



## Using nonlinear energy sink to improve the dynamic behavior of rectangular plate under supersonic aerodynamic flow at different angles

H. Asadigorji, A. Karami Mohammadi\*

Mechanical Engineering Department, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran Mechanical Engineering Department, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

**ABSTRACT:** In this paper, the effect of nonlinear energy sink on the dynamic behavior of a rectangular simply supported elastic plate at different azimuth angles is investigated. The plate under study is a thin rectangular plate to which a non-linear energy sink is connected and the supersonic flow of air passes over it. The research aims to improve the behavior of the plate by changing the spatial parameters of the nonlinear energy sink. Classical plate theory is used to obtain plate equations, and von Karman strain-displacement relations are used to consider the nonlinear geometric effect. Modeling of supersonic aerodynamic flow will be based on first-order piston theory. The Kelvin-Voigt model is also used for non-linear energy sinks. The equations were extracted from Lagrange's method and then discretized by Rayleigh-Ritz method and solved by fourth-order Runge-Kutta method. In order to investigate the effects of nonlinear energy sink, the time history curves, phase portraits, Poincaré maps and bifurcation diagrams are used. The results show that using nonlinear energy sinks, the behavior of the plates, which in some cases is very complex, can be changed to a simpler behavior. In some cases, using a non-linear energy sink near the center of the plate is not appropriate.

### Review History:

Received: Jul. 02, 2020

Revised: Nov. 15, 2020

Accepted: Dec. 24, 2020

Available Online: Jan. 10, 2021

### Keywords:

Supersonic flow

Azimuth angle

Nonlinear energy sink

Dynamic behavior

Bifurcation diagram

### 1. Introduction

Many engineering structures, including in the aerospace industry, can be considered and modeled as plates. Because plates in the aerospace industry are subject to aerodynamic forces, they may exhibit complex nonlinear dynamic behaviors, which can also depend on different azimuth angles.

Dowell investigated the behavior of flutter in plates due to airflow [1, 2]. Grover et al. [3] investigated the ultrasonic flutter of a composite plate. They concluded that flow stiffness and geometric parameters should be considered as the main factors in designing flutter velocities in mechanical structures.

Hosseini et al. [4] have used numerical solution to analyze the flutter of a functionally graded continuous plate under supersonic flow with different azimuth angles. The results show that the critical value of the azimuth angle depends on the aspect ratio of the plate and geometric parameters such as thickness. Taleshi et al. [5] have investigated the effect of nonlinear energy sinks to control plate vibrations. They considered a thin simply supported plate under harmonic excitation. The results show that nonlinear energy sinks designed for some excitation values show better behavior than adjusted TMD, but with increasing excitation force, nonlinear energy sinks have less effect than TMD. Chen et al. [6] have studied composite plate and optimal design of nonlinear energy sinks.

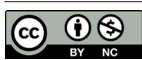
In the present study, the effect of nonlinear energy sink on the dynamic behavior of simply supported rectangular plate under the effect of supersonic airflow at different azimuth angles, with the occurrence of different types of movements such as periodic and chaotic movements, and its improvement to simpler behaviors has been considered. The aim of this research is to try to improve the behavior of the plate by changing the location of the nonlinear energy sink. Classical plate theory was used to obtain the plate equations and von Karman strain-displacement relations were used to consider the geometric nonlinear effect. Aerodynamic flow modeling for supersonic flow was based on the quasi-static first-order piston theory. The Kelvin-Voigt model is also used for nonlinear energy sink. The equations are extracted by the Lagrange method and then discretized by the Rayleigh-Ritz method and solved by the fourth-order Runge-Kutta method. In order to investigate the effects of nonlinear energy sink, time response and fuzzy diagrams, Poincaré maps and bifurcation diagrams were used.

### 2. Methodology

The square simply supported panel with a nonlinear energy sink connected to it, shown in Fig. 1.

The air flow is supposed to cross over upper surface of the plate in different angles. The plate is taken as a homogeneous isotropic.

\*Corresponding author's email: akaramim@yahoo.com



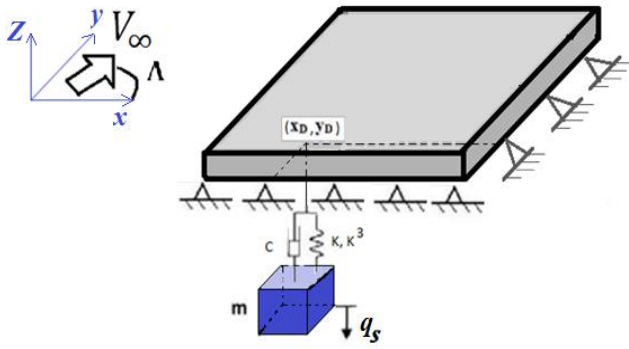


Fig. 1. Schematic view of the simply supported plate equipped with nonlinear energy sink under aerodynamic flow with azimuth angle.

By using the quasi-steady first-order piston theory, the aerodynamic pressure at supersonic velocity can be derived as follows:

$$AP = \frac{2q}{\beta} [w_{,x} \cos(\Lambda) + w_{,y} \sin(\Lambda) + \frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \frac{1}{V_\infty} w_{,t}] \quad (1)$$

The Kelvin-Voigt model is used for NES.  $m$ ,  $C$ ,  $K^1$  and  $K^3$  denote the mass, damping coefficient, linear stiffness, and cubic nonlinear stiffness, respectively.

Therefore, kinetic and potential energies can be written as follows:

$$AP = \frac{2q}{\beta} [w_{,x} \cos(\Lambda) + w_{,y} \sin(\Lambda) + \frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \frac{1}{V_\infty} w_{,t}]$$

$$T = \frac{1}{2} m \dot{q}_s^2 \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{2} K^1 [w(x_D, y_D, t) - q_s(t)]^2 + \frac{1}{4} K^3 [w(x_D, y_D, t) - q_s(t)]^4$$

$$Q_{ec} = \frac{1}{2} C [w_{,t}(x_D, y_D, t) - \dot{q}_s(t)]^2$$

The Lagrange method is used to drive equations of motion. The equations are then discretized by the Rayleigh-Ritz method consists of assuming the form of the solution in terms of admissible functions and generalized coordinates. The required admissible functions satisfy the geometric boundary conditions of the plate. Then the dimensionless equation of motion for plate in according to classical plate theory is given Lagrange equations:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{a}_{ij}} \right) - \frac{\partial L}{\partial a_{ij}} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{b}_{rs}} \right) - \frac{\partial L}{\partial b_{rs}} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{mn}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_{mn}} + Q_{mn} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{ec}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_{ec}} + Q_{ec} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

### 3. Discussion and Results

Then nonlinear behaviors of aeroelastic plates in the presence of NES are studied.

First choosing the best location is an important issue. In Fig. 2 dimensionless transverse limit cycle oscillation amplitude in dimensionless aerodynamic load  $\lambda = 900$  for different NES locations are plotted. It is observed that placing NES near the middle of the plate has a greater effect on reducing the oscillation of the limit cycle oscillation than a plate without NES.

In Fig. 3 by considering NES location in  $[0.6, 0.4]$  the bifurcation diagram is plotted. As it is shown using NES in plate can postpone the flutter and it may change complex behaviors to simple motions, so in this paper, different aspect ratios and different flow directions are considered. Also by using time history, phase portrait, Poincare section and power spectra we investigate some changes in plate's behavior.

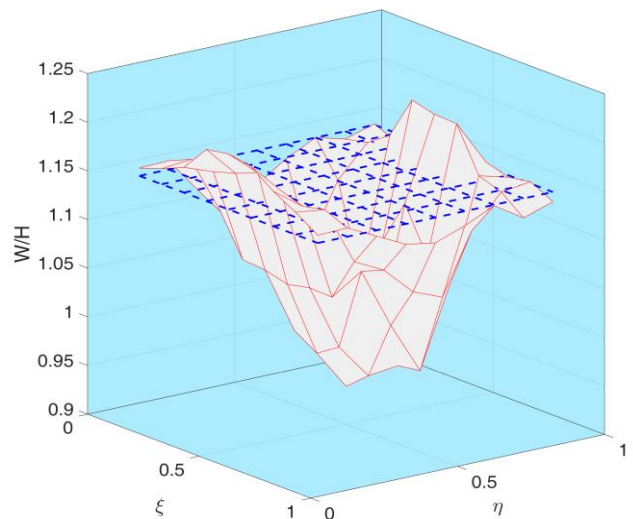
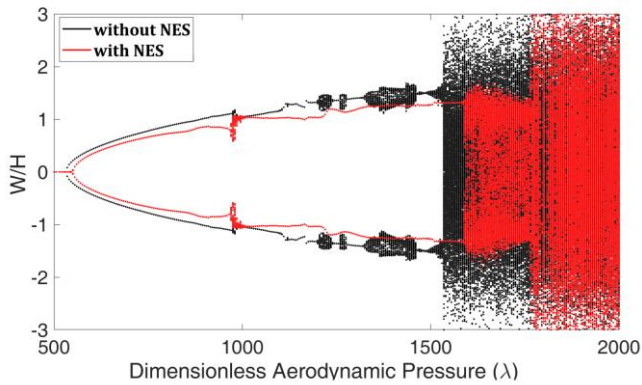


Fig. 2. Dimensionless limit cycle oscillation amplitude of simply supported square plate with and without NES, in dimensionless aerodynamic load a)  $\lambda = 900, \Lambda = 0$



**Fig. 3. Bifurcation diagram for simply supported square plate with and without NES in location [0.6,0.4] with  $\delta = 0.05, \varphi = 1, A = 30$**

#### 4. Conclusions

The effect of nonlinear energy sink on the dynamic behavior of a rectangular simply supported elastic plate under the effect of supersonic airflow at different azimuth angles is investigated. Results show that by selecting NES in locations around the middle of the plate, there is a significant change in its behavior for the aspect ratios 1 and 2, but these changes are insignificant for the aspect ratio 4. Changing the azimuth angle has a great effect on the dynamic behavior of the plate so that the periodic motion range decreases with increasing azimuth angle. The NES has the ability to absorb vibrational

energy due to its damping and ability to act as a dynamic absorber, and it has been observed that if installed in the right place, it can transform complex nonlinear behaviors such as chaotic motion into simpler behaviors such as periodic motion.

#### References

- [1] E.H. Dowell, Nonlinear oscillations of a fluttering plate, *AIAA journal*, 4(7) (1966) 1267-1275.
- [2] E.H. Dowell, Nonlinear oscillations of a fluttering plate. II, *AIAA journal*, 5(10) (1967) 1856-1862.
- [3] N. Grover, D. Maiti, B. Singh, Flutter characteristics of laminated composite plates subjected to yawed supersonic flow using inverse hyperbolic shear deformation theory, *Journal of Aerospace Engineering*, 29(2) (2016) 04015038.
- [4] M. Hosseini, A.G. Arani, M.R. Karamizadeh, H. Afshari, S. Niknejad, Aeroelastic analysis of cantilever non-symmetric FG sandwich plates under yawed supersonic flow, *Wind and Structures*, 29(6) (2019) 457-469.
- [5] M. Taleshi, M. Dardel, M.H. Pashaie, Passive targeted energy transfer in the steady state dynamics of a nonlinear plate with nonlinear absorber, *Chaos, Solitons & Fractals*, 92 (2016) 56-72.
- [6] H.-Y. Chen, X.-Y. Mao, H. Ding, L.-Q. Chen, Elimination of multimode resonances of composite plate by inertial nonlinear energy sinks, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 135 (2020) 106383.

#### HOW TO CITE THIS ARTICLE

H. Asadigorji, A. Karami Mohammadi, Using nonlinear energy sink to improve the dynamic behavior of rectangular plate under supersonic aerodynamic flow at different angles, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53(6)(2021) 833-836.

DOI: [10.22060/mej.2021.18666.6874](https://doi.org/10.22060/mej.2021.18666.6874)







## استفاده از چاه انرژی غیرخطی، برای بهبود رفتار دینامیکی ورق مستطیلی تحت جریان آیرودینامیکی مافوق صوت با زوایای مختلف

حسن اسدی گرچی، اردشیر کرمی محمدی\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۴/۱۲  
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۸/۲۵  
پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۰۴  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۱۰/۲۱

### کلمات کلیدی:

جریان مافوق صوت  
زاویه آزمون  
چاه انرژی غیرخطی  
رفتار دینامیکی  
چندشاخه‌گی

**خلاصه:** در این مقاله، اثر چاه انرژی غیرخطی بر رفتار دینامیکی ورق الاستیک چهارسرلولای مستطیلی در زوایای آزمون مختلف مورد تحقیق قرار گرفته است. ورق مورد نظر یک ورق مستطیلی نازک است که چاه انرژی غیرخطی به آن متصل شده و جریان هوای مافوق صوت از روی آن عبور می‌کند. هدف تحقیق، بهبود رفتار دینامیکی ورق با تغییر پارامترهای مکانی چاه انرژی غیرخطی می‌باشد. برای بدست آوردن معادلات ورق از تئوری ورق کلاسیک و برای در نظر گرفتن اثر غیرخطی هندسی از روابط کرنش-جابجایی ون-کارمن استفاده می‌شود. مدل سازی جریان آیرودینامیکی برای جریان مافوق صوت بر پایه‌ی "تئوری شبه پایای پیستون مرتبه اول" صورت پذیرفت. برای چاه انرژی غیرخطی نیز از مدل کلون-ویت استفاده شده است. معادلات از روش لاگرانژ استخراج و سپس با روش رایلی-ریتز گسسته‌سازی شده و با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه چهار نیز حل شده است. به منظور بررسی اثرات چاه انرژی غیرخطی، دیاگرام‌های تاریخچه زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و نمودار چندشاخه‌گی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که با استفاده از چاه انرژی غیرخطی، رفتار دینامیکی ورق را که در برخی حالات بسیار پیچیده است می‌توان به رفتار ساده‌تری تغییر داد و بهبود بخشید. در برخی حالت‌ها، نصب چاه انرژی غیرخطی در نزدیکی میانه ورق مناسب نیست.

### ۱- مقدمه

فلاتر در ورق‌های شیب‌دار را تحت نیروی درون صفحه‌ای و جریان با زاویه، مورد بررسی قرار دادند. شیپریکوویچ و سویر [۶] محدوده وقوع فلاتر را برای زوایای آزمون بین ۱۵۰ و ۹۰۰ را بدست آوردند. سویر [۷] به مطالعه رفتار فلاتر ورق با مرز الاستیک ارتوتروپیک و برای زوایای آزمون مختلف پرداخت. نتایج نشان می‌دهد که میرایی آیرودینامیک اثر مهمی بر پایداری ورق دارد. عبدل-متگلی و همکاران [۸] فلاتر غیرخطی ورق ایزوتروپیک و کامپوزیت را تحت جریان آیرودینامیک با زوایای آزمون مختلف، با استفاده از روش المان محدود بدست آوردند. نتایج نشان می‌دهد که تغییر زاویه آزمون می‌تواند شکل سیکل حدی را تغییر دهد. ازوز و همکاران [۹]، با استفاده از روش المان محدود به بررسی فلاتر تحت جریان اختیاری در ورق ایزوتروپیک و کامپوزیت پرداخته‌اند. آنها دریافتند از آنجا که تغییر زاویه آزمون، می‌تواند فشار آیرودینامیکی بحرانی را کاهش دهد، نیروی آیرودینامیک استاتیکی بر سفتی نیز تاثیر گذار است. عبدل-متگلی و همکاران [۱۰]، مدل ساختاری هوشمند برای ورق

بسیاری از سازه‌های مهندسی از جمله در صنعت هوایی را می‌توان به عنوان ورق در نظر گرفت و مدل کرد. از آنجا که ورق‌ها در صنعت هوایی تحت جریان آیرودینامیک قرار می‌گیرند ممکن است رفتارهای پیچیده غیرخطی را بروز دهند، که این رفتار می‌تواند به زاویه آزمون مختلف نیز وابسته باشد. بررسی این رفتارها و نیز بهبود سیستم برای کاهش اثرات مخرب آنها، بسیار مهم و ضروری است. داول در تحقیقات خود [۱، ۲] به بررسی نوسانات فلاتر در ورق‌ها پرداخت. ونترس و داول [۳] به تحقیق در رفتار فلاتر ورق ایزوتروپیک پرداخته و نتایج تئوری و آزمایشگاهی را با هم مقایسه کردند. آنها نشان دادند که میرایی آیرودینامیک، نیروهای درون صفحه‌ای و فشار استاتیکی، اثرات مهمی بر رفتار ورق دارند. داول [۴]، با استفاده از نمودار فضای فازی و نگاشت پوانکاره به مطالعه رفتار فلاتر ورق الاستیک تحت جریان سیال پرداخت. وی نشان داد جریان مستقیم می‌تواند باعث وقوع رفتارهای نامنظم و شروع فلاتر شود. کاریپا و همکاران [۵] در مقاله خود مساله

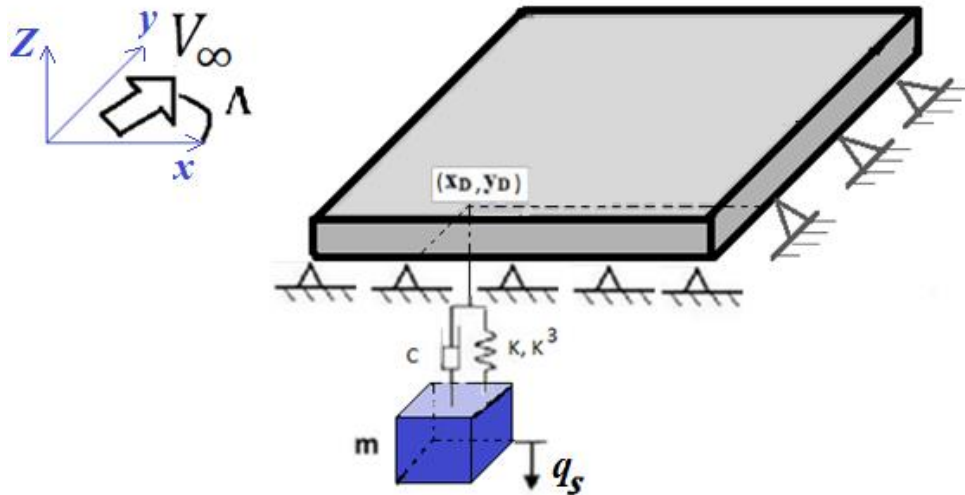
\*نویسنده عهده‌دار مکاتبات: akaramim@yahoo.com



کامپوزیت را با سنسورهای پیزوالکتریک و جاذب‌ها برای سرکوب فلاتر، در زوایای آزیموس مختلف، با استفاده از روش المان محدود مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان می‌دهد که به‌کارگیری جاذب‌ها در سرکوب فلاتر مفید می‌باشد. فرخ و فلاح [۱۱] به آموزش ماشین بردار پشتیبان برای تعیین مرز ناپایداری آیروالاستیک فلاتر یک بال کامپوزیت پرداخته‌اند. نتایج نشان می‌دهد که ماشین بردار پشتیبان را می‌توان به عنوان یک ابزار دقیق و سریع در تشخیص مرز ناپایداری فلاتر بال‌ها دانست. ازوز و سلیم [۱۲] به بررسی اثر زاویه جریان دلخواه بر رفتار فلاتر ورق ایزوتروپیک چهارسرلولو و چهارسرگیردار به روش المان محدود پرداختند. آنها مرزهای پایداری فلاتر برای زوایای آزیموس مختلف را با استفاده از تکنیک مقادیر ویژه بدست آوردند. هاشم نژاد و آقایی [۱۳] به بررسی کنترل فلاتر ورق ساندویچی در جریان مافوق صوت و در زوایای آزیموس مختلف پرداخته‌اند. نتایج عددی ایشان سرکوب اثربخش فلاتر را نشان می‌دهد. گورو و همکاران [۱۴] به بررسی فلاتر مافوق صوت ورق کامپوزیت پرداخته‌اند. آنها نتیجه گرفتند که سفتی جریان و پارامترهای هندسی باید به عنوان اصلی‌ترین عوامل در طراحی سرعت فلاتر در سازه‌های مکانیکی در نظر گرفته شود. حسینی و همکاران [۱۵] با استفاده از حل عددی به آنالیز فلاتر ورق یک‌سرگیردار مدرج تابعی تحت جریان مافوق صوت با زوایای آزیموس مختلف پرداخته‌اند. نتایج نشان می‌دهد مقدار بحرانی زاویه آزیموس بستگی به نسبت منطری ورق و پارامترهای هندسی نظیر ضخامت دارد. مجیدی و همکاران [۱۶] مطالعه جامعی بر آنالیز فلاتر مافوق صوت ورق دوزنقه‌ای یک‌سرگیردار مدرج تابعی انجام دادند. ایشان اثر پارامترهای مختلف نظیر پارامترهای هندسی، زاویه آزیموس، کسر حجمی و توزیع کربنی را بر روی محدوده فلاتر مورد بررسی قرار دادند. گو و همکاران [۱۷] برای سرکوب نوسانات سیکل حدی در ایرفویل، از چاه ارتعاشی غیرخطی استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهد که به‌کارگیری چاه انرژی غیرخطی اثرات متفاوتی بر قبل و بعد از انشعاب هوفپ دارد. بیچو و همکاران [۱۸] به بررسی اثرات چاه انرژی غیرخطی در کنترل نوسانات سیکل حدی سیستم آیروالاستیک غیرخطی پرداخته‌اند. سیستم شامل ایرفویل الاستیک سوارشده بر فنر خطی و غیرخطی بود. نتایج نشان می‌دهد چاه انرژی غیرخطی تاثیر محدودی بر پاسخ سیستم در به تاخیرانداختن فلاتر یا تغییر نوع ناپایداری و اندازه نوسانات سیکل حدی دارد. گو

و همکاران [۱۹] با استفاده از چاه انرژی غیرخطی برای سرکوب فلاتر ایرفویل استفاده کردند. آنها نشان دادند وقتی چاه انرژی غیرخطی به سیستم متصل شود فلاتر خطی و غیرخطی افزایش می‌یابد. به‌علاوه با استفاده از استفاده از چاه انرژی دامنه نوسانات سیکل حدی کاهش می‌یابد. فرناندز-اسکودرو و همکاران [۲۰] با استفاده از حل عددی و آزمایشگاهی بر روی ایرفویل به همراه چاه انرژی غیرخطی متصل به آن به نتایج خوبی دست یافتند. پیداپارسی و میسوم [۲۱] به بررسی کاهش نوسانات سیکل حدی با استفاده از چاه انرژی غیرخطی پرداخته‌اند. نتایج نشان می‌دهد یک چاه انرژی طراحی شده بهینه، پتانسیل کاهش دامنه نوسانات سیکل حدی را دارد. تالشی و همکاران [۲۲] به تاثیر چاه انرژی غیرخطی برای کنترل ارتعاشات ورق پرداخته‌اند. آنها ورق چهارسرلولای نازک تحت تحریک هارمونیک را در نظر گرفتند. نتایج نشان می‌دهد که چاه انرژی غیرخطی طراحی‌شده برای برخی مقادیر تحریک، رفتار بهتری نسبت به جرم و میراکننده تنظیم‌شده<sup>۱</sup> نشان می‌دهد، اما با افزایش اندازه نیروی تحریک، چاه انرژی غیرخطی اثر کمتری نسبت به جرم و میراکننده تنظیم شده دارد. ژنگ و همکاران [۲۳]، از چاه انرژی غیرخطی به عنوان روش مناسب برای کاهش ارتعاشات استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهد استفاده از چاه انرژی غیرخطی اثر مهمی بر کاهش شدت ارتعاشات ورق کامپوزیت تحت اثر جریان باد دارد. چن و همکاران [۲۴] به مطالعه ورق کامپوزیت و طراحی بهینه چاه انرژی غیرخطی پرداخته‌اند. آقایی و همکاران [۲۵] کاربرد چاه غیرخطی انرژی در کاهش غیرمستقیم ارتعاشات پره‌های سیستم شفت-دیسک-پره انعطاف‌پذیر را در نمونه توربین بخار واقعی با نصب روی دیسک مورد بررسی قرار دادند. ایشان برای حل معادلات غیرخطی از حل عددی به روش رانگ-کوتا استفاده و به تعیین پارامترهای سفتی و میرایی برای حداقل‌سازی دامنه ارتعاش پرداخته‌اند. اسدی‌گرچی و کرمی‌محمدی [۲۶] کنترل غیرفعال فلاتر را با استفاده از چاه انرژی غیرخطی برای ورق مستطیلی در جریان مافوق صوت مورد توجه قرار دادند. فشار آئرودینامیکی به اندازه لازم پایین در نظر گرفته شد تا رفتار ورق از حالت سیکل حدی خارج نگردد. فلاتر و همچنین حرکت مربوط به سیکل حدی ورق که مربوط به حرکت پریودیک با پریود یک می‌باشد مورد بحث قرار گرفت.

1 Tuned mass damper (TMD)



شکل ۱. نمای شماتیک ورق همراه با چاه انرژی غیرخطی تحت جریان آیرودینامیک با زاویه آزیموس.

**Fig. 1. Schematic view of the simply supported plate equipped with nonlinear energy sink under aerodynamic flow with azimuth angle**

قرار دارد. همچنین چاه غیرخطی نیز در نقطه‌ای به مختصات  $(x_D, y_D)$  به ورق وصل شده است

### ۲-۱- انرژی جنبشی و پتانسیل

برای بدست آوردن معادلات حرکت ابتدا باید انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ورق و کار انجام‌شده توسط نیروهای آیرودینامیک تعیین شود. برای جابجایی خواهیم داشت [۲۶، ۲۷].

$$\begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases} = \begin{cases} u' - zw'_{,x} \\ v' - zw'_{,y} \\ w' \end{cases} \quad (1)$$

به طوری که  $u$ ،  $v$  و  $w$  جابجایی ورق به ترتیب در جهت‌های  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  و  $u'$ ،  $v'$  و  $w'$  جابجایی لایه میانی ورق به ترتیب در جهت‌های  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  و همچنین  $w'_{,x}$  و  $w'_{,y}$  مشتق مکانی جابجایی عرضی ورق برحسب  $x$  و  $y$  هستند. روابط کرنش-جابجایی ون کارمن نیز به صورت زیر بیان می‌شود [۲۶، ۲۷].

جایی که  $\epsilon_x$  و  $\epsilon_y$  کرنش‌های نرمال در راستای  $x$  و  $y$  و  $\gamma_{xy}$  تنش برشی در صفحه  $xy$  می‌باشند. از این رو انرژی کرنشی

$$\begin{cases} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{cases} = \begin{cases} u'_{,x} + \frac{1}{2}(w'_{,x})^2 \\ v'_{,y} + \frac{1}{2}(w'_{,y})^2 \\ v'_{,x} + u'_{,y} + w'_{,x}w'_{,y} \end{cases} \quad (2)$$

در مقاله حاضر، اثر چاه انرژی غیرخطی بر رفتار دینامیکی ورق الاستیک چهار لبه‌لولای مستطیلی در زوایای آزیموس مختلف با وقوع انواع حرکات مختلف از قبیل حرکات شبه پیروپیک و آشوبناک، و بهبود آن به رفتارهای ساده‌تر مورد توجه قرار گرفته است. مدل ورق مورد بررسی یک ورق مستطیلی نازک می‌باشد که چاه انرژی غیرخطی به آن متصل شده و جریان مافوق صوت هوا از روی آن عبور می‌کند. هدف تحقیق، سعی در بهبود رفتار ورق با تغییر پارامترهای مکانی چاه انرژی غیرخطی می‌باشد. برای بدست آوردن معادلات ورق از تئوری ورق کلاسیک و برای در نظر گرفتن اثر غیرخطی هندسی از روابط کرنش-جابجایی ون-کارمن استفاده شد. مدل‌سازی جریان آیرودینامیکی برای جریان مافوق صوت بر پایه‌ی "تئوری شبه پایای پیستون مرتبه اول" صورت پذیرفت. برای چاه انرژی غیرخطی نیز از مدل کلین-ویت استفاده شده است. استخراج معادلات از روش لاگرانژ انجام و سپس با روش رایلی-ریتز گسسته‌سازی شده و به روش رانگ-کوتای مرتبه چهار نیز حل شده است. به منظور بررسی اثرات چاه انرژی غیرخطی، دیاگرام‌های پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و نمودار انشعابات مورد استفاده قرار گرفت.

### ۲- مدل ریاضی

در شکل ۱، ورق مستطیلی چهارسرلولو به طول  $a$  و عرض  $b$  و ضخامت  $H$  مشاهده می‌شود، که تحت اثر جریان آیرودینامیک مافوق صوت موازی با صفحه  $x-y$  و تحت زوایای آزیموس مختلف

$$T = \frac{1}{r} m \dot{q}_s^r \quad (1-6)$$

$$U = \frac{1}{r} K^1 [w(x_D, y_D, t) - q_s(t)]^r + \frac{1}{r} K^r [w(x_D, y_D, t) - q_s(t)]^r \quad (2-6)$$

$$Q_{ec} = \frac{1}{r} C [w_{,t}(x_D, y_D, t) - q_{s,t}(t)]^r \quad (3-6)$$

روش رایلی ریتز برای گسسته‌سازی معادلات استفاده می‌شود، که جابه‌جایی‌های سیستم بر حسب حاصل ضرب مدهای مفروض و مختصه‌های عمومی مربوطه بیان می‌شوند. این مدها باید شرایط مرزی هندسی مسئله را برآورده کنند. با افزودن تعداد این مدها پاسخ سیستم به سمت پاسخی دقیق میل می‌کند. متغیرهای  $w$  و  $u$  را می‌توان به صورت زیر بیان کرد.

$$\begin{aligned} u &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij}(t) u_i(x) v_j(y) \\ v &= \sum_{r=1}^R \sum_{s=1}^S b_{rs}(t) u_r(x) v_s(y) \\ w &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{ij}(t) \varphi_i(x) \psi_j(y) \end{aligned} \quad (7)$$

به طوری که  $b_{rs}(t)$ ،  $a_{ij}(t)$  و  $q_{mn}(t)$  مختصات زمانی  $u_i(x)$  درون صفحه‌ای در راستای  $x$  و  $y$  و همچنین  $\phi_m(x)$  و  $\psi_n(y)$  مربوط به توزیع جابجایی عرضی در راستای  $x$  و  $y$  می‌باشند. با استفاده از متغیرهای معرفی شده ابتدا آنها را در معادلات انرژی قرار داده و سپس با استفاده از معادلات لاگرانژ، معادلات حاکم بر حرکت بدست می‌آید.  $Q_{mn}$  نیروی آیرودینامیک است و به صورت زیر بیان می‌شود [۲۶، ۳۰].

## ۲-۵- فرم بی‌بعد معادلات

از مختصه‌های بی‌بعد رابطه (۱۱) برای بی‌بعدسازی معادلات حاکم بر حرکت استفاده می‌شود.

به‌طوریکه  $D = EH^r / 12(1-\nu^r)$  مدول انعطاف پذیری

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{a}_{ij}} \right) - \frac{\partial L}{\partial a_{ij}} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{b}_{rs}} \right) - \frac{\partial L}{\partial b_{rs}} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{mn}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_{mn}} + Q_{mn} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{ec}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_{ec}} + Q_{ec} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

و جنبشی ورق به صورت زیر بیان می‌شود. [۲۶، ۲۷]

$$U = \frac{EH}{r(1-\nu^r)} \iint (\varepsilon_x^r + \varepsilon_y^r + \nu \varepsilon_x \varepsilon_y + \frac{1-\nu}{r} \gamma_{xy}^r) dx dy \quad (3)$$

$$+ \frac{D}{r} \iint \{ (w_{,xx} + w_{,yy})^r - r(1-\nu) [w_{,xx} w_{,yy} - (w_{,xy})^r] \} dx dy$$

$$T = \frac{1}{r} \iint \rho H \{ u_{,t}^r + v_{,t}^r + w_{,t}^r \} dx dy \quad (4)$$

## ۲-۲- مدل‌سازی فشار آیرودینامیک

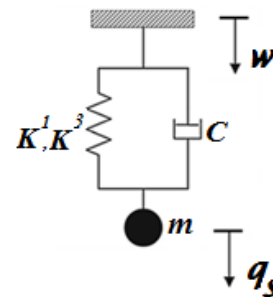
فشار آیرودینامیک در جریان مافوق صوت تحت جریان آیزموس  $\Lambda$ ، با استفاده از تئوری "شبه پایای پیستون مرتبه اول" بصورت زیر مدل شد [۲۶، ۲۸]

$$\Delta P = \frac{r q}{\beta} [w_{,x} \cos(\Lambda) + w_{,y} \sin(\Lambda)] + \frac{M_\infty^r - r}{M_\infty^r - 1} V_\infty w_{,t} \quad (5)$$

## ۲-۳- مدل‌سازی چاه انرژی غیرخطی

در شکل ۲، مدل کلونین-ویت برای چاه انرژی غیرخطی مشاهده می‌شود. به طوری که  $K^1$ ،  $C$ ،  $m$  و  $K^3$  به ترتیب سفتی خطی، میرایی، جرم و پتانسیل ورق و تابع اتلاف میرایی چاه انرژی انرژي جنبشی و پتانسیل ورق و تابع اتلاف میرایی چاه انرژی غیرخطی  $Q_{ec}$ ، به صورت زیر بیان می‌شود. در رابطه فوق  $q_s$  و  $\dot{q}_s$  به ترتیب مختصه مربوط به جابجایی و سرعت جرم چاه انرژی غیرخطی می‌باشند.

## ۲-۴- معادلات حاکم بر حرکت



شکل ۲. مدل کلونین-ویت برای چاه انرژی غیرخطی

Fig. 2. Kelvin-Voigt model for nonlinear energy sink



نیاز برای توصیف جابه‌جایی‌های درون‌صفحه‌ای ورق، می‌توان از توابع شکل مد ارتعاشات محوری میله‌ها استفاده کرد. اما برای توصیف حرکت‌های برون‌صفحه‌ای می‌توان از تئوری تیرها بهره گرفت [۳۰].

### ۳- شبیه‌سازی و نتایج

در این بخش، مشخصه‌های هندسی و مکانیکی سیستم به صورت جدول ۱ در نظر گرفته می‌شود [۱، ۳۲] در ادامه، اثر تعداد مودها بر همگرایی مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس صحت‌سنجی روند کار و بعد نتایج تحقیق حاضر و تحلیل آن ارائه می‌شود.

قابل ذکر است که تمامی نتایج برای موقعیت  $\eta = 0/5$  و  $\zeta = 0/75$  بدست آمده و رسم شده‌اند.

### ۳-۱- مطالعه همگرایی

در این بخش همگرایی پاسخ ورق با توجه به تعداد مختلف شکل مد بررسی می‌شود. شکل ۳، دامنه‌ی نوسانات سیکل حدی بی‌بعد ورق را به‌ترتیب برای راستاهای عمود و در جهت جریان و با توجه به

$$\zeta = \frac{x}{a}, \eta = \frac{y}{b}, \bar{w}_{gh} = \frac{W_{gh}}{H}, \bar{u}_{gh} = \frac{u_{gh}}{H}, \bar{v}_{gh} = \frac{v_{gh}}{H}, \tau = \sqrt{\frac{D}{\rho_m Ha}}, \mu = \frac{\rho_a a}{\rho H} \quad (11)$$

$$\bar{K} = \frac{K}{m} \frac{a^r}{\mu V_\infty^r}, \bar{K}^r = \frac{K^r H^r}{m} \frac{a^r}{\mu V_\infty^r}, \bar{C} = \frac{C}{m} \sqrt{\frac{a^r}{\mu V_\infty^r}}, \lambda = \frac{\rho_\infty V_\infty^r a^r}{\beta D}, \xi = \frac{m_s}{\rho_\infty b^r}$$

$$\begin{bmatrix} M_u^u & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & M_v^v & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & M_w^w & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \\ \ddot{q}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \sqrt{\lambda} C_{Aero} + \bar{C} \frac{\xi \mu}{\rho_\infty \phi^r} \sqrt{\beta \lambda} C_{sw} & -\bar{C} \frac{\xi \mu}{\rho_\infty \phi^r} \sqrt{\beta \lambda} C_{sw} \\ \cdot & \cdot & -\bar{C} \sqrt{\beta \lambda} C_{sw} & \bar{C} \sqrt{\beta \lambda} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{q}_s \end{Bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} K_u^u & K_u^v & \cdot & \cdot \\ K_v^u & K_v^v & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & K_w^w + \lambda K_{Aero} + \bar{K} \frac{\xi \mu}{\rho_\infty \phi^r} \beta \lambda K_{sw} & -\bar{K} \frac{\xi \mu}{\rho_\infty \phi^r} \beta \lambda K_{sw} \\ \cdot & \cdot & -\bar{K} \beta \lambda K_{sw} & \bar{K} \beta \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ q_s \end{Bmatrix} = \quad (12)$$

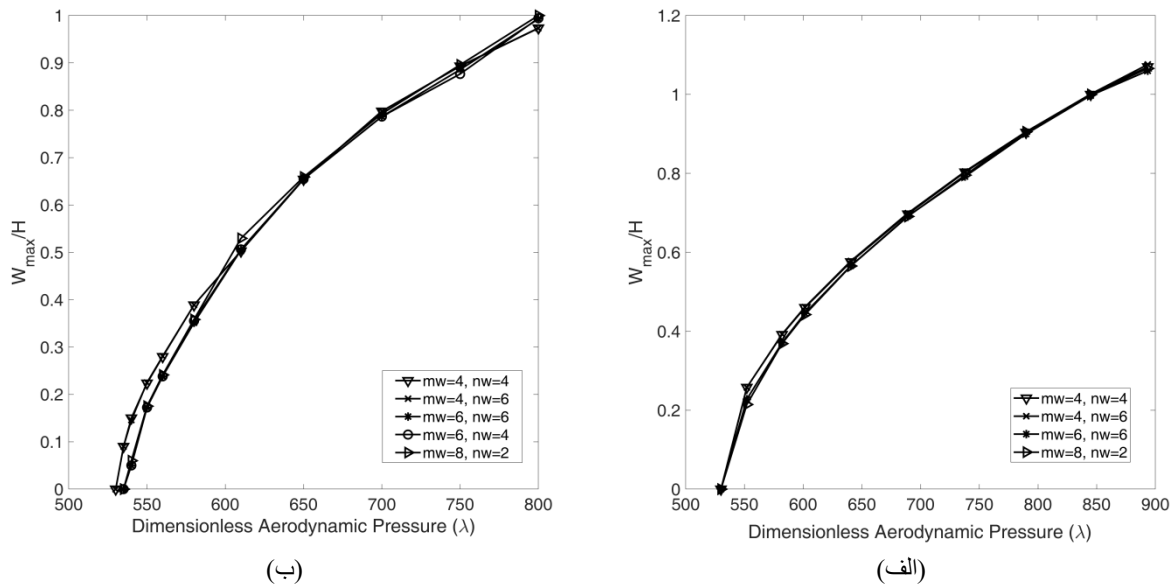
$$\left\{ \begin{array}{l} NL_u^w \\ NL_v^w \\ NL_u^u + NL_v^v + NL_w^w - \bar{K}^r \frac{\xi \mu}{\rho_\infty \phi^r} \beta \lambda \\ \{ (NL_{www}) q_{mn} q_{mn} q_{mn} + [-\bar{K}^r (NL_{wwq}) q_{mn} q_{mn} q_s + \bar{K}^r (NL_{wqq}) q_{mn} q_s q_s - (NL_{qqq}) q_s q_s q_s] \} \\ \bar{K}^r \beta \lambda \{ (NL_{swww}) q_{mn} q_{mn} q_{mn} - \bar{K}^r (NL_{swwq}) q_{mn} q_{mn} q_s + \bar{K}^r (NL_{swqq}) q_{mn} q_s q_s - q_{mn} q_s q_s \} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
 u_i(x) &= C_i \sin\left(\frac{i\pi x}{l}\right), i = 1, 2, \dots & v_j(y) &= C_j \sin\left(\frac{j\pi y}{l}\right), i = 1, 2, \dots \\
 u_r(x) &= C_r \sin\left(\frac{r\pi x}{l}\right), r = 1, 2, \dots & v_s(y) &= C_s \sin\left(\frac{s\pi y}{l}\right), s = 1, 2, \dots \\
 \phi_m(x) &= C_m \sin\left(\frac{m\pi x}{l}\right), m = 1, 2, \dots & \psi_n(y) &= C_n \sin\left(\frac{n\pi y}{l}\right), n = 1, 2, \dots
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

جدول ۱. مشخصه‌های هندسی و مکانیکی ورق و چاه انرژی [۳۲، ۱]

Table 1. Mechanical and geometrical properties of the plate and NES

مشخصه‌های چاه انرژی		مشخصه‌های هندسی		مشخصه‌های مکانیکی	
۱/۷	$\bar{C}$	۱/۲/۴	$\varphi = a / b$	۶۸/۳	مدول کششی $E$ , (GPa)
۰/۱۳	$\bar{K}$	۰/۰۵	$\delta = H / a$	۲۶۸۹	چگالی $\rho$ , ( $\text{kg} / \text{m}^3$ )
۱/۳۸	$\bar{K}^{-r}$			۰/۳۳	نسبت پواسن $\nu$



شکل ۳. مطالعه همگرایی برای ورق چهارسرلولای ایزوتروپیک مربعی و  $\delta = 0.1$  و در زوایای آزیموس الف)  $\Lambda = 0$  و ب)  $\Lambda = 15$

Fig. 3. Convergence study for a simply supported isotropic square plate with  $\delta = 0.1$  and with Azimus angles of a)  $\Lambda = 0$  b)  $\Lambda = 15$

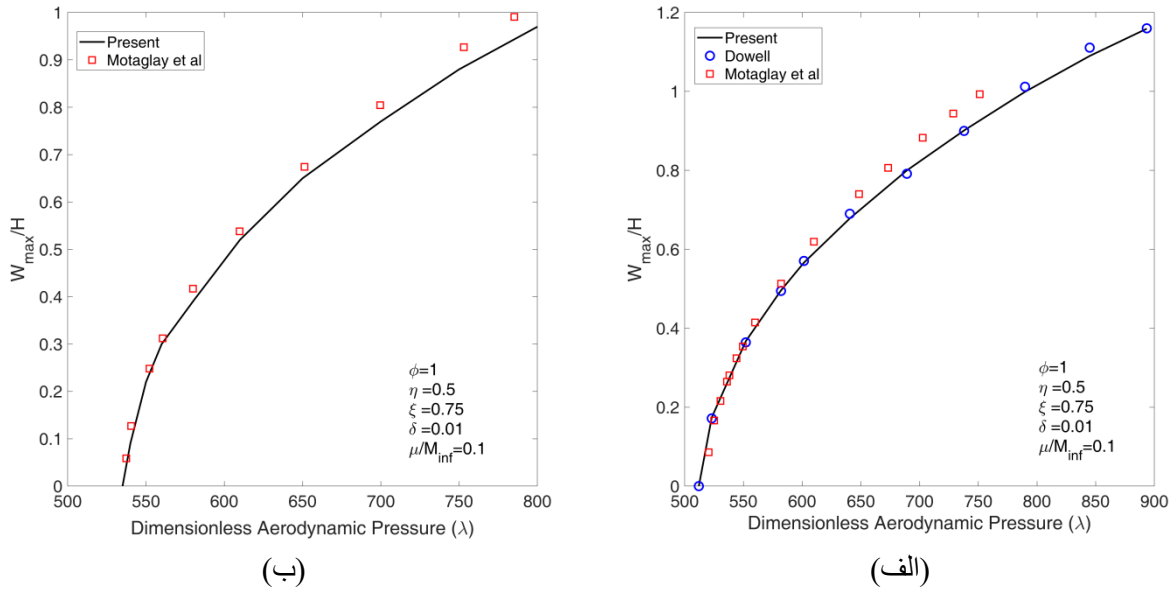
### ۲-۳- صحت سنجی

به منظور صحت‌سنجی معادلات و روند کار، در حالت ورق بدون چاه، دامنه نوسانات سیکل حدی برای ورق چهارسر لولا با دو زاویه آزیموس ۰ و ۱۵ درجه بدست آمده و نتایج اعتبارسنجی در شکل ۴، با نتایج کارهای داوول [۱] و موتگلی و همکاران [۸] مقایسه شده است، که انطباق خوبی مشاهده می‌شود.

### ۳-۳- تحلیل فلاتر

تعداد مختلف شکل مد نشان می‌دهد.

مشاهده می‌شود که با افزایش شکل مدها به بیش از ۴ مد، همگرایی لازم ایجاد می‌گردد. لذا، شش شکل مد در راستای  $x$  و چهار شکل مد در راستای  $y$  برای بررسی پاسخ‌ها در نظر گرفته شده است. همچنین لازم به ذکر است که با افزایش تعداد شکل مد جواب دقیق‌تری بدست خواهد آمد، اما زمان اجرای برنامه نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۴. مقایسه دامنه نوسانات سیکل حدی براساس تغییرات فشار آیرودینامیک بی‌بعد برای ورق چهارسرلولای مربعی  $\delta = 0.01$  و  $\mu/M_\infty = 0.1$  در زوایای آزیموس الف)  $\Lambda = 0$  و ب)  $\Lambda = 15$

**Fig. 4. Comparison of dimensionless amplitude of limit cycle oscillations versus dimensionless aerodynamic loads, for simply supported square plate with  $\delta = 0.01$ , and  $\mu/M_\infty = 0.1$  with Azimus angles a)  $\Lambda = 0$  b)  $\Lambda = 15$**

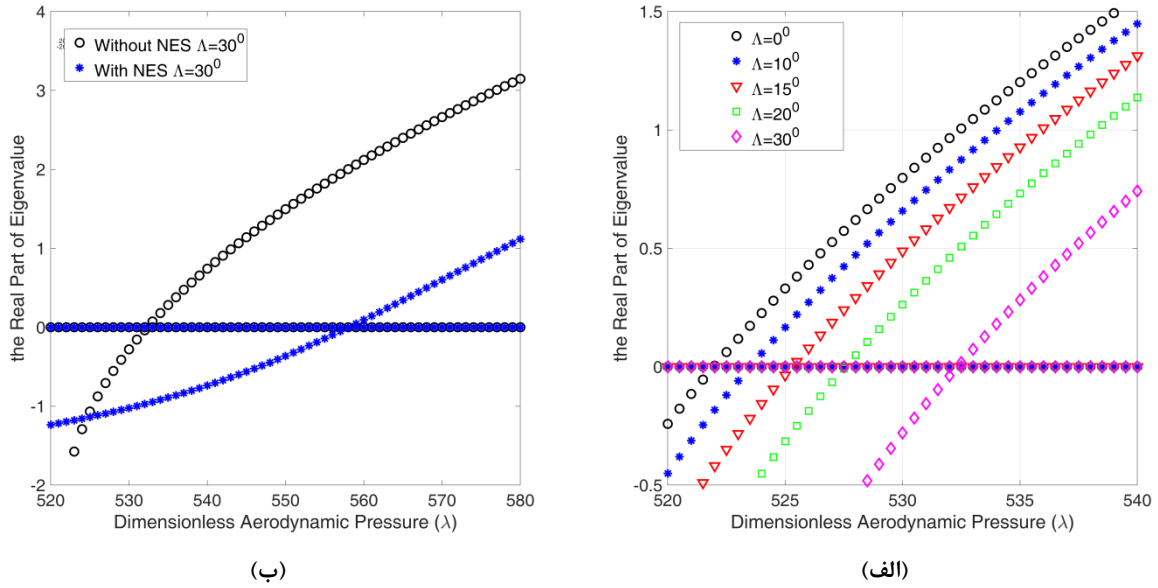
اتصال در موقعیت‌های مختلف، رفتار ورق مطابق شکل ۶-الف) مورد بررسی قرار گرفته است. جهت جریان آیرودینامیکی مافوق صوت از چپ به راست و با زاویه  $\Lambda = 0$  بوده است. نواحی اتصال چاه و رفتار مربوط به هر یک در شکل نشان داده شده است. برای نشان دادن این تغییر رفتار در شکل ۶-ب) نمودار زمانی، فضای فازی و مقطع پوانکاره برای ورق بدون چاه (خطوط سیاه) و با چاه انرژی غیرخطی (خطوط قرمز) در موقعیت  $[0.4-0.6]$  ترسیم شده است که موید تغییر رفتار از شبه‌پریودیک به رفتار پریودیک می‌باشد.

برای بررسی بیشتر، در دو فشار آیرودینامیک بی‌بعد  $\lambda = 900$  در شکل ۷-الف) و  $\lambda = 1100$  در شکل ۷-ب) که رفتار ورق الاستیک پریودیک با پریود یک می‌باشد، دامنه بی‌بعد نوسانات سیکل حدی رسم شده است. در این شکل خط چین آبی مربوط به اندازه دامنه نوسانات سیکل حدی در فشار آیرودینامیک بی‌بعد مربوطه می‌باشد و با نصب چاه انرژی در موقعیت‌های مختلف، دامنه نوسانات سیکل حدی تغییر می‌کند که با خط قرمز مشخص شده است. با توجه به دیاگرام‌های شکل ۷، هر چه محل نصب به میانه ورق نزدیک می‌شود، اندازه نوسانات کاهش می‌یابد. بنابراین در نمودارهای چندشاخگی پیش رو، محل نصب چاه انرژی در همین ناحیه خواهد بود. نکته

ابتدا وقوع فلاتر در زوایای آزیموس مختلف بررسی می‌شود. به طوری که در شکل ۵-الف نشان داده شده است با افزایش زاویه آزیموس آستانه فلاتر به تاخیر می‌افتد. با در نظر گرفتن زاویه آزیموس  $\Lambda = 30$  در شکل ۵-ب رفتار فلاتر ورق با و بدون چاه انرژی مقایسه شده است، که نشان می‌دهد چاه انرژی برای به تاخیر انداختن فلاتر موثر است. در بخش‌های بعدی، رفتار غیرخطی ورق برای نسبت‌های منطقی  $\phi = 1, 2, 4$  مورد بررسی قرار می‌گیرد. باید ذکر کرد که در نتایج خط قرمز مربوط به ورق با چاه انرژی و خط سیاه مربوط به ورق بدون چاه انرژی می‌باشند.

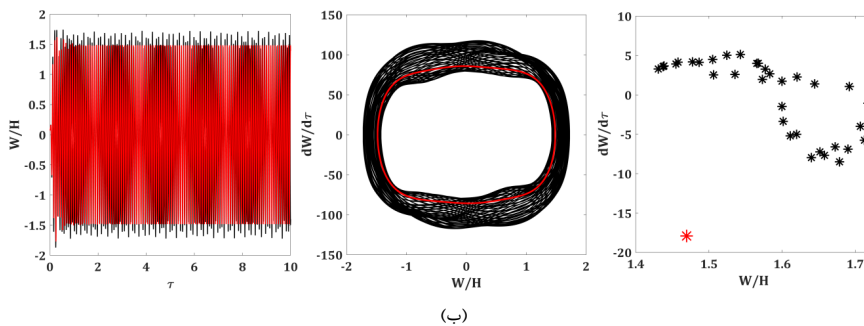
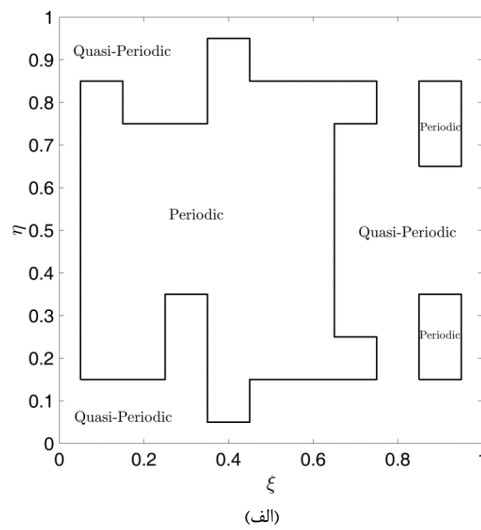
### ۳-۴- تحلیل رفتار غیر خطی

در این قسمت رفتار غیرخطی ورق چهار سر لولای مربعی با چاه غیرخطی متصل به آن مورد مطالعه قرار گرفته است. ابتدا و قبل از رسم نمودار چندشاخگی، انتخاب نقطه مناسب برای اتصال چاه انرژی غیرخطی بررسی می‌شود. در شکل‌های ۶ و ۷ این موضوع برای زاویه آزیموس  $\Lambda = 0$  مورد بررسی قرار گرفته است. در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد  $\lambda = 1280$ ، ورق الاستیک بدون چاه انرژی، رفتاری شبه پریودیک دارد. با استفاده از چاه انرژی با مشخصه ثابت، و



شکل ۵. آستانه وقوع فلاتر برای ورق چهارلبه لولای مربعی الف) بدون چاه انرژی غیرخطی در زوایای آزیموس متفاوت ب) مقایسه ورق با و بدون چاه انرژی غیرخطی در زاویه آزیموس  $\Lambda = 30^\circ$

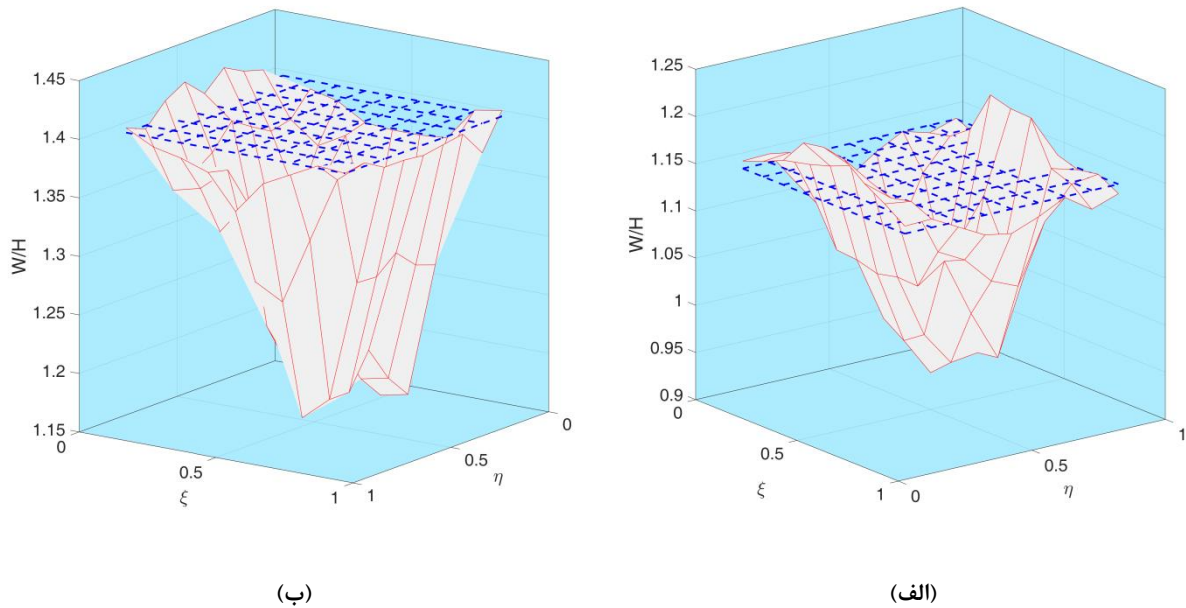
Fig. 5. Threshold of flutter for simply supported square plate, a) without NES in different Azimus angles, b) compare plates without NES and with NES in  $\Lambda = 30^\circ$



شکل ۶. الف) رفتار ورق الاستیک مربعی با چاه غیرخطی در فشار آبرودینامیک بی‌بعد  $\lambda = 1280$  و  $\dot{E} = 0$  ، ب) نمونه‌ای از تغییر رفتار ورق از

شبه‌پریودیک برای ورق بدون چاه به پریودیک برای ورق با نصب چاه در موقعیت [۰.۶،۰/۴]

Fig. 6. a) Behavior of elastic square plate with NES in dimensionless aerodynamic load  $\lambda = 1280$ ,  $\dot{E} = 0$  , b) An example of changing the behavior of the plate from quasi-periodic for plate without NES to periodic for plate with NES installed in position [0.6-0.4].



شکل ۷. دامنه بی بعد نوسانات سیکل حدی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک با و بدون چاه انرژی غیرخطی، در فشار آیرودینامیکی بی بعد (الف)  $\lambda = 900$  (ب)  $\lambda = 1100$  و جهت جریان  $\Lambda = 0$

Fig. 7. Dimensionless limit cycle oscillation amplitude of simply supported square plate with and without NES, in dimensionless aerodynamic load, a)  $\dot{\epsilon} = 900$  b)  $\dot{\epsilon} = 1100$ , and  $\dot{E} = 0$

قابل توجه در استفاده از چاه انرژی، تاخیر در وقوع فلاتر است که در نمودارهای چندشاخگی بعدی می‌باشد. خط چین آبی اندازه دامنه نوسانات سیکل حدی در فشار آیرودینامیک بی بعد، و خط قرمز دامنه نوسانات سیکل حدی با نصب چاه انرژی در موقعیت‌های مختلف را نشان می‌دهد.

۳-۴-۱- برای نسبت منظر  $\varphi = 1$

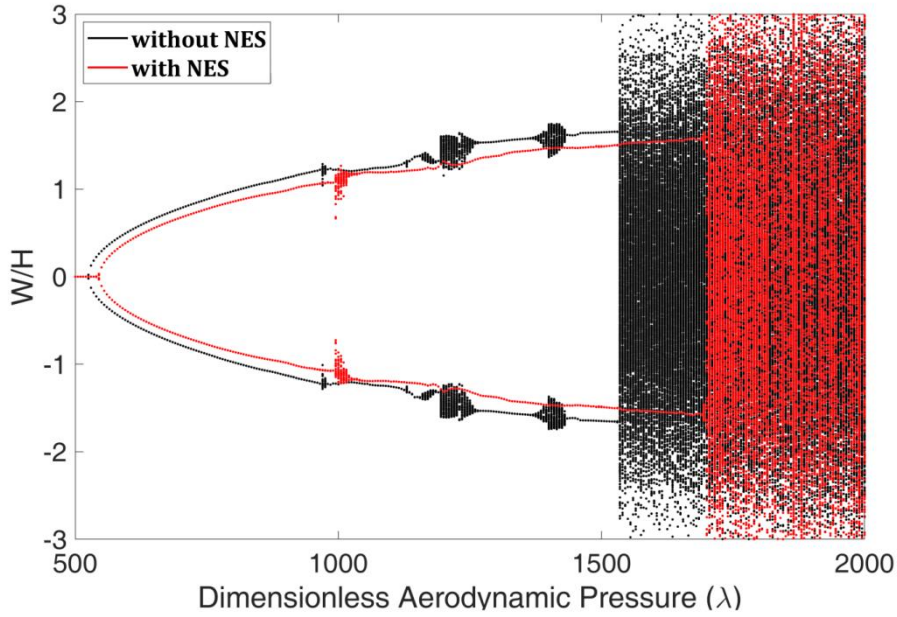
شکل‌های ۸، ۱۰ و ۱۱، نمودارهای چندشاخگی، به ترتیب برای زوایای آزمون  $\Lambda = 30$ ،  $\Lambda = 15$  و  $\Lambda = 45$  برای فشار آیرودینامیکی بی بعد، از  $\lambda = 500$  تا  $\lambda = 2000$  در نسبت منظری  $\varphi = 1$  رسم شده است.

در شکل ۸ مشاهده می‌شود که استفاده از چاه انرژی برای جریان در زاویه آزمون  $\Lambda = 15$  بسیار مناسب می‌باشد، به طوری که فلاتر را از  $\lambda = 530$  به  $\lambda = 545$  به تاخیر می‌اندازد. در ورق بدون چاه انرژی، قبل از وقوع رفتار آشوبناک، در سه بازه  $965 < \lambda < 985$  و  $1150 < \lambda < 1270$  و  $1375 < \lambda < 1440$  رفتار پیچیده غیرخطی مشاهده می‌شود، اما استفاده از چاه تمام اثرات نامطلوب را به جز در بازه  $995 < \lambda < 1040$  حذف می‌شود. ورق بدون چاه انرژی در

رفتار آشوبناک را بروز می‌دهد در حالی که چنین رفتاری برای ورق با چاه انرژی در  $\lambda > 1700$  اتفاق می‌افتد.

برای روشن شدن بهتر این موضوع، در شکل ۹ نمودار پاسخ زمانی، فضای فازی، نگاشت پوانکاره و طیف توانی برای فشارهای آیرودینامیک بی بعد  $\lambda = 1205$  و  $\lambda = 1600$  رسم شده است. در شکل ۹-الف، تغییر رفتار ورق از حالت شبه‌پریودیک به رفتار پریودیک با استفاده از چاه انرژی و در شکل ۹-ب چنین تغییر رفتاری از حرکت آشوبناک به پریودیک مشهود است.

حال با افزایش زاویه آزمون به تغییر رفتار ورق در نمودار چندشاخگی می‌پردازیم. همان طور که در شکل ۱۰-الف برای جریان با زاویه آزمون  $\Lambda = 30$  نشان داده شده است، فلاتر در ورق بدون چاه در فشار آیرودینامیکی  $\lambda = 530$  رخ می‌دهد اما با استفاده از چاه انرژی فلاتر در  $\lambda = 550$  اتفاق می‌افتد. استفاده از چاه انرژی در حذف رفتارهای نامطلوب ورق در بازه‌های  $1195 < \lambda < 1245$  و  $1280 < \lambda < 1260$  و  $1195 < \lambda < 1585$  و  $1320 < \lambda < 1375$  پاسخ بسیار مناسبی دارد و رفتار پیچیده را به رفتار پریودیک تبدیل می‌کند. اما در بازه  $970 < \lambda < 1000$  رفتار ورق با چاه انرژی از رفتار ورق بدون چاه نامناسب‌تر است. در فشارهای آیرودینامیک  $\lambda > 1590$

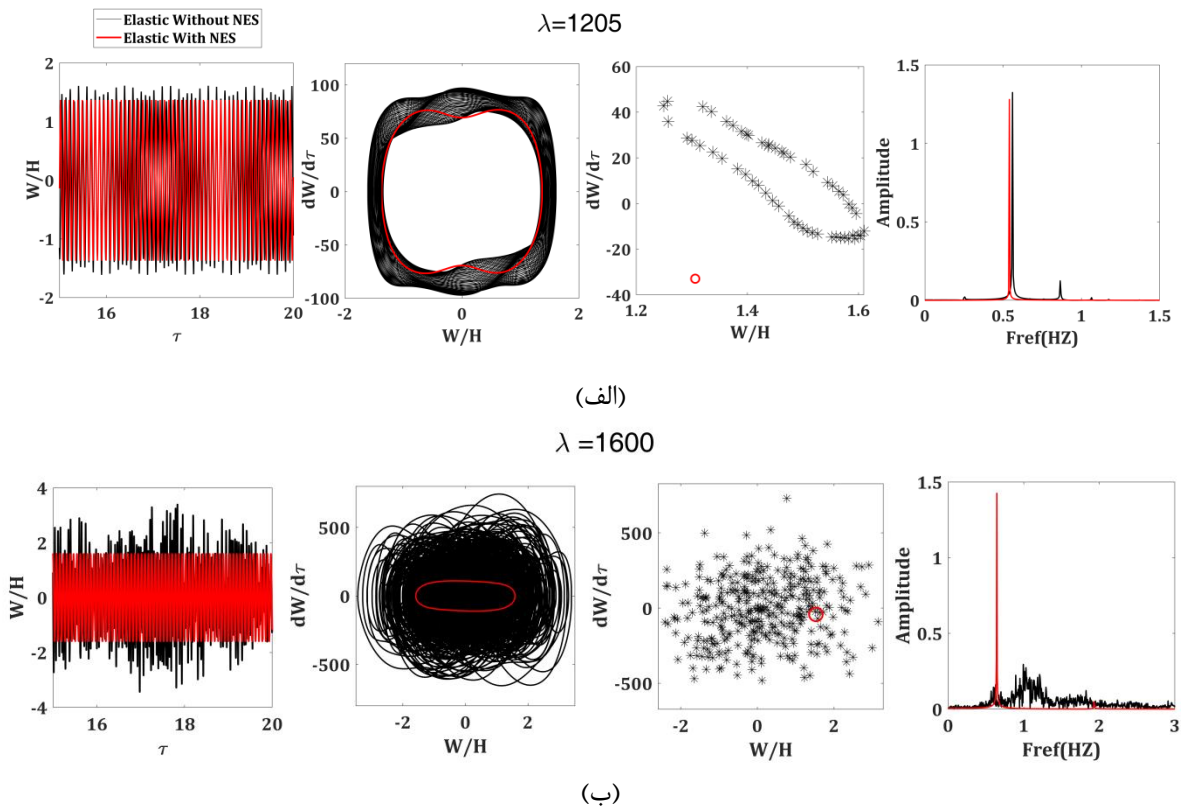


شکل ۸. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارسرلولای مربعی با و بدون چاه انرژی غیرخطی در موقعیت [۰.۴-۰.۶]

$$\Lambda = 15, \varphi = 1, \delta = 0.05$$

Fig. 8. Bifurcation diagram for simply supported square plate with and without NES in location [0.6,0.4],

$$\ddot{a} = 0.05, \ddot{o} = 1, \ddot{E} = 15$$



شکل ۹. پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی در فشار آیرودینامیک بی‌بعد، (الف)  $\lambda = 1205$

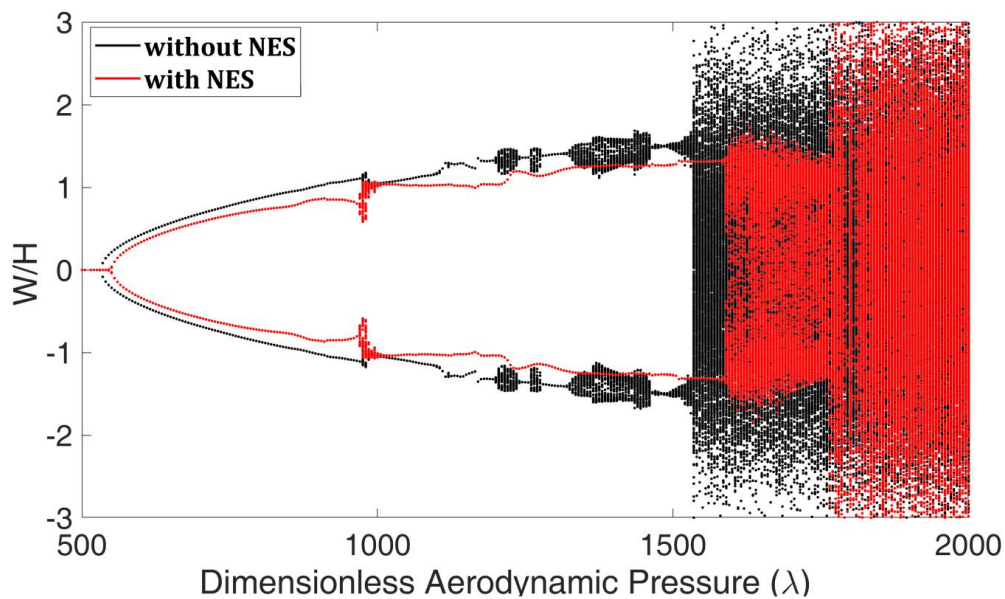
(ب)  $\lambda = 1600$ ، برای ورق چهارلبه لولای الاستیک مربعی، با و بدون چاه انرژی در  $\Lambda = 15$

Fig. 9. Time history, phase portrait, poincaré section and power spectra for dimensionless aerodynamic loads: a)

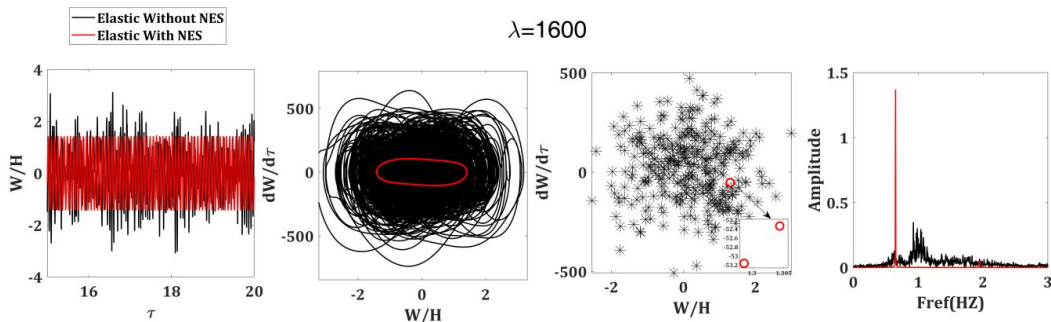
b)  $\lambda = 1600$ , for simply supported square plate, with and without NES, in  $\Lambda = 15$

رخ می‌دهد، در بازه  $960 < \lambda < 540$  رفتار ورق پریودیک است، در فشارهای آیرودینامیک ذکر شده استفاده از چاه انرژی از دامنه نوسان می‌کاهد و همچنین فلاتر را تا  $\lambda = 555$  به تاخیر می‌اندازد. در بازه  $1035 < \lambda < 965$  رفتار ورق بدون چاه پیچیده است اما با چاه انرژی پریودیک خواهد بود. در بازه  $1280 < \lambda < 1040$  حرکت ورق بدون چاه دوباره پریودیک خواهد شد. حرکت ورق با چاه نیز پریودیک است اما دامنه نوسانات کاهش چشمگیری نسبت به ورق بدون چاه دارد. در بازه  $1395 < \lambda < 1285$  حرکت ورق بدون چاه پیچیده است و در

هر دو ورق با و بدون چاه انرژی، رفتار آشوبناک را بروز خواهند داد. برای نمونه همانطوری که در شکل ۱۰-ب در فشار آیرودینامیکی  $\lambda = 1600$  پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی ترسیم شده است که نشان می‌دهد رفتار ورق از حالت آشوبناک در ورق بدون چاه انرژی غیرخطی به رفتار پریودیک با پرپود دو در ورق با چاه تبدیل شده است. همان‌طور که در شکل ۱۱-الف برای جریان با زاویه آزمون  $\Lambda = 45$  نشان داده شده است، در ورق بدون چاه فلاتر در  $\lambda = 540$



(الف)

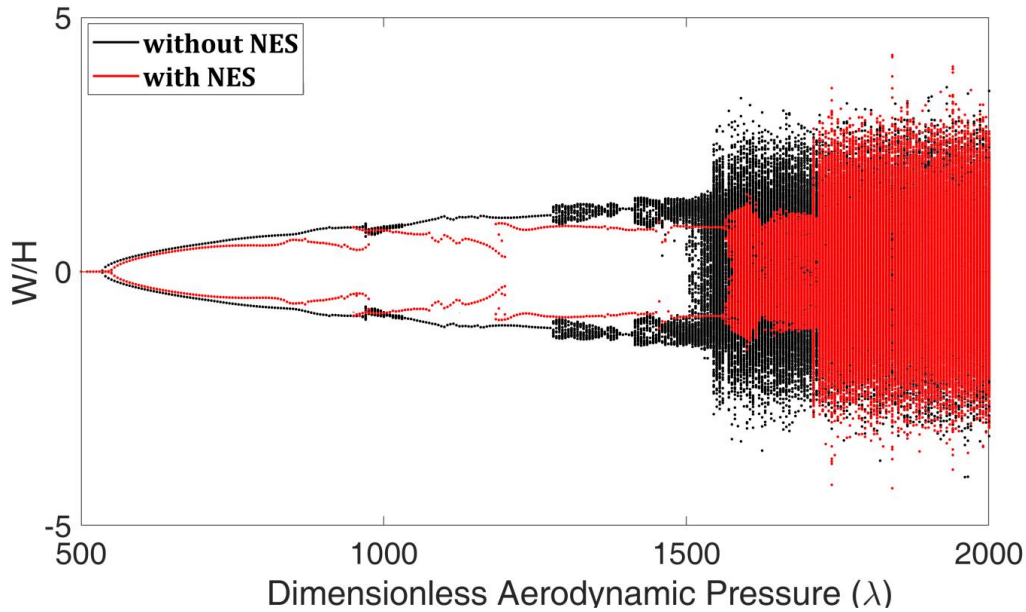


(ب)

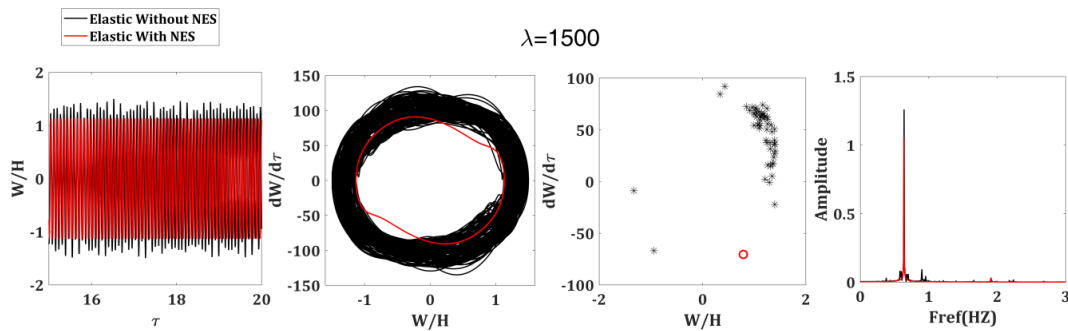
شکل ۱۰. الف) دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی، با و بدون چاه انرژی غیرخطی در موقعیت  $[0.6, 0.4]$ ، ب) پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی در فشار آیرودینامیک بی بعد  $\lambda = 1600$  در ورق چهارسرلولا الاستیک مربعی با و بدون چاه انرژی و

$$\Lambda = 30, \varphi = 1, \delta = 0.05$$

**Fig. 10. a) Bifurcation diagram for simply supported square plate with and without NES in location  $[0.6, 0.4]$ , b) time history, phase portrait, poincaré section and power spectra for dimensionless aerodynamic load  $\tilde{e} = 1600$ , for simply supported square palate, with and without NES and with  $\tilde{a} = 0.05, \tilde{o} = 1, \tilde{E} = 30$**



(الف)



(ب)

شکل (الف) ۱) دیاگرام انشعابات برای ورق چهارسربله لولای مربعی بدون چاه انرژی غیرخطی و با چاه در موقعیت [۰/۴-۰/۶] پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی در فشار آیرودینامیک بی بعد  $\lambda = 1500$  در ورق چهارسربله لولای الاستیک مربعی با و بدون چاه انرژی  $\Lambda = 45, \varphi = 1, \delta = 0.05$

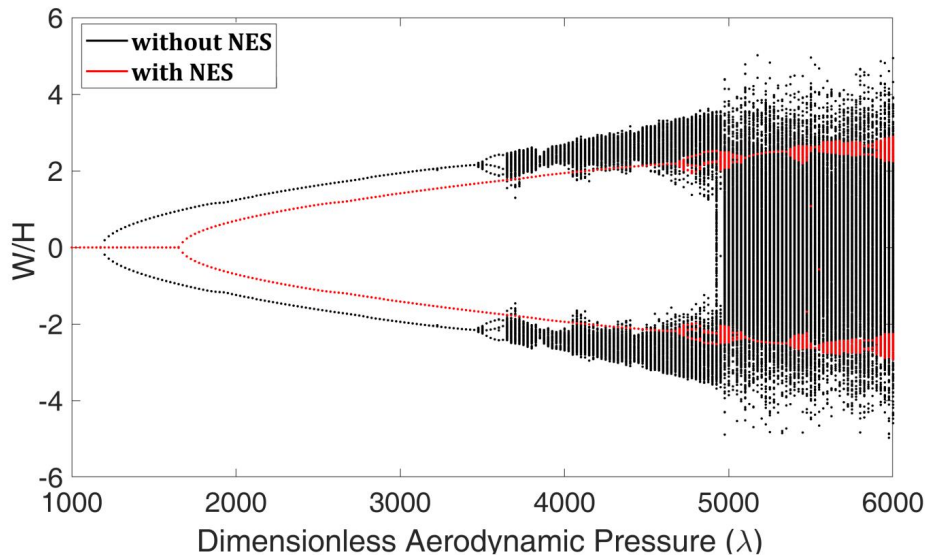
**Fig. 11. a) Bifurcation diagram for simply supported square plate without NES and with NES in location [0.6,0.4], b) time history, phase portrait, poincaré section and power spectra in dimensionless aerodynamic load  $\bar{e} = 1500$  for simply supported square plate with and without NES and with  $\bar{a} = 0.05, \bar{\delta} = 1, \bar{E} = 45$**

### ۳-۴-۲- برای نسبت منظر $\varphi = 2$

شکل ۱۲، نمودار چندشاخگی، برای زاویه آزمون  $\Lambda = 15$  و فشار آیرودینامیکی بی بعد از  $\lambda = 1000$  تا  $\lambda = 1600$ ، برای نسبت منظر  $\varphi = 2$  رسم شده است. همانطور که در شکل پیداست، استفاده از چاه انرژی غیرخطی اثر مطلوبی دارد. فلاتر در ورق بدون چاه در  $\lambda = 1175$  رخ می‌دهد و رفتار آن در بازه  $1175 < \lambda < 3450$  پریودیک با پریودیک باقی می‌ماند. در بازه  $3500 < \lambda < 3650$

بازه  $1400 < \lambda < 1415$  پنجره‌ای از حرکت پریودیک باز می‌شود و بعد از آن حرکت ورق به سمت رفتار آشوبناک حرکت می‌کند. اما با استفاده از چاه رفتار ورق تا  $\lambda = 1560$  پریودیک خواهد بود، سپس برای  $\lambda > 1565$  به رفتار آشوبناک نزدیک می‌شود. برای نمونه همانند قبل در شکل ۱۱-ب تغییر رفتار ورق در  $\lambda = 1500$  از حالت آشوبناک به حرکت پریودیک با پریودیک یک مشهود است.





شکل ۱۲. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی بدون چاه انرژی غیرخطی و با چاه در موقعیت [۰/۴-۰/۶] و  $\Lambda = 15, \varphi = 2, \delta = 0.05$

**Fig. 12.** Bifurcation diagram for simply supported square plate without NES and with NES in location [0.6,0.4], and  $\ddot{a} = 0.05, \ddot{o} = 2, \dot{E} = 15$

در بازه  $6660 < \lambda < 6780$  رفتار پریودیک را نشان می‌دهد و ورق با چاه تا  $\lambda = 6820$  همین رفتار را دارد. سپس برای  $\lambda > 6780$  در ورق بدون چاه و  $\lambda > 6820$  در ورق با چاه، رفتار ورق پیچیده و نزدیک به حرکت آشوبناک می‌باشد.

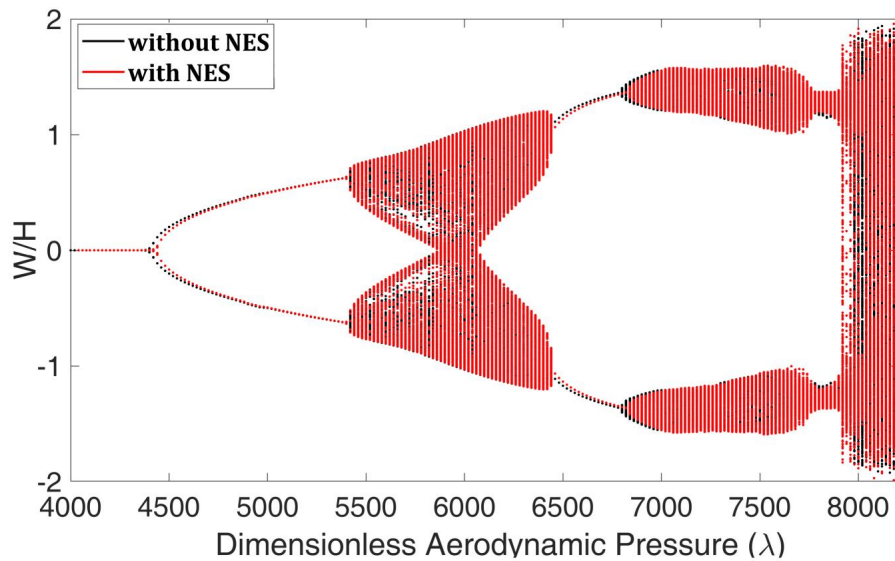
#### ۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق پایداری آیرودینامیکی و رفتارهای غیرخطی ورق چهارسر لولا با نسبت‌های منطری مختلف با استفاده از چاه انرژی غیرخطی در موقعیت‌های نصب مختلف، و در جریان آیرودینامیکی مافوق صوت با زوایای آزمون مختلف مورد بررسی قرار گرفت. مدل کلونین-ویت برای چاه انرژی غیرخطی و تئوری شبه‌پایای پیستون مرتبه اول برای مدل‌سازی جریان مافوق صوت در ورق مورد استفاده قرار گرفت. با انتخاب چاه انرژی غیرخطی حوالی مرز ورق و همچنین در انتهای جریان تاثیر در تغییر رفتار ورق مشاهده نمی‌شود. اما با انتخاب چاه انرژی در موقعیت‌هایی حدود میانه ورق در رفتار آن تغییر چشمگیری برای نسبت‌های منطری  $\varphi = 1$  و  $\varphi = 2$  ایجاد می‌شود، اما این تغییرات برای نسبت منطری  $\varphi = 4$  ناچیز است. تغییر زاویه آزمون تاثیر زیادی در رفتار دینامیکی ورق دارد به

رفتار پریودیک با پریود سه در ورق بدون چاه مشهود است سپس برای  $\lambda > 3650$  رفتار ورق پیچیده می‌شود. اما با استفاده از چاه انرژی غیرخطی، هم فلاتر تا  $\lambda = 1650$  به تاخیر می‌افتد و هم حرکت پریودیک با پریودیک تا  $\lambda = 4675$  ادامه خواهد داشت. ورق با چاه در بازه  $4925 < \lambda < 4725$  رفتار پریودیک با پریود سه را نشان می‌دهد سپس در بازه  $5100 < \lambda < 4950$  حرکت پریودیک با پریود متفاوت تبدیل می‌شود و دوباره در بازه  $5350 < \lambda < 5125$  به حرکت پریودیک با پریود یک تبدیل می‌شود. بعد از آن به جز در بازه  $5875 < \lambda < 5825$  که حرکت پریودیک با پریود سه می‌باشد در باقی فشارهای آیرودینامیک رفتار ورق پیچیده می‌شود.

#### ۳-۴-۳- برای نسبت منظر $\varphi = 4$

در شکل ۱۳، نمودار چندشاخگی، برای زاویه آزمون  $\Lambda = 15$  و فشار آیرودینامیکی بی‌بعد از  $\lambda = 4000$  تا  $\lambda = 8200$ ، برای نسبت منظر  $\varphi = 4$  رسم شده است. با توجه به شکل، تغییر رفتار محسوسی با استفاده از چاه انرژی غیرخطی مشاهده نمی‌شود، به طوری که آستانه فلاتر را از  $\lambda = 4400$  در ورق بدون چاه به  $\lambda = 4420$  در ورق با چاه تغییر می‌دهد. هر دو ورق تا  $\lambda = 5400$  رفتار پریودیک سپس تا  $\lambda = 6640$  رفتار پیچیده غیرخطی را بروز می‌دهند. ورق بدون چاه



شکل ۱۳. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی بدون چاه انرژی غیرخطی و با چاه در موقعیت [۰/۴-۰/۶] و  $\Lambda = 15, \varphi = 4, \delta = 0.05$

Fig. 13. Bifurcation diagram for simply supported square plate without NES and with NES in location [0.6,0.4], and

$$\ddot{a} = 0.05, \ddot{\delta} = 4, \dot{E} = 15$$

$$\frac{K^3 H^2}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2} \quad \text{—} \quad \text{3}$$

- $K$  سفتی غیرخطی بی‌بعد چاه انرژی
- $M_\infty$  عدد ماخ
- $m_W$  تعداد مدها در جهت  $x$
- $n_W$  تعداد مدها در جهت  $y$
- $\bar{A}P$  فشار آئرو دینامیکی، در جهت مثبت محور
- $q$  فشار آئرو دینامیک  $1/2 \rho_a V_\infty^2$
- $Q$  نیروی آئرو دینامیک تعمیم یافته
- $T$  انرژی جنبشی، J
- $U$  انرژی پتانسیل، J
- $V_\infty$  سرعت جریان، m/s
- $u, v$  جابجایی درون صفحه‌ای در طول و عرض
- $w$  جابجایی عرضی
- $\bar{w}$  مختصه بی‌بعد مکانی  $Z$

#### علائم یونانی

$$\beta \text{ فاکتور تصحیح تراکم پذیری } \sqrt{M_\infty^2 - 1}$$

طوری که محدوده حرکت پریودیک با افزایش زاویه آزمون کاهش می‌یابد. چاه انرژی غیرخطی، هم به واسطه وجود میرایی و هم به واسطه قابلیت عملکرد به‌عنوان جاذب دینامیکی، ظرفیت جذب انرژی ارتعاشی را دارد و مشاهده شد که اگر در محل مناسب نصب شود، با استفاده از آن می‌توان رفتارهای پیچیده غیرخطی مانند حرکت آشوبناک و ... را به رفتارهای ساده‌تر مانند حرکت پریودیک تبدیل کرد.

#### فهرست علائم

#### علائم انگلیسی

- $a$  طول ورق، m
- $b$  عرض ورق، m
- $\bar{C}$  دمپینگ بی‌بعد چاه انرژی  $\frac{C}{m} \sqrt{\frac{a^2}{\mu V_\infty^2}}$
- $D$  انعطاف خمشی ورق N.m
- $E$  مدول الاستیسیته،  $N/m^2$
- $H$  ضخامت ورق، m

$$\bar{K} \text{ سفتی خطی بی‌بعد چاه انرژی } \frac{K}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2}$$

flutter of composite panels under yawed supersonic flow using finite elements, AIAA journal, 37(9) (1999) 1025-1032.

- [9] M.S. Azzouz, A. Przekop, X. Guo, C. Mei, Nonlinear flutter of shallow shell under yawed supersonic flow using FEM, in: 44 th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2003.
- [10] K. Abdel-Motagaly, X. Guo, B. Duan, C. Mei, Active control of nonlinear panel flutter under yawed supersonic flow, AIAA journal, 43(3) (2005) 671-680.
- [11] M.R.F. M. Farrokh, Determination of the Flutter Instability Boundary of a Composite Wing Using Support Vector Machine, Amirkabir J. Mech. Eng, 50(4) (2018) 1-3. (in Persian)
- [12] M. Azzouz, Flow angle effects on supersonic flutter of clamped curved panels, in: 50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference 17th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 11th AIAA No, 2009, pp. 2595.
- [13] S.M. Hasheminejad, M.A. Motaaleghi, Aeroelastic analysis and active flutter suppression of an electro-rheological sandwich cylindrical panel under yawed supersonic flow, Aerospace Science and Technology, 42 (2015) 118-127.
- [14] N. Grover, D. Maiti, B. Singh, Flutter characteristics of laminated composite plates subjected to yawed supersonic flow using inverse hyperbolic shear deformation theory, Journal of Aerospace Engineering, 29(2) (2016) 04015038.
- [15] M. Hosseini, A.G. Arani, M.R. Karamizadeh, H. Afshari, S. Niknejad, Aeroelastic analysis of cantilever non-symmetric FG sandwich plates under yawed supersonic flow, Wind and Structures, 29(6) (2019) 457-469.
- [16] M.H. Majidi, M. Azadi, H. Fahham, Effect of CNT reinforcements on the flutter boundaries of cantilever trapezoidal plates under yawed supersonic fluid flow, Mechanics Based Design of Structures and Machines, (2020) 1-21.
- [17] H.-I. Guo, Y.-s. Chen, T.-z. Yang, Limit cycle

$\rho_a$  چگالی،  $\text{kg/m}^3$

$\tilde{n}_a$  چگالی هوا،  $\text{kg/m}^3$

$\mu$  نسبت بی بعد جرم سیال به ساختار  $\rho_a a / \rho H$

$x$  مختصه بی بعد مکانی

$\delta$  نسبت بی بعد ضخامت ورق به طول آن  $H / a$

$\rho$  نسبت طول به عرض ورق  $a / b$

$\xi$  نسبت بی بعد جرم چاه انرژی غیرخطی  $\frac{m_s}{\rho_\infty b^2}$

$\eta$  مختصه بی بعد مکانی  $y$

$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$  اجزای کرنش

$\tau$  زمان بی بعد  $t \sqrt{\frac{D}{\tilde{n}_m H a^4}}$

$\lambda$  فشار آئرودینامیک بی بعد  $\frac{\rho_\infty V_\infty^2 a^2}{\beta D}$

$\nu$  نسبت پواسن

$A$  زاویه آزیموس

## مراجع

- [1] E.H. Dowell, Nonlinear oscillations of a fluttering plate, AIAA journal, 4(7) (1966) 1267-1275.
- [2] E.H. Dowell, Nonlinear oscillations of a fluttering plate. II, AIAA journal, 5(10) (1967) 1856-1862.
- [3] C. Ventres, E. Dowell, Comparison of theory and experiment for nonlinear flutter of loaded plates, AIAA Journal, 8(11) (1970) 2022-2030.
- [4] E.H. Dowell, Panel flutter-A review of the aeroelastic stability of plates and shells, AIAA journal, 8(3) (1970) 385-399.
- [5] KARIAPPA, B. Somashekar, C. Shah, Discrete element approach to flutter of skew panels with in-plane forces under yawed supersonic flow, AIAA Journal, 8(11) (1970) 2017-2022.
- [6] P. Shyprykevich, J.W. Sawyer, Flutter of Orthotropic Panels at Arbitrary Yaw Angles-Experiment and Theory, Journal of Aircraft, 11(1) (1974) 15-20.
- [7] J.W. Sawyer, Flutter of elastically supported orthotropic panels including the effects of flow angle, (1974).
- [8] K. Abdel-Motaglay, R. Chen, C. Mei, Nonlinear

- (ISAV2017)), Sharif University of Technology, Iran, 2017.
- [27] J.N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*, CRC press, 2003.
- [28] E. Dowell, *Aeroelasticity of Wings and Shells*, Lyden: Noordhoff International Publishing Company, (1975) 1-9.
- [29] Y.M. Haddad, *Viscoelasticity of engineering materials*, Chapman & Hall, 2-6 Boundary Row, London, SE 1 8 HN, UK, 1995. 378, (1995).
- [30] S.S. Rao, *Vibration of continuous systems*, Wiley Online Library, 2007.
- [31] H. AsadiGorgi, M. Dardel, M.H. Pashaei, Effects of all-over part-through cracks on the aeroelastic characteristics of rectangular panels, *Applied Mathematical Modelling*, 39(23-24) (2015) 7513-7536.
- [32] N.E. Wierschem, J. Luo, M. Al-Shudeifat, S. Hubbard, R. Ott, L.A. Fahnestock, D.D. Quinn, D.M. McFarland, B. Spencer Jr, A. Vakakis, Simulation and testing of a 6-story structure incorporating a coupled two mass nonlinear energy sink, in: *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, American Society of Mechanical Engineers, 2012, pp. 1301-1308.
- oscillation suppression of 2-DOF airfoil using nonlinear energy sink, *Applied Mathematics and Mechanics*, 34(10) (2013) 1277-1290.
- [18] Y. Bichiou, M.R. Hajj, A.H. Nayfeh, Effectiveness of a nonlinear energy sink in the control of an aeroelastic system, *Nonlinear Dynamics*, 86(4) (2016) 2161-2177.
- [19] H. Guo, S. Cao, T. Yang, Y. Chen, Aeroelastic suppression of an airfoil with control surface using nonlinear energy sink, *Nonlinear Dynamics*, 94(2) (2018) 857-872.
- [20] C. Fernandez-Escudero, M. Gagnon, E. Laurendeau, S. Prothin, A. Ross, G. Michon, Experimental and Numerical Aeroelastic Analysis of Airfoil-Aileron System with Nonlinear Energy Sink, in: *Nonlinear Structures and Systems*, Volume 1, Springer, 2020, pp. 133-135.
- [21] B. Pidaparathi, S. Missoum, Stochastic optimization of nonlinear energy sinks for the mitigation of limit cycle oscillations, *AIAA journal*, 57(5) (2019) 2134-2144.
- [22] M. Taleshi, M. Dardel, M.H. Pashaie, Passive targeted energy transfer in the steady state dynamics of a nonlinear plate with nonlinear absorber, *Chaos, Solitons & Fractals*, 92 (2016) 56-72.
- [23] Y.-W. Zhang, H. Zhang, S. Hou, K.-F. Xu, L.-Q. Chen, Vibration suppression of composite laminated plate with nonlinear energy sink, *Acta Astronautica*, 123 (2016) 109-115.
- [24] H.-Y. Chen, X.-Y. Mao, H. Ding, L.-Q. Chen, Elimination of multimode resonances of composite plate by inertial nonlinear energy sinks, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 135 (2020) 106383.
- [25] J. Aghayari, p. safarpour, A. Rahi, s. bab, Optimal Reduction of the Vibration of the Flexible-Shaft-Disk-Blades System Using a Set of Nonlinear Energy Sinks on the Disk, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 52(12) (2019) 71-80. (in Persian)
- [26] A.K.M. H. Asadigorji, Passive Control of Flutter in Rectangular Plate in Supersonic Flow with an Attached Local Nonlinear Energy Sink, in: *7th International Conference on Acoustics & Vibration*

$$C_{Aero} = \frac{M_{\infty}^{\gamma} - \gamma}{M_{\infty}^{\gamma} - 1} \sqrt{\mu} C_w$$

$$C_w = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int \phi_m \phi_o d\xi \int \psi_n \psi_p d\eta$$

$$K_{Aero} = (F_w l \cos A + \frac{a}{b} F_w r \sin A)$$

$$F_w l = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \int \phi_m \phi_o' d\xi \int \psi_n \psi_p d\eta$$

$$F_w r = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \int \phi_m \phi_o' d\xi \int \psi_n \psi_p' d\eta$$

$$K_{sw} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn}(\tau) \phi_m(\zeta_e) \psi_n(\eta_e)$$

$$C_{sw} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \dot{q}_{mn}(\tau) \phi_m(\zeta_e) \psi_n(\eta_e)$$

$$NL_{qq} = q_s^r(\tau) \phi_m(\zeta_e) \psi_n(\eta_e)$$

$$NL_{swww} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=1}^M \sum_{n_1=1}^N \sum_{m_2=1}^M \sum_{n_2=1}^N q_{mn}(\tau) q_{m_1 n_1}(\tau) q_{m_2 n_2}(\tau) \phi_m(\zeta_e) \phi_{m_1}(\zeta_e) \phi_{m_2}(\zeta_e) \psi_n(\eta_e) \psi_{n_1}(\eta_e) \psi_{n_2}(\eta_e)$$

$$NL_{swwq} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=1}^M \sum_{n_1=1}^N q_{mn}(\tau) q_{m_1 n_1}(\tau) q_s(\tau) \phi_m(\zeta_e) \phi_{m_1}(\zeta_e) \psi_n(\eta_e) \psi_{n_1}(\eta_e)$$

$$NL_{swwq} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn}(\tau) q_s^r(\tau) \phi_m(\zeta_e) \psi_n(\eta_e)$$

$$NL_{www} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=1}^M \sum_{n_1=1}^N \sum_{m_2=1}^M \sum_{n_2=1}^N q_{mn}(\tau) q_{m_1 n_1}(\tau) q_{m_2 n_2}(\tau) \phi_m(\zeta_e) \phi_{m_1}(\zeta_e) \phi_{m_2}(\zeta_e) \psi_n(\eta_e) \psi_{n_1}(\eta_e) \psi_{n_2}(\eta_e)$$

$$NL_{wwq} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=1}^M \sum_{n_1=1}^N q_{mn}(\tau) q_{m_1 n_1}(\tau) q_s(\tau) \phi_m(\zeta_e) \phi_{m_1}(\zeta_e) \psi_n(\eta_e) \psi_{n_1}(\eta_e)$$

$$NL_{wqq} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn}(\tau) q_s^r(\tau) \phi_m(\zeta_e) \phi_m(\zeta_e) \psi_n(\eta_e) \psi_n(\eta_e)$$

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

H. Asadigorji, A. Karami Mohammadi, Using nonlinear energy sink to improve the dynamic behavior of rectangular plate under supersonic aerodynamic flow at different angles, Amirkabir J. Mech. Eng., 53 (6) (2021) 3511 - 3528.

DOI: [10.22060/mej.2021.18666.6874](https://doi.org/10.22060/mej.2021.18666.6874)



