by reentrant cavities, Journal of Heat Transfer, 130(7) (2008) 072402.
- [6] P. Bai, T. Tang, B. Tang, Enhanced flow boiling in parallel microchannels with metallic porous coating, Applied Thermal Engineering, 58(1-2) (2013) 291-297.
- [7] Q. Jin, J.T. Wen, S. Narayanan, Characteristics of Pressure Drop Oscillation in a Microchannel Cooling System, Applied Thermal Engineering, (2019) 113849.
- [8] J. H. Lienhard, L.C. Witte, An historical review of the hydrodynamic theory of boiling, Reviews in Chemical Engineering, 3(3-4) (1985) 187-280.
- [9] S.M. Ghiaasiaan, Two-phase flow, boiling, and condensation: in conventional and miniature systems, Cambridge University Press, 2007.
- [10] L. Tadrist, Review on two-phase flow instabilities in narrow spaces, International Journal of Heat and Fluid

حاکم بی بعد می شود:

$$G = \frac{G^*}{G_{l,min}^*}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_l^*}, \quad h = \frac{h^*}{\delta h_l^*}$$

$$P = \frac{P^*}{G_{l,min}^2 / \rho_l^*}, \quad N_f = \frac{2fL_t}{D^*}$$

(الف-۶)

$$t = \frac{t^*}{\rho^* L_t}, \quad z = \frac{z^*}{L_t}$$

همچنین چگالی و آنتالپی همگن نیز به صورت رابطه زیر است.

$$\tilde{n} = \frac{1}{1 + xv_{fg}}$$

(الف-۷)

$$h = 1 + xh_{fg}$$

(الف-۸)

ضمیمه ب

مراجع

- [1] E. Manavela Chiapero, M. Fernandino, C.A. Dorao, Review on pressure drop oscillations in boiling systems, Nuclear Engineering and Design, 250(0) (2012) 436-447.
- [2] L.C. Ruspini, C.P. Marcel, A. Clause, Two-phase flow

- I. Kotcioglu, Modeling of two-phase flow instabilities in convective in-tube boiling horizontal systems, *J. of Thermal Science and Technology*, 29(1) (2009) 107-116.
- [22] L.C. Ruspini, Experimental and numerical investigation on two-phase flow instabilities, Ph.D. Thesis, Norwegian University of Science and Technology, 2013.
- [23] M. Emadur Rahman, S. Singh, Non-linear stability analysis of pressure drop oscillations in a heated channel, *Chemical Engineering Science*, 192 (2018) 176-186.
- [24] S. Chen, X. Chen, G. Luo, K. Zhu, L. Chen, Y. Hou, Flow boiling instability of liquid nitrogen in horizontal mini channels, *Applied Thermal Engineering*, 144 (2018) 812-824.
- [25] L. Cao, S. Kakac, H. Liu, P. Sarma, Theoretical analysis of pressure-drop type instabilities in an upflow boiling system with an exit restriction, *Heat and mass transfer*, 37(4-5) (2001) 475-483.
- [26] J.L. Muñoz-Cobo, G. Verdú, Application of Hopf bifurcation theory and variational methods to the study of limit cycles in boiling water reactors, *Annals of Nuclear Energy*, 18(5) (1991) 269-302.
- [27] T. Van Oevelen, J.A. Weibel, S.V. Garimella, Predicting two-phase flow distribution and stability in systems with many parallel heated channels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 107 (2017) 557-571.
- [28] P. Muir, Optimal discrete and continuous mono-implicit Runge–Kutta schemes for BVODEs, *Advances in Computational Mathematics*, 10(2) (1999) 135-167.
- [29] P. Muir, M. Adams, Mono-implicit Runge–Kutta–Nyström methods for boundary value ordinary differential equations, Tech. Report 03–2000, Dept. Math. and Comp. Sci., Saint Mary’s University, 2000.
- [30] Y. Kuang, W. Wang, J. Miao, X.g. Yu, R. Zhuan, Theoretical analysis and modeling of flow instability in a mini-channel evaporator, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 104 (2017) 149-162.
- Flow, 28(1) (2007) 54-62.
- [11] A. Stenning, T. Veziroglu, Flow oscillation modes in forced-convection boiling, (1965).
- [12] S. Kakac, B. Bon, A Review of two-phase flow dynamic instabilities in tube boiling systems, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51(3–4) (2008) 399-433.
- [13] G. Yadigaroglu, Two-phase flow instabilities and propagation phenomena, in: J.M. Delhaye (Ed.) *Thermohydraulics of two-phase systems for industrial design and nuclear engineering*, McGraw-Hill, 1981.
- [14] M. Ozawa, S. Nakanishi, S. Ishigai, Y. Mizuta, H. Tarui, Flow instabilities in boiling channels: part 1 pressure drop oscillation, *Bulletin of JSME*, 22(170) (1979) 1113-1118.
- [15] I.W. Park, M. Fernandino, C.A. Doraó, Experimental study on the characteristics of pressure drop oscillations and their interaction with short-period oscillation in a horizontal tube, *International Journal of Refrigeration*, 91 (2018) 246-253.
- [16] H. Gürgenci, T.N. Veziroglu, S. Kakaç, Simplified nonlinear descriptions of two-phase flow instabilities in vertical boiling channel, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 26(5) (1983) 671-679.
- [17] M.M. Padki, H.T. Liu, S. Kakac, Two-phase flow pressure-drop type and thermal oscillations, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 12(3) (1991) 240-248.
- [18] P.R. Mawasha, R.J. Gross, Periodic oscillations in a horizontal single boiling channel with thermal wall capacity, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 22(6) (2001) 643-649.
- [19] M.M. Padki, K. Palmer, S. Kakaç, T.N. Veziroğlu, Bifurcation analysis of pressure-drop oscillations and the Ledinegg instability, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 35(2) (1992) 525-532.
- [20] H.T. Liu, H. Koçak, S. Kakaç, Dynamical analysis of pressure-drop type oscillations with a planar model, *International Journal of Multiphase Flow*, 21(5) (1995) 851-859.
- [21] S. Kakaç, M.R. Venkataraman, A. Pramuanjaroenkij,

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. R. Shahnazari, A. Amjadigolpayegani, A. Saberi. Modeling and parametric analysis of two-phase fluid stability in boiling process in a thermal channel. Amirkabir J. Mech Eng., 53(special issue 3) (2021). 1861-1882.

DOI: [10.22060/mej.2020.17249.6550](https://doi.org/10.22060/mej.2020.17249.6550)



