

# کنترل تعقیب مسیر کوادروتورها در حضور موانع بر مبنای روش میدان پتانسیل

علی کیماسی خلجی<sup>۱</sup>، ایمان سعادت<sup>۲</sup>

۱- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران، keymasi@khu.ac.ir

۲- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران، imansaadat72@yahoo.com

## چکیده

در این مقاله، با معرفی یک کنترلر ترکیبی مقاوم به همراه یک واحد اجتناب از موانع مبتنی بر توابع پتانسیل به کنترل تعقیب مسیر کوادروتور در حضور موانع پرداخته شده است. کوادروتورها، سیستم‌هایی کم‌عملگر بوده و طراحی کنترلر تعقیب مسیر مقاوم برای آن‌ها به یکی از پرچالش‌ترین مباحث در پژوهش‌های اخیر تبدیل شده است. در ابتدا مدلسازی دینامیکی کوادروتور با استفاده از روش نیوتن-ویلر و با در نظر گرفتن تمامی نرم‌های غیرخطی آن در نظر گرفته شده و در ادامه، فضای حالت سیستم به دست آمده است. سپس یک روش کنترلی با الهام از الگوریتم‌های کنترل خطی برای کنترل حلقه‌ی بیرونی طراحی شده و برای کنترل حلقه‌ی داخلی کنترلر، روش کنترلی پسگام ارائه شده است. ترکیب این دو روش کنترلی به نحوی صورت گرفته که سیستم بهترین عملکرد را در تعقیب مسیرهای دلخواه از نظر همگرایی به مسیر مرجع حرکت، خطای حالت ماندگار کمینه و دیگر مشخصات پاسخ گذرای سیستم داشته باشد. در ادامه یک واحد اجتناب از موانع مبتنی بر توابع پتانسیل طراحی شده که با ایجاد نیروی دافعه بین سیستم و موانع از تصادم کوادروتور جلوگیری می‌کند. در انتها دو آزمایش ردیابی مسیر دایره‌ای و زینی شکل برای یک کوادروتور در حضور موانع در نظر گرفته شده است و نتایج حاصله، عملکرد مقاوم کنترلر را در تعقیب مسیرها و اجتناب از موانع نشان می‌دهد.

## کلمات کلیدی

کوادروتور، روش کنترلی پسگام، واحد اجتناب از موانع، توابع پتانسیل، کنترل تعقیب مسیر.

کوادروتورها، معروفترین نوع پرنده‌های هدایت‌پذیر از دور (پهپاد) هستند که در مقایسه با پرنده‌های کلاسیکی مانند هلیکوپترها دارای مکانیزم ساده‌تری بوده ولی دارای پیچیدگی‌های بسیاری از لحاظ دینامیک سیستم و مدلسازی می‌باشد. امروزه طراحی کنترلرهای متنوع با توجه به نیازهای مختلف کاربر از این پرنده‌ها اهمیت ویژه‌ای در جهان یافته است. با پیشرفت علم و تکنولوژی، از کوادروتورها نه تنها در زمینه‌ی سرگرمی و فیلمبرداری [۱]، بلکه در بازرسی از امکانات صنعتی و تعمیر و نگهداری نیروگاه‌ها [۲، ۳]، جستجو در باستان‌شناسی [۴]، در سیستم‌های حمل و نقل پیشرفته‌ی شهرهای هوشمند از جمله مسافربری [۵] و حمل بسته‌های پستی و غذا با استفاده از بازوهای مکانیکی<sup>۱</sup> [۶، ۷] یا استفاده از کابل‌های انعطاف‌پذیر [۸] و با استفاده از گیره‌آه‌های مختلف [۹، ۱۰]، پرتاب تیوپ نجات برای افراد در حال غرق شدن، جستجو و نجات انسان‌ها و رساندن کمک‌های اولیه به مصدومان در آتش‌سوزی جنگل‌ها، سیل‌ها، زلزله‌ها [۱۱، ۱۲]، در نقشه‌برداری [۱۳]، یافتن محل اختفای سارقان در تعقیب و گریز و همچنین در صنایع نظامی [۱۴] نیز استفاده می‌شود. کوادروتورها در اندازه‌های مختلف با توجه به نیاز کاربر طراحی و ساخته می‌شوند، کوادروتورهای بزرگ با ظرفیت حمل بار بیش از یک کیلوگرم [۱۵] و کوادروتورهای کوچک به منظور پرواز در فضاهای داخلی و آزمایشگاه‌ها استفاده می‌شوند [۱۶]. کوادروتورها می‌توانند بدون از دست دادن تعادل و پایداری خود، دیوار ساختمان‌ها را تمیز کنند [۱۷]، اخیراً از کوادروتورها به عنوان مراقب در امتحانات دانش‌آموزان چینی استفاده شده است.

محققان در ابتدا به مدلسازی دینامیکی کوادروتور و بررسی معادلات ریاضی آن با استفاده از دو روش نیوتن اوپلر و لاگرانژ پرداختند [۱۸] و سپس اثر نیروهای آیرودینامیکی را بر آن در نظر گرفتند [۱۹]. اگر کوادروتور را یک جسم صلب در فضا در نظر بگیریم، موقعیت آن با سه جهت مختصات و سه زاویه‌ی اوپلر قابل شرح است. با توجه به وجود تنها چهار ورودی که توسط چهار ملخ آن تولید می‌شود، فقط چهار درجه آزادی آن به طور همزمان قابل کنترل بوده و به عنوان سیستم کم‌عملگر<sup>۲</sup> و زیرفعال شناخته می‌شود. بنابراین طراحی روش‌های کنترلی مناسب، به یکی از بزرگ‌ترین چالش‌های پیش روی محققان در پژوهش‌های اخیر تبدیل شده است. مساله‌ی کنترل کوادروتورها را می‌توان به دو دسته‌ی اصلی تقسیم کرد: پایدارسازی<sup>۳</sup> و کنترل تعقیب مسیر<sup>۴</sup>، روش‌های کنترلی متنوعی در جهت ارضای این دو مساله برای کوادروتورها ارائه شده است. تیان و همکاران [۲۰] به پایدارسازی کوادروتور حول یک نقطه پرداختند، به گونه‌ای که همگرایی به آن نقطه در زمان محدود شکل بگیرد، در این مقاله، روش‌های متنوعی در مورد پایداری متغیرهای سیستم در زمان محدود ارائه شده است. بیشتر پژوهش‌ها در این حوزه، بر پایدارسازی کوادروتور حول یک نقطه بوده و کمتر به کنترل تعقیب مسیر کوادروتور پرداخته شده است. رافو و همکاران [۲۱] ابتدا معادلات دینامیکی سیستم را با استفاده از روش لاگرانژ به دست آوردند و سپس با استفاده از روش کنترلی اچ بی نهایت<sup>۵</sup>، کنترل کوادروتور در نقاطی از فضا را صورت گرفته است. آیلون و همکاران [۲۲] با استفاده از روش کنترلی بر پایه‌ی لیاپانوف<sup>۶</sup>، کوادروتور را در یک مسیر مارپیچ<sup>۷</sup> هدایت می‌کنند. همچنین روش‌های مرسوم کنترل تناسبی-مشتق‌گیر<sup>۸</sup> و کنترل تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر<sup>۹</sup> برای کنترل کوادروتور در مراجع بسیاری در نظر گرفته شده است [۲۳-۲۵]. افهمی و همکاران [۲۶] از یکی از روش‌های کنترلی بهینه یعنی رگولاتور درجه دوم خطی<sup>۱۱</sup> استفاده کردند. این روش تنها برای سیستم‌های خطی بهینه بوده و پایداری سیستم را تضمین می‌کند، با استفاده از خطی‌سازی ژاکوبی،

<sup>1</sup> Manipulators

<sup>2</sup> Gripper

<sup>3</sup> Underactuated

<sup>4</sup> Stabilization

<sup>5</sup> Tracking control

<sup>6</sup> H $\infty$

<sup>7</sup> Lyapunov

<sup>8</sup> Spiral

<sup>9</sup> Proportional-Derivative (PD)

<sup>10</sup> Proportional-Integral-Derivative (PID)

<sup>11</sup> Linear Quadratic Regulator (LQR)

می‌توان آن را به سیستم‌های غیرخطی نیز اعمال کرد؛ هرچند در این صورت کنترل‌کننده دیگر بهینه نیست. لیو و همکاران [۲۷] دو روش کنترلی ال کیو آر و پی آی دی را با یکدیگر مقایسه کرده و روش ال کیو آر نتایج بهتری ارائه داده است.

روش‌های کنترلی مذکور، همگی از مدل خطی‌سازی شده‌ی کوادروتور حول یک نقطه‌ی تعادل استفاده شده است و با روش‌های مرسوم کنترلی‌های خطی به کنترل آن پرداختند که این نوع کنترل، نمی‌تواند پایداری سیستم کوادروتور را در تمام نقاط حرکتی آن تضمین کند. کوادروتورها، سیستم‌هایی با دینامیک غیرخطی بسیار حساسی هستند که در طی خطی‌سازی، از پیچیدگی‌های دینامیکی و نیروهای آیرودینامیکی آن صرف نظر می‌شود. برای این منظور، محققان روش‌های غیر خطی نوآورانه را برای کنترل کوادروتور ارائه دادند به طوری که علاوه بر افزایش دقت کنترل در همگرایی به مسیر مرجع حرکت کوادروتور، پایداری سیستم حلقه بسته تضمین شود. یک سری از روش‌های پایه‌ی کنترلی خطی و غیرخطی و مقایسه‌ی آن‌ها برای کنترل پهپادها از جمله کوادروتورها در مقاله‌ی [۲۸] به صورت مختصر ارائه شده است. کنترل توابع پی در پی اشباع<sup>۱</sup> [۲۹]، کنترل تطبیقی<sup>۲</sup> [۳۰] و کنترل پیش‌بین<sup>۳</sup> [۳۱] از جمله روش‌هایی است که در کنترل کوادروتورها به کار برده می‌شود. ووس و همکاران [۳۲] از روش کنترلی بازخوردی خطی ساز<sup>۴</sup> با در نظر گرفتن قسمت‌های غیرخطی سیستم برای کنترل یک کوادروتور کوچک بهره بردند.

روش کنترلی پسگام<sup>۵</sup> همچنین به صورت گسترده‌ای در کنترل بسیاری از سیستم‌های مهندسی به کار برده می‌شود. مزیت اصلی این روش، طراحی مرحله به مرحله به طریقی صورت می‌گیرد که به طور همزمان، پایداری جهانی سیستم حلقه بسته تضمین گردد، پانگ و همکاران [۳۳]، به توصیف انواع مختلف روش‌های پسگام پرداختند. از ویژگی‌های دیگر این روش، توانایی آن در ترکیب با روش‌های کنترلی دیگر به طرق مختلف است به گونه‌ای که دست طراح برای به دستیابی به بهترین حالت ترکیب، برای رسیدن به مناسب‌ترین پاسخ سیستم از جمله بیشترین همگرایی به مسیر مرجع، باز می‌باشد. این ویژگی، مزیتی بسیار مهم برای کنترل تعقیب مسیر کوادروتور در حضور موانع می‌باشد. کیماسی و همکاران [۳۴] به کنترل یک ربات در حضور موانع بر اساس توابع لیاپانوف پرداخته‌اند. کنترل در حضور موانع با استفاده از توابع پتانسیل برای اولین بار در مرجع [۳۵] بیان شد. ساهو و همکاران [۳۶] با استفاده از این توابع پتانسیل، کنترل تعقیب مسیر در دو بعد برای یک ربات زبردیایی را طراحی کردند.

در این پژوهش، روش کنترلی پسگام با یک روش مبتنی بر الگوریتم‌های خطی و یک واحد اجتناب از موانع به گونه‌ای با هم ترکیب شده‌اند که نتایج بسیار خوبی از نظر همگرایی کوادروتور به مسیر مرجع در مانورهای پیچیده و در حضور موانع متعدد، خطاهای حالت ماندگار کمینه و مقاومت در برابر دینامیک غیرخطی سیستم حاصل شده است.

در بخش مقدمه، روش‌های کنترل کوادروتورها و انگیزه‌های پژوهش عنوان شده است. در بخش بعدی، مدل‌سازی دینامیکی کوادروتور با الهام از پژوهش‌های پیشین، به دست آمده و سپس فضای حالت سیستم، محاسبه شده است. در فصل چهارم، استراتژی کنترلی برای کنترل کوادروتور با شرط حضور موانع طراحی شده و در فصل آخر، نتایج حاصله برای دو تعقیب مسیر دایره‌ای و زینی شکل در حضور موانع آورده شده است.

## ۲- مدل‌سازی دینامیکی کوادروتور

فرضیات زیر برای مدل‌سازی دینامیکی سیستم در نظر گرفته می‌شود:

- سیستم ما اعم از کوادروتور و پروانه‌های آن، جسم صلب است.
- نیروی رانش و گشتاور پسا با مربع سرعت چرخش پروانه‌ها متناسب است.
- ماتریس اینرسی، قطری در نظر گرفته می‌شود.
- مرکز جرم و مرکز هندسی کوادروتور بر هم منطبق است.

<sup>1</sup> Saturated Nested Functions

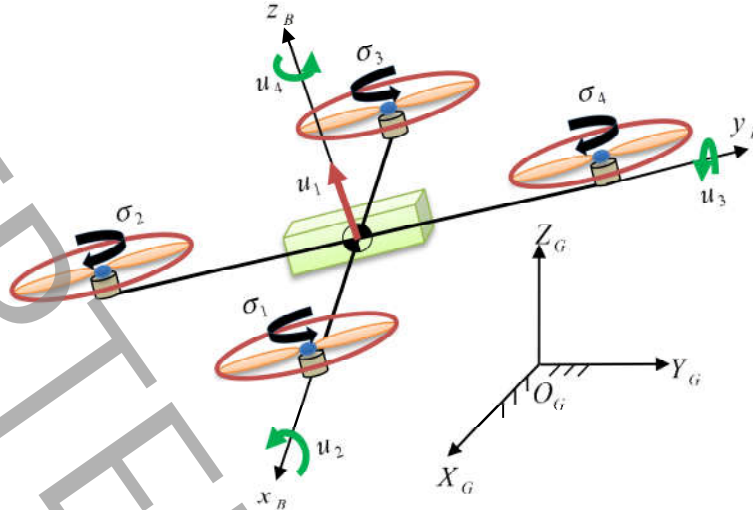
<sup>2</sup> Adaptive Control

<sup>3</sup> Predictive Control

<sup>4</sup> Feedback Linearization

<sup>5</sup> Backstepping

در ابتدای مدل‌سازی، دو دستگاه مختصات دکارتی برای کوادروتور تعیین می‌شود. یک دستگاه مطلق (اینرسی) که بر اساس تعریف، جهت‌گیری کاملاً ثابتی دارد و دیگری دستگاه محلی متصل به جسم است که همراه با جسم حرکت کرده و جهت آن در هر لحظه وابسته به جهت‌گیری پرنده می‌باشد. شکل ۱ نحوه استقرار دستگاه‌های اینرسی و محلی را نشان می‌دهد.



شکل ۱: شماتیک دستگاه‌های مختصات کوادروتور

Figure 1. Quadrotor coordinate system schematic diagram

در این شکل  $O_G X_G Y_G Z_G$  دستگاه اینرسی،  $O_B X_B Y_B Z_B$  دستگاه محلی،  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$  سرعت چرخش ملخ‌های کوادروتور،  $u_1$  مجموع نیروهای رانش تولید شده توسط ملخ‌های کوادروتور به عنوان ورودی کنترلی اول و  $(u_2, u_3, u_4)$  مجموع گشتاورهای تولید شده توسط ملخ‌های کوادروتور حول سه محور اصلی دستگاه محلی به عنوان سه ورودی کنترلی دیگر می‌باشد. ذکر این نکته ضروری است که سرعت چرخش ملخ‌های کوادروتور  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$  و ورودی‌های کنترلی سیستم  $(u_1, u_2, u_3, u_4)$  از رابطه‌ی زیر و به وسیله‌ی ماتریس  $A$  و معکوس آن به یکدیگر قابل تبدیل هستند.

$$[u_i]_{4 \times 1} = A [\sigma_i^2]_{4 \times 1} \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -bl & 0 & bl \\ -bl & 0 & bl & 0 \\ -d & d & -d & d \end{bmatrix} \quad (2)$$

که در آن،  $b$  ضریب رانش،  $d$  ضریب پسا و  $l$  فاصله‌ی روتورهای کوادروتور تا مرکز هندسی آن می‌باشد. برای محاسبه‌ی معادلات دینامیکی از روش نیوتن-اولر استفاده می‌شود. مدل‌سازی دینامیکی کوادروتورها در مراجع بسیاری صورت گرفته و در این مقاله از مدل‌سازی مرجع [۳۷] و با در نظر گرفتن تمامی پارامترهای غیر خطی آن به صورت معادله‌ی (۳) استفاده شده است.

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \frac{u_1}{m} - \frac{\gamma_x}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} &= (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \frac{u_1}{m} - \frac{\gamma_y}{m} \dot{y} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\dot{z} = (\cos \phi \cos \theta) \frac{u_1}{m} - g - \frac{\gamma_z}{m} \dot{z}$$

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta}\dot{\sigma} + \frac{u_2}{I_x} - \frac{\gamma_\phi}{I_x} \dot{\phi}^2$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi} \frac{(I_z - I_x)}{I_y} + \frac{J_r}{I_y} \dot{\phi}\dot{\sigma} + \frac{u_3}{I_y} - \frac{\gamma_\theta}{I_y} \dot{\theta}^2$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta} \frac{(I_x - I_y)}{I_z} + \frac{u_4}{I_z} - \frac{\gamma_\psi}{I_z} \dot{\psi}^2$$

در این معادله،  $(x, y, z)$  موقعیت مکانی کوادروتور،  $(\phi, \theta, \psi)$  زوایای چرخش کوادروتور حول سه محور دستگاه محلی،  $(I_x, I_y, I_z, J_r)$  ممان‌های اینرسی کوادروتور حول سه محور دستگاه محلی و روتورها،  $m$  جرم کوادروتور،  $g$  شتاب گرانش،  $(\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z, \gamma_\phi, \gamma_\theta, \gamma_\psi)$  ضرایب اصطکاک آیرودینامیکی و  $\sigma$  جمع جبری سرعت چرخش ملخ‌های کوادروتور می‌باشد.

### ۳- فضای حالت سیستم

بردار  $X$  شامل متغیرهای حالت مستقل سیستم که در آن موقعیت، زوایای اویلر و مشتق آن‌ها نسبت به زمان است، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$X = [\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi} \ z \ \dot{z} \ x \ \dot{x} \ y \ \dot{y}]^T \quad (4)$$

که در آن:

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12}]^T \quad (5)$$

با جایگذاری متغیرهای حالت در معادلات دینامیکی سیستم (۳)، فضای حالت سیستم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{X} = F(X) + G(X)U \quad (6)$$

که در آن

$$F(x) = \left[ x_2 \quad Q_1 \quad x_4 \quad Q_2 \quad x_6 \quad Q_3 \quad x_8 \quad -g - \frac{\gamma_z}{m} x_8 \quad x_{10} \quad -\frac{\gamma_x}{m} x_{10} \quad x_{12} \quad -\frac{\gamma_y}{m} x_{12} \right]^T \quad (7)$$

که در آن

$$Q_1 = a_1 x_4 x_6 + a_2 \sigma x_4 - b_1 \gamma_\phi x_2^2$$

$$Q_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 \sigma x_4 - b_2 \gamma_\theta x_4^2 \quad (8)$$

$$Q_3 = a_3 x_2 x_4 - b_3 \gamma_\psi x_6^2$$

و

$$G(X) = [G_1 \ G_2 \ G_3 \ G_4]_{12 \times 4} \quad (9)$$

که در آن

$$G_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \Lambda_1 \ 0 \ \Lambda_2 \ 0 \ \Lambda_3]^T \quad (10)$$

$$G_2 = [0 \ b_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (11)$$

$$G_3 = [0 \ 0 \ 0 \ b_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (12)$$

$$G_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ b_3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (13)$$

که در آن

$$\Lambda_1 = \frac{1}{m} (\cos x_1 \cos x_3) \quad (14)$$

$$\Lambda_2 = \frac{1}{m} (\cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 + \sin x_1 \sin x_5) \quad (15)$$

$$\Lambda_3 = \frac{1}{m} (\cos x_1 \sin x_3 \sin x_5 - \sin x_1 \cos x_5) \quad (16)$$

و

$$U = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T \quad (17)$$

همچنین ماتریس زیر، پارامترهای موجود در معادلات فضای حالت سیستم را بر حسب ممان‌های اینرسی کوادروتور نشان می‌دهد:

$$[a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ b_1 \ b_2 \ b_3]^T = \left[ \frac{I_y - I_z}{I_x} \quad -\frac{J_r}{I_x} \quad \frac{I_z - I_x}{I_y} \quad \frac{J_r}{I_y} \quad \frac{I_x - I_y}{I_z} \quad \frac{1}{I_x} \quad \frac{1}{I_y} \quad \frac{1}{I_z} \right]^T \quad (18)$$

#### ۴- کنترلر تعقیب مسیر کوادروتور در حضور موانع

##### ۴-۱- استراتژی کنترل

شکل ۲ دیاگرام کنترلی پیشنهادی تعقیب مسیر کوادروتور در حضور موانع را نشان می‌دهد. با توجه به وجود چهار ورودی کنترلی در معادلات دینامیکی کوادروتور، چهار درجه آزادی آن به طور همزمان قابل کنترل است. موقعیت مکانی کوادروتور  $(x, y, z)$  و زاویه‌ی یاو آن  $(\psi)$  به عنوان این چهار درجه آزادی در نظر گرفته می‌شود. ابتدا واحد برنامه‌ریز مسیر، مسیرهای مرجعی که چهار درجه آزادی تعیین شده باید به تعقیب آن بپردازد، تعیین می‌کند. در ادامه، حلقه‌ی بیرونی کنترلر، بردار ورودی‌های مربوط به کنترل چهار درجه آزادی تعیین شده  $(U^t)$  را محاسبه می‌کند.

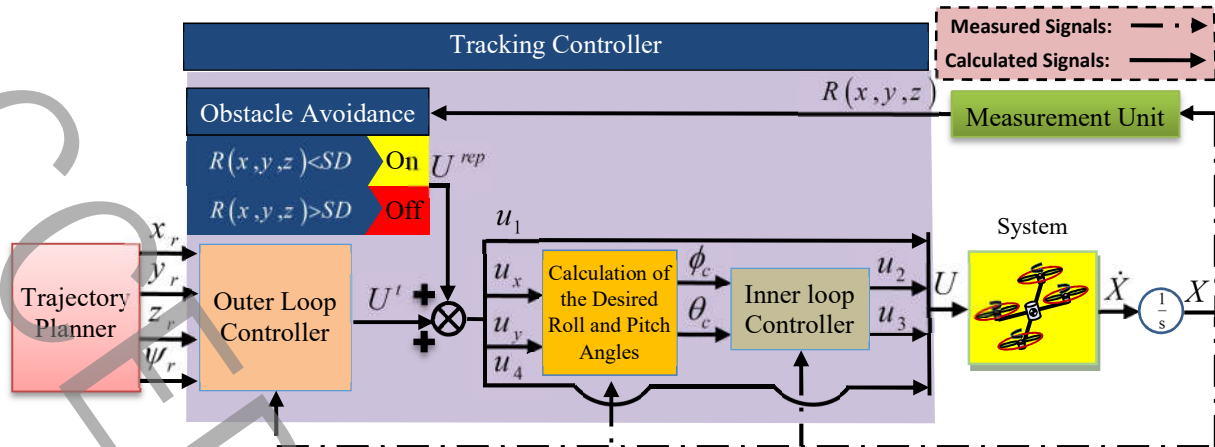
$$U^t = [u_1^t \ u_x^t \ u_y^t \ u_4^t]^T \quad (19)$$

ورودی کنترلی  $(u_1^t)$  برای کنترل متغیر ارتفاع کوادروتور  $(z)$  و ورودی  $(u_4^t)$  برای کنترل متغیر  $(\psi)$  در نظر گرفته می‌شود. با توجه به عدم وجود ورودی کنترلی در معادلات دینامیکی برای دو متغیر موقعیت کوادروتور  $(x, y)$ ، دو ورودی مجازی به صورت معادله‌های (۲۰) و (۲۱) در نظر گرفته می‌شود.

$$u_x = (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \quad (20)$$

$$u_y = (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \quad (21)$$

با کنترل و تعیین مقادیر مناسب برای زوایای رول و پیچ کوادروتور  $(\phi, \theta)$  در هر لحظه، ورودی‌های مجازی مناسب  $(u_x, u_y)$  برای کنترل دو متغیر موقعیت کوادروتور  $(x, y)$  فراهم می‌شود.



شکل ۲: دیاگرام کنترلی تعقیب مسیر کوادروتور در حضور موانع  
**Figure 2. The trajectory tracking control diagram of the quadrotor in the presence of obstacles**

واحد اندازه‌گیری، فاصله‌ی کوادروتور با مانع  $(R_{(x,y,z)})$  را در هر لحظه محاسبه می‌کند. اگر این فاصله، از امن‌ترین فاصله‌ی در نظر گرفته شده کمتر باشد، واحد اجتناب از موانع فعال شده و ورودی‌های مورد نیاز  $(U^{rep})$  برای جلوگیری از برخورد کوادروتور با موانع را ایجاد می‌کند. در حالتی که این فاصله بیشتر از فاصله‌ی امن باشد، واحد اجتناب از موانع غیر فعال می‌ماند تا کوادروتور به تعقیب مسیر مرجع ادامه دهد.

$$U^{rep} = [u_1^{rep} \quad u_x^{rep} \quad u_y^{rep} \quad u_4^{rep}]^T \quad (22)$$

در ادامه، مقادیر مناسب زوایای رول و پیچ کوادروتور  $(\phi_c, \theta_c)$  با استفاده از ورودی‌های به دست آمده تعیین می‌شود و در حلقه‌ی داخلی به وسیله‌ی ورودی‌های  $(u_2, u_3)$ ، این زوایا حول مقادیر تعیین‌شده پایدار خواهند شد. در انتهای دیاگرام، چهار ورودی اصلی محاسبه شده به سیستم کوادروتور به منظور تعقیب مسیر دلخواه و اجتناب از موانع، وارد می‌شود.

#### ۲-۴- کنترلر حلقه‌ی بیرونی

روش کنترلی ارائه‌شده در این بخش از روش‌های کنترلی خطی الهام گرفته شده که می‌توان از آن برای کنترل سیستم‌های غیرخطی بدون هیچ خطی‌سازی از پارامترهای سیستم، استفاده کرد. بدیهی است که هرگونه خطی‌سازی در سیستم‌های دینامیکی، آن‌ها را از مدل واقعی خود دور خواهد کرد و به همین علت، روش‌های کنترلی خطی مرسوم نتایج خوبی در عمل نشان نخواهد داد. کلید اصلی این روش، تبدیل معادلات دیفرانسیلی غیرخطی به یک معادله‌ی دیفرانسیلی خطی و یک معادله‌ی جبری غیرخطی می‌باشد. ذکر مجدد این نکته ضروری است که در این روش، هیچ‌گونه خطی‌سازی و از دست رفتن پارامترهای سیستم صورت نخواهد گرفت و سیستم غیرخطی تماماً به صورت روش کنترلی غیرخطی کنترل خواهد شد. اگر معادلات دینامیکی کوادروتور به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$\ddot{X} = F(X, \dot{X}) + G(X, \dot{X})U^t \quad (23)$$

قضیه: قانون کنترلی (۲۴)، سیستم دینامیکی (۲۳) را حول مسیرهای مرجع پایدار می‌سازد.

$$U^t = \frac{1}{G(X, \dot{X})} \left\{ \ddot{X}_r + k_D (\dot{X}_r - \dot{X}) + k_P (X_r - X) + k_I \int_0^t (X_r - X) d\tau - F(X, \dot{X}) \right\} \quad (24)$$

که در آن بردار مقادیر مسیرهای مطلوب سیستم،  $t$  مدت زمان پرواز و  $(k_P, k_D, k_I)$  بهره‌های کنترلی تناسبی، مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر هستند که همواره مثبت در نظر گرفته می‌شوند.

اثبات: در معادله‌ی (۲۳)،  $\ddot{X}$  به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\ddot{X} = \ddot{X}_r + k_D (\dot{X}_r - \dot{X}) + k_P (X_r - X) + k_I \int_0^t (X_r - X) d\tau \quad (25)$$

اگر توابع خطا به صورت  $e^{PID} = X_r - X$ ، مشتق اول آن نسبت به زمان را به صورت  $\dot{e}^{PID} = \dot{X}_r - \dot{X}$  و مشتق دوم آن را به صورت  $\ddot{e}^{PID} = \ddot{X}_r - \ddot{X}$  در نظر گرفته شود، معادله‌ی (۲۵) به معادله‌ی زیر تبدیل می‌شود:

$$\ddot{e}^{PID} + k_D \dot{e}^{PID} + k_P e^{PID} + k_I \int_0^t e^{PID} d\tau = 0 \quad (26)$$

با مشتق از رابطه‌ی (۲۶) می‌توان نوشت:

$$\ddot{\ddot{e}}^{PID} + k_D \ddot{e}^{PID} + k_P \dot{e}^{PID} + k_I e^{PID} = 0 \quad (27)$$

معادله مشخصه‌ی این عبارت برابر می‌شود با:

$$\lambda^3 + k_D \lambda^2 + k_P \lambda + k_I = 0 \quad (28)$$

با استفاده از بهره‌های کنترلی مناسب، همه‌ی قطب‌های سیستم در سمت چپ محور موهومی صفحه‌ی هم‌تافت (مختلط) قرار خواهند گرفت و پایداری آن اثبات می‌شود.

با استفاده از رابطه‌ی (۲۴) ورودی‌های کنترلی حلقه‌ی بیرونی دیاگرام کنترلی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$u_1^t = \frac{m}{\cos \phi \cos \theta} \left[ g + \ddot{z}_r + k_D \dot{e}_z^{PID} + k_P e_z^{PID} + k_I \int_0^t e_z^{PID} d\tau + \frac{\gamma_z}{m} \dot{z} \right] \quad (29)$$

$$u_x^t = \frac{m}{u_1} \left[ \ddot{x}_r + k_D \dot{e}_x^{PID} + k_P e_x^{PID} + k_I \int_0^t e_x^{PID} d\tau + \frac{\gamma_x}{m} \dot{x} \right] \quad (30)$$

$$u_y^t = \frac{m}{u_1} \left[ \ddot{y}_r + k_D \dot{e}_y^{PID} + k_P e_y^{PID} + k_I \int_0^t e_y^{PID} d\tau + \frac{\gamma_y}{m} \dot{y} \right] \quad (31)$$

$$u_4^t = I_z \left[ \ddot{\psi}_r + k_D \dot{e}_\psi^{PID} + k_P e_\psi^{PID} + k_I \int_0^t e_\psi^{PID} d\tau - b_3 (I_x - I_y) \dot{\phi} \dot{\theta} + b_3 \gamma_\psi \dot{\psi}^2 \right] \quad (32)$$

#### ۳-۴- واحد اجتناب از موانع

با توجه به افزایش روزافزون تعداد پهپادها و مخصوصاً کوادروتورها، اجتناب از احتمال برخورد آن‌ها با یکدیگر و دیگر موانع، یکی از موضوعات اساسی در این حوزه می‌باشد. معمولاً کوادروتورها برای پرواز امن خود نیاز به سنسورهای بسیاری دارند که همین مساله موجب افزایش قیمت این پرنده‌ها شده است. از جمله‌ی این سنسورها، واحدهای اندازه‌گیری لختی<sup>۱</sup> که شامل شتاب‌سنج‌ها،ژیروسکوپ، مغناطیس‌سنج، بارومتر و ... می‌باشد. اما سنسور مربوط به این بخش، فاصله‌سنج است که وظیفه‌ی آن، اعلام فاصله‌ی کوادروتور با موانع در هر لحظه می‌باشد. این سنسورها تنوع بسیاری دارند. برای مثال سنسور اولتراسونیک<sup>۲</sup> فاصله‌ی کوادروتور با مانع را با ارسال یک موج صوتی در فرکانس خاص و دریافت همان موج صوتی بعد از برخورد به مانع، محاسبه می‌کند. با محاسبه مدت زمان سپری شده بین موج صوتی ارسال شده و بازگشتی، فاصله بین کوادروتور و موانع اطراف محاسبه می‌شود. اما یکی از راه‌های اجتناب از موانع، استفاده از توابع پتانسیل مجازی می‌باشد. الگوریتم کنترلی به گونه‌ای طراحی می‌شود که با کاهش فاصله‌ی بین مانع و کوادروتور، نیروی مجازی جهت اجتناب از مانع افزایش یافته و با افزایش این فاصله، نیروی مجازی کاهش می‌یابد. وقتی مقدار فاصله‌ی کوادروتور از مانع از حدی بیشتر شد و از منطقه‌ی ناامن خارج شد، مقدار نیروی مجازی به صفر می‌رسد و بدین ترتیب این واحد کنترلی غیر فعال می‌شود. توابع پتانسیل به طرق مختلف خطی، درجه دو و ... قابل تعریف هستند و انرژی لازم جهت اجتناب از موانع

<sup>1</sup> Inertial Measurement Units (IMUs)

<sup>2</sup> Ultrasonic Sensor



را برای سیستم فراهم می‌کنند. با الهام از پژوهش‌های پیشین و مقاله‌ی [۳۶]، نیروهای مجازی به دست آمده جهت اجتناب از موانع برای هر سه جهت اصلی مختصات کوادروتور به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$u_x^{rep} = -k_x^{obs} \frac{(x_9 - x_{obs})(R_{obs}^2(x, y, z) - SD^2)}{R_{obs}^2} \quad (۳۳)$$

$$u_y^{rep} = -k_y^{obs} \frac{(x_{11} - y_{obs})(R_{obs}^2(x, y, z) - SD^2)}{R_{obs}^2} \quad (۳۴)$$

$$u_z^{rep} = -k_z^{obs} \frac{(x_7 - z_{obs})(R_{obs}^2(x, y, z) - SD^2)}{R_{obs}^2} \quad (۳۵)$$

که در آن  $(u_x^{rep}, u_y^{rep}, u_z^{rep})$  سه نیروی مجازی مورد نیاز برای اجتناب از موانع می‌باشد.  $(K_x^{obs}, K_y^{obs}, K_z^{obs})$  بهره‌های کنترلی اجتناب از موانع،  $(x_{obs}, y_{obs}, z_{obs})$  مرکز مختصات موانع و  $SD$ ، فاصله‌ی امن بین کوادروتور و موانع در نظر گرفته می‌شود.  $R_{obs}(x, y, z)$  فاصله‌ی کوادروتور از موانع در هر لحظه بوده که توسط واحد اندازه‌گیری با استفاده از معادله‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$R_{obs}(x, y, z) = \sqrt{(x_9 - x_{obs})^2 + (x_{11} - y_{obs})^2 + (x_7 - z_{obs})^2} \quad (۳۶)$$

هنگام مواجهه با موانع، محدودیتی بر زاویه‌ی یو کوادروتور که به عنوان یکی از متغیرهای مرجع در نظر گرفته شده بود، وجود ندارد، در نتیجه  $(u_4^{rep} = 0)$  در نظر گرفته می‌شود. در انتها، در هنگامی که فاصله‌ی کوادروتور از فاصله‌ی در نظر گرفته شده کمتر می‌شود  $(R_{obs}(x, y, z) < SD)$ ، بردار نیروی مجازی  $(U^{rep})$  برای اجتناب از موانع به صورت معادله‌ی (۲۲) فعال می‌شود.

#### ۴-۴- واحد محاسبه‌ی زوایای رول و پیچ

همانطور که پیشتر گفته شد، زوایای رول و پیچ کوادروتور  $(\phi, \theta)$  باید حول مقادیر  $(\phi_c, \theta_c)$  پایدار شوند. با پایدارسازی دو متغیر موقعیت کوادروتور  $(x, y)$  حول مسیرهای مرجع  $(x_r, y_r)$ ، دو ورودی مجازی تعریف شده  $(u_x, u_y)$ ، محاسبه می‌شوند. در ادامه با استفاده از این ورودی‌های مجازی  $(u_x, u_y)$  و معادلات (۲۰) و (۲۱)،  $(\phi_c, \theta_c)$  تعیین می‌گردد. از معادلات دینامیکی کوادروتور، اگر فرض شود در واحد برنامه‌ریز مسیر زاویه‌ی یو کوادروتور  $(\psi_r)$  به سمت صفر میل کند، می‌توان نوشت:

$$m\ddot{x} + \gamma_x \dot{x} = \cos \phi_c \sin \theta_c u_1 \quad (۳۷)$$

$$m\ddot{y} + \gamma_y \dot{y} = -\sin \phi_c u_1 \quad (۳۸)$$

$$m\ddot{z} + mg + \gamma_z \dot{z} = \cos \theta_c \cos \phi_c u_1 \quad (۳۹)$$

با تقسیم معادله‌ی (۳۷) بر (۳۹) می‌توان نوشت:

$$\tan \theta_c = \frac{m\ddot{x} + \gamma_x \dot{x}}{m\ddot{z} + mg + \gamma_z \dot{z}} \quad (۴۰)$$

و در نتیجه:

$$\theta_c = \tan^{-1} \left( \frac{m\ddot{x} + \gamma_x \dot{x}}{m\ddot{z} + mg + \gamma_z \dot{z}} \right) \quad (۴۱)$$

همچنین از معادلات (۳۷)، (۳۸) و (۳۹) می‌توان نوشت:

$$\frac{(-\sin \phi_c u_1)^2}{(\cos \phi_c \sin \theta_c u_1)^2 + (\cos \theta_c \cos \phi_c u_1)^2} = \frac{(m\ddot{y} + \gamma_y \dot{y})^2}{(m\ddot{x} + \gamma_x \dot{x})^2 + (m\ddot{z} + mg + \gamma_z \dot{z})^2} \quad (42)$$

بنابراین:

$$\tan^2 \phi_c = \frac{(m\ddot{y} + \gamma_y \dot{y})^2}{(m\ddot{x} + \gamma_x \dot{x})^2 + (m\ddot{z} + mg + \gamma_z \dot{z})^2} \quad (43)$$

و در نتیجه:

$$\phi_c = \tan^{-1} \left( \frac{\pm(m\ddot{y} + \gamma_y \dot{y})}{\sqrt{(m\ddot{x} + \gamma_x \dot{x})^2 + (m\ddot{z} + mg + \gamma_z \dot{z})^2}} \right) \quad (44)$$

با استفاده از معادلات (۳)، (۲۰) و (۲۱) و ، می توان نوشت:

$$m\ddot{x} = u_x u_1 - \gamma_x \dot{x} \quad (45)$$

$$m\ddot{y} = u_y u_1 - \gamma_y \dot{y} \quad (46)$$

$$m\ddot{z} = (\cos \theta \cos \phi) u_1 - mg - \gamma_z \dot{z} \quad (47)$$

با جایگذاری این سه معادله در معادلات (۴۱) و (۴۴)، مقادیری که زوایای رول و پیچ باید به سمت آن حرکت کند تا دو متغیر موقعیت کوادروتور  $(x, y)$  به سمت نقاط تعریف شده در واحد برنامه ریز پایدار شود، به دست می آید:

$$\phi_c = \tan^{-1} \left( \frac{\pm u_y}{\sqrt{(u_x)^2 + (\cos \theta \cos \phi)^2}} \right) \quad (48)$$

$$\theta_c = \tan^{-1} \left( \frac{u_x}{\cos \theta \cos \phi} \right) \quad (49)$$

#### ۴-۵- کنترلر حلقه داخلی

از روش کنترلی پسگام برای پایدارسازی زوایای رول و پیچ حول  $(\phi_c, \theta_c)$  در کنترلر حلقه داخلی استفاده می شود. همانطور که پیش تر گفته شد زاویه رول  $(\phi)$  حول  $(\phi_c)$  به وسیله ورودی کنترلی  $(u_2)$  و زاویه پیچ  $(\theta)$  حول  $(\theta_c)$  به وسیله ورودی کنترلی  $(u_3)$  پایدار می شوند. این زوایا در فضای حالت به ترتیب با  $(x_1)$  و  $(x_3)$  نمایش داده می شود. براساس فضای حالت سیستم و معادله (۶) می توان نوشت:

$$\dot{x}_{2i-1} = x_{2i} \quad (50)$$

$$\dot{x}_{2i} = f_{2i}(X) + g_{2i}(X) u_k \quad (51)$$

قضیه: قانون کنترلی (۵۲)، سیستم دینامیکی (۳) با فضای حالت به فرم (۶) را حول مسیرهای مرجع پایدار می سازد.

$$u_k = \frac{1}{g_{2i}(X)} \left[ \dot{x}_{2ic} + e_{2i-1} - f_{2i}(X) - c_{2i-1}(e_{2i} + c_{2i-1}e_{2i-1}) - c_{2i}e_{2i} \right] \quad (52)$$

که در آن  $u_k$  ( $k = 2, 3$ ) ورودی های کنترلی مورد نظر،  $e_i$  ( $i = 1, 2$ ) توابع خطا و  $c_i$  ( $i = 1, 2$ ) بهره های کنترلی هستند که همواره مثبت در نظر گرفته می شوند.

اثبات: ابتدا، توابع خطا برای کنترل متغیرهای حالت شمارنده فرد به صورت زیر تعریف می شود:

$$e_{2i-1} = x_{(2i-1)c} - x_{2i-1} \quad (53)$$

که در آن،  $(i = 1, 2)$   $x_{(2i-1)c}$  مقادیر مطلوب سیستم هستند. تابع کاندید لیاپانوف اول برای این سیگنال خطا به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W_i = \frac{1}{2} e_{2i-1}^2 \quad (54)$$

مشتق اول این تابع خطا نسبت به زمان محاسبه می‌شود:

$$\dot{W}_i = e_{2i-1} \dot{e}_{2i-1} = e_{2i-1} (\dot{x}_{(2i-1)c} - \dot{x}_{2i-1}) \quad (55)$$

با استفاده از معادله‌ی (50)، می‌توان معادله‌ی (55) را به صورت زیر نوشت:

$$\dot{W}_i = e_{2i-1} (\dot{x}_{(2i-1)c} - x_{2i}) \quad (56)$$

برای پایداری سیگنال‌های خطا،  $\dot{W}_i$  باید منفی معین باشد:

$$\dot{W}_i = -c_{2i-1} e_{2i-1}^2 < 0 \quad (57)$$

که در آن همانطور که پیشتر گفته شد، برای  $(i = 1, 2)$   $c_i$  مقادیر مثبت در نظر گرفته می‌شود. در ادامه با فرض:

$$x_{2i} = \dot{x}_{(2i-1)c} + c_{2i-1} e_{2i-1} \quad (58)$$

برای پایداری این معادله، تابع خطایی دیگر برای کنترل متغیرهای حالت شمارنده‌ی زوج سیستم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_{2i} = x_{2i} - \dot{x}_{(2i-1)c} - c_{2i-1} e_{2i-1} \quad (59)$$

با توجه به فضای حالت  $(\dot{x}_{(2i-1)c} = x_{2ic})$ ، مشتق رابطه‌ی (59) به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\dot{e}_{2i} = \dot{x}_{2i} - \dot{x}_{2ic} - c_{2i-1} \dot{e}_{2i-1} \quad (60)$$

همچنین از مشتق رابطه‌ی (53) می‌توان نوشت:

$$\dot{e}_{2i-1} = \dot{x}_{(2i-1)c} - \dot{x}_{2i} \quad (61)$$

با جایگذاری معادله‌ی (61) در معادله‌ی (59) می‌توان نوشت:

$$e_{2i} = -\dot{e}_{2i-1} - c_{2i-1} e_{2i-1} \quad (62)$$

تابع کاندید لیاپانوف دوم را به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V_i = \frac{1}{2} (e_{2i-1}^2 + e_{2i}^2) \quad (63)$$

مشتق آن برابر است با:

$$\dot{V}_i = e_{2i-1} \dot{e}_{2i-1} + e_{2i} \dot{e}_{2i} \quad (64)$$

با جایگذاری (60) و (62) در (64) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}_i = e_{2i-1} (-e_{2i} - c_{2i-1} e_{2i-1}) + e_{2i} (\dot{x}_{2i} - \dot{x}_{2ic} - c_{2i-1} \dot{e}_{2i-1}) \quad (65)$$

با جایگذاری (51) و (62) در (65) می‌توان نوشت:

$$\dot{V}_i = e_{2i-1}(-e_{2i} - c_{2i-1}e_{2i-1}) + e_{2i} \{f_{2i}(X) + g_{2i}(X)u_k - \dot{x}_{2ic} - c_{2i-1}(-e_{2i} - c_{2i-1}e_{2i-1})\} \quad (66)$$

و برای اینکه متغیرهای حالت حول مسیره‌های مرجع پایدار شوند،  $\dot{V}_i$  باید منفی معین باشد:

$$\dot{V}_i = -c_{2i-1}e_{2i-1}^2 - c_{2i}e_{2i}^2 \quad (67)$$

و در نتیجه با ترکیب معادلات (66) و (67)، ورودی‌های کنترلی به شکل معادله‌ی (52) به دست می‌آیند:

$$u_2 = \frac{1}{b_1} [ \dot{x}_{2c} + e_1 - c_1(e_2 + c_1e_1) - c_2e_2 - a_1x_4x_6 - a_2\sigma x_4 + b_1\gamma_\phi x_2^2 ] \quad (68)$$

$$u_3 = \frac{1}{b_2} [ \dot{x}_{4c} + e_3 - c_3(e_4 + c_3e_3) - c_4e_4 - a_3x_2x_6 - a_4\omega x_2 + b_2\gamma_\theta x_4^2 ] \quad (69)$$

### ۵- نتایج شبیه‌سازی

برای بررسی عملکرد کنترلر طراحی شده برای کنترل تعقیب مسیر کوادروتور در حضور موانع، به شبیه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB، ارزیابی و مقایسه‌ی نتایج در دو آزمایش متفاوت پرداخته شده است. جدول ۱ و جدول ۲ به ترتیب مشخصات کوادروتور مورد ارزیابی و کنترلر را نمایش می‌دهند.

جدول ۱: مشخصات کوادروتور مورد آزمایش

Table 1. Specifications of the quadrotor

واحد	مقدار	پارامتر	شرح
m/s <sup>2</sup>	۹/۸۱	$g$	شتاب گرانش
kg	۱	$m$	جرم
m	۰/۲۲۳۵	$l$	فاصله بین روتورها و مرکز جرم کوادروتور
N.m.s <sup>2</sup>	۰/۰۳۲۱۵	$I_x$	اینرسی کوادروتور حول محور $x_B$
N.m.s <sup>2</sup>	۰/۰۱۲۵۲۲	$I_y$	اینرسی کوادروتور حول محور $y_B$
N.m.s <sup>2</sup>	۰/۰۲۳۵۲۷	$I_z$	اینرسی کوادروتور حول محور $z_B$
N.m.s <sup>2</sup>	۰/۰۰۰۰۳۳۲۱۶	$J_r$	اینرسی روتور
kg.m / rad <sup>2</sup>	۰/۰۰۰۰۱۵۵۶	$b$	ضریب رانش
kg.m <sup>2</sup> / rad <sup>2</sup>	۰/۰۰۰۰۰۰۳۱۷	$d$	ضریب پسا
N.s / m	۰/۰۰۰۵۵۸۲۳	$\gamma_x$	ضرایب اصطکاک آیرودینامیکی
N.s / m	۰/۰۰۰۵۵۸۲۳	$\gamma_y$	
N.s / m	۰/۰۰۰۶۵۳۱۷	$\gamma_z$	
N.s / rad	۰/۰۰۰۵۵۸۲۳	$\gamma_\phi$	
N.s / rad	۰/۰۰۰۵۵۸۲۳	$\gamma_\theta$	
N.s / rad	۰/۰۰۰۶۵۳۱۷	$\gamma_\psi$	

جدول ۲: مشخصات کنترلر تعقیب مسیر کوادروتور در حضور موانع

Table 2. Specifications of trajectory tracking controller in the presence of obstacles

واحد	مقدار	پارامتر	شرح
—	۲	$c_i (i = 1, 2)$	بهره‌های روش کنترلی پسگام
—	۳/۵	$k_p^z, k_p^x, k_p^y, k_p^\psi$	بهره‌های کنترلی تناسبی
—	۳/۵	$k_D^z, k_D^x, k_D^y, k_D^\psi$	بهره‌های کنترلی مشتق‌گیر
—	۰/۰۱	$k_I^z, k_I^x, k_I^y, k_I^\psi$	بهره‌های کنترلی انتگرال‌گیر
—	۰/۵	$k_x^{obs}, k_y^{obs}, k_z^{obs}$	بهره‌های کنترلی واحد اجتناب از موانع
m	۵	SD	فاصله‌ی امن در نظر گرفته شده بین کوادروتور و موانع

۵-۶- کنترل تعقیب مسیر دایره‌ای شکل کوادروتور در حضور مانع

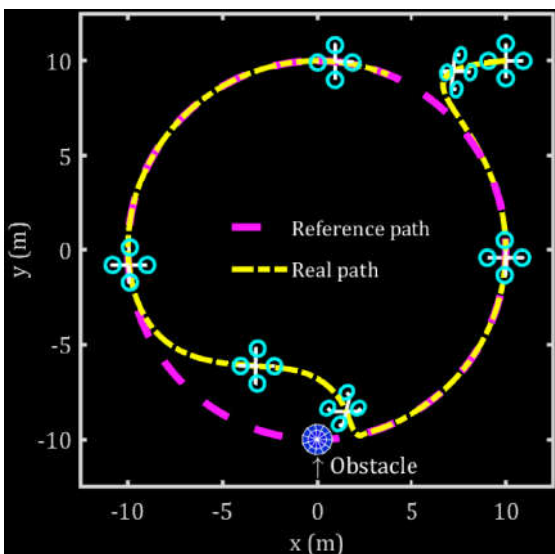
در این آزمایش، کوادروتور به منظور تعقیب یک مسیر دایره‌ای شکل در ارتفاع ده متری از سطح زمین تحت روش کنترلی ارائه شده با معادلات مسیر مرجع  $(70)$  از روی زمین و نقطه‌ی  $(x_0, y_0, z_0) = (10, 10, 0)$  شروع به حرکت می‌کند.

$$x_r = 10 \sin \frac{t}{3}$$

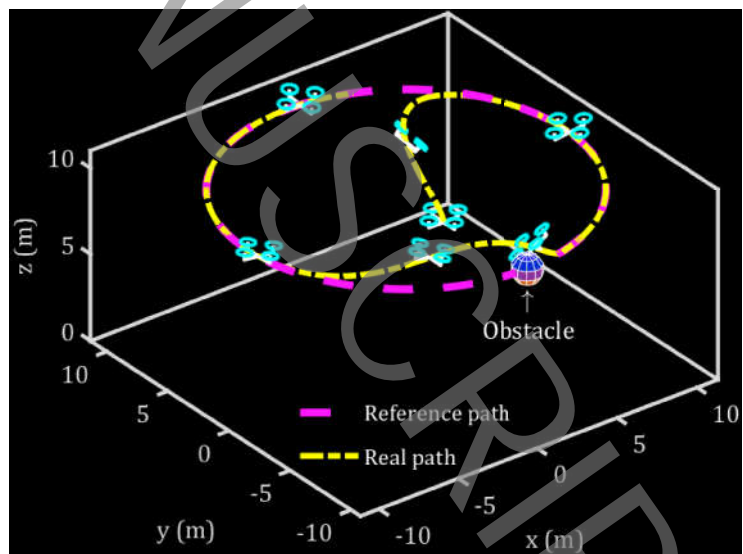
$$y_r = 10 \cos \frac{t}{3} \quad (70)$$

$$z_r = 10$$

مکان مانع کروی شکل در نظر گرفته شده در نقطه‌ی  $(x_{obs}, y_{obs}, z_{obs}) = (0, -10, 10)$  و قطر آن ۱/۷ متر می‌باشد. با توجه به نتایج، ۲۰ ثانیه طول می‌کشد که کوادروتور از زمین بلند شده، مسیر مرجع را تعقیب کرده و هنگام مواجهه با مانع از آن اجتناب کند و یک دایره‌ی کامل در فضا را بپیماید. شکل ۳ و شکل ۴ تعقیب مسیر کوادروتور در این آزمایش را در دو نما نشان می‌دهد.



شکل ۴: تعقیب مسیر دایره‌ای شکل کوادروتور توسط



شکل ۳: تعقیب مسیر دایره‌ای شکل کوادروتور توسط کنترلر ارائه شده در حضور

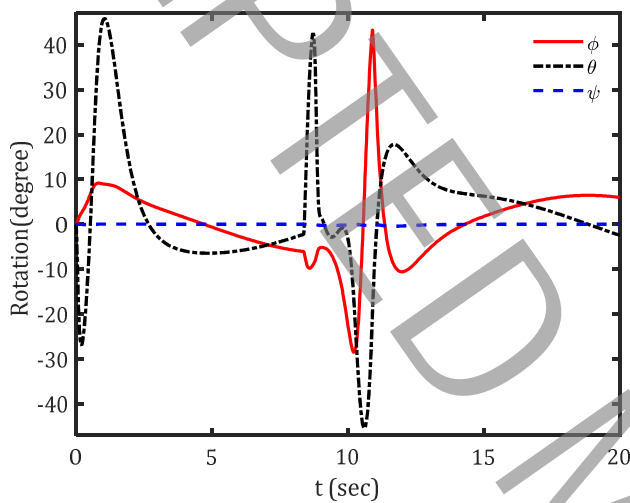
مانع (نمای اصلی)

Figure 3. Tracking the circular path using the proposed controller in the presence of an obstacle (original view)

کنترلر ارائه شده در حضور مانع (نمای بالا)

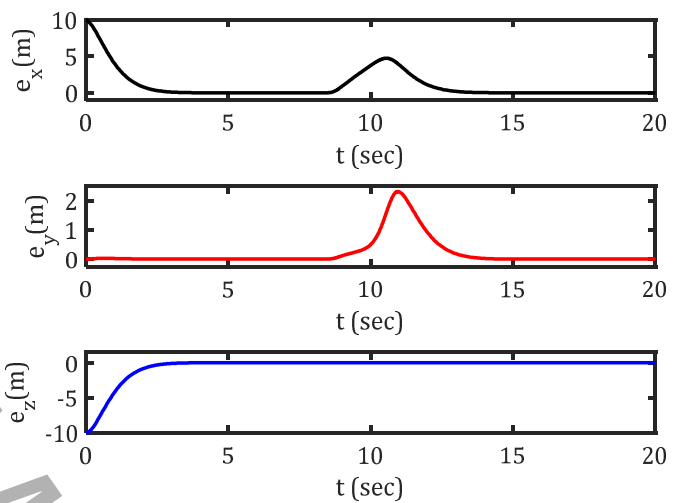
Figure 4. Tracking the circular path using the proposed controller in the presence of an obstacle (up view)

همانطور که ملاحظه می‌شود کوادروتور با موفقیت مسیر مرجع را تحت کنترل ارائه شده تعقیب کرده است. هنگامی که فاصله‌ی کوادروتور تا مانع به ۵ متر می‌رسد، واحد اجتناب از موانع فعال شده و ورودی‌های مورد نیاز برای اجتناب از مانع فراهم می‌شود. شکل ۵ نشان می‌دهد حدوداً ۸/۵ ثانیه پس از شروع حرکت، کوادروتور از مسیر مرجع به منظور اجتناب از مانع منحرف شده و در ثانیه‌ی ۱۴/۵ دوباره به مسیر مرجع خود همگرا می‌شود. این انحراف از مسیر در جهات مختصاتی  $(x, y)$  بسیار بیشتر از جهت  $z$  صورت گرفته است.



شکل ۶: تغییرات زوایای اویلر کوادروتور نسبت به زمان در تعقیب مسیر دایره‌ای شکل

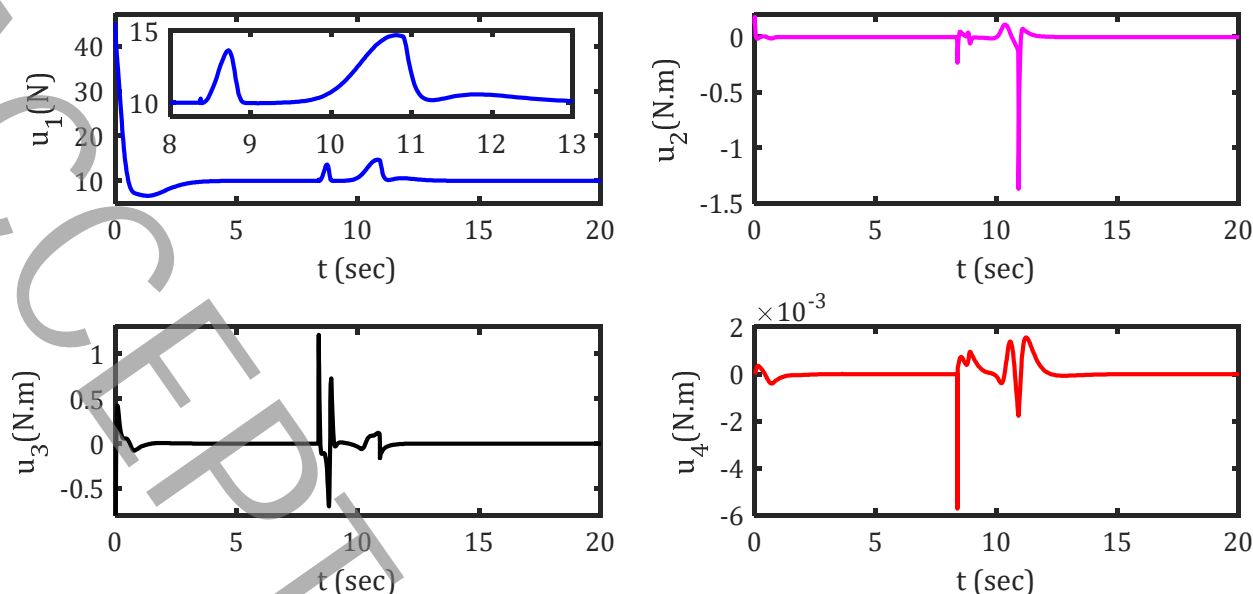
Figure 6. The time-history of the quadrotor Euler angles in tracking the circular trajectory



شکل ۵: خطای موقعیت مکانی کوادروتور نسبت به زمان در تعقیب مسیر دایره‌ای شکل

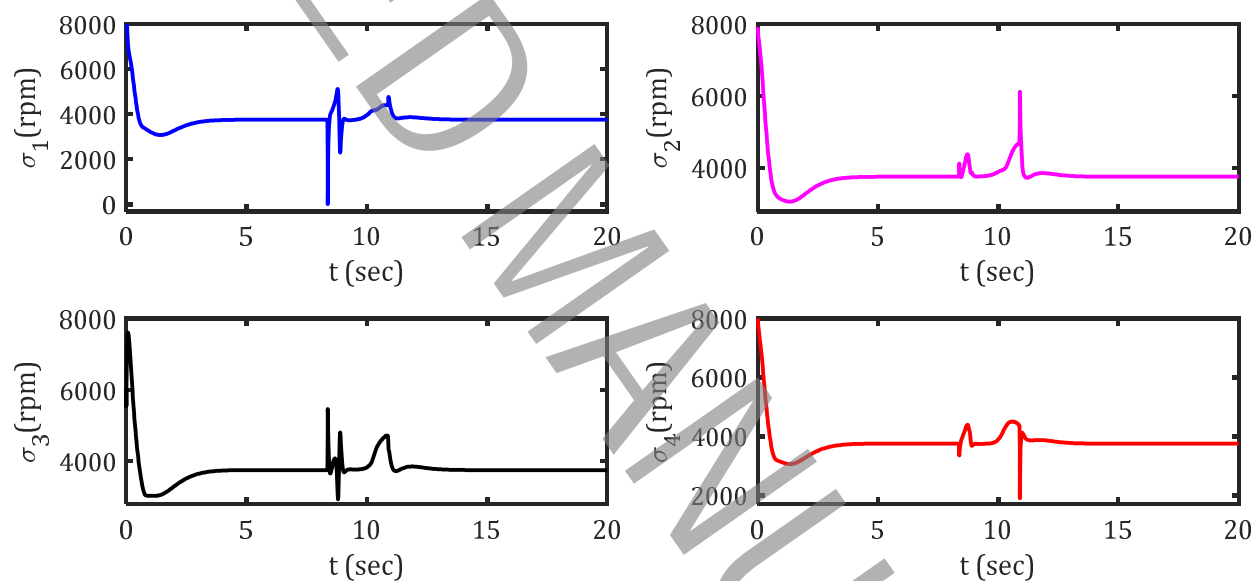
Figure 5. The quadrotor position errors in tracking the circular trajectory

با توجه به شکل ۶، کنترلر نیازی به استفاده از زاویه یاو کوادروتور در کل مسیر حرکت خود نداشته است. زوایای رول و پیچ حدوداً ۴۰ تا ۴۰ درجه تغییر میکنند تا شیب مناسب در کوادروتور برای تعقیب مسیر را ایجاد کنند. شکل ۷ و شکل ۸ به ترتیب تغییرات ورودی‌های کنترلی و سرعت چرخش ملخ‌های کوادروتور در این تعقیب مسیر را نشان می‌دهد.



شکل ۷: تغییرات ورودی‌های کنترلی کوادروتور نسبت به زمان در تعقیب مسیر دایره‌ای شکل

Figure 7. The time-history of the quadrotor control inputs in tracking the circular trajectory



شکل ۸: تغییرات سرعت ملخ‌های کوادروتور نسبت به زمان در تعقیب مسیر دایره‌ای شکل

Figure 8. The time-history of the speed of the rotors in tracking the circular trajectory

در ابتدای حرکت، سرعت چرخش ملخ‌های کوادروتور به ۸۰۰۰ دور بر دقیقه به منظور نیل به مسیر دایره‌ای شکل می‌رسد و بر روی مسیر مرجع، این مقدار تقریباً نصف می‌شود. موتورهای براسلس استفاده شده در کوادروتور توانایی ایجاد سرعت تا ۲۵۰۰۰ دور بر دقیقه را دارا می‌باشند با توجه به وزن یک کیلوگرمی کوادروتور، حدوداً ۱۰ نیوتن نیروی عمودی برای معلق ماندن کوادروتور مورد نیاز است. در هنگام تعقیب مسیر مرجع،  $u_1$  که مجموع نیروهای رانش تولید شده توسط ملخ‌ها را نشان می‌دهد، تقریباً حول ۱۰ نیوتن نوسان داشته و در هنگام انحراف از موانع، این نیرو افزایش می‌یابد.

#### ۷-۵- کنترل تعقیب مسیر زینتی شکل کوادروتور در حضور موانع

در این بخش، کوادروتور از نقطه‌ی  $(x_0, y_0, z_0) = (10, 10, 0)$  شروع به حرکت کرده تا یک مسیر زینتی شکل با معادلات مسیر مرجع (۷۱) تحت روش کنترلی ارائه شده را تعقیب کند.

$$x_r = 10 \sin \frac{t}{8}$$

$$y_r = 10 \cos \frac{t}{8}$$

$$z_r = 10 + 10 \sin \frac{t}{4}$$

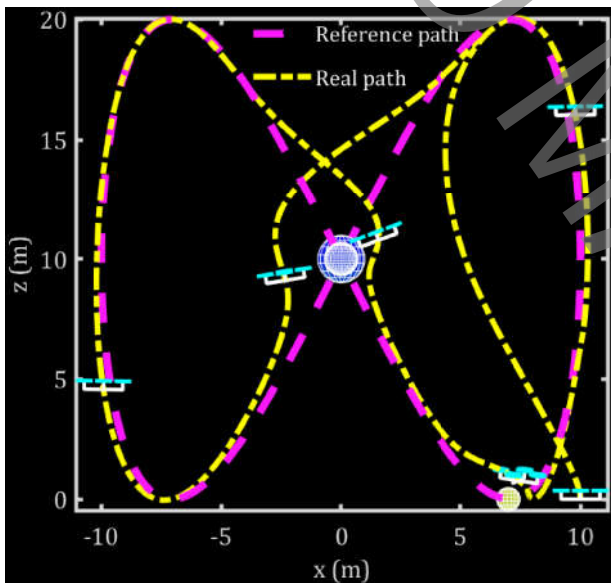
در این آزمایش، سه مانع کروی با اندازه‌های مختلف در نظر گرفته شده و جدول ۳، مشخصات این موانع را نشان می‌دهد.

جدول ۳: مشخصات موانع

Table 3. Specifications of the obstacles

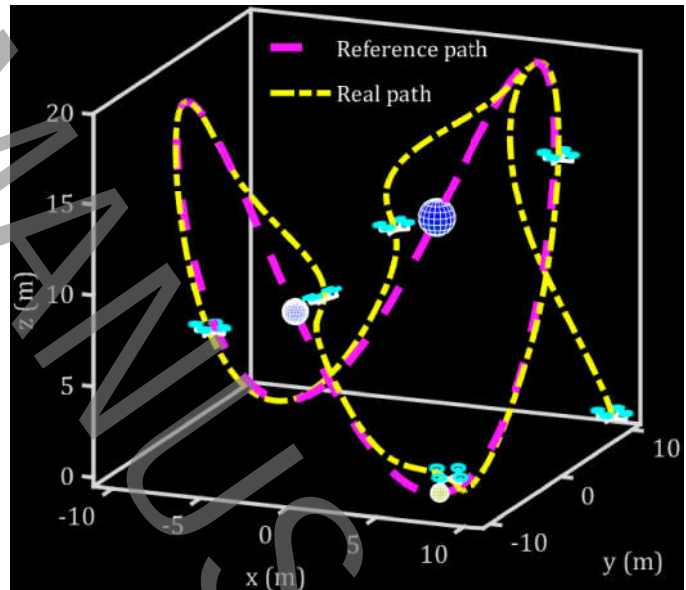
واحد	قطر	مکان ( $x_{obs}, y_{obs}, z_{obs}$ )	شرح
m	۱	(۷, -۷, ۰)	مانع اول
m	۱/۴	(۰, -۱۰, ۱۰)	مانع دوم
m	۲	(۰, ۱۰, ۱۰)	مانع سوم

شکل ۹ و شکل ۱۰ تعقیب مسیر کوادروتور تحت این آزمایش را در دو نما نشان می‌دهد.



شکل ۱۰: تعقیب مسیر زینی شکل کوادروتور توسط کنترلر ارائه شده در حضور موانع (نمای جانبی)

Figure 10. Tracking paraboloid hyperbolic reference trajectory using the proposed controller in the presence of multiple obstacles (side view)

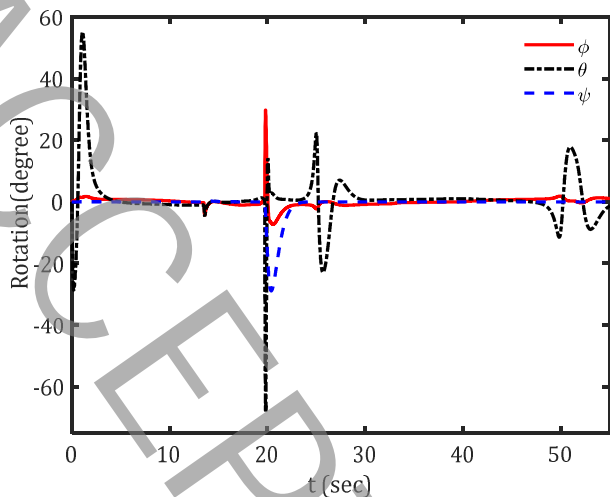


شکل ۹: تعقیب مسیر زینی شکل کوادروتور توسط کنترلر ارائه شده در حضور موانع (نمای اصلی)

Figure 9. Tracking paraboloid hyperbolic reference trajectory using the proposed controller in the presence of multiple obstacles (original view)

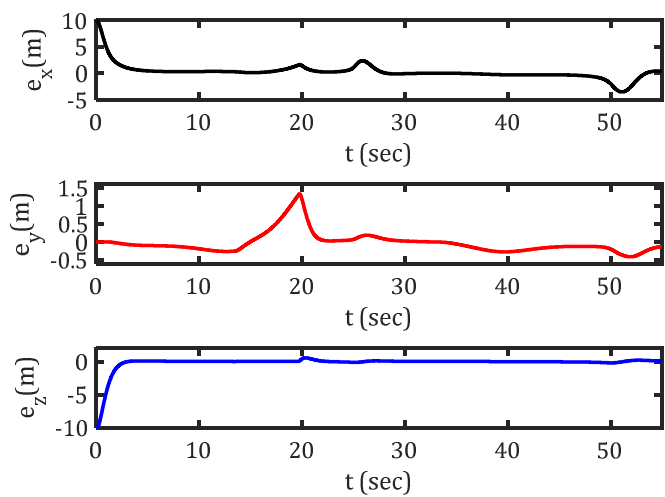
همانطور که مشاهده می‌شود کوادروتور تحت کنترلر ارائه شده توانسته مسیر مرجع را با اجتناب از هر سه مانع طی کند. شکل ۱۱ خطای موقعیت مکانی و شکل ۱۲ تغییرات زوایای اوپلر کوادروتور را در این تعقیب مسیر نشان می‌دهد.





شکل ۱۲: تغییرات زوایای اویلر کوادروتور نسبت به زمان در تعقیب مسیر زینتی شکل

**Figure 12. The time-history of the quadrotor Euler angles in tracking paraboloid hyperbolic reference trajectory**



شکل ۱۱: خطای موقعیت مکانی کوادروتور نسبت به زمان در تعقیب مسیر زینتی شکل

**Figure 11. The quadrotor position errors in tracking paraboloid hyperbolic reference trajectory**

هنگامی که کوادروتور مسیر مرجع را تعقیب می‌نماید خطای موقعیت مکانی در هر سه جهت به سمت صفر میل می‌کند؛ اما در هنگام مواجهه با موانع، به طبع کوادروتور از مسیر مرجع منحرف شده تا از برخورد با آن‌ها جلوگیری شود و پس از دور شدن از آن‌ها دوباره به مسیر اصلی حرکت خود باز می‌گردد. در چهار نقطه از شکل ۱۲، زوایای اویلر دچار تغییرات بسیاری شده‌اند. ابتدا در شروع حرکت برای رسیدن به مسیر مرجع و سپس در سه نقطه‌ای که موانع وجود دارند، کنترلر طراحی شده زوایای کوادروتور را به منظور اجتناب از موانع تغییر می‌دهد. در این آزمایش برخلاف آزمایش قبلی، زاویه‌ی یو کوادروتور نیز دچار تغییر و نوسان در طول حرکت خود شده است که به دلیل پیچیدگی‌های بیشتر مسیر حرکت کوادروتور در این آزمایش می‌باشد.

#### ۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

کوادروتورها، معروف‌ترین پرنده‌های هدایت‌پذیر هستند و با توجه به افزایش روز افزون تعداد آن‌ها، مساله‌ی کنترل در مسیرهای پیچیده و جلوگیری از برخورد آن‌ها با اجسام، به یکی از مهم‌ترین موضوعات در پژوهش‌ها تبدیل شده است. در این مقاله، با استفاده از استراتژی کنترلی ارائه شده بر مبنای توابع پتانسیل، کوادروتور بدون برخورد با موانع به سمت مسیرهای دلخواه و مقصد هدایت می‌شود. کنترلر به هنگام ورود کوادروتور به منطقه‌ی ناامن (در نزدیکی موانع)، واحد اجتناب از موانع را فعال کرده و این واحد، با استفاده از توابع پتانسیل، نیروی مجازی بازدارنده برای اجتناب از موانع را فراهم می‌آورد. ترکیب روش‌های کنترلی و انتخاب بهره‌های آن به نحوی صورت گرفت که سیستم بهترین عملکرد را از نظر خطای حالت ماندگار و پارامترهای حالت گذرای سیستم داشته باشد. استراتژی کنترلی ارائه شده در مقاله می‌تواند برای دیگر مسائل کنترلی از جمله آرایش کوادروتورها و کوادروتورهای دارای بازوی مکانیکی استفاده شود. همچنین با توجه به ترکیبی بودن روش، دست طراح برای محاسبه‌ی بهترین ترکیب در محاسبه‌ی ورودی‌های کنترلی باز بوده و از این ویژگی می‌توان در طراحی کنترلر برای دیگر مکانیزم‌های صنعتی نیز استفاده کرد.

#### ۷- فهرست علائم

علائم انگلیسی

$A$	ماتریس تبدیل سرعت جرخش ملخ‌ها به ورودی‌های کنترلی
$b$	ضریب رانش، $\text{kg.m/rad}^2$
$C_i$	بهره‌های روش کنترلی پس‌گام

$d$	ضریب پسا، $\text{kg.m}^2/\text{rad}^2$
$g$	شتاب گرانش، $\text{m/s}^2$
$I_x$	اینرسی کوادروتور حول محور $x_B$ ، $\text{N.m.s}^2$
$I_y$	اینرسی کوادروتور حول محور $y_B$ ، $\text{N.m.s}^2$
$I_z$	اینرسی کوادروتور حول محور $z_B$ ، $\text{N.m.s}^2$
$J_r$	اینرسی روتور، $\text{N.m.s}^2$
$k_p$	بهره‌های کنترلی تناسبی
$k_D$	بهره‌های کنترلی مشتقی
$k_I$	بهره‌های کنترلی انتگرال‌گیر
$l$	فاصله بین روتورها و مرکز جرم کوادروتور، $\text{m}$
$m$	جرم کوادروتور، $\text{kg}$
$SD$	فاصله‌ی امن در نظر گرفته شده بین کوادروتور و موانع، $\text{m}$

علائم یونانی

$\gamma_x$	ضریب اصطکاک آیرودینامیکی در جهت $x$ دستگاه مختصات محلی، $\text{N.s/m}$
$\gamma_y$	ضریب اصطکاک آیرودینامیکی در جهت $y$ دستگاه مختصات محلی، $\text{N.s/m}$
$\gamma_z$	ضریب اصطکاک آیرودینامیکی در جهت $z$ دستگاه مختصات محلی، $\text{N.s/m}$
$\gamma_\phi$	ضریب اصطکاک آیرودینامیکی در جهت زاویه‌ی رول کوادروتور، $\text{N.s/rad}$
$\gamma_\theta$	ضریب اصطکاک آیرودینامیکی در جهت زاویه‌ی پیچ کوادروتور، $\text{N.s/rad}$
$\gamma_\psi$	ضریب اصطکاک آیرودینامیکی در جهت زاویه‌ی یاب کوادروتور، $\text{N.s/rad}$

#### ۸- مراجع

- [1] R. Mebarki, V. Lippiello, B. Siciliano, Exploiting image moments for aerial manipulation control, in: ASME 2013 Dynamic Systems and Control Conference, American Society of Mechanical Engineers, 2013.
- [2] J. Nikolic, M. Burri, J. Rehder, S. Leutenegger, C. Huerzeler, R. Siegwart, A UAV system for inspection of industrial facilities, IEEE Aerospace Conference, (2013).
- [3] G. Caprari, A. Breitenmoser, W. Fischer, C. Hürzeler, F. Tâche, R. Siegwart, O. Nguyen, R. Moser, P. Schoeneich, F. Mondada, Highly compact robots for inspection of power plants, Journal of Field Robotics, (2012) 47-68.
- [4] F. Rinaudo, F. Chiabrandò, A. Lingua, A. Spano, Archaeological site monitoring: UAV photogrammetry can be an answer, International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing, and Spatial Information Sciences, 39(B5) (2012) 583-588.
- [5] H. Menouar, I. Guvenc, K. Akkaya, A.S. Uluagac, A. Kadri, A. Tuncer, UAV-enabled intelligent transportation systems for the smart city: Applications and challenges, IEEE Communications Magazine, 55(3) (2017) 22-28.
- [6] V. Lippiello, F. Ruggiero, Cartesian impedance control of a UAV with a robotic arm, IFAC Proceedings Volumes, 45(22) (2012) 704-709.

- [7] M. Fanni, A. Khalifa, A New 6-DOF Quadrotor Manipulation System: Design, Kinematics, Dynamics and Control, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, (2017).
- [8] F.A. Goodarzi, D. Lee, T. Lee, Geometric control of a quadrotor UAV transporting a payload connected via flexible cable, International Journal of Control, Automation and Systems, 13(6) (2015) 1486-1498.
- [9] D. Mellinger, Q. Lindsey, M. Shomin, V. Kumar, Design, modeling, estimation and control for aerial grasping and manipulation, in: Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on, IEEE, 2011, pp. 2668-2673.
- [10] P.E. Pounds, D.R. Bersak, A.M. Dollar, Grasping from the air: Hovering capture and load stability, in: Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on, IEEE, 2011, pp. 2491-2498.
- [11] J. Lee, I. Kammer, V. Dobrokhodov, K. Jones, Autonomous feature following for visual surveillance using a small unmanned aerial vehicle with gimbaled camera system, International Journal of Control, Automation and Systems, 8(5) (2010) 957-966.
- [12] A. Al-Kaff, Á. Madridano, S. Campos, F. García, D. Martín, A. de la Escalera, Emergency Support Unmanned Aerial Vehicle for Forest Fire Surveillance, Electronics, 9(2) (2020) 260.
- [13] E. Guisado-Pintado, D.W. Jackson, D. Rogers, 3D mapping efficacy of a drone and terrestrial laser scanner over a temperate beach-dune zone, Geomorphology, 328 (2019) 157-172.
- [14] A. Cavoukian, Privacy and drones: Unmanned aerial vehicles, Information and Privacy Commissioner of Ontario, Canada Ontario, (2012).
- [15] P. Pounds, R. Mahony, P. Corke, Modelling and control of a large quadrotor robot, Control Engineering Practice, 18(7) (2010) 691-699.
- [16] A. Kushleyev, D. Mellinger, C. Powers, V. Kumar, Towards a swarm of agile micro quadrotors, Autonomous Robots, 35(4) (2013) 287-300.
- [17] A. Albers, S. Trautmann, T. Howard, T.A. Nguyen, M. Frietsch, C. Sauter, Semi-autonomous flying robot for physical interaction with environment, in: Robotics Automation and Mechatronics (RAM), 2010 IEEE Conference on, IEEE, 2010, pp. 441-446.
- [18] R.C. Sá, G.A. Barreto, A.L.C. de Araújo, A.T. Varela, Design and construction of a quadrotor-type unmanned aerial vehicle: Preliminary results, in: Engineering Applications (WEA), 2012 Workshop on, IEEE, 2012, pp. 1-6.
- [19] G.M. Hoffmann, H. Huang, S.L. Waslander, C.J. Tomlin, Precision flight control for a multi-vehicle quadrotor helicopter testbed, Control engineering practice, 19(9) (2011) 1023-1036.
- [20] B. Tian, L. Liu, H. Lu, Z. Zuo, Q. Zong, Y. Zhang, Multivariable finite time attitude control for quadrotor UAV: Theory and experimentation, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 65(3) (2018) 2567-2577.
- [21] G.V. Raffo, M.G. Ortega, F.R. Rubio, An integral predictive/nonlinear  $H_{\infty}$  control structure for a quadrotor helicopter, Automatica, 46(1) (2010) 29-39.
- [22] A. Ailon, S. Arogeti, Closed-form nonlinear tracking controllers for quadrotors with model and input generator uncertainties, Automatica, 54 (2015) 317-324.

- [23] E. Stingu, F. Lewis, Design and implementation of a structured flight controller for a 6dof quadrotor using quaternions, in: Control and Automation, 2009. MED'09. 17th Mediterranean Conference on, IEEE, 2009, pp. 1233-1238.
- [24] R. Mahony, V. Kumar, P. Corke, Multicopter aerial vehicles, IEEE Robotics and Automation magazine, 20(32) (2012).
- [25] Y. Sun, Modeling, identification and control of a quad-rotor drone using low-resolution sensing, (2012).
- [26] R.F. Afhami, Rasul Fesharakifard; Azam Khosravi, Mohammad, Updating LQR control for full dynamic of a quadrotor, Department of Electrical Engineering, (2017).
- [27] C. Liu, J. Pan, Y. Chang, PID and LQR trajectory tracking control for an unmanned quadrotor helicopter: Experimental studies, in: 2016 35th Chinese Control Conference (CCC), 2016, pp. 10845-10850.
- [28] M.-D. Hua, T. Hamel, P. Morin, C. Samson, Introduction to feedback control of underactuated VTOL vehicles: A review of basic control design ideas and principles, IEEE Control Systems, 33(1) (2013) 61-75.
- [29] P. Castillo, R. Lozano, A. Dzul, Stabilization of a mini rotorcraft with four rotors, IEEE control systems, 25(6) (2005) 45-55.
- [30] G. Antonelli, E. Cataldi, F. Arrichiello, P.R. Giordano, S. Chiaverini, A. Franchi, Adaptive trajectory tracking for quadrotor MAVs in presence of parameter uncertainties and external disturbances, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 26(1) (2018) 248-254.
- [31] H.J. Kim, D.H. Shim, A flight control system for aerial robots: algorithms and experiments, Control engineering practice, 11(12) (2003) 1389-1400.
- [32] H. Voos, Nonlinear control of a quadrotor micro-UAV using feedback-linearization, in: Mechatronics, 2009. ICM 2009. IEEE International Conference on, IEEE, 2009, pp. 1-6.
- [33] H. Pang, X. Zhang, Z. Xu, Adaptive backstepping-based tracking control design for nonlinear active suspension system with parameter uncertainties and safety constraints, ISA Transactions, 88 (2019) 23-36.
- [34] A.K. Khalaji, H. Tourajizadeh, Nonlinear Lyapounov based control of an underwater vehicle in presence of uncertainties and obstacles, Ocean Engineering, 198 (2020) 106998.
- [35] O. Khatib, Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots, Springer, 1986.
- [36] B.K. Sahu, B. Subudhi, Potential function-based path-following control of an autonomous underwater vehicle in an obstacle-rich environment, Transactions of the Institute of Measurement and Control, 39(8) (2017) 1236-1252.
- [37] O. Mofid, S. Mobayen, Adaptive sliding mode control for finite-time stability of quad-rotor UAVs with parametric uncertainties, ISA transactions, 72 (2018) 1-14.

# Tracking control of quadrotors in the presence of obstacles based on potential field method

Ali Keymasi Khalaji<sup>1</sup>, Iman Saadat<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran

## ABSTRACT

In this paper, by introducing a robust hybrid controller with an obstacle avoidance unit based on potential functions, the trajectory tracking control of quadrotors are discussed in the presence of obstacles. Quadrotors are underactuated systems and the design of a robust tracking controller has become one of the most challenging topics in recent researches. First, dynamic modeling of a quadrotor is considered using the Newton-Euler method by considering all its nonlinear terms. In the following, the system state space is represented. Then, a control method based on linear control algorithms is designed to control the outer loop and for the inner loop of the controller, the backstepping method is presented. The combination of the control methods is designed so that the best performance of the system is obtained in terms of convergence to the reference path, minimum steady-state errors and transient response specifications of the system. In the following, an obstacle avoidance unit based on potential functions is designed to prevent the collision of the quadrotor with obstacles by creating a repulsive force between the system and the obstacles. Finally, trajectory tracking case studies are considered for a quadrotor in the presence of obstacles. Obtained results show the robust performance of the controller in tracking the trajectories and avoiding obstacles.

## KEYWORDS

Quadrotor, backstepping control method, obstacle avoidance unit, potential function based, trajectory tracking control.

---

<sup>1</sup> Corresponding Author: Email: keymasi@khu.ac.ir