



مدلسازی و خطی سازی مود طولی برای بالزن شبه سنجاقک با دم صلب فعال

محمد لشگری، ابوالقاسم نقاش*

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۱۹
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۶/۱۴
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۰۴
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۱۰/۰۸

کلمات کلیدی:

ریزپرنده شبه سنجاقک
مکانیزم بالزن کلپ فلینگ
بالزن، هاور
روش کین

خلاصه: هدف اصلی در این مقاله مدلسازی و شبیه سازی دینامیک پرواز برای ریزپرنده بالزن شبه سنجاقک با مکانیزم کلپ فلینگ دوپل و دارای دم صلب فعال می باشد. این مقاله به شبیه سازی دینامیک پرواز یک بالزن شبه سنجاقک که بتواند از حرکات دم نیز برای پایداری مود طولی استفاده کند، می پردازد. ابتدا با روش کین معادلات حرکت مود طولی استخراج می شوند. سپس معادلات آیرودینامیکی برا و پسی ریزپرنده دل فلای ۲ و شبیه سازی گیربکس به معادلات حرکت بدست آمده با روش کین اضافه می شود. همچنین یک ساختار جدید برای ریزپرنده بالزن شبه سنجاقک ارائه می گردد که در آن حرکت دم مشابه حرکت دم حشرات در مود طولی استفاده شده است. در این کار از حرکت دم بعنوان سطح کنترلی (لویتور) استفاده نشده، بلکه از گشتاور یک دم صلب بعنوان گشتاور کنترلی استفاده می شود. اختلاف دور موتورها منجر به تراست تفاضلی شده و بعنوان ورودی کنترلی باعث گشتاور پیچ می شود. معادلات گیربکس هم بصورت یک مکانیزم چهارلینکی شبیه سازی می شود و سپس نتایج شبیه سازی معادلات غیرخطی مورد بحث قرار می گیرد. در نهایت با فرضیاتی مناسب معادلات دینامیک و آیرودینامیک و گیربکس تواما خطی سازی شده و به فرم فضای حالت ارائه می شود و پاسخ مدل خطی سازی شده در حالت حلقه باز با ایجاد شرایط اولیه مناسب برای موتورها با پاسخ غیرخطی مقایسه خواهد شد.

۱- مقدمه

نمونه های مهندسی هر یک از حشرات و پرندگان تلاش های بسیاری انجام داده اند. پرنده هایی با طول بال ۱ تا ۳۰ سانتی متر و عدد رینولدز ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ ریزپرنده محسوب می شوند. تمرکز اصلی در این مقاله روی انجام مانور هاور توسط یک ریزپرنده شبه سنجاقک می باشد. در میان کارهای ساخته شده الهام گرفته از طبیعت راجع به سنجاقک، پروژه های انجام شده توسط شرکت های فستو^۱ و تک جت^۲ بسیار جالب و قابل تامل می باشند [۲].

شرکت فستو [۳] سنجاقکی بسیار زیبا طراحی و ساخته است که سیزده درجه آزادی حرکت دارد و هربال بطور جداگانه با مکانیزم پیچیده قادر است فرکانس و دامنه بال زدن را تغییر دهد، علاوه بر این از حرکات سر و دم برای کنترل و پایداری مانند سنجاقک واقعی استفاده می کند. شکل ۱ شاهکار مهندسی سنجاقک فستو را نشان می دهد.

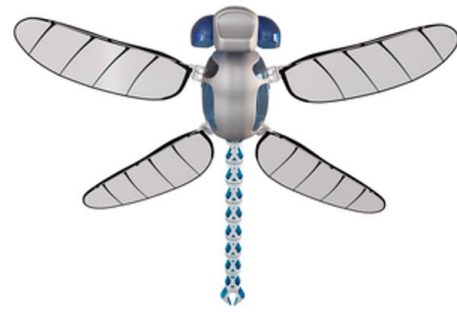
این سنجاقک زیبا بصورت اتوماتیک از روی شاخه تیک آف می کند

پرواز شگفت انگیز حشرات و پرندگان همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است. پرندگان و حشرات هر یک دارای مکانیزم خاص خود برای هدایت و کنترل و تولید برا و تراست می باشند. در میان انواع مانورهای پروازی حشرات و پرندگان معلق ماندن در هوا (هاور^۱) در نقطه ای ثابت [۱] با پایداری بالا تعیین کننده کیفیت پرواز و پیچیدگی آفرینش آنهاست. هاور مود ناپایدار پرواز است و در ریزپرنده های بالزن^۲ بسیار حائز اهمیت می باشد. البته اوج گیری آنها، پرواز رو به جلو و کاهش ارتفاع آنها هنگام فرود هم بطرز شگفت انگیزی پایدار است. بهترین هاور را در میان پرندگان مرغ مگس خوار و در میان حشرات زنبور و سنجاقک می توانند انجام دهند. مرغ مگس خوار در فضای کوچک در حالت هاور می تواند غذای خود را خورده و بعد از آن کیلومترها پرواز کند. پژوهشگران در ساخت

- 1 Hover
- 2 Micro aerial vehicle flapping wing(MAV)

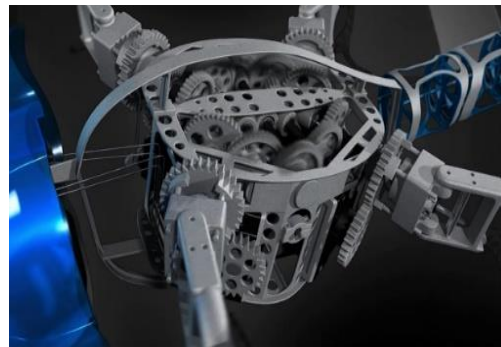
* نویسنده عهده دار مکاتبات: Naghash@aut.ac.ir





شکل ۱. سنجاقک ساخته شده با سیزده درجه آزادی شرکت فستو [۳]

Fig. 1. Festo dragonfly with 13DOF



شکل ۲. گیربکس سنجاقک شرکت فستو [۳]

Fig. 2. Festo dragonfly gearbox

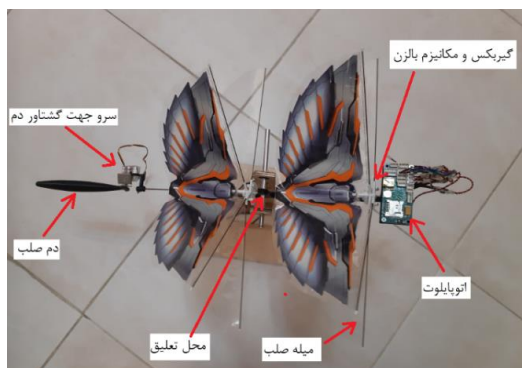
بصورت پارامتریک ارائه شده و بصورت پارامتریک از همه روابط آیرودینامیک با استفاده از قضیه مقدار میانگین، میانگین نیروی برا و پسا را بر هر بال جداگانه در وضعیت بالارفتن و پایین آمدن محاسبه شده است و تا حصول استخراج معادلات حرکت از میانگین گیری پارامتریک استفاده نموده که موجب پیچیدگی معادلات شده است اما می توان میانگین گیری را بصورت عددی در شبیه سازی انجام داد که در این مقاله به این شکل عمل خواهد شد. در مرجع [۷] فرمول های پیچیده آیرودینامیکی برای بال های یک ریزپرنده شبه مگس ارائه شده و مزیت آن این است که حرکت بال ها دقیقاً همانند حرکت بال مگس بصورت شناکردن (پاروزدن) است و هر بال سه درجه آزادی نسبت به بدنه دارد سائز این ریزپرنده بسیار کوچک بوده اما این ریزپرنده هیچ دم یا رادر و الویتوری ندارد. در مراجع [۸ و ۹] مدلسازی سیستم های مقلد طبیعت که مبتنی بر حرکات سیکلیک در اعضای مکانیزم هستند با استفاده از روش تئوری پایه و کلاف^۲ استخراج شده است که روشی بسیار مفید برای دینامیک های چندجسمی می باشد. در بحث کنترل و پایداری پرواز در مراجع [۱۲]-[۱۰] کارهای ارزشمندی انجام شده است. در مرجع [۱۰] از طریق روش های شناسایی سیستم برای ریزپرنده بالزن بر اساس اطلاعات در مسیر پرواز مدل خطی برای آیرودینامیک بدست آمده است. در مراجع [۱۱ و ۱۲] به دینامیک پرواز برای مود طولی پرداخته شده است. در مراجع [۱۳-۱۵] مدلسازی و ساخت ریزپرنده بالزن جدیدی که بدون دم می باشد، انجام شده است. ریزپرنده بدون دم مراجع [۱۳-۱۵] مانورهای رول را با تغییر دور موتورهای چپ و راست و مانور یاو را با تغییر زاویه صفحه حرکت بال ها نسبت به ریشه بال انجام می دهد و به همین دلیل رادر و الویتور ندارد. در مرجع [۱۶] به نقش حرکت شکم و دم روی دینامیک ریزپرنده بالزن با استفاده از ثبت اطلاعات حین پرواز پرداخته شده است. مراجع [۱۱ و ۱۴] به هاور ریزپرنده دارای رادر و الویتور پرداخته اند. اما بررسی نقش دم صلب فعال روی ریزپرنده بالزن کارهای تئوری و مدلسازی و شبیه سازی انجام نشده است.

با وجود تلاشها و موفقیت های چشمگیر در چند دهه گذشته، اغلب ریزپرنده های ساخته شده هنوز هم یا دارای ملخ دوار یا دارای بال ثابت یا ترکیبی از هر دو هستند. علت اصلی این موضوع، دشواری ساخت ریزپرنده با بال هایی با درجات آزادی مشابه حشرات یا پرندگان است.

اما متأسفانه تاکنون هیچ مقاله یا گزارش علمی از فعالیت های انجام شده توسط شرکت فستو در این زمینه منتشر نشده است. شکل ۲ گیربکس سنجاقک فستو را نشان می دهد. کوچکترین نوع ریزپرنده بالزن، کلاس معروف روبوبی^۱ دانشگاه هاروارد است، که هم اکنون نیاز به منبع انرژی به خارج از سیستم دارد [۴]. کار بسیار ارزشمندی برای مدلسازی غیرخطی آیرودینامیک بالزن در مرجع [۵] انجام شده است که در آن هم بصورت تئوری و هم آزمایشگاهی روابط دقیقی برای محاسبه برا و پسا بالزن استخراج شده که در این مقاله از مرجع [۵] در بخش پنجم استفاده خواهد شد. در مرجع [۶] به دو نوع مدلسازی سینماتیکی ریزپرنده بالزن پرداخته شده و نتایج آن بررسی و مقایسه شده است، در نوع اول مدل هواپیمای صلب برای ریزپرنده در نظر گرفته و در نوع دوم از دینامیک چندجسمی فقط برای بال ها استفاده کرده و مشخصات جرمی-اینرسی و حرکت بال ها را در دینامیک پرواز در نظر گرفته است اما ریزپرنده بالزن بررسی شده دارای رادر و الویتور می باشد. همچنین در مرجع [۶] روابط دقیق و پیچیده آیرودینامیکی

2 Base and bundle method

1 Robobee

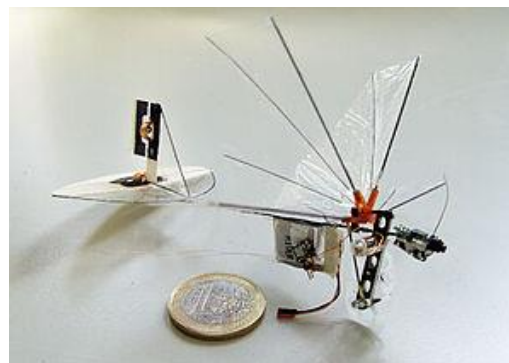


شکل ۴. ریزپرنده شبه‌سنجاقک با ساختار جدید پیشنهادشده در این مقاله
Fig. 4. The proposed dragonfly-like MAV with a new structure

ریزپرنده‌های بالزن بدون دم مذکور با موارد موجود در طبیعت برابری نمی‌کنند اما هر دو قادر به انجام ماموریت‌های پرواز واقعی و در همان زمان با ساخت نسبتاً آسان است. در اکثر کارهای انجام شده برای کنترل کانال پیچ و یاو ریزپرنده‌های بالزن، از سطح کنترلی الویتور و رادر مشابه پرنده‌های بال ثابت استفاده شده است. در این میان پرنده دل‌فلای ۲ با یک درجه آزادی برای موتور جهت تولید تراست و رادر و الویتور جهت هدایت کنترل معروف است.

با توجه به بررسی مطالعات صورت گرفته در مورد ریزپرنده‌ها جای خالی مدل‌سازی و شبیه‌سازی شبه‌سنجاقک با دم صلب فعال خودنمایی می‌کند. در این مقاله از دو جفت مکانیزم دل‌فلای ۲ بصورت پشت سرهم با موتور جداگانه بعنوان بال‌های جلو و عقب شبه‌سنجاقک و یک دم صلب که با سرومکانیزم می‌تواند دوران کند، استفاده می‌شود (مطابق شکل ۴). ریزپرنده طراحی شده در این مقاله دارای طول ۴۰ سانتی‌متر و طول بال ۲۷/۴ سانتی‌متر است. طراح دل‌فلای ۲ مطالعه تجربی عملی عمیقی روی آیرودینامیک و ضرایب آیرودینامیک و استخراج معادلات دقیق برای برا و پسا انجام داده که در این مقاله این معادلات شبیه‌سازی شده‌اند. همچنین با افزودن دم صلب فعال به انتهای ریزپرنده، دینامیک دوجسمی خواهیم داشت و با روش کین^۲ معادلات دینامیک پرواز غیرخطی آن استخراج خواهد شد. در ادامه گیربکس کلفلینگ^۳ بازطراحی شده و روابط سینماتیکی آن بر اساس دور موتور و تولید برا بصورت دقیق محاسبه می‌شود. این ایده‌ها باعث شد در این مقاله طرحی برای ریزپرنده ارائه شود تا بستر مناسبی در کارهای بعدی برای ساخت و طراحی کنترلر

2 kane's method
 3 Clap and fling



شکل ۳. ریزپرنده بالزن دل‌فلای ۲- [۵]
Fig. 3. DELFLY II Micro aerial vehicle

مطابق شکل ۳ نوعی ریزپرنده‌های بالزن با بال‌های نایلونی و دارای دم وجود دارد، که اخیراً مورد توجه پژوهشگران بوده است. ریزپرنده بالزن دل‌فلای ۲ دارای یک درجه آزادی حرکت دورانی برای تولید تراست می‌باشد (شکل ۳). مزیت دل‌فلای ۲ تولید برا توسط بالزن فقط با دوران موتور می‌باشد و در این مقاله از این طرح به خوبی استفاده شده است. گشتاور کنترلی آنها توسط سطح کنترلی روی دم تولید می‌شود. از آنجایی که دم نسبتاً بزرگ است، دینامیک بدنه را کند و پایداری و قدرت مانور را کم می‌کند. در هنگام پرواز تحریک دم بعنوان رادر و الویتور می‌تواند باعث تغییر سرعت و ارتفاع شود. این نوع دم می‌تواند به اغتشاشات خارجی آیرودینامیک حساس باشد و باعث مشکل در پرواز شود. به طور کلی نیروها و گشتاورهای ایجاد شده توسط رادر و الویتور برای جبران اغتشاشات اتمسفری کافی نیستند. کارایی رادر و الویتور بستگی به جریان هوای ورودی دارد لذا هنگام مانور کم شدن ارتفاع در حالت هاور نقش رادر و الویتور می‌تواند معکوس شود. این موضوع باعث می‌شود که حلقه‌های کنترل اتوپایلوٹ به سنسورهای بیشتری نیاز داشته باشند و وضعیت‌های غیرقابل کنترل در پرواز ایجاد کنند. لذا حذف رادر و الویتور در ریزپرنده‌های بالزن یک مزیت به شمار می‌آید. لازم به ذکر است که یک سری تحقیقات نوین در حال انجام است که بالزن بتواند بدون داشتن دم، هدایت شود و برای هدایت و کنترل از حرکت بال‌ها استفاده شود. علت این ایده این است که بال‌ها قادرند نسبت به رادر و الویتور نیروها و گشتاورهای بیشتری تولید کنند و مانورپذیری بیشتر شود. اولین طرح موفقیت آمیز این کلاس مرغ مگس‌خوار است. این طرح دارای مکانیزم پیچیده برای ایجاد گشتاور در سه راستا جهت کنترل وضعیت است. اگرچه

1 Delfly II

ریزپرنده شبه‌سنجاقک بوجود آید.

۲-مدلسازی دینامیک دوجسمی

در این بخش با استفاده از روش کین [۱۲] مدلسازی چندجسمی برای معادلات حرکت یک ریزپرنده شبه‌سنجاقک انجام خواهد شد. ریزپرنده شبه‌سنجاقک دارای قسمت های صلب متحرک دم و بدنه است. در فضای اینرسی با در نظر گرفتن درجات آزادی بین بدنه و دم، سینماتیک این اعضا (شامل سرعت‌ها، شتاب‌ها و سرعت‌های زاویه‌ای) بدست آمده و بعد از محاسبه نیروهای خارجی و اینرسی معادلات حرکت طولی استخراج خواهند شد.

۲-۱- معرفی ساختار ریزپرنده شبه‌سنجاقک پیشنهادی در

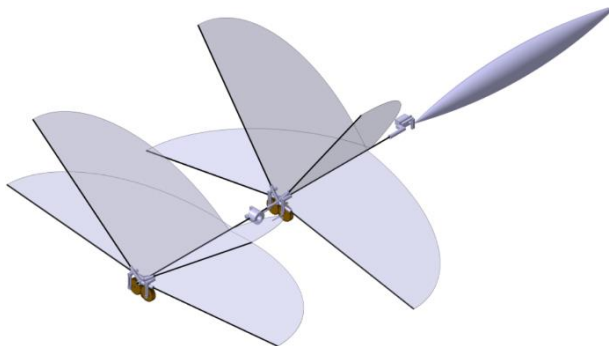
این مقاله

در این مقاله از طرح بالزن دل‌فلای ۲ که از نوع کلپ‌فلینگ مطابق شکل ۳ است، استفاده می‌شود. با این تفاوت که ریزپرنده دل‌فلای ۲ دارای رادر و الویتور بوده و از مکانیزم بالزنی فقط برای تولید برا (تراست) استفاده می‌کند و برای کنترل پرنده سطوح آیرودینامیکی رادر و الویتور به مانند هواپیمای بال ثابت عمل می‌کند. در ساختار پیشنهاد شده در این مقاله، بخش رادر و الویتور حذف شده و قسمت بال و گیربکس را در نرم افزار کتیا با طراحی کرده و در شکل ۵ نشان داده شده است. همچنین نمونه در حال ساخت این طرح در شکل ۴ نشان داده شده است.

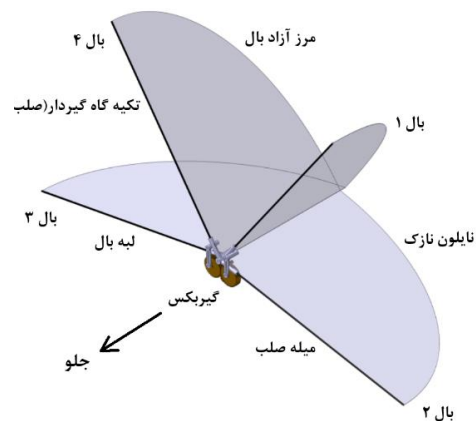
همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود این طرح دارای چهار بال نازک ناپلونی است که هر بال از قسمت ریشه بال و لبه حمله به

میله‌های صلب کربنی ثابت شده‌است و لبه فرار هر بال بدون هیچ تکیه‌گاهی به صورت آزاد می‌باشد. در برخی از طرح‌ها دو میله صلب دیگر در سطح هر بال استفاده می‌شود. هنگامیکه بال ۱ و بال ۲ بهم نزدیک می‌شوند میله‌های صلب لبه حمله آنها سریعتر بهم رسیده و لبه فرار با تکیه‌گاه آزاد آنها دیرتر بهم می‌رسند. این حالت باعث می‌شود جلوی بال ۱ و ۲ بسته و هوای بین آنها از انتهای آزاد جریان پیدا کند و باعث نیروی پیشران شود. این دور و نزدیک شدن بال‌ها بصورت جفتی توسط یک موتور و یک مکانیزم چهارلینکی برای بال ۱ و ۲ و بصورت مشابه برای بال ۳ و ۴ انجام می‌شود. در شکل ۷ قسمت گیربکس مذکور با بزرگنمایی نشان داده شده‌است. در این مقاله ساختار جدیدی برای یک ریزپرنده بالزن با مکانیزم کلپ‌فلینگ ارائه می‌شود. این ساختار عبارت است از دو جفت ریزپرنده بالزن با مکانیزم کلپ‌فلینگ که شامل ۸ بال می‌شود و یک دم صلب فعال که در شکل ۶ نشان داده شده‌است. همانطور که از شکل ۶ مشاهده می‌شود، دم صلب فعال با یک درجه آزادی فقط نقش دینامیکی از طریق گشتاور کنترلی خواهد داشت و بر خلاف پرنده دل‌فلای ۲ نقش رادر و الویتور ندارد. نوآوری دیگر، استفاده از مکانیزم دابل بالزنی می‌باشد. که بطور مجزا با تغییر دور موتور برا ایجاد کرده و با نیروی برای تفاضلی عقب و جلو گشتاور پیچ ایجاد می‌شود.

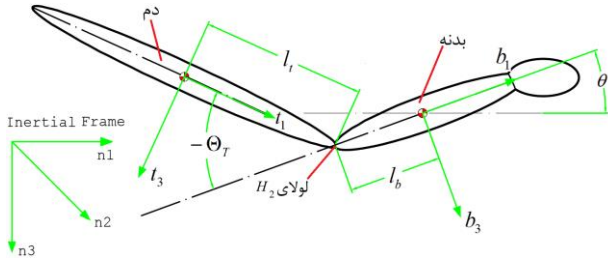
برای سادگی فقط بخش مربوط به مکانیزم بال ۱ و ۲ را در شکل ۸ نشان می‌دهیم. بخشی از این مکانیزم در شکل ۸ نشان داده شده‌است. میله‌های OA و AB و CB به همراه تکیه‌گاه‌های ثابت O و C در واقع مکانیزم چهارلینکی هستند. در بخش سوم به تحلیل و شبیه‌سازی گیربکس پرداخته خواهد شد.



شکل ۶. طرح پیشنهادی ریزپرنده شبه‌سنجاقک با دم صلب فعال
Fig.6. The proposed design dragonfly-like MAV with active rigid tail



شکل ۵. بخش کلپ‌فلینگ ریزپرنده دل‌فلای ۲ به همراه گیربکس
Fig. 5. DELFLY II's clap and fling mechanism



شکل ۹. دستگاه‌های مختصات تعریف شده روی بدنه و دم ریزپرنده شبه‌سنجاقک

Fig. 9. Coordinate systems defined for body and tail

انتقالی (سرعت رو به جلو و سرعت در راستای قائم) و یک دوران (زاویه پیچ) است که این وضعیت مود طولی دینامیک پرواز نام دارد.

۲-۲-۱- محاسبه سرعت خطی بدنه

بردار موقعیت \vec{r}_B را در دستگاه بدنی برای بدنه سنجاقک می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\vec{r}_B = x\hat{b}_1 + y\hat{b}_2 + z\hat{b}_3 \quad (1)$$

سرعت زاویه‌ای بدنه سنجاقک در دستگاه بدنی را با $\vec{\omega}_B^B$ نشان

می‌دهیم:

$$\vec{\omega}_B^B = P\hat{b}_1 + Q\hat{b}_2 + R\hat{b}_3 \quad (2)$$

با مشتق‌گیری از بردار موقعیت بدنه \vec{r}_B بردار سرعت خطی بدنه ریزپرنده بدست می‌آید:

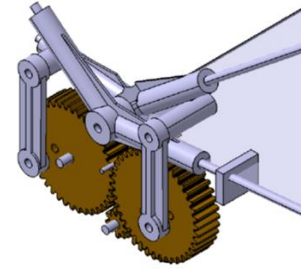
$$\dot{\vec{r}}_B = \frac{\partial \vec{r}_B}{\partial t} + {}^N\vec{\omega}_B^B \times \vec{r}_B = (\dot{x} + Qz - Ry)\hat{b}_1 + (\dot{y} + Rx - Pz)\hat{b}_2 + (\dot{z} + Py - xQ)\hat{b}_3 = U\hat{b}_1 + V\hat{b}_2 + W\hat{b}_3 \quad (3)$$

۲-۲-۲- محاسبه سرعت زاویه‌ای دم

بردار موقعیت دم ریزپرنده نسبت به بدنه عبارت است از:

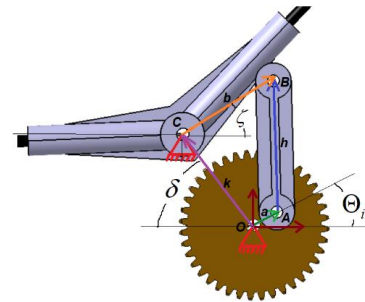
$$\vec{r}_{T/B} = \vec{r}_{T/H_2} + \vec{r}_{H_2/B} = -l_t\hat{t}_1 - l_b\hat{b}_1 \quad (4)$$

برای ریزپرنده شبه‌سنجاقک که دم آن یک درجه آزادی Θ_T حول \hat{t}_2 دارد، با تبدیل دستگاه مختصات ناشی از دوران دم به سمت بالا زاویه ماتریس تبدیل منفی می‌شود لذا بردار موقعیت دم نسبت به بدنه در دستگاه بدنی به صورت رابطه (۵) نوشته می‌شود:



شکل ۷. گیربکس بالزن ریزپرنده دل‌فلی ۲

Fig. 7. DELFLY II gearbox



شکل ۸. مکانیزم چهار لینکی گیربکس

Fig. 8. Gearbox with Four-link mechanism

۲-۲-۲- دیاگرام آزاد و محاسبه سینماتیک بدنه و دم شبه سنجاقک

در شکل ۹ و در شکل ۱۰ دیاگرام آزاد ریزپرنده شبه‌سنجاقک نشان داده شده‌است. بردارهای یکه $(\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3)$ دستگاه اینرسی متعامد راستگرد، دستگاه متصل به بدنه سنجاقک $(\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_3)$ ، دستگاه متصل به دم $(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{t}_3)$ را تعریف می‌کنیم. بین دم و بدنه یک لولای یک درجه آزادی در نظر می‌گیریم. فاصله مرکز ثقل بدنه تا لولای H را معادل l_b و فاصله لولای H تا مرکز ثقل دم را l_t نامگذاری می‌کنیم.

فرضیات حاکم بر مدل ارائه‌شده در مورد ریزپرنده شبه‌سنجاقک به صورت زیر است:

- * از جرم سر ریزپرنده صرف‌نظر شده‌است.
- * نیروهای آیرودینامیک و گشتاور دم صلب فعال حضور دارند.
- * زاویه‌ی بین دم و بدنه بزرگ بوده و اثر آن بر دینامیک در نظر گرفته می‌شود.
- * از جرم و ممان اینرسی بال در مقابل بدنه و دم صرف‌نظر شده‌است.

بدنه شبه‌سنجاقک دارای سه درجه آزادی شامل دو درجه آزادی

$$\dot{\vec{r}}_{H/B} = \dot{\vec{r}}_B + \vec{\omega}_B^B \times \vec{r}_{H/B} = \begin{bmatrix} U \\ V - l_b R \\ W + l_b Q \end{bmatrix} \quad (۸)$$

۵-۲-۲- محاسبه شتاب خطی لولای H

برای محاسبه شتاب خطی لولای H معادله دینامیکی زیر را تشکیل می‌دهیم:

$$\ddot{\vec{r}}_H = \ddot{\vec{r}}_B + \dot{\vec{\omega}}_B^B \times \vec{r}_{H/B} + \vec{\omega}_B^B \times (\vec{\omega}_B^B \times \vec{r}_{H/B}) + \vec{\omega}_B^B \times \dot{\vec{r}}_B = \begin{bmatrix} \dot{U} + l_b(Q^2 + R^2) + QW - RV \\ -l_b \dot{R} + \dot{V} + RU - PW - Pl_b Q \\ PV - QU + \dot{W} + l_b \dot{Q} - Pl_b R \end{bmatrix} \quad (۹)$$

۶-۲-۲- محاسبه شتاب خطی دم و بدنه

برای محاسبه شتاب خطی دم و بدنه از رابطه (۱۰) استفاده می‌کنیم و برای معادلات مود طولی، پارامترهای V و P و R را صفر قرار می‌دهیم (در مود طولی حرکت در راستای جانبی و همچنین دوران رول و یاو نداریم):

$$\ddot{\vec{r}}_B = \frac{\partial \dot{\vec{r}}_B}{\partial t} + \vec{\omega}_B^B \times \dot{\vec{r}}_B = \begin{bmatrix} \dot{U} + QW - RV \\ \dot{V} + RU - PW \\ \dot{W} + PV - QU \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U} + QW \\ 0 \\ \dot{W} - QU \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

برای محاسبه شتاب دم از رابطه (۷) مشتقگیری انجام می‌دهیم:

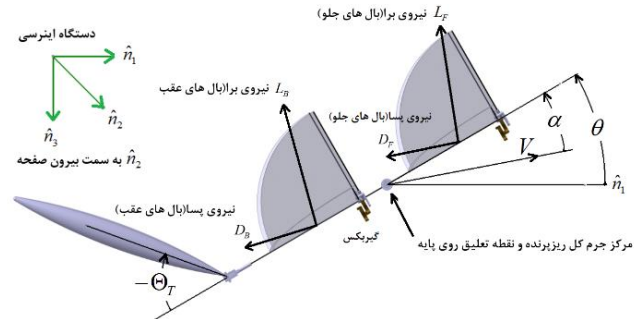
$$\ddot{\vec{r}}_T = \ddot{\vec{r}}_B + \dot{\vec{\omega}}_B^B \times \vec{r}_{H/B} + \vec{\omega}_B^B \times \dot{\vec{r}}_{H/B} + \dot{\vec{\omega}}_T^T \times \vec{r}_{T/H} + \vec{\omega}_T^T \times \dot{\vec{r}}_{T/H} + \vec{\omega}_B^B \times (\dot{\vec{r}}_B + \vec{\omega}_B^B \times \vec{r}_{H/B}) + \vec{\omega}_T^T \times (\vec{\omega}_T^T \times \vec{r}_{T/H}) \quad (۱۱)$$

پس از ساده‌سازی جبری، معادله (۱۲) را خواهیم داشت:

۲-۲-۷- محاسبه شتاب‌های زاویه‌ای بدنه و دم

شتاب‌های زاویه‌ای بدنه و دم از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{\vec{\omega}}_T^T = \left(\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} P \\ Q + Q_T \\ R \end{bmatrix} \right) + \vec{\omega}_{T/B} \times \left(\begin{bmatrix} P \\ Q + Q_T \\ R \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \dot{P} + Q_T R \\ \dot{Q} + \dot{Q}_T \\ \dot{R} - Q_T P \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$



شکل ۱۰. دیاگرام آزاد ریزپرنده شبه سنجاک

Fig. 10. dragonfly-like free body diagram

$$\ddot{\vec{r}}_{T/B} = \begin{bmatrix} \cos \Theta_T & 0 & \sin \Theta_T \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Theta_T & 0 & \cos \Theta_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -l_t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l_b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_b - l_t \cos \Theta_T \\ 0 \\ l_t \sin \Theta_T \end{bmatrix} \quad (۵)$$

فرض کنیم بدنه بخواند نسبت به افق به اندازه θ پیچ مثبت داشته باشد در این صورت باید دم باندازه Θ_T بالا برود این نکته یعنی اینکه از نظر کنترلی اگر بخواهیم بدنه پیچ مثبت داشته باشد باید گشتاور منفی به دم بدهیم. علت این نکته مهم، گشتاور عمل و عکس‌العملی است. اکنون برای شروع مدلسازی باید سینماتیک دم و بدنه را بدست آوریم. برای محاسبه بردار سرعت زاویه‌ای دم در دستگاه متصل به مرکز جرم دم ($\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{t}_3$) که در شکل ۱۰ تعریف شده، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_T^T &= \vec{\omega}_B^B + {}^N \vec{\omega}_{T/B}^T \\ \vec{\omega}_{T/B}^T &= Q_T \hat{b}_2 = Q_T \hat{t}_2 \\ Q_T &= -\frac{d\Theta_T}{dt} \\ \vec{\omega}_T^T &= P \hat{b}_1 + (Q + Q_T) \hat{b}_2 + (R) \hat{b}_3 \end{aligned} \quad (۶)$$

۳-۲-۲- محاسبه سرعت انتقالی دم

برای محاسبه سرعت انتقالی دم می‌توانیم معادله دینامیکی (۷)

را تشکیل دهیم:

$$\dot{\vec{r}}_T = \dot{\vec{r}}_B + \vec{\omega}_B^B \times \vec{r}_{H/B} + \vec{\omega}_T^T \times \vec{r}_{T/H} = \begin{bmatrix} U + (Q + Q_T) l_t \sin \Theta_T \\ V - l_b R - l_t \cos \Theta_T R - P l_t \sin \Theta_T \\ W + l_b Q + (Q + Q_T) l_t \cos \Theta_T \end{bmatrix} \quad (۷)$$

۴-۲-۲- محاسبه سرعت لولای H نسبت به بدنه

برای محاسبه سرعت لولای H نسبت به بدنه سنجاک می‌توان

از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\ddot{\vec{r}}_r = \begin{bmatrix} \dot{U} + (\dot{Q} + \dot{Q}_T)(l_i \sin \Theta_T) + Q(W + l_b Q) - R(V - l_b R) + (Q + Q_T)^2 l_i \cos \Theta_T - R(-l_i \cos \Theta_T R - Pl_i \sin \Theta_T) \\ \dot{V} + \dot{R}(-l_b - l_i \cos \Theta_T) - \dot{P} l_i \sin \Theta_T + RU - P(W + l_b Q) + R(Q + 2Q_T) l_i \sin \Theta_T - P(Q + 2Q_T) l_i \cos \Theta_T \\ \dot{W} + l_b \dot{Q} + (\dot{Q} + \dot{Q}_T)(l_i \cos \Theta_T) + P(V - l_b R) - QU + P(-l_i \cos \Theta_T R - Pl_i \sin \Theta_T) - (Q + Q_T)^2 l_i \sin \Theta_T \end{bmatrix} \quad (12)$$

۲-۴- محاسبه ماتریس نیروهای اینرسی مورد استفاده در

روش کین

نیروهای اینرسی با استفاده از روش کین از رابطه زیر بدست

می‌آیند:

$$\vec{F}_r = \frac{\partial \omega_B^B}{\partial u_r} \cdot (\vec{M}_B^*) + \frac{\partial \dot{r}_B}{\partial u_r} \cdot (\vec{F}_B^*) + \frac{\partial \omega_T^T}{\partial u_r} \cdot (\vec{M}_T^*) + \frac{\partial \dot{r}_T}{\partial u_r} \cdot (\vec{F}_T^*) \quad (17)$$

که در آن u_r چهار متغیر مستقل U و W و Q و Q_T هستند

و \vec{M}_T^* و \vec{M}_B^* گشتاورهای اینرسی وارد به بدنه و دم و \vec{F}_T^* و \vec{F}_B^* نیروهای اینرسی وارد به بدنه و دم می‌باشند و از روابط (۱۸) و (۱۹) محاسبه می‌شوند و $\ddot{\vec{r}}_T$ و $\ddot{\vec{r}}_B$ شتاب های خطی بدنه و دم نیز در روابط (۱۰) و (۱۲) بدست آمده بود.

$$\vec{F}_B^* = -m_b \ddot{\vec{r}}_B \quad (18)$$

$$\vec{F}_T^* = -m_t \ddot{\vec{r}}_T \quad (19)$$

$$\vec{M}_B^* = -I_B \dot{\omega}_B^B - \omega_B^B \times (I_B \omega_B^B) = \begin{bmatrix} 0 \\ -I_{B_y} \dot{Q} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\vec{M}_T^* = -I_T \dot{\omega}_T^T - \omega_T^T \times (I_T \omega_T^T) = - \begin{bmatrix} 0 \\ I_{T_y} (\dot{Q} + \dot{Q}_T) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

که در رابطه (۲۱) تانسور اینرسی I_T^B از رابطه (۲۲) بدست

آمده‌است:

$$I_T^B = \begin{bmatrix} \cos \Theta_T & 0 & \sin \Theta_T \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Theta_T & 0 & \cos \Theta_T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_{T_x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{T_y} & 0 \\ 0 & 0 & I_{T_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Theta_T & 0 & \sin \Theta_T \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Theta_T & 0 & \cos \Theta_T \end{bmatrix} \quad (22)$$

اکنون روابط (۱۸) تا (۲۲) را در رابطه (۱۷) قرار داده و چهار بار

نسبت به هر یک از متغیرهای مستقل U و W و Q و Q_T تکرار

می‌کنیم تا چهار درایه ماتریس F_r^* محاسبه شود. برای اولین متغیر

مستقل، اولین درایه ماتریس ستونی F_r^* پس از ساده‌سازی جبری

۲-۳- محاسبه ماتریس نیروهای خارجی مورد استفاده در

روش کین

این نیروها شامل نیروهای خارجی (غیرجاذبه‌ای) و نیروهای

جاذبه‌ای می‌باشند. نیروهای خارجی همان نیروهای آیرودینامیکی

و گشتاورهای آیرودینامیکی که توسط حرکت بال‌ها بوجود می‌آید،

می‌باشند. معادلات کین را برای محاسبه نیروهای خارجی به فرم زیر

تشکیل می‌دهیم:

$$\vec{F}_r = \frac{\partial \bar{\omega}_B}{\partial u_r} \cdot (\vec{M}_B + \vec{r}_{H/B} \times m_b \vec{g}^B) + \frac{\partial \dot{\vec{r}}_B}{\partial u_r} \cdot (\vec{F}_B + (m_b + m_t) \vec{g}^B) + \frac{\partial \bar{\omega}_T}{\partial u_r} \cdot (\vec{M}_T + \vec{r}_{T/H} \times m_t \vec{g}^B) + \frac{\partial \dot{\vec{r}}_T}{\partial u_r} \cdot (\vec{F}_T) \quad (14)$$

که در آن u_r چهار متغیر مستقل U و W و Q و Q_T هستند و

\vec{g}^B بردار شتاب جاذبه در دستگاه بدنی می‌باشد که بخاطر اینکه، در

این قسمت به دنبال معادلات حرکت در صفحه قائم هستیم، هنگام

استفاده از آن بجای ϕ صفر قرار می‌دهیم. بردار \vec{g}^B در دستگاه بدنی

به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\vec{g}^B = g \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} = g \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ 0 \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (15)$$

گشتاورها و نیروهای آیرودینامیکی وارد به بدنه \vec{M}_B

و \vec{F}_B که در بخش پنجم این مقاله به تفصیل به آن می‌پردازیم.

نیروهای آیرودینامیکی وارد به دم \vec{F}_T و گشتاورهای آیرودینامیکی

\vec{M}_T هستند که در این مقاله صفر در نظر گرفته می‌شوند (قابل

صرف نظر کردن است). برای بدست آوردن نیروهای خارجی در معادله

(۱۴) به جای u_r متغیرهای مستقل U و W و Q و Q_T را به

ترتیب قرار می‌دهیم تا چهار درایه ماتریس ستونی F_r بدست بیاید.

با جایگذاری معادلات (۲) و (۳) و (۶) و (۷) و (۱۵) در معادله (۱۴)

برای هر یک از متغیرهای مستقل U و W و Q و Q_T و ساده‌سازی

جبری خواهیم داشت:

$$F_r = \begin{bmatrix} -(m_b + m_t)g \sin \theta \\ (m_b + m_t)g \cos \theta \\ m_t g l_b \cos \theta + m_t g l_t \cos(\theta + \Theta_T) \\ m_t g l_t \cos(\theta + \Theta_T) \end{bmatrix}_{4 \times 1} \quad (16)$$

خواهیم داشت:

$$F_{r1}^* = -m_b \dot{U} - m_t \dot{U} - m_t \dot{Q}_l \sin \Theta_T - m_t \dot{Q}_T l_i \sin \Theta_T - QWm_b - QWm_t - Q^2 m_t l_b - (Q + Q_T)^2 m_t l_i \cos \Theta_T \quad (23)$$

بطور مشابه برای متغیر مستقل دوم یعنی W پس از ساده‌سازی جبری خواهیم داشت:

$$F_{r2}^* = m_b QU - m_t \dot{W} - m_b \dot{W} + m_t QU - m_t l_b \dot{Q} - m_t l_i \dot{Q} \cos \Theta_T + (Q + Q_T)^2 m_t l_i \sin \Theta_T \quad (24)$$

جبری معادله ۲۵ را خواهیم داشت:

بطور مشابه برای متغیر مستقل چهارم یعنی Q_T پس از ساده‌سازی جبری معادله ۲۶ را خواهیم داشت:

همانطور که مشاهده می‌شود، ترم هایی در درایه های ماتریس F_r^* هستند که شامل مشتقات زمانی نمی‌شوند، آنها را تفکیک نموده و در ماتریسی به نام $\bar{f}(u, q, t)$ قرار می‌دهیم:

تا اینجا هر چهار درایه ماتریس F_r^* بدست آمدند. در بخش بعدی

$$f(u, q, t) = \begin{bmatrix} -(m_t + m_b)QW - m_t l_b Q^2 - m_t l_i \cos \Theta_T (Q + Q_T)^2 \\ (m_t + m_b)QU + m_t l_i \sin \Theta_T (Q + Q_T)^2 \\ m_t QU(l_b + l_i \cos \Theta_T) - m_t l_b \sin \Theta_T Q_T (Q_T + 2Q) - m_t l_i \sin \Theta_T QW \\ Qm_t l_i (U \cos \Theta_T - W \sin \Theta_T) - m_t l_b \sin \Theta_T Q^2 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \quad (27)$$

با استفاده از جمع ماتریس های F_r^* و F_r معادلات کین را به منظور حصول معادلات حرکت بدست خواهیم آورد.

۲-۵- معادلات حرکت مود طولی با استفاده از روش کین

اکنون که نیروهای اینرسی و نیروهای خارجی بدست آمدند، طبق روش کین با استفاده از جمع ماتریس های F_r^* و F_r پس از عملیات جبری مفصل معادلات حرکت مود طولی بصورت معادله ۲۸ استخراج می‌شوند:

با ترکیب سطر سوم و چهارم معادله (۲۸) و ساده‌سازی جبری و اعمال نیروهای آیرودینامیک برآی بال‌های جلو و بال‌های عقب در دستگاه بدنی بعنوان نیروهای خارجی و گشتاورهای ناشی از نیروهای برا و پسا با در نظر گرفتن علامت آنها، معادله (۲۸) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

که در رابطه (۲۹)، پارامتر D_F نیروی پسای بال جلو و D_B نیروی پسای بال عقب و L_F نیروی برآی بال جلو و L_B نیروی برآی بال عقب و Q_T سرعت زاویه‌ای دم است که توسط یک سرو اعمال می‌شود. نیروهای برا و پسا در شکل ۱۰ نشان داده شده‌اند. بازوی گشتاور برا می‌باشد و برابر است با فاصله محل اثر نیروی b_{FW} برا بال جلو تا مرکز تعلیق ریزپرنده (مرکز جرم کل ریزپرنده که برای مود طولی روی یک پایه به تعلیق در آمده‌است) می‌باشد. بطور مشابه b_{BW} معرف فاصله محل اثر نیروی برا بال عقب تا مرکز تعلیق ریزپرنده می‌باشد. بنابراین $L_F b_{FW}$ و $L_B b_{BW}$ گشتاورهای ناشی از نیروی برآی بال‌های جلو و عقب می‌باشند. اختلاف این مقادیر $L_F b_{FW} - L_B b_{BW}$ تراست تفاضلی است که باعث گشتاور پیچ می‌شود. دیاگرام بلوکی این معادلات در شکل ۱۱ نشان داده شده‌است:

رابطه (۲۹) معادلات غیرخطی مود طولی ریزپرنده شبه‌سنجاقک هستند که در آن ماتریس اول ماتریس جرمی-اینرسی است و

$$F_{r3}^* = -m_t l_i^2 \dot{Q} \sin^2 \Theta_T - I_{Tyy} \dot{Q}_T - I_{Tyy} \dot{Q} - m_t l_b \dot{W} - m_t l_b^2 \dot{Q} - m_t l_i^2 \dot{Q} \cos^2 \Theta_T - m_t l_i^2 \dot{Q}_T \cos^2 \Theta_T - I_{Byy} \dot{Q} - m_t \dot{Q}_T l_i^2 \sin^2 \Theta_T - m_t l_i \cos \Theta_T \dot{W} - \dot{U} m_t l_i \sin \Theta_T + m_t l_b QU + Q_T^2 m_t l_b l_i \sin \Theta_T + QU m_t l_i \cos \Theta_T - QW m_t l_i \sin \Theta_T - 2\dot{Q} m_t l_b l_i \cos \Theta_T - \dot{Q}_T m_t l_b l_i \cos \Theta_T + 2QQ_T m_t l_b l_i \sin \Theta_T \quad (25)$$

$$F_{r4}^* = -m_t l_i^2 \sin^2 \Theta_T \dot{Q} - I_{Tyy} \dot{Q} - m_t l_i^2 \dot{Q} \cos^2 \Theta_T - m_t l_i^2 \dot{Q}_T \cos^2 \Theta_T - I_{Tyy} \dot{Q}_T - m_t l_i^2 \dot{Q}_T \sin^2 \Theta_T - \dot{W} m_t l_i \cos \Theta_T - \dot{U} m_t l_i \sin \Theta_T - Q^2 m_t l_b l_i \sin \Theta_T + QU m_t l_i \cos \Theta_T - QW m_t l_i \sin \Theta_T - \dot{Q} m_t l_b l_i \cos \Theta_T \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} -(m_t + m_b) & 0 & -m_t l_i \sin \Theta_T & -m_t l_i \sin \Theta_T \\ 0 & -(m_t + m_b) & -m_t (l_b + l_i \cos \Theta_T) & -m_t l_i \cos \Theta_T \\ -m_t l_i \sin \Theta_T & -m_t (l_b + l_i \cos \Theta_T) & -I_{Tyy} - I_{Byy} - m_t (l_b^2 + l_i^2 + 2l_b l_i \cos \Theta_T) & -I_{Tyy} - m_t (l_i^2 + l_b l_i \cos \Theta_T) \\ -m_t l_i \sin \Theta_T & -m_t l_i \cos \Theta_T & -I_{Tyy} - m_t (l_i^2 + l_b l_i \cos \Theta_T) & -I_{Tyy} - m_t l_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{W} \\ \dot{Q} \\ \dot{Q}_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(m_t + m_b)QW - m_t l_b Q^2 - m_t l_i \cos \Theta_T (Q + Q_T)^2 \\ (m_t + m_b)QU + m_t l_i \sin \Theta_T (Q + Q_T)^2 \\ m_t QU(l_b + l_i \cos \Theta_T) - m_t l_b \sin \Theta_T Q_T (Q_T + 2Q) - m_t l_i \sin \Theta_T QW \\ -m_t l_b \sin \Theta_T Q^2 + Qm_t l_i (U \cos \Theta_T - W \sin \Theta_T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(m_b + m_t)g \sin \theta \\ (m_b + m_t)g \cos \theta \\ m_t g l_b \cos \theta + m_t g l_i \cos(\theta + \Theta_T) \\ m_t g l_i \cos(\theta + \Theta_T) \end{bmatrix} = 0 \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} -(m_t + m_b) & 0 & -m_t l_t \sin \Theta_T \\ 0 & -(m_t + m_b) & -m_t (l_b + l_t \cos \Theta_T) \\ -m_t l_t \sin \Theta_T & -m_t (l_b + l_t \cos \Theta_T) & -I_{Tyy} - I_{Byy} - m_t (l_b^2 + 2l_t^2 + 2l_b l_t \cos \Theta_T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{W} \\ \dot{Q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(m_t + m_b) Q W - m_t l_b Q^2 - m_t l_t \cos \Theta_T (Q + Q_T)^2 - m_t l_t \sin \Theta_T \dot{Q}_T \\ (m_t + m_b) Q U + m_t l_t \sin \Theta_T (Q + Q_T)^2 - m_t l_t \cos \Theta_T \dot{Q}_T \\ m_t Q U (l_b + l_t \cos \Theta_T) - m_t l_b l_t \sin \Theta_T \dot{Q}_T (Q_T + 2Q) - m_t l_t \sin \Theta_T Q W + (-I_{Tyy} - m_t (l_t^2 + l_b l_t \cos \Theta_T) - m_t l_t^2) \dot{Q}_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(m_b + m_t) g \sin \theta \\ (m_b + m_t) g \cos \theta \\ m_t g l_b \cos \theta + m_t g l_t \cos(\theta + \Theta_T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -D_F - D_B \\ -L_F - L_B \\ L_F b_{FW} - L_B b_{BW} \end{bmatrix} = 0 \quad (29)$$

ترتیب نتایج این شبیه‌سازی‌ها را نشان می‌دهند. همانطور که مشاهده می‌شود پاسخ‌ها شبیه هم هستند. تفاوت جزئی در نوسانات بین دو سیکل ناشی از ترمهای غیرخطی و حلگرهای متفاوت دو نرم‌افزار است. گفتنی است به دلیل غیرخطی بودن معادلات، پاسخ‌ها نسبت به شرایط اولیه سیستم در اول هر سیکل حساس بوده و چون روش حل و دقت دو نرم‌افزار متفاوت است تعداد نوسانات بین دو سیکل

ماتریس دوم رابطه (۲۹) شامل نیروهای غیرجاذبه‌ای و ماتریس سوم شامل نیروهای جاذبه‌ای می‌باشند. ماتریس چهارم شامل نیروهای خارجی است که در آن Q_T سرعت زاویه‌ای دم است (که باعث گشتاور کنترلی دم می‌شود) و نیروهای برا و پسای بال‌های جلو و عقب می‌باشند.

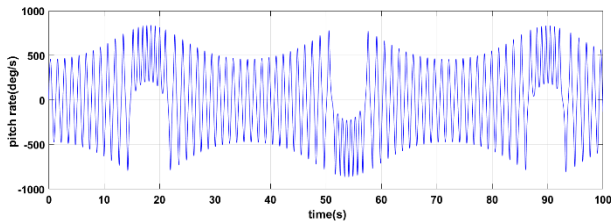
۲-۶- صحنه‌گذاری معادلات دینامیکی

برای صحنه‌گذاری رابطه (۲۹)، فرض کنیم که ریزپرنده از مرکز ثقل به حالت تعلیق در بیاید و نیروهای برا و پسای صفر باشند. در این صورت از نظر فیزیکی سیستم به پاندول دو جرمی (با این تفاوت که دم آزادانه حرکت نمی‌کند، سرعت زاویه‌ای Q_T بین دم و بدنه اعمال می‌شود) تبدیل می‌شود. اگر بعنوان شرایط اولیه هر دو جرم از حالت افقی ($\theta = \Theta_T = 0$) رها شوند و سرعت زاویه‌ای ثابت Q_T همزمان به دم اعمال می‌شود. برای صحنه‌گذاری معادلات استخراج شده (رابطه (۲۹)) در نرم‌افزار سیمولینک شبیه‌سازی می‌شود. در محیط نرم‌افزار ورکینگ مدل^۱ نیز بدنه و دم مطابق شکل ۱۲ با جرم و ممان اینرسی Q_T مدل‌سازی می‌شود. پاسخ زمانی برای نرخ دوران طولی بدنه $\dot{\theta}$ با پاسخ حاصل از شبیه‌سازی معادلات در نرم‌افزار متلب مقایسه شده‌است. شکل ۱۲ مدل بدنه و دم سنجاقک، شکل ۱۳ و شکل ۱۴ به



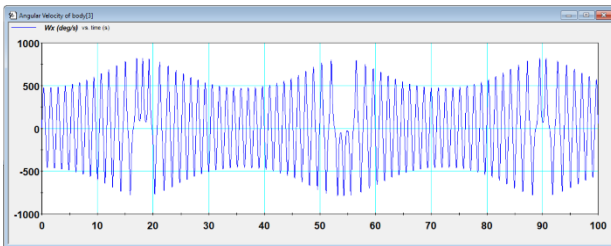
شکل ۱۲. پاندول دو جرمی شبیه‌سازی شده در محیط MSC Working Model

Fig. 12. Double pendulum simulated in MSC software



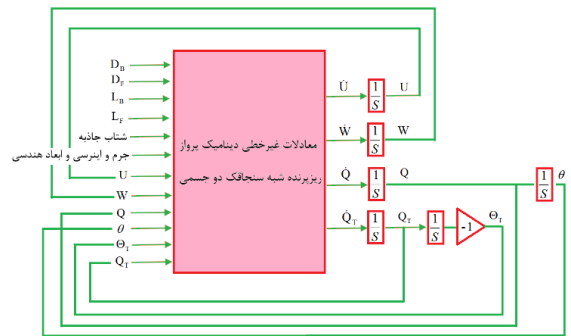
شکل ۱۳. پاسخ دینامیک غیرخطی دو جرمی در سیمولینک

Fig. 13. Nonlinear response for two-body model in Simulink



شکل ۱۴. پاسخ دینامیک غیرخطی پاندول دو جرمی بدنه در MSC

Fig. 14. Nonlinear response for two-body model in MSC



شکل ۱۱. دیاگرام بلوکی معادلات غیرخطی ریزپرنده شبه‌سنجاقک دو جرمی

Fig. 11. Nonlinear equation diagram for dragonfly-like MAV

نسبت به زمان صفر است، لذا با مشتق‌گیری از طرفین معادله فوق خواهیم داشت:

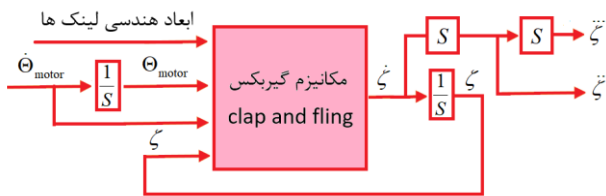
$$2(\dot{B} - \dot{A}) \cdot (\bar{B} - \bar{A}) = 0 \quad (33)$$

با جایگذاری روابط (۳۰) و (۳۱) در معادله (۳۳) و ساده‌سازی جبری خواهیم داشت:

$$\dot{\zeta} = \dot{\Theta}_i \frac{a \cos \Theta_i (k \cos \delta - a \sin \Theta_i + b \sin \zeta) + \sin \Theta_i (a \cos \Theta_i + k \sin \delta - b \cos \zeta)}{b \cos \zeta (k \cos \delta - a \sin \Theta_i + b \sin \zeta) + \sin \zeta (a \cos \Theta_i + k \sin \delta - b \cos \zeta)} \quad (34)$$

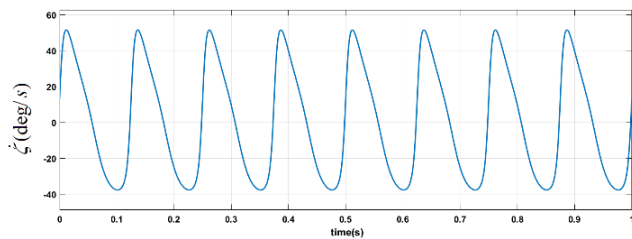
رابطه (۳۴) تابع تبدیل سرعت زاویه‌ای بال را بعنوان تابعی از ابعاد مکانیزم و دور موتور را نشان می‌دهد. دیاگرام بلوکی تابع تبدیل رابطه (۳۴) در شکل ۱۵ نشان داده شده‌است.

پس از شبیه‌سازی دیاگرام بلوکی گیربکس در سیمولینک متلب خروجی سرعت زاویه‌ای بال بر حسب زمان در شکل ۱۶ نشان داده شده‌است. با استفاده از فرمول فوق و انتگرال‌گیری و مشتق‌گیری در سیمولینک می‌توانیم پارامترهای ζ و $\dot{\zeta}$ و $\ddot{\zeta}$ را محاسبه کنیم. این پارامترها برای محاسبه نیروهای برا و پسا در بخش ۵ مورد نیاز می‌باشد.



شکل ۱۵. دیاگرام بلوکی شبیه‌سازی مکانیزم گیربکس بالزن

Fig. 15. block diagram for flapping wing MAV gearbox simulation



شکل ۱۶. پاسخ شبیه‌سازی مکانیزم گیربکس بالزن

Fig. 16. Nonlinear response for gearbox mechanism in Simulink

متفاوت شده‌است. لازم به ذکر است اشتباهاتی در مراجع [۱۴-۱۱] صورت گرفته که در این مقاله حین استخراج معادلات برطرف شد. بعنوان مثال فرمول (۴۶) مرجع [۱۲] اشتباه نوشته شده که ما در رابطه (۱۴) این مقاله آنرا اصلاح کردیم. همچنین اشتباهاتی در مرجع [۱۲] وجود دارد که باعث شده در آن پاسخ روش کین و روش لاگرانژ متفاوت شود. البته پاسخ نهایی معادلات حرکت در مرجع [۱۲] با اشتباهاتی که انجام داده صحیح می‌باشد. بخاطر عدم در نظر گرفتن شرایط فیزیکی در دو مرجع مذکور این اشتباهات صورت گرفته است.

۳- شبیه‌سازی گیربکس بالزن شبه سنجاک

در این بخش ابتدا شبیه‌سازی گیربکس بالزن پرنده دل‌فلای ۲ بازطراحی و با استفاده از قیود دینامیکی رابطه ای برای زاویه بال و مشتقات آن بر حسب دور موتور انجام خواهد شد. اساس کار گیربکس دل‌فلای ۲ یک مکانیزم چهارلینکی مشابه شکل ۷ است (در شکل ۸ به جهت درک بهتر فقط قسمت‌های مهم نشان داده شده‌است). میله OA رنگ با نسبت تبدیلی توسط موتور میکرو برآش به دوران درمی‌آید. با استفاده از روابط طراحی مکانیزمها برای گیربکس بالزن به دنبال رابطه‌ای بین دور موتور و زاویه بال هستیم در شکل ۸ میله AO را موتور با نسبت تبدیلی دوران می‌دهد. میله CB لبه حمله صلب بال می‌باشد که مقدار زاویه آن ζ می‌باشد (که زاویه بال در شکل ۱۷ نشان داده شده‌است) و مشتقات زمانی آن بعنوان یکی از ورودی‌های نیروی پسا و برای آیرودینامیک مورد نیاز است (این موضوع به تفصیل در بخش ۵ آورده شده‌است). در این بخش رابطه ای برای ζ و مشتقات زمانی آن بر حسب دور موتور بدست می‌آید. با توجه به شکل ۸ بردارهای A و B را تشکیل می‌دهیم و Θ_i زاویه ورودی گیربکس است:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} a \cos \Theta_i \\ a \sin \Theta_i \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} -k \cos \delta \\ k \sin \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \cos \zeta \\ b \sin \zeta \end{bmatrix} \quad (31)$$

اندازه بردار BA را h می‌نامیم:

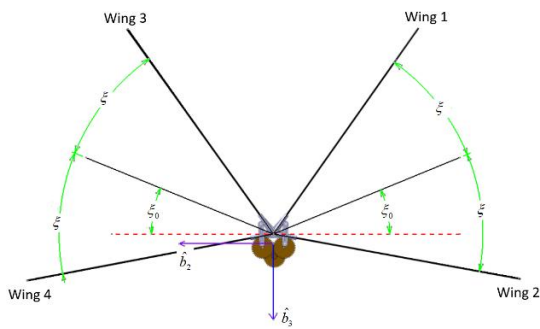
$$h = |\bar{B} - \bar{A}| \quad (32)$$

چون میله AB صلب است لذا اندازه آن ثابت است و مشتق آن

سرعت بال در راستای Z و X و سرعت دوران بال حول تکیه گاه صلب لبه حمله است و از رابطه (۳۶) بدست می‌آید (لازم به ذکر است از نیروهای جانبی در این مقاله صرف نظر شده است یعنی در راستای Y نیرو و شتاب و سرعت نداریم یا در برا و پسا اثری ندارد):

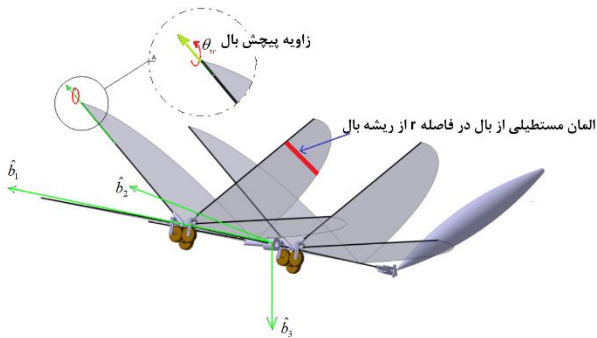
$$d\vec{F}_{inertial} = \begin{bmatrix} dF_{xw} \\ dF_{zw} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 v_{zw} \dot{\theta}_w \\ m_2 v_{xw} \dot{\theta}_w \end{bmatrix} dr \quad (36)$$

همانطور که در شکل ۱۷ نشان داده شده است، ζ_0 زاویه ای است که دو جفت بال چپ روی هم منطبق می‌شوند و مکانیزم مجددا آنها را دور می‌کند. این حالت برای بال‌های سمت راست هم اتفاق می‌افتد. مطابق شکل زاویه ζ هم زاویه هر یک از بال‌ها نسبت به ζ_0 است. زاویه پیچش بال را حول میله صلب کرنی لبه حمله بال با θ_w مطابق شکل ۱۸ نشان می‌دهیم. θ_w به ζ یا همان زاویه بال در هر لحظه که در شکل ۱۸ نشان داده شده و نیز مشتق اول زاویه بال $\dot{\zeta}$



شکل ۱۷. هندسه بال و زاویه بال ζ از نمای روبرو

Fig. 17. Wing geometry and wing angle ζ (front view)



شکل ۱۸. زاویه پیچش بال θ_w

Fig. 18. Wing torsion angle θ_w

۴- محاسبه نیروهای آیرودینامیک (برا و پسا)

در این بخش کلیه روابط از مرجع [۵] استفاده شده و فقط پارامترهای گیربکس و غیره را برای پرنده طراحی شده در این مقاله قرار داده می‌شود. لازم به ذکر است در مرجع [۵] از ابعاد و مدول و نسبت چرخنده ها صحبتی نشده و فقط پارامترهای هندسی جرمی و ممان اینرسی و فرکانس تحریک بال بیان شده است. مرجع [۵] روابطی برای برا و پسا در دستگاه بدنی برای کلفلینگ محاسبه کرده و همچنین بصورت عملی در تونل باد ضرایب آیرودینامیکی را بدست آورده است. ریزپرنده انتخاب شده در این مقاله از نظر مشخصات جرمی و مکانیزم حرکتی و نوع شکل بال بسیار نزدیک به ریزپرنده موجود در مرجع [۵] است. کلیه روابط و پارامترهای موجود در این بخش از مرجع مذکور است و در ادامه دیگر نام مرجع را ذکر نمی‌کنیم.

در مرجع [۵] برای المانی از بال نیروهای برا و پسا در دستگاه بدنی محاسبه می‌شوند و سپس با انتگرال گیری در کل سطح بال برآیند نیروهای برا و پسا در هر لحظه در متلب محاسبه می‌شوند. بطور خلاصه مرجع [۵] نشان داده که برا و پسا پرنده بالزن با مکانیزم کلفلینگ تابعی از زاویه بال در هر لحظه، سرعت زاویه‌ای بال در هر لحظه، شتاب زاویه‌ای بال در هر لحظه، مشتق سوم زاویه بال در هر لحظه و اندازه سرعت و زاویه حمله و زاویه پیچ پرنده در هر لحظه و سرعت زاویه‌ای پیچ پرنده در هر لحظه، و نیز پارامترهای هندسی، جرمی، اینرسی و ضرایب آیرودینامیکی پرنده می‌باشد. خروجی تابع برا و پسا می‌باشد. ریزپرنده مورد مطالعه در مرجع [۵] در شکل ۳ نشان داده شده است که دارای الویتور و رادر می‌باشد. در شکل ۹، پارامتر D نیروی پسا و L نیروی برا و V بردار سرعت و α زاویه حمله، θ معرف زاویه پیچ ریزپرنده و $(\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_3)$ معرف دستگاه مختصات بدنی هستند.

۴-۱- فرمولاسیون کلی

برایند نیروهای آیرودینامیکی شبه پایا برای یک المانی بال (المانی مستطیلی از لبه حمله تا لبه فرار که در شکل ۱۸ نشان داده شده است) در مراجع [۵] از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$d\vec{F} = d\vec{F}_{inertial} + d\vec{F}_{circ} + d\vec{F}_{added\ mass} - d\vec{F}_{visc} \quad (35)$$

قسمت اول نیروهای اینرسی تابعی از جرم بال و جرم سیال و

$$d\vec{F}_{circ} = \begin{bmatrix} dF_{circx} \\ dF_{circz} \end{bmatrix} = -\rho\Gamma \begin{bmatrix} v_{zw} \\ -v_{xw} \end{bmatrix} dr \quad (43)$$

که در رابطه (۴۳)، Γ ترم چرخه‌ای است و از رابطه (۴۴) بدست می‌آید:

$$\Gamma = \begin{cases} \frac{1}{2}C_L c(r)|V| + \frac{1}{2}C_F c^2(r)\dot{\theta}_{fling} & \text{if } t^* > 0 \text{ and } \dot{\theta}_{fling} \geq 0 \\ \frac{1}{2}C_L c(r)|V| + \frac{1}{2}C_F c^2(r)\dot{\theta}_w & \text{else} \end{cases} \quad (44)$$

در رابطه (۴۴) ترم‌های اول ناشی از حرکت انتقالی و ترم‌های دوم ناشی از حرکت دورانی بال است. در رابطه (۴۴)، $\dot{\theta}_{fling} = -\dot{\theta}_w$ می‌باشد و بقیه پارامترها در جدول ۲ از مرجع [۵] نشان داده شده‌است. همچنین ضریب Γ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$C_L = C_l \sin(2\alpha) \quad (45)$$

جدول ۲. حدس اولیه برای پارامترهای مدل پیشنهادشده در مرجع [۵]
Table 2. Initial guesses for the model parameters, based on values in the literature [5]

کمیت بدون بعد	C_l	C_r	C_F	C_{D_0}
مقدار	۱	۱/۶	۱	۰

که α زاویه حمله بالزن است و C_l ضریب ثابتی است که در مرجع [۵] مطابق جدول ۲ برابر واحد در نظر گرفته شده‌است. در بخش سوم نیروهای کلی ترم $d\vec{F}_{added\ mass}$ را داریم. از آنجایی که جریان هوا بین دو بال یکنواخت نیست و از ماکزیمم به صفر هنگام تخلیه تغییر می‌کند لذا چون اضافه‌شدن جرم بین دو بال شتاب هم دارد پس به بال نیرو اعمال می‌کند و این نیرو بعنوان قسمتی از نیروهای اینرسی باید محاسبه می‌شد که مرجع [۵] رابطه (۴۶) را استفاده کرده است.

$$d\vec{F}_{added\ mass} = \begin{bmatrix} dF_{added\ mass_x} \\ dF_{added\ mass_z} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_{11}a_{x_w} \\ m_{22}a_{z_w} \end{bmatrix} dr \quad (46)$$

قسمت چهارم نیروهای اینرسی لزجی است که وابسته به لزجت جریان هواست. که در واقع نیروی پسا ایجاد می‌کند و از رابطه (۴۷) بدست می‌آید:

$$d\vec{F}_{visc} = \begin{bmatrix} dF_{visc_x} \\ dF_{visc_z} \end{bmatrix} = (1/2)\rho c(r)C_D |V| \begin{bmatrix} v_{x_w} \\ v_{z_w} \end{bmatrix} dr \quad (47)$$

و مشتق دوم زاویه بال θ_w و یکسری ضریب ثابت بستگی دارد و از رابطه (۳۷) در هر لحظه محاسبه می‌شود [۵]:

$$\theta_w = \frac{\pi}{2} + C_{\theta_{w0}} + C_{\theta_{w\zeta}} \zeta + C_{\theta_{w\zeta^2}} \zeta^2 + C_{\theta_{w\zeta^3}} \zeta^3 \quad (37)$$

ضرایب ثابت در مرجع [۵] در تونل باد اندازه‌گیری شده‌اند و در جدول ۱ مقادیر آن نشان داده شده‌است.

شکل ۸: مدل رفتاری فولاد تنها، منحنی سه خطی Shima
Figure 8. Bare-bar model proposed by Shima

کمیت بدون بعد	$C_{\theta_{w0}}$	$C_{\theta_{w\zeta}}$	$C_{\theta_{w\zeta^2}}$
مقدار	۰/۳۱۳۹	-۱/۱۳۸۲	-۰/۰۱۷۹

در رابطه (۳۷) پارامتر θ_w زاویه پیچش المان بال حول میله صلب قرار گرفته در لبه حمله بال می‌باشد. v_{xw} و v_{zw} سرعت‌های المانی از بال در راستای X و Z می‌باشند. همچنین m_1 و m_2 از روابط (۳۸) و (۳۹) بدست می‌آیند [۵]:

$$m_1 = (c(r)/\bar{c}R)M_{wing} + m_{22} \quad (38)$$

$$m_2 = (c(r)/\bar{c}R)M_{wing} + m_{11} \quad (39)$$

که در آن m_{22} و m_{11} جرم هوای اطراف بال هستند که در دو راستا به بال شتاب می‌دهند و از رابطه زیر بدست می‌آیند [۵]:

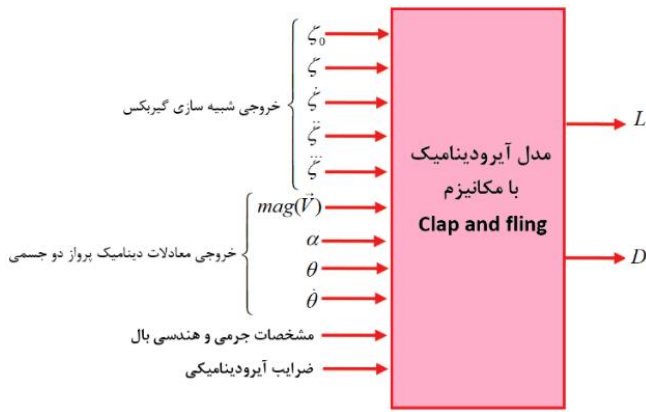
$$m_{11} = (1/4)\pi\rho b_{wing}^2 \quad (40)$$

$$m_{22} = (1/4)\pi\rho c_{eff}^2(r) \quad (41)$$

در رابطه (۴۰)، b_{wing} ضخامت بال و ρ چگالی هوا است. در رابطه (۴۱)، $c_{eff}(r)$ وتر موثر بال در شعاع المان است. به دلیل تغییر سطح بال با شعاع، وتر بال تابعی از شعاع است. با توجه به سطح ربع بیضی و ابعاد بال این تابع بصورت رابطه (۴۲) در نظر گرفته می‌شود:

$$c_{eff}(r) = 0.09 \times \sqrt{1 - (r/R_w)^2} \quad (42)$$

بخش دوم نیروهای چرخشی $d\vec{F}_{circ}$ هستند و بصورت زیر نوشته می‌شوند:



شکل ۱۹. دیاگرام بلوکی مدل آیرودینامیک ریزپرنده بالزن شبه سنجاک

Fig. 19. Aerodynamic diagram for dragonfly-like MAV

به این ترتیب نیروی کل برا و پسا در دستگاه بدنی محاسبه می‌شود. تمامی روابط آیرودینامیکی از رابطه (۳۵) تا رابطه (۵۱) را جهت محاسبه نیروی برا و پسا در سیمولینک مشابه دیاگرام بلوکی شکل ۱۹ شبیه‌سازی شده‌اند. برای دور موتور ثابت ۸ هرتز خروجی پسا و برا در دو سیکل کاری در شکل ۲۰ و شکل ۲۱ نشان داده شده‌است. گفتنی است، بلوک دیاگرام ۱۹ برای یک گیربکس است چون شبه‌سنجاک دارای دو گیربکس است در شبیه‌سازی نهایی دو بار از این زیر سیستم در سیمولینک استفاده شده‌است.

همانطور که از شکل خروجی برا مشاهده می‌شود، در بازه‌ای از یک سیکل مقدار برا حتی منفی می‌شود اما میانگین نیروی برا در یک سیکل مثبت می‌باشد. بطور مشابه برای خروجی پسا مشاهده می‌شود در بازه‌ای از یک سیکل مقدار نیروی پسا حتی مثبت می‌شود اما میانگین پسا در یک سیکل منفی می‌باشد، لذا تراست مثبت ایجاد می‌شود.

که در رابطه (۴۷)، متغیر C_D ضریب پسا بوده و از رابطه (۴۸) بدست می‌آید:

$$C_D = C_{D0} \cos^2(\alpha_w) + C_{D\pi} \sin^2(\alpha_w) \quad (48)$$

که در رابطه (۴۸)، α_w زاویه حمله المان بال است و از رابطه (۴۹) بدست می‌آید و بقیه پارامترها ضرایب ثابت هستند که در جدول ۳ آمده‌است:

$$\alpha_w = \arctan(-v_{zw} / v_{xw}) \quad (49)$$

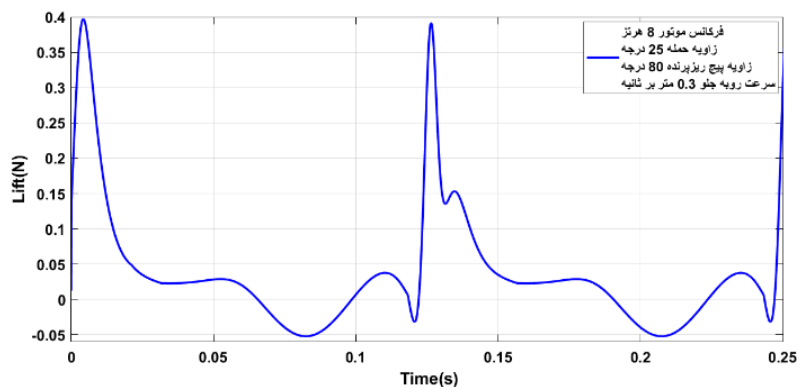
تا اینجا تمام چهار قسمت نیروهای کلی که در رابطه (۳۵) گفته شد بدست آمد. اکنون با ماتریس دوران نسبت به زاویه پیش‌بال این نیروها را به دستگاه بدنی منتقل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} dF_{xb} &= dF_{xw} \sin \theta_w + dF_{zw} \cos \theta_w \\ dF_{zb} &= (dF_{xw} \cos \theta_w - dF_{zw} \sin \theta_w) \cos \zeta \end{aligned} \quad (50)$$

نیروهای بدست‌آمده در رابطه (۵۰)، نیروهای وارد بر المانی مستطیل شکل از بال در دستگاه بدنی هستند و این المان مستطیلی در شکل ۱۸ نشان داده شده‌است. برای محاسبه نیروهای وارد به کل بال از نیروهای بدست‌آمده برای المان مستطیلی انتگرال‌گیری عددی در نرم افزار متلب انجام شده‌است.

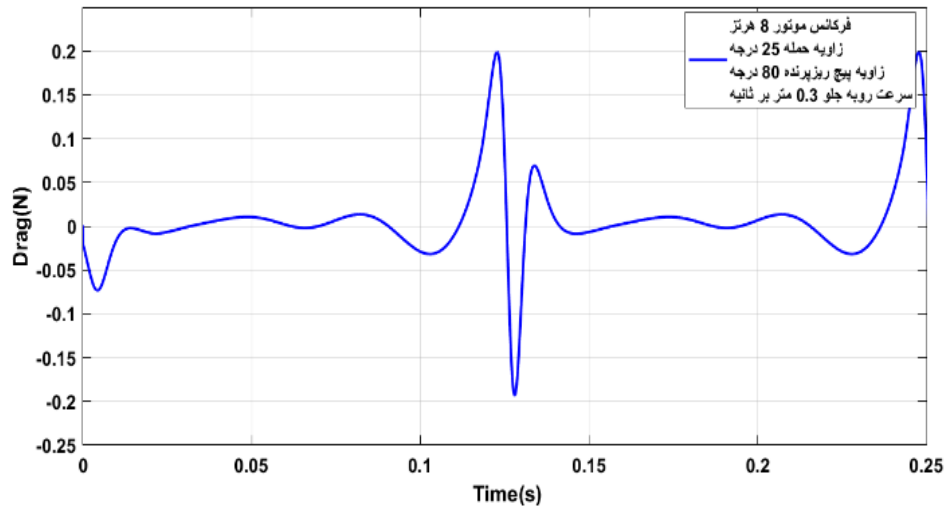
مرجع [۵] برای محاسبه برا و پسای کل با انتگرال‌گیری نسبت به سطح بال از معادله (۵۰) و احتساب اینکه بالزن زاویه پیچ θ دارد، با استفاده از ماتریس دوران، از رابطه (۵۱) استفاده کرده است:

$$\begin{aligned} L &= F_{xb} \sin \theta - F_{zb} \cos \theta \\ D &= -F_{xb} \cos \theta - dF_{zb} \sin \theta \end{aligned} \quad (51)$$



شکل ۲۰. نیروی برا برای دور موتور ۸ هرتز و زاویه پیچ ۸۰ درجه

Fig. 20. Lift force in 8Hz and 80° pitch angle



شکل ۲۱. نیروی پسا برای دور موتور ۸ هرتز و زاویه پیچ ۸۰ درجه
Fig. 21. Drag force in 8Hz and 80° pitch angle

هدف این بخش خطی‌سازی معادله (۵۴) حول نقطه هاور است (منظور از هاور یعنی ریزپرنده بالزن شبه‌سنجاقک بتواند در یک زاویه پیچ دلخواه که در این مقاله ۸۰ درجه در نظر گرفته‌ایم خود را روی پایه تعلیق نگه دارد). چالش اصلی برای خطی‌سازی نداشتن روابط صریح نیروی برا برحسب دور موتور بعنوان ورودی کنترلی است. به دلیل غیرخطی بودن سیستم، ابتدا لازم است در یک نقطه‌ی کار معین سیستم خطی‌سازی شود. این چالش به دلیل عدم وجود رابطه‌ی صریح میان نیروی برا و زاویه‌ی دوران طولی و ورودی‌های عملگر (مجموعه‌ی موتور-گیربکس گرداننده‌ی بال‌ها) می‌باشد، زیرا برای خطی‌سازی باید از نیروی برا که در بخش-۴ بدست آمد نسبت به θ و مشتق بگیریم از طرفی متغیر $\dot{\theta}$ و مشتقات آن در معادله شبیه‌سازی گیربکس (که زاویه بال و مشتقات آن را برحسب دور موتور می‌داد) غیرخطی بود. این دو موضوع محاسبه ژاکوبین برای خطی‌سازی را غیرممکن می‌کند. لذا رابطه‌ای نمی‌توان استخراج کرد که برای هر زاویه دلخواهی از هاور فرم خطی‌شده معادلات را داشته باشیم. لذا بعنوان مثال حول زاویه هاور ۸۰ درجه سیستم را خطی می‌کنیم.

برای حل چالش خطی‌سازی معادلات فضای حالت شبیه‌سازی آیرودینامیک در نرم افزار سیمولینک حول زاویه ۸۰ درجه به اندازه ۵ درجه کمتر و بیشتر (یعنی یک بار ۷۵ درجه یکبار ۸۵ درجه) انجام شد، مطابق شکل ۲۲ مشاهده می‌شود که به ازای $\pm 5^\circ$ انحراف از زاویه هاور میانگین برا در هر سیکل بالزنی کمتر از یک درصد

۵- خطی‌سازی حول نقطه هاور برای مود طولی روی پایه تعلیق

در این بخش می‌خواهیم معادلات را برای تعلیق روی پایه ثابت با یک درجه آزادی دورانی برای زاویه پیچ ریزپرنده بدست آورده و سپس با خطی‌سازی معادلات خطی را بدست آوریم. از آنجا که پایه ثابت است لذا می‌توانیم از سرعت رو به جلو U و سرعت در راستای قائم W صرفنظر کنیم و با صفر قراردادن U و W رابطه (۲۹) و ساده‌سازی جبری خواهیم داشت:

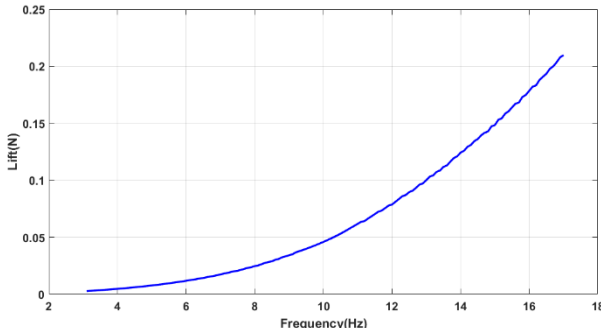
$$\begin{aligned} (-I_{Tyy} - I_{Byy} - m_t(l_b^2 + l_t^2 + 2l_t l_b \cos \Theta_T)) \dot{Q} &= m_t l_t l_b \sin \Theta_T Q_T (Q_T + 2Q) \\ &\quad - m_t g l_b \cos \theta - m_t g l_t \cos(\theta + \Theta_T) \quad (52) \\ -(-I_{Tyy} - m_t(l_t^2 + l_t l_b \cos \Theta_T)) \dot{Q}_T &- b_{FW} \times L_F + b_{BW} \times L_B \end{aligned}$$

در رابطه (۵۲)، L_F نیروی برای بال‌های جلو و L_B نیروی برای بال‌های عقب است و b_{FW} و b_{BW} فاصله برابند محل اثر برای بال‌های جلو و عقب تا نقطه تعلیق است. نقطه تعلیق را روی مرکز جرم کل ریزپرنده در نظر گرفته می‌شود. اکنون می‌خواهیم معادله (۵۲) را بفرم معادلات (۵۳) باز نویسی کنیم:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) \quad (53) \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن متغیرهای حالت $x_1 = \theta$ و $x_2 = \dot{\theta}$ ، معادله (۵۲) پس از ساده‌سازی جبری بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = (m_t l_t l_b \sin \Theta_T Q_T (Q_T + 2x_2) - (-I_{Tyy} - m_t(l_t^2 + l_t l_b \cos \Theta_T)) \dot{Q}_T \dots \\ \quad - m_t g l_b \cos x_1 - m_t g l_t \cos(x_1 + \Theta_T) - L_F \times b_{FW} + L_B \times b_{BW}) / (-I_{Tyy} - I_{Byy} - m_t(l_t^2 + l_t^2 + 2l_t l_b \cos \Theta_T)) \end{cases} \quad (54)$$



شکل ۲۳. دیاگرام نیروی برآ بر حسب دور موتور بالزن

Fig. 23. Lift force versus motor angular velocity(r/s)

پس از انتقال به نقطه تریم (هاور) ۸۰ درجه بصورت زیر نوشته می‌شود:

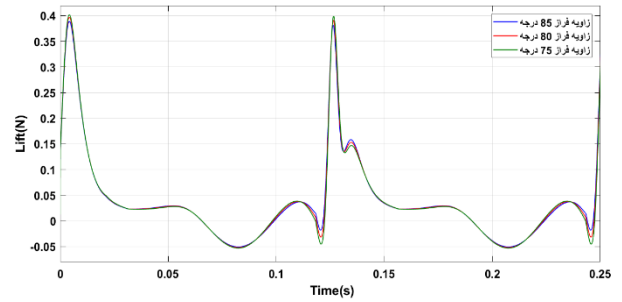
$$\dot{x} = A \begin{bmatrix} x_1 - \frac{80\pi}{180} \\ x_2 \end{bmatrix} + BU \quad (58)$$

در رابطه (۵۸)، $U = [\dot{Q}_T \quad f_{F-motor} \quad f_{B-motor}]$ بردار ورودی شامل \dot{Q}_T که شتاب زاویه‌ای است که به دم ریزپرنده شبه‌سنجاقک از طریق سرو موتور اعمال شده و باعث گشتاور کنترلی می‌شود و $f_{F-motor}$ فرکانس دوران موتور بال‌های جلو و $f_{B-motor}$ فرکانس دوران موتور بال‌های عقب می‌باشد که اختلاف دورها باعث تراست تفاضلی و در نتیجه گشتاور پیچ خواهد شد. همچنین در رابطه (۵۷)، $X = [\theta \quad \dot{\theta}]$ و ماتریس ژاکوبین برای ماتریس A از رابطه (۵۹) بدست می‌آید:

$$J_A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x_1, x_2)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x_1, x_2)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (59)$$

با استفاده از روابط (۵۴) و (۵۹) درایه‌های ماتریس J_A بصورت پارامتری بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} J_{A11} &= 0 \\ J_{A12} &= 1 \\ J_{A21} &= -(m_t g l_b \sin x_1 + m_t g l_t \sin(x_1 + \Theta_T)) - \left(\frac{\partial L_F}{\partial x_1} \right) \times b_{FW} + \left(\frac{\partial L_B}{\partial x_1} \right) \\ &\quad \times b_{BW} / (I_{Tyy} + I_{Byy} + m_t (l_b^2 + l_t^2 + 2l_t l_b \cos \Theta_T)) \\ J_{A22} &= -(2m_t l_t l_b Q_T \sin \Theta_T - \left(\frac{\partial L_F}{\partial x_2} \right) \times b_{FW} + \left(\frac{\partial L_B}{\partial x_2} \right) \times b_{BW}) \\ &\quad / (I_{Tyy} + I_{Byy} + m_t (l_b^2 + l_t^2 + 2l_t l_b \cos \Theta_T)) \end{aligned} \quad (60)$$



شکل ۲۲. تغییر نیروی برآ در دو سیکل به ازای زوایای پیچ مختلف

Fig. 22. Lift changes for two cycles and different pitch angles

تغییر می‌کند، لذا از مشتق نیروی برآ نسبت به زاویه θ پرنده جهت ساده‌سازی می‌توان چشم‌پوشی کرد.

مشکل دیگر در خطی‌سازی محاسبه مشتق نیروهای برآ و پسا نسبت به دور موتور گیربکس است، برای حل این مشکل از قضیه مقدار میانگین تابع در هر سیکل بالزنی استفاده شد. برای انجام این کار، برنامه‌ای در متلب نوشته شد که ۱۵۰ بار از دور موتور یک هرتز تا ۱۵ هرتز با گام یک دهم شبیه‌سازی برآ و پسا اجرا شد و توسط درون‌یابی از نتایج بدست‌آمده منحنی درجه دوم به آن برازش شد که در شکل ۲۳ نشان داده شده‌است. با درون‌یابی از شکل ۲۳ رابطه (۵۵) تابع نیروی برآ بر حسب فرکانس دوران موتور گیربکس حاصل می‌شود:

$$L = 0.0008 f_{motor}^2 - 0.0025 f_{motor} \quad (55)$$

لذا چالش مشتق‌گیری از برآ نسبت به دور موتور برای خطی‌سازی با رابطه (۵۵) برطرف می‌شود. با استفاده از معادله (۵۴) با برابر صفر قراردادن $f_1(x_1, x_2) = 0$ و $f_2(x_1, x_2) = 0$ نقطه تریم (تعادل) را بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} x_1 &= \pi / 2 \\ x_2 &= 0 \end{aligned} \quad (56)$$

مفهوم فیزیکی این وضعیت تعادل برای ریزپرنده شبه‌سنجاقک با دم که سیستمی دو جسمی بود در واقع همان نقطه تعادل سیستم پاندول دو جرمی است. اما اگر بخواهیم حول ۸۰ درجه هاور کند باید نقطه تعادل را ۸۰ درجه فرض کنیم و معادلات فضای حالت را به این نقطه انتقال بدهیم. فرم عمومی فضای حالت به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{X} = AX + BU \quad (57)$$

موتور به آن داده شود که منجر به تراست تفاضلی میانگین در هر سیکل بالزدن شود. با شبیه‌سازی‌های انجام‌شده این مقدار برابر $0.012/0.012N.m$ است (علامت منفی بخاطر جهت گشتاور است). به تعبیر فیزیکی برای پایدارسازی حلقه باز باید نیروی بال‌های عقب بیشتر از بال‌های جلو باشد تا گشتاور تفاضلی آنها باعث شود ریزپرنده در 80° درجه ثابت بماند (در غیر اینصورت ریزپرنده در راستای قائم خواهد رفت). با استفاده از این مقدار گشتاور نیروی برای تفاضلی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$L_B - L_F = \frac{0.0012}{0.01} = 0.12N \quad (66)$$

فرض کنیم بخواهیم دور موتور بال‌های عقب $f_{B-motor} = 15Hz$ باشد، این دور موتور با توجه به نتایج شبیه‌سازی یا استفاده رابطه $L_B = 0.1484N$ میانگین نیروی برآ در هر سیکل بالزنی معادل $0.1484N$ را خواهد داشت. لذا با توجه به رابطه (۶۶) میانگین نیروی برآی بال جلو در هر سیکل بالزنی برابر است با (توجه شود که فرض کردیم ریزپرنده روی پایه تعلیق است پس جمع نیروی برآی بال‌های جلو و عقب کمتر از وزن کل است مشکل پیش نمی‌آورد):

$$L_F = 0.0284N \quad (67)$$

که این مقدار میانگین نیروی برآی بال بر اساس نتایج شبیه‌سازی و یا استفاده از رابطه (۵۵) در دور موتور بال‌های جلو با فرکانس $f_{F-motor} = 7/4Hz$ اتفاق خواهد افتاد. لذا این دو دور موتور هاور در 80° درجه را در حالت حلقه باز بوجود می‌آورند.

بعنوان جمع بندی تا اینجا ورودی کنترلی برای شرایط تعادل برای ریزپرنده شبه‌سنجاقک در حالت هاور با فرکانس دور موتور جلو $7/4$ هرتز و فرکانس دور موتور عقب 15 هرتز برای زاویه حمله 25° درجه و زاویه پیچ 80° درجه تعیین شد (در شبیه‌سازی دمپر هم در نظر گرفته شد). همچنین در شبیه‌سازی‌ها زاویه پیچ اولیه 91° درجه بعنوان شرایط اولیه به مدل های خطی و غیرخطی اعمال شد. همانطور که در شکل ۲۴ مشاهده می‌شود زاویه پیچ ریزپرنده حول 80° درجه نوسان می‌کند. شکل ۲۵ خروجی شبیه‌سازی برای سرعت زاویه پیچ ریزپرنده است و مشاهده می‌شود فرکانس هایی ناشی از بالزدن ریزپرنده روی پاسخ مدل غیرخطی سوار هستند. همانطور که مشاهده می‌شود تطابق بسیار خوبی بین مدل غیرخطی

با توجه به مطالب قبل که برای شکل ۲۲ گفته شد از ترمهای $\partial L_B / \partial x_1$ و $\partial L_F / \partial x_1$ و $\partial L_B / \partial x_2$ و $\partial L_F / \partial x_2$ می‌توان صرفنظر می‌کنیم. ژاکوبین ماتریس B نیز از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$J_B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x_1, x_2)}{\partial \dot{Q}_T} & \frac{\partial f_1(x_1, x_2)}{\partial f_{F-motor}} & \frac{\partial f_1(x_1, x_2)}{\partial f_{B-motor}} \\ \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial \dot{Q}_T} & \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial f_{F-motor}} & \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial f_{B-motor}} \end{bmatrix} \quad (61)$$

با استفاده از روابط (۵۴) و (۶۱) درایه های ماتریس J_B بصورت پارامتری بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} J_{B11} &= J_{12} = J_{13} = 0 \\ J_{B21} &= -(I_{yy} + m_i(l_i^2 + l_b \cos \Theta_T)) / (I_{yy} + I_{Byy} + m_i(l_b^2 + l_i^2 + 2l_i l_b \cos \Theta_T)) \\ J_{B22} &= -(b_{FW}) / (I_{yy} + I_{Byy} + m_i(l_b^2 + l_i^2 + 2l_i l_b \cos \Theta_T)) \\ J_{B23} &= b_{BW} / (I_{yy} + I_{Byy} + m_i(l_b^2 + l_i^2 + 2l_i l_b \cos \Theta_T)) \end{aligned} \quad (62)$$

فرض کردیم حالت تریب (تعادل) حالتی است که ریزپرنده شبه‌سنجاقک زاویه پیچ 80° درجه داشته و دم آن در امتداد بدنه است ($Q_T = -\Theta_T = 0$). مقدار عددی ماتریس A و ماتریس B با توجه به مشخصات هندسی و جرمی-اینرسی و قراردادن مقادیر حالت تعادل در ژاکوبین‌های بدست‌آمده بصورت زیر بدست می‌آید (با استفاده از مشخصات جرمی-اینرسی و هندسی موجود در انتهای مقاله برای ریزپرنده شبه‌سنجاقک طراحی شده):

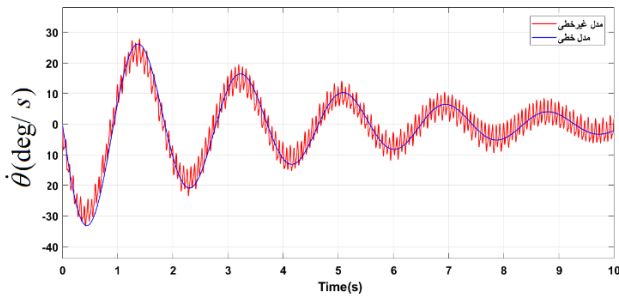
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -11.5128 & 0 \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.8444 & -17.02417 & 17.02417 \end{bmatrix} \quad (64)$$

با توجه به رابطه (۵۸) همانطور که مشاهده می‌شود، فرم خطی شده معادلات ریزپرنده شبه‌سنجاقک با دم صلب فعال و مکانیزم کلب‌فلینگ برای هاور حول نقطه 80° درجه روی پایه تعلیق بدست آمده است. (جهت صحه‌گذاری خطی‌سازی پاسخ شبیه‌سازی‌های خطی و غیرخطی در شکل ۲۴ و شکل ۲۵ مقایسه شده‌اند):

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -11.5128 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - \frac{80\pi}{180} \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.8444 & -17.02417 & 17.02417 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Q}_T \\ f_{F-motor} \\ f_{B-motor} \end{bmatrix} \quad (65)$$

برای اینکه ریزپرنده شبه‌سنجاقک در حالت حلقه باز بتواند در زاویه 80° درجه پایدار بماند باید یک گشتاور ناشی از اختلاف دور



شکل ۲۵. مقایسه پاسخ مدل خطی سازی شده با مدل غیرخطی (سرعت زاویه ای پیچ بدنه)

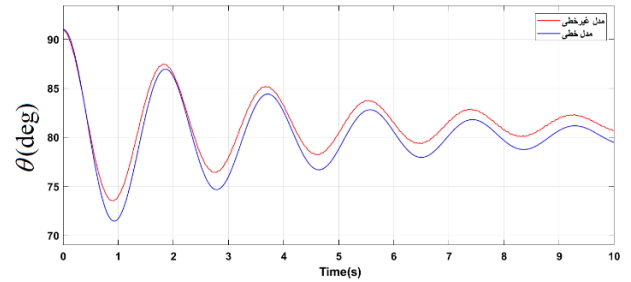
Fig. 25. Comparison of linear and nonlinear responses for pitch rate

شده است. همچنین با استفاده از معادلات خطی سازی شده قطب‌های حلقه باز سیستم مطابق جدول ۳ بدست آمد. همانطور که در سطر دوم جدول مشاهده می شود وقتی فنی پیچشی بین دم و بدنه وجود ندارد قطب‌های حلقه باز روی محور موهومی قرار دارند. همانطور که در سطر سوم تا ششم جدول ۳ مشاهده می شود زاویه دم و سرعت

جدول ۳. قطب‌های حلقه باز به هنگام حرکت دم

Table 3. Open loop poles when tail movements are used

قطب های حلقه باز سیستم خطی شده	Q_r	θ_r
$\pm 3/393 j$	۰ deg/s	۰ deg
$-0.3 \pm 0.0025/3948 j$	۵ deg/s	۲۰ deg
$-0.3 \pm 0.007629/3948 j$	deg/s ۱۵	۲۰ deg
$-0.3 \pm 0.002722/3409 j$	۵ deg/s	۳۰ deg
$-0.3 \pm 0.002233/3409 j$	۳۰ deg/s	۳۰ deg



شکل ۲۴. مقایسه پاسخ مدل خطی سازی شده با مدل غیرخطی (زاویه پیچ بدنه)

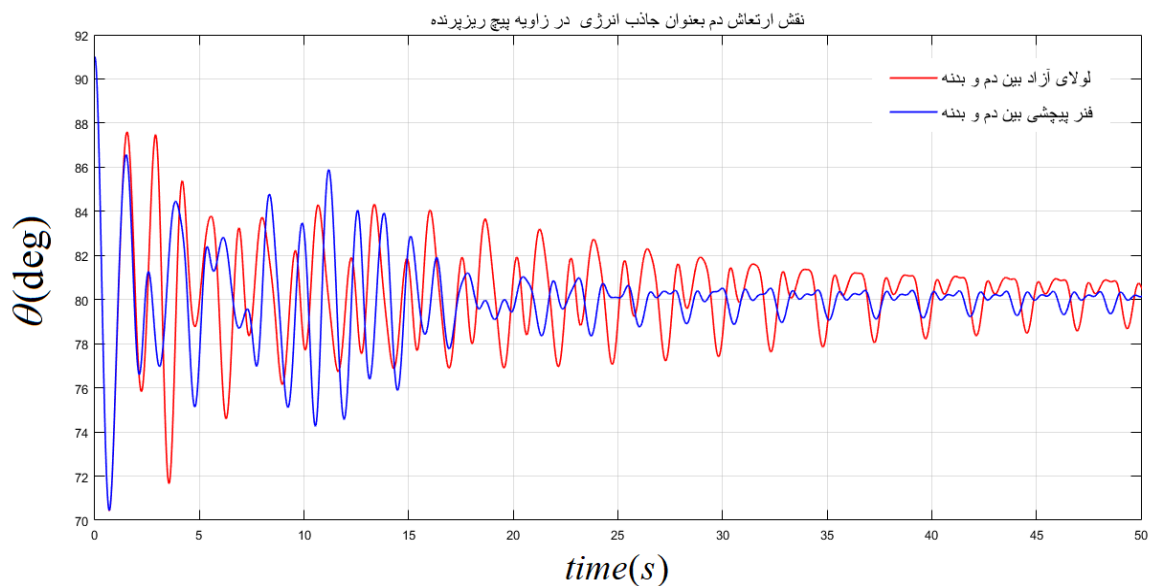
Fig. 24. Comparison of linear and nonlinear responses for pitch angle

و مدل خطی سازی شده وجود دارد و بدین ترتیب نحوه خطی سازی و هم فرضیاتی که برای حل چالش‌های ذکر شده انجام شد، صحت‌گذاری می‌شود.

۶- تحلیل نقش مثبت حرکت دم در حالت حلقه باز

برای نشان دادن اثر مثبت نقش دم در حالت حلقه باز یک فنی پیچشی بین دم و بدنه در شبیه سازی سیمولینک قرار داده شد و پاسخ نوسان بدنه حول زاویه تعادل هاور ۸۰ درجه با حالتی که دم بدون فنی پیچشی به بدنه بصورت آزاد تنها با قید دورانی متصل است، در شکل ۲۶ مقایسه شد.

همانطور که در شکل ۲۶ مشاهده می شود، حرکت نوسانی دم بصورت جاذب ارتعاشات برای بدنه عمل می‌کند و در این حالت بدنه دارای دامنه نوسان کمتری حول نقطه تعادل ۸۰ درجه می باشد و این موضوع نشان می‌دهد حرکت دم باعث پایداری بدنه ریزپرنده



شکل ۲۶. نقش حرکت ارتعاشی دم بعنوان جاذب ارتعاشات

Fig. 26. The role of tail movement as a vibration absorber

زاویه‌ای حرکت دم باعث می‌شود که قطب‌های مدل حلقه باز اندکی به سمت چپ محور موهومی قرار بگیرند و در نتیجه این حالت باعث پایداری حاشیه‌ای^۱ سیستم می‌شود.

۷- نتیجه گیری

در این مقاله یک ساختار جدید برای ریزپرنده شبه‌سنجاقک بالزن با دم صلب فعال ارائه شد. همانطور که مشاهده شد دم این ریزپرنده بر خلاف کارهای انجام‌شده تاکنون، نقش سطح کنترلی در پرواز نداشت. مدلسازی و استخراج معادلات غیرخطی دو جسمی با روش کین برای ریزپرنده شبه‌سنجاقک با دم صلب فعال در حضور نیروهای آیرودینامیکی و گیربکس بالزن انجام شد. سپس مدلسازی دینامیک غیرخطی به‌مراه آیرودینامیک غیرخطی و گیربکس غیرخطی، خطی‌سازی شد. سپس برای صحت‌گذاری فرضیات خطی‌سازی پاسخ‌های معادلات خطی و غیرخطی مقایسه شد و همانطور که دیدیم تطابق بسیار خوبی داشت. در بخش مدلسازی، در کارهای بعدی می‌توان مشابه مود طولی انجام‌شده در این مقاله معادلات شش درجه آزادی را بدست آورد. می‌توان در زمینه ساخت پرنده با ساختار جدیدی که ارائه شد، اقدام کرد. با توجه به مدل خطی‌سازی شده مود طولی می‌توان در کارهای بعدی به طراحی کنترل و بررسی نقش دم در پایداری و ساخت و پیاده‌سازی کنترلر ریزپرنده شبه‌سنجاقک اقدام کرد.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

M_{wing} جرم بال‌ها، gr

a لینک سوم مکانیزم بالزن، mm

m_b جرم بدنه، gr

b لینک دوم مکانیزم بالزن، mm

m_t جرم دم، gr

b_{BW} فاصله محل اثر نیروهای برا و پسا بال‌های عقب تا مرکز

ثقل بدنه، m

$\dot{\theta}_T$ سرعت زاویه‌ای دم نسبت به بدنه، rad/s

b_{FW} فاصله محل اثر نیروهای برا و پسا بال‌های جلو تا مرکز ثقل

بدنه، m

R_{IV} فاصله ریشه بال تا انتهای بال (نصف وینگ اسپن)،

m

b_{wing} ضخامت قسمت نایلونی بال‌ها، mm

$\dot{\theta}_T$ شتاب زاویه‌ای دم نسبت به بدنه، rad/s²

c وتر متوسط بال، m

T دوره تناوب یک سیکل بالزن وابسته به دور موتور، s

D_{BW} نیروی پسا، N

U سرعت ریزپرنده در راستای طولی در دستگاه بدنی،

m/s

d فاصله ریشه بال چپ تا ریشه بال راست، m

V سرعت ریزپرنده در راستای جانبی در دستگاه بدنی،

m/s

نیروی "پسا"ی بال‌های عقب، N

$|V|$ اندازه سرعت کل ریزپرنده، m/s

D_{BW} نیروی "پسا"ی بال‌های جلو، N

V_{inf} سرعت هوای ورودی به حجم کنترلی، m/s

$f_{B-motor}$ فرکانس دوران موتور بال‌های عقب، Hz

W سرعت ریزپرنده در راستای Z بدنی، m/s

$f_{F-motor}$ فرکانس دوران موتور بال‌های جلو، Hz

x_0 پارامتر ثابتی از بال $[\Delta]$ ، m

\vec{F}_k^* نیروی اینرسی وارد بر عضو شماره k، N

ρ چگالی هوا kg/m³

\vec{F}_k نیروی خارجی وارد بر عضو شماره k، N

علائم یونانی

f_{motor} فرکانس دوران موتور گیربکس بالزن، Hz

α زاویه حمله بدنه شبه سنجاقک، rad

g شتاب جاذبه، m/s²

α_w زاویه حمله المان بال، rad

h لینک دوم مکانیزم بالزن، mm

θ زاویه پیچ بدنه، rad

I_{Byy} ممان اینرسی بدنه حول مرکز جرم بدنه، kg.m²

θ_i زاویه ورودی گیربکس، rad

مراجع

- [1] A. Hedenström, Extreme endurance migration: what is the limit to non-stop flight?, PLoS Biol, 8(5) (2010) e1000362.
- [2] J. Ratti, E. Jones, G. Vachtsevanos, Hovering and gliding multi-wing flapping micro aerial vehicle, in, Google Patents, 2016.
- [3] M. Eggermont, What Flies Like a Dragonfly and Swims Like an Eel? Bio-inspired Design Cornerstone Projects, in: ASEE's 123rd Annual Conference & Exposition, 2016.
- [4] R. Wood, R. Nagpal, G.-Y. Wei, Flight of the robobees, Scientific American, 308(3) (2013) 60-65.
- [5] S.F. Armanini, J. Caetano, G. De Croon, C. De Visser, M. Mulder, Quasi-steady aerodynamic model of clap-and-fling flapping MAV and validation using free-flight data, Bioinspiration & biomimetics, 11(4) (2016) 046002.
- [6] J. Caetano, M. Weehuizen, C. De Visser, G. De Croon, M. Mulder, Rigid-body kinematics versus flapping kinematics of a flapping wing micro air vehicle, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 38(12) (2015) 2257-2269.
- [7] D.B. Doman, M.W. Oppenheimer, D.O. Sigthorsson, Wingbeat shape modulation for flapping-wing micro-air-vehicle control during hover, Journal of guidance, control, and dynamics, 33(3) (2010) 724-739.
- [8] A. Asnafi, M. Mahzoon, The role of connection in the nonlinear behavior of locomotion systems with symmetry, Multibody System Dynamics, 24(2) (2010) 167-180.
- [9] A. Asnafi, M. Mahzoon, On designing geometric motion planners to solve regulating and trajectory tracking problems for robotic locomotion systems, Bioinspiration & Biomimetics, 6(3) (2011) 036005.
- [10] J.V. Caetano, C. De Visser, G. De Croon, B. Remes, C. De Wagter, J. Verboom, M. Mulder, Linear aerodynamic model identification of a flapping wing mav based on flight test data, International Journal of Micro Air Vehicles, 5(4) (2013) 273-286.

I_{Tyy} ممان اینرسی دم حول مرکز جرم دم، $kg.m^2$

θ_T زاویه دم نسبت به بدنه، rad

L نیروی برای، N

θ_w زاویه پیچش بال، rad

L_B نیروی برای بال‌های عقب در یک سیکل بالزنی، N

$\bar{\omega}_B$ بردار سرعت زاویه‌ای بدنه

l_b فاصله مرکز جرم بدنه تا لولا، m

$\bar{\omega}_T$ بردار سرعت زاویه‌ای دم

L_W نیروی برای بال‌های جلو در یک سیکل بالزنی، N

ζ زاویه هر بال نسبت به زاویه صفر هر بال (ζ_0)، rad

l_t فاصله مرکز جرم دم تا لولا، m

مقادیر پارامترها

جدول ۴. پارامترهای ریزپرنده شبه‌سنجاقک استفاده‌شده در شبیه‌سازی

Table 4. Table of parameters

واحد	مقدار	کمیت
mm	۴/۵	a
mm	۶/۴۷	b
m	۰/۰۱	b_{BW}
m	۰/۰۱	b_{FW}
m	۰/۱	b_{wing}
m	۰/۰۶	\bar{c}
m	۰	d
mm	۲۱/۵	h
kg.m ²	۰/۰۰۸۴	I_{Byy}
kg.m ²	۰/۰۰۴۷	I_{Tyy}
m	۰/۰۱	l_b
m	۰/۰۲۵	l_t
gr	۰/۲۹	M_{wing}
gr	۳۸	m_b
gr	۲۵	m_t
m	۰/۰۱۳۷	R_W
m/s	۰	V_{inf}
m	۰/۰۷	x_0
kg/m ³	۱/۲	ρ

- A minimal longitudinal dynamic model of a tailless flapping wing robot for control design, *Bioinspiration & biomimetics*, 14(4) (2019) 046008.
- [15] C.T. Orłowski, A.R. Girard, Modeling and simulation of nonlinear dynamics of flapping wing micro air vehicles, *AIAA journal*, 49(5) (2011) 969-981.
- [16] F.G. Rijks, M. Karásek, S.F. Armanini, C.C. de Visser, Studying the effect of the tail on the dynamics of a flapping-wing MAV using free-flight data, in: *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, 2018, pp. 524-551.
- [11] M. Alkitbi, Modeling and Nonlinear Control of Highly Maneuverable Bio-Inspired Flapping-Wing Micro Air Vehicles, Phd thesis, The University of Ohio State, 2015.
- [12] M. Bolender, Rigid multi-body equations-of-motion for flapping wing mavs using kane's equations, in: *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2009, pp. 6158-6181.
- [13] C. De Wagter, M. Karásek, G. de Croon, Quadthopter: Tailless flapping wing robot with four pairs of wings, *International Journal of Micro Air Vehicles*, 10(3) (2018) 244-253.
- [14] K.M. Kajak, M. Karásek, Q.P. Chu, G. De Croon,

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

M. Lashgari, A. Naghash, *Modeling and linearization of longitudinal dynamics for a flapping wing micro aerial vehicle dragonfly-like with active rigid tail*, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53 (6) (2021) 3445-3464.

DOI: [10.22060/mej.2020.18389.6808](https://doi.org/10.22060/mej.2020.18389.6808)

