



## Comparison of penetration process of 2-layer elastomeric composite with thermoset composite using energy absorption equations

S. S. Asemani, Gh. Liaghat\*, H. Ahmadi, Y. Anani, A. Khodadadi

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

**ABSTRACT:** The purpose of this paper is to present an analytical model for analyzing the penetration process by a spherical nose shape cylindrical on the kevlar/elastomer and the kevlar/epoxy composites and comparing them with each other using the energy method. To investigate this issue, energy absorption equations for linear and nonlinear materials are analyzed as a criterion for the performance of matrix-reinforced fabric. In this predicted model, the dependence of the ballistic behavior of the first and second layers of the composites on each other during the impact is considered. In this presented model, the components of energy absorption include the initial kinetic energy of the projectile, the kinetic energy of the projectile, the kinetic energy of the composite cone ahead of the tip of the projectile, the energies absorbed by primary and secondary yarns, the energies absorbed by the delamination among the layers and the cracking of the matrix, the energy dissipated by plugging of the layers is calculated during impact. The results of this study show a positive effect of elastomer use on thermoset matrix in composite. Also, analytical results are validated with the experimental results of previous studies and the perturbation analysis is done to examine the reason for error.

### Review History:

Received: May, 27, 2020

Revised: Nov. 02, 2020

Accepted: Nov. 03, 2020

Available Online: Nov. 09, 020

### Keywords:

Theoretical analysis

Absorbed energy

Rubber

Kevlar fabric

Elastomeric composite.

### 1- Introduction

One of the critical requirements for various structural elements is protection against external high-velocity projectiles. Incident ballistic impact velocity affects residual velocity, projectile diameter, velocity of ballistic limit and contact duration are studied [1]. The main soft armor materials were made of high-strength fibers. Among the polymer fibers, high-performance fibers such as Kevlar, Twaron and Dynama fibers are used as body armor [2]. A comparison of behavior and energy absorption of neat kevlar fabric and polymer matrix composites studied under high-velocity impact loading [3]. Two types of matrices including rubber and thermoset (epoxy) matrices were used in order to study the effect of a hard and brittle matrix compared with the soft and flexible matrix on energy absorption of the composite. Results show that the matrix affects the composite's ballistic performance considerably. In previous studies, analytical models were predicted for behavior and energy absorption of under ballistic impact loading on the single-layer composites. Hence, these models for multi-layer composites were extended according to the main guess at the base of them was yarns/fibres in every layer act independently. As a result, energy absorption of layers is considered independent of each other. Therefore, the analytical predictions remarkably differ from the experimental results. But in this paper, layers are considered to be dependent which makes the energy

absorption of layers is completely considered dependent on each other. Consequently, the predicted analytical is more noticeably correlated with the experimental results than the previous models. In this paper, the focus of the present study is on a generalized analytical formulation based on the energy balance equation for ballistic impact behavior of kevlar/elastomer and kevlar/epoxy composites impacted by a spherical ended cylindrical projectile. The formulation presented is valid for 2-layer laminate to predict the residual velocity and ballistic limit. The energy is absorbed by the most energy-absorbing mechanisms on the composite target which is discussed upon. Theoretical validation is performed on the ballistic impact behavior of composites to explain the error between the results of calculation and experiment.

### 2- Analytical Formulation

The analytical model is based on the energy balance equation.

The maximum strain of a layer in the longitudinal direction is the initial strain for the next layer. Energy absorption due to primary yarn/fibre breakage and deformation of the secondary yarns are treated independently, during any time interval. Velocity of the projectile remains constant and the yarns are stretched in one direction ( $\sigma_{11} = \sigma$ ) while is stress-free in other directions ( $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$ ). So, it can be shown that the nonzero Cauchy stress component is  $\sigma_{11} = E\epsilon_{11}$  for elastic model (linear) and for hyperelastic model (nonlinear), the

\*Corresponding author's email: ghlia530@modares.ac.ir



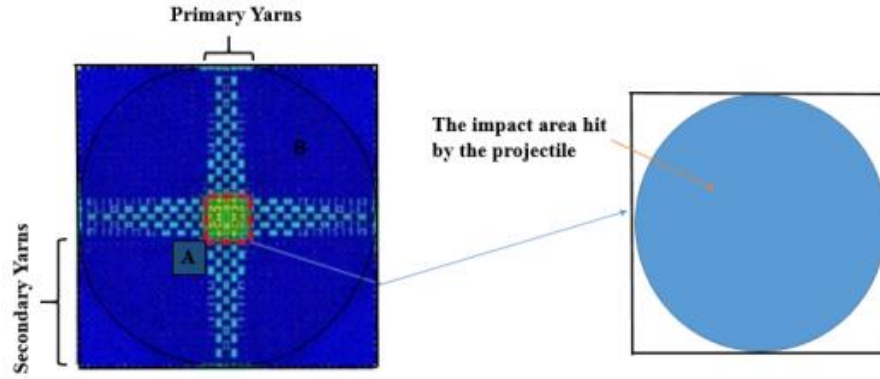


Fig. 1. Modelling energy absorption of secondary yarns deformation

Neo-Hookean constitutive model is initially adopted for the function of energy density, and for an incompressible material is given by [4]:

$$W = C_1(I_1 - 3) \quad (1)$$

where  $C_1$  is a material parameter. The relation between stretch  $\lambda$  and engineering strain  $\epsilon_{11}$  in the direction of the practical load is  $\lambda = 1 + \epsilon_{11}$ . If  $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$ , Show that the nonzero Cauchy stress component is:

$$\sigma_{11} = 2C_1(\lambda^2 - (1/\lambda)) = 2C_1((3\epsilon_{11} + 3\epsilon_{11}^2 + \epsilon_{11}^3)/(1 + \epsilon_{11})) \quad (2)$$

The ballistic-resistance armor system principally helps to stop the projectile from penetrating and absorbed its kinetic energy by transforming it into the different forms of the ballistic absorbing mechanisms. It can be presented in the following equation:

$$E_{kp,0} = E_{kp,i} + E_{KE,i} + E_{Py,i} + E_{Sy,i} + E_{Dl,i} + E_{Mc,i} + E_{Sp,i} \quad (3)$$

where  $E_{kp,0}$  is the initial kinetic energy of the projectile,  $E_{kp,i}$  is the kinetic energy of the projectile at every time step,  $E_{KE,i}$  is the kinetic energy of the composite cone ahead the tip of the projectile,  $E_{Py,i}$  and  $E_{Sy,i}$  are the energies absorbed by primary and secondary yarns,  $E_{Dl,i}$  and  $E_{Mc,i}$  are the energies absorbed by the delamination among the layers and the cracking of the matrix and  $E_{Sp,i}$  is the energy dissipated by plugging of the layers. The total energy absorbed by the target is calculated by  $E_{L,i} = E_{Py,i} + E_{Sy,i} + E_{Dl,i} + E_{Mc,i} + E_{Sp,i}$ .

Hence, the correlation between the projectile velocity and the velocity of the projectile at any instant during the ballistic impact event can be obtained as follows:

$$V_i = \sqrt{(0.5m_p V_0^2 - E_{L,i}) / (0.5(m_p + m_{c,i}))} \quad (4)$$

### 3- Energy-absorbing Mechanisms

#### 3- 1- Kinetic energy of the moving cone formed

the velocity of The velocity of the cone formed is  $V_i$ , equal to

the projectile at the end of  $i_{th}$  time interval. Thus, the energy :of the cone shaped is

$$E_{KE,i} = \sum_{i=0}^{i=n} 0.5\pi r_{i,i}^2 t \rho V_i^2 \quad (5)$$

#### 3- 2- Energy absorbed due to tensile failure of primary yarns

The primary yarns resist the penetration of projectile into the fabric target. Hence, the general equation is as follows:

$$E_{py,i} = \sum_{i=0}^{i=n} A \int_0^{r_{p,i}} \left( \sum_{i=0}^{i=n} \int_{\epsilon_i^* = i\epsilon_0 b^a}^{\epsilon_{i+1} = (i+1)\epsilon_0 b^a} \sigma_{11}(\epsilon) d\epsilon \right) dx \quad (6)$$

where  $\epsilon_0$  is the ultimate strain limit and  $A = 4d, h_1$

#### 3- 3- Energy absorbed due to the deformation of secondary yarns.

The planar view can be subdivided into two regions when the projectile strikes a composite target as shown in Fig. 1. The variation of boundary conditions on the strain can be expressed by the following equation:

$$\epsilon_{Sy} = \epsilon_{Py} = \epsilon_0 b \frac{x}{a} \quad \text{at } r = d/2, \quad (7)$$

$$\epsilon_{Sy} = 0 \quad \text{at } r = r_{t,i},$$

The general equation of absorbed energy is as follows:

$$E_{sy,i} = \sum_{i=0}^{i=n} \int_{0.5d_p}^{x_{i,i}} \left( \sum_{i=0}^{i=n} \int_{\epsilon_i^* = i\epsilon_0 b^a}^{\epsilon_{i+1} = (i+1)\epsilon_0 b^a} \sigma_{11}(\epsilon) d\epsilon \right) h_1 \{2\pi x - 4d_p\} dx \quad (8)$$

#### 3- 4- Energy absorbed due to delamination and matrix cracking

The respective energies absorbed by delamination and matrix cracking during this time interval are expressed as below

$$E_{Mc,i} = \sum_{i=0}^{i=n} P_m \pi A_{qt} h V_m r_{Dl,i}^2 E_{m,i}, \quad E_{Dl,i} = \sum_{i=0}^{i=n} P_d \pi A_{qt} r_{Dl,i}^2 G_{Iled} \quad (9)$$

**Table 1. Input parameters required for the analytical predictions of ballistic impact behavior [3,8] and [5-7]**

Projectile details	
Mass(gr)	9.32
Diameter(mm)	10
Target details	
Material	Kevlar/Elastomer
Thickness(mm)	0.5
No. of layers	2
Density(kg/m <sup>3</sup> )	1175.4
Tensile failure strain (%)	5.5
Material constant C <sub>1</sub> (Mpa)	0.99
Quasi-lemniscate area reduction factor	0.4
transmission factor	0.85
Delamination percent(%)	40
Matrix crack percent(%)	40
Mode II dynamic critical strain energy release rate(J/m <sup>2</sup> )	3850
Matrix cracking energy(MJ/m <sup>3</sup> )	0.4
Shear plugging strength,S <sub>sp</sub> (Gpa)	0.8
Matrix cracking energy( MJ/m <sup>3</sup> )	0.9
Target details	
Material	Kevlar/Epoxy
Thickness(mm)	0.5
No. of layers	2
Density(kg/m <sup>3</sup> )	1230
Tensile failure strain (%)	1.68
Young's modulus(Gpa)	20.41
Quasi-lemniscate area reduction factor	0.9
Stress wave transmission factor	0.85
Delamination percent(%)	90
Matrix crack percent(%)	90
Mode II dynamic critical strain energy release rate(J/m <sup>2</sup> )	2856
shear plugging (Mpa)	9
Matrix cracking energy( MJ/m <sup>3</sup> )	0.9

**3- 5- Energy absorbed due to shear plugging**

Shear plugging absorbs in the first few layers. It leads to a sharp decrease in the projectile kinetic energy and total contact force. Energy absorbed by shear plugging is given by

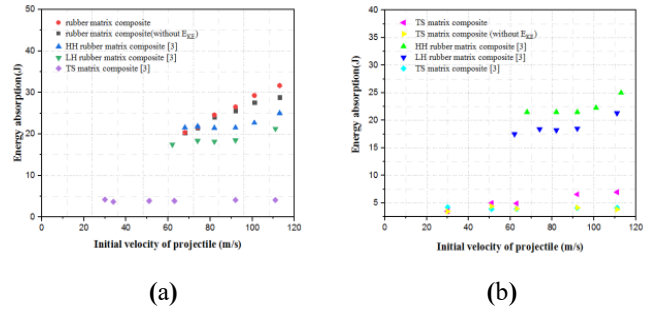
$$E_{sp,i} = \sum_{i=0}^{i=n} N\pi d_p h S_{sp} h_{1,i} \quad (10)$$

Properties are summarised in the following Table 1.

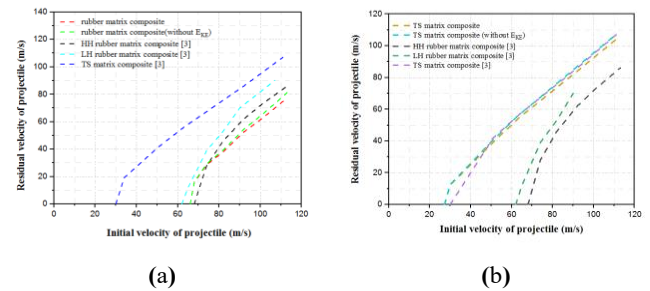
**4- Results and Discussion**

Energy absorption is predicted for various velocities on the kevlar/elastomer composite and the kevlar/epoxy composite comparing energy absorption between analytical and experimental results [3]. During a velocity, penetration model are presented in Fig. 2. It can be found that the agreement between the analytical model and experimental results is good.

A function of the velocity of the event of ballistic impact as the projectile remaining velocity (V<sub>r</sub>) is shown in Fig. 3. The results for the projectile remaining velocity of the kevlar/elastomer composite of 2-layer, in the case of impact with an initial velocity of 74 m/s shows that the projectile remaining velocity is 38.66% lower than the initial velocity of impact and goes out of the goal, while in the case of impact velocity



**Fig. 2. Comparison energy absorption between analytical and experimental model during ballistic impact with different velocities a) on the kevlar/elastomer composite with a thickness of 1 mm, b) on the kevlar/epoxy composite with a thickness of 1 mm.**



**Fig. 3. Comparison of residual velocities between analytical and experimental model a) on the kevlar/elastomer composite with a thickness of 1 mm, b) on the kevlar/epoxy composite with a thickness of 1 mm.**

of 113 m/s shows that the projectile remaining velocity is 68.38% lower than the initial velocity of impact and goes out of the goal. Also, the results for the projectile remaining velocity of the kevlar/ epoxy composite of 2-layer, in the case of impact with an initial velocity of 51 m/s display that the projectile remaining velocity is 76.84% lower than the initial velocity of impact and goes out of the goal. Accurately in the projectile remaining velocity plot against the incident velocity of ballistic impact, it can be seen that when the velocity of the incident ballistic impact increases above the ballistic limit velocity, similarly, the remaining velocity is also increased. But this increase has a higher slope just above the ballistic limit. For this instance, the whole perforation for the kevlar/elastomer composite of 2-layer does not happen with a ballistic impact velocity event of 66.06 m/s. But with the velocity event of a ballistic impact of 68 m/s, the whole perforation takes place with the remaining velocity of 15.78 m/s and the whole perforation for the kevlar/epoxy composite of 2-layer does not happen with velocity event of ballistic impact of 27.20 m/s. But with the velocity event of ballistic impact of 30 m/s, the whole perforation is accomplished with the remaining velocity of 12.27 m/s.

Fig. 3. Comparison of residual velocities between analytical and experimental model a) on the kevlar/elastomer composite with a thickness of 1 mm, b) on the kevlar/epoxy composite with a thickness of 1 mm.

## 5- Conclusions

This analytical study investigated the process for modeling the penetration of spherical ended cylindrical projectile in the target of the kevlar/elastomer and the kevlar/epoxy composite. This study can represent a comprehensive model based on the total amount of energy absorbed from the projectile and the importance of energy-absorbing by primary and secondary yarns. The kinetic energy of the composite cone ahead, shear plugging will change by altering the initial velocity of projectile. It was observed the energy absorption of the kevlar/elastomer 2-layer composite is higher than the kevlar/epoxy 2-layer composite. The verification of this analytical model has been done with experimental results [3], which are in good agreement with each other.

## References

- [1] N. Naik, P. Shrirao, B. Reddy, Ballistic impact behavior of woven fabric composites: Formulation, *International Journal of Impact Engineering*, 32(9) (2006) 1521-1552.
- [2] Mamivand, M., and Liaghat, G. (2010). "A model for ballistic impact on multi-layer fabric targets." *International Journal of Impact Engineering*, 37(7), 806-812.
- [3] A. Khodadadi, G. Liaghat, A.R. Bahrmanian, H. Ahmadi, Y. Anani, S. Asemani, O. Razmkhah, High velocity impact behavior of Kevlar/rubber and Kevlar/epoxy composites: a comparative study, *Composite Structures*, 216 (2019) 159-167.
- [4] R. Ogden, *Elements of the theory of finite, Nonlinear Elasticity: Theory and Applications*, 283 (2001) 1.
- [5] L.B. Tan, K.M. Tse, H.P. Lee, V.B.C. Tan, S.P. Lim, Performance of an advanced combat helmet with different interior cushioning systems in ballistic impact: Experiments and finite element simulations, *International Journal of Impact Engineering*, 50 (2012) 99-112.
- [6] I. Taraghi, A. Fereidoon, A. Mohyeddin, The effect of MWCNTs on the mechanical properties of woven Kevlar/epoxy composites, *Steel and Composite Structures*, 17(6) (2014) 825-834.
- [7] J. Van Hoof, D. Cronin, M. Worswick, K. Williams, D. Nandlall, Numerical head and composite helmet models to predict blunt trauma, in: *Proceedings of 19th International Symposium on Ballistics*, Interlaken, Switzerland, 2001.
- [8] S.S. Asemani, G. Liaghat, H. Ahmadi, Y. Anani, Investigation of Ballistic Impact Analysis on Single Layer Kevlar / Elastomer Composite Using Energy equations of Hyperelastic Materials. 27th Annual International Conference of Iranian Society of Mechanical Engineering. Tehran, 2019 (In Persian).

### HOW TO CITE THIS ARTICLE

S. S. Asemani, Gh. Liaghat , H. Ahmadi, Y. Anani, A. Khodadadi., Comparison of penetration process of 2-layer elastomeric composite with thermoset composite using energy absorption equations, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53 (6) (2021) 865-868.

DOI: [10.22060/mej.2020.18500.6829](https://doi.org/10.22060/mej.2020.18500.6829)





## مقایسه تحلیل فرآیند نفوذ روی کامپوزیت الاستومری دولایه با کامپوزیت ترموست با استفاده از معادلات جذب انرژی

سیده سمانه آسمانی، غلامحسین لیاقت\*، حامد احمدی، یاور عنانی، امین خدادادی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۳/۰۷  
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۸/۱۲  
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۱۳  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۸/۱۹

### کلمات کلیدی:

تحلیل تئوری  
جذب انرژی  
لاستیک  
پارچه کولار  
کامپوزیت الاستومری.

**خلاصه:** هدف این مقاله ارائه مدل تحلیلی برای تحلیل فرآیند نفوذ پرتابه استوانه‌ای سر کروی بر روی کامپوزیت کولار/الاستومر ۲ لایه و مقایسه آن با کامپوزیت کولار/اپوکسی با بهره‌گیری از روش انرژی می‌باشد. بدین منظور، معادلات جذب انرژی برای مواد خطی و غیرخطی به‌عنوان معیاری برای عملکرد پارچه تقویت‌شده با ماتریس به‌طور تحلیلی بررسی می‌گردد. در این مدل پیش‌بینی شده، جذب انرژی لایه اول در جذب انرژی لایه دوم تأثیر محرز داشته که وابستگی رفتار بالستیک لایه اول نسبت به لایه دوم این کامپوزیت را در طول برخورد نشان می‌دهد. مؤلفه‌های جذب انرژی شامل تشکیل مخروط پشت هدف، انرژی جنبشی کشش در الیاف اولیه و در الیاف ثانویه، انرژی جذب‌شده ناشی از لایه‌لایه شستگی، انرژی جذب‌شده ناشی از ترک ماتریس و انرژی جذب‌شده ناشی از سوراخ برشی در نظر گرفته شده است و محاسبه انرژی جذب‌شده کل در طول مدت برخورد صورت می‌گیرد. نتایج حاصل از این پژوهش نشان‌دهنده تأثیر مثبت استفاده از الاستومر نسبت به اپوکسی در جذب انرژی پانل کامپوزیتی می‌باشد. همچنین، به‌منظور بررسی صحت نتایج حاصل از این تحلیل با نتایج تجربی موجود در سایر پژوهش‌ها نیز مقایسه گردیده است که بیانگر مطابقت بالای نتایج تحلیلی با نتایج تجربی می‌باشد.

### ۱- مقدمه

می‌توان برای جذب زیاد انرژی در مکانیزم شکست کامپوزیت از آن استفاده نمود، در نتیجه تقویت الاستومر با پارچه کولار قابلیت جذب انرژی پرتابه را بیش‌ازپیش بالا خواهد برد. برای بررسی جذب انرژی این کامپوزیت‌ها نیاز به مدل تحلیلی می‌باشد که بتواند به‌روشنی رفتارهای بالستیک را بررسی کرده و نتایج تحلیلی را به نتایج تجربی نزدیک سازد.

نیک و شرارو [۳] نیز در چندین مقاله به بحث و بررسی درباره روش انرژی و مکانیزم‌های جذب انرژی پرداخته‌اند. کانگ و کیم [۴] جهت ارزیابی مکانیزم جذب انرژی کامپوزیت‌های کولار تحت ضربه یک مدل تحلیلی با استفاده از روش انرژی ارائه نمودند. آن‌ها کل انرژی جذب‌شده تحت ضربه با سرعت پایین و بالا را مورد مطالعه قرار داده و تطابق خوب مدل خود را با نتایج تجربی نشان دادند. آن‌ها برای فهم کامل حد بالستیکی کامپوزیت‌ها و آسیب‌های گوناگون یک مدل تحلیلی با استفاده از مکانیزم‌های جذب انرژی مورد اشاره در خلال ضربه بالستیکی دوبعدی در اهداف کامپوزیتی ارائه نمودند. این مدل‌ها از دقت خوبی برخوردارند و قابل بسط و گسترش می‌باشند.

یکی از کاربردهای مواد کامپوزیتی استفاده آن در زره‌های شخصی در صنایع نظامی است، زره‌های بدن نیاز به مقاومت در برابر ضربه دارند، همچنین برای انطباق با شکل بدن باید انعطاف‌پذیر باشند. اجزای ساختار کامپوزیت برای حمل بار باوجود جذب انرژی ضربه، طراحی شده‌اند. بنابراین استفاده از یک ماتریس که دارای ظرفیت جذب انرژی بالایی را داشته باشد، برای ساختن ساختار ضروری است [۱]. رزین اپوکسی به‌عنوان ماتریس کامپوزیت‌های پلیمری ترموستی پیشرفته به‌خوبی شناخته شده است و نشان‌دهنده‌ی یک سری خواص منحصر به فرد از خود می‌باشد که می‌تواند در محدوده‌ی وسیعی از کاربردها سازگار باشد [۲]. اما از آنجاکه در صنایع دفاعی مقاومت به ضربه مواد باید به نحو چشمگیری بالا باشد. بنابراین، رزین اپوکسی به‌عنوان ماتریس بکاررفته در ساختار کامپوزیت‌ها نمی‌تواند مقاومت به کشش بالایی را ارضا کند. از این‌رو ماده الاستومر نسبت به رزین اپوکسی نقش تعیین‌کننده‌ای در انتقال انرژی جنبشی پرتابه و موج شوک آن به دلیل انعطاف‌پذیری زیاد به هدف را دارا می‌باشد که

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ghlia530@modares.ac.ir



بین پرتابه و هدف می‌باشد. در مطالعات قبلی، مدل‌های تحلیلی برای رفتار و جذب انرژی تحت ضربه بالستیک در کامپوزیت‌های تک لایه پیش‌بینی شده بود. از این رو، این مدل‌ها برای کامپوزیت‌های چندلایه با توجه به فرض مستقل بودن لایه‌ها نسبت به هم مورد استفاده قرار می‌گرفتند. در نتیجه، انرژی جذب‌شده لایه‌ها نیز مستقل از یکدیگر محاسبه شده‌اند [۳، ۱۶]. چراکه ماتریس بکاررفته در کامپوزیت‌های مورد بررسی آن‌ها قابلیت انعطاف‌پذیری کافی و مؤثر را در لایه‌های کامپوزیت اجرا نکرده است. لذا، این امر باعث شکست و جدایش سریع لایه‌های کامپوزیت نسبت به یکدیگر شده و به تبع نمی‌تواند جذب انرژی پرتابه را کاهش دهد. بدین منظور، در پیش‌بینی‌های تحلیلی گذشته وابستگی لایه‌ها نسبت به هم لحاظ نشده است. همچنین، نتایج به دست آمده تفاوت چشمگیری با نتایج تجربی داشته‌اند. اما در مدل پیش‌بینی شده حاضر، لایه‌ها به یکدیگر وابسته در نظر گرفته می‌شوند که این امر باعث وابستگی جذب انرژی لایه‌ها نسبت به یکدیگر می‌شود. در نتیجه، مدل پیش‌بینی شده حاضر نسبت به مدل‌های قبلی با نتایج تجربی تطابق زیادی دارد.

## ۲- مکانیک محیط پیوسته

یک المان به طول  $dx$  با سطح مقطع  $A$  در یک فاصله از  $x$  از نقطه ضربه را در نظر بگیرید. اگر کرنش در المان به صورت  $\varepsilon(x)$  داده می‌شود، سپس انرژی کرنشی ذخیره شده در المان توسط حجم المان با انتگرال‌گیری از منطقه‌ای تحت تنش-کرنش به صورت زیر داده می‌شود:

$$Energy\ absorbed = A dx \int_0^{\varepsilon} \sigma d\varepsilon, \quad \sigma = \sigma(\varepsilon) = \sigma_{11}(\varepsilon) \quad (1)$$

برای تعیین انرژی جذب‌شده توسط اهداف (کامپوزیت الاستومری و کامپوزیت ترموستی) نیاز به تعیین تنش برای این مواد می‌باشد. از این رو با توجه به متفاوت بودن نوع ساختاری این مواد به طور جداگانه فرمول تنش‌های آن‌ها محاسبه می‌شود. در ادامه به بررسی آن‌ها پرداخته شده است.

### ۲-۱- مدل الاستیک (خطی)

تنش در حالت کشش اصلی تک‌محوره برای مواد الاستیک (خطی) بر اساس کرنش به صورت زیر است:

ایشیکاوا [۵] برای مدل‌سازی لاستیک تقویت‌شده با الیاف یک تابع انرژی معرفی نمود که بر اساس انرژی کرنشی لاستیک و انرژی کشش الیاف استخراج گردید. سپس با استفاده از روابط غیرالاستیک روابط ساختاری کامپوزیت الاستومری را ارائه نمود و تحلیل المان محدود خمش روی آن را انجام داد و با نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی مقایسه نمود. پنگ [۶] نیز با ارائه یک تابع انرژی برای تایلر، روابط ساختاری آن را استخراج نمود.

محمدی پور و همکاران [۷] به بررسی تحلیلی جذب انرژی و آسیب لایه‌لایه شدگی در صفحات نازک کامپوزیتی تقویت‌شده با نانو ذرات تحت برخورد با سرعت بالا پرداخته شده است. همچنین، میزان انرژی‌های جذب‌شده در حالت‌های مختلف شکست و تغییرات انرژی جنبشی پرتابه و هدف در بازه‌های زمانی کوچک، شعاع ناحیه آسیب و انرژی لایه‌لایه‌شدگی و سرعت خروجی پرتابه تخمین زده شده است. در نهایت نتایج حاصل از مدل تحلیلی با نتایج تجربی برخورد با سرعت بالا روی صفحات نانو کامپوزیت بررسی کردند. احمدی و همکاران [۸] به بررسی شبیه‌سازی رفتار یک ساندویچ پانل کامپوزیتی در برابر ضربه بالستیک با استفاده از مدل تحلیلی پرداخته‌اند. در هر مرحله از این مدل تحلیلی، تعادل انرژی بین انرژی جنبشی پرتابه و انرژی جذب‌شده توسط هدف در نظر گرفته شده است. همچنین، سرعت باقیمانده در طی برخورد بالستیک نیز محاسبه کردند.

خدادادی و همکاران [۹] به بررسی تجربی نفوذ پرتابه با سرعت بالا در کامپوزیت‌های ساخته شده از کولار/الاستومر و مقایسه آن با کامپوزیت‌های کولار/اپوکسی پرداخته‌اند. لیاقت و همکاران [۱۰] به بررسی عددی و تجربی نفوذ پرتابه با سرعت بالا در کامپوزیت‌های ساخته شده به روش پیچش الیاف پرداختند و مکانیزم‌های مختلف آسیب را بررسی کردند.

طاهرزاده و همکاران [۱۱] به بررسی تجربی و عددی نفوذ پرتابه کامپوزیت چندلایه دارای لایه فلزی همراه با یک لایه الاستومر پرداختند. نتایج نشان داد که مکان لایه الاستومری نزدیک برخورد پرتابه به دلیل پخش شدن بار، عملکرد جذب انرژی بهتری دارد. همچنین، شبیه‌سازی عددی فرآیند نفوذ با استفاده از نرم‌افزار LS-DYNA انجام شد. سرانجام، یک مطالعه پارامتری عددی برای ارزیابی تأثیر ضخامت الاستومر بر راندمان جذب انرژی کل ساختار انجام شد. مدل تحلیلی نشان داده شده در مطالعه حاضر بر اساس پیش‌بینی رفتار

می‌توان چگالی انرژی کرنشی را به صورت  $W(I_1, I_2)$  استفاده نمود. و بنابراین تنش از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۲]:

$$\sigma = 2 \left[ \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) B - \frac{\partial W}{\partial I_2} B^2 \right] - pI \quad (9)$$

در رابطه اخیر فشار هیدرواستاتیک  $p$  مجهول است که از طریق حل مسائل مرزی ( $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$ ) محاسبه می‌شود.

مواد جامد نئوهوکین یک مدل برای مواد غیرالاستیک است که شباهت زیادی با قانون هوک دارد و می‌تواند برای موادی که در آن‌ها تنش و کرنش رفتار غیرخطی با تغییر شکل‌های بزرگ دارند، مورد استفاده قرار گیرد. مدل نئوهوکین بر پایه زنجیره پلیمری با اتصال کراس-لینک<sup>۱</sup> بنا نهاده شده و قابل استفاده برای پلاستیک‌ها و مواد لاستیک است. پلیمرها با اتصال کراس-لینک در حالت نئوهوکین مورد بررسی قرار می‌گیرند، چون با اعمال تنش، زنجیره‌های پلیمری نسبتاً به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند. این در حالی است که زنجیره‌های پلیمری در یک نقطه مشخص تا بیشترین حدی که پیوند کووالانسی کراس-لینک اجازه دهد دچار کشیدگی شده و این باعث افزایش شدید مدول الاستیک ماده می‌شود. مدل نئوهوکین برای حالت تنش دومحوره مناسب نبوده اما برای حالت کشش تک‌محوره بهترین گزینه می‌باشد [۱۸]. از آنجاکه در این تحقیق تنش اصلی برای مدل تحلیلی به صورت تنش تک‌محوره انتخاب شده است. بنابراین از این مدل برای مواد غیرالاستیک استفاده می‌گردد. تابع چگالی انرژی کرنشی برای یک ماده نئوهوکین غیرقابل تراکم به صورت زیر است:

$$W_{N,H} = C_1(I_1 - 3), \quad C_1 = \frac{\mu}{2} \quad (10)$$

$C_1$  ضریب مدل نئوهوکین است که از نمودار تنش-کرنش لاستیک در نرم افزار آباکوس به دست آمده است. بنابراین با استفاده از روابط (۹) و (۱۰)، تنش کوشی برای مواد غیرالاستیک (غیرخطی) به فرم کشش تک‌محوره به فرم زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_{11} = 2C_1 \left( \lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) = 2C_1 \left( \varepsilon_{11}^2 + 2\varepsilon_{11} + 1 - \frac{1}{1 + \varepsilon_{11}} \right) \quad (11)$$

### ۳- مدل سازی تحلیلی

مکانیزم‌هایی که برای جذب انرژی در نظر گرفته شده است بر پایه

$$\sigma_{11} = E\varepsilon_{11} \quad (2)$$

### ۲-۲- مدل غیرالاستیک (غیرخطی)

برای تعیین روابط غیرالاستیک از تابع پتانسیل انرژی کرنشی که تابعی از ناوردهای تانسور گرادیان تغییر شکل،  $F$  است، استفاده می‌گردد.  $C$  و  $B$  به ترتیب تانسورهای تغییر شکل کوشی-گرین راست و چپ به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۲]:

$$C = F^T F \quad (3)$$

$$B = FF^T \quad (4)$$

در مواد غیرالاستیک تنش را می‌توان با استفاده از رابطه زیر و از تابع انرژی پتانسیل کرنشی به دست آورد [۱۲].

$$S = \frac{\partial W}{\partial E} \quad (5)$$

در رابطه فوق،  $S$  تانسور تنش دوم پیولا-کرشهوف است. تابع انرژی پتانسیل کرنشی بر اساس ناوردهای اصلی تانسور تغییر شکل کوشی-گرین راست در نظر گرفته می‌شود و در نتیجه رابطه (۵) به صورت زیر نیز بیان می‌گردد [۱۲]:

$$S = 2 \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial C} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial C} + \frac{\partial W}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial C} \right) \quad (6)$$

که در آن  $I_1, I_2, I_3$  ناوردهای تانسور  $C$  هستند و ناوردهای اصلی تانسور تغییر شکل راست کوشی-گرین نام دارد که به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۲]:

$$I_1 = tr(C), \quad I_2 = \frac{1}{2}(I_1^2 - tr(C^2)), \quad I_3 = det(C) \quad (7)$$

با تبدیل تنش دوم پیولا-کیرشهف به تانسور تنش کوشی داریم [۱۲]:

$$\sigma = \frac{FSF^T}{J} \quad (8)$$

اگر ماده تحت فشار هیدرواستاتیک قرار گیرد، حجم آن به اندازه مشخصی تغییر می‌کند. بیشتر لاستیک‌ها در مقابل تغییر حجم شدید از خود مقاومت نشان داده و در محاسبات دستی می‌توان تا حد بسیار خوبی به عنوان مواد تراکم‌ناپذیر در نظر گرفت. مدل ماده برای مواد تراکم‌ناپذیر به این صورت است که باید  $J = 1$  را ارضا کند تا حجم تغییر نکند. بنابراین چگالی انرژی کرنشی تابعی از دو ثابت است و

تئوری نیک [۱۶] عبارتند از:

$$E_{Kp,0} = E_{Kp,i} + E_{L,i}, \quad E_{L,i} = E_{KE,i} + E_{Py,i} + E_{Sy,i} + E_{Dl,i} + E_{Mc,i} + E_{Sp,i} \quad (12)$$

در معادله بالا  $E_{Kp,0}$  انرژی جنبشی اولیه،  $E_{Kp,i}$  انرژی جنبشی در هر فاصله زمانی بعد از برخورد،  $E_{KE,i}$  انرژی جنبشی ایجاد شده در پشت صفحه کامپوزیتی تحت برخورد بالستیکی،  $E_{Py,i}$  انرژی جذب شده در شکست کششی الیاف اولیه،  $E_{Sy,i}$  انرژی جذب شده در تغییر شکل الاستیک الیاف ثانویه،  $E_{Dl,i}$  انرژی جذب شده ناشی از لایه لایه شدگی،  $E_{Mc,i}$  انرژی جذب شده ناشی از ترک ماتریس و  $E_{Sp,i}$  انرژی جذب شده ناشی از سوراخ برشی و تشکیل شدن پلاگ در صورت رخ دادن آن می باشد. در این مطالعه برای نوشتن تابع انرژی کرنشی ماتریس (الاستومر) از تابع انرژی نئوهوکین استفاده خواهد شد.

فرضیاتی که در مطالعه حاضر در نظر گرفته می شود، به صورت زیر می باشد.

- تغییرات کرنش در راستای ضخامت خطی فرض می شود.
- کرنش در طول الیاف اولیه در تمامی لایه ها به صورت نمایی تغییر می کند.
- کرنش خروجی الیاف اولیه در هر لایه، ورودی برای لایه بعدی می باشد.
- اختلاف کرنش های خروجی و ورودی در تمام لایه ها یکسان می باشد.
- کرنش در لایه بالایی حداکثر و در لایه پایینی حداقل بوده و یا شیب ثابت در طول ضخامت تغییر می کند.
- مولد ایجاد شده در پشت صفحه هدف خطی فرض می شود.
- رفتار انرژی جذب شده ناشی از شکست الیاف اولیه و تغییر شکل الیاف ثانویه به طور مستقل می باشد.
- سرعت امواج طولی و عرضی در تمام لایه ها یکسان می باشد.
- حرکت گلوله در خلال نفوذ در طول هر فاصله زمانی یکنواخت می باشد.
- گلوله در خلال رویداد برخورد بالستیکی با هدف در تماس می باشد.
- جابه جایی گلوله و ارتفاع مخروط تشکیل شده در هر فاصله

زمانی یکسان می باشد.

- سرعت های گلوله و مخروط در هر فاصله زمانی یکسان، برابر می باشند.
  - گلوله در طول برخورد صلب است و بدون تغییر شکل باقی می ماند.
- در شکل ۱ تنش در تارهای اولیه در مجاورت نقطه برخورد حداکثر و در انتهای ناحیه تحت تنش واقع شده (شعاع موج پلاستیک) صفر است.

### ۳-۱- انرژی جذب شده دینامیکی از پرتابه به صفحه هدف

با در نظر گرفتن سرعت یکنواخت برای کل ناحیه مخروط ایجاد شده،  $V_0$ ، برابر است با:

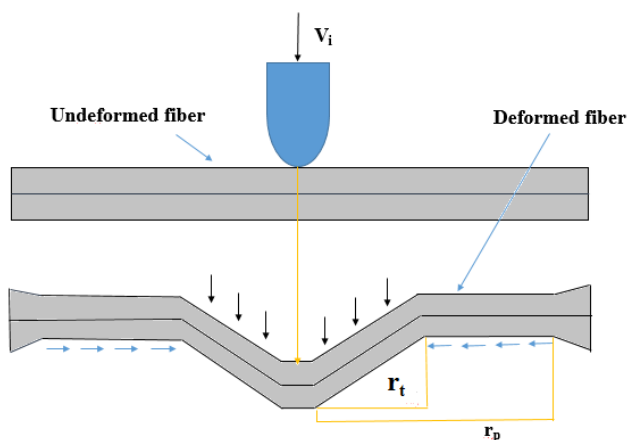
$$E_{Kp,0} = \frac{1}{2} m_p V_0^2, \quad m_p = \pi R_p^2 t \rho \quad (13)$$

از بررسی مکانیزم های جذب انرژی می توان سرعت خروج گلوله از هدف  $V_r$  و همچنین سرعت حد بالستیک  $V_0$  را پیش بینی کرد. کاهش انرژی پرتابه بر اثر برخورد برابر است با:

$$E_L = \frac{1}{2} m_p (V_0^2 - V_r^2), \quad m_p = \pi R_p^2 t \rho \quad (14)$$

سرعت پرتابه در انتهای فاصله زمانی  $i$  برابر است با:

$$V_i = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} m_p V_0^2 - E_{L,i}}{\frac{1}{2} (m_p + m_{c,i})}}, \quad m_p = \pi R_p^2 t \rho, \quad m_{c,i} = \pi R_i^2 t \rho \quad (15)$$



شکل ۱. تغییر شکل تار بر اثر برخورد عرضی پرتابه

Fig. 1. Deformation of the yarn/fiber due to the transverse impact of projectile



مساحت سطح مقطع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = 4d_p h_1 \quad (20)$$

بنابراین، به دلیل موج عرضی در دو طرف پرتابه انتشار یافته و الیاف دارای بافت دوبعدی است، عبارت بالا باید در ضریب چهار ضرب گردد. همچنین، در معادله (۱۹) برای به دست آوردن انرژی مکانیزم شکست کششی الیاف (۲ لایه) برای مواد الاستیک، تنش از رابطه (۲) و برای مواد غیر الاستیک تنش از رابطه (۱۱) استفاده می‌گردد.

### ۳-۴- انرژی جذب شده در تغییر شکل الاستیک الیاف ثانویه

الیاف ثانویه، کرنش‌های متفاوتی، وابسته به موقعیت خود تحمل می‌کنند. نقاطی که نزدیک‌تر به نقطه برخورد هستند، به طور تجربی تنها مقدار کمی تا کرنش شکست فاصله دارند، در حالی که نقاطی که در فاصله دور از نقطه برخورد هستند هیچ کرنشی در آن‌ها دیده نمی‌شود. این شرایط باعث ایجاد شرایط مرزی بر اساس تغییر در کرنش  $\varepsilon$  با فاصله از نقطه برخورد می‌شود، که در  $r = d/2$  برابر کرنش  $\varepsilon = \varepsilon_0$  و در  $r = r_{t,i}$  برابر  $\varepsilon = 0$  می‌شود.  $\varepsilon_0$  کرنش شکست کامپوزیت است. تارهای ثانویه متناسب با موقعیت خود کرنش متفاوتی را تحمل می‌کنند. در صورتی که تغییرات کرنش از نقطه  $A$  تا  $B$  خطی فرض شود، شرایط مرزی زیر را برای تغییرات کرنش با فاصله از محل برخورد در فاصله زمانی  $t$  خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sy} &= \varepsilon_{py} \text{ at } r = \frac{d}{2}, \quad \text{i.e., at point } A, \\ \varepsilon_{sy} &= 0 \text{ at } r = r_{t,i}, \quad \text{i.e., at point } B, \\ \varepsilon_{sp} &= \varepsilon_0 b \frac{x}{a} \end{aligned} \quad (21)$$

با استفاده از تناسب خطی کرنش در سرتاسر منطقه مخروط ایجاد شده و درون الیاف ثانویه برابر است با:

$$\varepsilon_{sy,i} = \frac{2(r_i - r)}{(2r_i - d)} \varepsilon_{py,i} \quad (22)$$

همان‌طور که در شکل ۲ دیده می‌شود، با در نظر گرفتن یک المان حلقه‌ای با شعاع داخلی و بیرونی  $r$  و  $r + dr$  حجم  $dV$  برابر است با:

$$dV = h(2\pi r - 8r \sin^{-1} \frac{d}{2r}) dr \quad (23)$$

### ۳-۲- انرژی جنبشی ایجاد شده در پشت صفحه کامپوزیتی تحت برخورد بالستیکی

انرژی جذب شده به وسیله مکانیزم انتقال انرژی جنبشی از پرتابه به صفحه هدف انرژی جنبشی حرکت مخروط در زمان  $t$  با استفاده از معادله‌ی زیر به دست می‌آید.

$$E_{KE,i} = \sum_{i=0}^{i=n} \frac{1}{2} \pi R_{t,i}^2 h_1 \rho V_i^2 \quad (16)$$

$V_i$  سرعت مخروط متحرک است.

### ۳-۳- انرژی جذب شده در شکست کششی الیاف اولیه

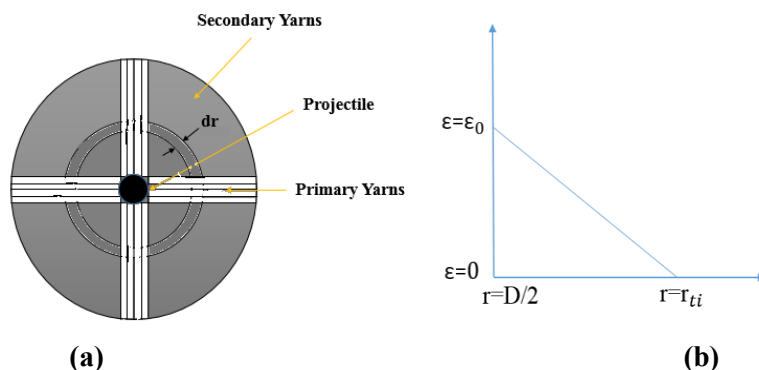
هنگامی که جبهه موج کرنشی از یک نقطه تار عبور می‌کند، ماده تار از خارج به سمت محل برخورد حرکت می‌کند (شکل ۱) و تار در پشت موج پلاستیک شبیه مخروط با رأسی در نقطه برخورد شکل داده می‌شود. قاعده این مخروط به سمت بیرون نقطه برخورد با سرعتی برابر با سرعت موج عرضی گسترش می‌یابد. در هر لایه تنش در نقطه برخورد حداکثر است و در طول تار کاهش می‌یابد. می‌توان تغییرات کرنش در طول تار اولیه را با یک تابع نمایی به صورت زیر تخمین زد [۳]:

$$\varepsilon_{py} = \varepsilon_0 b^{\frac{x}{a}} \quad (17)$$

که در آن  $b$  یک ثابت کوچک‌تر از ۱ و  $a$  عرض تار و  $\varepsilon_0$  کرنش در موقعیت  $x = 0$  است. بنابراین با استفاده از معادله بالا کل انرژی جذب شده به وسیله مکانیزم شکست کششی الیاف (۲ لایه) برابر است با:

$$E_{py} = E_{py,1} + E_{py,2} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} E_{py} &= \sum_{i=0}^{i=n} A \int_0^{r_{p,i}} \left( \int_0^{\varepsilon_1 = \varepsilon_0 b^{\frac{x}{a}}} \sigma_{11}(\varepsilon) d\varepsilon \right) dx + \\ & \sum_{i=0}^{i=n} A \int_0^{r_{p,i}} \left( \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2 = 2\varepsilon_0 b^{\frac{x}{a}}} \sigma_{11}(\varepsilon) d\varepsilon \right) dx \end{aligned} \quad (19)$$



شکل ۲. تغییر شکل الیاف ثانویه هدف کامپوزیتی در نقطه برخورد. (ب) تغییرات کرنش در نقطه ضربه

Fig. 2. (a) Secondary yarns deformation of a composite target during ballistic impact; (b) Strain variation at the impact point

در آن اتفاق می‌افتد، درصد لایه‌لایه شدگی و  $G_{IIcd}$  نرخ افزایش انرژی کرنشی دینامیکی بحرانی در مود II می‌باشد.

### ۳-۶- انرژی جذب‌شده ناشی از ترک ماتریس

مکانیزم دیگر جذب انرژی، مانند پدیده ورقه‌شدن در ابتدای خرابی اهداف ساخته‌شده از کامپوزیت ایجاد می‌شود و به‌تنهایی مقدار جذب انرژی آن بسیار کم بوده، ولیکن بر روی پدیده‌های دیگر خرابی دو مکانیزم‌های دیگر جذب انرژی مؤثر بوده و باعث کاهش مقاومت به ضربه هدف می‌شود ترک‌خوردگی ماتریس است. انرژی جذب‌شده ناشی از ترک‌خوردگی زمینه از معادله (۲۸) به دست می‌آید.

$$E_{Mc,i} = \sum_{i=0}^{i=n} P_m \pi A_{ql} h V_m r_{del,i}^2 E_{m,i} \quad p_m \quad (28)$$

درصد ترک‌خوردگی زمینه،  $A_{ql}$  درصدی از مساحت دایره‌های که شکست ماتریسی در آن اتفاق می‌افتد، ضخامت هدف کامپوزیتی و  $E_{m,i}$  انرژی جذب‌شده توسط زمینه در واحد حجم می‌باشد.

### ۳-۷- انرژی جذب‌شده ناشی از سوراخ برشی

با برخورد گلوله به هدف استحکام برشی ماده کامپوزیتی هدف از سوراخ‌شدن آن ممانعت می‌کند، در نتیجه می‌بایست مقداری از انرژی گلوله صرف غلبه بر استحکام برشی هدف گردد. این انرژی پس از فائق‌آمدن بر استحکام برشی موجب سوراخ‌شدن هدف می‌شود. تشکیل سوراخ برشی برای کامپوزیت‌های تقویت‌شده با شیشه که کرنش گسیختگی بالایی در نرخ‌های بالای کرنش دارد مشاهده نشده است، ولی در کامپوزیت‌های تقویت‌شده با کربن یا کولار، ذات شکننده

بنابراین انرژی جذب‌شده در تغییر شکل الیاف ثانویه را می‌توان از معادله زیر به دست آورد:

$$E_{sy} = E_{sy,1} + E_{sy,2} \quad (24)$$

$$E_{sy} = \sum_{i=0}^{i=n} \int_{0.5d_p}^{x_{i,j}} \left( \int_0^{\epsilon_1} \sigma_{11}(\epsilon) d\epsilon \right) h_1 \{2\pi x - 4d_p\} dx + \sum_{i=0}^{i=n} \int_{0.5d_p}^{x_{i,j}} \left( \int_{\epsilon_1}^{\epsilon} \sigma_{11}(\epsilon) d\epsilon \right) h_1 \{2\pi x - 4d_p\} dx \quad (25)$$

بنابراین در معادله (۲۵) برای به دست‌آوردن انرژی مکانیزم شکست کششی الیاف (۲ لایه) برای مواد الاستیک، تنش از رابطه (۲) و برای مواد غیر الاستیک تنش از رابطه (۱۱) استفاده می‌گردد.

### ۳-۵- انرژی جذب‌شده ناشی از لایه‌لایه شدگی

بخشی از سطح مخروط لایه‌لایه شدگی و ترک‌خوردن زمینه را تحمل می‌کند. در نتیجه لایه‌لایه شدگی و ترک‌خوردگی زمینه، که در ناحیه مخروطی تحمل می‌شوند، به شکل شبه نواری است که  $A_{ql}$  مقداری از مساحت دایره در نظر گرفته‌شده را می‌گیرند.

$$A = \pi r_{Dl}^2 A_{ql} \quad (26)$$

انرژی جذب‌شده ناشی از لایه‌لایه شدگی از معادله زیر به دست می‌آید.

$$E_{Dl,i} = \sum_{i=0}^{i=n} P_d \pi r_{del,i}^2 A_{ql} G_{IIcd} \quad (27)$$

که در عبارت  $A_{ql}$  درصدی از مساحت دایره‌ای که لایه‌لایه شدگی

$$E_{Sp,i} = \sum_{i=0}^{i=n} h_{1,i} S_{Sp} \pi d_p h_1 \quad (33)$$

شکل ۳ روند نمای محاسباتی تئوری ارائه شده را نشان می‌دهد.

#### ۴- بررسی نتایج تئوری مواد الاستیک و غیرالاستیک

در این قسمت به بررسی و مقایسه نتایج به دست آمده از مدل تحلیلی با نتایج به دست آمده از نتایج حاصل از آزمایش‌های مختلف برای کامپوزیت‌های کولار/الاستومر [۹]، پرداخته می‌شود. لازم به ذکر است که در همه‌ی مدل‌های مورد بررسی هدف کامپوزیتی ۱۰۰ میلی‌متر در ۱۰۰ میلی‌متر بوده و جرم، قطر و طول پرتابه به ترتیب ۹/۳۲ گرم، ۱۰ میلی‌متر و ۱۶/۷۵ میلی‌متر می‌باشد. خواص مکانیکی لایه‌های کامپوزیتی کولار/اپوکسی در جدول ۱، خواص مکانیکی و پارامترهای هندسی لایه‌های کامپوزیتی کولار/الاستومر در جدول ۲ و نمودار تنش- کرنش در شکل ۴ نشان داده شده است.

معمولاً در سرعت‌های بالاتر از حد بالستیک، به دلیل اینکه با افزایش سرعت اختلاف میان انرژی اولیه پرتابه و انرژی جذب شده با شیب تند افزایش می‌یابد [۱] و انرژی جذب شده کسر کمی از انرژی برخورد خواهد بود، دقت سرعت خروجی محاسبه شده نمی‌تواند گویای دقت تئوری ارائه شده باشد. به همین دلیل، مقایسه نتایج حاصل از تئوری ارائه شده و نتایج تجربی محققین دیگر در حد بالستیک که معمولاً بیشترین خطا را خواهد داشت، صورت می‌گیرد. به منظور صحت‌گذاری

کربن و کولار که اساس کامپوزیت است مسئول تغییر مکانیزم آسیب می‌باشد. بسته به نوع ماده کامپوزیتی هدف و مواد اولیه تشکیل دهنده آن، می‌توان به خصوصیات هدف پی برد، و با توجه به این که هدف ذات شکننده دارد یا خیر می‌توان درک کرد که آیا می‌توان از این مکانیزم صرف‌نظر کرد و یا آن را در جذب انرژی کل سهیم دانست.

$$E_{Sp,i} = \sum_{i=0}^{i=n} N \pi d_p h S_{Sp} h_{1,i} \quad (29)$$

که در معادله بالا  $S_{Sp}$  استحکام برش سوراخ،  $h$  ضخامت هر لایه،  $h_1$  ضخامت کل هدف،  $N$  تعداد لایه‌ها و  $d_p$  قطر پرتابه می‌باشد. برای به دست آوردن استحکام برشی از روابط زیر استفاده می‌گردد.

$$S_{Sp} = \frac{F_1}{\pi d_p h_1} \quad (30)$$

که  $F_1$  نیروی تماسی است که از معادله‌های زیر محاسبه می‌شود.

$$F_1 = F_{11} + F_{12} \quad (31)$$

$$F_{11} = \frac{1}{2} \rho A_p V_0^2, \quad F_{12} = \sigma_z A_p \quad (32)$$

که  $F_1$  و  $F_2$  به ترتیب نیروی جبری ناشی از سرعت اولیه و نیروی ناشی از تنش در راستای ضخامت می‌باشد. بنابراین رابطه زیر به دست می‌آید:



شکل ۳. روند نمای مدل تئوری

Fig. 3. Flow chart depicting the analytical model

بالستیکی در شکل‌های ۵ و ۶ به ترتیب برای کامپوزیت کولار/الاستومر و کولار/اپوکسی نشان داده شده است. این شکل‌ها برای موردی با ضخامت هدف  $h=2\text{mm}$ ، جرم گلوله  $m=9/23\text{g}$ ، قطر گلوله  $d=10\text{mm}$  می‌باشد. در شکل ۵ نتایج برای سرعت خروجی گلوله از هدف کامپوزیتی کولار/الاستومر ۲ لایه، در سرعت برخورد ۷۴ افزایش ۲/۱ درصدی را نشان می‌دهد، در صورتی که در حالت برخورد با سرعت ۱۱۳ متر بر ثانیه، سرعت خروج گلوله با ۱۰/۱۳ درصد کاهش نسبت به سرعت برخورد اولیه، از هدف خارج می‌گردد.

از طرفی، در شکل ۶ سرعت خروجی گلوله از هدف کامپوزیتی کولار/اپوکسی ۲ لایه، در سرعت برخورد ۵۱ کاهش ۴/۴ درصدی را نشان می‌دهد، در صورتی که در حالت برخورد با سرعت ۱۱۱ متر بر ثانیه، سرعت خروج گلوله با ۲/۷ درصد کاهش نسبت به سرعت برخورد اولیه، از هدف خارج می‌گردد.

با دقت در نمودار سرعت باقیمانده در برابر سرعت رویداد برخورد بالستیک می‌توان پی برد، هنگامی که سرعت رویداد برخورد بالستیکی

جدول ۲. خواص مکانیکی و پارامترهای هندسی لازم پرتابه و هدف برای مدل تحلیلی کامپوزیت کولار/الاستومر [۹، ۱۹]

Table 2. Required mechanical properties and geometrical parameters for analytical predictions of fabric kevlar/elastomer composite [9, 19]

مشخصات پرتابه	
سر کروی	شکل
۹/۲۳gr	جرم
۱۰mm	قطر
مشخصات هدف	
کولار/الاستومر	جنس
۰/۵۴	درصد حجمی ماتریس (الاستومر)
۰/۴۶	درصد حجمی الیاف
۱۰۰	طول (mm)
۱۰۰	عرض (mm)
۰/۵	ضخامت (mm)
۲	تعداد لایه‌ها
۱۴۴۰	جرم حجمی الیاف ( $\text{kg/m}^3$ )
۹۵۰	جرم حجمی ماتریس ( $\text{kg/m}^3$ )
۱۱۷۵/۴	جرم حجمی کامپوزیت ( $\text{kg/m}^3$ )
۰/۴	انرژی ترک‌خوردگی رزین ( $\text{MJ/m}^3$ )
۳۸۵۰	نرخ آزادسازی انرژی کرنشی ( $\text{J/m}^2$ )
۰/۸۵	ضریب انتقال موج تنش
۰/۵۵	کرنش شکست
۰/۴۰	درصدی از مساحت شکست ماتریس
۱/۹۸	مدول برشی (MPa)
۰/۸	درصد مقاومت برشی
۰/۴	درصد لایه‌لایه شدگی
۰/۴	درصد ترک‌خوردگی ماتریس

جدول ۱. خواص مکانیکی و پارامترهای هندسی لازم پرتابه و هدف برای مدل تحلیلی کامپوزیت کولار/اپوکسی [۱۳-۱۵]

Table 1. Required mechanical properties and geometrical parameters for analytical predictions of fabric kevlar/epoxy composite [13-15]

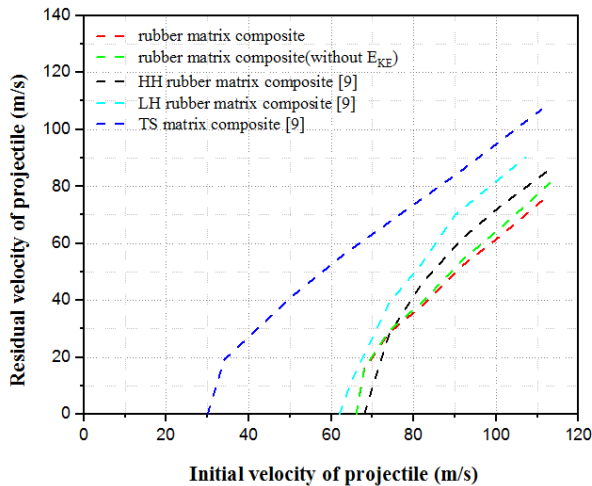
مشخصات پرتابه	
سر کروی	شکل
۹/۲۳gr	جرم
۱۰mm	قطر
مشخصات هدف	
کولار/اپوکسی	جنس
۰/۵۴	درصد حجمی ماتریس (اپوکسی)
۰/۴۶	درصد حجمی الیاف
۱۰۰	طول (mm)
۱۰۰	عرض (mm)
۰/۵	ضخامت (mm)
۲	تعداد لایه‌ها
۱۴۴۰	جرم حجمی الیاف ( $\text{kg/m}^3$ )
۱۰۵۱	جرم حجمی ماتریس ( $\text{kg/m}^3$ )
۱۲۳۰	جرم حجمی کامپوزیت ( $\text{kg/m}^3$ )
۰/۹	انرژی ترک‌خوردگی رزین ( $\text{MJ/m}^3$ )
۲۸۵۶	نرخ آزادسازی انرژی کرنشی ( $\text{J/m}^2$ )
۲۰/۴۱	مدول یانگ (GPa)
۰/۸۵	ضریب انتقال موج تنش
۰/۱۶۸	کرنش شکست
۰/۹۰	درصدی از مساحت شکست ماتریس
۹	مدول برشی (MPa)
۰/۹	درصد لایه‌لایه شدگی
۰/۹	درصد ترک‌خوردگی ماتریس

بر مدل تحلیلی نتایج این مدل در محاسبه سرعت حد بالستیک کامپوزیت کولار/الاستومر و کولار/اپوکسی برای پرتابه سرکروی در جدول ۳ ارائه و با داده‌های تجربی مرجع [۹] مقایسه شده است. این نتایج برای پانل دارای لایه‌های کامپوزیتی با ضخامت‌های مختلف و پرتابه فولادی به قطر ۱۰ میلی‌متر ارائه شده است. همان‌طور که در جدول ۳ مشخص است، مدل ارائه شده با دقت خوبی سرعت حد بالستیک را پیش‌بینی می‌کند.

با استفاده از مدل تحلیلی ارائه شده در این تحقیق، حد بالستیک برای کامپوزیت کولار/الاستومر ۲ لایه مطابق جدول ۳ به ترتیب ۶۶/۰۶ به دست آمده است. همچنین حد بالستیک حاصل از مدل تحلیلی برای کامپوزیت کولار/اپوکسی با نتایج تجربی مرجع [۹] مقایسه و ارزیابی شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مطابقت خوبی بین داده‌های تجربی و نتایج مدل وجود دارد.

#### ۴-۱- بررسی تغییرات سرعت خروجی

سرعت باقیمانده ( $V_R$ ) گلوله به صورت تابعی از سرعت رویداد برخورد

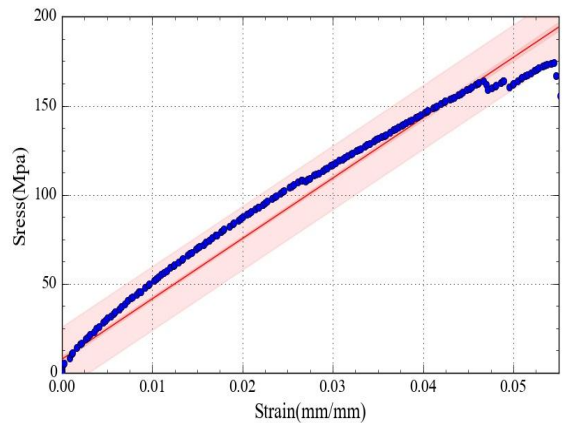


شکل ۵. مقایسه سرعت‌های باقی‌مانده مدل تحلیلی و تجربی بر روی هدف کامپوزیتی کولار/الاستومر با ضخامت ۱ میلی‌متر

Fig. 5. Comparison of residual velocities between analytical and experimental model on the kevlar/elastomer composite with a thickness of 1 mm

یعنی تغییر در ارتفاع مخروط ( $Z_i$ ) و شعاع عرضی مخروط ( $r_{ii}$ ) در هر زمان معین می‌شود.

با مقایسه سرعت‌های به‌دست‌آمده از مدل پیشنهادی تحلیلی که در جدول (۴) و (۵) اشاره شده است، می‌توان دریافت که این مدل برای کامپوزیت کولار/الاستومر با ضخامت‌های مختلف جواب مناسبی دارد و خطای مدل در پیش‌بینی سرعت خروجی گلوله در برخورد به هدف کامپوزیتی کولار/الاستومر ۲ لایه با سرعت‌های مختلف ۱۰۱،۹۲،۸۲،۷۴ و ۱۱۳ متر بر ثانیه در مقایسه با نتایج تجربی به ترتیب برابر ۲/۱٪، ۱۷/۳۶٪، ۱۵/۴۱٪، ۱۴/۳۲٪ و ۱۰/۱۳٪ می‌شود که قابل قبول می‌باشد. همچنین، خطای مدل در پیش‌بینی سرعت خروجی گلوله در برخورد به هدف کامپوزیتی کولار/ترموست ۲ لایه با سرعت‌های مختلف ۵۱، ۶۳، ۹۲ و ۱۱۱ متر بر ثانیه در مقایسه با نتایج تجربی به ترتیب برابر ۴/۴٪، ۳/۵٪، ۲/۳٪ و ۲/۷٪



شکل ۴. منحنی تنش-کرنش کامپوزیت کولار/الاستومر [۹]

Fig. 4. Tensile stress-strain plot of fabric kevlar/elastomer composite [9]

بالاتر از حد بالستیکی افزایش می‌یابد، به‌طور مشابه سرعت باقی‌مانده گلوله نیز افزایش می‌یابد؛ اما این افزایش خیلی شیب تندتری از حد بالستیکی فوق‌الذکر را دارد. برای مثال اگر فرض شود که عمل سوراخ کردن با سرعت رویداد برخورد بالستیکی ۱۵۸ متر بر ثانیه رخ نمی‌دهد اما با سرعت برخورد بالستیکی ۱۵۹ متر بر ثانیه، ایجاد سوراخ کامل با سرعت باقیمانده ۵۴ متر بر ثانیه رخ می‌دهد [۱۷]. این امر نظر به جابجایی گلوله و افزایش شعاع سطحی مخروط، در خلال رویداد برخورد بالستیکی می‌تواند توضیح داده شود. در سرعت رویداد برخورد بالستیکی معین، لایه‌های بالایی گسسته خواهد شد، درحالی‌که ممکن است لایه‌های پایینی گسسته نشوند. کرنش در لایه‌های پایینی در ابتدا افزایش می‌یابد و سپس شروع به کاهش می‌کند. این کار به هندسه مخروط تشکیل شده که با جابجایی گلوله، تغییر در ارتفاع مخروط و شعاع سطحی مخروط که در هر زمان معین می‌شود، بستگی دارد. در ایجاد سوراخ کامل، اگر کرنش تحمیل شده از کرنش مجاز، قبل از اینکه شروع به کاهش نماید تجاوز کند، هندسه مخروط تشکیل شده و در نتیجه، کرنش تحمیل شده با جابجایی گلوله،

جدول ۳. نتایج سرعت حد بالستیک برای کامپوزیت کولار/الاستومر

Table 3. Ballistic limit impact test results for kevlar/elastomer composite

ملاحظات	شعاع عرضی مخروط (mm)	شعاع خرابی عرضی (mm)	ضخامت هدف (mm)	قطر پرتابه (سرکروی) (mm)	جرم پرتابه (gf)	حد بالستیک تجربی [۹] (m/s)	حد بالستیک تحلیلی (m/s)	خطا (%)
کولار/الاستومر ۲ لایه	۱۰	۴/۷	۱۶/۷۵	۱۰	۹/۳۲	۶۸	۶۶/۰۶	۲/۸
کولار/اپوکسی ۲ لایه	۱۲	۲/۸۵	۱۶/۷۵	۱۰	۹/۳۲	۳۰	۲۷/۲۰	۹/۳۰

جدول ۴. مقایسه سرعت خروجی از کامپوزیت کولار/الاستومر با ضخامت ۱ میلی‌متر با سرعت‌های برخورد مختلف در خلال برخورد بالستیکی

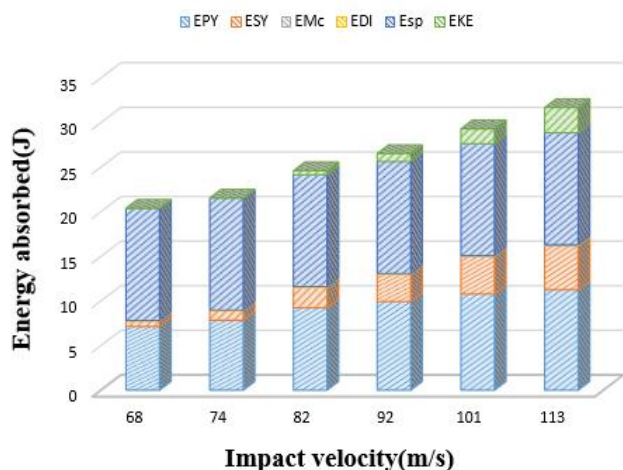
Table 4. Compare of residual velocities during ballistic impact with different velocities on the target of the kevlar / elastomer composite with a thickness of 1 mm

ضخامت هدف (mm)	قطر گلوله (mm)	جرم گلوله (g)	مقدار شعاع خرابی (mm)	مقدار شعاع عرضی (mm)	درصد خطا (%)	سرعت نهایی برخورد تحلیل تئوری (بدون E <sub>KE</sub> ) (m/s)	درصد خطا (%)	سرعت نهایی برخورد تحلیل تئوری (m/s)	سرعت نهایی برخورد تحلیل تجربی [۹] (m/s)	سرعت اولیه برخورد (m/s)
۱	۱۰	۹/۳۲	۴/۷	۱۰	-	۱۶/۰۹	-	۱۵/۷۸	۰	۶۸
۱	۱۰	۹/۳۲	۵	۱۱	۴/۵۷	۲۹/۲۸	۲/۱	۲۸/۶۱	۲۸	۷۴
۱	۱۰	۹/۳۲	۵/۴	۱۳	۱۴/۶۲	۳۹/۲۶	۱۷/۳۶	۳۸/۰۱	۴۶	۸۲
۱	۱۰	۹/۳۲	۵/۹	۱۴	۱۲/۱۹	۵۴/۴۴	۱۵/۴۱	۵۲/۴۴	۶۲	۹۲
۱	۱۰	۹/۳۲	۶/۳۵	۱۵/۲۵	۱۰/۴۷	۶۵/۳۵	۱۴/۳۲	۶۲/۵۴	۷۳	۱۰۱
۱	۱۰	۹/۳۲	۶/۹۵	۱۶	۵/۶۹	۸۱/۱۰	۱۰/۱۳	۷۷/۲۸	۸۶	۱۱۳

جدول ۵. مقایسه سرعت خروجی از کامپوزیت کولار / ترموست با ضخامت ۱ میلی‌متر با سرعت‌های برخورد مختلف در خلال برخورد بالستیکی

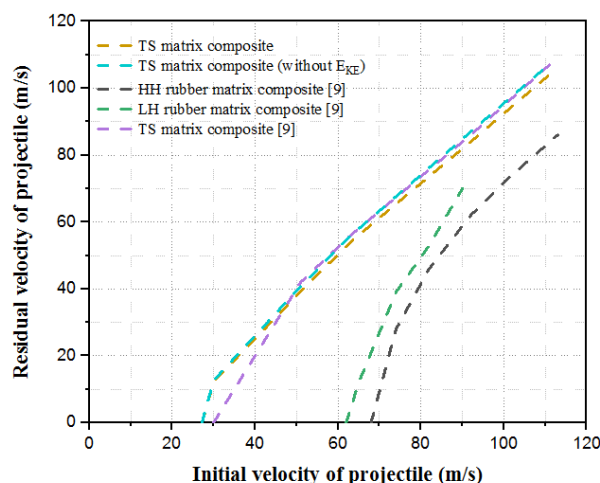
Table 5. Compare of residual velocities during ballistic impact with different velocities on the target of the kevlar / epoxy composite with a thickness of 1 mm

ضخامت هدف (mm)	قطر گلوله (mm)	جرم گلوله (g)	مقدار شعاع خرابی (mm)	مقدار شعاع عرضی (mm)	درصد خطا (%)	سرعت نهایی برخورد تحلیل تئوری (بدون E <sub>KE</sub> ) (m/s)	درصد خطا (%)	سرعت نهایی برخورد تحلیل تئوری (m/s)	سرعت نهایی برخورد تحلیل تجربی [۹] (m/s)	سرعت اولیه برخورد (m/s)
۱	۱۰	۹/۳۲	۲/۸۵	۱۲	-	۱۲/۶۳	-	۱۲/۲۷	۰	۳۰
۱	۱۰	۹/۳۲	۳	۱۴	۰/۶	۴۰/۷۵	۴/۴	۳۹/۱۹	۴۱	۵۱
۱	۱۰	۹/۳۲	۳/۷۵	۱۳	۰/۲۸	۵۵/۸۴	۳/۵	۵۳/۹۹	۵۶	۶۳
۱	۱۰	۹/۳۲	۵	۱۳/۲۵	۱/۱	۸۷/۰۱	۲/۳	۸۴	۸۶	۹۲
۱	۱۰	۹/۳۲	۶/۲۵	۱۲/۲۵	۰/۲۱	۱۰۷/۲۳	۲/۷	۱۰۴/۰۴	۱۰۷	۱۱۱



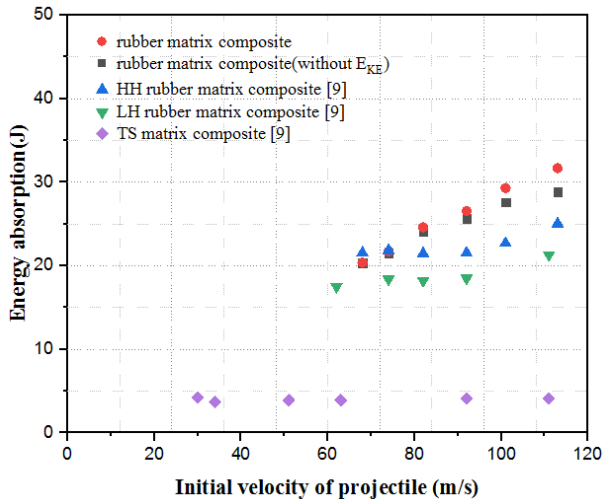
شکل ۷. مقایسه مکانیزم‌های گوناگون جذب انرژی مدل پیشنهادی در خلال برخورد بالستیکی سرعت‌های گوناگون بر روی هدف کامپوزیتی کولار/الاستومر با ضخامت ۱ میلی‌متر

Fig. 7. Comparison of the various mechanisms of energy absorption of analytical model during ballistic impact with different velocities on the target of kevlar/elastomer composite with a thickness of 1 mm



شکل ۶. مقایسه سرعت‌های باقی‌مانده مدل تحلیلی و تجربی بر روی هدف کامپوزیتی کولار/اپوکسی با ضخامت ۱ میلی‌متر

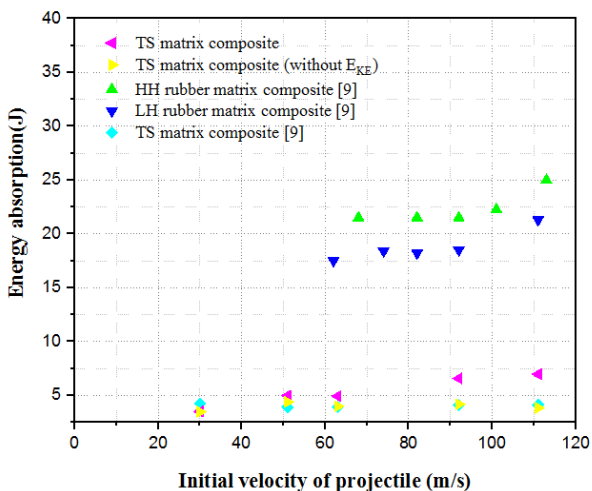
Fig. 6. Comparison of residual velocities between analytical and experimental model on the kevlar/epoxy composite with a thickness of 1 mm



شکل ۹. مقایسه جذب انرژی مدل پیشنهادی با نتایج تجربی در خلال برخورد بالستیکی سرعت‌های گوناگون بر روی هدف کامپوزیتی کولار/الاستومر با ضخامت ۱ میلی‌متر

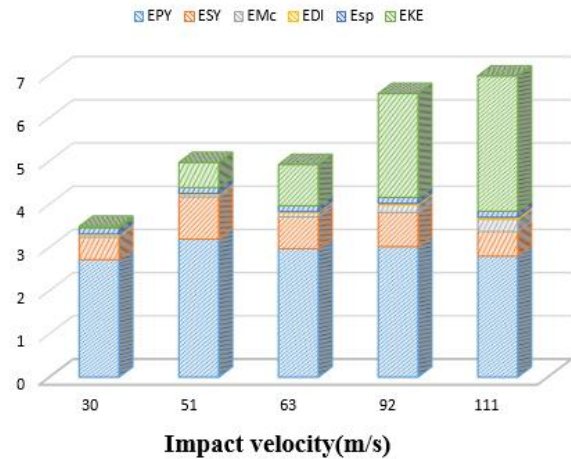
Fig. 9. Comparison of energy absorption between the analytical and experimental model during ballistic impact with different velocities on the target of kevlar/elastomer composite with a thickness of 1 mm

انرژی جذب شده کل توسط مکانیزم‌های مختلف در سرعت‌های مختلف برای کامپوزیت‌های کولار/الاستومر ۲ لایه و همچنین برای کامپوزیت کولار/ترموست ۲ لایه با استفاده از مدل تحلیلی به دست آمده و با نتایج حاصل از مدل تجربی [۹] در شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان داده شده است. مقایسه نتایج تطابق خوبی را نشان می‌دهد انرژی جذب شده کل توسط مکانیزم‌های مختلف در سرعت‌های



شکل ۱۰. مقایسه جذب انرژی مدل پیشنهادی با نتایج تجربی در خلال برخورد بالستیکی سرعت‌های گوناگون بر روی هدف کامپوزیتی کولار/ترموست ۲ لایه با ضخامت ۱ میلی‌متر

Fig. 10. Comparison of energy absorption between the analytical and experimental model during ballistic impact with different velocities on the target of kevlar/elastomer composite with a thickness of 1 mm



شکل ۸. مقایسه مکانیزم‌های گوناگون جذب انرژی مدل پیشنهادی در خلال برخورد بالستیکی سرعت‌های گوناگون بر روی هدف کامپوزیتی کولار/اپوکسی ضخامت ۱ میلی‌متر

Fig. 8. Comparison of the various mechanisms of energy absorption of analytical model during ballistic impact with different velocities on the target of kevlar/epoxy composite with a thickness of 1 mm

می‌شود که قابل قبول می‌باشد.

#### ۴-۲- بررسی انرژی جذب شده

در شکل ۷ و ۸ برای دو کامپوزیت کولار/الاستومر و کولار/اپوکسی ۲ لایه سهم هر مکانیزم از فرآیند جذب انرژی را در سرعت‌های متفاوت می‌توان مشاهده کرد. این نتایج نشان می‌دهد در سرعت‌های برخورد بالا، مثلاً در سرعت برخورد ۱۱۳ متر بر ثانیه در کامپوزیت کولار/الاستومر ۲ لایه، مکانیزم‌هایی که بیشترین میزان جذب انرژی را دارند، به ترتیب، انرژی جنبشی ایجاد شده در اثر برش سوراخ ( $E_{Sp,i}$ ) با ۳۹ درصد، انرژی ناشی از انرژی جذب شده توسط تارهای اولیه ( $E_{Py,i}$ ) با ۳۵ درصد، انرژی ناشی از انرژی جذب شده توسط تارهای ثانویه ( $E_{Sy,i}$ ) با ۱۵ درصد و انرژی جنبشی ایجاد شده در پشت صفحه کامپوزیتی با ۸/۹ درصد می‌باشد و از سایر مکانیزم‌ها می‌توان صرف نظر کرد؛ اما در سرعت‌های برخورد بالا برای کامپوزیت کولار/اپوکسی ۲ لایه در سرعت برخورد ۱۱۱ متر بر ثانیه، مکانیزم‌هایی که بیشترین میزان جذب انرژی را دارند، به ترتیب، انرژی جنبشی ایجاد شده در پشت صفحه کامپوزیتی ۴۴ درصد، انرژی ناشی از انرژی جذب شده توسط تارهای اولیه ( $E_{Py,i}$ ) با ۴۰ درصد، انرژی ناشی از انرژی جذب شده توسط تارهای ثانویه ( $E_{Sy,i}$ ) با ۸ درصد و انرژی جنبشی ایجاد شده در اثر برش سوراخ ( $E_{Sp,i}$ ) با ۲ درصد می‌باشد و از سایر مکانیزم‌ها می‌توان صرف نظر کرد.

جدول ۶. مقادیر جذب انرژی در خلال برخورد بالستیکی سرعت‌های گوناگون کامپوزیت‌های کولار/الاستومر با ضخامت یک میلی‌متر

Table 6. The amounts of energy absorbed during ballistic impact with different velocities on the target of kevlar /elastomer composite with a thickness of 1 mm

سرعت اولیه برخورد (m/s)	مقدار شعاع عرضی (mm)	مقدار شعاع خرابی (mm)	مقدار انرژی جذب شده تجربی [۹] (J)	مقدار انرژی جذب شده تحلیلی (J)	درصد خطا (%)	مقدار انرژی جذب شده تحلیلی (بدون E <sub>KKE</sub> ) (J)	درصد خطا (%)
۶۸	۱۰	۴/۷	۲۱/۵	۲۰/۳۸	۵/۸	۲۰/۳۴	۵/۲
۷۴	۱۱	۵	۲۱/۵	۲۱/۷	۰/۰۹۳	۲۱/۵۲	۰/۹۳
۸۲	۱۳	۵/۴	۲۱/۵	۲۴/۵۹	۱۲/۲۷	۲۴/۱۴	۱۴/۳۷
۹۲	۱۴	۵/۹	۲۱/۵	۲۶/۵۳	۱۹/۲۰	۲۵/۶۳	۲۳/۲۹
۱۰۱	۱۵/۲۵	۶/۳۵	۲۲/۲۷	۲۹/۳۰	۲۴/۰۶	۲۷/۶۳	۳۱/۵۶
۱۱۳	۱۶	۶/۹۵	۲۵	۳۱/۶۷	۱۵/۴۰	۲۸/۸۵	۲۶/۶۸

جدول ۷. مقادیر جذب انرژی در خلال برخورد بالستیکی سرعت‌های گوناگون کامپوزیت‌های کولار/اپوکسی با ضخامت یک میلی‌متر

Table 7. The amounts of energy absorbed during ballistic impact with different velocities on the target of kevlar /epoxy composite with a thickness of 1 mm

سرعت اولیه برخورد (m/s)	مقدار شعاع عرضی (mm)	مقدار شعاع خرابی (mm)	مقدار انرژی جذب شده تجربی [۹] (J)	مقدار انرژی جذب شده تحلیلی (J)	درصد خطا (%)	مقدار انرژی جذب شده تحلیلی (بدون E <sub>KKE</sub> ) (J)	درصد خطا (%)
۳۰	۱۲	۲/۸۵	۴/۲	۳/۴۹	۱۷/۸۵	۳/۴۵	۱۶/۹۰
۵۱	۱۴	۳	۳/۹	۴/۹۶	۱۲/۳۰	۴/۳۸	۲۷/۱۷
۶۳	۱۳	۳/۷۵	۳/۹	۴/۹۱	۱/۵	۳/۹۶	۲۵/۸۹
۹۲	۱۳/۲۵	۵	۴/۱	۶/۵۶	۱/۴	۴/۱۶	۵۹/۹۰
۱۱۱	۱۲/۲۵	۶/۲۵	۴/۱	۶/۹۶	۶/۵	۳/۸۳	۶۹/۷۰

تحلیل مقایسه جذب انرژی کامپوزیت‌های الاستومری و کامپوزیت ترموستی مکانیزم‌های جذب انرژی بررسی شده‌اند که این مکانیزم‌ها، شامل  $E_{Kp,i}$  انرژی جنبشی ایجاد شده در پشت صفحه کامپوزیتی تحت برخورد بالستیکی،  $E_{Py,i}$  انرژی جذب شده در شکست کششی الیاف اولیه،  $E_{Sy,i}$  انرژی جذب شده در تغییر شکل الاستیک الیاف ثانویه،  $E_{Dl,i}$  انرژی جذب شده ناشی از لایه لایه شدگی،  $E_{Mc,i}$  انرژی جذب شده ناشی از ترک ماتریس و  $E_{Sp,i}$  انرژی جذب شده ناشی از سوراخ برشی می‌باشد. در این مدل سعی گردیده است تا با طرح مکانیزم‌های جذب انرژی مهم و عمده مدلی ساده، کارآمد و درعین حال با دقت مناسب ارائه گردد تا علاوه بر سادگی تطابق خوبی با داده‌های تجربی [۹] موجود داشته باشد. همچنین در این مطالعه، سرعت باقیمانده پرتابه سرکروی در برخورد به کامپوزیت‌های کولار/الاستومر و کامپوزیت‌های کولار/اپوکسی ۲ لایه بررسی شده است.

مختلف برای کامپوزیت‌های کولار/الاستومر ۲ لایه با استفاده از مدل تحلیلی به دست آمده و با نتایج حاصل از مدل تجربی [۹] در جدول ۶ نشان داده شده است. همچنین نتایج حاصل از مدل تحلیلی کامپوزیت کولار/ترموست با نتایج مدل تجربی مرجع [۹] در جدول ۷ آورده شده است. مقایسه نتایج تطابق خوبی را نشان می‌دهد.

## ۵- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این تحقیق، ابتدا برای تحلیل فرآیند نفوذ پرتابه‌های سرکروی در اهداف ساخته شده با کولار/الاستومر مدل تحلیلی بر پایه مدل غیرالاستیک ارائه شده و معادله‌های جذب انرژی برای رفتار غیرخطی مواد غیرالاستیک در تغییر شکل‌های بزرگ با پارامترهای مادی بر پایه مدل نیک [۱۶] ارائه گردید. همچنین برای اهداف ساخته شده با کولار/اپوکسی بر پایه مدل رفتار خطی در نظر گرفته شد. به منظور



ارائه شده به وسیله آزمایش تجربی صحت سنجی شده و سرعت اولیه لازم برای عبور از هدف، همان طور که در پیش بینی مدل مشخص شده بود، در آزمایش تجربی نیز همان سرعت اولیه منجر به خروج پرتابه از هدف شد. لذا، برای بررسی بیشتر بر روی سرعت های اولیه مختلف نیز انجام شد. نتایج به دست آمده نشان داد که انطباق قابل قبولی با یکدیگر دارند.

## ۶- فهرست علائم

عرض تار	$a$
طول	$L$
سطح مقطع تار	$A$
ضریب انتقال موج تنش	$b$
قطر پرتابه	$d_p$
درصد حجمی ماتریس	$V_m$
درصد حجمی الیاف	$V_f$
انرژی جنبشی منتقل شده در پشت صفحه کامپوزیتی	$E_{KE}$
انرژی منتقل شده به مخروط در فاصله زمانی $i$	$E_{kp,i}$
انرژی جذب شده به دلیل ورقه های ورقه ای شدن در فاصله زمانی $i$	$E_{DL,i}$
مدول کششی کامپوزیت ترموست	$E$
انرژی ازدست رفته پرتابه	$E_L$
انرژی ازدست رفته پرتابه در انتهای فاصله زمانی $i$	$E_{Li}$
انرژی جذب شده به دلیل ترک خوردگی رزین بر واحد حجم	$E_{Mc}$
انرژی جذب شده به دلیل ترک خوردگی رزین در انتهای فاصله زمانی $i$	$E_{Mc,i}$
انرژی جذب شده توسط تارهای اولیه در انتهای فاصله زمانی $i$	$E_{Py,i}$
انرژی جذب شده توسط تارهای ثانویه در انتهای فاصله زمانی $i$	$E_{Sy,i}$
انرژی جذب شده توسط نیروی برش در انتهای فاصله زمانی $i$	$E_{Sp,i}$
نرخ آزادسازی انرژی کرنشی بحرانی	$G_{II}$
ضخامت کامپوزیت	$h$
ضخامت یک لایه	$h_1$

نتایج نشان می دهد کامپوزیت ساخته شده با پارچه کولار و ماتریس الاستومر ۲ لایه میزان جذب انرژی بالایی، به دلیل استحکام بالای پارچه که با خواص دمپینگ بالای لاستیک توأم شده است، در مقایسه با پارچه کولار و ماتریس ترموست دارد. با برخورد پرتابه به هدف امواج عرضی در راستای تاروپود منتشر شده و کل پارچه در دفع انرژی پرتابه سهیم می شود. لاستیک به دلیل استحکام و مقاومت به ضربه بالا تأثیر بسزایی در دفع انرژی پرتابه دارد. از آنجاکه الاستومر نیز نقش تعیین کننده ای در انتقال انرژی جنبشی پرتابه و موج شوک آن به هدف دارد؛ بنابراین می توان برای جذب زیاد انرژی در مکانیزم شکست کامپوزیت از آن استفاده نمود. کامپوزیت های ساخته شده با ماتریس الاستومری در این مطالعه به دلیل محدود نمودن تغییر شکل پارچه عملکرد مناسبی در برابر ضربه دارند چراکه حضور الاستومر مانع تغییر شکل پارچه در مقایسه با کامپوزیت های ترموست نمی شود و پارچه حداکثر کشش خود را برای جذب انرژی بیشتر تجربه می کند که این جذب انرژی حدود ۵ برابر جذب انرژی کامپوزیت هایی با ماتریس ترموست می باشد. همچنین با افزایش سرعت رویداد برخورد بالستیکی، بیشتر از حد بالستیکی، افزایش سرعت باقیمانده گلوله شیبی تندتر نسبت به سرعت برخورد دارد.

بنابراین، کشش ایجاد شده در الیاف تأثیر زیادی بر میزان جذب انرژی جنبشی پرتابه می باشد و استحکام کششی زیاد پانل، انرژی جنبشی پرتابه را به صورت محسوس کاهش می دهد. لذا، نفوذ ماتریس الاستومر در پارچه کولار برخلاف ماتریس ترموست باعث افزایش بیشتر استحکام کششی آن شده و باعث مهم ترین عامل در جذب انرژی جنبشی پرتابه توسط پارچه می شود. با افزایش کشیدگی نخ های الیاف در مسیر پیشروی پرتابه در پانل، سرعت گلوله کاهش بیشتری پیدا کرده و با سرعت کمتری از پانل خارج می گردد. همچنین، با توجه به مقاله حاضر و مقایسه آن با مرجع [۱۹]، می توان به این نتیجه رسید که افزایش تعداد لایه های کامپوزیت تهیه شده در میزان جذب انرژی مؤثر است و به تبع آن می توان از گلوله با سرعت بیشتری برای نفوذ در پانل استفاده کرد.

با بررسی مجموع انرژی های حاصل از مکانیزم های مورد مطالعه در این مدل و مقایسه آن با داده های تجربی صورت گرفته می توان به تطابق خوب آن ها پی برد. خطای مدل موجود در این مقایسه حدود ۱۰%-۲۰% می باشد که برای محاسبات مهندسی مناسب است. مدل

- rubber composites, *Composites science and technology*, 78 (2013) 69-74.
- [7] R. Mohamadipoor, E. Zamani, M. H. Pol, Analytical investigation of energy absorption and damage in the composite plates reinforced with nanoparticles under high velocity impact, *Aerospace Knowledge and Technology Journal*, 7(2) (2018) 35–50. (In Persian).
- [8] H. Ahmadi, G. Liaghat, Analytical and experimental investigation of high velocity impact on foam core sandwich panel. *Polymer Composites*, 40 (6) (2019)2258-2272.
- [9] A. Khodadadi, G. Liaghat, A.R. Bahramian, H. Ahmadi, Y. Anani, S. Asemani, O. Razmkhah, High velocity impact behavior of Kevlar/rubber and Kevlar/epoxy composites: a comparative study, *Composite Structures*, 216 (2019) 159-167.
- [10] M. Hedayatian, G. Liaghat, G. Rahimi, M. H. Pol, Numerical and Experimental Analyses Projectile Penetration in Grid Cylindrical Composite Structures Under High Velocity Impact, *Modares Mechanical Engineering*, 14(9) (2014) 17–26. (In Persian).
- [11] A. Taherzadeh-Fard, G. Liaghat, H. Ahmadi, O. Razmkhah, S.C. Charandabi, M.A. Zarezadeh-mehrizi, A. Khodadadi, *Composite Structures*, (2020) 112264.
- [12] R. Ogden, *Elements of the theory of finite, Nonlinear Elasticity: Theory and Applications*, 283 (2001) 1.
- [13] L.B. Tan, K.M. Tse, H.P. Lee, V.B.C. Tan, S.P. Lim, Performance of an advanced combat helmet with different interior cushioning systems in ballistic impact: Experiments and finite element simulations, *International Journal of Impact Engineering*, 50 (2012) 99-112.
- [14] I. Taraghi, A. Fereidoon, A. Mohyeddin, The effect of MWCNTs on the mechanical properties of woven Kevlar/epoxy composites, *Steel and Composite Structures*, 17(6) (2014) 825-834.
- [15] J. Van Hoof, D. Cronin, M. Worswick, K. Williams, D. Nandlall, Numerical head and composite helmet models to predict blunt trauma, in: *Proceedings of 19th International Symposium on Ballistics*, Interlaken, Switzerland, 2001.
- [16] N. Naik, Analysis of woven fabric composites for ballistic protection, in: *Advanced Fibrous Composite Materials for Ballistic Protection*, Elsevier, 2016, pp. 217-262.
- [17] S. Morye, P. Hine, R. Duckett, D. Carr, I. Ward, Modelling of the energy absorption by polymer
- انرژی جنبشی پرتابه  $E_{Kp,0}$
- جرم پرتابه  $m_p$
- شعاع جدایش یک‌لایه در فاصله زمانی  $i$   $r_{del}$
- فاصله پیموده شده توسط موج پلاستیک تا فاصله زمانی  $i$   $r_{p,i}$
- فاصله پیموده شده توسط موج عرضی تا فاصله زمانی  $i$   $r_{t,i}$
- سرعت اولیه پرتابه  $V_0$
- سرعت حد بالستیک  $V_b$
- سرعت پرتابه در انتهای فاصله زمانی  $i$   $V_i$
- سرعت باقیمانده پرتابه  $V_r$
- فاصله پیموده شده توسط پرتابه تا فاصله زمانی  $i$   $Z_i$
- کرنش  $\epsilon$
- کرنش حداکثر در یک تار  $\epsilon_0$
- کرنش حداکثر در یک‌لایه در فاصله زمانی  $i$   $\epsilon_i$
- کرنش در تار اولیه  $\epsilon_{Py}$
- کرنش در تار ثانویه  $\epsilon_{Sy}$
- چگالی  $\rho$

## ۷- مراجع

- [1] Khodadadi, A and Liaghat, G., 2012. ‘‘Experimental and numerical investigation of penetration into targets made of kevlar laminate with STF’’. MSc Thesis, Tarbiat Modares University, Tehran, (In Persian).
- [2] V.K. Srivastava, Modeling and mechanical performance of carbon nanotube/epoxy resin composites, *Materials & Design*, 39 (2012) 432-436.
- [3] N. Naik, P. Shirao, B. Reddy, Ballistic impact behavior of woven fabric composites: Formulation, *International Journal of Impact Engineering*, 32(9) (2006) 1521-1552.
- [4] T.J. Kang, C. Kim, Impact energy absorption mechanism of largely deformable composites with different reinforcing structures, *Fibers and Polymers*, 1(1) (2000) 45-54.
- [5] S. Ishikawa, A. Tokuda, H. Kotera, Numerical simulation for fibre reinforced rubber, *Journal of Computational Science and Technology*, 2(4) (2008) 587-596.
- [6] X. Peng, G. Guo, N. Zhao, An anisotropic hyperelastic constitutive model with shear interaction for cord-

Investigation of Ballistic Impact Analysis on Single Layer Kevlar / Elastomer Composite Using Energy equations of Hyperelastic Materials. 27th Annual International Conference of Iranian Society of Mechanical Engineering. Tehran, 2019 (In Persian).

composites upon ballistic impact, *Composites science and technology*, 60(14) (2000) 2631-2642.

18] ] W. Mars, A. Fatemi, Factors that affect the fatigue life of rubber: a literature survey, *Rubber Chemistry and Technology*, 77(3) (2004) 391-412.

[19] S.S. Asemani, G. Liaghat, H. Ahmadi, Y. Anani,

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

S. S. Asemani, Gh. Liaghat , H. Ahmadi, Y. Anani, A. Khodadadi . *Comparison of penetration process of 2-layer elastomeric composite with thermoset composite using energy absorption equations* ,*Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53(6)(2021) 3657-3672.

DOI: [10.22060/mej.2020.18500.6829](https://doi.org/10.22060/mej.2020.18500.6829)



