

## کاهش گشتاور محرک‌های ربات موازی دو درجه آزادی با وزنه‌های تعادل و طراحی مسیر

مجتبی ریاحی وزواری\*، امین نیکوبین، علی قدوسیان

آزمایشگاه رباتیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۸/۲۲  
بازنگری: ۱۳۹۸/۱۲/۲۶  
پذیرش: ۱۳۹۸/۰۲/۱۴  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۳/۰۳

### کلمات کلیدی:

مینیمم‌سازی گشتاور  
ربات موازی  
وزنه‌های تعادل  
مسیر بهینه  
بهینه‌سازی

**خلاصه:** این مقاله به حرکت نقطه به نقطه مجری نهایی ربات موازی دو درجه آزادی با کمترین گشتاور مصرفی می‌پردازد. روش ارائه‌شده کاهش اندازه گشتاورهای مفاصل ربات را در حالت دینامیکی در نظر می‌گیرد. در این روش پارامترهای طراحی و مسیر بهینه ربات به صورت همزمان برای وظیفه نقطه به نقطه از پیش تعریف شده بدست می‌آیند. دو وزنه تعادل قابل تنظیم به لینک‌های محرک ربات متصل می‌گردند و جرم و زاویه نصب آنها به عنوان پارامترهای طراحی ربات در نظر گرفته می‌شوند. برای یافتن مسیر بهینه حرکت ربات از میاناب اسپیلاین مرتبه سه استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن مینیمم تلاش مصرفی به عنوان تابع هدف مسئله، روش بهینه‌سازی جام اعداد برای یافتن مقادیر بهینه متغیرهای طراحی مسیر و پارامترهای طراحی ربات استفاده می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که تابع هدف تقریباً به مقدار بهینه صفر دست یافته است. جهت تایید نتایج شبیه‌سازی و نمایش اثربخشی روش، یک ربات موازی دو درجه آزادی آزمایشگاهی ساخته شده است. با تنظیم پارامترهای طراحی وزنه‌های تعادل ربات برای حرکت نقطه به نقطه داده شده، محرک‌های هوشمند سیستم آزمایشگاهی در حالت کنترل موقعیت راه‌اندازی می‌شوند. خروجی‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهند که تابع هدف حدود ۹۰ درصد نسبت به طرح رایج ربات کاهش داشته است.

### ۱- مقدمه

گذاشت<sup>۱</sup> می‌باشد که در صنایع غذایی، الکترونیک، دارویی و ... کاربرد دارد. هوانگ و همکاران طرح ربات موازی دو درجه آزادی را با استفاده از خصوصیات متوازی‌الاضلاع ارائه کردند [۲]. هوانگ و همکاران یک شیوه برای طراحی بهینه ربات موازی دو درجه آزادی پیشنهاد دادند. با در نظر گرفتن گشتاورهای نرمال شده اینرسی و گریز از مرکز/کریولیس، دو شاخص عملکرد دینامیکی برای مینیمم‌سازی معرفی کردند [۳]. سانگ و همکاران یک مسیر دایروی پیرامون نقطه خروجی محلی بعنوان مسیر هدف در نظر گرفتند و از یک معیار محلی برای عملکرد ربات موازی پنج لینکی استفاده کردند [۴]. دینسر و سویک یک چندجمله‌ای جدید ترکیبی برای طراحی

ربات‌های موازی، مکانیزم‌های حلقه‌بسته می‌باشند. مجری نهایی آنها توسط یک یا چندین زنجیره سینماتیکی مستقل به پایه وصل می‌گردد [۱]. ربات‌های موازی دارای عملکرد مناسبی از نظر سرعت، صلبیت و دقت می‌باشند و در بسیاری از فعالیت‌ها از جمله حرکت نقطه به نقطه کاربرد دارند. در حرکت نقطه به نقطه، مجری نهایی به صورت متوالی بین دو موقعیت داده‌شده جابجا می‌شود. در بسیاری از کاربردها، مجری نهایی به حرکت نقطه به نقطه صفحه‌ای نیاز دارد. برای این موضوع، ربات موازی دو درجه آزادی صفحه‌ای معرفی شده است. از کاربردهای رایج این ربات در صنعت، عملیات برداشت و

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mrv@semnan.ac.ir

1 Pick-and-place operation



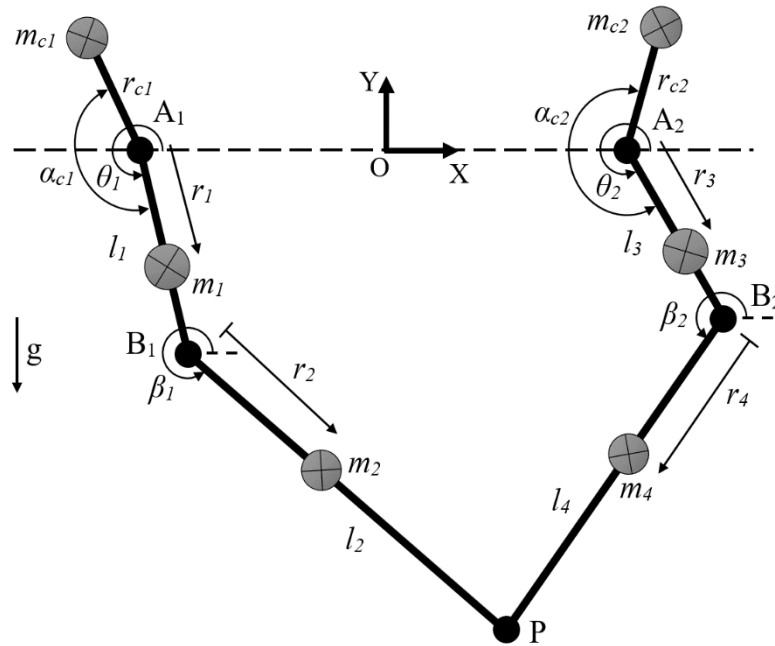
مسیر مکانیزم موازی دو درجه آزادی ارائه کردند. این چند جمله‌ای از ترکیب چند جمله‌ای‌های درجه سه با منحنی‌های بزرگ تشکیل شده است [۵]. با توجه به کاربرد ربات موازی دو درجه آزادی صفحه‌ای در تحقیقات، مینیمم‌سازی گشتاور یا توان آن می‌تواند بعنوان یک مسئله در حرکت‌های نقطه به نقطه مدنظر قرار گیرد.

مینیمم گشتاور، مینیمم توان و مینیمم انرژی، معیارهای عمومی برای حرکت‌های تکراری منیپولاتورهای رباتیکی می‌باشند. این معیارها در ادبیات گذشته مطالعه شدند. کوالیا و بین روشی را جهت طراحی پارامترهای فنر دستگاه بالانس ربات‌های مفصلی پیشنهاد دادند. این روش گشتاور مناسب ربات را تولید می‌نماید [۶]. لوو و همکاران از روش درونیایی لاگرانژ برای زاویه‌های مفصل منیپولاتورهای رباتیکی استفاده کردند. با این روش، مسیر بهینه برای مینیمم‌سازی انرژی بدست می‌آید [۷]. نیکوبین و مرادی روش بالانس بهینه را جهت کاهش گشتاور مفاصل ربات سری ارائه کردند. این روش حالت‌ها و پارامترهای مجهول ربات را برای حرکت نقطه به نقطه بدست می‌آورد [۸]. کوکاک یک الگوریتم تولید مسیر بهینه را برای منیپولاتورهای سری و موازی توسعه دادند. این الگوریتم توان کمی جهت اجرای وظیفه ردیابی مسیر مصرف می‌کند [۹]. میثاقی و همکاران یک روش بهینه‌سازی جهت کاهش انرژی مصرفی ربات موازی سه درجه آزادی بوسیله اضافه‌کردن وزنه‌ها به لینک‌ها ارائه دادند [۱۰]. گانگ و همکاران روی یافتن موقعیت بهینه منیپولاتور سه درجه آزادی صفحه‌ای مطالعه کردند. آنها به مسیری بهینه بطوری که گشتاور کاهش پیدا کند، دست یافتند [۱۱]. وزواری و نیکوبین حل غیرمستقیم مسئله کنترل بهینه را برای تعیین مسیر بهینه ربات کابلی فضایی معلق با در نظر گرفتن وزنه‌های تعادل مورد توجه قرار دادند [۱۲]. نسباوم و همکاران مسئله مینیمم‌سازی انرژی برای یک وظیفه داده‌شده را در نظر گرفتند. مسئله بصورت یک کنترل بهینه مقیدشده جهت طراحی مسیر و بهینه‌سازی کنترلی همزمان سیستم‌های افزوده بیان می‌گردد [۱۳]. ژانگ و همکاران از حل تحلیلی برای بالانس گرانشی پیوند چهار لینکی صفحه‌ای استفاده کردند. آنها از بالانس توسعه‌داده‌شده توسط فنر با طول غیر صفر بهره بردند [۱۴]. ولفری و همکاران مسئله مینیمم‌سازی گشتاور را برای یک منیپولاتور سری افزوده تحلیل کردند. با استفاده از کنترل فضای

تهی، وظیفه افزوده جهت کاهش گشتاور دینامیکی طراحی می‌شود [۱۵]. گوپتا و همکاران طراحی بهینه منیپولاتورهای رباتیکی سری را برای حداقل گشتاورها/نیروهای محرک مفصلی بررسی کردند. یک فرمولاسیون دینامیکی براساس مفهوم سیستم جرم‌های نقطه‌ای ارائه شد [۱۶]. بسکاریل و ریچیدی روشی را برای طراحی مسیره‌های مینیمم انرژی ربات‌های کارترین ارائه دادند. مسیر هر مفصل ربات بوسیله توابع اسپیلاین تعریف می‌شود [۱۷]. مارتینی و همکاران یک شیوه جهت بالانس استاتیکی زنجیره‌های سینماتیکی باز و بسته معرفی کردند. الگوریتم پیشنهادی آرایش بالانس را بوسیله نصب ترکیبی وزنه‌های تعادل و فنرها تعیین می‌کند [۱۸].

بررسی منابع بالا نشان می‌دهد که مسئله مینیمم‌سازی می‌تواند در دو گروه تقسیم شود. در گروه اول، جرم و پارامترهای هندسی ربات بعنوان پارامترهای طراحی در نظر گرفته نمی‌شوند [۷، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۱۷]. در گروه دوم، پارامترهای ربات بعنوان متغیرهای طراحی در حل مسئله تعیین می‌گردند [۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸]. هدف اصلی مطالعات بالا، کاهش گشتاور یا انرژی منیپولاتورهای رباتیکی می‌باشد. از میان آنها، رایج‌ترین روش برای کاهش گشتاور ربات‌های موازی، بالانس استاتیکی می‌باشد. بالانس استاتیکی یا جبران‌ساز گرانش یک شیوه ساده و موثر برای وظایف سرعت پایین می‌باشد. اما کارایی آنها با افزایش نیروهای اینرسی در سرعت‌های بالا کاهش پیدا می‌کند. در این مقاله یک روش جدید برای کاهش گشتاورهای محرک مفاصل ربات موازی دو درجه آزادی در حالت دینامیکی ارائه می‌شود. این روش، علاوه بر جبران ترم‌های وزنی مرتبط به بالانس استاتیکی، جبران ترم‌های ماتریس اینرسی و بردار کریولیس و گریز از مرکز را در نظر می‌گیرد. بالانس استاتیکی با استفاده از پارامترهای طراحی ربات به مینیمم‌سازی گشتاور می‌پردازد و مسیر ربات را در مینیمم‌سازی در نظر نمی‌گیرد. روش پیشنهادی برای یک وظیفه نقطه به نقطه از پیش‌تعریف‌شده بصورت یک مسئله بهینه‌سازی فرموله می‌گردد و پارامترهای طراحی ربات و مسیر بهینه را بصورت همزمان جهت کاهش قابل توجه گشتاورها محاسبه می‌کند. دو وزنه تعادل قابل تنظیم به دو لینک محرک ربات متصل می‌گردند. جرم و زاویه نصب وزنه‌های تعادل نسبت به لینک‌های محرک ربات بعنوان پارامترهای طراحی در نظر گرفته می‌شوند.

مقاله در پنج بخش ساماندهی می‌شود. در بخش دوم، معادلات



شکل ۱. نمای سینماتیکی ربات موازی دو درجه آزادی با وزنه‌های تعادل

Fig. 1. A kinematic scheme of the 2-DOF parallel robot with counterweights

$$X_p = [x_p \ y_p]^T \rightarrow \begin{cases} x_p = A_i + l_{2i-1} \cos \theta_i + l_{2i} \cos \beta_i \\ y_p = l_{2i-1} \sin \theta_i + l_{2i} \sin \beta_i \end{cases}; \quad i=1,2, \quad (1)$$

که  $l_{2i}$  و  $l_{2i-1}$  بترتیب طول لینک‌های محرک و متحرک می‌باشند. موقعیت نصب مفاصل محرک نسبت به دستگاه مختصات  $XOY$  می‌باشد. همچنین،  $\theta_i$  و  $\beta_i$  بترتیب موقعیت‌های زاویه‌ای لینک‌های محرک و متحرک می‌باشند.

زاویه مفاصل محرک  $\theta_i$  و سرعت زاویه‌ای آنها  $\dot{\theta}_i$  توسط روابط (۲) و (۳) بدست می‌آیند [۳].

$$\theta_i = 2 \tan^{-1} \left( \frac{-D_i + \text{sgn}(j) \sqrt{D_i^2 + E_i^2 - F_i^2}}{F_i - E_i} \right); \quad (2)$$

$$i=1,2, \quad \text{sgn}(j) = \begin{cases} 1 & j=1 \\ -1 & j=2 \end{cases}$$

$$D_i = -2l_{2i-1}y_p, \quad E_i = 2l_{2i-1}(A_i - x_p),$$

$$F_i = x_p^2 + y_p^2 + A_i^2 + l_{2i-1}^2 - l_{2i}^2 - 2x_p A_i$$

$$\dot{\theta}_i = J_i \dot{X}_p; \quad i=1,2, \quad (3)$$

عبارت  $\text{sgn}(j)$  در رابطه (۲) تابع علامت می‌باشد.  $J_i$  در رابطه (۳) ماتریس ژاکوبین می‌باشد که با رابطه زیر بیان می‌گردد.

دینامیکی ربات موازی دو درجه آزادی با در نظر گرفتن وزنه‌های تعادل بدست می‌آیند. بخش سوم فرمولاسیون روش پیشنهادی را برای کاهش گشتاور ربات ارائه می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی و خروجی‌های آزمایشگاهی حاصل از پیاده‌سازی روش روی ربات موازی دو درجه آزادی در بخش چهارم بیان می‌گردد. بخش پنجم نتایج این پژوهش را ذکر می‌کند.

## ۲- مدل دینامیکی ربات موازی دو درجه آزادی با وزنه‌های تعادل

در این بخش، تحلیل ربات موازی دو درجه آزادی صفحه‌ای جهت دستیابی به معادلات دینامیکی انجام می‌گیرد. معادلات ربات با در نظر گرفتن دو وزنه تعادل متصل به آن استخراج می‌گردد. شماتیک ربات در شکل ۱ به نمایش گذاشته شده است. در شکل ۱، مشخصات لینک‌های ربات موازی دو درجه آزادی و چگونگی اتصال‌شان به یکدیگر نشان داده شده است. دو وزنه تعادل به لینک‌های ۱ و ۳ وصل می‌گردند. پارامترهای  $m_{ci}$ ،  $r_{ci}$  و  $\alpha_{ci}$  بترتیب جرم، طول و زاویه نصب وزنه تعادل  $i$ ام نسبت به لینک  $i-1$  می‌باشند.

موقعیت مجری نهایی  $P$  در دستگاه مختصات  $XOY$  با رابطه زیر تعیین می‌گردد

$$\begin{aligned} x_{2i-1}^r &= A_i + r_{2i-1} \cos \theta_i, \\ y_{2i-1}^r &= r_{2i-1} \sin \theta_i; \quad i=1,2 \\ x_{2i}^r &= A_i + L_{2i-1} \cos \theta_i + r_{2i} \cos \beta_i, \\ y_{2i}^r &= L_{2i-1} \sin \theta_i + r_{2i} \sin \beta_i; \quad i=1,2 \\ x_i^c &= A_i + r_{ci} \cos(\theta_i - \alpha_{ci}), \\ y_i^c &= r_{ci} \sin(\theta_i - \alpha_{ci}); \quad i=1,2 \end{aligned} \quad (9)$$

در رابطه بالا،  $x_{2i-1}^r$  و  $y_{2i-1}^r$  بترتیب مختصات مرکز جرم لینک‌های  $i-1$  و  $i$  در جهات  $X$  و  $Y$  می‌باشند.  $x_{2i}^r$  و  $y_{2i}^r$  بترتیب مختصات مرکز جرم لینک‌های  $i$  در جهات  $X$  و  $Y$  می‌باشند. همچنین،  $x_i^c$  و  $y_i^c$  بترتیب مختصات جرم وزنه تعادل  $i$  در جهات  $X$  و  $Y$  می‌باشند. سپس، از رابطه (۹) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود و سرعت مرکز جرم‌ها بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{2i-1}^r &= -r_{2i-1} \dot{\theta}_i \sin \theta_i, \quad \dot{y}_{2i-1}^r = r_{2i-1} \dot{\theta}_i \cos \theta_i; \quad i=1,2 \\ \dot{x}_{2i}^r &= -L_{2i-1} \dot{\theta}_i \sin \theta_i - r_{2i} \dot{\beta}_i \sin \beta_i, \\ \dot{y}_{2i}^r &= L_{2i-1} \dot{\theta}_i \cos \theta_i + r_{2i} \dot{\beta}_i \cos \beta_i; \quad i=1,2 \\ \dot{x}_i^c &= -r_{ci} \dot{\theta}_i \sin(\theta_i - \alpha_{ci}), \\ \dot{y}_i^c &= r_{ci} \dot{\theta}_i \cos(\theta_i - \alpha_{ci}); \quad i=1,2 \end{aligned} \quad (10)$$

در نهایت، انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ربات بدست می‌آیند

$$\begin{aligned} K &= k + k_c, \quad U = u + u_c \\ k &= 0.5 \sum_{i=1}^2 (m_{2i-1} v_{2i-1}^2 + I_{2i-1} \dot{\theta}_i^2 + m_{2i} v_{2i}^2 + I_{2i} \dot{\beta}_i^2), \\ k_c &= 0.5 \sum_{i=1}^2 m_{ci} v_{ci}^2 \\ v_{2i-1}^2 &= r_{2i-1}^2 \dot{\theta}_i^2, \quad v_{2i}^2 = L_{2i-1}^2 \dot{\theta}_i^2 + r_{2i}^2 \dot{\beta}_i^2 + \\ & 2L_{2i-1} r_{2i} \dot{\theta}_i \dot{\beta}_i \cos(\theta_i - \beta_i), \\ v_{ci}^2 &= r_{ci}^2 \dot{\theta}_i^2; \quad i=1,2 \\ u &= \sum_{i=1}^2 (m_{2i-1} g r_{2i-1} \sin \theta_i + m_{2i} g (L_{2i-1} \sin \theta_i + r_{2i} \sin \beta_i)), \\ u_c &= \sum_{i=1}^2 m_{ci} g r_{ci} \sin(\theta_i - \alpha_{ci}), \end{aligned} \quad (11)$$

که  $k$  و  $u$  بترتیب انرژی‌های جنبشی و پتانسیل لینک‌های محرک و متحرک ربات می‌باشند.  $k_c$  و  $u_c$  بترتیب انرژی‌های جنبشی و پتانسیل دو وزنه تعادل ربات می‌باشند. با جایگذاری رابطه (۱۱) در رابطه (۵)، معادله دینامیکی ربات موازی دو درجه آزادی صفحه‌ای، رابطه ۱۲، بدست می‌آید

$$M \ddot{X}_p + N + G = J^T \tau; \quad \ddot{X}_p = [\ddot{x}_p \quad \ddot{y}_p]^T, \quad \tau = [\tau_1 \quad \tau_2]^T, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} J_i &= \frac{1}{c_i} [a_i \quad b_i]; \quad i=1,2 \\ a_i &= 2(L_{2i-1} \cos \theta_i - x_p + A_i), \quad b_i = 2(L_{2i-1} \sin \theta_i - y_p), \\ c_i &= -2L_{2i-1} (y_p \cos \theta_i + (A_i - x_p) \sin \theta_i) \end{aligned} \quad (4)$$

برای دستیابی به معادله دینامیکی ربات از رابطه لاگرانژ، رابطه (۵)، استفاده می‌گردد

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q, \quad (5)$$

که  $L$ ،  $q$  و  $Q$  بترتیب لاگرانژین، مختصات تعمیم‌یافته و نیروهای تعمیم‌یافته می‌باشند. برای ربات موازی دو درجه آزادی، مختصات و نیروهای تعمیم‌یافته بصورت رابطه زیر تعریف می‌شوند

$$q = X_p = [x_p \quad y_p]^T, \quad Q = \tau = [\tau_1 \quad \tau_2]^T, \quad (6)$$

که  $X_p$  موقعیت مجری نهایی  $P$  می‌باشد. پارامتر  $\tau$  گشتاور اعمالی به مفاصل محرک  $A_1$  و  $A_2$  می‌باشد.

تابع  $L$  با رابطه (۷) محاسبه می‌گردد

$$L = K - U, \quad (7)$$

که  $K$  و  $U$  بترتیب انرژی‌های جنبشی و پتانسیل سیستم می‌باشند و هر دو برحسب مختصات تعمیم‌یافته  $q$  نوشته می‌شوند. انرژی‌های جنبشی و پتانسیل برای ربات موازی دو درجه آزادی با رابطه زیر بیان می‌شوند

$$K = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2, \quad U = mgh, \quad (8)$$

که پارامترهای  $m$ ،  $I$  و  $v$  و  $\omega$  به ترتیب جرم، ممان اینرسی، سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای اعضای ربات می‌باشند. همچنین، پارامترهای  $g$  و  $h$  در انرژی پتانسیل به ترتیب شتاب گرانش و فاصله مرکز جرم از خط پتانسیل صفر می‌باشند. برای محاسبه انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل ربات، مراحل زیر انجام می‌پذیرد.

ابتدا، موقعیت مرکز جرم‌ها در دستگاه مختصات اصلی توسط رابطه (۹) بیان می‌گردند.

موازی دو درجه آزادی ارائه می‌گردد. این روش برای حرکت نقطه به نقطه، مسیر ربات و پارامترهای طراحی مرتبط به وزنه‌های تعادل ربات را بصورت همزمان جهت بهینه‌کردن تابع هدف مورد نظر تعیین می‌کند.

### ۳-۱- میانیاپ اسپیلاین مرتبه سه

برای تجزیه و تحلیل داده‌های عددی، با اسپیلاین مجموعه‌ای از چند جمله‌ای‌ها بین نقاط برازش می‌شود. اسپیلاین مرتبه سه کاربرد زیادی دارد و یک منحنی چندضابطه‌ای درجه سوم با مشتق دوم پیوسته می‌باشد. این توابع چندضابطه‌ای در محل اتصال با یکدیگر مطابقت دارند.

اسپیلاین درجه سه بصورت زیر تعریف می‌شود [۲۰]

$$s_i = a_i(t-t_i)^3 + b_i(t-t_i)^2 + c_i(t-t_i) + d_i ; i = 1:n, \quad (16)$$

که  $t$  و  $n$  بترتیب متغیر زمانی و تعداد بازه‌ها می‌باشند. همچنین  $a, b, c$  و  $d$  ثابت‌های چندجمله‌ای می‌باشند. سرعت و شتاب میانیاپ اسپیلاین با مشتق‌گیری زمانی از رابطه بالا بدست می‌آید.

$$\dot{s}_i = 3a_i(t-t_i)^2 + 2b_i(t-t_i) + c_i, \quad \ddot{s}_i = 6a_i(t-t_i) + 2b_i \quad (17)$$

شرایط مرزی شامل موقعیت و سرعت نقاط شروع و پایان، مشخص می‌باشند و نمایش آن در رابطه (۱۸) انجام می‌گیرد.

$$s_i(t_i) = f_0, \quad s_n(t_{n+1}) = f_f, \quad \dot{s}_i(t_i) = \dot{f}_0, \quad \dot{s}_n(t_{n+1}) = \dot{f}_f \quad (18)$$

پیوستگی بازه‌ها در نقاط میانی هم باید رعایت شود و در رابطه زیر مشخص شده است.

$$s_i(t_i) = s_{i-1}(t_i), \quad \dot{s}_i(t_i) = \dot{s}_{i-1}(t_i), \quad \ddot{s}_i(t_i) = \ddot{s}_{i-1}(t_i) \quad (19)$$

بنابراین، برای بدست‌آوردن معادلات اسپیلاین، نیاز به تعیین مقدار ثابت‌های آن می‌باشد. تعداد ثابت‌های چند جمله‌ای یا همان مجهول‌ها  $4n$  می‌باشد. از روابط (۱۸) و (۱۹)،  $3n+1$  معادله بدست می‌آید. در نتیجه  $n-1$  مجهول باقی می‌ماند که مقادیر نقاط میانی می‌باشند. این مقادیر با رابطه (۲۰) مشخص شده‌اند.

$$s_{2n}(t_{2n}) = f_m \quad (20)$$

که  $M, N$  و  $G$  بترتیب ماتریس اینرسی، بردار ترم‌های کریولیس و گریز از مرکز، و بردار ترم‌های وزنی می‌باشند.  $J$  ماتریس ژاکوبین می‌باشد.

برای بالانس استاتیکی ربات موازی دو درجه آزادی از رابطه مومنتوم خطی استفاده می‌گردد [۱۹]. برای بالانس استاتیکی به وزنه تعادل سوم با مشخصات  $m_{c3}, r_{c3}$  و  $\alpha_{c3}$  نیاز می‌باشد که به مفصل  $B_1$  وصل می‌شود. مومنتوم خطی سیستم با رابطه (۱۳) تعریف می‌گردد.

$$L_o = \left( m_1 r_1 + m_2 l_1 + \frac{m_4 r_4 l_1}{l_4} + m_{c1} r_{c1} e^{-i\alpha_{c1}} + m_{c3} l_1 \right) (i\dot{\theta}_1) e^{i\theta_1} + \left( m_3 r_3 + m_4 l_3 - \frac{m_4 r_4 l_3}{l_4} + m_{c2} r_{c2} e^{-i\alpha_{c2}} \right) (i\dot{\theta}_2) e^{i\theta_2} + \left( m_2 r_2 + \frac{m_4 r_4 l_2}{l_4} + m_{c3} r_{c3} e^{-i\alpha_{c3}} \right) (i\dot{\beta}_1) e^{i\beta_1} \quad (13)$$

برای دستیابی به مومنتوم خطی صفر، ضرایب سرعت‌های زاویه‌ای باید صفر شوند. بنابراین شرایط زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} m_1 r_1 + m_2 l_1 + \frac{m_4 r_4 l_1}{l_4} + m_{c1} r_{c1} \cos \alpha_{c1} + m_{c3} l_1 &= 0, \\ m_{c1} r_{c1} \sin \alpha_{c1} &= 0 \\ m_3 r_3 + m_4 l_3 - \frac{m_4 r_4 l_3}{l_4} + m_{c2} r_{c2} \cos \alpha_{c2} &= 0, \\ m_{c2} r_{c2} \sin \alpha_{c2} &= 0 \\ m_2 r_2 + \frac{m_4 r_4 l_2}{l_4} + m_{c3} r_{c3} \cos \alpha_{c3} &= 0, \\ m_{c3} r_{c3} \sin \alpha_{c3} &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

با ساده‌سازی روابط بالا، مشخصات مورد نیاز وزنه‌های تعادل برای بالانس استاتیکی ربات توسط رابطه (۱۵) بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned} \alpha_{c1} = \alpha_{c2} = \alpha_{c3} &= \pi \\ m_{c1} &= \frac{m_1 r_1 + m_2 l_1 + m_{c3} l_1}{r_{c1}} + \frac{m_4 r_4 l_1}{r_{c1} l_4}, \\ m_{c2} &= \frac{m_3 r_3 + m_4 l_3}{r_{c2}} - \frac{m_4 r_4 l_3}{r_{c2} l_4}, \\ m_{c3} &= \frac{m_2 r_2}{r_{c3}} + \frac{m_4 r_4 l_2}{r_{c3} l_4} \end{aligned} \quad (15)$$

### ۳- الگوریتم بهینه‌گر

در این بخش، یک روش جدید برای مینیمم‌سازی گشتاور ربات





جدول ۱. مقدار پارامترهای ربات موازی دو درجه آزادی آزمایشگاهی

Table 1. Parameters of examined 2-DOF parallel robot

مقدار	پارامتر
$m_4 = m_2$ $m_2 = 0.1497$ $m_3 = m_1$ $m_1 = 0.2061$	جرم (kg)
$l_4 = l_2$ $l_2 = 0.2452$ $l_3 = l_1$ $l_1 = 0.1171$	طول (m)
$A_2 = -A_1$ $A_1 = -0.106$	موقعیت مفاصل محرک (m)
$r_{c2} = r_{c1}$ $r_{c1} = 0.107$ $r_4 = r_2$ $r_2 = 0.1316$ $r_3 = r_1$ $r_1 = 0.10508$	موقعیت مراکز جرم (m)
$I_4 = I_2$ $I_2 = 0.0013$ $I_3 = I_1$ $I_1 = 0.0006$	ممان اینرسی (kg.m <sup>2</sup> )
$g = 9.81$	شتاب جاذبه (m/s <sup>2</sup> )

آزمایشگاهی توسط رابط USB2Dynamixel با رابط سیگنالی RS485 به کامپیوتر وصل می‌گردند. کامپیوتر با استفاده از زبان برنامه‌نویسی سی شارپ در محیط نرم‌افزار ویژوال استودیو فرمان‌های مورد نظر را ارسال می‌نماید.

#### ۴-۲- مثال‌ها

برای شبیه‌سازی تئوری و پیاده‌سازی آزمایشگاهی روش پیشنهادی، دو مثال در نظر گرفته می‌شود. موقعیت‌های شروع و پایان دو

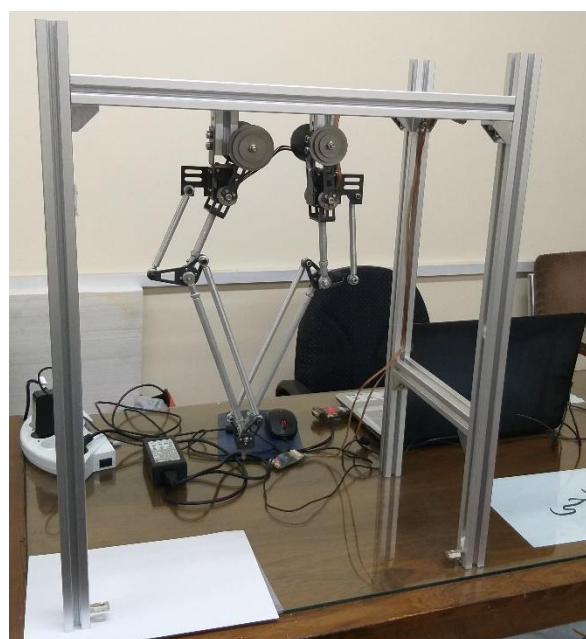
$$\text{Example 1: } x_0 = 0.1, y_0 = -0.3, x_f = 0, y_f = -0.22; t_f = 0.5s \quad (23)$$

$$\text{Example 2: } x_0 = -0.1, y_0 = -0.3, x_f = 0.05, y_f = -0.25; t_f = 0.75s$$

با حل مسئله بهینه‌سازی، موقعیت و سرعت مجری نهایی  $P$  و مقادیر  $m_{c1}$ ،  $m_{c2}$ ،  $\alpha_{c1}$  و  $\alpha_{c2}$  وزنه‌های تعادل بدست می‌آیند. تعداد بازه‌های میان‌بند اسپیلاین، سه می‌باشد. مقادیر بهینه متغیرهای طراحی در جدول ۲ ذکر شده‌اند.

نمایش موقعیت‌های شروع و پایان ربات موازی دو درجه آزادی با وزنه‌های تعادل برای مثال ۱ و ۲ بترتیب در شکل ۵ و شکل ۶ انجام می‌گیرد. برای مسیر رفت، مجری نهایی ربات از  $A$  به  $B$  حرکت می‌کند. سپس در مسیر برگشت، مجری نهایی ربات از  $B$  به  $A$  حرکت می‌کند.

موقعیت نقطه  $P$  برای مسیرهای رفت و برگشت مثال‌ها در شکل ۷ و شکل ۸ به نمایش گذاشته شده است. همانطور که ملاحظه می‌نمایید، مسیرها با هم تطابق دارند. همچنین، سرعت نقطه  $P$  برای



شکل ۲. ربات موازی دو درجه آزادی با دو وزنه تعادل قابل تنظیم  
Fig. 2. The 2-DOF parallel robot with two adjustable counterweights



شکل ۳. صفحه مدوج دایروی  
Fig. 3. Graded circular plate

شرکت روبوتیس<sup>۱</sup> می‌باشند. سرو محرک‌ها در حالت کنترل موقعیت راه‌اندازی می‌شوند. دقت سروو ۰/۰۸۸ درجه و الگوریتم کنترلی آن پی‌آی‌دی<sup>۲</sup> می‌باشد. از بازخورد جریان سروو برای اندازه‌گیری گشتاور موتور استفاده می‌شود. سرو موتورهای ربات

1 Robotis  
2 PID



بازوی وزنه تعادل



جرم وزنه تعادل

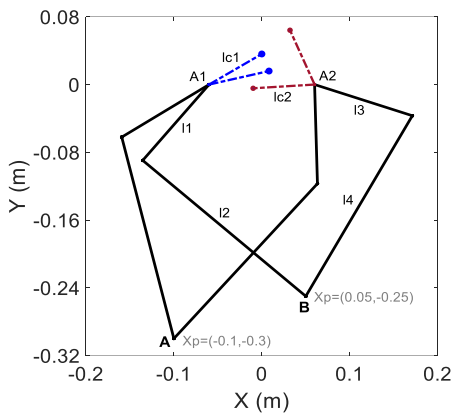
شکل ۴. اعضای وزنه تعادل

Fig. 4. Components of counterweight

جدول ۲. مقادیر بهینه متغیرهای طراحی برای دو مثال

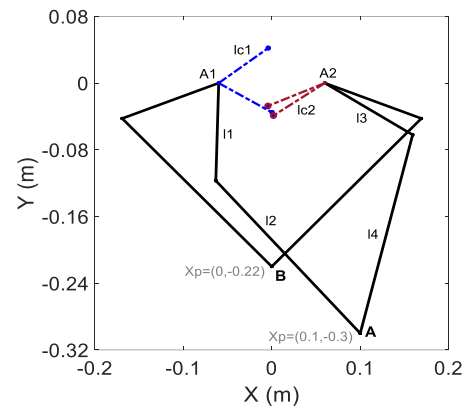
Table 2. Optimal values of design variables for two examples

مثال ۲	مثال ۱		
۰/۴۰۶۹	۰/۲۸۴۲	$m_{c1}$ (kg)	پارامترهای طراحی
۰/۳۶۱۲	۰/۴۷۸۴	$m_{c2}$ (kg)	
۳/۴۸۴۰	۴/۰۵۰۸	$\alpha_{c1}$ (rad)	
۲/۷۴۳۵	۲/۲۷۳۱	$\alpha_{c2}$ (rad)	
-۰/۰۵۷۳	۰/۰۷۶۹	میاناب	مسیر
۰/۰۱۸۶	۰/۰۲۴۹	جهت $X$	
-۰/۲۹۰۷	-۰/۲۸۳۵	میاناب	رفت
-۰/۲۶۵۰	-۰/۲۴۲۸	جهت $Y$	مقادیر میانی (m)
۰/۰۱۳۸	۰/۰۲۵۰	میاناب	
-۰/۰۶۳۶	۰/۰۷۶۶	جهت $X$	مسیر
-۰/۲۶۷۱	-۰/۲۴۱۹	میاناب	برگشت
-۰/۲۹۲۲	-۰/۲۸۳۰	جهت $Y$	



شکل ۶. نقاط شروع و پایان ربات در مثال ۲

Fig. 6. Start and end points of the robot in example 2



شکل ۵. نقاط شروع و پایان ربات در مثال ۱

Fig. 5. Start and end points of the robot in example 1

محاسبه می‌شوند. برای مسیرهای رفت و برگشت ربات موازی دو درجه آزادی، موقعیت‌های زاویه‌ای مفاصل  $A_1$  و  $A_2$  برای دو حالت تئوری و آزمایشگاهی در شکل ۱۱ و شکل ۱۲ به نمایش درآمده‌اند. همانطور که مشاهده می‌نمایید، نتایج تئوری با خروجی‌های سیستم آزمایشگاهی مطابقت دارند.

مسیرهای رفت و برگشت مثال‌ها در شکل ۹ و شکل ۱۰ به نمایش در آمده است. همانطور که می‌بینید، برای مسیرهای رفت و برگشت، سرعت در موقعیت‌های شروع و پایان صفر می‌باشد.

جهت مقایسه نتایج تئوری و آزمایشگاهی، موقعیت زاویه‌ای و سرعت زاویه‌ای مفاصل محرک ربات بترتیب با روابط (۲) و (۳)



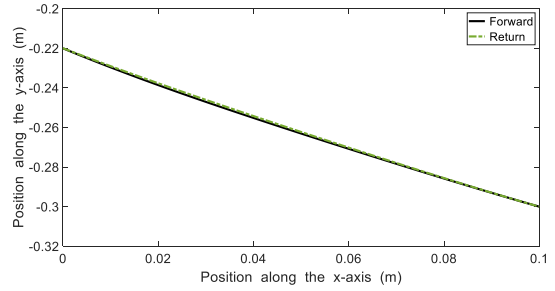
سرعت‌های زاویه‌ای مفاصل محرک برای دو حالت تئوری و آزمایشگاهی در شکل ۱۳ و شکل ۱۴ به نمایش گذاشته شده‌اند. همانطور که می‌بینید، نتایج تئوری با خروجی‌های سیستم آزمایشگاهی مطابقت دارند.

برای مسیرهای رفت و برگشت، نمایش گشتاورهای مفصل‌های محرک ربات موازی دو درجه آزادی برای دو مثال ذکر شده در دو حالت تئوری و آزمایشگاهی در شکل ۱۵ و شکل ۱۶ انجام گرفته است.

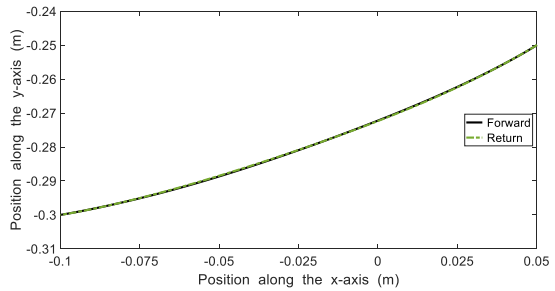
همانطور که مشاهده می‌نمایید، در حالت تئوری مقدار گشتاورها با روش پیشنهادی برای مسیرهای رفت و برگشت ناچیز می‌باشند. همچنین در بررسی آزمایشگاهی، گشتاور مفاصل محرک با روش پیشنهادی کاهش قابل توجهی نسبت به فرم رایج ربات داشته‌اند. در نمودارهای بالا، بین نتایج تئوری و آزمایشگاهی اختلاف وجود دارد. این اختلاف با توجه به اصطکاک و عدم قطعیت‌های پارامتری به وجود می‌آید. عدم قطعیت‌های پارامتری توسط خطای اندازه‌گیری جرم، طول، ممان اینرسی و موقعیت مرکز جرم ایجاد می‌گردند. در واقع، پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی دقیقاً مقادیر واقعی مدل آزمایشگاهی نمی‌باشند. جدول ۳ مقادیر تابع هدف را با توجه به رابطه (۲۲) برای حالت‌های مختلف ارائه می‌دهد. برای حالت بالانس استاتیکی مقادیر جرم‌های  $m_{c1}$ ،  $m_{c2}$  و  $m_{c3}$  با توجه به رابطه (۱۵) به ترتیب ۱/۴۷۶۰، ۰/۲۶۵۶ و ۰/۵۶۲۹ کیلوگرم می‌باشند.

برای حالت تئوری فرم رایج ربات، مقادیر تابع هدف برای مثال ۱ و ۲ به ترتیب ۰/۰۶۰۷ و ۰/۰۸۳۷ می‌باشند. برای حالت بالانس استاتیکی، مقادیر تابع هدف برای مثال ۱ و ۲ به ترتیب ۰/۰۴۹۵ و ۰/۰۳۳ می‌باشند و به ترتیب ۱۸/۴۵ درصد و ۹۶/۰۶ درصد کاهش داشته است. نتایج نشان می‌دهند بالانس استاتیکی برای سرعت‌های پایین ربات موثر می‌باشد و با افزایش سرعت کارایی آن کاهش پیدا می‌کند. برای ربات با وزنه‌های تعادل، مقادیر تابع هدف برای مثال ۱ و ۲ به ترتیب  $۰/۲۰۶۲ \times 10^{-4}$  و  $۰/۵۸۰۹ \times 10^{-4}$  بدست آمده‌اند و تقریباً به صفر رسیده‌اند. بنابراین، روش پیشنهادی به مقدار بهینه تابع هدف رسیده است و برای مثال ۱ و ۲ تابع هدف را به ترتیب ۹۹/۹۷ درصد و ۹۹/۹۳ درصد کاهش داده است.

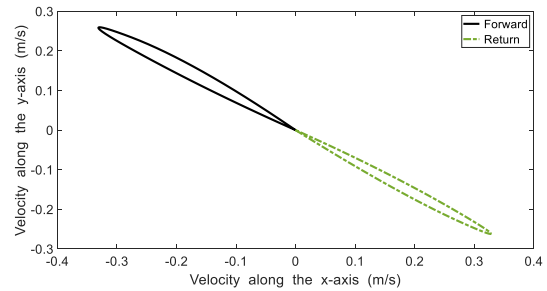
برای حالت آزمایشگاهی فرم رایج ربات، مقادیر تابع هدف برای مثال ۱ و ۲ به ترتیب ۰/۰۶۳۶ و ۰/۰۸۸۲ می‌باشند. برای ربات با



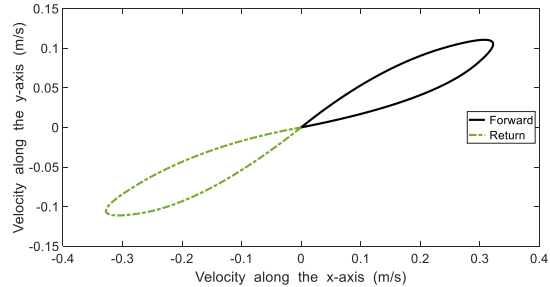
شکل ۷. موقعیت نقطه  $P$  برای مثال ۱  
Fig. 7. Position of point  $P$  for example 1



شکل ۸. موقعیت نقطه  $P$  برای مثال ۲  
Fig. 8. Position of point  $P$  for example 2

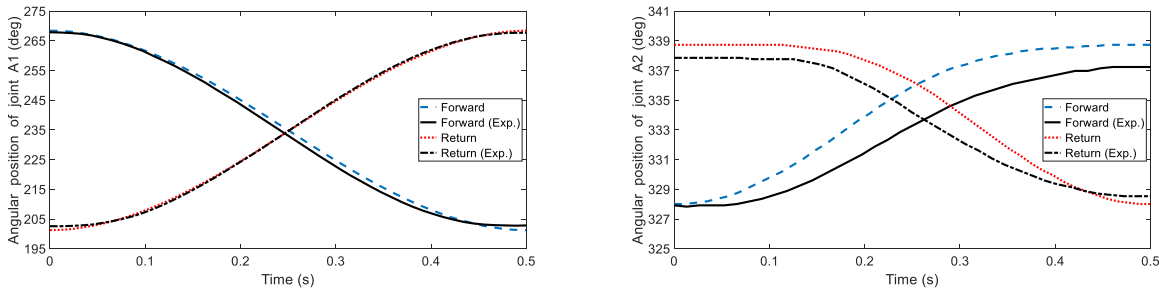


شکل ۹. سرعت نقطه  $P$  برای مثال ۱  
Fig. 9. Velocity of point  $P$  for example 1

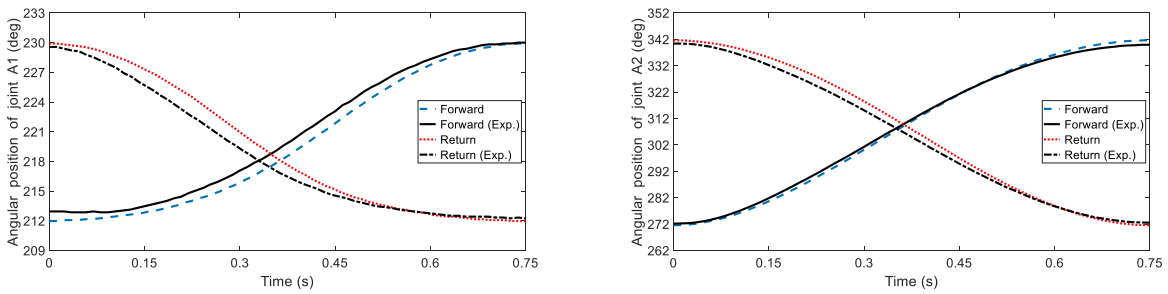


شکل ۱۰. سرعت نقطه  $P$  برای مثال ۲  
Fig. 10. Velocity of point  $P$  for example 2

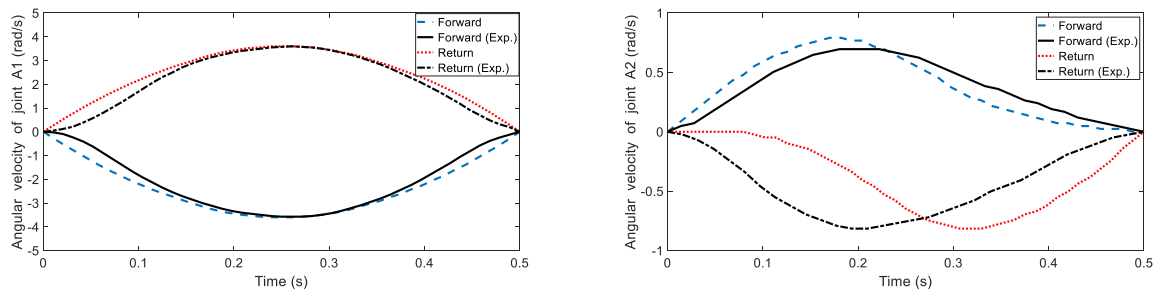
برای مسیرهای رفت و برگشت ربات موازی دو درجه آزادی،



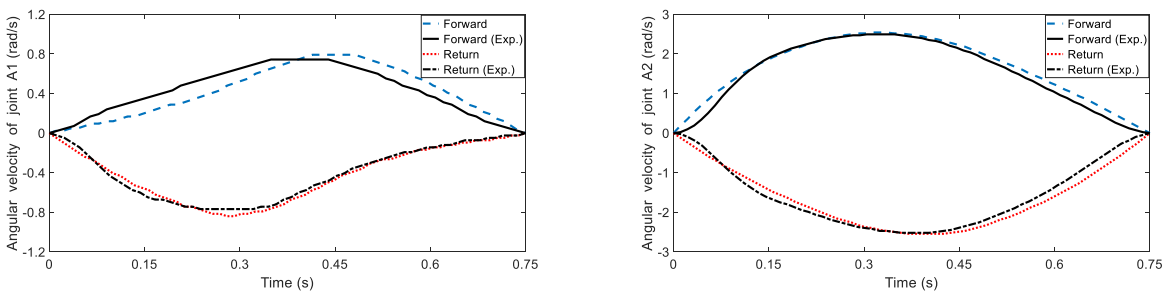
شکل ۱۱. موقعیت‌های زاویه‌ای مفاصل محرک برای مثال ۱  
Fig. 11. Angular positions of active joints for example 1



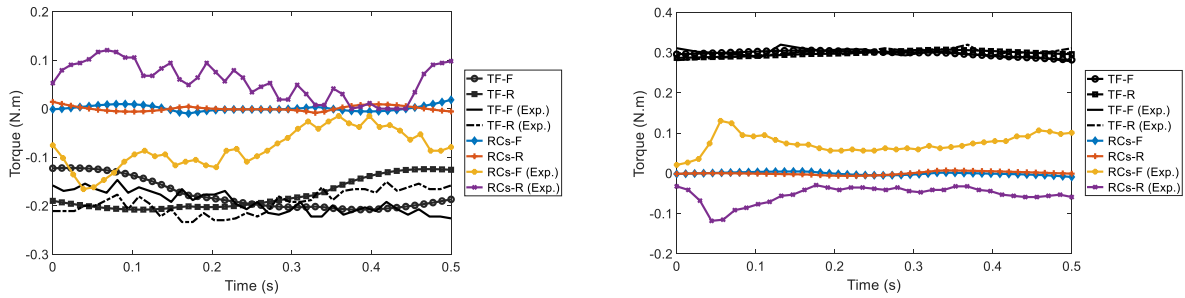
شکل ۱۲. موقعیت‌های زاویه‌ای مفاصل محرک برای مثال ۲  
Fig. 12. Angular positions of active joints for example 2  
(Exp.: Experimental)



شکل ۱۳. سرعت‌های زاویه‌ای مفاصل محرک برای مثال ۱  
Fig. 13. Angular velocities of active joints for example 1

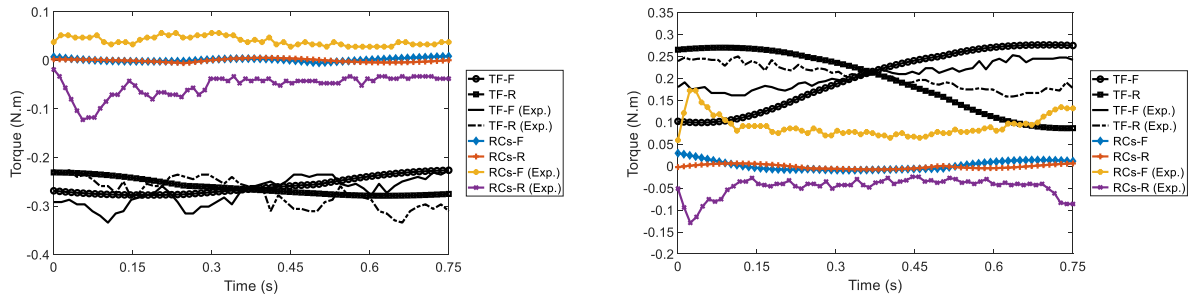


شکل ۱۴. سرعت‌های زاویه‌ای مفاصل محرک برای مثال ۲  
Fig. 14. Angular velocities of active joints for example 2



شکل ۱۵. گشتاورهای اعمالی به مفاصل  $A_1$  (چپ) و  $A_2$  (راست) ربات در مثال ۱

Fig. 15. Applied torques to joints A1 (left) and A2 (right) of the robot in example 1



شکل ۱۶. گشتاورهای اعمالی به مفاصل  $A_1$  (چپ) و  $A_2$  (راست) ربات در مثال ۲

Fig. 16. Applied torques to joints A1 (left) and A2 (right) of the robot in example 2

(F. Forward, R. Return, Exp.. Experimental)

جدول ۳. مقدار تابع هدف

Table 3. Value of objective function

تابع هدف $((N.m)^2.s)$			مثال	ساختار ربات
میانگین	مسیر برگشت	مسیر رفت		
۰/۰۶۰۷	۰/۰۶۰۸	۰/۰۶۰۷	۱	فرم رایج (TF)
۰/۰۶۳۶	۰/۰۶۳۸	۰/۰۶۳۳		آزمایشگاهی
۰/۰۴۹۵	۰/۰۴۹۸	۰/۰۴۹۳		تئوری
$۰/۲۰۶۲ \times 10^{-1}$	$۰/۱۹۹۷ \times 10^{-1}$	$۰/۲۱۲۷ \times 10^{-1}$	۲	روش پیشنهادی (RCs)
۰/۰۰۵۶	۰/۰۰۴۰	۰/۰۰۷۲		آزمایشگاهی
۰/۰۸۳۷	۰/۰۸۳۲	۰/۰۸۴۲		تئوری
۰/۰۸۸۲	۰/۰۸۸۳	۰/۰۸۸۲	۳	فرم رایج (TF)
۰/۰۰۳۳	۰/۰۰۳۵	۰/۰۰۳۲		آزمایشگاهی
۰/۰۰۳۳	۰/۰۰۳۵	۰/۰۰۳۲		تئوری
$۰/۵۸۰۹ \times 10^{-1}$	$۰/۲۳۸۰ \times 10^{-1}$	$۰/۹۲۳۸ \times 10^{-1}$	۴	روش پیشنهادی (RCs)
۰/۰۰۶۲	۰/۰۰۴۴	۰/۰۰۷۹		آزمایشگاهی

از تابع بزرگ مرتبه سه برای یافتن مسیر حرکت ربات استفاده می‌گردد [۲۲]. این تابع در رابطه (۲۴) مشخص شده است

$$B = P_1(1-t)^3 + 3P_2t(1-t)^2 + 3P_3t^2(1-t) + P_4t^3 ; t \in [0,1], \quad (24)$$

که  $P_1$  و  $P_4$  نقاط شروع و پایان می‌باشند. همچنین،  $P_2$  و  $P_3$  نقاط

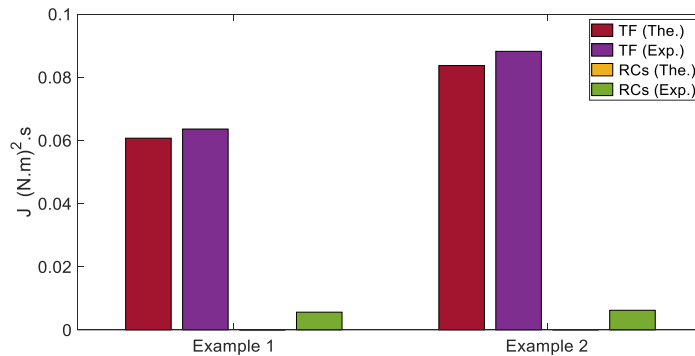
وزنه‌های تعادل، مقادیر تابع هدف برای مثال ۱ و ۲ به ترتیب ۰/۰۰۵۶ و ۰/۰۰۶۲ بدست آمده‌اند. بنابراین، روش پیشنهادی مقدار تابع هدف را برای مثال ۱ و ۲ به ترتیب ۹۱/۱۹ درصد و ۹۲/۹۷ درصد کاهش داده است.

در ادامه جهت بررسی نتایج جدول ۳ و ارزیابی روش پیشنهادی،

جدول ۴. مقایسه مقادیر تابع هدف  $(N.m)^2.s$  برای دو تابع اسپیلاین و بزیر

Table 4. Comparison of objective function values for Spline and Bezier functions

روش پیشنهادی (RCs)	بالانس استاتیکی	فرم رایج (TF)	ساختار ربات	
$0.2062 \times 10^{-1}$	0.495	0.607	تابع اسپیلاین	مثال ۱
$1.7482 \times 10^{-1}$	0.520	0.618	تابع بزیر	
$0.5809 \times 10^{-1}$	0.033	0.837	تابع اسپیلاین	مثال ۲
$1.2924 \times 10^{-1}$	0.043	0.860	تابع بزیر	



شکل ۱۷. مقادیر تابع هدف برای حالت‌های مختلف

Fig. 17. Values of the objective function for different modes (The.: Theoretical, Exp.: Experimental)

در روش ارائه شده، حل یک مسئله بهینه‌سازی با تابع هدف مینیمم تلاش مدنظر می‌باشد. روش بهینه‌سازی جام اعداد برای حل مسئله استفاده می‌شود. متغیرهای طراحی روش بهینه‌سازی، مقادیر میانی مسیر و پارامترهای طراحی ربات را شامل می‌شوند. در ضمن، برای طراحی مسیر از میانبای اسپیلاین استفاده می‌گردد.

برای نمایش توانایی روش پیشنهادی، شبیه‌سازی آن برای دو مسیر انجام شده است. روش مورد نظر در شبیه‌سازی به مقدار بهینه تابع هدف یعنی صفر دست پیدا کرده است. عبارتی ربات به مقدار کمی گشتاور برای پیمودن مسیرهای رفت و برگشت در حرکت نقطه به نقطه نیاز دارد. همچنین، جهت تایید نتایج تئوری و نمایش قابلیت روش ارائه شده، یک نمونه ربات آزمایشگاهی در نظر گرفته شده است. طراحی و ساخت این ربات در آزمایشگاه رباتیک انجام گرفته است. پارامترهای طراحی وزنه‌های تعادل ربات با توجه به وظیفه از پیش تعریف شده تنظیم می‌گردند. خروجی‌های بدست آمده از پیاده‌سازی عملی روش، کاهش قابل توجه گشتاورهای ربات را نسبت به فرم رایج آن نشان می‌دهند. در حالت آزمایشگاهی مقدار تابع هدف حدود ۹۰ درصد کاهش داشته است.

کنترلی منحنی بزیر می‌باشند. جدول ۴ مقادیر تابع هدف را برای دو منحنی اسپیلاین و بزیر ارائه می‌دهد. همانطور که می‌بینید، تابع اسپیلاین در الگوریتم بهینه‌گر ارائه شده در مقاله پاسخ‌های بهینه‌تری نسبت به تابع بزیر بدست می‌آورد.

در آخر جهت درک بهتر نتایج جدول ۳، مقادیر تابع هدف برای حالت‌های تئوری و آزمایشگاهی در شکل ۱۷ به نمایش گذاشته شده است. این شکل کارایی و مزیت روش پیشنهادی را در مقایسه با فرم رایج ربات نشان می‌دهد.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک شیوه جدید برای کاهش قابل توجه گشتاور محرک‌های ربات موازی دو درجه آزادی پیشنهاد شده است. این روش برای حرکت نقطه به نقطه، مسیر بهینه و مقادیر بهینه پارامترهای طراحی ربات را بصورت همزمان بدست می‌آورد. پارامترهای طراحی ربات شامل جرم و زاویه نصب وزنه‌های تعادل می‌باشند، که با توجه به مسیر نقطه به نقطه از پیش تعریف شده قابلیت تنظیم دارند. بنابراین، معادلات ربات با وجود دو وزنه تعادل متصل به آن بدست می‌آیند.

- serial and parallel manipulators, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 48 (2017) 219-232.
- [10] H. Misaghi, A. Mahmoudi, M.T. Masouleh, Dynamic analysis of a planar parallel robot with the purpose of obtaining optimal inertial parameters for energy consumption, in: 2017 IEEE 4th International Conference on Knowledge-Based Engineering and Innovation (KBEI), IEEE, 2017, pp. 0931-0936.
- [11] S. Gong, R. Alqasemi, R. Dubey, Gradient Optimization of Inverse Dynamics for Robotic Manipulator Motion Planning Using Combined Optimal Control, in: ASME 2017 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, American Society of Mechanical Engineers, 2017, pp. V04BT05A017-V004BT005A017.
- [12] M.R. Vezvari, A. Nikoobin, Optimal Balancing of Spatial Suspended Cable Robot in Point-to-Point Motion using Indirect Approach, *International Journal of Advanced Design & Manufacturing Technology*, 10(3) (2017).
- [13] U. Nusbaum, M.W. Cohen, Y. Halevi, Minimum Energy Control of Redundant Systems Using Evolutionary Bi-Level Optimization, in: ASME 2018 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, American Society of Mechanical Engineers, 2018, pp. V04AT06A038-V004AT006A038.
- [14] Y. Zhang, V. Arakelian, J.-P. Le Baron, Linkage Design for Gravity Balancing by Means of Non-zero Length Springs, in: ROMANSY 22–Robot Design, Dynamics and Control, Springer, 2019, pp. 163-170.
- [15] J. Woolfrey, W. Lu, D. Liu, A Control Method for Joint Torque Minimization of Redundant Manipulators Handling Large External Forces, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, (2019) 1-14.
- [16] V. Gupta, S.K. Saha, H. Chaudhary, Optimum Design of Serial Robots, *Journal of Mechanical Design*, 141(8) (2019) 082303.
- [17] P. Boscariol, D. Richiedei, Energy-efficient design of multipoint trajectories for Cartesian robots, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, (2019) 1-18.
- [18] A. Martini, M. Troncosi, A. Rivola, Algorithm for روش ارائه شده برای حرکت‌های با تکرار بالا، مفید و اقتصادی می‌باشد و ماکزیمم گشتاور مورد نیاز محرک‌ها بطور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. این مزیت، کاهش اندازه محرک‌های ربات را در سیستم طراحی به همراه دارد.
- مراجع**
- [1] J.P. Merlet, *Parallel robots*, Springer Science & Business Media, 2006.
- [2] T. Huang, Z. Li, M. Li, D.G. Chetwynd, C.M. Gosselin, Conceptual design and dimensional synthesis of a novel 2-DOF translational parallel robot for pick-and-place operations, *Journal of Mechanical Design*, 126(3) (2004) 449-455.
- [3] T. Huang, S. Liu, J. Mei, D.G. Chetwynd, Optimal design of a 2-DOF pick-and-place parallel robot using dynamic performance indices and angular constraints, *Mechanism and Machine Theory*, 70 (2013) 246-253.
- [4] N.D. Sang, D. Matsuura, Y. Sugahara, Y. Takeda, Kinematic Design of Five-Bar Parallel Robot by Kinematically Defined Performance Index for Energy Consumption, in: European Conference on Mechanism Science, Springer, 2018, pp. 239-247.
- [5] U. Dincer, M. Cevik, Improved trajectory planning of an industrial parallel mechanism by a composite polynomial consisting of Bezier curves and cubic polynomials, *Mechanism and Machine Theory*, 132 (2019) 248-263.
- [6] G. Quaglia, Z. Yin, Static balancing of planar articulated robots, *Frontiers of Mechanical Engineering*, 10(4) (2015) 326-343.
- [7] L.-P. Luo, C. Yuan, R.-J. Yan, Q. Yuan, J. Wu, K.-S. Shin, C.-S. Han, Trajectory planning for energy minimization of industry robotic manipulators using the Lagrange interpolation method, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 16(5) (2015) 911-917.
- [8] A. Nikoobin, M. Moradi, Optimal balancing of the robotic manipulators, in: *Dynamic Balancing of Mechanisms and Synthesizing of Parallel Robots*, Springer, 2016, pp. 337-363.
- [9] S. Kucuk, Optimal trajectory generation algorithm for

application, Wiley New York, 1981.

- [21] M.R. Vezvari, A. Ghoddosian, A. Nikoobin, Numbers Cup Optimization: A new method for optimization problems, *Structural Engineering and Mechanics*, 66(4) (2018) 465-476.
- [22] Z. Xu, S. Wei, N. Wang, X. Zhang, Trajectory planning with Bezier curve in Cartesian space for industrial gluing robot, in: *International Conference on Intelligent Robotics and Applications*, Springer, 2014, pp. 146-154.

the static balancing of serial and parallel mechanisms combining counterweights and springs: Generation, assessment and ranking of effective design variants, *Mechanism and Machine Theory*, 137 (2019) 336-354.

- [19] G. Alici, B. Shirinzadeh, Optimum dynamic balancing of planar parallel manipulators based on sensitivity analysis, *Mechanism and Machine Theory*, 41(12) (2006) 1520-1532.
- [20] J.H. Ferziger, *Numerical methods for engineering*

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Riyahi Vezvari, A. Nikoobin, A. Ghoddosian, *Torque minimization of 2-DOF parallel robot using counterweights and trajectory planning*, *AmirKabir J. Mech. Eng.*, 53(Special Issue 4) (2021) 2409-2422.

DOI: 10.22060/mej.2020.17378.6585

