



روش جدید تخمین کرنش تراکمی سازه‌های سلولی با استفاده از مدل‌سازی میکروساختار فوم‌ها بر اساس چینش لاگوئر

علی شیراوند، مسعود عسگری*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۰۱
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۴/۲۰
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۲۸
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۶/۰۷

کلمات کلیدی:

جذب انرژی
فوم‌های سلول بسته
روش سطح پاسخ
کرنش تراکمی
روش لاگوئر.

خلاصه: در این تحقیق به بررسی رفتار جذب انرژی سازه‌های سلولی نظیر فوم‌ها از جنس آلومینوم پرداخته شده است. یکی از اهداف، توسعه‌ی مدل‌سازی میکروساختار سازه‌های سلولی و تحلیل رفتار پلاستیک آن‌ها از طریق روش المان محدود می‌باشد. در این تحقیق، ابتدا یک سلول واحد برای کاهش محاسبات عددی و همچنین مدل‌سازی تهیه می‌شود که دارای خواص آماری فوم مورد نظر می‌باشد و سپس رفتار دینامیکی این سلول واحد تحت ضربه شبیه‌سازی شده است. همچنین، روش تحلیلی برای بدست آوردن مقدار کرنش تراکمی فوم‌ها با استفاده از نتایج المان محدود ارائه شده به طوری که حل المان محدود ارائه شده در این تحقیق دارای تطابق مناسبی با روش‌های تئوری دیگر پژوهش‌های انجام شده می‌باشد. به عبارت دیگر، با استفاده از روش تحلیلی، روش المان محدود و شبیه‌سازی مورد ارزیابی قرار گرفته است. با استفاده از آزمایش‌های شبیه‌سازی شده، یک مدل با استفاده از روش سطح پاسخ برای بدست آوردن کرنش تراکمی ارائه شده است که نتایج حاصل از این مدل نیز مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج حاصل از این پژوهش، نشان داد که امکان مدل‌سازی و تحلیل جذب انرژی (ضربه) فوم‌ها با استفاده از روش ارائه شده در این پژوهش امکان پذیر خواهد بود و می‌تواند در پژوهش‌های آینده به معادله ساختاری مناسب برای تحلیل میکروساختار انواع فوم‌ها دست یافت.

۱- مقدمه

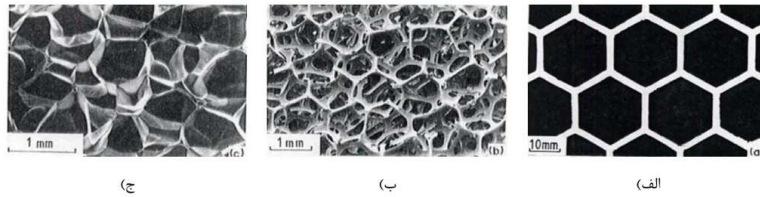
به دو روش تجربی و تئوری مورد تحلیل قرار گرفته است. تحلیل میکروساختار فوم‌ها تا حد زیادی وابسته به تست‌ها و تحلیل‌های تجربی می‌باشد که این موضوع مستلزم زمان و هزینه زیاد بررسی فوم‌ها می‌باشد [۵]. ژو^۳ و همکارانش [۶، ۷] نیز با استفاده از مدل ورونی خواص الاستیک تعیین کرده است. یوان^۴ و همکارانش [۸]، یک فوم سلول باز را با استفاده از مدل‌سازی هندسی اتفاقی، شبیه‌سازی کرده‌اند و سپس خواص مکانیکی فوم مورد نظر را بدست آورده‌اند. گان^۵ و همکارانش [۹] یک مدل ورونی اتفاقی را گسترش می‌دهند و خواص مکانیکی فوم را با استفاده از این مدل تعیین می‌کنند. تأثیر نامنظمی، غیریکنواخت بودن سلول‌های سازه‌ی فومی سلول باز بر مقدار مدول الاستیک توسط لی^۶ و همکارانش [۱۰] با استفاده از چینش ورونی و المان محدود مورد تحلیل قرار گرفته است. در تحقیق انجام شده در سال ۲۰۰۴ توسط فن^۷ و همکارانش [۱۱] مدل‌سازی لاگوئر برای

استفاده از سازه‌های جذب انرژی در انواع وسایل نقلیه امری ضروری برای حفاظت از سرنشینان است [۱]. پرکردن سازه‌های جدارنازک با یک ماده‌ی سبک مانند فوم یا کامپوزیت با هدف افزایش انرژی جذب‌شده‌ی ویژه^۱، یکی از موضوعات مهمی است که توجه محققان را به خود جلب کرده است. عسگری و شیراوند در سال ۲۰۱۹ [۲] در تحقیقی که بر روی تاثیر پارامترهای مختلف فلز و کامپوزیت بر رفتار لهدیگی سازه‌ی مورد نظر انجام دادند نیز به تاثیر مثبت وجود کامپوزیت در رفتار لهدیگی سازه، تحت تغییر شکل پلاستیک اشاره کرده‌اند. عسگری در سال ۲۰۱۶ [۳] یک تحقیق با تمرکز بر تحلیل رفتار جذب انرژی سازه‌های دو لایه‌ی جدارنازک حاوی فوم با استفاده از روش المان محدود انجام داده‌اند. در تحقیق انجام شده توسط ژیفنگ^۲ و همکارانش در سال ۲۰۱۷ [۴]، خواص جذب انرژی سازه‌های فلزی جدارنازک استوانه‌ای حاوی فوم تحت نیروی عرضی

3 Zhu
4 Yuan
5 Gan
6 Li
7 Fan

1 Specific Energy Absorption (SEA)
2 Zhifang

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: asgari@kntu.ac.ir



شکل ۱. میکروساختار فوم فلزی به صورت دو بعدی (الف) نمایش سلولهای لانه زنبوری (ب) نمایش سلولهای باز (ج) نمایش سلولهای بسته [۲۲]

Fig. 1. 2D Microstructure of Metal Foams. a) Honeycomb Cells b) Open-Cells c) Closed-Cells

انجام شده توسط سان^۹ [۲۱] برخی از تحقیقات انجام شده بر ظرفیت جذب انرژی سازه‌های سلولی مورد مرور قرار گرفته است. در همه تحقیقاتی که به آنها اشاره شد، یک مدل مکانیکی دقیق از میکروساختار فومها به طوری که بتوان با تحلیل پارامترهای میکرومکانیک فومها و بدون نیاز به تست تجربی، خواص پلاستیک و رفتار جذب انرژی آنها را مورد تحلیل و تخمین قرار داد، انجام نگرفته است. تحلیل المان محدود نمونه‌های فوم مورد نظر در نرم افزار آباکوس به صورت سه بعدی انجام گرفته است. تحلیل‌های دینامیکی انجام شده روی نمونه‌های فوم طبق چیدمان ورونی و تحلیل‌های استاتیکی در برخی از تحقیقات شامل چیدمان لاگوئر نیز می‌باشد، اما در تحلیل‌های دینامیکی از چیدمان لاگوئر بهره گرفته نشده است. به عبارت دیگر، در این تحقیق یک روش مناسب برای مدلسازی میکروساختار فومها پیشنهاد می‌شود به طوری که از خواص میکرومکانیکی فومها از قبیل چگالی سلولها، اندازه و ضخامت آنها برای تخمین مقدار کرنش تراکمی سازه‌های سلولی بهره گرفته شده است. دسترسی به این نوع از تحلیل برای فومها باعث کاهش میزان هزینه‌های مربوط به تحلیل تجربی می‌شود. با دسترسی به میکروساختار سازه‌های سلولی می‌توان به بهینه‌سازی انواع رفتار الاستیک و پلاستیک آنها دست یافت. در این تحقیق سه روش تحلیلی، المان محدود و آماری برای آنالیز میکروساختار فومهای آلومینیومی ارائه شده است به طوری که پارامترهای ورودی هر یک از روش‌های مذکور متغیرهای میکرومکانیکی فومها می‌باشند و نسبت به یکدیگر تفاوت‌هایی دارند که منجر به برتری‌های مختلف این روش‌ها نسبت به یکدیگر خواهند شد. در نهایت مقدار کرنش تراکمی بدست آمده از نتایج تحلیلی با نتایج تجربی مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

۲- مدلسازی سازه‌های سلولی

میکروساختار سازه‌های سلولی به دو روش مختلف می‌توانند مدل سازی

میکروساختار سازه‌های سلولی ارائه شده است به طوری که بر پایه‌ی مدل سازی ورونی استوار می‌باشد. در تحقیق انجام شده توسط سونگ^۱ و همکارانش در سال ۲۰۱۰ [۱۲]، تحلیل دینامیک جذب انرژی یک سازه‌ی سلولی با استفاده از مدل سه بعدی ورونی و روش المان محدود انجام گرفته است. ردنباخ^۲ و همکارانش در سال ۲۰۱۲ [۱۳] با استفاده از مدل سازی میکروساختار لاگوئر، وابستگی مدول الاستیک به چگالی نسبی را برای سازه‌ی سلول بسته مورد تحلیل قرار داده است. در رساله‌ی انجام شده توسط جبور^۳ در سال ۲۰۱۳ [۱۴] رفتار الاستیک یک فوم با استفاده از روابط تئوری متعلق به میکروساختار و واحدهای سلولی مورد تحلیل قرار گرفته است. در تحقیق انجام شده توسط ژیکیانگ^۴ و همکارانش در سال ۲۰۱۴ [۱۵]، تأثیر سرعت ضربه و چگالی نسبی روی مودهای تغییر شکل، تنش و کرنش پلاستیک، جذب انرژی فوم سلول باز بررسی شده است. چن^۵ و همکارانش در سال ۲۰۱۵ [۱۶] بر مدل سازی میکروساختار یک فوم سلول بسته‌ی پلیمری و شبیه سازی رفتار الاستیک برای تعیین مدول یانگ به روش المان محدود تمرکز کرده اند. در تحقیق انجام شده در سال ۲۰۱۶ توسط ونگ^۶ و همکارانش [۱۷] رفتار دینامیکی و لهیدگی یک سازه‌ی فومی با استفاده از مدل سازی میکروساختار بر اساس روش ورونی بررسی شده است. ژانگ^۷ و همکارانش در سال ۲۰۱۷ [۱۸] تأثیر شکل واحدهای سلولی مربوط به میکروساختار سازه‌ی سلولی آلومینیومی را بر رفتار دینامیکی آن مورد تحلیل قرار داده است. چن^۸ و همکارانش [۱۹] با استفاده از چینش ورونی تصادفی، یک فوم را مدل سازی کرده اند. با استفاده از مدل هندسی لاگوئر می‌توان مدل دقیق تری از فوم را نسبت به مدل ورونی فراهم آورد [۲۰]. در تحقیق

- 1 Song
- 2 Redenbach
- 3 Jebur
- 4 Zhiqiang
- 5 Chen
- 6 Wang
- 7 Zhang
- 8 Chen

برای مدل‌سازی و حل مسئله در این تحقیق در نظر گرفته شده است به اختصار به آن‌ها اشاره می‌شود:

- (۱) استفاده از مدل لاگوئر برای مدل‌سازی سازه‌های سلولی و تشکیل مدل سلولی اولیه به صورت سلول واحد
- (۲) استفاده از یک سلول واحد متشکل از چند سلول که دارای خواص فوم اصلی می‌باشد برای تحلیل میکرومکانیک و بدست آوردن رابطه‌ی ساختاری فوم در سطح ماکرومکانیکی.
- (۳) ساده‌سازی سلولهای نامنظم محاط بر کره‌های در نظر گرفته شده برای بخش تحلیلی مسئله

در ابتدا مدل توپولوژیکی نقاط مختلف سلول واحد تشکیل شده طبق الگوریتمی که در ادامه مطرح می‌شود، تعیین می‌شود. این مرحله از مدل‌سازی توسط برنامه نویسی در نرم افزار متلب^۵ انجام گرفته است. سپس باید با استفاده از یک نرم افزار مدل‌سازی مدل توپولوژیکی را به یک مدل هندسی سلولی تبدیل کرد. خروجی نرم‌افزار متلب در مرحله قبل به گونه‌ای می‌باشد که در نرم‌افزار برنامه‌نویسی پایتون^۶ قابل اجرا باشد. سپس با استفاده از نرم افزار فریکد^۷ مدل مربوطه که حاصل از زبان برنامه نویسی پایتون می‌باشد به یک مدل هندسی تبدیل می‌شود. فایل حاصل از نرم‌افزار فریکد را به نرم‌افزار سالیدورکز^۸ انتقال داده تا به فرمت قابل تحلیل در نرم‌افزار آباکوس تبدیل شود. شبکه‌بندی سلولها به علت شکل بسیار نامنظم آنها با حساسیت بسیار بالایی باید انجام گیرد. برای شبکه‌بندی دقیق نرم‌افزار انس^۹ انتخاب شده است که پس از شبکه‌بندی در نرم‌افزار انس^۹ به نرم‌افزار آباکوس^{۱۰} انتقال داده می‌شود. تحلیل نهایی سلول واحد ایجادشده در نرم‌افزار آباکوس انجام گرفته است.

۳- الگوریتم بدست آوردن مدل توپولوژیکی سلولها و مدل‌سازی آنها

در چینش لاگوئر، هر سلول دارای یک وزن می‌باشد که مشخص‌کننده‌ی اندازه‌ی مربوط به سلول موردنظر است. مجموعه‌ی از کره‌های تصادفی طبق $R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ که الگوریتم مشخص، طراحی می‌شوند به طوری که هیچ حجمی از دو کره بر روی هم قرار نگیرند. اندازه‌ی

شوند. یکی از روش‌های مذکور روش چینش ورونی^۱ می‌باشد که می‌تواند شکل واحدهای سلولی نامنظم را نیز شبیه‌سازی کند. در چینش دیگری با عنوان روش چینش لاگوئر^۲ که مدل اصلاح‌شده‌ی چینش ورونی می‌باشد، شبیه‌سازی دقیق‌تری نسبت به چینش ورونی فراهم می‌شود. سازه‌های سلولی از لحاظ ساختاری می‌توانند با توجه به خواص مختلف از قبیل خواص توپولوژیک (سلول باز و بسته)، چگالی نسبی، اندازه‌ی سلول، شکل سلول و غیرایزوتروپیک دسته‌بندی شوند. هنگامی که فلز مورد استفاده در فوم فلزی فقط متشکل از لبه‌های به هم پیوسته باشد و بین این لبه‌ها فضای خالی وجود داشته باشد، فوم مورد نظر را سلول باز^۳ می‌نامند. در صورتی که سلولهای فلزی مذکور حاوی صفحات توپر باشد و در حقیقت منفذی در بین نقاط اتصال وجود نداشته‌باشد، فوم موردنظر را سلول بسته^۴ می‌نامند. در شکل ۱، ساده‌ترین مدل از یک شبکه‌ی سلول فلزی به صورت دوبعدی که با شکل چندضلعی نامنظم در کنار هم قرار گرفته‌اند، نمایش داده شده است. همچنین یک مدل سه‌بعدی از دو نوع از سلول‌های باز و بسته‌ی فلزی نمایش داده شده است [۲۲، ۲۳].

یکی دیگر از مشخصه‌های فوم‌ها، کنترل چگالی نسبی این مواد برای افزایش یا کاهش استحکام آن‌ها می‌باشد. به عبارت دیگر، فوم‌ها این قابلیت را دارند که مقدار کرنش فشاری بزرگی در حدود ۰/۷ را تحمل کنند در حالی که مقدار تنش وارده تقریباً ثابت بماند، این موضوع منجر به افزایش قابل توجهی در مقدار جذب انرژی سازه‌های متشکل از فوم می‌شود در حالی که تنش‌های بزرگی ایجاد نشود [۲۲]. منحنی تنش-کرنش رایج برای فوم‌ها دارای سه ناحیه می‌باشد [۲۴]. ناحیه‌ی خطی: در مقدار کرنش‌های کوچک در حدود کمتر از ۵ درصد، تنش و کرنش به صورت خطی تغییر می‌کنند که شیب ناحیه‌ی موردنظر همان مدول الاستیک فوم است. ناحیه‌ی پلاستیکی: با افزایش نیرو، مقدار کرنش افزایش قابل توجهی در این محدوده پیدا می‌کند، به طوری که محدوده‌ی تغییرات تنش خیلی کم می‌باشد. ناحیه‌ی تراکمی: در این محدوده، تنش به شدت دچار افزایش می‌شود و تغییرات قابل توجهی در مقدار کرنش فوم مشاهده نمی‌شود و در ناحیه‌ی باربرداری، تنش با تابعی غیر خطی نسبت به کرنش تغییر می‌کند. برخی از فرضیات که

5 Matlab
6 Python
7 FreeCad
8 SolidWorks
9 ANSA
10 Abaqus

1 Voronoi Tessellations
2 Laguerre Tessellation
3 Open Cell Foams
4 Closed-Cell Foams

مجموعه‌ی کره‌ها باید یک الگوریتم مطابق دستورالعمل زیر نوشته شود:

در ابتدا تعدادی نقطه به عنوان مراکز کره‌ها به صورت اتفاقی قرار داده و سپس تعدادی کره‌ها، با محدوده‌ی قطرهای متفاوت به صورت کاملاً تصادفی در نظر گرفته می‌شود. این کره‌ها در یک محدوده‌ی مکعبی به طول ضلع L قرار خواهند گرفت. برای توزیع مناسب کره‌ها در حجم مکعب مشخص شده، از روش توزیع واقعی مواد که توسط راینز^۲ و همکارانش [۲۸] پیشنهاد شده، استفاده شده است. در تحقیق انجام شده توسط وو^۳ و همکارانش [۱۱] به این موضوع اشاره شده است که این نوع توزیع دانه به توزیع واقعی سازه‌های سلولی نزدیکتر از دیگر توزیع‌های موجود است. نحوه بدست آوردن این نوع توزیع مطابق با رابطه‌ی (۴) می‌باشد [۱۱]:

$$probability = \frac{e^{-\frac{(\ln V - \mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2}(\pi\sigma)} \quad (4)$$

به طوریکه مقادیر μ و σ مطابق با روابط زیر تعیین خواهند شد و پارامتر V نیز متغیر حجم کره‌های مربوطه می‌باشد که نشان‌دهنده‌ی این موضوع است که معادله‌ی فوق تابعی از حجم کره‌ها می‌باشد.

$$\mu = \ln V_m - \sigma \quad (5)$$

$$\sigma = \sqrt{\ln(C_v^2 + 1)} \quad (6)$$

مقدار C_v نیز برابر با $0/8$ در نظر گرفته شده است [۱۱] و مقدار V_m نیز مقدار حجم میانگین وزنی کره‌ها می‌باشد که می‌تواند در ابتدا مشخص شود. توزیع کره‌ها با حجم‌های مختلف مطابق با توزیع لوگنرمال^۴ می‌باشد که نمودار توزیع حجم آن‌ها مطابق با شکل ۲ می‌باشد.

سپس حجمی از کره‌ها که بر روی یکدیگر قرار گرفته‌اند (V_{ov})، محاسبه می‌شود. در این الگوریتم هدف کاهش میزان این حجم می‌باشد. هم‌پوشانی کره‌ها به دو شکل کلی و جزئی می‌تواند ایجاد شود که بدست آوردن حجم هم‌پوشانی هر یک از این موارد متفاوت است. برای بدست آوردن حجم بخش هم‌پوشانی کره‌ها باید در ابتدا فضای هم‌پوشانی کره‌ها مورد ارزیابی قرار گیرد و سپس حجم حاصل

قطر این کره‌ها مشخص‌کننده‌ی وزن سلولی است که این کره را در بر گرفته است و نقطه‌ی مرکزی کره نشان‌دهنده‌ی نقاط دانه برای هر یک از سلول‌ها می‌باشد. تعداد n نقطه در ناحیه‌ی S مشخص می‌شود به طوری که وزن برای هر سلول به صورت r_i (شعاع هر یک از کره‌ها)، تعیین می‌شود [۱۶]. بنابراین، مجموعه‌ی وزن همه‌ی سلول‌ها به صورت رابطه (۱) نمایش داده شده است:

$$R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\} \quad (1)$$

همچنین فاصله‌ی بین نقطه‌ی P_i و هر نقطه‌ی Q با استفاده از رابطه (۲) اندازه‌گیری می‌شود که همان فاصله در ساختار ورونی با توجه به وزن هر سلول یعنی مقدار شعاع آن برای سلول لاگوئر اصلاح شده است:

$$d_i(Q, P_i) = \left\{ [d_E(Q, P_i)]^2 - r_i^2 \right\}^{0.5} \quad (2)$$

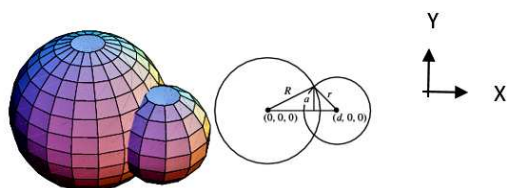
سپس ناحیه‌ی $V_L(P_i)$ برای هر نقطه‌ی P_i تعریف شده است که نشان‌دهنده‌ی سلول لاگوئر برای نقطه‌ی مورد نظر است و مطابق با رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود [۱۶]:

$$V_L(P_i) = \{Q | Q \in R, d_i(Q, P_i) < d_i(Q, P_j), j \neq i\} \quad (3)$$

بنابراین، هر یک از نقاط P_i در ناحیه‌ی S دارای یک سلول لاگوئر می‌باشند که مجموعه‌ی این سلول‌ها را مدل لاگوئر می‌نامند. در فوم‌های واقعی وجود تغییرات در اندازه‌ی هر سلول و ضخامت جداره‌ی آن‌ها رایج و قابل توجه می‌باشد، بنابراین مدل‌سازی فوم‌ها با توجه به وجود این تغییرات، از اهمیت ویژه‌ای برای دستیابی به نتایج دقیق در شبیه‌سازی فوم‌ها برخوردار است. در چینش لاگوئر، می‌توان همچنین اندازه‌ی ضخامت هر یک از سلول‌ها را در مدل‌سازی وارد کرد. بنابراین، با استفاده از چینش لاگوئر می‌توان به صورت مؤثری، میکروساختار یک فوم را نزدیک به حالت واقعی مدل‌سازی کرد [۲۵]. تأثیر ضخامت جداره سلول بر سفتی یک مدل دوبعدی سلول باز یک فوم توسط [۱۰، ۲۷] مورد تحلیل قرار گرفته است. پیش‌نیازهای مربوط به این نوع مدل‌سازی در تحقیق [۱۱] ارائه شده است که مدل کره‌های تصادفی لاگوئر^۱ نامیده می‌شود که ساختار لاگوئر بر پایه‌ی استفاده از کره‌های تصادفی می‌باشد. برای دستیابی به این ترکیب از

2 Rhines
3 Wu
4 Lognormal

1 Random Closed Packing-Laguerre Voronoi (RCP-LV)



شکل ۳. شکل شماتیک دو کره متقاطع
Fig. 3. Schematic of two intersecting spheres

رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$V_{Po} = \sum_{i=1}^L \frac{\pi}{12d} [(r_i - d)^2 (2dr_i - 3r_i^2 + d^2)] \quad (11)$$

به طوری که r_L و d از طریق روابط (۱۲) و (۱۳) تعیین خواهند شد و L تعداد کره‌هایی است که دارای هم‌پوشانی جزئی می‌باشند.

$$d = \left[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2 \right] \quad (12)$$

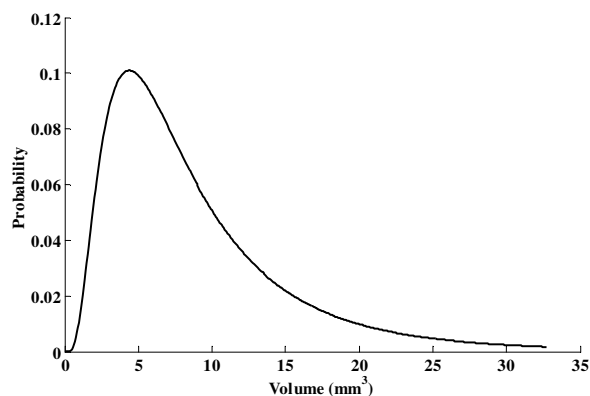
$$r_i = r_i + r_j \quad (13)$$

به طوری که مقادیر x ، y و z مختصات مراکز کره‌های اطراف کره‌ی مورد نظر می‌باشد. در نهایت کل حجم هم‌پوشانی کره‌ها مطابق با رابطه‌ی زیر می‌باشد:

$$V_{ov} = V_{Po} + V_{Fo} \quad (14)$$

در این مرحله کره‌ها را به صورت تک تک جابه‌جا کرده و مقدار حجم V_{ov} را محاسبه کرده و در صورتی که نسبت حجم محاسبه شده در این مرحله نسبت به مرحله‌ی قبل از یک مقدار ϵ کمتر نشده‌باشد، باید مجدداً جابه‌جایی کره‌ها ادامه پیدا کند و این فرآیند آنقدر ادامه پیدا می‌کند که میزان حجم هم‌پوشانی کره‌ها به کمترین مقدار خود برسد. در صورتی که جابه‌جایی کره‌ها تغییر زیادی در مقدار حجم مورد نظر ایجاد نکرد آنگاه تغییر قطر کره‌ها باید انجام گیرد. در نهایت یک محدوده‌ی مکعبی که از تعدادی کره با اندازه‌ی قطر متفاوت پر شده‌است، به وجود می‌آید که مطابق با شکل ۵ می‌باشد.

بعد از دستیابی به مجموعه‌ی از کره‌های تصادفی طبق آمار داده‌شده به حجم آنها، نقاط مرکزی هر یک از کره‌ها و قطر آنها مشخص شده‌است. در حقیقت یک گروهی از نقاط به وجود آمده‌است که هر



شکل ۲. تابع توزیع حجم کره‌ها بر حسب میلی‌متر مکعب
Fig. 2. Volume distribution of spheres in (mm)³

از این فضا تعیین شود.

تقاطع دو کره‌ی مورد نظر، یک منحنی می‌باشد که موازی با صفحه‌ی $y-z$ است، این بدین معنی است که معادله‌ی منحنی مورد نظر عبارت است از:

$$y^2 + z^2 = \frac{4d^2 R^2 - (d^2 - r^2 + R^2)^2}{4d^2} \quad (7)$$

این منحنی در واقع، یک دایره با شعاع a می‌باشد:

$$a = \frac{\sqrt{4d^2 R^2 - (d^2 - r^2 + R^2)^2}}{2d} \quad (8)$$

بنابراین، منحنی مربوط به ناحیه‌ی تقاطع دو کره از طریق رابطه‌ی (۸) بدست می‌آید. حجم هم‌پوشانی برای کره‌هایی که به طور کامل هم‌پوشانی دارند (V_{Fo})^۱ از طریق رابطه (۹) تعیین می‌شود.

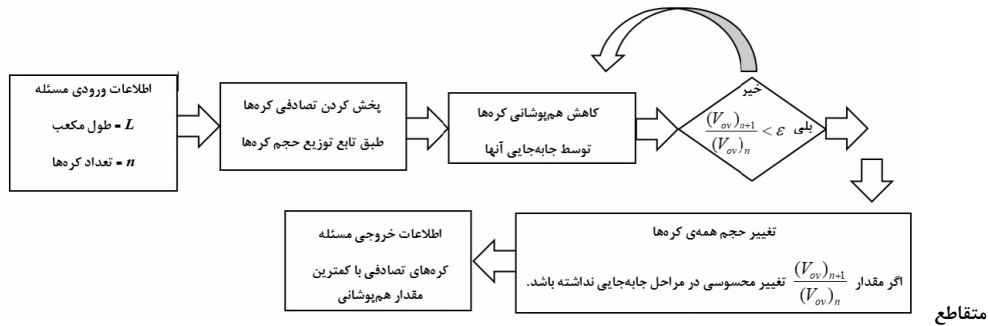
$$V_{Fo} = \sum_{s=1}^{S_1} \frac{4}{3} \pi r_s^3 \quad (9)$$

به طوری که r_s توسط رابطه (۱۰) بدست می‌آید و S_1 تعداد کره‌هایی است که دارای حجم کلی هم‌پوشانی می‌باشند.

$$r_s = \min(r_i, r_j) \quad (10)$$

به طوری که r_i و r_j کره‌های اطراف کره‌ی مورد نظر که هم‌پوشانی آن مورد تحلیل قرار می‌گیرد می‌باشند. اگر کره‌ها به طور جزئی با یکدیگر هم‌پوشانی داشته‌باشند، مقدار حجم هم‌پوشانی جزئی (V_{Po})^۲ از طریق

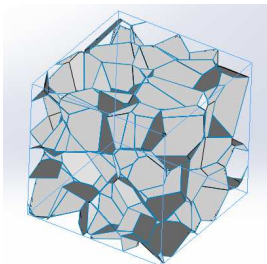
-
- 1 Fully Overlap Volume
2 Partially Overlap Volume



شکل ۴. فلوجارت الگوریتم کاهش همپوشانی کره‌ها

Fig. 4. Reduction algorithm of overlap volume

لاگوئر ساختار سلولی یک فوم می‌باشد. سپس با استفاده از اطلاعات توپولوژیکی بدست‌آمده از این الگوریتم‌ها که در حقیقت حاوی مختصات مرکز کره‌ها، مختصات نقاط مربوط به صفحه‌های سلول‌ها و نقاط اتصالی آنها می‌باشد در یک نرم افزار مدلسازی به طور کامل مدل می‌شود. برای مدلسازی اولیه‌ی این مدل، از نرم افزار فریکد استفاده شده‌است که قابلیت برنامه‌نویسی به زبان پایتون را دارد. در حقیقت خروجی نرم‌افزار متلب که نوشتار مختصات نقاط، خطوط و صفحات است به زبان برنامه‌نویسی پایتون می‌باشد. پس از مدلسازی کامل سلول‌ها در نرم‌افزار فریکد مدل تهیه شده برای اینکه به نرم‌افزار شبیه‌سازی آباکوس وارد شود در نرم‌افزار سالیدورکز آماده می‌شود. در نرم‌افزار آباکوس مورد شبیه‌سازی غیرخطی دینامیکی برای یافتن رفتار لهیدگی و جذب انرژی آن، قرار گرفته‌است. مدل‌سازی میکروساختار فوم‌ها و سازه‌های سلولی برای انجام تحلیل غیرخطی دینامیکی و به روش سلول واحدو چینی‌ش لاگوئر در این تحقیق انجام می‌گیرد. سلول واحد مورد نظر با توجه به مشخصات ارائه‌شده تشکیل شده‌است و در شکل ۶ نمایش داده شده‌است. همانطور که مشاهده می‌شود، فوم سلولی مدلسازی‌شده، یک فوم سلول بسته می‌باشد و صفحاتی که یک سلول را پدید آورده‌اند، صفحات توپر می‌باشند.



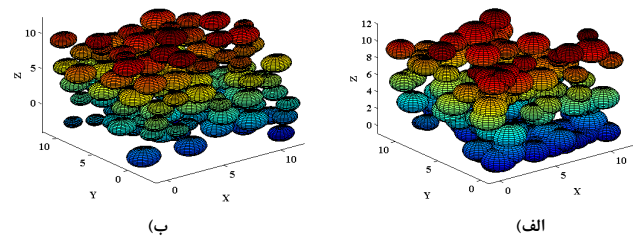
شکل ۶. مدل لاگوئر تهیه‌شده توسط نرم افزار سالیدورکز

Fig. 6. Laguerre model prepared by SolidWorks

یک از کره‌ها بر روی این نقاط رسم شده‌است. هر یک از این نقاط دارای چهار طول مشخصه می‌باشند که عبارتست از:

$$P_i^* (x_i, y_i, z_i, x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - r_i^2) \quad (15)$$

به طوری که (x_i, y_i, z_i) مرکز کره‌های تصادفی می‌باشد و بعد چهارم نشان‌دهنده‌ی فاصله‌ی تعریف‌شده‌ی مربوط به چینش لاگوئر است که در رابطه‌ی (۲) ارائه شده‌است. با فرض وجود n نقطه در فضای R ، برای هر نقطه‌ی Q در فضا، فاصله‌ی اقلیدسی بین نقطه‌ی Q و P_i را با علامت $d_i(Q, P_i)$ می‌توان نشان داد. برای ایجاد سلول‌های لاگوئر، باید برای هر یک از کره‌های ترسیم‌شده یک سلول در نظر گرفته‌شود که این سلول باید با استفاده از یک چند ضلعی^۱ رسم شود، به طوری که نقاط این چندضلعی کمترین فاصله را تا نقاط داخل کره برقرار کنند (این همان تعریف مربوط به فاصله‌ی لاگوئر می‌باشد که در رابطه‌ی (۲) ارائه شده‌است). بعد از رسم هر یک از سلول‌ها، مجموعه‌ای از این سلول‌ها در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند و تشکیل‌دهنده‌ی چینش



شکل ۵. کره‌های تصادفی در محدوده‌ی یک مکعب با استفاده از الگوریتم موردنظر در دو حالت الف) قبل از جابه‌جایی همراه با همپوشانی‌ها و ب) بعد

از جابه‌جایی و رفع همپوشانی‌ها تا حد امکان با مقدار $\epsilon = 10^{-5}$

Fig. 5. Unit cell of random spheres a) Before Relocating b) After Relocating $\epsilon = 10^{-5}$

1 Convex Hull

جدول ۱. خواص مکانیکی آلیاژ آلومینوم صفحات سلولی [۲]

Table 1. Mechanical properties of aluminum alloy used in cell faces

۶۸/۹	مدول یانگ (GPa)	پارامترهای الاستیک ماده
۰/۳۳	نسبت پواسون	
۲۵۲	پارامتر A (MPa)	پارامترهای تسلیم ماده
۲۴۶	پارامتر B (MPa)	
۰/۰۱۵	پارامتر C	
۱	پارامتر m	
۰/۳۴	پارامتر n	
۲۷۰۰	چگالی (kg/m ³)	پارامترهای فیزیکی ماده

نسبت ابعاد نامناسب در هنگام تحلیل دینامیکی منجر به پیغام خطای المان تغییرشکل یافته^۱ در المان‌های مورد نظر می‌شود که ادامه‌ی روند تحلیل را غیرممکن می‌کند. برای رفع این مشکل در نرم‌افزار انسا محدودیت نسبت ابعاد المان را با توجه به معیار نرم‌افزار آباکوس فعال کرده و شبکه‌بندی با توجه به معیار فوق انجام خواهد گرفت تا مشکل در هنگام تحلیل سازه‌ی مورد نظر حل شود. شبکه‌بندی در نرم‌افزار انسا به صورت خودکار صورت می‌گیرد به طوری که برخی از مشخصات شبکه‌بندی در ابتدا به نرم‌افزار داده می‌شود. در شکل ۷ شبکه‌بندی سازه‌ی مورد نظر نمایش داده شده‌است که طول ماکزیمم المان‌های مورد نظر ۰/۱ میلی‌متر و طول کمترین المان‌های مورد نظر ۰/۰۱، انتخاب شده‌است و المان‌بندی به صورت مختلط انجام گرفته است. به عبارت دیگر، المان‌های سه‌ضلعی و چهارضلعی با توجه محل قرارگیری المان‌ها در سازه‌ی مورد نظر در نرم‌افزار انسا شبکه‌بندی شده‌است.

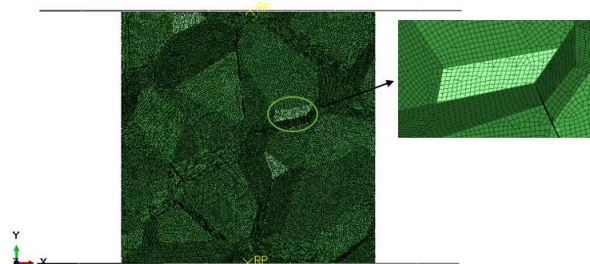
پس از شبکه‌بندی سازه‌ی سلولی مورد نظر، تحلیل دینامیکی آن در نرم‌افزار آباکوس انجام می‌گیرد. برای تحلیل دینامیکی سازه‌ی سلولی مورد نظر، یک قطعه صلب به صورت صفحه‌ای در بالا و پایین سازه‌ی سلولی تعریف شده‌است، به طوری که صفحه‌ی بالایی متحرک و صفحه‌ی پایینی ثابت در نظر گرفته می‌شود. صفحه‌ی بالایی فقط دارای درجه آزادی در راستای محور Y می‌باشد و صفحه‌ی پایینی در همه‌ی جهات ثابت شده‌است. مقدار تیرانس صفحه‌ی متحرک و سازه‌ی سلولی ۰/۰۰۱ میلی‌متر در نظر گرفته شده‌است تا از نفوذ اولیه‌ی این دو قطعه جلوگیری شود. مقدار سرعت قطعه‌ی صلب بالایی که در حال حرکت می‌باشد دارای سرعت ۱ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده‌است. مقدار جرم قطعه‌ی صلب بالایی نیز که در حال

۴- نتایج و بحث

در این پژوهش از حل المان محدود در ابتدا بهره گرفته می‌شود و این حل با نتایج تجربی مورد اعتبارسنجی قرار می‌گیرد و پس از اطمینان از نتایج المان محدود، آزمایشات دیگر نیز به مجموعه اطلاعات مسئله افزوده می‌شود تا هم به روابط تئوری و هم روابط آماری مناسب دست یافت. برای دستیابی به نتایج مورد نظر، ۲۱ مدل به صورت تصادفی انتخاب شده‌است به طوری که محدوده‌ی مقادیر کرنش تراکمی آن‌ها ۰/۶ تا ۰/۸ باشد. علت این موضوع این است که کاربرد فوم مورد تحلیل در سازه‌های جذب انرژی می‌باشد که در این نوع سازه‌ها نیاز به فوم‌های سبک با جذب انرژی بالا می‌باشد و نیاز به فوم‌هایی با ساختار صلب نیست. بنابراین محدوده‌ی بررسی موارد مذکور با توجه به چگالی بسته‌بندی آن‌ها، طوری انتخاب شده‌اند که مقدار کرنش تراکمی در محدوده‌ی مذکور باشند

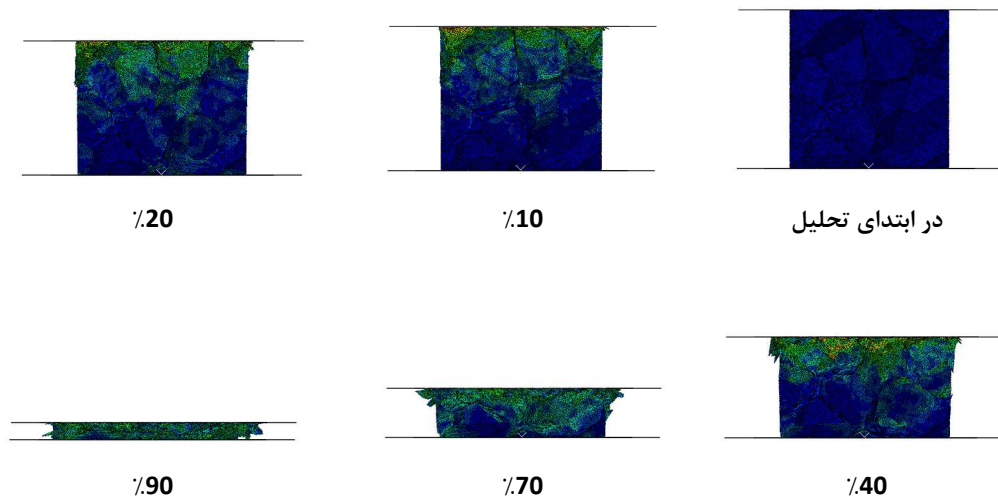
۱-۱- روش حل المان محدود مسئله

با توجه به حساسیت شبکه‌بندی این سلول‌ها، نرم‌افزار آباکوس توانایی لازم برای شبکه‌بندی دقیق این سلول‌ها را دارا نیست و ابزار مناسبی برای شبکه‌بندی با مشخصات خاص را در اختیار نمی‌گذارد. به همین علت، برای شبکه‌بندی این نوع سازه از نرم‌افزار دقیق تر و با جزئیات بیشتر شبکه‌بندی انسا بهره گرفته شده‌است. پس از شبکه‌بندی سازه مورد نظر به نرم‌افزار آباکوس برای تحلیل بازگردانده می‌شود و شبیه‌سازی در نرم‌افزار آباکوس انجام گرفته‌است. یکی از مشکلات اصلی شبکه‌بندی در نرم‌افزار آباکوس برای مدل میکرومکانیک فوم مورد نظر مقدار نسبت ابعادی المان‌ها می‌باشد که علت پدید آمدن این مشکل، شکل هندسی کاملاً نامنظم سازه مذکور می‌باشد. برخی از صفحات سازه شکل‌های خاصی دارند که منجر به المان‌بندی با نسبت ابعاد نامناسب در آن می‌شود. وجود المان‌های با

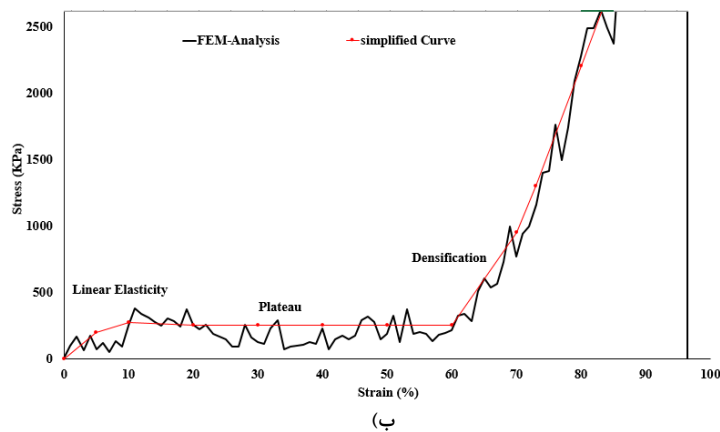


شکل ۷. مدل شبکه‌بندی شده توسط نرم‌افزار انسا
Fig. 7. Finite Element Model prepared by ANSA

1 Elements are distorted



(الف)



(ب)

شکل ۸. الف) روند تغییر شکل سازه‌ی سلولی ارائه شده برای مدل ۱ ب) نمودار تنش و کرنش حاصل از تحلیل المان محدود سازه‌ی سلولی برای مدل ۱

آلیاژ آلومینوم مورد نظر انتخاب شده است، مدل جانسون-کوک^۴ می باشد که مطابق با رابطه‌ی زیر تنش و کرنش تغییر خواهند کرد [۳۰].

$$\sigma = [A + B\epsilon_p^n] \left[1 + C \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right] (1 - T^{*m}) \quad (16)$$

به طوریکه m و n ثوابت ماده و A ، B و C پارامترهای ماده، ϵ_p کرنش پلاستیک و T^* دمای همولوگ^۵ می باشد که در این تحلیل برابر با صفر در نظر گرفته شده است، چون تغییرات دما در این تحلیل مورد نظر نمی باشد. مقدار نرخ کرنش $\dot{\epsilon}_0$ نیز برابر با ۱ در نظر گرفته می شود. مشخصات آلیاژ آلومینوم در نظر گرفته در این تحقیق برای صفحات سلولها مطابق با جدول ۱ می باشد.

حرکت به سمت پایین می باشد، دارای وزن ۱۰۰ کیلوگرم می باشد. برای جلوگیری از حرکات عرضی صفحه صلب ثابت و سازه‌ی سلولی نسبت به یکدیگر، قید گره^۱ بین صفحه زیرین و نقاط پایینی سازه‌ی سلولی برقرار می شود. برای شبیه سازی تماس بین سازه‌ی سلولی و صفحات صلب از اثر متقابل^۲ صفحه به صفحه با رفتار تماسی و مدل تماس نفوذ^۳ با ضریب اصطکاک ۰/۲۵ [۲] بهره گرفته شده است. در تحقیق انجام شده توسط ما و همکارانش در سال ۲۰۰۹ [۲۹] به این موضوع اشاره دارد که نتایج شبیه سازی در حالت مطالعه پارامتری وابسته به مقدار ضریب اصطکاک نمی باشد. مدل مکانیکی که برای

4 Johnson-Cook
5 homologous temperature

1 Node-to-Surface Tie
2 Surface-to-Surface Interaction
3 Penalty

شبیه‌سازی ۱۴ آزمایش شبیه‌سازی و نتایج حاصل از آن‌ها در جدول ۲ ارائه شده‌است.

۱-۲- روش حل تحلیلی مسئله

یکی از مهمترین پارامترهای یک سازه‌ی سلولی از جنس فلز، چگالی نسبی می‌باشد، که برابر با نسبت چگالی سازه‌ی سلولی (ρ^*) به چگالی فلز تشکیل‌دهنده‌ی فوم موردنظر (ρ_s) است. همان‌طور که می‌دانید، هر چقدر مقدار چگالی نسبی افزایش یابد، دیواره‌ی سلولهای فلزی ضخیم‌تر و از سوی دیگر فضاهای خالی کاهش خواهند یافت. برخی از روش‌های تئوری برای تحلیل فوم‌ها و بدست‌آوردن کرنش تراکمی ارائه شده‌است. مقدار کرنش تراکمی توسط آشی و گیبسون [۲۲] با استفاده از نتایج تجربی، برای فوم‌های سلول باز و بسته به‌صورت زیر ارائه شده‌است:

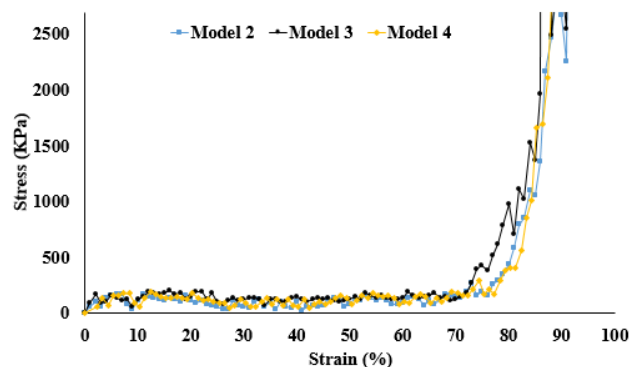
$$\varepsilon_D = 1 - 1.4 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right) \quad (17)$$

رابطه‌ی مربوط به مقدار کرنش تراکمی اخیراً توسط آشی برای فوم‌های سلول باز و بسته پیشنهاد شده‌است که رابطه‌ی منطبق بر نتایج تجربی و تئوری می‌باشد [۲۳]:

$$\varepsilon_D = (0.9 - 1) \left(1 - 1.4 \frac{\rho^*}{\rho_s} + 0.4 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^3 \right) \quad (18)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار کرنش تراکمی مطابق رابطه فوق در یک محدوده قرار خواهد گرفت که با توجه به ضریب ۰/۹ و ۱ تعیین می‌شود [۲۳]. مقدار چگالی نسبی برای فوم‌های مدلسازی شده توسط این پژوهش را می‌توان با استفاده از حجم سلولهای ایجادشده (V_{cells}) نسبت به حجم مکعب اولیه (V_{cube}) که حاوی کره‌های موردنظر بوده‌است بدست آورد. محاسبه‌ی حجم سلول‌ها به صورت دقیق در این تحقیق با حاصلضرب سطح مقطع سلول‌ها در ضخامت انجام می‌شود، اما در این بخش با ارائه یک روش می‌توان به حجم سلول‌ها با دقت بالایی دست یافت. در این پژوهش با استفاده از فرضیه ساده‌سازی سلولها مقدار حجم سلولهای محاط بر کره‌ها را به صورت تحلیلی بدست آورده و سپس مقدار چگالی نسبی تعیین می‌شود و کرنش تراکمی فوم تخمین زده می‌شود.

$$\frac{\rho^*}{\rho_s} = \frac{V_{cells}}{V_{cube}} \quad (19)$$



شکل ۹. نمودار تنش و کرنش حاصل از تحلیل المان محدود سازه‌ی سلولی برای مدل ۳ با طول سلول واحد ۱۸ میلی‌متر

Fig. 9. Stress-Strain diagram of models with L=18mm

تحلیل مورد نظر با توجه به پارامترهای مذکور انجام می‌گیرد و روند تغییر شکل سازه‌ی سلولی مربوط به مدل ۱ تحت بار موردنظر مطابق با شکل ۸ الف می‌باشد. نمودار تنش و کرنش سازه‌ی سلولی موردنظر تحت ضربه‌ی دینامیکی واردشده مطابق با شکل ۸ ب می‌باشد. مقدار تنش در هر نقطه با استفاده از سطح مقطع سازه‌ی سلولی مورد نظر که برابر بدست آمده‌است. مقدار کرنش در هر مرحله نیز با استفاده از نسبت تغییر شکل به طول اولیه تعیین می‌شود.

همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، روند تغییر شکل بدست‌آمده از این سازه‌ی سلولی روند مطابق با فوم‌های معمول می‌باشد به طوری که از کرنش ۶۰ درصد تغییر شکل پلاستیک وارد مرحله تراکمی می‌شود. با توجه به نمودار تنش-کرنش حاصل شده، می‌توان نمودار رایج را در ناحیه معرفی شده فوق ترسیم کرد و مقدار کرنش تراکمی را در انتهای بخش پلاستیک نمودار تخمین زد. به عبارت دیگر، از انتهای بخش خطی یا الاستیک نمودار، خطی برابر با میانگین مقادیر تنش‌ها در محدوده‌ی پلاستیک ترسیم نموده و تقاطع این خط با خط ترسیم شده در محدوده‌ی تراکمی را موازی با محور تنش ترسیم کرده تا مقدار کرنش تراکمی حاصل شود. در شکل ۹ نمودار تنش-کرنش برای مدل شبیه‌سازی شده توسط نرم‌افزار آباکوس نمایش داده شده‌است. مقدار چگالی این فوم‌ها با توجه به سلول واحد یکسان آن‌ها برای مدل ۲، ۳ و ۴ به ترتیب برابر با ۴۱۵/۵۲، ۴۸۸/۵۵ و ۴۰۱/۱۸ کیلوگرم بر متر مکعب بر اساس رابطه (۲۵) بدست می‌آید که با توجه به چگالی هر یک از آنها انتظار می‌رود که فوم با چگالی کمتر دارای محدوده‌ی پلاستیک بیشتری نسبت به فوم با چگالی بالاتر باشد که این موضوع توسط نمودار شکل ۹ تأیید می‌شود. با توجه به این روند

است. L طول مکعب حاوی سلولها است که برای هر یک از مدلها در جدول ۲ ارائه شده است.

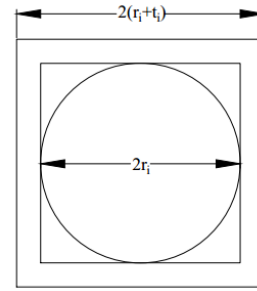
همانطور که مشاهده می شود، مقدار خطای روش المان محدود نسبت به روش تحلیلی (مربوط به مقالات قبل) بین ۱ تا ۵ درصد می باشد که برای تحلیل دقیق تر باید یک ضریب اصلاح برای حل تحلیلی در این پژوهش معرفی شود. با توجه به مقادیر بدست آمده برای کرنش تراکمی از طریق روابط (۱۷) و (۱۸) می توان رابطه (۲۲) را برای کرنش تراکمی در این پژوهش مطابق با نتایج تحلیل عددی و تحلیلی ارائه داد.

$$\varepsilon_D = 1 - \alpha_e \left(\frac{\sum_{i=1}^n (8t_i^3 + 24t_i r_i^2 + 24t_i^2 r_i)}{L^3} \right) \quad (22)$$

به طوری که مقدار α_e برای اصلاح رابطه ی فوق مورد استفاده قرار گرفته است و مقدار آن تقریباً در محدوده ی ۱/۴۵ تا ۱/۵ قرار دارد. همانطور که مشاهده می شود، کرنش تراکمی بدست آمده از رابطه (۲۲) به ضخامت سلولها، حجم کره ی سلولها و ابعاد مکعب اولیه وابسته می باشد. در نتیجه می توان پارامتر α_e را ضریب اصلاح حجم سلولها نامید و با انجام روش سطح پاسخ روی مقادیر مختلف این ضریب، این نتیجه حاصل می شود که این پارامتر از مقادیر ضخامتها، حجم کره ها و طول ابعاد مکعب مستقل می باشد. با توجه به اختلاف کم محدوده ی ضریب α_e مقدار متوسط آن حاصل از این آزمایشها را می توان با تکیه بر نتایج حل عددی بدست آورد که برابر با مقدار ۱/۴۷۵ می شود. بنابراین،

$$\varepsilon_D = 1 - 1.475 \left(\frac{\sum_{i=1}^n (8t_i^3 + 24t_i r_i^2 + 24t_i^2 r_i)}{L^3} \right) \quad (23)$$

نتایج حاصل از شبیه سازیهای انجام شده در جدول ۳ به همراه نتایج تحلیلی حاصل از رابطه ی (۲۳) ارائه شده است. همانطور که مشاهده می شود مقادیر کرنش تراکمی بدست آمده از روش تحلیلی دارای خطای حداکثر ۰/۵ درصد نسبت به مقادیر بدست آمده از روش المان محدود می باشد. پارامترهای مربوط به رابطه (۲۳)، وابسته به شعاع کره های موجود در سلول واحد و همپنین ضخامت جداره ها سلولهای لاگوئر می باشد.



شکل ۱۰. مدل ساده سازی شده از سلولهای محاط بر کره های مورد نظر

Fig. 10. Simplified model of cells of foam

اگر مقدار حجم مکعب اولیه با طول ضلع L که همه ی کره ها درون آن قرار می گیرند برابر با V_{cube} ، مقدار مجموع حجم کره ها V_{sp} و مقدار حجم هم پوشانی کره ها برابر با V_{ov} باشند و مقدار حجم هوای بین سلولها V_a باشد، مقدار مجموع حجم همه سلولها با استفاده از رابطه زیر تعیین می شود:

$$V_{cells} = V_{cube} - V_{sp} - V_{ov} - V_a \quad (20)$$

برای بدست آوردن مستقیم حجم سلولها به صورت تحلیلی فرضیه ساده سازی سلولها انجام گرفته است. برای ساده سازی سلولها، فرض می شود که تمام سلولها دارای شکل هندسی مکعب و دارای دیواره باشند به طوریکه ضخامت دیواره های آن ها برابر با t_i باشد (i تعداد کره های موجود در مکعب اولیه). در نتیجه با استفاده از رابطه ی (۲۱) مقدار حجم سلولهای موجود در فوم مدلسازی شده (V_{cells}) تعیین می شود.

$$V_{cells} = \sum_{i=1}^n (8t_i^3 + 24t_i r_i^2 + 24t_i^2 r_i) \quad (21)$$

به طوریکه مقدار n و r_i به ترتیب برابر با تعداد کره های موجود در سلول واحد و شعاع کره های مذکور می باشد. در شکل ۱۰ سلول محاط بر کره با ضخامت میانگین وزنی نمایش داده شده است که سلول ساده سازی شده مطابق با فرضیه بیان شده در ابتدا طراحی شده است.

با توجه به رابطه ی (۲۱)، مقدار حجم سلولها را مورد محاسبه قرار داده و سپس مقدار چگالی نسبی برای بدست آوردن کرنش تراکمی تعیین شده است. مقدار t_m و r_m برابر با ضخامت و شعاع میانگین وزنی سلولها می باشد که از این مقادیر برای روش آماری بهره گرفته شده است. مقدار چگالی بسته بندی کره های موجود در مکعب اولیه می باشد که برابر با مجموع حجم کره ها به حجم مکعب اولیه

جدول ۲. مدل‌های مورد آنالیز و نتایج حاصل از آن‌ها

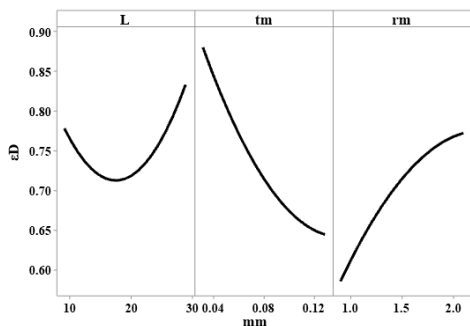
Table 2. Models and Results studied

ϵ_D		V_{cells} (mm ³)	ϵ_D		ρ_{PD}	L (mm)	r_m (mm)	t_m (mm)	مدل
رابطه (۱۸)	رابطه (۱۸)	تحلیلی	المان محدود (خطا)	نسبت به رابطه ۱۸ با ضریب (۱)					
۰/۶۲۹۹	۰/۵۶۶۹	۰/۶۲۲۱	۴۶۶/۴۸	(/۰.۳/۱۵) ۰/۶۱	۰/۵۴۳۹	۱۲	۱/۱۳۰	۰/۰۸۷۹۹	۱
۰/۷۸۶۰	۰/۷۰۷۴	۰/۷۸۴۵	۸۹۷/۵۴	(/۰.۲/۰.۳) ۰/۷۷	۰/۶۷۴۷	۱۸	۲/۰۵۰	۰/۰۸۲۱۰	۲
۰/۷۵۱۰	۰/۶۷۵۹	۰/۷۴۸۷	۱۰۴۸/۸۰	(/۰.۱/۴۶) ۰/۷۴	۰/۶۰۸۰	۱۸	۱/۳۳۰	۰/۰۶۰۸	۳
۰/۷۹۳۳	۰/۷۱۴۰	۰/۷۹۲۰	۸۶۶/۵۵	(/۰.۱/۶۷) ۰/۷۸	۰/۶۷۷۱	۱۸	۱/۹۹۰	۰/۰۷۸۲	۴
۰/۷۹۹۰	۰/۷۱۹۱	۰/۷۹۷۸	۸۴۹/۳۰	(/۰.۱/۱۲) ۰/۷۹	۰/۶۹۲۷	۱۸	۱/۵۲۰	۰/۰۵۶۰	۵
۰/۶۹۵۴	۰/۶۲۵۸	۰/۶۹۱۱	۱۷۶۵/۴۰	(/۰.۲/۲۱) ۰/۶۸	۰/۵۳۸۶	۲۰	۱/۲۶۰	۰/۰۸۰۵	۶
۰/۷۴۹۳	۰/۶۷۴۴	۰/۷۴۶۹	۶۱۰/۱۰	(/۰.۲/۵۷) ۰/۷۳	۰/۶۴۷۵	۱۵	۱/۴۲۰	۰/۰۶۹۰	۷
۰/۷۲۷۳	۰/۶۵۴۵	۰/۷۲۴۲	۲۰۹۷/۷۰	(/۰.۲/۳۷) ۰/۷۱	۰/۵۵۲۲	۲۲	۱/۵۱۳	۰/۰۸۹۰	۸
۰/۶۳۵۶	۰/۵۷۲۰	۰/۶۲۸۱	۱۰۸۸/۱۰	(/۰.۵/۶۰) ۰/۶۰	۰/۴۸۳۵	۱۶	۱/۳۱۰	۰/۱۱۷۰	۹
۰/۷۷۸۴	۰/۷۰۰۶	۰/۷۷۶۸	۲۴۹۰/۸۰	(/۰.۲/۳۶) ۰/۷۶	۰/۵۹۲۳	۲۵	۱/۸۲۳	۰/۰۸۶۱	۱۰
۰/۸۱۵۴	۰/۷۳۳۹	۰/۸۱۴۵	۳۶۳/۵۱	(/۰.۰/۶۶) ۰/۸۱	۰/۷۶۰۷	۱۴	۱/۱۷۸	۰/۰۳۳۵	۱۱
۰/۷۷۷۹	۰/۷۰۰۱	۰/۷۷۶۳	۷۴۸/۸۸	(/۰.۲/۳۰) ۰/۷۶	۰/۶۷۷۷	۱۷	۱/۴۰۰	۰/۰۵۵۵	۱۲
۰/۷۶۸۵	۰/۶۹۱۷	۰/۷۶۶۷	۲۲۰۷/۱۱	(/۰.۳/۷۱) ۰/۷۴	۰/۵۹۲۹	۲۳	۱/۶۵۷	۰/۰۸۳۰	۱۳
۰/۶۹۳۸	۰/۶۲۴۴	۰/۶۸۹۴	۲۲۱/۸۲	(/۰.۲/۴۳) ۰/۶۷	۰/۶۵۰۲	۱۰	۰/۹۹۴	۰/۰۵۵۰	۱۴

به تحلیل رگرسیون مناسب ۱۴ آزمایش است. در رابطه (۲۴) مدل تقریبی ارائه شده توسط روش سطح پاسخ نمایش داده شده است:

$$\epsilon_D = 0.5287 - 0.00828L - 7.088t_m + 0.668r_m + 0.0000931L^2 + 19.90r_m^2 + 0.0991r_m^2 - 0.0065Lt_m - 0.01586Lr_m + 1.079t_mr_m \quad (24)$$

برتری این مدل نسبت به مدل تحلیلی ارائه شده در این پژوهش این می باشد که در این مدل متغیرها شعاع میانگین و ضخامت میانگین سلول‌ها می باشد که تخمین رفتار کرنش تراکمی فوم با استفاده از



شکل ۱۱. نمودار تاثیر هر یک از پارامترها روی مقدار کرنش تراکمی توسط روش

سطح پاسخ (L، tm و rm بر حسب میلی‌متر می باشند)

Fig. 11. Effects of various parameters on densification strain in RSM (L, tm, rm (mm))

۴-۱- روش سطح پاسخ برای حل مسئله

روش سطح پاسخ مجموعه‌ای از روش‌های ریاضی است که رابطه بین یک یا چند متغیر پاسخ را با چندین متغیر مستقل تعیین می کند [۳۱]. روش سطح پاسخ، یک مجموعه از تکنیک‌های آماری و ریاضیات کاربردی برای ساخت مدل‌های تجربی است. هدف در طرح‌های سطح پاسخ، بهینه‌سازی پاسخ می باشد که متأثر از چندین متغیر مستقل می باشد. پس از بدست آوردن یک مدل تقریبی، جواب توسط تحلیل رگرسیون تحت بررسی قرار گرفته است تا مشخص شود که خط واریانس تعیین شده چقدر با میزان مشاهدات واقعی تطابق دارد. اگر جواب تایید نشود تخمین فرآیند دوباره شروع می شود و آزمایش‌ها بیشتری انجام می شود. در طراحی آزمایش‌ها، هدف، شناسایی و تحلیل متغیرهای موثر بر خروجی‌ها با کمترین تعداد آزمایش است. در این پژوهش، در ابتدا با ۱۰ آزمایش روش سطح پاسخ انجام گرفته است و نتایج تحلیل رگرسیون نشان داد که تطابق جواب با مشاهدات دیگر فاصله قابل توجهی پیدا کرد. با همین روال تا ۱۴ آزمایش روش سطح پاسخ انجام گرفت و تحلیل رگرسیون این آزمایش‌ها ورودی تطابق مناسبی با دیگر مشاهدات انجام گرفته داشت و می توان این طور بیان کرد که حداقل آزمایش‌ها برای دست یافتن

مقداری متوسط در محدوده مورد بررسی باشد. همچنین مشاهده می‌شود که سلول‌های بزرگتر با ضخامت جداره‌ی پایین‌تر دارای کرنش تراکمی بالاتر می‌باشند. از طرفی مقادیر پایین کرنش تراکمی متعلق به حالتی می‌باشد که ضخامت جداره‌ها افزایش یابد و شعاع میانگین کره‌ها کاهش یابد. در این حالت سازه‌ی سلولی به سمت جسم صلب نزدیکتر می‌شود. در جدول ۳ مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط مدل سطح پاسخ ارائه‌شده در رابطه (۲۴) با مقادیر رابطه تحلیلی (۲۳) و مدل امان محدود آن‌ها مورد مقایسه قرار گرفته‌است.

همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، مقادیر کرنش تراکمی حاصل از روش عددی، روش تحلیلی و روش سطح پاسخ مطابقت خوبی با یکدیگر دارند. چگالی فوم آلومینومی ارائه‌شده در این تحقیق با استفاده از مقدار حجم سلولهای فوم که از روش تحلیلی تعیین شده‌است همراه با چگالی فلز آلومینوم و حجم سلول واحد مطابق با رابطه‌ی (۲۵) تعیین شده‌است:

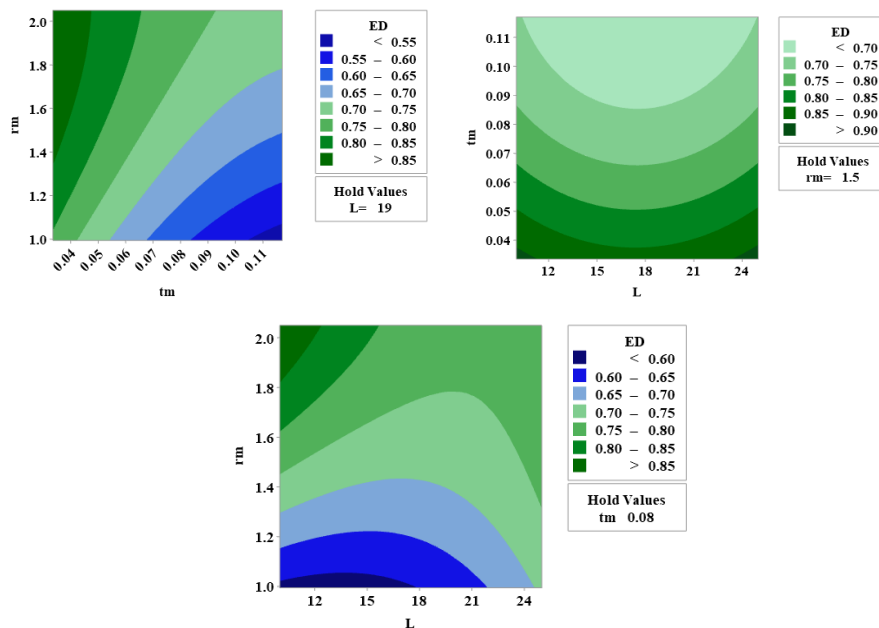
$$\rho_{foam} = \frac{\rho_s V_{cells}}{V_{cube}} \quad (25)$$

چگالی فوم آلومینومی شماره ۱ و ۲ که در تحقیق انجام‌شده توسط سالاری‌پور و همکارانش [۳۲] انجام گرفته‌است، به ترتیب برابر با ۵۰۰ و ۶۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب می‌باشد. در جدول ۴ مقادیر کرنش تراکمی تعیین‌شده در این تحقیق توسط روشهای مختلف و تجربی [۳۲] مورد مقایسه قرار گرفته‌است. به عبارت دیگر، فوم ۱ [۳۲] با

این پارامترها بسیار پراهمیت می‌باشد. از سوی دیگر، با استفاده از میانگین وزنی مقادیر ضخامت و شعاع کره‌ها مقدار کرنش تراکمی با دقت کمتری نسبت به روش تحلیلی (که حاوی شعاع همه کره‌ها و ضخامت هم سلولها می‌باشد) تخمین زده شده‌است. این طور می‌توان نتیجه گرفت که روش سطح پاسخ روش سریع‌تری برای دستیابی به مقدار کرنش تراکمی می‌باشد در حالی که روش تحلیلی این مقدار را به دقت بالاتری تخمین می‌زند. در شکل ۱۱ تاثیر هر یک از پارامترها بر مقدار کرنش تراکمی توسط مدل بدست‌آمده از روش سطح پاسخ نمایش داده شده‌است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار شعاع میانگین دارای رابطه مستقیم و ضخامت میانگین رابطه‌ی غیرمستقیم با مقدار کرنش تراکمی دارند. این بدین معنی است که برای بدست‌آوردن مقادیر کرنش تراکمی بالاتر باید ضخامت سلول‌ها کم و شعاع کره‌ها افزایش یابد و فوم دارای سلولهای بزرگ همراه با ضخامت کم باشد. فوم در این شکل یک ساختار با چگالی پایین و سبک‌تر می‌باشد. در شکل ۱۲ تاثیر پارامترها به صورت همزمان بر کرنش تراکمی مورد توجه قرار گرفته‌است. به عبارت دیگر با ثابت‌نگه‌داشتن یکی از پارامترها، تاثیر دو پارامتر دیگر به صورت همزمان نمایش داده شده‌است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، بیشترین مقدار کرنش تراکمی هنگامی که مقدار شعاع میانگین ثابت در نظر گرفته شود، در هنگامی اتفاق می‌افتد که مقدار ضخامت میانگین پایین باشد و ابعاد فوم دارای



شکل ۱۲. نمودار (L، tm) و rm بر حسب میلیمتر می‌باشند)

Fig. 12. Simultaneous effect of various parameters on the densification strain by RSM (L, tm, rm (mm))

جدول ۳. مدل‌های مورد آنالیز برای اعتبارسنجی روش سطح پاسخ و روش تحلیلی

Table 3. Comparison RSM and analytical method and validating the results by FEM

ϵ_D	ϵ_D	ϵ_D	V_{cells} (mm ³)	ρ_{PPD}	L (mm)	r_m (mm)	t_m (mm)	مدل
رابطه (۲۴) -	رابطه (۲۳) -	المان محدود	تحلیلی					
خطا نسبت به المان محدود	خطا نسبت به المان محدود	محدود						
(/۰/۱۵) ۰/۷۷۶۱	(/۰/۲/۰۶) ۰/۷۹۶۱	۰/۷۸	۲۰۱۲/۵۷	۰/۶۳۰۳	۲۴	۱/۸۱۲۲۶۱	۰/۰۷۵۳	۱۵
(/۰/۱۱۲) ۰/۶۴۲۷	(/۰/۰/۷۵) ۰/۶۵۴۹	۰/۶۵	۱۸۷۱/۷۱	۰/۴۷۹۹	۲۰	۱/۴۵۷۹۸۹	۰/۱۲۳۴	۱۶
(/۰/۱۴۸) ۰/۶۷۶۷	(/۰/۰/۶۹) ۰/۶۷۵۳	۰/۶۸	۲۰۳۸/۴۰	۰/۵۰۵۶	۲۱	۱/۶۰۲۲۱۷	۰/۱۱۷۴	۱۷
(/۰/۱۱۱) ۰/۶۰۹۳	(/۰/۰/۵۵) ۰/۶۰۶۶	۰/۶۱	۲۴۶۹/۹۰	۰/۴۳۹۹	۲۱	۱/۱۱۵۶۶۸	۰/۱۰۱۶	۱۸
(/۰/۱۸۶) ۰/۷۴۵۸	(/۰/۰/۴۴) ۰/۷۵۶۶	۰/۷۶	۸۱۰/۴۷	۰/۶۵۸۵	۱۷	۱/۴۴۱۷۶۷	۰/۰۶۴۰	۱۹
(/۰/۱۰۴) ۰/۶۴۳۲	(/۰/۰/۳۱) ۰/۶۴۸۰	۰/۶۵	۱۶۳۶/۵۰	۰/۴۹۱۶	۱۹	۱/۴۷۱۱۵۶	۰/۱۲۱۰	۲۰
(/۰/۲/۹۵) ۰/۶۸۹۰	(/۰/۰/۶۲) ۰/۷۰۵۶	۰/۷۱	۶۷۳/۵۹	۰/۶۱۴۳	۱۵	۱/۳۲۰۶۵۱	۰/۰۷۵۰	۲۱

استفاده از حلگر المان محدود آباکوس انجام گرفته‌است و نتایج حاصل از این تحلیل با نتایج تجربی مورد صحت‌سنجی قرار گرفته‌است. پس از اطمینان از نتایج تحلیل المان محدود یک روش تحلیلی ارائه شده‌است. همچنین رفتار دینامیکی بدست‌آمده از تحلیل المان محدود نشان‌دهنده‌ی مدل مناسب سلول واحد فوم می‌باشد که می‌تواند در تحقیقات آینده با استفاده از این روش به بهبود روابط تئوری معادله مشخصه فوم‌ها کمک شایانی کند و با این روابط بتوان با دقت بالاتری مقدار کرنش تراکمی را بدون استفاده از تحلیل‌های تجربی فراوان تخمین زد. نتایج حاصل از تحلیل سطح پاسخ نیز با نتایج تئوری و المان محدود تطابق مناسبی دارد که هر یک از این مدل‌ها کاربرد خاص خودش را دارا می‌باشد. روش المان محدود به طور کامل رفتار الاستیک-پلاستیک سازه‌ی سلولی مورد نظر را در اختیار قرار می‌دهد که می‌تواند منجر به دستیابی به یک معادله‌ی ساختاری از فوم که تابعی از میکروساختار فوم می‌باشد شود. با استفاده از مدل آماری ارائه‌شده در این تحقیق با دقت کمتری و با سرعت بیشتری می‌توان مقدار کرنش تراکمی را برای سازه‌ی سلولی مورد نظر تخمین زد با این تفاوت که در این مدل متغیرهای آن شعاع و ضخامت میانگین سلول‌ها می‌باشد که می‌تواند منجر به ارائه‌ی یک فوم با مشخصات مورد نیاز باشد. نتایج حاصل از روش سطح پاسخ نشان می‌دهد که سلول‌های بزرگتر با ضخامت جداره‌ی پایین‌تر دارای کرنش تراکمی بالاتر می‌باشند. از طرفی مقادیر پایین کرنش تراکمی متعلق به حالتی می‌باشد که ضخامت جداره‌ها افزایش یابد و شعاع میانگین کره‌ها کاهش یابد. مقدار شعاع میانگین دارای رابطه مستقیم و ضخامت میانگین رابطه‌ی غیرمستقیم با مقدار کرنش تراکمی دارند. این بدین

مدل ۱۳ و فوم ۲ [۳۲] با مدل ۱۷ در این تحقیق دارای مقدار چگالی تقریباً برابر می‌باشند. همانطور که مشاهده می‌شود، مقادیر کرنش تراکمی بدست‌آمده در این تحقیق دارای تطابق مناسبی با مقادیر ارائه‌شده در تحقیق [۴۰] می‌باشد. مقدار کرنش تراکمی بدست‌آمده در این تحقیق برای فوم با چگالی ۴۸۹/۷۸ کیلوگرم بر مترمکعب و فوم شماره ۱ در تحقیق [۴۰] که چگالی ۵۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب را دارد، دارای اختلاف تقریباً ۴ درصد می‌باشد که با توجه به اینکه مقدار چگالی این دو نمونه نیز دارای اختلاف ۲ درصدی می‌باشند، تطابق بسیار خوب کرنش تراکمی بدست‌آمده در این تحقیق از روش تحلیلی و المان محدود را نشان می‌دهد. این تطابق مناسب بین نتایج این پژوهش و تجربی در فوم مدل ۱۷ و فوم مدل ۲ در منبع [۴۰] نیز برقرار می‌باشد.

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق با استفاده از تشکیل یک سلول واحد با مشخصات آماری مشخص‌شده و با استفاده از روش مدل‌سازی سلولی لاگوئر یک فوم آلومینیومی با سلول‌های بسته مورد مدل‌سازی و شبیه‌سازی دینامیکی قرار گرفت. شبیه‌سازی رفتار دینامیکی فوم تحت ضربه با

جدول ۴. مقایسه روش تحلیلی، سطح پاسخ و المان محدود با نتایج تجربی [۳۲]

Table 4. Comparison RSM, analytical and FEM by experimental results

مدل	چگالی فوم آلومینیومی (kg/m ³)	تحلیلی	سطح پاسخ	المان محدود	تجربی [۳۲]
۱۷	۵۹۴/۲۸	۰/۶۷۵۳	۰/۶۷۶۷	۰/۶۸	۰/۶۴
۱۳	۴۸۸/۰۸	۰/۷۳۲۴	-	۰/۷۴	۰/۷۰

V_{ov}	مجموع حجم هم‌پوشانی، mm^3
علائم یونانی	
α_c	ضریب اصلاح رابطه تحلیلی کرنش تراکمی
ρ	چگالی، kg/m^3
ρ_{foam}	چگالی فوم، kg/m^3
ρ^*	چگالی سازه‌ی سلولی، kg/m^3
ρ_s	چگالی فلز آلومینوم، kg/m^3

۷- مراجع

- [1] G. Lu, T. Yu, Energy absorption of structures and materials, Elsevier, 2003.
- [2] A. Shiravand, M. Asgari, Hybrid metal-composite conical tubes for energy absorption; theoretical development and numerical simulation, Thin-Walled Structures, 145 (2019) 106442.
- [3] M.B. Azimi, M. Asgari, A new bi-tubular conical-circular structure for improving crushing behavior under axial and oblique impacts, International Journal of Mechanical Sciences, 105 (2016) 253-265.
- [4] Z. Liu, Z. Huang, Q. Qin, Experimental and theoretical investigations on lateral crushing of aluminum foam-filled circular tubes, Composite Structures, 175 (2017) 19-27.
- [5] Q. Feng, C. Liao, Y. Ma, G. Yang, Optimization of Pore Walls Microstructure in Open Cell Aluminum Foams Utilizing Self-Propagating Reaction, MATERIALS TRANSACTIONS, (2019) MT-M2019124.
- [6] H. Zhu, A. Windle, Effects of cell irregularity on the high strain compression of open-cell foams, Acta Materialia, 50(5) (2002) 1041-1052.
- [7] H. Zhu, J. Hobdell, A. Windle, Effects of cell irregularity on the elastic properties of open-cell foams, Acta materialia, 48(20) (2000) 4893-4900.
- [8] Y.-L. Yuan, Z.-X. Lu, Calculation of the elastic modulus of low density open-cell foams with random model, Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 25(2) (2004) 130-132.
- [9] Y. Gan, C. Chen, Y. Shen, Three-dimensional modeling of the mechanical property of linearly elastic open cell foams, International Journal of Solids and Structures, 42(26) (2005) 6628-6642.
- [10] K. Li, X.-L. Gao, G. Subhash, Effects of cell shape and strut cross-sectional area variations on the elastic properties of three-dimensional open-cell foams, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 54(4) (2006) 783-806.
- [11] Z. Fan, Y. Wu, X. Zhao, Y. Lu, Simulation of polycrystalline structure with Voronoi diagram in Laguerre geometry based on random closed packing of spheres, Computational Materials Science, 29(3) (2004) 301-308.
- [12] Y. Song, Z. Wang, L. Zhao, J. Luo, Dynamic crushing behavior of 3D closed-cell foams based on Voronoi random model, Materials & Design, 31(9) (2010) 4281-4289.
- [13] C. Redenbach, I. Shklyar, H. Andrä, Laguerre tessellations for elastic stiffness simulations of closed foams with strongly varying cell sizes, International Journal of Engineering Science, 50(1) (2012) 70-78.

معنی است که برای بدست آوردن مقادیر کرنش تراکمی بالاتر باید ضخامت سلول‌ها کم و شعاع کره‌ها افزایش یابد و فوم دارای سلول‌های بزرگ همراه با ضخامت کم باشد. در نهایت هر سه روش تحلیل، دارای تطابق مناسبی از نتایج می‌باشند و همچنین نتایج تحلیلی والمان محدود دارای تطابق مناسب با نتایج تجربی می‌باشد. مقایسه بین سه روش ارائه شده برای تحلیل فوم‌ها در این مقاله نشان می‌دهد که روش حل المان محدود، روش با صرف زمان بیشتر، تحلیل کامل تر و دقت قابل قبول تری ارائه می‌دهد در حالی که روش تحلیلی، روش سریعتر و دقت بالاتر نسبت به حل المان محدود می‌باشد. روش سطح پاسخ نیز روش سریعتر نسبت به هر دو روش قبل و با دقت پایین تری کرنش تراکمی را تخمین خواهد زد.

۶- فهرست علائم

فهرست علائم

علائم انگلیسی

A	ضریب جانسون-کوک، MPa
a	شعاع منحنی اشتراک بین دو کره دارای هم‌پوشانی، mm
B	ضریب جانسون-کوک، MPa
C	ضریب جانسون-کوک، MPa
C_V	پارامتر معادله توزیع حجم کره‌ها
d_l	فاصله بین نقاط، mm
d	فاصله بین نقاط مرکز کره‌های دارای هم‌پوشانی کلی، mm
E_{kin}	انرژی جنبشی، J
i	شمارشگر کره‌ها
L	طول سلول واحد، mm
L_l	تعداد کره‌های دارای هم‌پوشانی جزئی
m	ضریب جانسون-کوک
n	ضریب جانسون-کوک
P_i	مختصات مرکز کره‌ها، mm
Q	مختصات مرکز کره‌ها، mm
R	شعاع کره‌های بزرگتر در کره‌های هم‌پوشانی، mm
R^*	مجموعه وزن سلول
r	شعاع کره‌های کوچکتر در کره‌های هم‌پوشانی، mm
r_i	وزن هر سلول، mm
r_m	شعاع میانگین وزنی سلول‌ها، mm
r_s	شعاع کره‌های دارای هم‌پوشانی کلی، mm
r_l	شعاع کره‌های دارای هم‌پوشانی جزئی، mm
S	ناحیه
S_l	تعداد کره‌های دارای هم‌پوشانی کلی
T^*	دمای همولوگ، °C
t	ضخامت سلول‌ها، mm
t_m	ضخامت میانگین وزنی سلول‌ها، mm
V	پارامتر متغیر حجم سلول‌ها، mm^3
V_{cells}	حجم کل سلول‌ها، mm^3
V_{cube}	حجم سلول واحد، mm^3
V_m	حجم میانگین سلول‌ها، mm^3
V_{Fo}	مجموع حجم هم‌پوشانی کلی، mm^3
V_{Po}	مجموع حجم هم‌پوشانی جزئی، mm^3

- [24] M. Avalle, G. Belingardi, R. Montanini, Characterization of polymeric structural foams under compressive impact loading by means of energy-absorption diagram, *International Journal of Impact Engineering*, 25(5) (2001) 455-472.
- [25] E.B. Matzke, The three-dimensional shape of bubbles in foam-an analysis of the role of surface forces in three-dimensional cell shape determination, *American Journal of Botany*, (1946) 58-80.
- [26] S. Kanaun, O. Tkachenko, Mechanical properties of open cell foams: Simulations by laguerre tessellation procedure, *International Journal of Fracture*, 140(1-4) (2006) 305-312.
- [27] K. Li, X.-L. Gao, G. Subhash, Effects of cell shape and cell wall thickness variations on the elastic properties of two-dimensional cellular solids, *International Journal of Solids and Structures*, 42(5) (2005) 1777-1795.
- [28] F. Rhines, B. Patterson, Effect of the degree of prior cold work on the grain volume distribution and the rate of grain growth of recrystallized aluminum, *Metallurgical Transactions A*, 13(6) (1982) 985-993.
- [29] G. Ma, Z. Ye, Z. Shao, Modeling loading rate effect on crushing stress of metallic cellular materials, *International Journal of Impact Engineering*, 36(6) (2009) 775-782.
- [30] S. Zhu, G.B. Chai, Low-velocity impact response of fibre-metal laminates-Experimental and finite element analysis, *Composites Science and Technology*, 72(15) (2012) 1793-1802.
- [31] R.H. Myers, D.C. Montgomery, C.M. Anderson-Cook, *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, Wiley, 2016.
- [32] H. Salaripoor, M.B. Azimi, M. Asgari, Optimized foam filling configuration in bi-tubular crush boxes; a comprehensive experimental and numerical analysis, *Engineering Research Express*, (2020).
- [14] Q.H. Jebur, *Characterisation and modelling of transversely isotropic flexible viscoelastic foam*, University of Glasgow, 2013.
- [15] Z. Li, C. Xi, L. Jing, Z. Wang, L. Zhao, Effect of loading rate on the compressive properties of open-cell metal foams, *Materials Science and Engineering: A*, 592 (2014) 221-229.
- [16] Y. Chen, R. Das, M. Battley, Effects of cell size and cell wall thickness variations on the stiffness of closed-cell foams, *International Journal of Solids and Structures*, 52 (2015) 150-164.
- [17] S. Wang, Y. Ding, C. Wang, Z. Zheng, J. Yu, Effect of relative density of the dynamic impact behaviors of closed cell foam, in: *Proceedings of the ASME 35th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering (OMAE'16)*, 2016.
- [18] P. Zhang, Z. Wang, L. Zhao, Dynamic crushing behavior of open-cell aluminum foam with negative Poisson's ratio, *Applied Physics A*, 5(123) (2017) 1-11.
- [19] C. Chen, T. Lu, N. Fleck, Effect of imperfections on the yielding of two-dimensional foams, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 47(11) (1999) 2235-2272.
- [20] D. Bourne, P. Kok, S. Roper, W. Spanjer, Laguerre tessellations and polycrystalline microstructures: A fast algorithm for generating grains of given volumes, arXiv preprint arXiv:1912.07188, (2019).
- [21] Y. Sun, Q. Li, Dynamic compressive behaviour of cellular materials: A review of phenomenon, mechanism and modelling, *International Journal of Impact Engineering*, 112 (2018) 74-115.
- [22] L.J. Gibson, M.F. Ashby, *Cellular solids: structure and properties*, Cambridge university press, 1999.
- [23] M.F. Ashby, A. Evans, N.A. Fleck, L.J. Gibson, J.W. Hutchinson, H.N. Wadley, *Metal foams: a design guide*: Butterworth-Heinemann, Oxford, UK, ISBN 0-7506-7219-6, Published 2000, Hardback, 251 pp., \$75.00, in, Elsevier, 2002.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Ali Shiravand, Masoud Asgari. A new method for estimating the compressive strain of cellular structures using microstructure of foams based on Laguerre tessellations, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53(6)(2021) 3629-3644.

DOI: [10.22060/mej.2020.18265.6795](https://doi.org/10.22060/mej.2020.18265.6795)



