



## Variable distance interdigitated electrodes design to improve the performance of cantilever piezoelectric thin films nanogenerators

A. Assadi<sup>1</sup>, M. Gandomkar<sup>2\*</sup>

Faculty of Mechanics, Malek Ashtar University of Technology, Iran

**ABSTRACT:** A small-scaled device for ambient energy harvesting is a high voltage cantilever nanogenerator with interdigitated electrodes carrying a tip mass that acts upon the strain induced in the top piezoelectric layer. In this device, more strain gradient over the length, more electric potential in adjacent electrodes depending on the vibration mode shape at which voltage cancellation may occur. In this work, changing the distance between the electrodes proportional to the inverse of strain function, the induced voltage in all the electrodes are equalized that prevents the voltage cancellation. The Euler-Bernoulli beam model is used for the problem and the governing time-dependent equation is derived based on the energy method. Then, the 4th order Runge-Kutta method is used to solve it from which the output voltage is derived for base excitation. The results show that it is possible to increase the voltage by 36% for optimal electrical load by this procedure and for 40% for open circuit conditions. The system coupling is also increased by 10%. Moreover, the results show that the smaller size of electrodes, the higher the output voltage. Whereas, increasing the number of electrodes makes the voltage reduce in contrast with the electric current.

### Review History:

Received: Feb. 19, 2020  
Revised: May. 10, 2020  
Accepted: Jun. 28, 2020  
Available Online: Jul. 08, 2020

### Keywords:

Nanogenerator performance improving  
Piezoelectric nanolayer  
Interdigitated electrodes  
Variable distance electrodes

### 1- Introduction

In the last years, lots of researches have been done on piezoelectric energy harvesters and different electromechanical systems at small scales have been developed [1, 2]. Performance of such devices depends on the structural design, actuation frequency and output voltage for which different mechanisms are suggested. An example of these devices is a cantilevered piezoelectric microbeam covered with a top electrode layer [3]. In these cantilevers, parallel bottom top electrodes for {3-1} mode and the interdigitated electrodes for {3-3} mode of piezoelectric are used. Using the second case regarding the higher value of  $d_{33}$  in comparison with  $d_{31}$  and high output voltage is preferred in many references [4].

Mode shape voltage cancellation is an important issue in piezoelectric nanogenerators. This occurs due to the strain gradient over the length of the piezoelectric layer and makes variable electric potential in interdigitated electrodes and makes the output power decrease. Accordingly, it is noticeable to confine the voltage cancellation and requirements to complicated electrical systems in order to catch the maximum capability of the nanogenerator.

In this work the idea is to design the interdigitated electrodes with variable distance fingers relating to the inverse of strain component along the cantilever and catch the higher voltage from the nanogenerator.

### 2- Vibration Modeling of Cantilever

The strain intensity is variable over the length of the cantilever and its maximum occurs at the root while its minimum occurs at the tip. Proportional to the strain in the piezoelectric layer makes the electric potential to be variable between the adjacent fingers of electrodes. Using variable distance electrodes makes the possibility of producing equal electric potential between the adjacent electrodes and resolve the problem. Accordingly, the voltage cancellation will not occur and electric current will be obtained from the generator without any requirement to complicated electric boards. Moreover, using this idea, it will be possible to cover all the surfaces with interdigitated electrodes and use all the piezoelectric materials in the normal generator. In Fig. 1 the geometrical parameters of interdigitated electrodes for modeling the problem are illustrated. The distance between centers of adjacent electrodes is designated by  $L_E$  and size of the electrodes by  $a$ . Thickness of piezoelectric layer is taken to be  $t_p$ .

In this work, an analytical model is presented for cantilever piezoelectric generators with interdigitated electrodes for which their required relations are derived based on energy principles and the Euler-Bernoulli beam model. Then nanogenerator performance including the managing data is evaluated for the case with a variable distance of the electrodes in comparison with constant distance case. Performance of a piezoelectric in {3-3} mode is given in Eq. (1) for which  $T_1=0$  and  $T_2=0$  regarding Fig. 1 and the electric field will be created only in 3 Direction [5, 6].

\*Corresponding author's email: mgd\_gandomkar@mut-es.ac.ir



$$\begin{Bmatrix} T_3 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{33}^{E*} & -e_{33}^* \\ e_{33}^{S*} & \epsilon_{33}^{S*} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_3 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$c_{33}^{E*} = \frac{1}{S_{33}^E}, \quad e_{33}^* = \frac{d_{33}}{S_{33}^E}, \quad \epsilon_{33}^{S*} = \epsilon_{33}^T - \frac{d_{33}^2}{S_{33}^E}$$

In this equation  $S_{33}^E$  is the elastic compliance (the inverse of stiffness) in  $x_{33}$  Direction for a constant electric field,  $\epsilon_{33}^T$  is the permeability of the piezoelectric material at a constant stress of  $T$  and  $d_{33}$  is the piezoelectric coefficient. The governing equations for the cantilever piezoelectric nanogenerator are derived using Lagrange equations for the Euler-Bernoulli beam model to derive decoupled differential equations for the deflection of the beam and the electric potential [7-9].

$$M\ddot{r} + C\dot{r} + Kr - \theta v = -B_f \dot{w}_b \quad (2)$$

$$\theta \ddot{r} + C_p \dot{v} + \frac{1}{R_l} v = 0 \quad (3)$$

In these relations  $M$  is the mass  $K$  is the stiffness  $C$  is the damping coefficient  $\theta$  is the coupling  $C_p$  is the capacitance  $v$  is the voltage  $R_l$  is electrical resistance for the electric circuit and  $B_f$  is a function of inertial load against the base excitation. These parameters are considered for the cantilever beam with a tip mass. Two parameters of  $\theta$  and  $C_p$  are given for the whole structure that can be obtained from the following relations:

$$\theta = \sum_{i=1}^N e_{33}^*(i) Q_p \psi_r''(\bar{x}_i) \quad (4)$$

$$C_p = \sum_{i=1}^N \frac{\epsilon_{33}^{S*}(i) A_p}{L_p(i)} \quad (5)$$

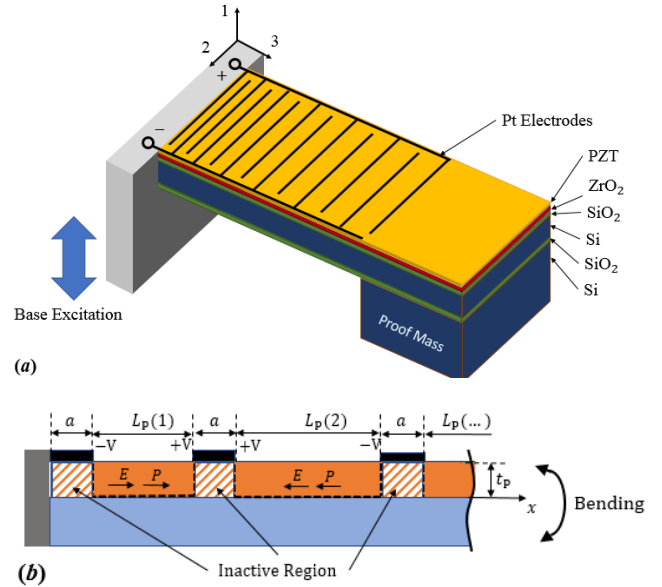
$\psi_r$  is the vibration mode shape function,  $\psi_r'$  and  $\psi_r''$  are the first and second derivatives,  $N$  is the number of elements and  $\bar{x}_i$  is the distance of two electrodes for each element.  $Q_p$  is the moment of area for the piezoelectric layer with respect to the neutral axis of the beam [9]. Regarding Eq. (1), the strain-induced electric field in the piezoelectric element will be equal to:

$$E_3(i) = e_{33}^*(i) Q_p \psi_r''(\bar{x}_i) \quad (6)$$

The electric field and electric potential between two adjacent electrodes are related simply as  $E = -v/L_p$  and therefore the electric potential  $v(i)$  for each element will be proportional to the length of  $L_p(i)$  which is summarized in Eq. (7).

$$L_p(i) = \frac{e_{33}^*(1) \psi_r''(\bar{x}_1) L_p(1)}{e_{33}^*(i) \psi_r''(\bar{x}_i)} \quad i = 1 \dots N \quad (7)$$

In this work, the idea is to select the size of the elements regarding the induced strain gradient in the cantilever during the vibration for constant values of  $e_{33}^*$  and  $Q_p$  to prevent the voltage cancellation. This regards to the connection of all the anodes and cathodes separately together and similar electric potential in all the anode or cathode electrodes the



**Fig. 1. Cantilever nanogenerator with interdigitated electrodes and a proof mass subject to base excitation, (a) variable distance electrodes, (b) side view of cantilever, size of elements, electric field  $E$  and polarization direction  $P$ .**

Eq. (8) will be derived from Eq. (7) to equalize  $v(i)$  for all the elements. Therefore the active length  $L_p$  for each element in interdigitated electrode pattern can be written as Eq. (8) for which the length of the first element is presumed and all the other elements length will be calculated regarding the selected length. This is an assumption for the problem that can be changed to obtain suitable results.

$$L_p(i) = \frac{\psi_r''(\bar{x}_1) L_p(1)}{\psi_r''(\bar{x}_i)} \quad i = 1 \dots N \quad (8)$$

Using this pattern for the electrodes it will be possible to prevent the voltage cancellation and electron transfer in the fingers of anode or cathode electrodes.

### 3- Improvement of Nanogenerators Performance

For parametric analysis of the problem, the effect of electrode distance dependent on the strain intensity is studied and the results are compared with the case of electrodes with constant distances. The geometrical parameters and material properties for the case study are taken from reference [10]. In the section, the structure of the piezoelectric nanogenerator is a multilayer beam with 1 micron thickness of the piezoelectric layer and PZT/ZrO<sub>2</sub>/SiO<sub>2</sub>/Si/SiO<sub>2</sub> sequences of the layers with silicon tip mass and Pt electrodes. Nanogenerator with the configuration of Fig. 1 has an overall length of 7 mm, an active length of 4 mm, and a width of 2 mm.

Results for output power and output voltage are presented for base excitation of 0.25g acceleration at the resonance state and damping coefficient ratio of 0.002. For comparison of the results, the size of the first element is taken to be constant in all the analyses. In Fig. 2 length of the first element  $L_E(1)$

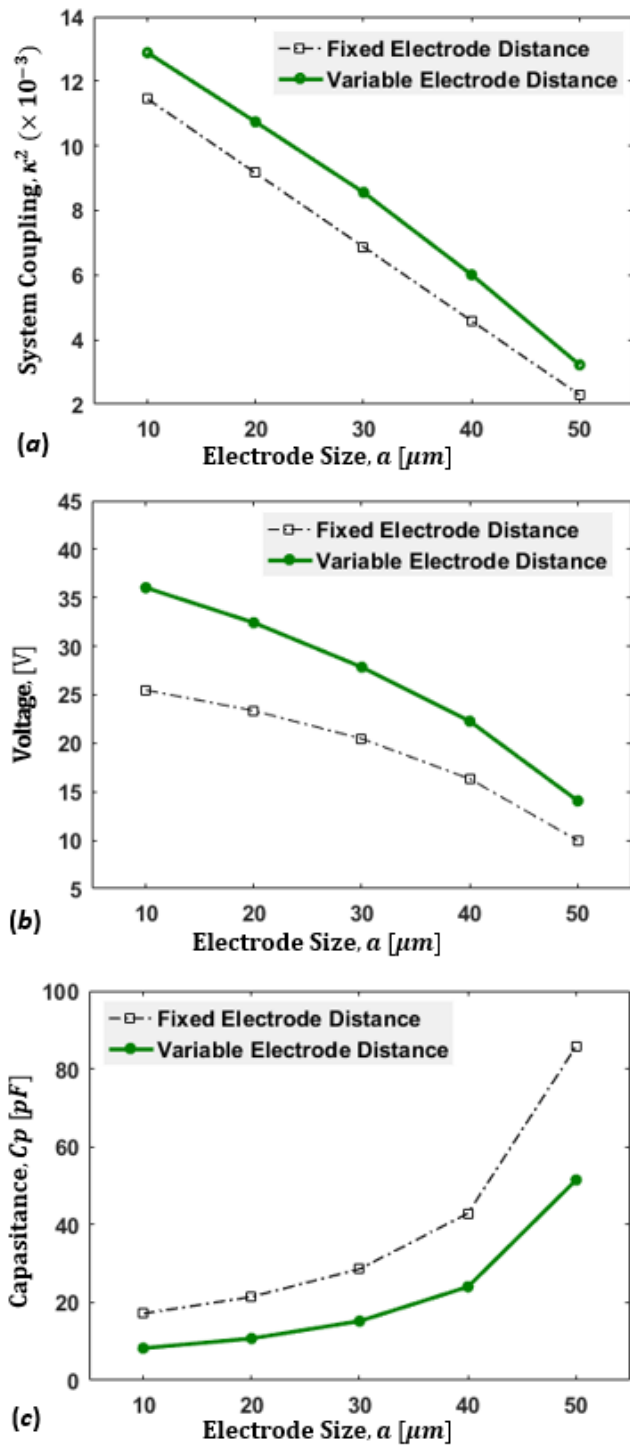


Fig. 2. Nanogenerator's performance versus the electrode size for open circuit condition and  $L_e(1) = 60$  microns, (a) system coupling, (b) Maximum output voltage, (c) nanogenerator's capacitance

is taken to be 60 micrometers and the electrode size of  $a$  is changed from 10 to 50 micrometers. The results for system coupling parameter of  $\kappa^2 = \frac{\theta^2}{KC^2}$ , maximum voltage, and capacitance are given in Fig. 2. For variable distance electrodes, the results in this Figure are given for open-circuit conditions.

For electrode width of 10 micrometers, the magnitude of the output voltage is equal to 36.1 and 25.5 for variable distance and constant distance electrodes respectively. This shows 41% increase in the voltage. Using the present strategy, 40 electrode width of 50 micrometers the voltage is changed from 9.97 to 14.06V that is near to 40% of increasing the voltage. Moreover, the capacitance of the nanogenerator is lower for variable distance electrodes in comparison with conventional designs, and the system coupling is increased by 13% to 41% respectively for electrode width of 10 and 50 micrometers.

#### 4- Conclusions

One of the disadvantages for piezoelectric energy harvesters is the mode shape-dependent voltage cancellation regarding the strain gradient and the corresponding variable electric field that is induced in the structure. In this work, in order to capture the maximum output power from the piezoelectric layer and confine the voltage cancellation in the cantilever nanogenerator, the distance between the electrodes are chosen to be proportional to the inverse of the strain component. Using this configuration, the electric potential for each element related to the nearest electrodes will be constant. The results are presented and compared for variable distance electrodes and constant distance ones. To discuss the relating concepts the results show 41% increase in the efficiency of the system through using the presented strategy. In addition, the results show that for the largest size of electrodes and higher active area of the piezoelectric layer the system coupling gets higher.

#### References

- [1] J. Briscoe, S. Dunn, Piezoelectric nanogenerators—a review of nanostructured piezoelectric energy harvesters, *Nano Energy*, 14 (2015) 15-29.
- [2] S.-G. Kim, S. Priya, I. Kanno, Piezoelectric MEMS for energy harvesting, *MRS bulletin*, 37(11) (2012) 1039-1050.
- [3] Z. Yang, S. Zhou, J. Zu, D. Inman, High-performance piezoelectric energy harvesters and their applications, *Joule*, 2(4) (2018) 642-697.
- [4] C. Wang, Z. Wang, T.-L. Ren, Y. Zhu, Y. Yang, X. Wu, H. Wang, H. Fang, L. Liu, A Micromachined Piezoelectric Ultrasonic Transducer Operating in d33 Mode Using Square Interdigital Electrodes, *IEEE sensors journal*, 7(7) (2007) 967-976.
- [5] A.I.S. 176-, IEEE standard on piezoelectricity, in, IEEE New York, 1987.
- [6] M. Kim, J. Dugundji, B.L. Wardle, Effect of electrode configurations on piezoelectric vibration energy harvesting performance, *Smart Materials and Structures*, 24(4) (2015) 045026.
- [7] N.E. DuToit, B.L. Wardle, Experimental verification of models for microfabricated piezoelectric vibration energy harvesters, *AIAA journal*, 45(5) (2007) 1126-1137.
- [8] N.W. Hagood, W.H. Chung, A. Von Flotow, Modelling of piezoelectric actuator dynamics for active structural control, *Journal of intelligent material systems and structures*, 1(3) (1990) 327-354.
- [9] M. Kim, M. Hoegen, J. Dugundji, B.L. Wardle, Modeling

and experimental verification of proof mass effects on vibration energy harvester performance, *Smart Materials and Structures*, 19(4) (2010) 045023.

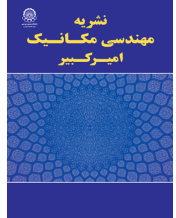
[10] N. Elvin, A. Erturk, *Advances in energy harvesting methods*, Springer Science & Business Media, 2013.

**HOW TO CITE THIS ARTICLE**

A. Assadi, M. Gandomkar, *Variable distance interdigitated electrodes design to improve the performance of cantilever piezoelectric thin films nanogenerators*, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53(4) (2021) 555-558.

DOI: [10.22060/mej.2020.17962.6694](https://doi.org/10.22060/mej.2020.17962.6694)





## طراحی الکترودهای انگشتی متداخل با فاصله متغیر در طول تیر برای بهبود عملکرد نانوژنراتورهای یک سرگردار بر اساس لایه نازک پیزوالکتریک

عباس اسدی، محمد گندم کار\*

دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی مکانیک، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۱۱/۳۰

بازنگری: ۱۳۹۹/۰۲/۲۱

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸

ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۴/۱۸

### کلمات کلیدی:

بهبود عملکرد نانوژنراتور

نانولایه پیزوالکتریک

الکترودهای انگشتی متداخل

فاصله متغیر الکترودها

**خلاصه:** یکی از وسایل برداشت کننده انرژی از ارتعاشات محیط در مقیاس کوچک، طرح نانوژنراتور تیر یک سرگردار با الکترودهای انگشتی متداخل و جرم انتهایی است که بر اساس کرنش نانولایه پیزوالکتریک روی سطح تیر، انرژی الکتریکی با ولتاژ بالا تولید می کند. به دلیل یکسان نبودن کرنش در طول تیر، پتانسیل الکتریکی متغیر در الکترودها ایجاد شده و پدیده حذف ولتاژ وابسته به شکل مود رخ می دهد. در این مقاله، با تغییر فاصله بین الکترودها به نسبت عکس کرنش طولی در لایه پیزوالکتریک، ولتاژ ایجاد شده در الکترودهای هم نام با یکدیگر برابر شده و از حذف ولتاژ و کاهش توان خروجی جلوگیری شده است. برای مدل سازی نانوژنراتور، از تئوری تیر اویلر-برنولی استفاده شده و با استفاده از روش انرژی، معادله دیفرانسیل وابسته به زمان مسئله استخراج شده است. سپس، روش رانگ-کوتا مرتبه ۴ جهت حل معادلات استفاده شده و دامنه ولتاژ و توان الکتریکی خروجی نانوژنراتور تحت تحریک پایه استخراج شده است. نتایج عددی نشان می دهد، با تغییر تطبیقی فاصله الکترودها، می توان تا ۳۶٪ به ولتاژ تولید شده در حالت مقاومت الکتریکی بهینه و تا ۴۰٪ به ولتاژ مدار باز افزود. کوپلینگ سیستم نیز تا ۱۰٪ افزایش یافت. با ارائه نتایج عددی نشان داده شد که کاهش پهنای الکترودها باعث افزایش ولتاژ نانوژنراتور می شود. همچنین افزایش تعداد الکترودها منجر به کاهش ولتاژ و افزایش جریان الکتریکی خروجی می شود.

### ۱- مقدمه

میکرو<sup>۲</sup> [۲، ۳] و مقیاس نانو<sup>۳</sup> [۲، ۳] تولید شده است. تلاش های فراوانی جهت بهبود کارایی و افزایش توان و بازدهی سیستم های پیزوالکتریک انجام شده است که می توان آنها را در سه دسته بندی کلی شامل بهبود شکل و ارتقای مکانیزم برداشت کننده [۴]، بهبود خواص و نحوه تولید مواد پیزوالکتریک [۵، ۶]، و بهبود مدار الکتریکی ذخیره ساز انرژی برداشت کننده [۷] تقسیم بندی کرد.

عملکرد و بازدهی وسایل برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک، با پارامترهایی نظیر نحوه پیکربندی مکانیزم، محدوده فرکانس تحریک و ولتاژ خروجی تعیین می شوند و تاکنون مکانیزم های مختلفی با

پیزوالکتریسیته یکی از مکانیزم های تبدیل مستقیم انرژی مکانیکی به الکتریکی است که از لحاظ چگالی انرژی در جایگاه مناسبی در میان سایر روش ها قرار دارد. با استفاده از مواد پیزوالکتریک به خصوص در نبود امکان استفاده از انرژی خورشیدی در وسایل الکتریکی بی سیم، می توان انرژی مکانیکی ارتعاشات محیط اطراف را مستقیماً به انرژی الکتریکی تبدیل کرد [۱]. در سال های اخیر، تحقیقات فراوانی بر روی برداشت کننده های انرژی ارتعاشی پیزوالکتریک<sup>۱</sup> انجام شده و محصولات مختلفی مانند سیستم های الکترومکانیکی در مقیاس

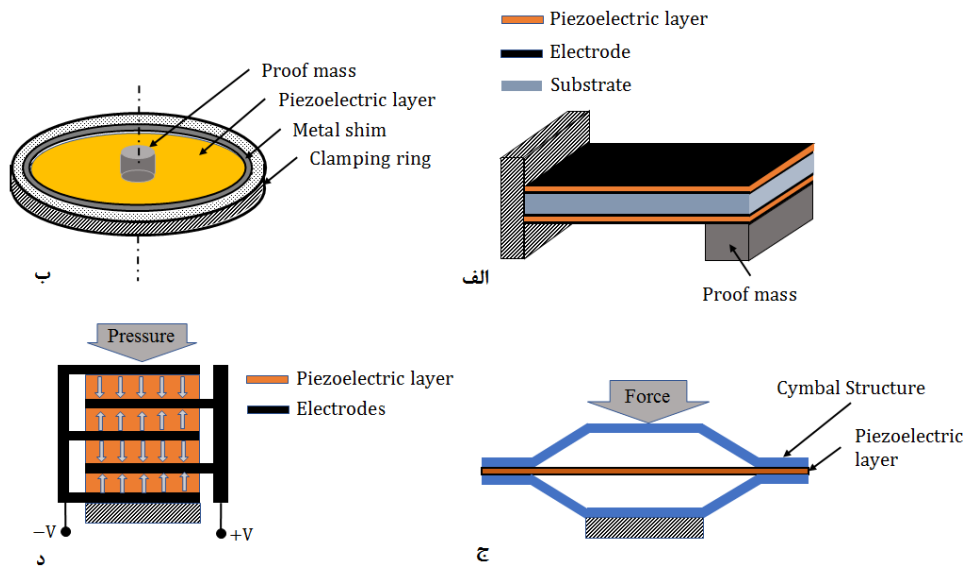
1 Piezoelectric Vibration Energy Harvester (PVEH)

\* نویسنده عهده دار مکاتبات: mgd\_gandomkar@mut-es.ac.ir

2 Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)

3 Nano Electro Mechanical Systems (NEMS)





شکل ۱. پیکربندی‌های مختلف برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریکی، (الف) تیر یک‌سرگردار، (ب) دیافراگم دیسکی شکل، (ج) ساختار سنج‌مانند، (د) ساختار لایه‌های روی هم چیده‌شده

Fig. 1. Different configurations of piezoelectric energy harvesters, (a) Cantilever beam, (b) Circular diaphragm, (c) Cymbal structure, (d) Multilayered piezoelectric structure

صفحه موازی<sup>۵</sup> در مود کارکرد  $\{۳-۱\}$  و از الکتروگذار با ساختار الکترودهای انگشتی متداخل<sup>۶</sup> در مود کارکرد  $\{۳-۳\}$  استفاده می‌شود که در شکل ۲ نشان داده شده است. راستای قطبیدگی لایه پیزوالکتریک و میدان الکتریکی ایجادشده در هر دو مود کارکرد، مطابق شکل ۲، عموماً در جهت  $x_3$  تعیین می‌شود و جهت کرنش واردشده به لایه پیزوالکتریک در مود  $\{۳-۱\}$ ، عمود بر جهت قطبیت در جهت  $x_1$  و در مود  $\{۳-۳\}$  موازی جهت قطبیت یعنی جهت  $x_3$  خواهد بود. استفاده از مود  $\{۳-۳\}$  به دلیل بالاتر بودن ضریب پیزوالکتریک  $d_{33}$  نسبت به  $d_{31}$  و همچنین بالاتر بودن ولتاژ تولیدی با الکترودهای انگشتی متداخل نسبت به الکترودهای صفحه موازی کارایی بهتری ارائه داده است. چرا که به خاطر محدودیت ضخامت لایه پیزوالکتریک، فاصله بین الکترودهای صفحه موازی کم بوده و این مساله باعث محدودیت در مقدار ولتاژ خواهد شد. ولی فاصله بین الکترودها با الکترودهای انگشتی متداخل قابل تغییر بوده و به همین دلیل ولتاژ می‌تواند به مقادیر بالاتری برسد [۸].

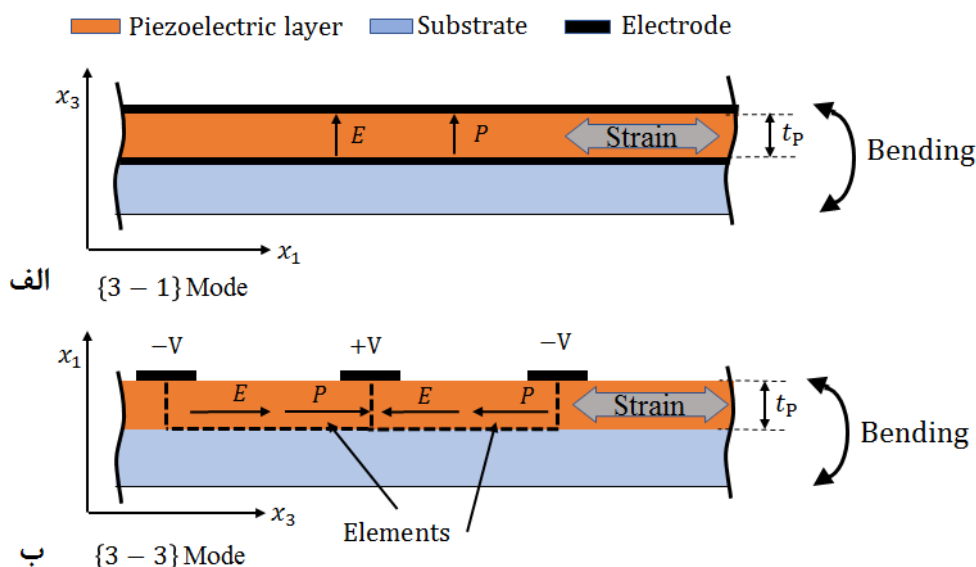
فعالیت‌های مختلفی جهت بررسی و بهبود عملکرد تیر پیزوالکتریک با الکترودهای انگشتی متداخل صورت گرفته است

ساختارهای متفاوت برای این منظور تولید شده‌اند. از جمله این مکانیزم‌ها می‌توان به تیر یک‌سرگردار با یک لایه پیزوالکتریک یا دو لایه بر روی زیرلایه<sup>۱</sup>، دیافراگم‌های دیسکی شکل با جرم در مرکز دیسک یا بدون جرم، ساختار سنج‌مانند<sup>۲</sup> و ساختار لایه‌های روی هم چیده‌شده<sup>۳</sup> اشاره کرد [۱] که در شکل ۱ نشان داده شده‌اند. هر کدام از این مکانیزم‌ها مزایا و معایب خود را دارند که به عنوان مثال دیافراگم دیسکی در مود فشاری کارکرد مناسبی دارد ولی فرکانس تحریک بالاتری برای تولید انرژی نیاز دارد و از تیر یک‌سرگردار صلب‌تر است. مکانیزم سنج‌مانند به نیروی زیادی جهت تحریک احتیاج دارد و در مقابل نیروهای سنگین مقاوم‌تر است. همچنین ساختار لایه‌های روی هم چیده‌شده نیز در مود فشاری مناسب بوده ولی در فرکانس بالاتری می‌تواند انرژی مناسب تولید کند.

تیر یک‌سرگردار با جرم انتهایی<sup>۴</sup> و یا بدون جرم انتهایی، به خاطر ساختار هندسی ساده، کارکرد در فرکانس تحریک پایین (بخصوص با استفاده از جرم انتهایی) و ایجاد کرنش‌های زیاد در لایه پیزوالکتریک، استفاده زیادی در ساخت وسایل برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریکی دارد. در تیر یک‌سرگردار عموماً از الکتروگذار با الکترودهای

- 1 Substrate
- 2 Cymbal Configuration
- 3 Stack Type Configuration
- 4 Proof Mass

5 Parallel Plate Electrode  
6 Interdigitated Electrodes



شکل ۲. نمای جانبی تیر یک سرگیردار پیزوالکتریک، (الف) مود {۳-۱} در حالت تک لایه با الکترودهای صفحه موازی و (ب) مود {۳-۳} با الکترودهای انگشتی متداخل

Fig. 2. Sideview of cantilever piezoelectric, (a) single layer with top/bottom electrodes in {3-1} mode and (b) with interdigitated electrodes

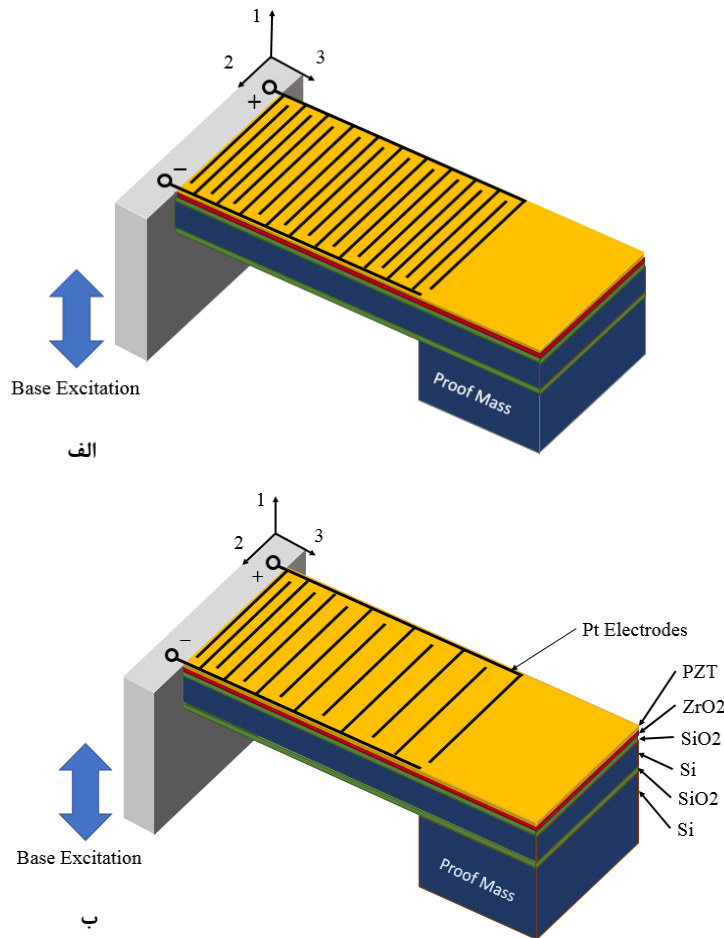
غیریکسان در نواحی زیر الکترودها، پارامتر درصد قطبیدگی پیشنهاد شده بود. آن‌ها تغییرات درصد قطبیدگی در اثر نحوه چینش الکترودها، ابعاد لایه پیزوالکتریک و پهنای الکترود را به روش اجزا محدود بررسی کردند. کیم<sup>۷</sup> و همکاران [۱۴] به بررسی تغییرات پارامترهای هندسی یک نانوزنراتور با الکترودهای انگشتی متداخل پرداخته و با استفاده از مدل سازی تحلیلی، اثر تعداد الکترودهای انگشتی و پهنای الکترود، در پارامترهای ظرفیت خازنی، کوپلینگ سیستم، ولتاژ و توان خروجی را بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که ولتاژ تولیدشده در الکترودهای انگشتی متداخل در مقایسه با الکترودهای صفحه موازی، در شرایط مقاومت الکتریکی<sup>۸</sup> بهینه حدود ۱۰ برابر شده است.

یکی از مشکلات سیستم‌های برداشت کننده پیزوالکتریک، پدیده حذف ولتاژ وابسته به شکل مود<sup>۹</sup> در ارتعاش است. این پدیده به خاطر یکسان نبودن کرنش در لایه پیزوالکتریک در طول تیر، و ایجاد پتانسیل الکتریکی ناهمسان در قسمت‌های مختلف الکترود پیوسته رخ خواهد داد. بنابراین وجود الکترود روی سطح فعال، در قسمت‌های با کرنش کم، به جای افزایش ولتاژ باعث کاهش آن و کاهش توان خواهد شد. روش‌های مختلفی برای جلوگیری از این پدیده پیشنهاد

که نقطه مشترک آن‌ها، فاصله یکسان بین الکترودها است. جئون<sup>۱</sup> و همکاران خصوصیات یک برداشت کننده انرژی پیزوالکتریکی با الکترودهای انگشتی متداخل در مقیاس میکرو را ارائه دادند [۹]. آنها با تخمین ساده‌ای نشان دادند که ولتاژ و توان تولیدشده با الکترودهای انگشتی متداخل در مقایسه با الکترودهای صفحه موازی در ابعاد هندسی مشابه بالاتر خواهد بود. بوون<sup>۲</sup> و همکاران [۱۱] اثر هندسه الکترودهای انگشتی متداخل را بر میزان کرنش عملگر پیزوالکتریک در کامپوزیت‌های فیبر فعال، با استفاده از تحلیل اجزا محدود بررسی کردند. مو<sup>۳</sup> و همکاران [۱۲] مدل تئوری یک تیر یک سرگیردار پیزوالکتریک تک لایه<sup>۴</sup> با الکترودهای انگشتی متداخل را استخراج کرده و برای بهبود عملکرد برداشت کننده، پارامترهای طراحی پیشنهاد دادند که در مدل پیشنهادی آنها فرضیات استاتیکی استفاده شده و به فاصله بین الکترودها توجه نشده بود. نایت<sup>۵</sup> و همکاران [۱۳] مطالعاتی را جهت بهینه‌سازی انرژی برداشت شده در تیر یک سرگیردار پیزوالکتریک تک لایه با الکترودهای انگشتی متداخل در مقیاس میکرو انجام دادند که در آن برای بررسی اثر قطبیدگی<sup>۶</sup>

7 Kim  
8 Electrical Loading  
9 Mode Shape dependent Voltage Cancelation (MSVC)

1 Jeon  
2 Bowen  
3 Mo  
4 Unimorph  
5 Knight  
6 Poling



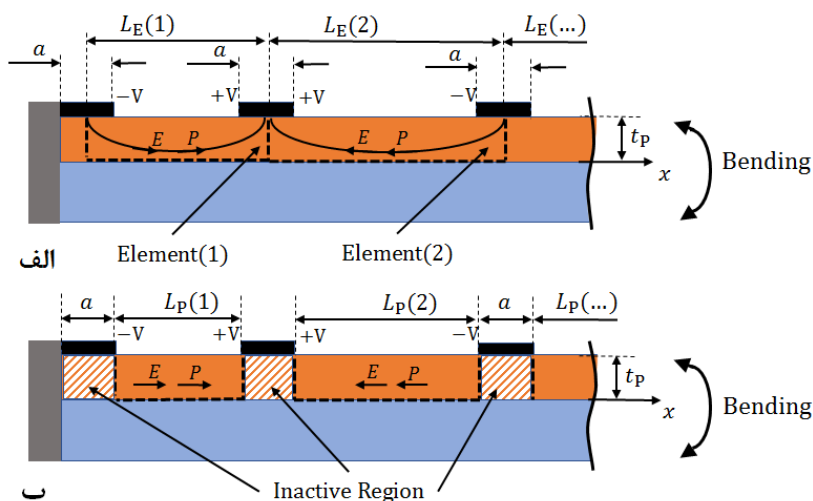
شکل ۳. نانوزنراتور تیر یک سرگردار دارای جرم انتهایی تحت تحریک پایه با الکترودهای انگشتی متداخل (الف) فاصله ثابت بین الکترودها، (ب) فاصله متغیر بین الکترودها

Fig. 3. Cantilever nanogenerator with IDE electrodes and a proof mass subject to base excitation, (a) electrodes with constant distance, (b) electrode with variable distance

پدیده حذف ولتاژ به دلیل تغییر علامت کرنش در موده‌های دوم و بالاتر ارتعاشی تیر، یا در تیر با شرایط تکیه‌گاهی خاص مانند تیر دوسرگردار نیز رخ می‌دهد. در این مساله، به خاطر مثبت و منفی شدن پتانسیل الکتریکی در طول یک الکتروود پیوسته، پتانسیل‌های الکتریکی یکدیگر را خنثی می‌کنند. استفاده از تقسیم‌بندی الکترودها در سطح تیر در مکان‌هایی که کرنش در شکل مود تیر تغییر علامت می‌دهد، از راه‌های جلوگیری از این پدیده است. لی و یون<sup>۲</sup> [۱۶]، با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی و بهینه‌سازی شکل، نحوه لایه‌گذاری مناسب برای یک ورق نازک روی سطح مرتعش را استخراج کردند. تقسیم‌بندی سطح و استفاده از الکترودهای ناپیوسته خود باعث

شده است. یکی از این روش‌ها برای تیرهای یک سرگردار با الکترودهای صفحه موازی که در مود اول ارتعاشی کار می‌کنند، این است که لایه‌گذاری پیزوالکتریک در طول معینی از تیر که کرنش شدیدتری را تحمل می‌کند، صورت گیرد. دو<sup>۱</sup> و همکاران [۱۵] نشان دادند که الکترودهای موازی، تا نقطه‌ای خاص از طول تیر باعث بالاتر بردن توان خواهد شد که در آن نقطه، میزان کرنش برابر با نصف میانگین کرنش در لایه الکترودهای موازی شده قبل از خود باشد. آنها نشان دادند برای یک تیر یک سرگردار هموار، مقدار الکترودهای بهینه تا ۴۴٪ از طول تیر بوده و در این حالت توان ۴۴/۵٪ بالاتر از الکترودهای در تمام طول تیر است.





شکل ۴. نمای جانبی تیر یک سرگیردار پیزوالکتریک با الکترودهای انگشتی، اندازه‌های المان‌ها، میدان الکتریکی  $E$  و جهت قطبیدگی  $P$  (الف) در شرایط واقعی (ب) مدل ارائه شده

Fig. 4. sideview of cantilever nanogenerators with interdigitated electrodes, size of elements, electric field  $E$  and polarization direction  $P$ , (a) real situation (b) the presented model

انگشتی متداخل در تیر پیزوالکتریک، به دلیل کارکرد در مود  $\{3\}$  و تولید ولتاژ بالاتر عملکرد بهتری را ارائه داده است. اما تاکنون فاصله بین الکترودها در ساختار الکترودهای انگشتی متداخل یکسان انتخاب شده و در تحقیقات مختلف صرفاً اثرات تعداد الکترودها و پهنای آن‌ها بررسی شده است. در این تحقیق برای بهبود عملکرد تیر پیزوالکتریک با ساختار الکترودهای انگشتی متداخل، از تغییر فاصله بین الکترودهای انگشتی در طول تیر استفاده شده است. میزان کرنش در لایه پیزوالکتریک، در طول تیر متغیر است که حداکثر آن در ابتدا و حداقل آن در انتهای تیر رخ می‌دهد. متناسب با میزان کرنش لایه پیزوالکتریک، میدان الکتریکی ایجاد شده نیز متفاوت خواهد بود که باعث ایجاد اختلاف پتانسیل الکتریکی متغیر بین هر دو الکترودهای انگشتی مجاور خواهد شد. با استفاده از تغییر فاصله بین الکترودها، می‌توان اختلاف پتانسیل الکتریکی تولید شده بین هر دو الکترودها را در موقعیت‌های مختلف یکسان کرد. با این یکسان‌سازی، ولتاژ بین الکترودهای انگشتی مجاور یکدیگر، یکسان با دیگر المان‌ها تغییر کرده و پدیده حذف ولتاژ رخ نخواهد داد. به این ترتیب، جریان تولید شده، بدون نیاز به استفاده از مدار الکتریکی پیچیده در ولتاژ بالاتر به مدار الکتریکی نانوژنراتور انتقال خواهد یافت. همچنین با استفاده از این ایده، می‌توان تمام سطح لایه پیزوالکتریک را با الکترودهای انگشتی متداخل پوشاند و از ظرفیت کامل

حذف ولتاژ در مود اول ارتعاش تیر می‌شود [۱۷-۲۰] و به همین دلیل لازم است که مدارهای الکتریکی پیچیده جهت برداشت جداگانه از هر قسمت لازم باشد [۲۱، ۲۲]. پدیده حذف ولتاژ به دلیل قرار گرفتن لایه پیزوالکتریک در محل تار خنثی تیر نیز رخ می‌دهد و برای جلوگیری از آن لازم است به نسبت ضخامت لایه پیزوالکتریک و زیرلایه در طراحی سیستم برداشت کننده به خصوص در تیر پیزوالکتریک تک لایه دقت شود [۲۳].

با توجه به مفاهیم بیان شده، استفاده از ظرفیت حداکثری لایه پیزوالکتریک و جلوگیری از پدیده حذف ولتاژ، یکی از چالش‌های محققین در زمینه ساخت برداشت کننده‌های پیزوالکتریک است که در آن بتوان بدون نیاز به سیستم الکتریکی پیچیده، از حداکثر ظرفیت سیستم بهره‌مند شد. در این مقاله، ایده مطرح شده برای جلوگیری از بروز حذف ولتاژ در نانوژنراتور یک سرگیردار پیزوالکتریک با ساختار الکترودهای انگشتی متداخل، تغییر فاصله بین الکترودهای انگشتی در راستای طول تیر بوده و به جای کاهش سطح الکترودهای روی تیر استفاده می‌شود. این موضوع بر اساس یکسان‌سازی ولتاژ در الکترودهای انگشتی با استفاده از گرادیان کرنش حاصله در طول تیر در حین ارتعاش قابل اجرا خواهد بود.

## ۲- تعریف مساله

در مقدمه اشاره شد که استفاده از الکترودها با ساختار الکترودهای

تیر پیزوالکتریک بهره برد. در شکل ۳- الف پیکربندی الکترودهای انگشتی متداخل با فاصله یکسان بین الکترودها که در تحقیقات پیشین استفاده شده است و در شکل ۳- ب پیکربندی الکترودهای انگشتی متداخل با فاصله‌های غیریکسان بین الکترودها که در این تحقیق بررسی شده است مشاهده می‌شود.

### ۳- مدل‌سازی ارتعاشات تیر یک‌سرگردار پیزوالکتریک با جرم انتهایی تیر

در تحقیق حاضر یک مدل تحلیلی برای یک تیر یک‌سرگردار پیزوالکتریک با الکترودهای انگشتی متداخل ارائه شده است که روابط حاکم بر مساله بر اساس روش پایستاری انرژی، روابط ساختاری پیزوالکتریک و تئوری تیر اویلر برنولی، استخراج شده و عملکرد نانوذراتور با تغییر فاصله‌های بین الکترودهای انگشتی، در مقایسه با فاصله‌های یکسان آن‌ها بررسی شده است.

عملکرد یک ماده پیزوالکتریک با استفاده از روابط ساختاری الاستیک خطی، به شکل رابطه (۱) قابل بیان است [۲۴]:

$$\begin{Bmatrix} T \\ D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^E & -e^t \\ e & \epsilon^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S \\ E \end{Bmatrix} \quad (1)$$

در این رابطه ماتریس‌های  $S$ ،  $T$ ،  $E$  و  $D$  به ترتیب کرنش، تنش، میدان الکتریکی و جابجایی الکتریکی هستند. بالانویس  $t$  نشان‌دهنده ترانزاده ماتریس و بالانویس‌های  $E$  و  $S$  نشان‌دهنده بیان پارامترها در شرایط به ترتیب میدان الکتریکی ثابت و کرنش ثابت هستند.  $\epsilon$  گذردهی المان پیزوالکتریک و  $e$  نشان‌دهنده ثابت الکتریکی وابسته به چگالی شارژ و کرنش و  $c^E$  ماتریس سختی المان است. برای تیر پیزوالکتریک در مود  $\{3-3\}$ ، با توجه به شکل ۳،  $T_1 = 0$  و  $T_2 = 0$  و میدان الکتریکی فقط در جهت سوم وجود دارد ( $E_3$ )، بنابراین رابطه (۱) به صورت رابطه (۲) به صورت خلاصه شده استخراج می‌شود [۱۴]:

$$\begin{Bmatrix} T_3 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{33}^{E*} & -e_{33}^{*} \\ e_{33}^{*} & \epsilon_{33}^{S*} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_3 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

در این رابطه پارامترها مطابق روابط (۳) نوشته می‌شوند [۱۴]:

$$c_{33}^{E*} = \frac{1}{S_{33}^E} \quad (3-الف)$$

$$e_{33}^{*} = \frac{d_{33}^E}{S_{33}^E} \quad (3-ب)$$

$$\epsilon_{33}^{S*} = \epsilon_{33}^T - \frac{d_{33}^2}{S_{33}^E} \quad (3-ج)$$

که در این روابط،  $S_{33}^E$  نرمی الاستیک (عکس سختی) در جهت  $x_{33}$  در میدان الکتریکی ثابت  $E$ ،  $\epsilon_{33}^T$  ضریب گذردهی ماده پیزوالکتریک در تنش ثابت  $T$  و  $d_{33}^E$  ضریب پیزوالکتریک ماده است. در شکل ۴ پارامترهای هندسی الکترودهای انگشتی متداخل جهت مدل‌سازی مشخص شده‌اند. فاصله بین مراکز دو الکتروود مجاور با  $L_E$ ، و پهنای الکتروود با  $a$ ، فاصله بین دو الکتروود با  $L_p = L_E - a$  و ضخامت لایه پیزوالکتریک با  $t_p$  مشخص شده است. در حالت واقعی میدان الکتریکی و جهت قطبیدگی ماده پیزوالکتریک بین دو الکتروود مطابق شکل ۴- الف است که در آن جهت قطبیدگی با محور تیر همراستا نیست، ولی برای سادگی تحلیل‌ها مشابه با مراجع موجود [۱۴]، نواحی زیر الکتروودها غیرفعال فرض شده که این نواحی در شکل ۴- ب به صورت هاشورخورده نشان داده شده است. همچنین در نواحی بین الکتروودها مود کامل  $\{3-3\}$  ماده پیزوالکتریک حاکم است و قطبیدگی با محور تیر همراستا فرض شده است.

روابط حاکم بر تیر یک‌سرگردار پیزوالکتریک با الکترودهای انگشتی متداخل با استفاده از روش انرژی و بر مبنای تئوری تیر اویلر-برنولی نوشته شده است [۲۵-۲۷]. طبق قانون پایستگی انرژی، معادله الکترومکانیکی حاکم بر کل سازه طبق رابطه (۴) نوشته خواهد شد:

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(T_k - U) + \delta W] dt = 0 \quad (4)$$

که در آن  $T_k$  انرژی جنبشی،  $U$  انرژی پتانسیل و  $W$  کار خارجی است. انرژی پتانسیل با استفاده از رابطه (۵) تعریف می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} \int_{V_s} S^t T dV_s + \frac{1}{2} \int_{V_p} S^t T dV_p + \frac{1}{2} \int_{V_p} E^t D dV_p \quad (5)$$

در این رابطه بالانویس  $t$  نشان‌دهنده ترانزاده ماتریس است و ماتریس‌های  $S$ ،  $T$ ،  $E$  و  $D$  به ترتیب کرنش، تنش، میدان الکتریکی و جابجایی الکتریکی هستند. با جایگذاری از رابطه‌های (۲) و (۳)

$$U = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{1}{2} \left( c_s I_s \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 L_E + c_{33}^{E*} I_p \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 L_E \right)_{(i)} - \left( e_{33}^* Q_p v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{(i)} - \frac{1}{2} \left( \epsilon_{33}^{S*} \frac{v^2}{L_p} A_p \right)_{(i)} \right] \quad (10)$$

در رابطه (۴) انرژی جنبشی  $T_k$  و کار خارجی  $W$  طبق رابطه‌های (۱۱) بیان خواهند شد [۱۴]:

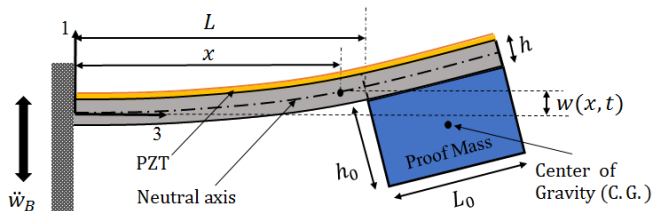
$$T_k = \frac{1}{2} \left( \int_{V_s} \rho_s (\dot{w})^2 dV_s + \int_{V_p} \rho_p (\dot{w})^2 dV_p \right) \quad (11-f)$$

$$\delta W = \int f_p \delta w dx + q \delta \phi \quad (11-b)$$

در این روابط  $\rho_p$  و  $\rho_s$  چگالی ماده سازه و پیزوالکتریک،  $V_s$  و  $V_p$  حجم قسمت سازه و قسمت پیزوالکتریک هستند و علامت بیانگر مشتق زمانی است. نیروی خارجی  $f_p$  ناشی از تحریک تیر به صورت  $f_p = -m\ddot{w}_B$ ، شارژ  $q$  و پتانسیل الکتریکی هستند. در این تحقیق فقط از شکل مود اول برای میدان جابجایی استفاده شده است یعنی  $N_r = 1$ ، پس شماره حذف می‌شود. با استفاده از رابطه (۸) به جای خیز تیر،  $w$ ، پس از جای‌گذاری روابط (۱۰) و (۱۱) در رابطه پایستگی انرژی (۵) و استفاده از روابط لاگرانژ، دو معادله حاکم بر مساله به صورت میدان حرکت مکانیکی (۱۲-الف) و پتانسیل الکتریکی (۱۲-ب) به دست خواهند آمد [۲۷]:

$$M\ddot{r} + C\dot{r} + Kr - \theta v = -B_f \ddot{w}_B \quad (12-f)$$

$$\theta \ddot{r} + C_p \dot{v} + \frac{1}{R_l} v = 0 \quad (12-b)$$



شکل ۵. شماتیک تیر یک‌سرگیردار پیزوالکتریک با تحریک پایه همراه جرم انتهایی

Fig. 5. Schematics of a cantilever nanogenerators with a proof mass and base excitation

می‌توان انرژی پتانسیل  $U_E$  مربوط به یک المان ( $L_E$ ) در شکل ۴ را به صورت رابطه (۶) نوشت [۱۴]:

$$U_E = \frac{1}{2} \left( \int_{V_s} c_s S_3^2 dV_s + \int_{V_p} c_{33}^{E*} S_3^2 dV_p - \int_{V_p} e_{33}^{S*} E_3^2 dV_p \right) - \int_{V_p} e_{33}^* E_3 S_3 dV_p \quad (6)$$

در این روابط  $V_s$  و  $V_p$  به ترتیب حجم قسمت سازه و قسمت پیزوالکتریک هستند.

طبق تئوری تیر اوپلر-برنولی، کرنش طولی تیر از رابطه (۷) به دست می‌آید که در آن برای رعایت اختصار به جای  $x_3$  از  $x$  جهت تعیین موقعیت در راستای طول تیر استفاده شده است [۲۵-۲۷]:

$$S_3 = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (7)$$

در این رابطه  $Z$  فاصله از تار خنثی تیر پیزوالکتریک بوده و  $w$  خیز تیر نسبت به حرکت پایه در راستای عمود بر سطح تیر است. خیز تیر را می‌توان به صورت حاصل جمع تعداد  $N_r$  از ضرب توابع شکل  $\psi_{ri}(x)$  در مختصات مکانیکی تعمیم‌یافته  $r_i(t)$  در رابطه (۸) بیان کرد که  $t$  پارامتر زمان است.

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^{N_r} \psi_{ri}(x) r_i(t) \quad (8)$$

همچنین میدان الکتریکی  $E_3$  را می‌توان بر اساس اختلاف پتانسیل  $v$  بین دو الکترود در هر المان و بر اساس فاصله بین آنها  $L_p$  در شکل ۴ به صورت  $E_3 = -v/L_p$  نوشت.

انرژی پتانسیل هر المان در رابطه (۶) را می‌توان به صورت رابطه (۹) با استفاده از رابطه (۷) بازنویسی کرد که در آن فرض شده است متوسط اندازه خود را در هر المان اخذ کرده و از انتگرال خارج می‌شود [۱۴].

$$U_E = \frac{1}{2} \left[ c_s I_s \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 L_E + c_{33}^{E*} I_p \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 L_E \right] - e_{33}^* Q_p v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \epsilon_{33}^{S*} \frac{v^2}{L_p} A_p \quad (9)$$

در این رابطه‌ها،  $I_s$ ،  $I_p$  ممان اینرسی به ترتیب لایه سازه و لایه پیزوالکتریک حول تار خنثی،  $A_p$  سطح مقطع لایه پیزوالکتریک و  $Q_p$  ممان  $A_p$  حول تار خنثی هستند. برای محاسبه انرژی پتانسیل کل، از جمع انرژی پتانسیل هر المان در رابطه (۹) استفاده خواهد شد که رابطه (۱۰) بدست می‌آید.

هر المان واقع است و  $N$  تعداد المان‌ها یا تعداد الکترودها منهای یک است. پارامترهای مربوط به جرم انتهایی  $M_0$ ،  $Q_0$  و  $I_0$  از رابطه‌های (۱۴) حاصل می‌شوند که در آن فرض می‌شود سختی جرم انتهایی بسیار بزرگتر از سختی تیر است و باعث می‌شود تیر در طول از  $L$  تا  $L+L_0$  مطابق شکل ۵ به صورت جسم صلب حرکت کند [۲۷]:

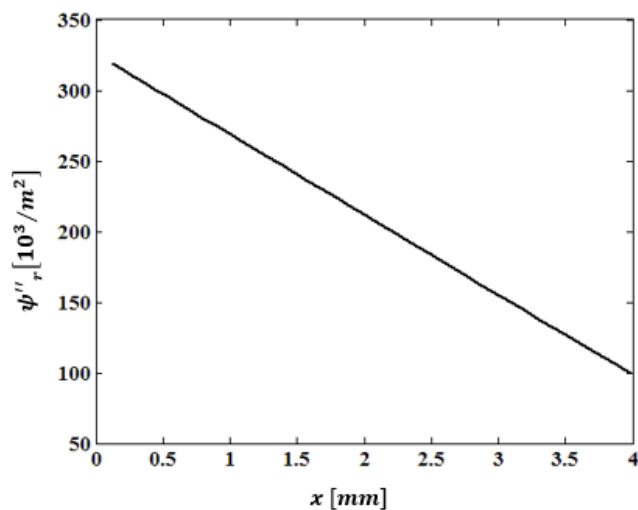
$$M_0 = m_0 L_0 + mL_0 \quad (۱۴-الف)$$

$$Q_0 = M_0 \frac{L_0}{2} \quad (۱۴-ب)$$

$$I_0 = \frac{m_0 L_0}{3} (L_0^2 + h_0^2) + \frac{m L_0}{3} (L_0^2 + h^2) \quad (۱۴-ج)$$

انتهایی و  $m$  جرم واحد طول تیر است. نتایج مربوط به میزان جابجایی و ولتاژ خروجی سیستم با حل رابطه‌های (۱۲-الف) و (۱۲-ب) استخراج می‌شوند. نسبت میرایی مکانیکی  $\xi_m$  نیز با رابطه  $\xi_m = \frac{C}{2m\omega_1}$  به ثابت میرایی در رابطه‌های مرتبط خواهد شد. محاسبات مربوط به شکل مود اول ارتعاشی تیر همراه با جرم انتهایی و فرکانس رزونانس سیستم در مرجع [۲۷] موجود است.

همان‌گونه که در مقدمه اشاره شد، تاکنون در سیستم‌های برداشت‌کننده با الکترودهای انگشتی متداخل، فاصله بین الکترودها یعنی مقدار  $L_p$  یکسان در نظر گرفته شده است. به همین دلیل



شکل ۷. مشتق دوم تابع شکل مود

Fig. 7. Second derivative of the mode shape function

در این روابط، پارامترهای  $M$  جرم،  $K$  سختی،  $C$  میرایی سازه،  $\theta$  کوپلینگ،  $C_p$  ظرفیت خازنی،  $V$  ولتاژ،  $R_f$  مقاومت الکتریکی مدار برداشت‌کننده انرژی و  $B_f$  تابع نیرویی برای در نظر گرفتن بار اینرسی تیر ناشی از تحریک پایه هستند. این پارامترها برای تیر یک‌سرگردار با فرض وجود جرم انتهایی به صورت رابطه‌های (۱۳-الف) تا (۱۳-ه) بیان می‌شوند [۲۷].

(۱۳-ا)

$$B_f = \int_0^L (m_p + m_s) \psi_r dx + M_0 \psi_r(L) + Q_0 \psi_r'(L)$$

$$M = \int_0^L (m_p + m_s) \psi_r^2 dx + M_0 (\psi_r(L))^2 + 2Q_0 \psi_r(L) \psi_r'(L) + I_0 (\psi_r'(L))^2 \quad (۱۳-ب)$$

$$K = \int_0^L c_s I_s (\psi_r'')^2 dx + \int_0^L c_{33}^{E*} I_p (\psi_r'')^2 dx$$

(۱۳-ج)

$$\theta = \sum_{i=1}^N e_{33}^*(i) Q_p \psi_r''(\bar{x}_i)$$

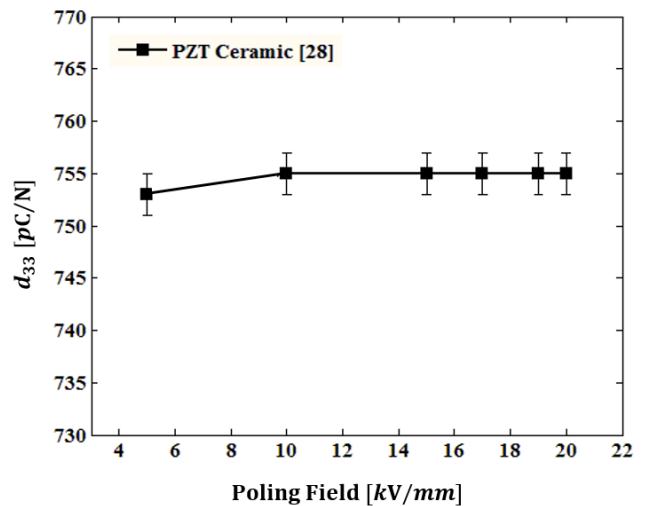
(۱۳-د)

$$C_p = \sum_{i=1}^N \frac{\epsilon_{33}^{*s}(i) A_p}{L_p(i)}$$

(۱۳-ه)

$$B_f = \int_0^L (m_p + m_s) \psi_r dx + M_0 \psi_r(L) + Q_0 \psi_r'(L)$$

$m_s$  و  $m_p$  جرم بر واحد طول و زیرنویس‌های  $s$  و  $p$  مربوط به لایه سازه و لایه پیزوالکتریک هستند.  $\psi_r$  تابع،  $\psi_r'$  مشتق اول و  $\psi_r''$  مشتق دوم شکل مود ارتعاشی اول تیر است که در اینجا از آن استفاده خواهد شد. طول  $\bar{x}_i$  برای هر المان در فاصله بین دو الکترودها



شکل ۶. تغییرات ضریب شارژ پیزوالکتریک نسبت به میدان قطبیدگی در دمای ۶۰ درجه سلسیوس و زمان ۶۰ دقیقه

Fig. 6. Variation of  $d_{33}$  piezoelectric coefficient versus the polarization electric field at 60 °C and 60 minutes

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{i}) = \mathbf{e}_{33}^*(\mathbf{i}) \mathbf{Q}_p \boldsymbol{\psi}_r''(\bar{x}_i) L_p(\mathbf{i}) \quad \mathbf{i} = 1 \dots N \quad (17)$$

پس اندازه طول فعال  $L_p$  هر المان مطابق رابطه (۱۸) نوشته شود که در آن طول المان اول انتخاب شده و طول سایر المان‌ها مطابق رابطه (۱۸) بر اساس طول المان اول بدست خواهند آمد:

$$L_p(\mathbf{i}) = \frac{\mathbf{e}_{33}^*(1) \boldsymbol{\psi}_r''(\bar{x}_1) L_p(1)}{\mathbf{e}_{33}^*(\mathbf{i}) \boldsymbol{\psi}_r''(\bar{x}_i)} \quad \mathbf{i} = 1 \dots N \quad (18)$$

با اعمال کردن این تغییر در فاصله‌های بین الکترودها، می‌توان از حذف ولتاژ ناشی از شکل مود ارتعاشی و تبادل بار بین الکترودهای متصل به هم جلوگیری کرد. این روش در تیر پیزوالکتریک با الکترودهای صفحه موازی قابل کاربرد نیست چرا که میدان الکتریکی در لایه پیزوالکتریک، به خاطر فاصله یکسان صفحات الکترودها یکسان خواهد بود.

در رابطه (۱۸) یکی از پارامترهای موثر در استخراج فاصله بین الکترودها در هر المان، مقدار  $\mathbf{e}_{33}^*$  است که این پارامتر طبق رابطه (۳-ب) بستگی به مقدار ثابت پیزوالکتریک  $d_{33}$  دارد. برای به حداکثر رسیدن این پارامتر معمولاً حین ساخت لایه پیزوالکتریک، یک میدان الکتریکی قوی در مدت زمان مناسب و در دمای نزدیک به دمای کوری<sup>۱</sup> به الکترودها اعمال می‌شود تا ماده پیزوالکتریک قطبیده شود. در تحقیق حاضر، به خاطر تغییر  $d_p$  در المان‌های مختلف، مقدار میدان الکتریکی قطبیدگی با الکترودهای انگشتی متداخل به صورت یکسان به همه المان‌ها اعمال نمی‌شود و ممکن است در مقدار  $d_{33}$  تاثیر داشته باشد. اگر این مساله اتفاق افتد کارایی سیستم را کاهش خواهد داد. تحقیقات متنوعی بر روی اثر میدان الکتریکی بر مقدار  $d_{33}$  انجام شده است. جیمز<sup>۲</sup> و همکاران در تحقیق خود [۲۸] اثر دما، زمان و میدان قطبیدگی<sup>۳</sup> را بر روی سرامیک تیتانات زیرکونات سرب<sup>۴</sup>، بررسی کرده و نشان دادند که همان‌طور که در شکل ۶ دیده می‌شود، در دمای ۶۰ درجه سلسیوس و زمان ۶۰ دقیقه، میزان  $d_{33}$  برای مواد سرامیک تیتانات زیرکونات سرب در بالاتر از میدان الکتریکی ۵ کیلوولت بر میلی‌متر تغییر ناچیزی دارد و از حدود ۱۰ کیلوولت بر میلی‌متر به حد اشباع خود رسیده است و با افزایش میدان تغییر محسوسی نشان نداده است. آن‌ها نشان

به خاطر یکسان نبودن مقدار  $\boldsymbol{\psi}_r''$  حین خمشی ناشی از ارتعاش تیر در رابطه (۱۳-ج)، کوپلینگ  $\theta$  هر المان، با دیگر المان‌ها متفاوت خواهد بود. در اینجا فرض شده است که پارامتر دیگر رابطه (۱۳-ج) یعنی ممان سطح مقطع لایه پیزوالکتریک نسبت به تار خنثی تیر  $\mathbf{Q}_p$ ، در طول تیر یکسان است، بنابراین بار الکتریکی غیریکنواختی به الکترودهای دو طرف هر المان شارژ شده و میدان و پتانسیل الکتریکی روی هر المان به صورت جداگانه با المان‌های دیگر تفاوت خواهد داشت. در نهایت، از آنجایی که الکترودهای هم علامت هر المان در الکترودهای انگشتی متداخل به یکدیگر متصل هستند، برای رسیدن به پتانسیل الکتریکی یکسان، با یکدیگر تبادل بار الکتریکی انجام داده و بار الکتریکی از المان‌های با کرنش بالاتر به سمت المان‌های با کرنش کمتر جابجا خواهد شد که در نتیجه در ولتاژ کلی سیستم کاهش رخ می‌دهد. در سایر سیستم‌های برداشت‌کننده PVEH که از الکترودهای صفحه موازی در مود  $\{1-3\}$  استفاده می‌کنند نیز حذف ولتاژ ناشی از مود ارتعاشی مشاهده می‌شود و همان‌طور که در مقدمه ذکر شد، برای جلوگیری از آن از روش‌هایی نظیر حذف سطح فعال پیزوالکتریک در مناطق با کرنش کم استفاده می‌شود.

در این تحقیق این ایده مطرح شده است که اندازه المان‌هایی که کرنش بزرگ‌تری را تحمل می‌کنند، با المان‌هایی که کرنش کمتری را تحمل می‌کنند متفاوت در نظر گرفته شود. مطابق رابطه (۲) میدان الکتریکی ناشی از کرنش در المان پیزوالکتریک برابر با رابطه (۱۵) است.

$$E_3(\mathbf{i}) = \mathbf{e}_{33}^*(\mathbf{i}) \mathbf{Q}_p \boldsymbol{\psi}_r''(\bar{x}_i) \quad (15)$$

میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی بین هر دو الکترودها با رابطه  $E = -v/L_p$  به یکدیگر وابسته هستند و بنابراین پتانسیل الکتریکی  $v(\mathbf{i})$  هر المان، متناسب با اندازه  $L_p(\mathbf{i})$  به شکل رابطه (۱۶) به دست می‌آید.

$$\mathbf{v}(\mathbf{i}) = -E_3(\mathbf{i}) L_p(\mathbf{i}) = \mathbf{e}_{33}^*(\mathbf{i}) \mathbf{Q}_p \boldsymbol{\psi}_r''(\bar{x}_i) L_p(\mathbf{i}) \quad (16)$$

برای جلوگیری از حذف ولتاژ، با توجه به اتصال الکترودهای هم‌نام به یکدیگر و یکسان شدن پتانسیل المان‌ها، می‌توان رابطه (۱۷) را با استفاده از رابطه (۱۲) برقرار کرد تا  $v(\mathbf{i})$  هر المان مساوی با سایر المان‌ها باشد:

1 Curie Temperature

2 James

3 Poling Field

4 Lead Zirconium Titanate (PZT)

جدول ۱. خصوصیات مواد به کار رفته در تیر پیزوالکتریک در مود کارکرد {۳-۳} [۲۲]

Table 1. Material properties of different layers of nanogenerators in {3-3} mode [22]

ضخامت (میکرون)	چگالی کیلوگرم بر متر مکعب	مدول الاستیسیته گیگاپاسکال	ضریب پواسون	لایه
۰/۲	۲۱۴۴۰	۱۷۰/۰	۰/۳۹	پلاتین
۱/۰	۷۷۵۰	۱۴۰/۰	-	ماده پیزوالکتریک
۰/۱۲	۶۰۰۰	۲۴۴/۰	۰/۲۷	دی اکسید روی
۰/۵	۲۳۰۰	۶۹/۰	۰/۱۵	سیلیس
۲۰/۰	۲۳۲۹	۱۲۹/۵	۰/۲۸	سیلیکون
۰/۵	۲۳۰۰	۶۹/۰	۰/۱۵	سیلیس

#### ۴- بررسی بهبود پارامترهای عملکردی نانوزنراتور با تغییر فاصله بین الکترودها

برای انجام مطالعه پارامتری، اثر تغییر فاصله‌های بین الکترودها وابسته به مقدار کرنش در الکترودهای انگشتی متداخل بررسی شده و با پیکربندی فاصله یکسان بین الکترودها مقایسه می‌شود. ابعاد هندسی و خصوصیات فیزیکی نانوزنراتور برای انجام این مقایسه از مرجع [۲۲] استخراج شده است. در این قسمت، سازه نانوزنراتور پیزوالکتریک به صورت یک تیر چندلایه با ضخامت ۱ میکرومتر لایه پیزوالکتریک و ترکیب‌بندی چند لایه متوالی<sup>۵</sup> همراه با جرم سیلیکونی انتهایی است که لایه الکترو پلاتین روی تیتانات زیرکونات سرب با پیکربندی الکترودهای انگشتی متداخل نشانده شده است. این نانوزنراتور که در شکل (۳-ب) دیده می‌شود، دارای طول کلی ۷ میلی‌متر، طول فعال L، ۴ میلی‌متر و پهنای ۲ میلی‌متر است. خصوصیات فیزیکی لایه‌های تیر در جدول ۱ دیده می‌شود.

مقدار ثابت دی‌الکتریک موثر  $\epsilon_{33}^*$  برای تیتانات زیرکونات سرب در مود {۳-۳} در رابطه (۲) برابر با  $\epsilon_0$  خواهد بود که مقدار  $\epsilon_0$  یا ثابت دی‌الکتریک خلاء برابر با مقدار  $8/854 \times 10^{-12}$  است [۱۴]. در شکل ۷ مشتق دوم تابع شکل مود ارتعاشی اول  $\psi_r''(x)$  مشاهده می‌شود. در این شکل دیده می‌شود که در تیر پیزوالکتریک با جرم سر تیر، مقدار تابع  $\psi_r''(x)$  در ابتدای تیر حدود سه برابر مقدار آن در انتهای تیر است. بنابراین فاصله بین دو الکترو در انتهای تیر باید حدود سه برابر آن در ابتدای تیر باشد.

برای مقایسه میزان بهبود عملکرد وسیله، نتایج مربوط به

دادند که برای تیتانات زیرکونات سرب- روی و کامپوزیت تیتانات زیرکونات سرب- اتیلن متا آکرلیک اسید نیز این مساله صادق است که با انتخاب پارامترهای دما و زمان مناسب، بالاتر از میدان الکتریکی مشخصی، افزایش میدان الکتریکی، در میزان  $d_{33}$  تاثیر ندارد.

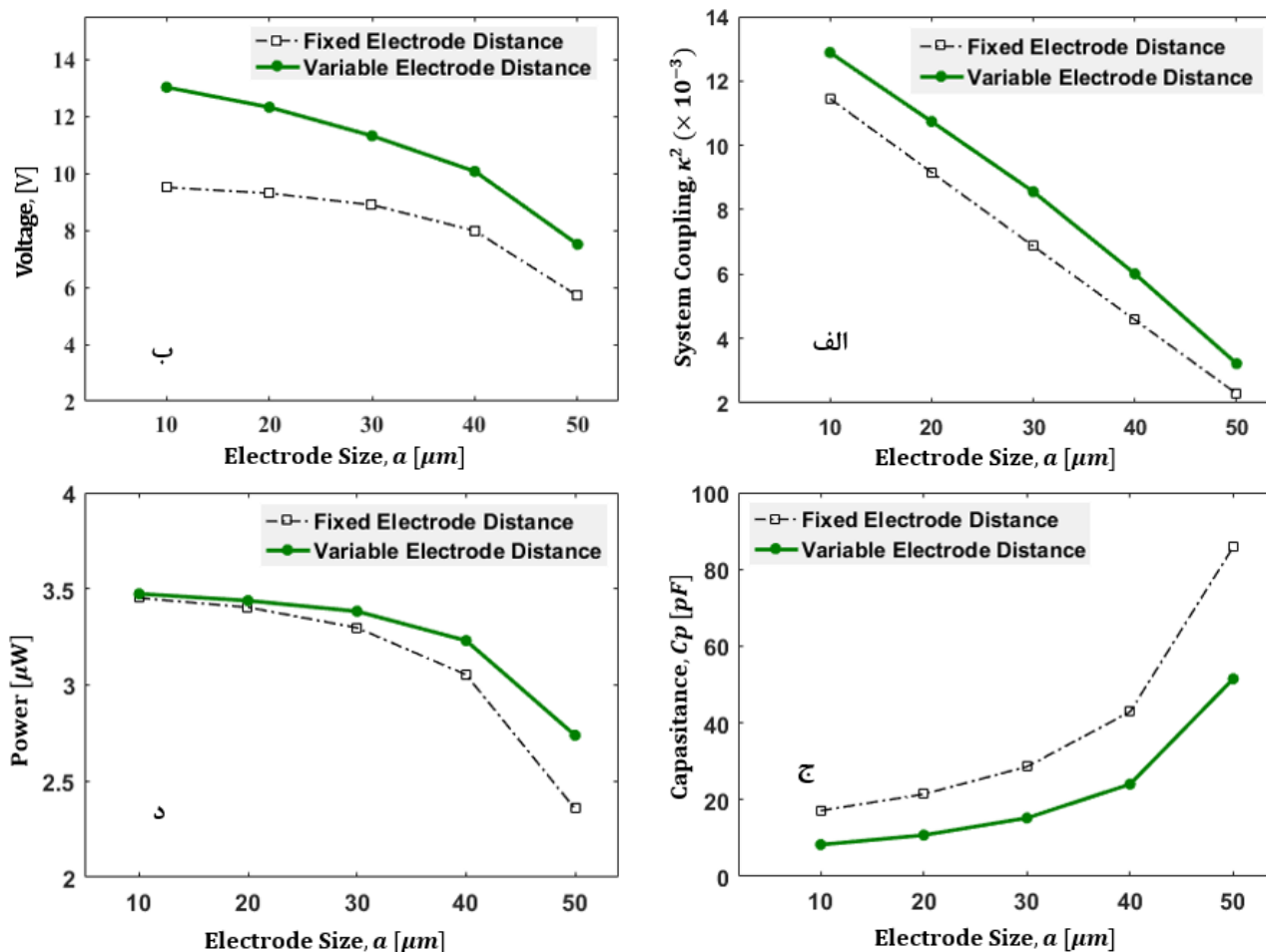
مشابه با شکل ۶، لی<sup>۱</sup> و همکاران [۲۹] برای ماده پیزوالکتریک بر پایه پتاسیم/ سدیم<sup>۲</sup> نشان دادند که با انتخاب دمای ۱۲۰ درجه سلسیوس و زمان ۳۰ دقیقه، مقدار  $d_{33}$  نسبت به تغییر میدان قطبیدگی از ۱ تا ۳ کیلوولت بر میلی‌متر، تفاوت محسوسی نشان نخواهد داد. همچنین وو<sup>۳</sup> و همکاران [۳۰] نشان دادند که برای ماده سرامیک تیتانات سرب و رسوب بیسموت<sup>۴</sup>، در میدان الکتریکی بالاتر از ۳ کیلوولت بر میلی‌متر تغییر محسوسی برای مقدار  $d_{33}$  مشاهده نمی‌شود. نتیجه‌ای که از این سه تحقیق حاصل می‌شود این است که با انتخاب مناسب دما و زمان و همچنین انتخاب میدان الکتریکی مناسب برای قطبیدگی لایه پیزوالکتریک، می‌توان مقدار  $d_{33}$  را در تمام المان‌ها یکسان فرض کرد. در نتیجه در تحقیق حاضر فرض شده است که پارامتر  $\epsilon_{33}^*$  در المان‌های مختلف یکسان است و می‌توان رابطه (۱۸) را به صورت رابطه (۱۹) نوشت:

$$L_p(i) = \frac{\psi_r''(\bar{x}_i) L_p(1)}{\psi_r''(\bar{x}_i)} \quad i = 1 \dots N \quad (19)$$

طبق این رابطه در نقاطی که مشتق دوم تابع شکل مود ارتعاشی کوچک‌تر باشد، طول المان باید بزرگ‌تر انتخاب شود.

- 1 Li
- 2 (K, Na)NbO<sub>3</sub>(KNN)
- 3 Wu
- 4 Bismuth Scandate-Lead Titanate (BS-PT)

5 PZT/ZrO<sub>2</sub>/SiO<sub>2</sub>/Si/SiO<sub>2</sub>



شکل ۸. عملکرد برداشت‌کننده انرژی به صورت تابعی از پهناي الكترود در شرایط بار الكتریکی بهینه و  $L_E(1)$  برابر ۶۰ میکرومتر (الف) کوپلینگ سیستم، (ب) حداکثر ولتاژ خروجی، (ج) ظرفیت خازنی نانوژنراتور، (د) حداکثر توان خروجی

Fig. 8. Nanogenerator's performance versus the electrode size for optimal electrical load and  $L_E(1) = 60$  (micron), (a) system coupling, (b) Maximum output voltage, (c) nanogenerator's capacitance, (d) maximum output voltage

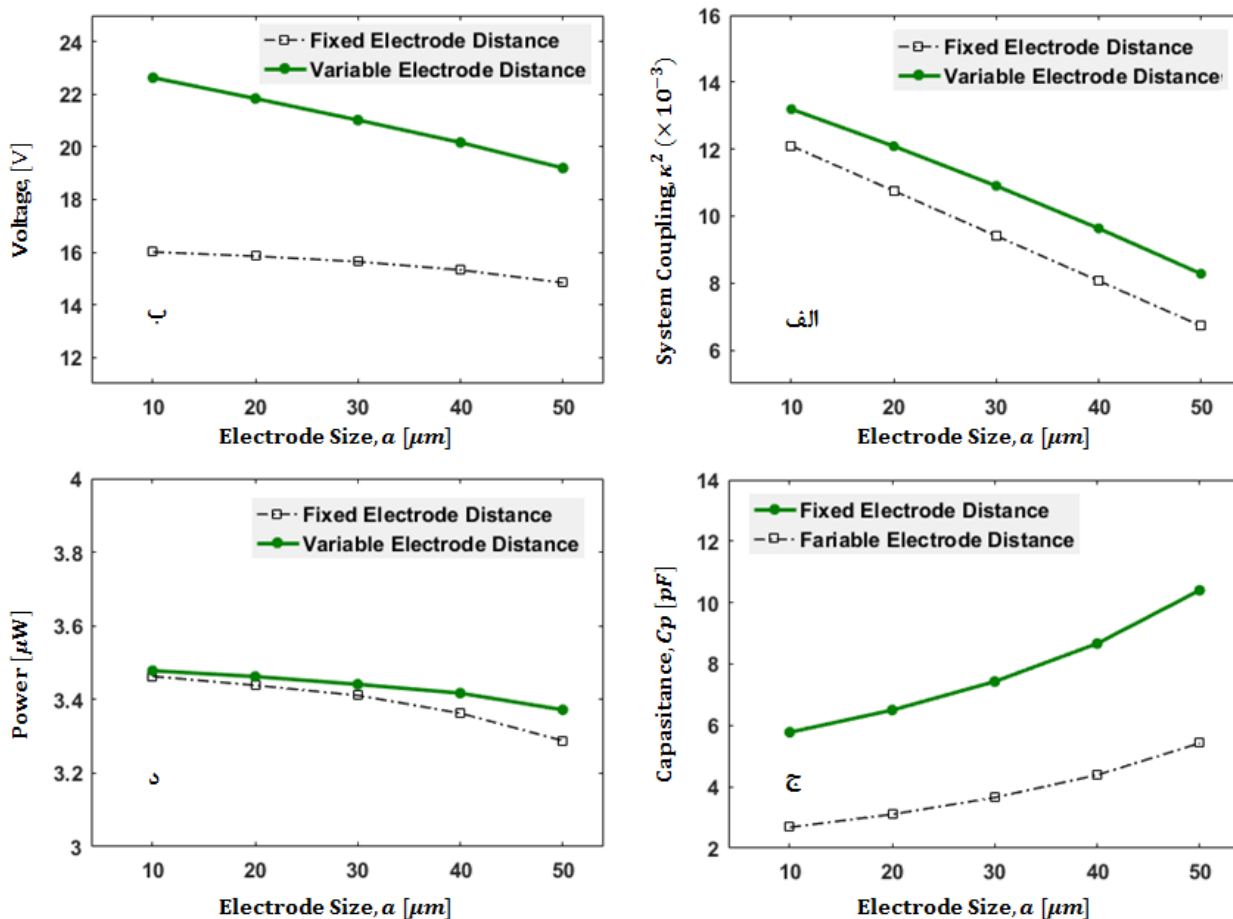
(۲۰) حاصل می‌شود که در آن  $\alpha = \omega_1 R_l C_p$  و  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_1}$

$$\alpha_{opt}^2 = \frac{1}{\Omega^2} \frac{(1 - \Omega^2)^2 + (2\xi_m \Omega)^2}{([1 + \kappa^2] - \Omega^2)^2 + (2\xi_m \Omega)^2} \quad (20)$$

در تحلیل حاضر فرض شده است که سیستم در حالت رزونانس مکانیکی خود قرار دارد یعنی  $\Omega = 1$  بنابراین رابطه بار مقاومتی بهینه به شکل رابطه (۲۱) نوشته می‌شود.

$$\alpha_{opt,r}^2 = \frac{1}{\Omega^2} \frac{4\xi_m^2}{\kappa^4 + 4\xi_m^2} \quad (21)$$

کوپلینگ سیستم  $\kappa^2 = \frac{\theta^2}{K C_p}$ ، ظرفیت خازنی  $C_p$ ، حداکثر ولتاژ  $v_{max}$  و حداکثر توان  $P_{max} = \frac{v_{max}^2}{R_l}$  برای دو پیکربندی مختلف با یکدیگر مقایسه می‌شود. نتایج مربوط به فاصله الكترودهای یکسان با نتایج [۱۴] مقایسه شده و انطباق کامل بین آن‌ها برقرار است. در هر تحلیل مقدار پهناي الكترود  $a$  برای تمام المان‌ها یکسان در نظر گرفته می‌شود. همچنین فرکانس رزونانس اول تیر برابر  $\omega_1 = \sqrt{\frac{K}{m}}$  بوده و بار مقاومتی سیستم،  $R_l$  طوری تنظیم می‌شود که توان حداکثری از نانوژنراتور حاصل شود. بار مقاومتی بهینه بر اساس مقادیر  $\kappa^2$ ،  $C_p$ ، فرکانس تحریک پایه تیر  $\omega$  و نسبت دمپینگ سیستم  $\xi_m$  از رابطه



شکل ۹. عملکرد برداشت‌کننده انرژی به صورت تابعی از پهنای الکتروود در شرایط بار الکتریکی بهینه و  $L_E(1)$  برابر ۱۰۰ میکرومتر (الف) کوپلینگ سیستم، (ب) حداکثر ولتاژ خروجی، (ج) ظرفیت خازنی نانوژنراتور، (د) حداکثر توان خروجی

Fig. 9. Nanogenerator's performance versus the electrode size for optimal electrical load and  $L_E(1) = 100$  (micron), (a) system coupling, (b) Maximum output voltage, (c) nanogenerator's capacitance, (d) maximum output voltage

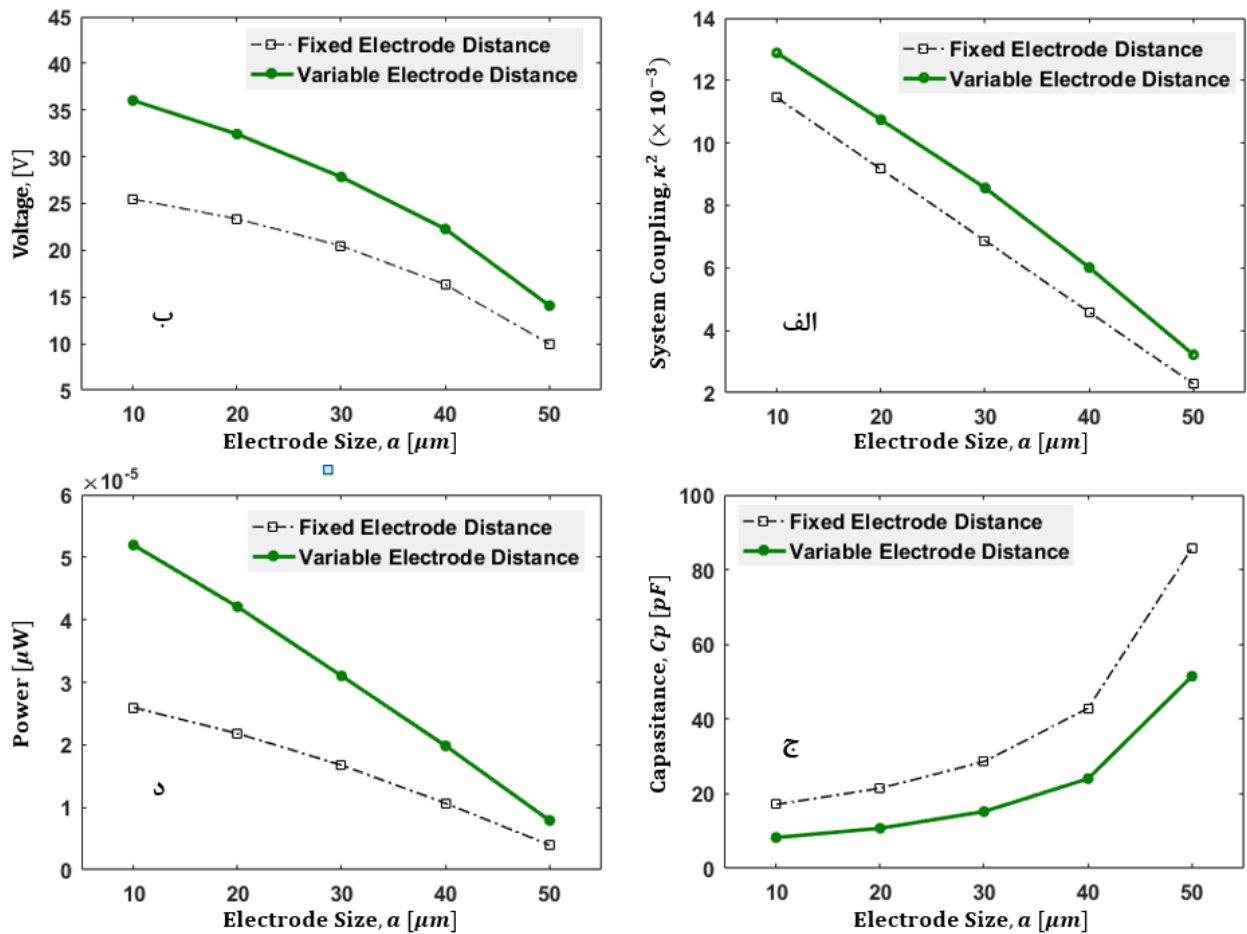
میکرومتر نیز از ۵/۶۹ ولت به ۷/۵۱ ولت رسیده است که ۳۱ درصد افزایش نشان می‌دهد. همچنین ظرفیت خازنی نانوژنراتور با فاصله متغیر الکتروودها، از ظرفیت خازنی آن در حالت فاصله ثابت، کمتر است. کوپلینگ سیستم، ۱۳ درصد در پهنای الکتروود ۱۰ میکرومتر تا ۴۱ درصد در پهنای الکتروود ۵۰ میکرومتر افزایش نشان داده است. در مورد توان کلی سیستم هرچند که توان نانوژنراتور افزایش ناچیزی نشان می‌دهد، اما توانایی نانوژنراتور در رسیدن به ولتاژ بالاتر در بار مقاومتی بهینه، نشان‌دهنده عملکرد بهتر نانوژنراتور است. در شکل (۸-ج) مشاهده می‌شود که ظرفیت خازنی در پیکربندی فاصله متغیر الکتروودها، از فاصله ثابت آن کمتر شده است.

در شکل ۹ با تغییر فاصله الکتروود اول  $L_E(1)$  به ۱۰۰ میکرومتر

توان و ولتاژ بر اساس تحریک سینوسی پایه تیر با شتاب  $0.25$  برابر شتاب گرانش، در حالت رزونانس و با نسبت میرایی تیر  $\xi_m$  برابر  $0.02$  محاسبه شده است. برای مقایسه نتایج، المان اول هر پیکربندی یکسان فرض می‌شود. در شکل ۸ با انتخاب اندازه اولین المان،  $L_E(1)$  به طول ۶۰ میکرومتر و انتخاب پهنای الکتروودهای  $a$  از ۱۰ تا ۵۰ میکرومتر نتایج مربوط به پارامترهای کوپلینگ سیستم، ولتاژ حداکثر، ظرفیت خازنی و توان سیستم مشاهده می‌شود.

در این شکل‌ها مشاهده می‌شود که با انتخاب پهنای الکتروود مساوی ۱۰ میکرومتر، میزان ولتاژ تولیدشده با فاصله‌های متغیر الکتروودها  $13/02$  ولت و با فاصله‌های ثابت الکتروودها  $9/5$  ولت بوده است که ۳۷ درصد افزایش نشان داده است. در پهنای الکتروود ۵۰





شکل ۱۰. عملکرد نانوژنراتور بر حسب پهنای الکتروود برای  $L_E(1)$  برابر ۶۰ میکرومتر و مقاومت الکتریکی ۲۵ ترا اهم (الف) کوپلینگ سیستم، (ب) حداکثر ولتاژ خروجی، (ج) ظرفیت خازنی نانوژنراتور، (د) حداکثر توان خروجی

Fig. 10. Nanogenerator's performance versus the electrode size for open circuit condition and  $L_E(1) = (\text{micron}) 60$ , (a) system coupling, (b) Maximum output voltage, (c) nanogenerator's capacitance, (d) maximum output voltage

داده است.

از مقایسه نتایج شکل‌های ۸ و ۹ می‌توان در پیکربندی فاصله‌های متغیر الکتروودها، اثر تعداد المان را نیز مشاهده کرد. نحوه چیدمان می‌تواند از تعداد المان بیشتر با طول کمتر و یا تعداد المان کمتر با طول بیشتر استفاده کند. در اینجا برای مقایسه تعداد المان بدون توجه به پهنای الکتروود، مقایسه بین نتایج در پهنای الکتروود یکسان صورت گرفته است. در پهنای الکتروود  $a$  مساوی ۱۰ میکرومتر، در شکل ۸ با اندازه اولین المان  $L_E(1)$  به طول ۶۰ میکرومتر، کوپلینگ سیستم برابر  $10^{-3} \times 13/1$ ، ولتاژ  $13/0.2$  ولت، ظرفیت خازنی  $8/7 \text{ pF}$  و توان  $3/47$  میکرووات و در شکل ۹ با اندازه اولین المان به طول ۱۰۰ میکرومتر کوپلینگ سیستم، برابر  $10^{-3} \times 13/6$ ، ولتاژ  $22/64$

مساله تکرار شد و نتایج حاصل نشان داد که به طور کلی سیستم برداشت‌کننده مشابه حالت قبل با تغییر فاصله بین الکتروودها در طول تیر، عملکرد بهتری را نشان داده است.

در پهنای الکتروود ۱۰ میکرومتر، میزان ولتاژ تولیدشده با فاصله‌های متغیر الکتروودها  $22/64$  ولت و با فاصله‌های ثابت الکتروودها  $16/1$  ولت بوده است که ۴۱ درصد افزایش نشان داده است. در پهنای الکتروود ۵۰ میکرومتر نیز از  $14/84$  ولت به  $19/24$  ولت رسیده است که ۳۰ درصد افزایش نشان داده است. همچنین ظرفیت خازنی نانوژنراتور با فاصله متغیر الکتروودها، از ظرفیت خازنی آن در حالت فاصله ثابت، کمتر است. کوپلینگ سیستم حدود ۱۲ درصد در پهنای الکتروود ۱۰ میکرومتر، تا ۲۳ درصد در پهنای الکتروود ۵۰ میکرومتر افزایش نشان

جدول ۲. پهنای الکتروود و طول المان اول نسبت به تعداد المان در تحلیل نتایج مربوط به شکل ۱۰

Table 2. Size of electrodes and Length of elements versus the element numbers related to the results of Fig. 10

طول المان اول (میکرون)	پهنای الکتروود (میکرون)	تعداد الکتروودهای انگشتی $N$	درصد پوشیدگی الکتروود
۸۰	۵۰	۴۰	%۵۰
۴۸	۳۰	۶۶	
۴۰	۲۵	۸۰	
۳۳	۲۰	۱۰۰	
۸۰	۳۳	۴۰	%۳۳
۴۸	۲۰	۶۶	
۴۰	۱۶	۸۰	
۳۰	۱۳	۱۰۰	
۸۰	۲۵	۴۰	%۲۵
۴۸	۱۵	۶۶	
۴۰	۱۲	۸۰	
۳۰	۱۰	۱۰۰	

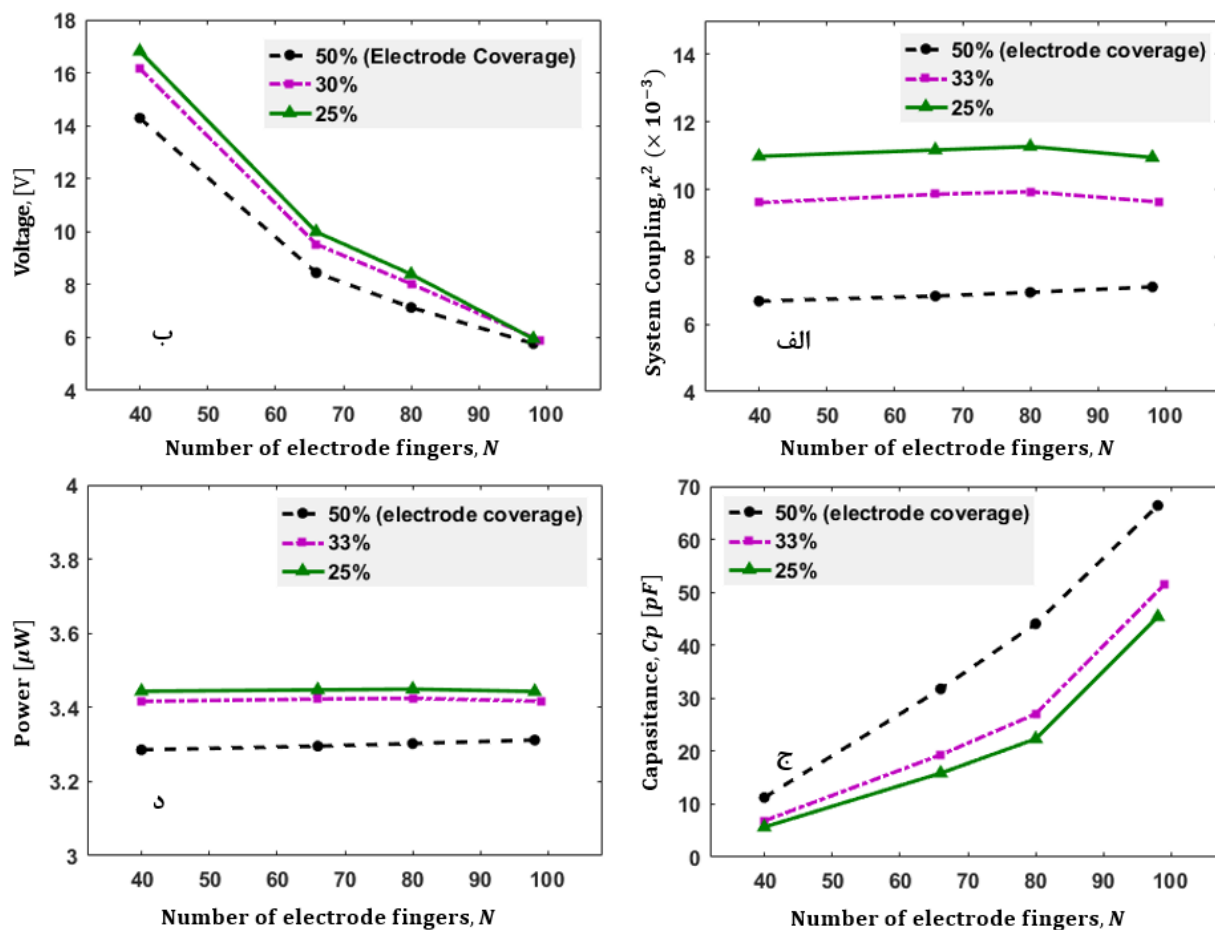
کوپلینگ سیستم، ولتاژ حداکثر، ظرفیت خازنی و توان نانوژنراتور نسبت به پهنای الکتروود مشاهده می‌شود.

در پهنای الکتروود ۱۰ میکرومتر، میزان ولتاژ تولیدشده با فاصله‌های متغیر الکتروودها ۳۶/۱ ولت و با فاصله‌های ثابت الکتروودها ۲۵/۵ ولت بوده است که ۴۱ درصد افزایش نشان داده است. در پهنای الکتروود ۵۰ میکرومتر نیز از ۹/۹۷ ولت به ۱۴/۰۶ ولت رسیده است که ۴۰ درصد افزایش نشان داده است. همچنین ظرفیت خازنی نانوژنراتور با فاصله متغیر، از ظرفیت خازنی آن در حالت فاصله ثابت، کمتر است. کوپلینگ سیستم در حالات مختلف مقایسه در حدود ۱۳ درصد در پهنای الکتروود ۱۰ میکرومتر، تا ۴۱ درصد در پهنای الکتروود ۵۰ میکرومتر افزایش نشان داده است.

همان‌طور که گفته شد، پیکربندی فاصله‌های متغیر الکتروودها، همانند پیکربندی فاصله‌های یکسان، می‌تواند از تعداد المان بیشتر با طول کمتر و یا تعداد المان کمتر با طول بیشتر استفاده کند که در اینجا این دو حالت با یکدیگر مقایسه می‌شوند. برای اینکه مقایسه به درستی و فقط بر اساس تعداد المان صورت گیرد، لازم است که مقدار سطح فعال تیر در هر مقایسه یکسان انتخاب شود تا حجم

ولت، ظرفیت خازنی  $5/92 \text{ pF}$  بوده و توان  $3/47 \text{ i W}$  بدون تغییر نسبت به اندازه ۶۰ میکرومتر باقیمانده است. در سایر پهنای الکتروود نیز چنین روندی دیده می‌شود. نتیجه‌ای که از این مقایسه حاصل می‌شود این است که با کاهش تعداد المان ناشی از افزایش اندازه آن، ولتاژ بالاتری از سیستم را می‌توان انتظار داشت چرا که ظرفیت خازنی سیستم کاهش پیدا کرده است. این مساله برای تولید سنسور مناسب است چرا که معمولا ولتاژ خروجی سنسور هر چه بالاتر باشد، دقت سنسور نیز بهتر خواهد بود و سعی می‌شود ظرفیت خازنی سیستم پایین باشد تا بار الکتریکی با قابلیت ایجاد ولتاژ بالاتر به سمت مصرف کننده هدایت شود.

آنچه که تفاوت استفاده از پیکربندی فاصله متغیر الکتروودها را نسبت به فاصله یکسان بیشتر آشکار می‌کند، استفاده از این نانوژنراتور جهت تولید ولتاژ است. ولتاژ حداکثر در حالت مدار باز سیستم حاصل خواهد شد چرا که تمام بار الکتریکی شارژشده روی الکتروودها صرف افزایش ولتاژ می‌شود. با فرض مقاومت الکتریکی ۲۵ ترا اهم می‌توان سیستم را عملا مدار باز در نظر گرفت. در پیکربندی فاصله متغیر الکتروودها نسبت به فاصله ثابت آن‌ها، در شکل ۱۰ مقدار پارامترهای



شکل ۱۱. عملکرد برداشت‌کننده انرژی با فاصله‌های متغیر الکترودها به صورت تابعی از تعداد الکترودها در شرایط بار مقاومتی بهینه (الف) کوپلینگ سیستم، (ب) حداکثر ولتاژ خروجی، (ج) ظرفیت خازنی نانوژنراتور، (د) حداکثر توان خروجی

Fig. 11. Nanogenerator's performance versus the electrode numbers for optimal electrical load, (a) system coupling, (b) Maximum output voltage, (c) nanogenerator's capacitance, (d) maximum output voltage

المان مختلف و درصد پوشیدگی مختلف سطح (سطح الکترودها به سطح فعال کل تیر)، در بار مقاومتی بهینه دیده می‌شود.

در شکل (۱۱-الف) مشاهده می‌شود که کوپلینگ سیستم با پیکربندی فاصله متغیر الکترودها نسبت به تعداد المان تفاوت محسوسی از خود نشان نمی‌دهد. در شکل (۱۱-ج) دیده می‌شود که هر چه تعداد المان‌ها بیشتر شود ظرفیت خازنی سیستم افزایش می‌یابد. دلیل این امر را می‌توان در رابطه (۱۱-د) مشاهده کرد چرا که با افزایش تعداد المان‌ها، طول هر المان کاهش خواهد یافت و طبق این رابطه ظرفیت خازنی نانوژنراتور افزایش می‌یابد. با بالا رفتن ظرفیت خازنی، ولتاژ نانوژنراتور کاهش خواهد یافت (شکل ۱۱-ب) چرا که شارژ الکتریکی تولیدشده  $Q$  به ازای درصد پوشیدگی سطح یکسان پیزوالکتریک تقریباً یکسان است و بنابراین طبق

لایه پیزوالکتریک فعال که در معرض کرنش قرار گرفته است در هر تعداد از المان‌ها یکسان باشد. با این فرض مقایسه فقط بین تعداد المان و پهنای الکترودها مربوطه صورت خواهد گرفت. در اینجا فرض می‌شود که نسبت سطح الکترودها پوشیده‌شده روی تیر پیزوالکتریک به سطح کل تیر، برای سه حالت مقایسه به ترتیب برابر ۵۰٪، ۳۳٪ و ۲۵٪ انتخاب شود. در جدول ۲ تعداد المان و مقادیر طول المان اول و پهنای الکترودها وابسته به آن برای رسیدن به سطح پوشیدگی مختلف ارائه شده است. به عنوان مثال با انتخاب طول المان اول ۵۰ میکرومتر، و پهنای الکترودها ۳۰ میکرومتر، با فرض پوشیدگی الکترودها ۵۰٪ می‌توان ۶۶ المان را کنار هم قرار داد که اندازه المان‌های متوالی با استفاده از رابطه (۱۹) بدست می‌آید. نتایج مربوط به عملکرد سیستم برداشت‌کننده در حالات گفته‌شده در جدول ۲، به ازای تعداد

نتیجه این خواهد شد که افزایش تعداد المان‌ها و کاهش پهناى الكترودمی‌تواند جریان بالاتری از نانوذراتور را در اختیار قرار دهد.

### ۵- نتیجه‌گیری

یکی از معایب سیستم‌های برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریکی، حذف ولتاژ وابسته به شکل مود است که به دلیل کرنش متغیر در لایه‌های پیزوالکتریک و چگالی متفاوت بار الکتریکی ایجادشده توسط آن‌ها رخ می‌دهد. برای رفع این عیب، در تیرهای پیزوالکتریک که الكترودمگذاری موازی با صفحه انجام می‌شود، با کاستن از سطح الكترودم در مناطقی که کرنش کمی دارند تا حدودی از این پدیده جلوگیری می‌شود. در این پژوهش، برای استفاده از توان حداکثری لایه پیزوالکتریک و جلوگیری از حذف ولتاژ، تیرهای پیزوالکتریک با الكترودمهای انگشتی متداخل، با تغییر فاصله‌های بین الكترودمها به نسبت عکس کرنش، اختلاف پتانسیل روی الكترودمهای هر المان، به صورت یکسان تغییر کرده و از حذف ولتاژ جلوگیری می‌شود. با استفاده از مدل‌سازی مساله به صورت روابط تحلیلی، عملکرد سیستم برداشت‌کننده در پیکربندی فاصله‌های نامساوی و مساوی الكترودمها با یکدیگر مقایسه شد. در این مقایسه نشان داده شد که در بار مقاومتی بهینه، با انتخاب المان اول یکسان در دو پیکربندی، ولتاژ حداکثر در پیکربندی فاصله متغیر حدود ۴۰ درصد از فاصله یکسان بیشتر شده است. همچنین در حالت مدار باز، ولتاژ سیستم با پیکربندی فاصله متغیر الكترودمها تا حدود ۴۱ درصد می‌تواند بالاتر باشد. تعداد المان از دیگر پارامترهایی است که در افزایش ولتاژ نانوذراتور موثر است به این صورت که در بار مقاومتی بهینه، با افزایش تعداد المان، جریان بالاتر بوده و با کاهش تعداد المان، ولتاژ بیشتری از نانوذراتور گرفته می‌شود. همچنین نشان داده شد که هرچه پهناى الكترودم کوچک‌تر بوده و در نتیجه سطح فعال پیزوالکتریک بیشتر باشد، کوپلینگ سیستم بالاتر خواهد بود.

### ۶- فهرست علائم

#### علائم انگلیسی

a	پهناى الكترودم، m
$A_p$	سطح مقطع لایه پیزوالکتریک، $m^2$
$B_f$	تابع نیرویی برای در نظر گرفتن بار اینرسی تیر، kg
$c^E$	ماتریس سختی، N/m

رابطه  $v = \frac{Q}{C_p}$  ولتاژ کاهش خواهد یافت. کوپلینگ سیستم به ازای تعداد المان‌های مختلف حساسیت کمتری از خود نشان می‌دهد اما هرچه پوشیدگی سطح الكترودم کمتر، یعنی سطح پیزوالکتریک فعال بیشتر شده باشد کوپلینگ سیستم افزایش می‌یابد. همچنین هرچه پهناى الكترودم a، کوچک‌تر شود باعث افزایش سطح فعال پیزوالکتریک خواهد شد و ظرفیت خازنی کاهش می‌یابد که نتیجه آن افزایش ولتاژ خواهد بود که در شکل (۱۱-ب) مشاهده می‌شود.

نتیجه کلی که از شکل ۱۱ حاصل می‌شود این است که برای رسیدن به ولتاژ بالاتر، باید تعداد المان در کمترین حالت خود قرار داشته باشد و سطح فعال پیزوالکتریک نیز در بیشترین وضعیت خود قرار گیرد. به عبارت دیگر هرچه تعداد المان کمتر و پهناى الكترودم نیز کوچک‌تر شود، می‌توان ولتاژ بالاتری از نانوذراتور را انتظار داشت. در شکل (۱۱-الف) دیده می‌شود که هر چه سطح الكترودمگذاری شده کمتر (سطح فعال پیزوالکتریک بیشتر) شود کوپلینگ سیستم بالاتر خواهد بود و نشان‌دهنده تولید شارژ بالاتر در کرنش‌های کوچک‌تر است. اما از آنجا که کوپلینگ سیستم تابعی از مجموع پارامتر کرنش متوسط لایه ضرب در سطح فعال در هر المان است، با کم و زیاد شدن تعداد المان تغییری نخواهد کرد چرا که با فرض استقلال میزان کرنش لایه پیزوالکتریک از اندازه المان، کوپلینگ سیستم فقط تابعی از مجموع تعداد المان ضرب در اندازه آن خواهد بود که مطابق جدول ۲ یکسان فرض شده است. به عنوان مثال در انتخاب ۷۵ درصد از کل سطح به صورت فعال یا همان ۲۵ درصد سطح الكترودمگذاری شده در شکل (۱۱-الف)، مطابق جدول ۲، با تعداد ۴۰ المان و پهناى الكترودم ۲۵ میکرومتر، ۱۰۰۰ واحد از سطح تیر با الكترودم و ۳۰۰۰ واحد آن با سطح فعال پیزوالکتریکی پوشده خواهد شد. در سایر تعداد المان‌ها در جدول ۲ (پوشیدگی ۲۵٪ سطح الكترودم) نیز همین نسبت برقرار است. بنابراین کوپلینگ سیستم تفاوت محسوسی از خود نشان نمی‌دهد. این مساله در سایر درصد پوشیدگی‌ها نیز صادق است.

همچنین با توجه به اینکه در شکل (۱۱-د) توان نانوذراتور در حالات مختلف تفاوتی از خود نشان نمی‌دهد، طبق رابطه  $i = \frac{P}{v}$  هرچه ولتاژ سیستم کمتر باشد، نشان‌دهنده جریان بالاتر است. پس

	زیرنویس		ظرفیت خازنی، F	$c_p$
	s	بردار جابجایی الکتریکی، $C/m^2$	D	
زیرلایه تیر	p	ضریب پیزوالکتریک، C/N	$d_{33}$	
لایه پیزوالکتریک	0	بردار میدان الکتریکی، V/m	E	
مربوط به جرم سر تیر		ماتریس ثابت الکتریکی وابسته به چگالی شارژ و کرنش، $C/m^2$	e	
	بالانویس	ثابت الکتریکی در جهت سوم، $C/m^2$	$e_{33}^*$	
شرایط کرنش ثابت	S	ارتفاع جرم سر تیر، m	$h_0$	
شرایط میدان الکتریکی ثابت	E	ممان اینرسی جرم سر تیر، $kg.m^2$	$I_0$	
مشقت اول تابع	'	ممان اینرسی زیرلایه، $kg.m^2$	$I_s$	
مشقت دوم تابع	"	ممان اینرسی لایه پیزوالکتریک، $kg.m^2$	$I_p$	
اصلاح شده	*	جریان الکتریکی، A	i	
		فاصله بین مراکز دو الکتروود مجاور، m	$L_E$	
		فاصله بین دو الکتروود، m	$L_p$	
		طول تیر قبل از جرم سر تیر، m	L	
		طول جرم سر تیر، m	$L_0$	
		سختی تیر، N/m	K	
		جرم تیر، kg	M	
		جرم واحد طول زیرلایه، kg/m	$m_p$	
		جرم واحد طول لایه پیزوالکتریک، kg/m	$m_s$	
		جرم سر تیر، kg	$M_0$	
		جرم واحد طول تیر، kg/m	m	
		جرم واحد طول جرم سر تیر، kg/m	$m_0$	
		تعداد المان (تعداد الکتروودها) توان، W	N	
		مقاومت الکتریکی، $\dot{U}$	P	
		ماتریس کرنش	$R_t$	
		لنگر سطح لایه پیزوالکتریک نسبت به	S	
		تار خنثی، $m^2.m(m^3)$	$Q_p$	
		لنگر جرم انتهایی نسبت به تار خنثی، kg.m	$Q_0$	
		ماتریس نرمی (عکس سختی)	s	
		ضخامت لایه پیزوالکتریک، m	$t_p$	
		ماتریس تنش، $N/m^2$	T	
		ولتاژ، V	v	
				علائم یونانی
		تابع شکل مود ارتعاشی	$\psi_r$	
		تابع شکل پتانسیل الکتریکی	$\phi_r$	
		فرکانس اول رزونانس تیر، Hz	$\omega_1$	
		فرکانس تحریک تیر، Hz	$\omega$	
		نسبت میرایی مکانیکی	$\xi_m$	
		ماتریس گذردهی المان پیزوالکتریک، F/m	$\varepsilon$	
		ضریب گذردهی خلاء F/m	$\varepsilon_0$	
		کوپلینگ، N/V	$\theta$	
		کوپلینگ سیستم	$\kappa^2$	

### منابع و مراجع

- [1] Z. Yang, S. Zhou, J. Zu, D. Inman, High-performance piezoelectric energy harvesters and their applications, *Joule*, 697-642 (2018) (4)2.
- [2] J. Briscoe, S. Dunn, Piezoelectric nanogenerators—a review of nanostructured piezoelectric energy harvesters, *Nano Energy*, 29-15 (2015) 14.
- [3] S.-G. Kim, S. Priya, I. Kanno, Piezoelectric MEMS for energy harvesting, *MRS bulletin*, -1039 (2012) (11)37 1050.
- [4] L. Tang, Y. Yang, C.K. Soh, Toward broadband vibration-based energy harvesting, *Journal of intelligent material systems and structures*, 1897-1867 (2010) (18)21.
- [5] A. Khan, Z. Abas, H.S. Kim, I.-K. Oh, Piezoelectric thin films: an integrated review of transducers and energy harvesting, *Smart Materials and Structures*, (2016) (5)25 053002.
- [6] K.S. Ramadan, D. Sameoto, S. Evoy, A review of piezoelectric polymers as functional materials for electromechanical transducers, *Smart Materials and Structures*, (2014) (3)23 033001.
- [7] D. Guyomar, M. Lallart, Recent progress in piezoelectric conversion and energy harvesting using nonlinear electronic interfaces and issues in small scale implementation, *Micromachines*, 294-274 (2011) (2)2.
- [8] C. Wang, Z. Wang, T.-L. Ren, Y. Zhu, Y. Yang, X. Wu, H. Wang, H. Fang, L. Liu, A Micromachined Piezoelectric Ultrasonic Transducer Operating in d33 Mode Using Square Interdigital Electrodes, *IEEE sensors journal*, (7)7 976-967 (2007).

- of piezoelectric energy harvesting systems: a topology optimization approach based on multilayer plates and shells, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1939-1923 (2009) (16)20.
- [20] M. Jabbari, The effect of strain nodes on the energy harvesting of the cantilever piezoelectric beam with the vibration mode excitation, *Modares Mechanical Engineering*, 72-65 (2017) (10)17.
- [21] N.E. Du Toit, Modeling and design of a MEMS piezoelectric vibration energy harvester, Massachusetts Institute of Technology, 2005.
- [22] N. Elvin, A. Erturk, *Advances in energy harvesting methods*, Springer Science & Business Media, 2013.
- [23] A. Toprak, O. Tigli, Interdigitated-electrode-based mems-scale piezoelectric energy harvester modeling and optimization using finite element method, *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 2174-2162 (2013) (10)60.
- [24] A.I.S. -176, IEEE standard on piezoelectricity, in, IEEE New York, 1987.
- [25] N.E. DuToit, B.L. Wardle, Experimental verification of models for microfabricated piezoelectric vibration energy harvesters, *AIAA journal*, -1126 (2007) (5)45 1137.
- [26] N.W. Hagood, W.H. Chung, A. Von Flotow, Modelling of piezoelectric actuator dynamics for active structural control, *Journal of intelligent material systems and structures*, 354-327 (1990) (3)1.
- [27] M. Kim, M. Hoegen, J. Dugundji, B.L. Wardle, Modeling and experimental verification of proof mass effects on vibration energy harvester performance, *Smart Materials and Structures*, 045023 (2010) (4)19.
- [28] N. James, U. Lafont, S. Van der Zwaag, W. Groen, Piezoelectric and mechanical properties of fatigue resistant, self-healing PZT-ionomer composites, *Smart Materials and Structures*, 055001 (2014) (5)23.
- [29] Q. Li, M.-H. Zhang, Z.-X. Zhu, K. Wang, J.-S. Zhou, F.-Z. Yao, J.-F. Li, Poling engineering of (K, Na) NbO<sub>3</sub>-based lead-free piezoceramics with orthorhombic-tetragonal coexisting phases, *Journal of Materials Chemistry C*, (3)5
- [9] Y. Jeon, R. Sood, J.-H. Jeong, S.-G. Kim, MEMS power generator with transverse mode thin film PZT, *Sensors and Actuators A: Physical*, 22-16 (2005) (1)122.
- [10] W. Choi, Y. Jeon, J.-H. Jeong, R. Sood, S.-G. Kim, Energy harvesting MEMS device based on thin film piezoelectric cantilevers, *Journal of Electroceramics*, (2006) (4-2)17 548-543.
- [11] C. Bowen, L. Nelson, R. Stevens, M. Cain, M. Stewart, Optimisation of interdigitated electrodes for piezoelectric actuators and active fibre composites, *Journal of Electroceramics*, 269-263 (2006) (4)16.
- [12] C. Mo, S. Kim, W.W. Clark, Theoretical analysis of energy harvesting performance for unimorph piezoelectric benders with interdigitated electrodes, *Smart Materials and Structures*, 055017 (2009) (5)18.
- [13] R.R. Knight, C. Mo, W.W. Clark, MEMS interdigitated electrode pattern optimization for a unimorph piezoelectric beam, *Journal of electroceramics*, (4-1)26 22-14 (2011).
- [14] M. Kim, J. Dugundji, B.L. Wardle, Effect of electrode configurations on piezoelectric vibration energy harvesting performance, *Smart Materials and Structures*, 045026 (2015) (4)24.
- [15] S. Du, Y. Jia, S.-T. Chen, C. Zhao, B. Sun, E. Arroyo, A.A. Seshia, A new electrode design method in piezoelectric vibration energy harvesters to maximize output power, *Sensors and Actuators A: Physical*, 263 701-693 (2017).
- [16] S. Lee, B.D. Youn, A design and experimental verification methodology for an energy harvester skin structure, *Smart Materials and Structures*, (2011) (5)20 057001.
- [17] A. Erturk, P.A. Tarazaga, J.R. Farmer, D.J. Inman, Effect of strain nodes and electrode configuration on piezoelectric energy harvesting from cantilevered beams, *Journal of Vibration and Acoustics*, 011010 (2009) (1)131.
- [18] S. Lee, B.D. Youn, B.C. Jung, Robust segment-type energy harvester and its application to a wireless sensor, *Smart Materials and Structures*, 095021 (2009) (9)18.
- [19] C.J. Rupp, A. Evgrafov, K. Maute, M.L. Dunn, Design

tetragonal BS-PT ceramics in electric poling and thermal depoling processes, Journal of Materials Chemistry C, 4526-4517 (2019) (15)7.

556-549 (2017).

[30] J. Wu, X. Gao, Y. Yu, J. Yang, Z. Chu, A.A. Bokov, Z.-G. Ye, S. Dong, Quantitative studies of domain evolution in

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Assadi, M. Gandomkar, Variable distance interdigitated electrodes design to improve the performance of cantilever piezoelectric thin films nanogenerators, AmirKabir J. Mech Eng., 53(4) (2021) 2347-2366.

DOI: [10.22060/mej.2020.17962.6694](https://doi.org/10.22060/mej.2020.17962.6694)



