



بررسی تجربی و تئوری بار بحرانی در نمونه‌های چندلایه کامپوزیتی حاوی شیار یو-شکل، تحت بارگذاری برش درون صفحه‌ای

علیرضا ترابی*، ابراهیم پیرهادی

دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۳/۱۴
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۶/۲۶
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۲۴
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۹/۱۳

کلمات کلیدی:

چندلایه‌های کامپوزیتی
شیار یو-شکل
بار بحرانی
نیم‌دیسک خمشی
چقرمگی شکست گذرلایه‌ای

خلاصه: مدل‌های خرابی متعددی مبتنی بر پیش‌بینی میزان ظرفیت باربری چندلایه‌های کامپوزیتی حاوی ترک و شیار، مورد توجه محققین بسیاری در حوزه مکانیک شکست قرار گرفته است. دلیل اهمیت این امر، استفاده بسیار زیاد قطعات کامپوزیتی شیاردار در صنایع هوایی و فضایی در چند دهه اخیر می‌باشد. در این پژوهش سعی شده است تا با به‌کارگیری روشی بدیع و درعین حال ساده، که اخیراً توسط نویسندگان این مقاله پیشنهاد شده است، میزان ظرفیت باربری (ظرفیت باربری آخرین لایه) چندلایه‌های کامپوزیتی حاوی شیار یو-شکل، با لایه‌چینی‌های متفاوت، تحت بارگذاری برش داخل صفحه‌ای (مود دو خالص) بررسی گردد. معیارهای ترکیبی جدید ارائه شده برای اولین بار در حوزه مکانیک شکست مواد ارتوتروپ ارائه شده است. به همین منظور، با استفاده از مفهوم جدیدی به نام مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی و ترکیب آن با دو معیار شناخته شده و پرکاربرد در حوزه مکانیک شکست الاستیک خطی به نامهای معیار حداکثر تنش محیطی و تنش متوسط، نتایج حاصل از آزمایش نمونه‌های چندلایه کامپوزیتی نیم‌دیسک خمشی حاوی شیار یو-شکل تحت بارگذاری برش داخل صفحه‌ای، با پیش‌بینی‌های تئوری انجام شده مقایسه می‌گردند. نتایج بدست آمده حاکی از تطابق بسیار خوب تمامی نتایج آزمایشگاهی با نتایج حاصل از تئوری‌های شکست جدید ترکیبی پیشنهاد شده می‌باشند.

۱- مقدمه

استفاده از چندلایه‌های کامپوزیتی در سازه‌های هوافضایی به شدت رو به گسترش است، به طوری که هواپیماهای بدون سرنشین تمام کامپوزیتی چندین سال است که تولید و مورد استفاده قرار می‌گیرند و سهم قطعات کامپوزیتی در هواپیماهای تجاری نیز رو به افزایش است. مروری اجمالی بر قطعات و سازه‌های صنعتی ساخته شده از چندلایه‌های کامپوزیتی، به خصوص سازه‌های هوافضایی، نشان می‌دهد که اغلب این قطعات دارای شیار می‌باشند. حضور این شیارها در قطعه، در کنار مفیدبودن از نظر طراحی، اتصال قطعات، انتقال بار و غیره، ظرفیت باربری قطعه را به دلیل تمرکز تنش در اطراف شیار کاهش می‌دهد. با توجه به دو موضوع مهم شیارداربودن قطعات کامپوزیتی چندلایه و نوع رفتار ترد یا نرم‌بودن آنها، لزوم اهمیت بررسی شکست در این قطعات دوچندان می‌شود. پژوهش‌های متعدد در زمینه شکست قطعات کامپوزیتی چندلایه ترک‌دار و شیاردار بیانگر اهمیت این موضوع می‌باشد.

پژوهش‌های عمده انجام شده در این زمینه را می‌توان به سه گروه عمده تقسیم نمود: ۱- تحقیقات انجام شده بر پایه مدل‌های متعدد مکانیک شکست [۷-۱]، ۲- تحقیقات انجام شده بر پایه مدل‌های شکست تنش- پایه [۸-۱۲] و پژوهش‌های انجام شده بر پایه مدل‌های آسیب پیش‌رونده [۲۰-۱۳].

یکی از مدل‌های بسیار شناخته شده بر پایه مکانیک شکست الاستیک خطی^۲ مدل ارائه شده توسط وادوپس^۳ و همکاران [۲] می‌باشد که بوسیله دو پارامتر بسیار مهم استحکام نمونه بدون ترک و یا شیار و طول مشخصه تعریف می‌گردد. از دیگر تحقیقات اخیر ارائه شده بر پایه مکانیک شکست الاستیک خطی بر روی چندلایه‌های کامپوزیتی، می‌توان به کارهای لی^۴ و همکاران [۵] و تحقیقات گسترده رایزوف^۵ [۶] در سال ۲۰۱۳ اشاره نمود. در این تحقیقات، نمونه‌های

- 1 Progressive damage models
- 2 Linear elastic fracture mechanics
- 3 Waddoups
- 4 Li
- 5 Rizov

*نویسنده عهده‌دار مکاتبات: a_torabi@ut.ac.ir



آزمایشگاهی خمشی حاوی شیار لبه‌ای^۱ که شامل ترک‌های متفاوت با زاویه‌های مختلف بوده، در دمای اتاق تحت بار استاتیکی مورد آزمایش قرار گرفت. برای شبیه‌سازی پاسخ مکانیکی نمونه‌های آزمایشگاهی، مدل اجزاء محدود سه‌بعدی، گسترش داده شد و سپس با استفاده روش ترک مجازی بسته‌شده نرخ آزادسازی انرژی کرنشی بحرانی اندازه‌گیری شده است. در تحقیقی که توسط بوکون^۲ و همکاران [۷] در سال ۲۰۰۶ منتشر شد، میزان کاربرد یک معیار شکست مستقل برای قطعات کامپوزیتی دارای ترک، مورد بررسی قرار گرفت. در این تحقیق، یک تحلیل گسترده برای قطعات کامپوزیتی لایه‌ای از جنس گرافیت-اپوکسی به منظور پی‌بردن به ماهیت پارامترهای توزیع تنش در نزدیکی نوک ترک، انجام پذیرفت. در بخش عددی این تحقیق، با استفاده از نرم افزار المان محدود و با روش انتگرال جی، رابطه میان میزان انرژی آزادشده و ضریب شدت تنش در ماده گرافیت/اپوکسی مورد نظر، بدست آمده است.

از مهمترین مدل‌های استفاده‌شده تنش-پایه می توان به مدل‌های ارائه‌شده توسط ویتنی و نایسمر^۳ [۸] اشاره نمود که به مراتب مورد استفاده محققین قرار گرفته است. دو مدل ارائه‌شده توسط ایشان به نام‌های تنش نقطه‌ای و تنش متوسط معروف می‌باشند که بعدها توسط پایپ^۴ و همکاران [۱۱] و کیم^۵ و همکاران [۱۲] با اضافه‌نمودن پارامترهای متفاوت طراحی، بهینه‌سازی شده‌اند. مدل ارائه‌شده توسط پایپ و همکاران، یک مدل بهینه‌شده از مدل تنش نقطه‌ای بوده که بر طبق آن، یک رابطه‌ی نمایی بین طول مشخصه و اندازه ترک و یا شیار برقرار می‌گردد. در این معیار، برخلاف معیار اولیه تنش نقطه‌ای ارائه‌شده توسط ویتنی و نایسمر، که در آن طول مشخصه به عنوان خاصیت ثابت ماده مورد تحقیق در نظر گرفته می‌شود، اندازه طول مشخصه متغیر بوده و با تغییر هندسه و اندازه شیار یا ترک، تغییر می‌کند.

از دیگر مدل‌ها که به مراتب مورد استفاده محققین حوزه شکست مواد کامپوزیتی چندلایه ترک‌دار و شیاردار قرار گرفته است، می‌توان به مدل‌های بر پایه ناحیه آسیب^۶ نام برد. برای نمونه می‌توان به مدل‌های

ارائه شده توسط بکلاند^۷ و آرونسون^۸ [۱۳ و ۱۴] اشاره نمود که بوسیله این مدل می‌توان استحکام باقیمانده کامپوزیت‌های چندلایه را محاسبه نمود. روش محاسبه بدین صورت می‌باشد که با داشتن دو خاصیت اساسی استحکام بدون شیار و یا آسیب نمونه چندلایه کامپوزیتی و انرژی شکست ظاهری آن، و همچنین پارامترهای سختی چندلایه مورد آزمایش، استحکام چندلایه آسیب دیده، پیش‌بینی می‌شود. در تکمیل مدل‌های ارائه‌شده بر حسب مکانیزم آسیب، مدل‌های آسیب پیش‌رونده^۹ و مدل‌های رشد ترک موثر^{۱۰}، به منظور محاسبه میزان آسیب و همچنین تغییرات صورت پذیرفته در توزیع تنش در ناحیه آسیب، مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۲۰-۱۳] در مدل رشد ترک موثر، فرض می‌شود که آسیب زمانی شروع به پیشروی می‌کند که تنش نرمال در جلوی شیار و یا ترک، به میزان استحکام کششی قطعه بدون شیار برسد. در این روش، ناحیه آسیب به صورت ترک فرضی با تنش چسبناک که بر روی سطوح ترک عمل می‌کند، مدل می‌شود. در نهایت، رشد ناحیه آسیب، با کاهش تنش ناحیه چسبناک و رشد ترک فرضی، همزمان می‌گردد. با برقراری ارتباط میان استحکام بدون شیار و بازشدن بحرانی ترک، میزان انرژی شکست ظاهری^{۱۱} (G_c) محاسبه می‌گردد. از بزرگترین نقاط ضعف معیارهای بر پایه ناحیه آسیب، انتخاب درست نوع مود تخریب و یا ترکیب مودهای تخریب و همچنین انتخاب معیار شکست مناسب می‌باشد.

نایک^{۱۲} و همکاران [۱۸] تاثیرات نوع لایه‌چینی را بر میزان حساسیت شیار بر روی چندلایه‌های شیشه/اپوکسی با لایه‌چینی نامتقارن، با استفاده از مدل‌های آسیب، بررسی نموده‌اند. همچنین، در تحقیق جامع دیگری، اریکسون و آرونسون [۱۹]^{۱۳} تاثیرات اندازه شیار و اندازه عرض نمونه را بر روی رفتار شکست کامپوزیت‌های چندلایه تقویت‌شده با الیاف شیشه و کربن، گزارش کرده‌اند. لیو^{۱۴} و همکاران [۲۰]، میزان تمرکز تنش در چندلایه‌های کامپوزیتی پایه پلاستیک تقویت‌شده با الیاف شیشه را با استفاده از یک روش تحلیلی جدید بر پایه مکانیزم آسیب و آزمایش‌های گسترده در این حوزه، پیش‌بینی

7 Backlund

8 Aronsson

9 Progressive damage model

10 Effective crack growth model

11 Apparent fracture energy

12 Naik

13 Erriksson and Arronsson

14 Liu

1 Single-Edge Notch Bend

2 Bokwon

3 Whitney and Nuismer

4 Pipe

5 Kim

6 Damage zone

ار دوگان^۷ و سی^۸ [۳۱] برای پیش‌بینی شکست مواد ترد ترک‌دار، تحت بارگذاری ترکیبی ارائه شده است نیز به کرات مورد استفاده محققین حوزه شکست مواد ترد ترک‌دار و شیاردار قرار گرفته است [۳۲-۳۵].

اخیراً ترابی و پیرهادی [۳۶-۳۸] آزمایش‌های گسترده‌ای بر روی مواد کامپوزیتی چندلایه شیاردار (شیار یو-شکل و شیار وی-شکل نوک گرد) تحت بارگذاری‌های متفاوت از حالت بارگذاری مود یک خالص تا مود دو خالص، انجام داده‌اند. ایشان با استفاده از یک تئوری جدید ترکیبی که بر پایه مکانیک شکست الاستیک خطی استوار است، آزمایش‌های شکست انجام‌شده را پیش‌بینی نمودند. به عبارت دیگر، با استفاده از یک مفهوم جدید و در عین حال ساده به نام مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی^۹ و ترکیب آن با دو معیار شناخته شده در حوزه مکانیک شکست یعنی معیارهای حداکثر تنش محیطی و تنش متوسط، میزان بار شکست آخرین لایه در کامپوزیت‌های چندلایه شیاردار را پیش‌بینی کرده‌اند. در بخش مربوط به توضیح تئوری مربوطه، مفهوم جدید ترکیبی پیشنهاد شده که در پژوهش حاضر نیز مورد استفاده قرار گرفته است، به تفصیل توضیح داده می‌شود.

لازم به ذکر است که در زمینه شکست کامپوزیت‌های پایه پلیمری چندلایه دارای شیار دایروی تحت بارگذاری ترکیبی، پژوهشی صورت نپذیرفته است. همچنین نوع هندسه شیار یو-شکل و وی-شکل نیز در هیچ یک از انواع بارگذاری مورد بررسی قرار نگرفته است. از این لحاظ می‌توان، انجام این پژوهش را به عنوان یک پژوهش نوآورانه از لحاظ موضوعی نیز در نظر گرفت.

همانگونه که ذکر شد، با توجه به بدیع بودن موضوع مورد مطالعه، الزاماً کارهای آزمایشگاهی بسیار گسترده‌ای بر روی چندلایه‌های کامپوزیتی باید صورت پذیرد. به همین دلیل، منحصراً کارهای آزمایشگاهی صورت پذیرفته برای بدست‌آوردن چقرمگی شکست گذرلایه‌ای مورد مطالعه قرار گرفت.

از محققین برجسته در زمینه بررسی و تحقیق آزمایشگاهی و عددی در حوزه مطالعه چقرمگی شکست گذرلایه‌ای در مواد ارتوتروپ چندلایه می‌توان به لافان^{۱۰} و همکاران [۳۹]، آندروود^{۱۱} و همکاران

کرده‌اند.

از دیگر معیارها که بر پایه مکانیزم آسیب شکل گرفته است، می‌توان به مکانیزم آسیب پیوسته^۱ اشاره نمود که برای اولین بار توسط لادووز^۲ [۲۱] پیشنهاد شده است که در این مدل برای تحلیل خرابی از کرنش‌های ماندگار و افت سفتی ناشی از وقوع خرابی در کامپوزیت‌های چندلایه استفاده می‌شود. محمدی و همکاران [۲۴-۲۲] از روش مدل آسیب پیوسته برای تحلیل چندلایه‌های کامپوزیتی شیاردار و ترک‌دار در طیف وسیعی از بارگذاری، لایه‌چینی و مودهای خرابی استفاده کرده‌اند. لازم به ذکر است که روش مکانیزم آسیب پیوسته، اخیراً در بررسی‌های دینامیکی و خستگی کم‌چرخه مواد ایزوتروپ همچون فولاد و آلومینیوم نیز به کار گرفته شده است [۲۶ و ۲۵].

با توجه به تحقیقات گسترده صورت گرفته مشخص گردید که در زمینه شکست قطعات کامپوزیتی چندلایه حاوی شیار یو-شکل، علیرغم اهمیت آن، پژوهشی صورت نگرفته است. از طرفی، با توجه به اینکه موضوع تحقیق حاضر، بررسی شکست قطعات کامپوزیتی چندلایه دارای شیار یو-شکل می‌باشد، لازم است تا تعدادی از پژوهش‌های انجام‌شده در این زمینه که بر روی مواد ترد صورت گرفته نیز، بررسی گردند. همانند مواد کامپوزیتی، معیارهای بسیاری برای شکست مواد ترد ارائه شده است که از مهمترین آنها می‌توان به معیارهای مدل ناحیه چسبناک^۳، مدل چگالی انرژی کرنشی^۴ و مدل حداکثر تنش محیطی^۵ اشاره نمود.

معیار ناحیه چسبناک بر روی اکثر مواد مهندسی مورد استفاده همچون فولاد، آلومینیوم و پلی‌متیل-متاکریلیت قابلیت جوابگویی داشته است [۲۷-۲۹]. همچنین معیار چگالی انرژی کرنشی که برای اولین بار توسط یوسیباش^۶ و همکاران [۳۰] بر روی نمونه‌های آزمایشگاهی پلی‌متیل و آلومینیوم-۷٪ زیرکونیا اعمال شده است، حاکی از تطابق بسیار خوب این معیار با نتایج آزمایشگاهی است. علاوه بر دو معیار ذکر شده، معیار حداکثر تنش محیطی نیز که توسط

- 1 Continuum damage mechanism (CDM)
- 2 Ladeveze
- 3 Cohesive zone model
- 4 Strain energy density
- 5 Maximum tangential stress
- 6 Yosibash

- 7 Erdogan
- 8 Sih
- 9 Virtual Isotropic Material Concept (VIMC)
- 10 Laffan
- 11 Underwood

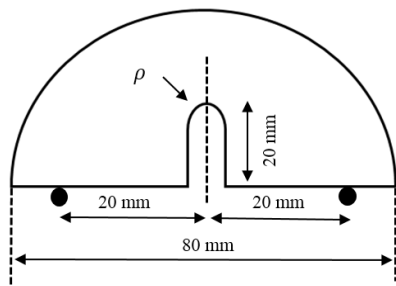
است، انجام آزمایش (بررسی تجربی پدیده مورد مطالعه) و مقایسه نتایج آن با نتایج معیارهای تئوری، مناسب‌ترین روش برای راستی آزمایی معیارهای تئوری می‌باشد. بدین منظور، سعی شده است تا در این پژوهش، به بخش آزمایشگاهی بیشتر پرداخته شود.

۱-۱- ساخت نمونه های آزمایشگاهی

در این بخش یکی از مهم‌ترین بخش‌های انجام این پژوهش توضیح داده می‌شود. ساخت نمونه‌های کامپوزیتی چندلایه و همچنین انجام آزمایش‌های مربوط به شکست این نمونه‌ها، به مراتب پیچیده‌تر از قطعات ترد و نرم بوده و همچنین از لحاظ مالی و زمانی نیز، نیازمند صرف هزینه و وقت بیشتری می‌باشد.

رزین، الیاف و عامل سخت‌کننده مورد استفاده در این پژوهش به ترتیب رزین اپوکسی ۸۲۸، الیاف شیشه و عامل سخت‌کننده پایه آمینی به نام سیکلوالیفاتیک آمین می‌باشند. لازم به توضیح است که ساخت نمونه‌های آزمایشگاهی با استفاده از روش خلأ صورت پذیرفته و دلیل عمده این امر، جلوگیری از بوجود آمدن خلل و فرج و ایجاد اعوجاج‌های احتمالی با استفاده از روش دستی می‌باشد. صفحات کامپوزیتی ساخته‌شده از سه نوع لایه‌چینی $[0]_{16}$ ، $[0/90/0/90]_{2S}$ و $[0/90/\pm 45]_{2S}$ ساخته شده‌اند که برای سهولت در بیان هر کدام از لایه‌چینی‌ها و همانگونه که در پژوهش‌های کامپوزیتی رایج می‌باشد، نام هر کدام از لایه‌چینی‌ها به ترتیب تک جهته، متقاطع و شبه ایزوتروپ نشان گذاری می‌گردند. در ادامه و با استفاده از دستگاه برش با آب، نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی برای سه شعاع نوک شیار (ρ) ۱، ۲، و ۴ میلی‌متر ساخته شدند.

شکل ۱، شماتیک نیم‌دیسک خمشی را به همراه اندازه‌های هندسی



شکل ۱. شماتیک نمونه‌ی نیم‌دیسک خمشی به همراه اندازه‌های هندسی

Fig. 1. Schematic of semi-disk bend specimen with its geometries

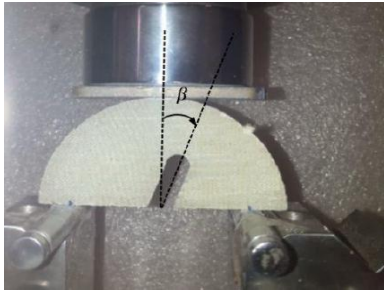
[۴۰]، و پینهو^۱ و همکاران [۴۱] اشاره نمود. در تحقیقات گسترده انجام‌شده توسط لافان و همکاران [۳۹]، تمامی نمونه‌های استاندارد آزمایشگاهی موجود در حوزه مکانیک شکست مورد بررسی قرار گرفته و مزایا و معایب هر کدام از آنها ذکر شده است. به عنوان یکی از نتایج کلی که توسط ایشان بیان گردیده است، استناد بیشتر به نتایج گرفته شده از نمونه‌های کششی-فشاری گسترش داده شده^۲ می‌باشد. این نمونه‌ها، همانند نمونه‌های رایج مستطیلی کششی-فشاری می‌باشد؛ با این تفاوت که ابعاد آن نسبت به ابعاد نمونه مستطیلی کششی-فشاری بزرگتر می‌باشد. استفاده از این نمونه‌ها در استاندارد ای‌اس‌تی‌ام-ای-۱۹۲۲^۳ پیشنهاد شده است. پینهو و همکاران [۴۱] با استفاده از المان اجزای محدود و آزمایش‌های گسترده بر روی مواد ارتوتروپ مختلف با اندازه‌های متفاوت ترک، میزان نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی را اندازه‌گیری کرده‌اند. تحقیقات صورت‌پذیرفته توسط محققین حوزه شکست گذرلایه‌ای، نشان داده است که ابعاد چندلایه مورد مطالعه، ضخامت چندلایه، و نوع لایه‌چینی و جابجایی لایه‌ها با یکدیگر، در نتایج چقرمگی شکست گذرلایه‌ای بسیار موثر بوده و باعث اختلاف بسیار زیاد در مقادیر چقرمگی شکست گذرلایه‌ای می‌شود [۳۹-۴۵].

در بخش‌های آتی، به ترتیب کارهای آزمایشگاهی صورت‌پذیرفته‌شده از ساخت نمونه‌ها تا انجام آزمایش‌های شکست بر روی نمونه‌های شیاردار و بدون شیار، توضیح داده می‌شود. سپس، مفهوم تئوری جدید ترکیبی پیشنهادشده در این پژوهش به تفصیل توضیح داده می‌شود. بعد از آن، کارهای انجام‌شده با استفاده از نرم‌افزار اجزای محدود به منظور انجام پیش‌بینی‌های تئوری، شرح داده می‌شود. در پایان، مقایسه نتایج صورت‌گرفته بین پیش‌بینی‌های تئوری و تجربی به صورت نموداری و جدولی نمایش داده می‌شود تا خواننده به راحتی بتواند، قیاس‌های انجام‌شده را پیگیری و تفسیر نماید.

۲- روش تحقیق

در این پژوهش، به دلیل بدیع بودن موضوع و عدم وجود مستندات کافی در این زمینه، آزمایش‌های بسیار گسترده‌ای در زمینه چندلایه‌های کامپوزیتی شیاردار و بدون شیار انجام پذیرفت. بدیهی

- 1 Pinho
- 2 Extended Compact-Tension
- 3 ASTM E-1922



شکل ۳. نحوه تعریف زاویه بارگذاری در نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی کامپوزیتی

Fig. 3. Explanation of loading angle in composite semi-disk specimens

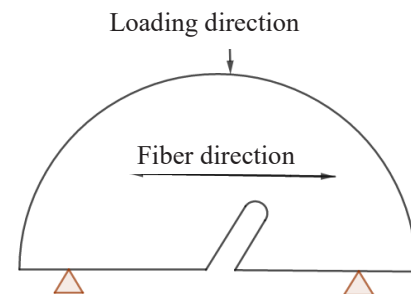
به نقطه‌ی دیگر جسم تفاوت نکند. از طرف دیگر، منظور از جسم ایزوتروپ یا همسانگرد، جسمی است که خواص آن در هر نقطه از جسم در همه‌ی جهات یکسان باشد. به دلیل رویکرد اصلی این پژوهش که نشأت گرفته از مکانیک شکست الاستیک خطی می‌باشد، مود دو بارگذاری نیز بر اساس همان تعاریف صورت پذیرفته برای مواد همگن تعریف شده است. بدین صورت که ابتدا نمونه‌های متفاوت نیم‌دیسک خمشی با شعاع‌های نوک شیار متفاوت و زوایای متفاوت در نرم افزار المان محدود شبیه‌سازی شده و بر اساس نتایج بدست آمده از تحلیل، زاویه بارگذاری مود دو خالص تعیین شده است. به عبارت دیگر، زاویه بارگذاری برای مود یک خالص همان زاویه بارگذاری صفر درجه ($\beta = 0^\circ$) در مواد همگن تعریف می‌شود و به همین طریق زاویه بارگذاری برای حالت بارگذاری مود دو خالص، زاویه ۵۰ درجه ($\beta = 50^\circ$) تعریف می‌شود. شکل ۳، نحوه تعریف زاویه بارگذاری برای نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی را نشان می‌دهد.

۱-۲- آزمون‌های مشخصه سازی

با توجه به مقدمات پیشین ذکر شده، لازم به توضیح است که پیش‌بینی میزان ظرفیت باربری چندلایه‌های کامپوزیتی شیاردار نیازمند انجام دو آزمایش بسیار مهم مشخصه‌سازی می‌باشد. آزمون اول، آزمون کشش ساده بر طبق استاندارد ای‌اس‌تی‌ام-دی ۳۰۳۹ [۴۷] می‌باشد که با توجه به سه نوع لایه‌چینی ذکر شده و تکرارپذیری آزمون به جهت اطمینان از صحت نتایج، تعداد ۵ آزمون برای هر کدام از لایه‌چینی‌ها در نظر گرفته شد. آزمون دوم، آزمون چقرمگی شکست گذرلایه‌ای^۲ بر طبق استاندارد ای‌اس‌تی‌ام-ای

آن، نشان می‌دهد. لازم به توضیح است که برای نشان دادن تقارن در شکل، نیم‌دیسک خمشی در حالت بارگذاری مود یک خالص نشان داده شده است. در تمامی حالات بارگذاری از مود یک خالص تا مود دو خالص، فاصله‌های نشان‌داده شده در حالت تقارن حفظ شده و تنها شیار ایجاد شده در نیم‌دیسک به صورت مورب ایجاد می‌گردد. به عبارت دیگر، عمق کلی شیار ایجاد شده در نمونه‌ها، برای تمامی حالات بارگذاری و تمامی شعاع‌های نوک شیار، همواره ۲۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است.

توضیح دو نکته بسیار مهم و ضروری در این بخش مورد نیاز است. اولین موضوع مهم و ضروری، نحوه صحیح جهت‌گیری لایه‌چینی‌ها نسبت به راستای بارگذاری می‌باشد. برای شبیه‌سازی دقیق نمونه‌ها و پیدا کردن میزان صحیح بار شکست آخرین لایه در هر کدام از لایه‌چینی‌ها، باید توجه نمود که لایه مورد نظر نسبت به راستای بارگذاری تحت کشش باشد. با پیدا کردن جهت صحیح لایه صفر درجه، جهت‌گیری سایر لایه‌ها نسبت به لایه صفر درجه محاسبه می‌گردد. در شکل ۲، نحوه صحیح جهت‌گیری لایه صفر درجه و راستای بارگذاری نشان داده شده است. دیگر نکته مهم و ضروری نحوه محاسبه زاویه بارگذاری مود دو خالص می‌باشد. لازم به ذکر است که تعریف بارگذاری در مواد ترد و نرم و یا به طور کلی مواد همگن به دلیل ساختار یکنواخت این مواد، با توجه به هندسه بارگذاری و هندسه ترک و یا شیار تعریف می‌گردد. اما در مواد کامپوزیتی یا به طور کلی مواد ارتوتروپ، به دلیل عدم همسانگرد بودن مواد کامپوزیتی، تعریف مود بارگذاری متفاوت می‌باشد [۴۶]. اغلب به اشتباه، خاصیت همگنی با خاصیت همسانگردی یکسان فرض می‌شود. منظور از یک جسم همگن، جسمی است که خواص آن در تمام نقاط جسم یکی باشد و نه در یک نقطه خاص. به عبارت دیگر، خواص آن از یک نقطه



شکل ۲. نحوه جهت‌گیری صحیح راستای الیاف صفر درجه و راستای بارگذاری

Fig. 2. The correct direction of fibers and applied loading

1 ASTM D-3039

2 Trans-laminar fracture toughness

جدول ۱. خواص مکانیکی بدست آمده برای هر سه نوع لایه چینی تک جهته، متقاطع و شبه ایزوتروپ

Table 1. Mechanical properties obtained for three types of unidirectional, cross-ply, and quasi isotropic laminates

خواص مکانیکی	استحکام کششی (بر حسب مگاپاسکال)	انحراف معیار	چقرمگی شکست گذر لایه‌ای (بر حسب مگاپاسکال رادیکال متر)	انحراف معیار
لایه چینی تک جهته	۸۷۶	۴/۵	۴۱/۴	۰/۵
لایه چینی متقاطع	۴۹۸	۳/۵	۳۰/۷	۲
لایه چینی شبه ایزوتروپ	۴۴۲	۶/۴	۳۴/۱	۱/۶

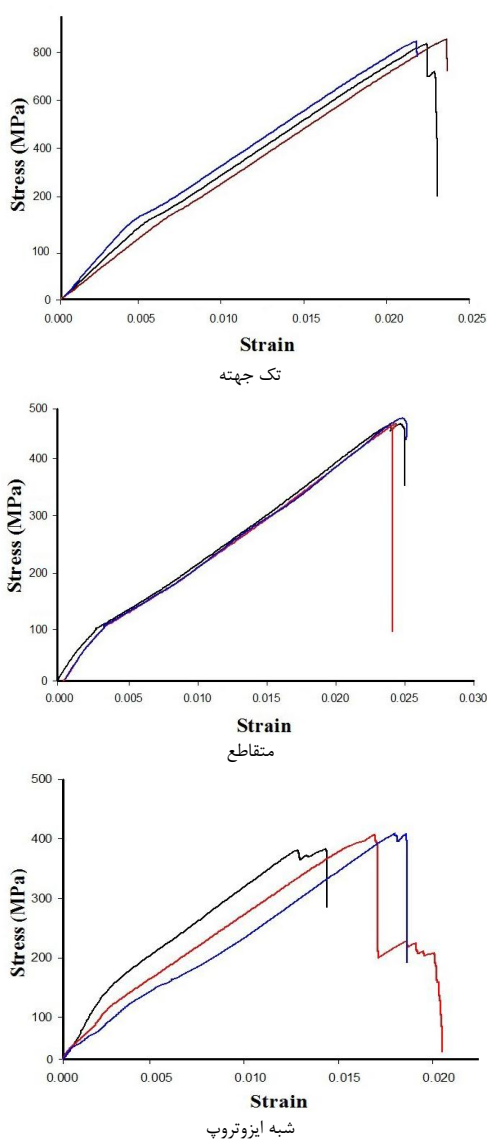
است که شرایط مرزی ایجاد شده برای نمونه باعث می شود که نوک ترک یا شیار ایجاد شده در نمونه جهت بررسی استحکام نمونه مورد نظر، در تمام زمان انجام آزمایش، تنش کششی را تجربه نماید. قطر نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی ساخته شده ۸۰ میلیمتر در نظر گرفته

می‌باشد که همانند آزمون‌های انجام شده کشش ساده با توجه به سه نوع لایه چینی و تکرار پذیری مقادیر آزمایشگاهی، تعداد ۳ آزمون برای هر کدام از لایه چینی‌ها در نظر گرفته شد. در جدول ۱، مقادیر بدست آمده از هر کدام از آزمایش‌های ذکر شده آورده شده است. لازم به یادآوری است که آزمون کشش ساده به منظور بدست آوردن مقدار استحکام کششی نهایی (σ_{II}) و آزمون چقرمگی شکست گذر لایه‌ای به منظور بدست آوردن مقدار بحرانی چقرمگی شکست گذر لایه‌ای (K_{II}) انجام پذیرفته است.

به منظور قیاس هر چه بهتر نتایج بدست آمده از آزمون، یکی از راه‌های نشان دادن میزان پراکندگی و یا همبستگی نتایج، علاوه بر رسم نمودار، گزارش میزان انحراف معیار نتایج می‌باشد. لازم به یادآوری است که عدد بدست آمده از رابطه انحراف معیار، هر چه بیشتر به صفر نزدیک باشد، نشان دهنده همبستگی هر چه بیشتر داده‌ها بوده و بزرگ بودن این عدد، نشان دهنده پراکندگی داده‌هاست. اعداد بدست آمده از جدول ۱، نشان دهنده همبستگی نسبتاً خوب نتایج می‌باشد. در شکل ۴، به ترتیب نمودارهای تنش-کرنش مربوط به هر کدام از لایه چینی‌های تک جهته، متقاطع، و شبه ایزوتروپ، نشان داده شده است. لازم به توضیح است که در هر کدام از نمودارها، تکرار پذیری آزمون‌ها، با رنگ‌های متفاوت تمیز داده شده‌اند. همچنین، در شکل ۵، همانند شکل ۳، به ترتیب نمودارهای بار-جابجایی دهانه ترک، برای هر سه نوع لایه چینی تک جهته، متقاطع، و شبه ایزوتروپ، با رعایت تکرار پذیری برای هر سه نوع لایه چینی، نشان داده شده است.

۱-۳- انجام آزمون‌های نمونه‌های چند لایه کامپوزیتی شیاردار

نمونه نیم‌دیسک خمشی برگرفته از نمونه مستطیلی ترکدار خمش سه نقطه می‌باشد که این نمونه آزمایشگاهی از دو نقطه متقارن در پایین خود توسط نگهدارنده‌های دستگاه آزمایش مهار شده و بار به صورت فشاری از بالا به مرکز نمونه اعمال می‌شود. نکته قابل ذکر این

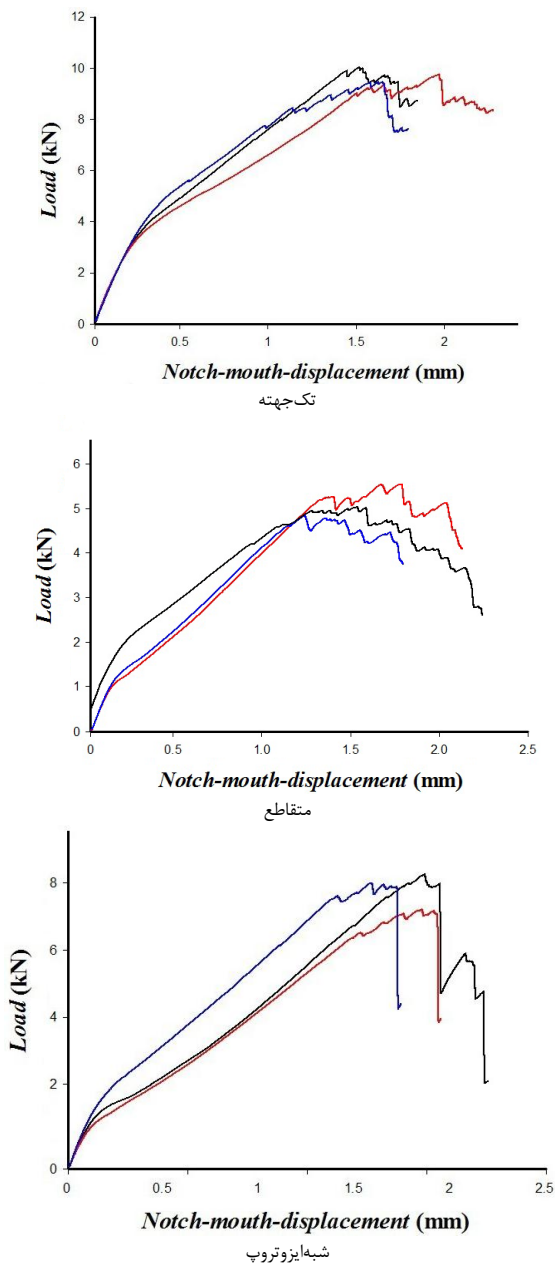


شکل ۴. نمودار تنش-کرنش مربوط به لایه چینی‌های تک جهته، متقاطع، و شبه ایزوتروپ

Fig. 4. The stress-strain curve related to unidirectional, cross-ply, and quasi-isotropic laminates

۱-۴- مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی

به طور کلی این مفهوم بدین معناست که مواد ارتوتروپ چندلایه مورد مطالعه با لایه‌چینی دلخواه، با دیدگاه مکانیک شکست الاستیک خطی شیار، با یک ماده ایزوتروپ مجازی (فرضی) با مدول الاستیسیته یکسان، برابر در نظر گرفته شود. با استفاده از مفهوم جدید ارائه‌شده، تنها با انجام دو آزمایش مجزا، و تعیین دو خاصیت مهم ماده غیرایزوتروپ می‌توان به ظرفیت باربری چندلایه دارای شیار



شکل ۵. نمودار بار-جابجایی دهانه ترک برای لایه‌چینی‌های تک‌جهته، مقاطع، و شبه‌ایزوتروپ

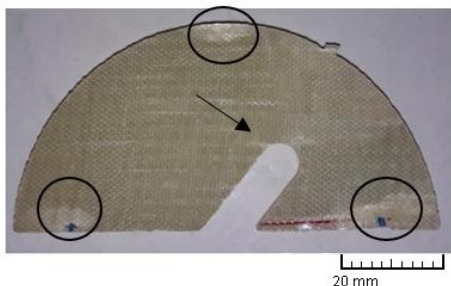
Fig. 5. The load-notch-mouth-displacement curve for unidirectional, cross-ply, and quasi-isotropic laminates

شده است؛ ضمن اینکه فاصله نقاط نگهدارنده در پایین نمونه (قیود اعمال‌شده) از دو لبه خارجی نیم‌دیسک به یک اندازه بوده و برابر با ۲۰ میلی‌متر می‌باشد. طول کلی شیار ایجادشده (عمق شیار) در نمونه‌ها نیز ۲۰ میلی‌متر می‌باشد.

بار از بالای نمونه به صورت فشاری و با نرخ سرعت ۰/۵ میلی‌متر بر دقیقه به نمونه نیم‌دیسک خمشی اعمال می‌گردد در حالیکه دو نقطه متقارن در پایین نمونه توسط نگهدارنده‌های دستگاه مقید شده است (شرایط مرزی). شکل ۶، یکی از نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی آزمایش‌شده را بعد از شکست نهایی نشان می‌دهد. لازم به توضیح است که مناطق آسیب‌دیده بر اثر اعمال بار و شرایط مرزی و همچنین نقطه شروع شکست در دامنه شیار، بر روی تصویر مشخص شده‌اند. یکی از نکات مورد توجه که در شکل ۶ نیز کاملاً مشهود است، موضعی بودن نقاط آسیب در محل اعمال بار و نقاط اعمال قیود می‌باشد. به عبارت دیگر، بارهای شکست نهایی ثبت‌شده توسط دستگاه کاملاً تحت تاثیر شیار ایجادشده بوده و آسیب‌های موضعی هیچ‌گونه دخالتی در میزان بار نهایی ثبت شده نداشته‌اند.

شکل ۷، نمودار بار-جابجایی مربوط به آزمایش یک نمونه ۱۶ لایه متقاطع نیم‌دیسک خمشی با شیار یو-شکل و شعاع نوک شیار ۱ میلی‌متر را تحت بارگذاری مود دو خالص نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۷ مشخص است، نمودار بار-جابجایی تا لحظه تخریب آخرین لایه خطی بوده و مقدار غیرخطی بودن ناچیز نمودار در ابتدای آن به دلایل زیادی مرتبط است که از آن دلیل می‌توان به جایگیری صحیح نمونه (اعمال بار اولیه توسط دستگاه) در بین نقاط اعمال قیود و اعمال بار و همچنین شروع شکل‌گیری آسیب در نمونه (آسیب‌های محلی) اشاره نمود. ناحیه غیرخطی ایجادشده بعد از ثبت میزان حداکثر ظرفیت باربری به رشد ناحیه آسیب مربوط می‌باشد. از طرفی با توجه به اینکه مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی بر پایه خطی بودن نمودارهای شکست می‌باشد، از ناحیه غیرخطی صرف‌نظر می‌شود.

جدول ۲، میزان بار بحرانی تجربی (بار بحرانی متوسط) مربوط به تخریب آخرین لایه در نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی ۱۶ لایه تک‌جهته، مقاطع، و شبه‌ایزوتروپ را تحت بارگذاری مود دو خالص، گزارش می‌دهد.



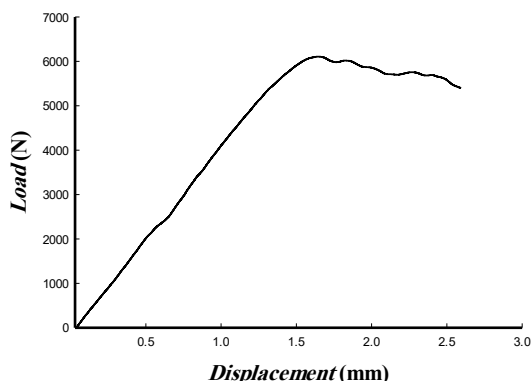
شکل ۶. نمونه نیم‌دیسک خمشی ۱۶ لایه تک‌جهته در لحظه ثبت بار بحرانی
Fig. 6. 16-layered Semi-disk bend composite specimen at the moment of critical load recording

از مود یک خالص تا مود دو خالص)، در فاصله مشخصی از لبه شیار (r_c) به مقدار تنش بحرانی ماده برسد (σ_c). اولین رابطه برای فاصله بحرانی توسط ریچی [۴۹] برای مواد ترد حاوی ترک ارائه شده است که بعدها توسط تیلور [۵۰] به صورت زیر بیان گردید.

$$r_c = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_u} \right)^2 \quad (1)$$

که در رابطه (۱)، پارامترهای K_{Ic} و σ_u به ترتیب بیانگر چقرمگی شکست ماده ترد در شرایط کرنش صفحه‌ای و استحکام کششی نهایی ماده می‌باشند.

مفاهیم اصلی و بنیادی معیار تنش متوسط نیز همانند معیار حداکثر تنش محیطی می‌باشد. در واقع این معیار به نوعی الهام گرفته از معیار حداکثر تنش محیطی می‌باشد. بر طبق این معیار، شکست در مواد ترد حاوی ترک و یا شیار زمانی رخ می‌دهد که مقدار متوسط تنش کششی (تنش محیطی میانگین $(\overline{\sigma_{\theta\theta}})$ در فاصله بحرانی مشخصی از نوک ترک و یا شیار (d_c) به مقدار تنش بحرانی ماده ترد مورد نظر (σ_c) برسد. این معیار در سال ۱۹۰۷ برای اولین بار توسط ویگارد^۲



شکل ۷. نمودار بار-جابجایی نمونه ۱۶ لایه متقاطع نیم‌دیسک خمشی با شیار یو-شکل و شعاع نوک شیار ۱ میلی‌متر، تحت بارگذاری مود دو خالص

Fig. 7. Load-displacement curve for 16-layered semi-disk bend composite specimen containing U-notch with 1mm notch tip radius, under pure mode II loading

جدول ۲. مقادیر تجربی بار بحرانی (متوسط) مربوط به تخریب آخرین لایه نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی شیاردار ۱۶ لایه تک‌جهته، متقاطع، و شبه‌ایزوتروپ، تحت بارگذاری مود دو خالص

Table 2. Experimental critical loads related to last-ply-failure of 16-layered unidirectional, cross-ply, and quasi-isotropic semi-disk bend composite specimens, under pure mode II loading

شعاع نوک شیار	لایه چینی تک‌جهته (بار بحرانی متوسط) (واحد نیوتن)	لایه چینی متقاطع (بار بحرانی متوسط) (واحد نیوتن)	لایه چینی شبه‌ایزوتروپ (بار بحرانی متوسط) (واحد نیوتن)
۱ میلی‌متر	۷۷۱۶	۵۸۳۶	۷۱۱۰
۲ میلی‌متر	۸۶۰۳	۶۱۷۶	۷۳۹۳
۴ میلی‌متر	۸۸۱۳	۶۳۳۶	۷۶۶۶

یو-شکل، تحت بارگذاری مود دو خالص، دست پیدا کرد. به عبارت دیگر، میزان ظرفیت باربری قطعات کامپوزیتی پایه پلیمری چندلایه دارای شیار با توجه به معیارهای موجود در حوزه مکانیک شکست الاستیک خطی، در ترکیب با مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی، پیش‌بینی شده و به جای تحلیل و بررسی موضوع از دیدگاه تئوری کلاسیک لایه‌ها^۱ در ترکیب با مدل‌های پیچیده مکانیک آسیب، مسئله با توجه به معیارهای ارائه‌شده در حوزه مکانیک شکست الاستیک خطی همچون معیارهای تنش متوسط و حداکثر تنش محیطی، بررسی شده و از بررسی و تحلیل مودهای خرابی و شکست کامپوزیت‌ها به صورت لایه‌به‌لایه اجتناب می‌شود. به بیان ساده‌تر، در این پژوهش سعی می‌گردد که دیدگاه ایزوتروپ حاکم بر اغلب مواد ترد مهندسی، بر رفتار غیرایزوتروپ کامپوزیت‌های لایه‌ای نیز تعمیم یابد.

۱-۵- ترکیب مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی با معیارهای حوزه مکانیک شکست الاستیک خطی

به منظور پیش‌بینی نتایج آزمایشگاهی شکست مواد کامپوزیتی چندلایه شیاردار، نیاز است تا مفهوم جدید پیشنهادشده با دو معیار شناخته‌شده حوزه مکانیک شکست الاستیک خطی یعنی معیارهای حداکثر تنش محیطی و تنش متوسط ترکیب شده و روابط جدیدی ارائه گردند. بدین منظور، ابتدا تعاریف دو معیار ذکرشده بیان می‌گردند و پس از آن روابط مهم هر کدام از معیارها ذکر شده و در آخر نحوه ترکیب این روابط با مفهوم جدید پیشنهادشده ارائه می‌شود.

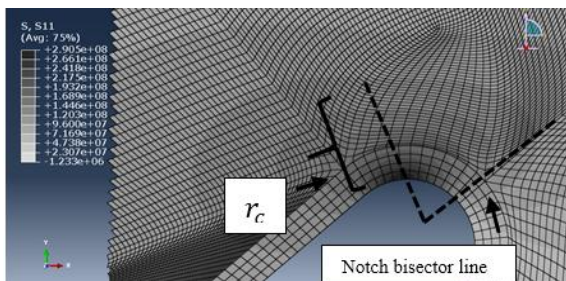
بر طبق معیار حداکثر تنش محیطی توسعه داده‌شده برای شیارهای یو-شکل و وی-شکل، شکست در این قطعات زمانی رخ می‌دهد که حداکثر تنش محیطی در ماده ترد مورد نظر تحت بارگذاری مشخص

توجه به اینکه روابط جدید پیشنهادشده برای محاسبه فواصل بحرانی در چندلایه‌های کامپوزیتی مورد آزمایش، الهام‌گرفته از روابط موجود برای مواد ایزوتروپ ترد می‌باشند، این مقادیر نیز بسته به نوع لایه‌چینی مورد استفاده در ساخت ماده کامپوزیتی مورد نظر، متفاوت می‌باشند. به عبارت دیگر، با توجه به اینکه دو پارامتر مهم استحکام کششی نهایی و چقرمگی شکست گذرلایه‌ای برای هر کدام از انواع لایه‌چینی مورد استفاده در این پژوهش متفاوت است، در نتیجه فواصل بحرانی بدست‌آمده برای هر کدام از لایه‌چینی‌ها نیز متفاوت خواهد بود.

در بخش المان محدود نمونه‌ها، نحوه چگونگی خواندن نتایج از روی شبیه‌سازی‌های انجام‌شده و بوسیله فواصل بحرانی بدست‌آمده توضیح داده می‌شود.

۱-۶- تحلیل المان محدود نمونه‌ها

همانگونه که پیش‌تر نیز ذکر گردید، برای تمامی نمونه‌های آزمایش‌شده نیم‌دیسک خمشی کامپوزیتی، نمونه المان محدود آن نیز شبیه‌سازی می‌گردد. لازم به توضیح است که با توجه به مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی شبیه‌سازی انجام‌شده از نوع شبیه‌سازی رایج برای کامپوزیت‌های لایه‌ای نبوده و به بیان دیگر، نیازی به وارد کردن داده‌های مرسوم در شبیه‌سازی مواد کامپوزیتی مانند داده‌های مربوط به سفتی و استحکام در جهات متفاوت، نمی‌باشد. در حقیقت، یکی از مزیت‌های معیارهای جدید ارائه‌شده برای پیش‌بینی میزان ظرفیت باربری چندلایه‌های کامپوزیتی شیاردار تحت بارگذاری مود دو خالص، انجام تحلیل‌های المان محدود ایزوتروپ به صورت الاستیک خطی می‌باشد. لازم به یادآوری است که در صورت نیاز به شبیه‌سازی لایه به لایه نمونه‌ها، میزان زمان صرف‌شده در این بخش، چندبرابر



شکل ۸. خروجی کانتورهای تنش محیطی مربوط به نمونه نیم‌دیسک خمشی با شعاع نوک شیار ۲ میلی‌متر، تحت بارگذاری مود دو خالص ۵۰ درجه و بار دلخواه فشاری ۴۰۰۰ نیوتن.

Fig. 8. Tangential stress contours related to semi-disk bend composite specimen with 2mm notch tip radius, under pure mode II loading (50 degree) and compressive load of 4000N

[۵۱] برای مواد ترد ترک‌دار ارائه گردید که بعدها توسط آیت الهی و ترابی [۵۲] برای پیش‌بینی شکست مواد ترد حاوی شیار وی-شکل نوک گرد تحت بارگذاری مود یک خالص توسعه داده شد.

$$d_c = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_u} \right)^2 \quad (2)$$

فاصله بحرانی (d_c) به عنوان یکی از مشخصات ماده تعریف می‌گردد که این فاصله برای مواد ترد، ۴ برابر فاصله بحرانی (r_c) تعریف شده در معیار حداکثر تنش محیطی در نظر گرفته می‌شود [۵۱] و [۵۲]. در ادامه و با استفاده از مقدمات پیشین ذکرشده در خصوص اهمیت دو پارامتر استحکام کششی نهایی و چقرمگی شکست گذرلایه‌ای و همچنین با استفاده از دو معیار ذکرشده در حوزه شکست مواد ترد (معیارهای حداکثر تنش محیطی و تنش متوسط)، دو رابطه جدید به منظور محاسبه فواصل بحرانی از نوک شیار (شیار یو-شکل) پیشنهاد می‌گردد.

رابطه (۳) از ترکیب مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی و معیار حداکثر تنش محیطی و رابطه (۴) از ترکیب مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی و معیار تنش متوسط بدست می‌آیند.

$$r_c = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{IIc}}{\sigma_u} \right)^2 \quad (3)$$

$$d_c = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{IIc}}{\sigma_u} \right)^2 \quad (4)$$

با توجه به روابط (۳) و (۴)، مقدار فواصل بحرانی برای هر کدام از سه نوع لایه‌چینی بدست می‌آید. جدول ۳، مقادیر محاسبه‌شده فواصل بحرانی را برای هر سه نوع لایه‌چینی گزارش نموده است.

همانگونه که پیش‌تر نیز ذکر شد، مقادیر فواصل بحرانی پیشنهادشده برای مواد ترد ترک‌دار و یا شیاردار جزء خواص ذاتی ماده مورد نظر فرض شده و برای مواد مختلف آزمایشگاهی متفاوت می‌باشند. با

جدول ۳. مقادیر فواصل بحرانی محاسبه‌شده برای هر سه نوع لایه‌چینی تک‌جهته، متقاطع و شبه‌ایزوتروپ

Table 3. The calculated critical distances for three types of unidirectional, cross-ply, and quasi-isotropic laminates

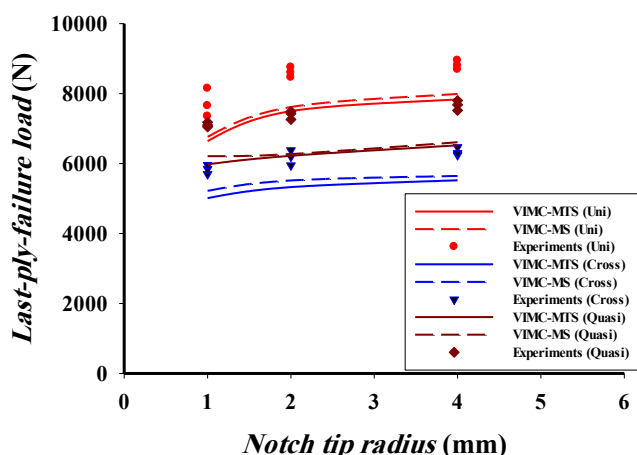
لایه چینی	فاصله بحرانی (بر حسب میلی‌متر)	فاصله بحرانی (بر حسب میلی‌متر)
تک‌جهته	۰/۳	۱/۴
متقاطع	۰/۶	۲/۴
شبه‌ایزوتروپ	۰/۹	۳/۸

شیاردار مورد نظر، پیش‌بینی می‌شود. رابطه (۵) نحوه پیش‌بینی بار بحرانی چندلایه‌های کامپوزیتی شیاردار را بر طبق معیار ترکیبی مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی و معیار حداکثر تنش محیطی، بیان می‌دارد.

$$P_{VMC-MTS} = \frac{\sigma_u}{\sigma_{\theta\theta}} \cdot 4000N \quad (5)$$

دقت شود که منظور از زیرنویس بار در رابطه (۵)، همان معیار ترکیبی مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی و معیار حداکثر تنش محیطی می‌باشد. همانطور که در رابطه (۵) مشخص است، با نسبت دادن خطی مابین تنش‌های محیطی بدست آمده از تحلیل نرم افزار المان محدود و استحکام نهایی چندلایه کامپوزیتی از سویی، و نسبت دادن خطی مابین بار بحرانی دلخواه و بار پیش‌بینی شده نهایی با توجه به ترکیب مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی با معیار حداکثر تنش محیطی از سوی دیگر، میزان ظرفیت باربری چندلایه کامپوزیتی شیاردار مورد نظر پیش‌بینی می‌شود.

طریقه پیش‌بینی بار بحرانی چندلایه‌های کامپوزیتی شیاردار با توجه به معیار جدید ترکیب شده از مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی با معیار تنش متوسط همانند معیار ترکیبی مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی و معیار حداکثر تنش محیطی می‌باشد با این تفاوت که در معیار ترکیبی مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی و معیار تنش متوسط، میانگین تنش‌های محیطی ($\overline{\sigma_{\theta\theta}}$) در فاصله بحرانی (r_c) خوانده می‌شود. در ادامه، با توجه به خطی بودن و تنش پایه بودن روابط به کاررفته در



شکل ۹. منحنی‌های پیش‌بینی میزان ظرفیت باربری نمونه‌های چندلایه کامپوزیتی نیم‌دیسک خمشی بر حسب تغییرات شعاع نوک شیار برای سه لایه‌چینی تک‌جهته، متقاطع و شبه‌ایزوتروپ

Fig. 9. Prediction curves of load bearing capacity of semi-disk bend composite specimen in terms of variations of notch tip radius for unidirectional, cross-ply, and quasi-isotropic laminates

می‌شود.

بعد از انجام مراحل اولیه در نرم‌افزار المان محدود مورد نظر که برای این پژوهش، تمامی شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم افزار آباکوس ۶/۱۴ صورت گرفته است، مهمترین بخش، نحوه صحیح خواندن نتایج از روی نرم‌افزار المان محدود می‌باشد که با توجه به معیارهای جدید ترکیبی که نشأت گرفته از معیارهای بیان شده برای مواد ترد ترک‌دار و شیاردار است، باید قبل از خواندن نتایج، دستگاه مختصات نرم‌افزار از حالت کارترین به حالت قطبی تبدیل شده و نتایج مربوط به تنش محیطی در فاصله بحرانی مشخص شده از نوک شیار خوانده شود. شکل ۸، نحوه خواندن نتایج تنش محیطی در فاصله بحرانی r_c را نشان می‌دهد. شکل ۸ مربوط به تحلیل انجام رفته برای نمونه نیم‌دیسک خمشی با شعاع نوک شیار ۲ میلی‌متر، تحت بارگذاری مود دو خالص ($\beta = 50^\circ$) و بار فشاری دلخواه ۴۰۰۰ نیوتن می‌باشد. لازم به توضیح است که تنش محیطی بدست آمده بر حسب واحد پاسکال می‌باشد.

در این بخش لازم است تا نحوه پیش‌بینی نتایج تئوری توسط نرم افزار المان محدود توضیح داده شود. قبل از خواندن نتایج تحلیل، لازم است تا شرایط مرزی صحیح به نمونه اعمال گردد و همچنین بار دلخواهی به بالای نمونه به صورت متمرکز اعمال شود. دقت شود که با توجه به اینکه هدف اصلی پژوهش، پیش‌بینی ظرفیت باربری چندلایه‌های کامپوزیتی شیاردار تحت بارگذاری مود دو خالص می‌باشد، لازم است تا بار بحرانی نمونه چندلایه کامپوزیتی شیاردار با توجه به مدل اجزای محدود ایزوتروپ شبیه‌سازی شده پیش‌بینی گردد. لذا، با توجه به خطی بودن روابط مابین بار و تنش در تئوری‌های شکست مواد ترد، ظرفیت باربری چندلایه کامپوزیتی شیاردار و یا به عبارت دیگر بار بحرانی پیش‌بینی شده تئوری به کمک ترکیب مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی و معیار حداکثر تنش محیطی محاسبه می‌گردد. طریقه انجام پیش‌بینی بدین صورت است که ابتدا بار دلخواهی (به عنوان مثال ۴۰۰۰ نیوتن) به نمونه شبیه‌سازی شده اعمال می‌گردد؛ سپس با توجه به معیار حداکثر تنش محیطی و مقدار بدست آمده برای فاصله بحرانی (r_c)، تنش محیطی بدست آمده ($\sigma_{\theta\theta}$) از نرم افزار دقیقاً در راستای نیم‌ساز شیار و در فاصله مشخص شده بحرانی، خوانده می‌شود. سپس با توجه به خطی بودن روابط و با توجه به استحکام بدست آمده (σ_u) برای چندلایه کامپوزیتی مورد نظر، بار شکست چندلایه کامپوزیتی

تک جهته، متقاطع و شبه ایزوتروپ) با میزان بار شکست دو تئوری جدید ترکیبی پیشنهاد شده مقایسه شده و درصد اختلاف مابین نتایج تئوری و تجربی محاسبه و گزارش می‌شود.

شکل ۹، منحنی‌های پیش‌بینی ظرفیت باربری نمونه‌های ۱۶ لایه تک‌جهته، متقاطع و شبه ایزوتروپ نیم‌دیسک خمشی با شیار یو-شکل، تحت بارگذاری مود دو خالص را نشان می‌دهد. لازم به توضیح است که برای قیاس بیشتر و بهتر نتایج، تمامی نتایج تجربی به همراه پیش‌بینی‌ها به صورت یکجا آورده شده است. با دقت در شکل ۹ و با اولین نگاه مشخص می‌شود که نتایج تجربی برای هر لایه‌چینی کاملاً بصورت مجزا و بدون هیچ‌گونه اختلاطی (فاصله‌ی واضح و مشخص بین نتایج) با دیگر نتایج گزارش شده‌اند. یکی از نتایجی که از منحنی شکل ۹ گرفته می‌شود، تاثیر مشخص و واضح نوع لایه‌چینی بر روی پیش‌بینی‌های تئوری می‌باشد. به همین دلیل، برای هر کدام از انواع لایه‌چینی، شبیه‌سازی‌های مجزا صورت پذیرفته است. از طرفی، بدلیل اینکه مفهوم ارائه شده در این پژوهش بر پایه‌ی مکانیک شکست مواد ایزوتروپ می‌باشد، ضعف نادیده گرفتن مکانیزم‌های منحصربفرد جذب انرژی در ناحیه‌ی فرآوری شکست در چندلایه‌های کامپوزیتی (مواد غیر ایزوتروپ) مشهود است. به همین دلیل، در پژوهش‌های آتی سعی می‌شود تا با در نظر گرفتن این مکانیزم‌ها و به عبارت دیگر، بهبود روابط تئوری با در نظر گرفتن رفتار ریزساختار مواد ارتوتروپیک، نواقص موجود در این پیش‌بینی‌ها رفع گردد. ضمناً، ذکر این نکته ضروری است که با وجود اختلاف بین نتایج مدلسازی و نتایج تجربی برای تمام لایه چینی‌های بررسی شده، مقدار این اختلاف بسیار محدود و در بازه قابل قبول مهندسی است، که بیانگر موفقیت مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی در عین سادگی آن است.

معیارهای ترکیبی جدید ذکر شده، نسبت تناسبی مابین تنش محیطی متوسط در فاصله بحرانی و استحکام نهایی در چندلایه کامپوزیتی آزمایش شده برقرار می‌گردد. از طرفی نیز، نسبت تناسب مشابهی مابین بار دلخواه اعمالی به نمونه و میزان بار بحرانی پیش‌بینی شده بر طبق معیار ترکیبی جدید ذکر شده برقرار می‌باشد. در نهایت، رابطه (۶) بیانگر توضیحات ذکر شده بر طبق معیار جدید ترکیبی مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی و معیار تنش متوسط می‌باشد.

$$P_{VIMC-MS} = \frac{\sigma_u}{\sigma_{\theta\theta}} \cdot 4000N \quad (6)$$

دقت شود که منظور از زیرنویس بار در رابطه‌ی (۶)، همان معیار ترکیبی مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی و معیار تنش متوسط می‌باشد.

۳- نتایج و بحث

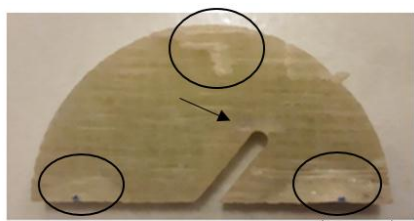
۱-۷- نتایج

در این بخش با توجه به دو قسمت مهم پیشین، یعنی پیدا کردن فواصل بحرانی چندلایه‌های کامپوزیتی و تحلیل‌های المان محدود بر اساس فواصل بحرانی و بارهای بحرانی آزمایشگاهی، پیش‌بینی نهایی نتایج تجربی چندلایه‌های کامپوزیتی نیم‌دیسک خمشی شیاردار انجام می‌گردد. با توجه به موضوع اصلی پژوهش، یعنی پیش‌بینی میزان ظرفیت باربری چندلایه‌های کامپوزیتی نیم‌دیسک خمشی حاوی شیار یو-شکل، منحنی‌های پیش‌بینی بر اساس میزان بار بحرانی آزمایشگاهی و میزان بار بحرانی پیش‌بینی شده بر اساس دو معیار ترکیبی جدید یعنی ترکیب مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی با دو معیار حداکثر تنش محیطی و تنش متوسط، ارائه می‌گردند. به عبارت دیگر، در هر کدام از شعاع‌های نوک شیار (۱، ۲ و ۴ میلی‌متر)، میزان بار شکست آزمایشگاهی بدست آمده برای هر کدام از چندلایه‌ها

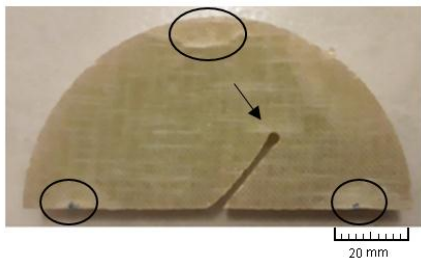
جدول ۴. درصدهای اختلاف مابین نتایج تجربی و تئوری‌های جدید ترکیبی پیشنهاد شده برای نمونه‌های ۱۶ لایه تک‌جهته، متقاطع و شبه ایزوتروپ نیم‌دیسک خمشی حاوی شیار یو-شکل، تحت بارگذاری مود دو خالص (۵۰ درجه)

Table 4. Discrepancies between experiments and new combined theories proposed for 16-layered unidirectional, cross-ply, and quasi-isotropic semi-disk bend composite specimens containing U-notch, under pure mode II loading

شعاع شیار (میلی‌متر)	درصد خطای معیار ترکیبی مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی با معیار حداکثر تنش محیطی			درصد خطای معیار ترکیبی مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی با معیار تنش متوسط		
	تک‌جهته	متقاطع	شبه ایزوتروپ	تک‌جهته	متقاطع	شبه ایزوتروپ
۱	۱۳/۹	۱۴/۱	۱۵/۹	۱۲/۳	۱۰/۵	۱۲/۶
۲	۱۲/۸	۱۳/۷	۱۵/۸	۱۱/۴	۱۰/۶	۱۵/۱
۴	۱۱/۱	۱۲/۸	۱۴/۹	۹/۳	۱۰/۸	۱۳/۷



(a) مقاطع



(b) شبه ایزوتروپ

شکل ۱۰. نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی چندلایه کامپوزیتی حاوی شیار یو-شکل در لحظه ثبت بار بحرانی به منظور نشان دادن آسیب‌های محلی ناشی از اعمال بار و شرایط مرزی

Fig. 10. Semi-disk bend laminated composite specimens with U-notches at the moment of critical load recording for showing the local damages caused by load and boundary conditions

می‌دانند، اکثریت مودهای آسیب جدایش که یکی از سه مود اصلی تخریب در چندلایه‌های کامپوزیتی می‌باشد، در اثر اعمال بار فشاری صورت می‌گیرد. به همین منظور، مسائل جدایش و پیشروی نواحی آسیب ناشی از اعمال شرایط مرزی در نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی به عنوان دو موضوع نگران‌کننده مطرح می‌گردند. استفاده از مواد ترد و شبه ترد در ساخت چندلایه‌های کامپوزیتی مورد آزمایش در این پژوهش و همچنین ساخت نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی با ۱۶ لایه، باعث شد تا احتمال پیشامد مسائل یادشده در حین آزمایش به حداقل ممکن برسد. همانطور که انتظار می‌رفت، تمهیدات در نظر گرفته شده در ساخت نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی باعث شد تا مسائل جدایش و پیشروی ناحیه آسیب در هیچ کدام از نمونه‌ها بوجود نیاید. به منظور درک بیشتر موضوع مطرح شده، در شکل ۹، نمونه‌های مختلف نیم‌دیسک خمشی با لایه‌چینی‌های متفاوت به تصویر کشیده شده است. همانطور که در شکل ۹ مشخص شده است، تمامی نواحی آسیب محدود به نقاط اعمال بار و شرایط مرزی بوده و هیچ‌گونه پیشروی ناحیه آسیب در نمونه‌ها دیده نمی‌شود. همچنین، علیرغم فشاری بودن بار اعمالی به نمونه‌ها، هیچ گونه مود تخریب جدایش بوجود نیامده است. لازم به ذکر است که نواحی آسیب بوجود آمده بر اثر اعمال بار و شرایط مرزی، بر روی تصویر مشخص شده‌اند. سعی

در شکل ۹ و در کادر راهنمای شکل، عبارات یونی، کراس، و کوازی به ترتیب بیانگر لایه‌چینی‌های تک‌جهته، متقاطع، و شبه‌ایزوتروپ می‌باشند.

همچنین، جدول ۴، میزان درصد‌های اختلاف مابین نتایج تجربی و نتایج حاصل از تئوری‌های ترکیبی پیشنهادشده، برای نمونه‌های ۱۶ لایه کامپوزیتی تک‌جهته، متقاطع و شبه‌ایزوتروپ نیم‌دیسک خمشی حاوی شیار یو-شکل، تحت بارگذاری مود دو خالص را گزارش می‌دهد. لازم به توضیح است که از دلایل احتمالی اختلاف مابین پیش‌بینی‌های تئوری حاصل از معیارهای ترکیبی جدید پیشنهادشده و نتایج تجربی موجود در هر سه لایه‌چینی تک‌جهته، متقاطع، و شبه ایزوتروپ، می‌توان به موارد ذیل اشاره نمود:

۱- با مطالعه اکثر تحقیقات انجام‌گرفته در حوزه پیش‌بینی میزان بار بحرانی تحت بارگذاری‌های متفاوت، می‌توان متوجه شد که هر چه نوع بارگذاری از مود یک خالص به سمت بارگذاری مود ترکیبی و در نهایت مود دو خالص پیشروی می‌کند، به دلیل پیچیدگی‌های مکانیزم شکست، هندسه، شرایط مرزی، و غیره، میزان درصد اختلاف نیز بیشتر می‌شود.

۲- می‌توان گفت که پیش‌بینی بار بحرانی در مواد ارتوتروپ به مراتب پیچیده‌تر از مواد ایزوتروپ می‌باشد. بنابراین، بخشی از اختلاف یادشده قطعاً مرتبط با معادل‌سازی ورق کامپوزیتی با یک صفحه ایزوتروپ می‌باشد.

۳- با پیچیدگی هندسه شیار، پیش‌بینی‌ها به مراتب دشوارتر می‌گردد. به بیان دیگر، پیش‌بینی بار بحرانی در نمونه‌های شیاردار با هندسه شیار کلیدی شکل، وی-شکل و یو-شکل به مراتب پیچیده‌تر از نمونه‌هایی با هندسه شیار دایروی و یا ترک می‌باشد.

در بخش آتی به تفسیر، بحث و بررسی نتایج بدست‌آمده از مراحل مختلف انجام‌شده در این پژوهش پرداخته می‌شود تا دید بهتری به خواننده انتقال داده شود.

۱-۸- بحث، بررسی و تفسیر نتایج

یکی از نکات بسیار مهم و شاید به نوعی نگران‌کننده در بدو انجام پژوهش و پیش از انجام آزمایش‌ها، پیشروی ناحیه آسیب در محل‌های اعمال بار و نقاط تکیه‌گاهی و یا به نوعی شرایط مرزی در نمونه نیم‌دیسک خمشی بوده است. از طرف دیگر، همانگونه که محققین

هدف کلی پژوهش انجام‌شده، ساده‌سازی و به نوعی تسهیل مسائل پیچیده موجود در علم مکانیک شکست مواد چندلایه کامپوزیتی شیاردار بوده است. به همین دلیل مهم ذکرشده، سعی شده است تا حد امکان، پیچیدگی مسئله مطرح‌شده با ارائه معیارهای مناسب، آسان گردد تا محققین بیشتری به تحقیق در حوزه مکانیک شکست مواد چندلایه کامپوزیتی شیاردار، ترغیب گردند. امید است تا این پژوهش بستر مناسبی را برای تحقیق و بررسی هر چه بیشتر در این حوزه فراهم آورد.

مهمترین نتایج حاصل از این پژوهش را می‌توان در موارد ذیل خلاصه نمود:

۱. ارائه معیار ترکیبی جدید مفهوم ماده‌ی ایزوتروپ مجازی به همراه معیار حداکثر تنش محیطی که بر پایه ترکیب معیار حداکثر تنش محیطی شیار با مفهوم ماده‌ی ایزوتروپ مجازی ارائه شده است.
۲. ارائه معیار ترکیبی جدید مفهوم ماده‌ی ایزوتروپ مجازی به همراه معیار تنش متوسط که بر پایه ترکیب معیار تنش متوسط شیار با مفهوم ماده‌ی ایزوتروپ مجازی ارائه شده است.
۳. پیش‌بینی میزان ظرفیت باربری چندلایه‌های کامپوزیتی شیاردار یا به نوعی پیش‌بینی میزان بار بحرانی تخریب آخرین لایه در حالت بارگذاری مود دو خالص.
۴. عدم پیچیدگی و نیاز به روابط گسترده در بدست‌آوردن میزان بار بحرانی تخریب آخرین لایه در چندلایه‌های کامپوزیتی حاوی شیار یو-شکل که به طور متداول در صنایع مختلف مهندسی به کار برده می‌شوند.
۵. پوشش‌دهی مناسب معیارهای پیشنهادشده در این پژوهش برای چندلایه‌های کامپوزیتی شیاردار با انواع لایه‌چینی‌های متفاوت که یکی از دستاوردهای مهم این پژوهش می‌باشد. لازم به توضیح است که همانطور که پیش‌تر نیز ذکر گردید، معیارهای ارائه‌شده تاکنون، معمولاً قادر به پیش‌بینی یک نوع لایه‌چینی خاص و یا تعداد لایه خاص بوده‌اند که از این لحاظ، معیارهای ارائه‌شده در این تحقیق به نوعی نوآوری در این زمینه خواهند داشت.
۶. پایین‌بودن درصد‌های اختلاف مابین نتایج تجربی و تئوری.

شده است تا با ارائه تصاویر متفاوت از سه نوع لایه‌چینی تک‌جهته (شکل ۶)، متقاطع و شبه‌ایزوتروپ (شکل ۱۰)، تفاوت ظاهری نواحی آسیب تا حد ممکن مشخص شود. به عنوان نمونه، با دقت در دو شکل ۶ و ۱۰ مشخص می‌شود که پیشروی ناحیه آسیب در لایه‌چینی متقاطع نسبت به دو لایه‌چینی تک‌جهته و شبه‌ایزوتروپ بیشتر است. دلیل این امر، تعداد بالای لایه‌های ۹۰ درجه در لایه‌چینی متقاطع (۸ لایه)، در مقایسه با تعداد لایه‌های ۹۰ درجه در دو لایه‌چینی تک‌جهته (بدون لایه ۹۰ درجه) و شبه‌ایزوتروپ (۴ لایه) می‌باشد. به عبارت دیگر، لایه‌های ۹۰ درجه به دلیل هم راستایی با جهت اعمال نیروی فشاری و نیروهای عکس‌العمل حاصل از شرایط مرزی، با کمترین نیروی ممکن و تحت تاثیر مودهای تخریب ترک ماتریسی^۱ و ریزکمانشی^۲ زودتر از سایر لایه‌ها دچار شکست می‌گردند.

از دیگر موارد مهم مشاهده‌شده در تمامی نمودارهای بار-جابجایی گرفته‌شده از نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی کامپوزیتی با شیار یو-شکل، خطی بودن نمودارهای مذکور تا لحظه شکست می‌باشد. یکی از دلایل مهم و اصلی استفاده از معیارهای مکانیک شکست الاستیک خطی، خطی بودن نمودارهای مذکور و یا به عبارت دیگر رفتار شبه ترد کامپوزیت‌های چندلایه‌ای مورد استفاده در این پژوهش می‌باشد. همانطور که در شکل ۶ نیز به وضوح مشخص می‌باشد، رفتار نمونه آزمایش‌شده تا لحظه شکست کاملاً خطی بوده و ناحیه غیرخطی بوجودآمده درست بعد از لحظه شکست نهایی بوجود می‌آید که علت این امر، پیشروی ناحیه آسیب می‌باشد. با توجه به اینکه پیش‌بینی‌های صورت‌پذیرفته در این پژوهش، معطوف به نقطه شکست نهایی نمونه‌ها و یا به نوعی پیش‌بینی میزان ظرفیت باربری این نمونه‌ها می‌باشد، معیارهای مذکور هیچ‌گونه پیش‌بینی و یا اظهار نظری در مورد ناحیه غیرخطی نداشته و برای پیش‌بینی چگونگی پیشروی ناحیه آسیب و یا اندازه ناحیه آسیب، باید از معیارهای بر پایه ناحیه آسیب که در مقدمه نیز توضیح داده شده‌اند استفاده نمود.

۴- نتیجه‌گیری

در پایان این پژوهش لازم است تا مجدداً هدف از موضوع مطرح شده بیان گردد تا چشم‌انداز مناسبی برای تحقیقات و کارهای آتی، پیش‌روی خواننده، بازگردد. همانطور که بارها نیز بدان اشاره شد،

1 Matrix-Cracking failure mode
2 Micro-Buckling failure mode

۵- فهرست علائم

- [10] S.C. Tan, Laminated composites containing an elliptical opening-II. experiment and model modification, *J Compos Mater*, 21 (1987) 949-968.
- [11] R.B. Pipes, Wetherhold RC, Gillespie JW. Macroscopic fracture of fibrous composites, *Mater Sci Eng*, 45 (1980) 247-253.
- [12] J.K. Kim, D.S. Kim, N. Takeda, Notched strength and effective crack growth in woven fabric laminates, *J Compos Mater*, 29 (1995) 982-998.
- [13] J. Backlund, C.G. Aronsson, Tensile Fracture of Laminates with Holes and Cracks, *J Compos Mater*, 20 (1986) 259-285.
- [14] C.G. Aronsson, J. Backlund, Tensile fracture of laminates with cracks, *J Compos Mater*, 20 (1986) 287-307.
- [15] B.N. Nguyen, Three-dimensional modeling of damage in laminated composites containing a central hole, *J Compos Mater*, 31 (1997) 1672-1693.
- [16] G. Lawcock, L. Ye, Y. Mai, Progressive damage and residual strength of a carbon fiber reinforced metal laminate, *J Compos Mater*, 31 (1997) 762-787.
- [17] A. Afaghi-Khatibi, L. Ye, Y. Mai, An effective crack growth model for residual strength evaluation of composite laminates with circular holes, *J Compos Mater*, 30 (1996) 142-163.
- [18] N.K. Naik, P.S. Shembekar, M.K. Verma, On the influence of stacking sequence on the notch sensitivity of fabric laminates, *J Compos Mater*, 24 (1990) 838-52
- [19] I. Eriksson, C.G. Aronsson, Strength of tensile loaded graphite/epoxy laminates containing cracks, open and filled holes, *J Compos Mater*, 24 (1990) 456-482.
- [20] C.J. Liu, A.H. Nijhof, L.J. Ernst, R. Marissen, A new ultimate strength model of notched composite laminates – including the effects of matrix failure. *J Compos Mater*, 44 (2010) 1335-49.
- [21] P. Ladeveze, A damage computational method for composite structures, *Comput Struct*, 44 (1992) 79-87.
- [22] B. Mohammadi, H. Hosseini-Toudeshky, M.H. Sadr-Lahidjani, Damage evolution of laminated composites using continuum damage mechanics incorporate with interface element, *Key Eng Mater*, 385 (2008) 277-280.
- [23] B. Mohammadi, H. Hosseini-Toudeshk, M.H. Sadr-Lahidjan, S. Aivazzadeh, Prediction of inelastic behavior of composite laminates using multi-surface continuum damage-plasticity, *Adv Mater Res*, 47 (2008) 773-776.
- [24] B. Mohammadi, A. Kazemi, R. Ghasemi, Damage analysis of holed composite laminates using continuum damage mechanics, (In Persian), *Journal of Science and Technology of Composites*, 2 (2015) 23-34.
- [25] L. Feng, X. Qian, Rapid S-N type life estimation for low cycle fatigue of high-strength steels at a low ambient temperature, *Steel and Compos struct*, 33 (2019) 777-792.
- [26] E. Satria, S.H. Kato, S.H. Nakasawa, Study on dynamic

علائم انگلیسی

d شعاع بحرانی از نوک شیار، mm

K چقرمگی شکست گذرلایه‌ای، $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$

r شعاع بحرانی نوک از شیار، mm

علائم یونانی

σ تنش، MPa

ρ شعاع نوک شیار، mm

زیرنویس

c بحرانی

u تنش نهایی

TL گذرلایه ای

$\theta\theta$ محیطی

VIMC-MTS ترکیب مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی و معیار حداکثر تنش محیطی

VIMC-MS ترکیب مفهوم ماده ایزوتروپ مجازی و معیار تنش متوسط

۶- مراجع

- [1] P. Beaumont, The failure of fiber composites: An overview, *J Strain Anal*, 24 (1989) 189-205.
- [2] M. Waddoups, J.R. Eisenman, B. Kaminski, Macroscopic fracture mechanics of advanced composite materials, *J Compos Mater*, 5 (1971) 446-451
- [3] J. H. Zhao, X. F. Wang, L. R. Dhrani, Notch stress concentrations and failure characteristics in laminates with triple parallel notches, *Compos Sci and Tech*, 60 (2000) 2865-2872
- [4] J. Awerbuch, H. Hahn, Crack-tip damage and fracture toughness of boron/aluminum composites, *J Compos Mater*, 13 (1979) 82-107.
- [5] J. Lee, C. Soutis, Measuring the notched compressive strength of composite laminates: Specimen size effects, *Compos Sci and Tech*, 68 (2008) 2359-2366.
- [6] V. Rizov, Mixed mode fracture study of polymer composites using single edge notched bend specimens, *Comput Mater Sci*, 77 (2013) 1-6.
- [7] L. Bokwon, V. Sankar, Lay-up independent fracture criterion for notched laminated composites, *Compos Sci and Tech*, 66 (2006) 2491-2499
- [8] J. Whitney, R. Nuismer, Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentration, *J Compos Mater*, 8 (1974) 253-265
- [9] S.C. Tan, Notched strength prediction and design of laminated composites under in-plane loadings, *J Compos Mater*, 21 (1987) 925-948.

- [40] J.H. Underwood, M.T. Kortschot, Notch-tip Damage and Translaminar Fracture Toughness Measurements from Carbon/Epoxy Laminates, US Army Armament Research, Development and Engineering Centre, Technical Report ARCCB-TR-94010, (1994) 94010.
- [41] S.T. Pinho, P. Robinson, L. Iannucci, Fracture toughness of the tensile and compressive fibre failure modes in laminated composites, *Compos Sci and Tech*, 66 (2006) 2069–2079.
- [42] J.H. Underwood, M.T. Kortschot, W.R. Lloyd, H.L. Eidinoff, D.A. Wilson, N. Ashbaugh, Translaminar Fracture Toughness Test Methods and Results from Interlaboratory Tests of Carbon/epoxy Laminates, *Fract Mech*, 26 (1995) ASTM STP 1256.
- [43] Y.T. Yeow, D.H. Morris, H.F. Brinson, A correlative study between analysis and experiment on the fracture behavior of graphite/epoxy composites, *J Test and Eval*, 7 (1979) 117–125.
- [44] R. El-Hajjar, R. Haj-Ali, Mode-I fracture toughness testing of thick section FRP composites using the ESE(T) specimen, *Eng Fract Mech*, 72 (2005) 631–643.
- [45] C. Soutis, P.T. Curtis, N.A. Fleck, Compressive failure of notched carbon fibre composites, *Proceedings of the Royal Society*, 440 (1993) 241–256.
- [46] C.G. Sih, P.C. Paris, G.R. Irwin, On cracks in rectilinearly anisotropic bodies, *International Journal of Fracture Mechanics*, 1(3) (1965) 189–203.
- [47] Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials. Annual Book of ASTM Standard, D3039/D3039M.
- [48] Standard Test Method for Trans-laminar Fracture Toughness of Laminated Polymer Matrix Composite Materials. Annual Book of ASTM Standard, E1922-04
- [49] R.O. Ritchie, J.F. Knott, J.R. Rice, On the relationship between critical stress and fracture toughness in mild steel, *J Mech Phys Solids*, 21 (1973) 395-410.
- [50] D. Taylor, Predicting the fracture strength of ceramic materials using the theory of critical distances, *Eng Fract Mech*, 71 (2004) 2407-2416.
- [51] K. Wieghard, U. Spalten, *Zerreißenelastischer Körper Z. Math Phys* 1907;55:60-103 Translated by Rossmannith HP, *Fatigue Fract Eng Mater Struct*, 18, (1995) 1371-1405.
- [52] M.R. Ayatollahi, A.R. Torabi, Brittle fracture in rounded-tip V-shaped notches, *Mater Design*, 31 (2010) 60-7.
- behavior of a new type of two-way single layer lattice dome with nodal eccentricity, *Steel and Compos Struct*, 8 (2008) 6-12.
- [27] F.J. Gómez, M. Elices, A. Valiente, Cracking in PMMA containing U-shaped notches, *Fatigue Fract Eng Mater Struct*, 23 (2000) 795-803.
- [28] F.J. Gómez, M. Elices, A fracture criterion for sharp V-notched samples, *Int J Fract*, 123 (2003) 163-75.
- [29] F.J. Gómez, M. Elices, J. Planas, The cohesive crack concept: application to PMMA at -60 (deg.), *Eng Fract Mech*, 72 (2005) 1268-85.
- [30] Z. Yosibash, A. Bussiba, I. Gilad, Failure criteria for brittle elastic materials, *Int J Fract*, 125 (2004) 307-33.
- [31] F. Erdogan, G. Sih, On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, *J Basic Eng Trans*, 85 (1963) 528-534.
- [32] F. Berto, P. Lazzarin, F.J. Gomez, Elices M. Fracture assessment of U-notches under mixed mode loading: two procedures based on the equivalent local mode I concept, *Int J Fract*, 148 (2007) 415-433.
- [33] M.R. Ayatollahi, A.R. Torabi, A criterion for brittle fracture in U-notched components under mixed-mode loading, *Eng Fract Mech*, 76 (2009) 1883-96
- [34] A.R. Torabi, Fracture assessment of U-notched graphite plates under tension, *Int J Fract*, 81 (2013) 285-292.
- [35] A.R. Torabi, M. Fakoor, E. Pirhadi, Tensile fracture in coarse-grained polycrystalline graphite weakened by a U-shaped notch, *Eng Fract Mech*, 111 (2013) 77-85.
- [36] A.R. Torabi, E. Pirhadi, Notch failure in laminated composites under opening mode, *Compos Part B*, 172, (2019) 61-75.
- [37] A.R. Torabi, E. Pirhadi, On the ability of fracture mechanics in predicting the last-ply-failure of blunt V-notch laminated composite specimens: A hard problem can be easily solved by conventional methods, *Eng Fract Mech*, 217 (2019) 106534.
- [38] A.R. Torabi, E. Pirhadi, Extension of the virtual isotropic material concept to mixed mode loading for predicting the last-ply-failure of U-notched glass/epoxy laminated composite specimens, *Composite Part B*, 176 (2019) 106537.
- [39] M.J. Laffan, S.T. Pinho, P. Robinson, L. Iannucci, Measurement of the in situ ply fracture toughness associated with mode I fibre tensile failure in FRP. Part I: data reduction, *Compos Sci and Tech*, 70 (2010) 606–613.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

A.R. Torabi, E. Pirhadi. *Experimental and theoretical investigation of the critical load of U-notched laminated composite specimens under in-plane shear loading*, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53 (6) (2021) 3673-3688.

DOI: [10.22060/mej.2020.18540.6839](https://doi.org/10.22060/mej.2020.18540.6839)



