



# Micro-Mechanical Damage Analysis of Al-TiC Particulate Reinforced Composites by Peridynamic Theory

M. Ahmadi<sup>1</sup>, H. Hosseini Toudeshky<sup>2\*</sup>, M. Sadighi<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

**ABSTRACT:** The aim of this study is microstructure modeling and deformation and damage analysis of aluminum-based metal matrix reinforced by TiC particles by using the Peridynamic theory and experiment. The particulate composite was fabricated by mixing aluminum and TiC powder and then the mixture was hot-extruded. Tensile tests were carried out to validate the Peridynamic model. Four representative volume elements were extracted from surface images of specimens. The location of Particles in the matrix was obtained by image processing. Due to restrictions on bond-based Peridynamic, state-based Peridynamic was utilized for modeling. Overall stress-strain curve, the destitution of equivalent stress and plastic strain, distribution of damage parameter, the total plastic stretch of all interactions, and the number of damaged interactions were used to analyze the results. At matrix surrounded by particles, matrix/particle interface, and narrow particles stress concentration were detected. The damage was initiated at these regions, but the damage was mostly propagated in matrix and matrix/particle interfaces. In the loading process, several damage mechanisms were initiated and propagated, and finally, a principal crack was created that led to the final fracture. By comparing scanning electron microscope images of the fractured surface, modeling, and experimental result, it is shown that the developed Peridynamic model can precisely predict the progressive damage behavior of particulate composites.

## Review History:

Received: Oct. 17, 2020

Revised: Dec. 30, 2020

Accepted: Jan. 23, 2021

Available Online: Jan. 25, 2021

## Keywords:

Aluminum-matrix composites

Peridynamics

Progressive damage growth

Quasi-static loading

## 1. INTRODUCTION

Due to the high wear resistance, stiffness, and strength to weight ratio compared to conventional alloys, Particulate Reinforced Composites (PRCs) have been widely used in the automotive, aerospace, and electronics industries [1].

There are several theoretical and numerical methods to model composites, and the most utilized method is the Finite Element Method (FEM) [2]. FEM uses spatial partial differential equations; therefore, it experiences difficulties at discontinuities such as cracks. In PRCs, this problem is more critical due to the existence of many sharp corners at the particle boundaries and voids. Consequently, fracture modeling needs additional techniques such as cohesive zone modeling, re-meshing, or extended finite element method [3].

Peridynamic (PD) theory [4] was presented to get over these complications. The PD equation of motion does not contain spatial derivatives; accordingly, it can be utilized in any discontinuities, such as cracks; therefore, no additional techniques are necessary for damage modeling. This formulation makes PD an excellent method for multi-scale modeling of multi-phase materials. While research on PD subjects is rapidly growing [5], additional research is necessary for validation against experimental data. PD is used

\*Corresponding author's email: hosseini@aut.ac.ir

for modeling the elastic deformation and damage behavior of homogeneous materials [6], and stress and damage investigation in composites [7]. Also, some studies predicted the deformation and damage behavior of dual-phase materials by employing the PD theory [8].

Microstructure-based modeling is an accurate method for predicting the elastoplastic and damage behavior of PRCs [9].

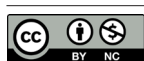
This study aims to utilize a PD theory for modeling the deformation and damage behavior of the PRCs. Due to limitations in bond-based PD, state-based PD was employed. In the computational framework of the state-based PD domain, methods were suggested for obtaining the surface correction factor and assigning interface properties and boundary conditions.

## 2. METHODOLOGY

Silling et al. [10] presented the concept of a state-based PD. As shown in Fig. 1, the material point  $k$  has displacement,  $\mathbf{u}_{(k)}$ , and position vector,  $\mathbf{y}_{(k)}$ . Each material point interacts with its family members. Family members are placed inside of the circle with a radius  $\tilde{\mathbf{a}}$  (horizon).

The PD equation of motion is given by:

$$\rho(x) \ddot{\mathbf{u}}(x, t) = \int_H \mu(\mathbf{x} - \mathbf{x}, t) \times (\mathbf{t}(\mathbf{u} - \mathbf{u}, \mathbf{x} - \mathbf{x}, t) - \mathbf{t}(\mathbf{u} - \mathbf{u}, \mathbf{x} - \mathbf{x}, t)) dH + \mathbf{b}(x, t) \quad (1)$$



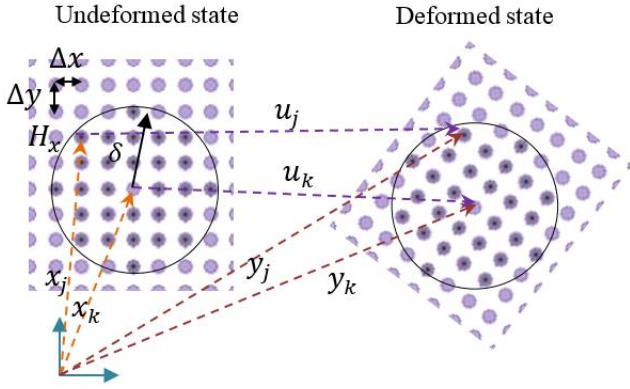


Fig. 1. Parameters definition in PD

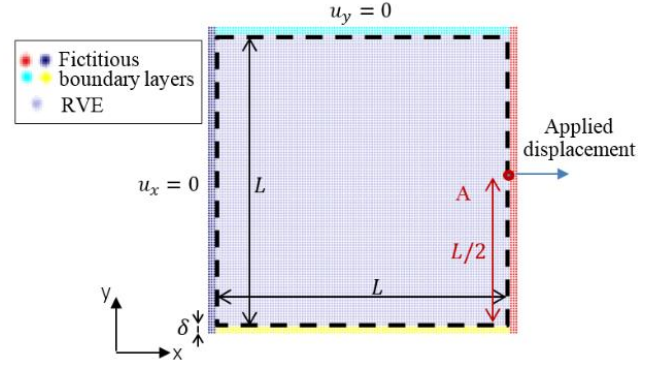


Fig. 2. The geometry of RVE and BCs

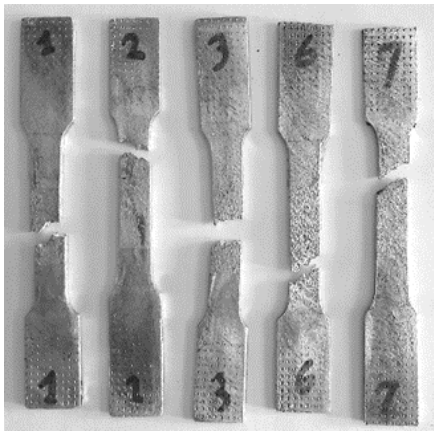


Fig. 3. specimens after failure

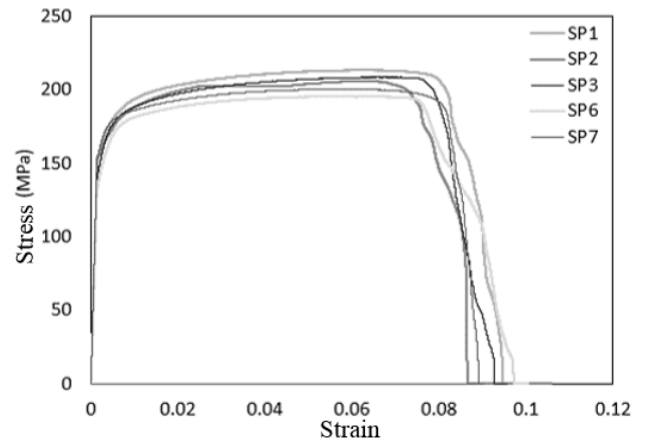


Fig. 4. stress-strain curve of specimens

where  $b_{(k)}$ ,  $V_{(k)}$ , and  $\rho_{(k)}$  are body load, volume, and mass density of material point  $k$ , respectively.  $\mu_{(k)(j)}$  is the  $k-j$  interaction damage parameter.  $t_{(k)(j)}$  is the force density vector of  $k-j$  interaction and is given by:

$$t_{(k)(j)} = \frac{1}{V_{(j)}} \frac{\partial W_{(k)}}{\partial (|y_{(j)} - y_{(k)}|)} \frac{y_{(j)} - y_{(k)}}{|y_{(j)} - y_{(k)}|} \quad (2)$$

where  $W_{(k)}$  is strain energy density. Eq. (1) can be written in the discretized form:

$$\rho_{(k)} \ddot{u}_{(k)} = \sum_{j=1}^N \mu_{(k)(j)} (t_{(k)(j)} - t_{(j)(k)}) V_{(j)} + b_{(k)} \quad (3)$$

The Representative Volume Element (RVE) was modeled as a square with length  $L$  and thickness  $h$  (Fig. 2). Material points were distributed with equal distance  $\Delta x$  in  $x$  and  $y$ -direction and  $h = \Delta x$ .

Four fictitious layers with width  $\delta$  were attached to the RVE to implement Boundary Conditions (BCs) as depicted in Fig. 2.

### 3. RESULTS AND DISCUSSION

In Fig. 3 specimens after failure are depicted, and the stress-strain curve of specimens is shown in Fig. 4.

The overall stress-strain curves of RVEs modeled by PD theory are shown in Fig. 5 that are consistent with experimental results (Fig. 4).

By evaluating damage patterns (Fig. 6), damage initiation occurred in three areas, i.e., trapped aluminum matrix, the thin TiC particles, and interfaces of matrix-particle. Fracture of coarse TiC particles did not frequently happen. Multiple microcracks were initiated and propagated in the RVEs.

In Fig. 7 SEM images of the fractured specimens are shown, in this figure fracture mechanisms of TiC particle and matrix fracture and debonding of particle and matrix is observed.

### 4. CONCLUSIONS

This study has successfully employed the PD theory to model the deformation and damage behavior of aluminum/TiC particulate composite. The geometry of TiC particles was extracted by using the image processing method. Particle, matrix, and interface damages were predicted and were verified by using experimental results and SEM images. Main plastic

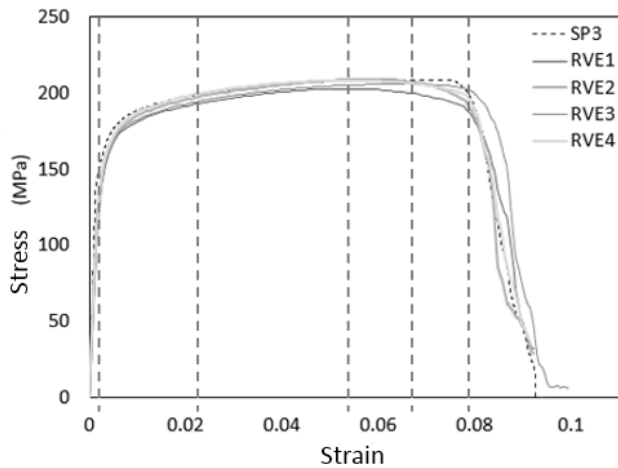


Fig. 5. stress-strain curve of RVEs

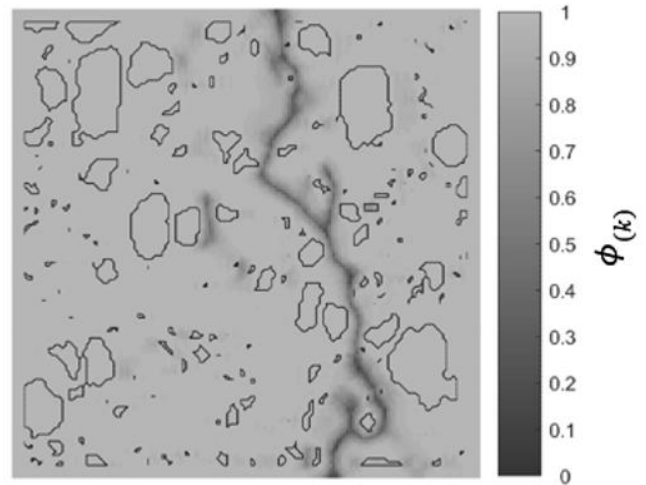


Fig. 6. Distribution of damage parameter,  $\phi_k$

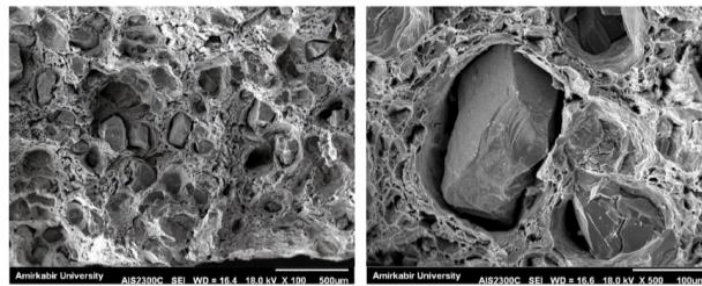


Fig. 7. SEM images of the fractured specimens

deformation happened in the matrix. The stress concentration happened at the sharp corners of particles. The damage was initiated at the sandwiched matrix, the thin particles, and matrix/particle interfaces. In the loading process, several microcracks are initiated and propagated, then microcracks were coalesced and made the principal crack.

## REFERENCES

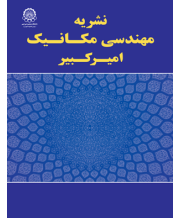
- [1] S. Prabanjan, K. Karthick, J.R. Kumar, S. Ramkumar, A.R. Ahmed, Wear behavior and metallurgical characteristics of particle reinforced metal matrix composites produced by hardfacing: A review, *Materials Today: Proceedings*, (2020).
- [2] J.N. Dastgerdi, G. Marquis, B. Anbarlooie, S. Sankaranarayanan, M. Gupta, Microstructure-sensitive investigation on the plastic deformation and damage initiation of amorphous particles reinforced composites, *Composite Structures*, 142 (2016) 130-139.
- [3] D. Krause, A physically based micromechanical approach to model damage initiation and evolution of fiber reinforced polymers under fatigue loading conditions, *Composites Part B: Engineering*, 87 (2016) 176-195.
- [4] S.A. Silling, Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(1) (2000) 175-209.
- [5] A. Javili, R. Morasata, E. Oterkus, S. Oterkus, *Peridynamics review, Mathematics and Mechanics of Solids*, 24(11) (2019) 3714-3739.
- [6] H. Zhang, P. Qiao, A two-dimensional ordinary state-based peridynamic model for elastic and fracture analysis, *Engineering Fracture Mechanics*, 232 (2020) 107040.
- [7] M. Rädcl, C. Willberg, D. Krause, Peridynamic analysis of fibre-matrix debond and matrix failure mechanisms in composites under transverse tensile load by an energy-based damage criterion, *Composites Part B: Engineering*, 158 (2019) 18-27.
- [8] M. Ahmadi, H. Hosseini-Toudeshky, M. Sadighi, Peridynamic micromechanical modeling of plastic deformation and progressive damage prediction in dual-phase materials, *Engineering Fracture Mechanics*, 235(C) (2020).
- [9] S. Yin, Y. Xie, J. Cizek, E.J. Ekoi, T. Hussain, D.P. Dowling, R. Lupoi, Advanced diamond-reinforced metal matrix composites via cold spray: properties and deposition mechanism, *Composites Part B: Engineering*, 113 (2017) 44-54.
- [10] S.A. Silling, M. Epton, O. Weckner, J. Xu, E. Askari, Peridynamic states and constitutive modeling, *Journal of Elasticity*, 88(2) (2007) 151-184.

**HOW TO CITE THIS ARTICLE**

*M. Ahmadi, H. Hosseini Toudeshky, M. Sadighi, Micro-Mechanical Damage Analysis of Al-TiC Particulate Reinforced Composites by Peridynamic Theory, Amirkabir J. Mech Eng., 53(8) (2021): 1107-1110.*

**DOI:** [10.22060/mej.2021.19143.6958](https://doi.org/10.22060/mej.2021.19143.6958)





## بررسی رفتار میکرومکانیکی خرابی کامپوزیت ذره‌ای آلومینیوم-کاربید تیتانیوم با استفاده از تئوری پری‌داینامیک

مرتضی احمدی<sup>۱</sup>، حسین حسینی تودشکی<sup>۲\*</sup>، مجتبی صدیقی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

<sup>۲</sup> دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۷/۲۶

بازنگری: ۱۳۹۹/۱۰/۱۰

پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۰۴

ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۱۱/۰۶

### کلمات کلیدی:

کامپوزیت ذره‌ای

پری‌داینامیک

رشد هم‌زمان خرابی

بارگذاری شبه استاتیکی

**خلاصه:** هدف از این پژوهش مدل‌سازی میکرومکانیکی و آنالیز رفتار تغییرشکل و خرابی کامپوزیت ذره‌ای زمینه آلومینیومی تقویت‌شده با ذرات کاربید تیتانیوم با استفاده از تئوری پری‌داینامیک و آزمون تجربی می‌باشد. کامپوزیت ذره‌ای، با مخلوط ذرات آلومینیوم و کاربید-تیتانیوم و با اکستروود گرم تهیه گردید. نمونه‌ها تحت آزمون کشش شبه استاتیکی قرار گرفته و از نتایج آزمون تجربی جهت راستی‌آزمایی مدل‌سازی استفاده شد. با استفاده از تصاویر گرفته شده از سطح نمونه، چهار حجمک‌نماینده انتخاب و با به کارگیری پردازش تصویر، مرز ذرات به دست آورده شد. برای مدل‌سازی، با توجه به محدودیت‌های تئوری پری‌داینامیک بر پایه‌ی اتصال، از پری‌داینامیک بر پایه‌ی حالت استفاده گردید. برای تحلیل نتایج مدل‌سازی، از نمودار تنش- کرنش، توزیع تنش و کرنش پلاستیک معادل، توزیع پارامتر خرابی، جمع کرنش پلاستیک همه‌ی برهم‌کنش‌ها و تعداد برهم‌کنش‌های شکسته شده استفاده گردید. با آنالیز نتایج، مقدار تنش در سه منطقه، شامل ماتریس محصور شده بین ذرات نزدیک به هم، مرز ماتریس-ذرات و ذرات با عرض کم بیشتر از بقیه مناطق مشاهده گردید. شروع خرابی نیز در این مناطق به وقوع پیوست، ولی توسعه‌ی خرابی بیشتر در ماتریس و مرز ماتریس-ذرات مشاهده شد. در حین بارگذاری، هم‌زمان چندین خرابی ایجاد شد و در نهایت، ترک اصلی باعث شکست نهایی حجمک نماینده گردید. با مقایسه نتایج مدل‌سازی، تجربی و تصاویر میکروسکوپ الکترونی نشان داده شد که مدل توسعه‌یافته پری‌داینامیک بخوبی رفتار خرابی پیش‌رونده‌ی در کامپوزیت ذره‌ای را پیش‌بینی کرده است.

### ۱- مقدمه

می‌شود توزیع ذرات یکنواخت باشد و جهت مدل‌سازی در برخی تحقیقات توزیع ذرات، به صورت یکنواخت در نظر گرفته شده است. ولی در عمل این توزیع یکنواخت نیست. تحقیقات زیادی در خصوص تأثیر توزیع ذرات بر روی خواص مکانیکی انجام شده است. کنلون و ویلکینسون [۲] تأثیر توزیع ذرات بر استحکام تسلیم و خرابی در آلیاژهای دوفازی، شامل زمینه آلومینیومی و ذرات تقویت‌کننده بررسی کردند. هنگ و همکاران [۳] تأثیر توزیع ذرات در کامپوزیت‌های ذره‌ای زمینه آلومینیوم با ذرات تقویت‌کننده‌ی کاربید سیلیسیوم را بر روی استحکام کششی و چقرمگی شکست مورد بررسی قرار دادند. مکانیزم خرابی در کامپوزیت‌های ذره‌ای شامل شکست فاز تقویت‌کننده، جدایش زمینه (ماتریس) از فاز تقویت‌کننده، ترک در

در سال‌های اخیر، کامپوزیت‌های ذره‌ای توسعه زیادی در کاربردهای سازه‌های هوایی و زمینی داشته‌اند. این مواد، به دلیل نسبت استحکام به وزن مناسبی که دارند مورد توجه تحقیقات زیادی قرار گرفته‌اند. با وجود این، چالش‌هایی از جمله توزیع یکنواخت ذرات سخت در زمینه، اطلاعات محدود در خصوص اتصال فاز نرم و ذرات و همچنین مدل‌سازی پیچیده برای این مواد وجود دارد. مطالعه بر روی رفتار این مواد تحت بارگذاری، شامل تغییر شکل و مکانیزم‌های شکست در کامپوزیت‌های ذره‌ای، امری لازم برای طراحی و ساخت این نوع از مواد می‌باشد [۱]. در ساخت این کامپوزیت‌ها، سعی

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: hosseini@aut.a.ir





ماتریس می‌باشد. این مودهای خرابی تأثیر زیادی بر رفتار و عملکرد این مواد دارد؛ بنابراین برای توسعه به کارگیری کامپوزیت‌های ذره‌ای و ایجاد کامپوزیت‌های ذره‌ای جدید، لازم است که دانش کاملی از میکرومکانیک فرایند خرابی ایجاد گردد [۴].

مدل المان چسبنده، به صورت گسترده‌ای برای مدل‌سازی خرابی‌های جدایش در کامپوزیت‌ها مورداستفاده قرار گرفته است. در این مدل، یک رابطه بین نیرو و جابجایی فرض می‌شود. با استفاده از این روش در المان محدود، می‌توان اتصال دو ماده را مدل‌سازی نمود. با وجود این، مدل‌سازی رشد هم‌زمان چندین خرابی در مواد چند فازی با اشکال نامنظم دارای مشکلاتی نظیر همگرایی می‌باشد [۵].

پری‌داینامیک<sup>۱</sup>، تئوری غیر محلی است که تئوری مکانیک محیط پیوسته کلاسیک را به دینامیک مولکولی مرتبط می‌سازد [۶]. در این تئوری، جسم به مجموعه‌ای از ذرات مادی تقسیم شده و رفتار جسم با استفاده از برهم‌کنش‌های بین ذرات توصیف می‌گردد. هر یک از این ذرات مادی با یک سری ذرات در محدوده‌ی اطراف خود در حال تعامل است. در تئوری‌های محلی، این محدوده به ذرات مجاور محدود می‌شود، در حالی که در روش‌های غیر محلی مانند پری‌داینامیک تأثیر اطراف دورتر نیز در نظر گرفته می‌شود. در معادلات حرکت این تئوری مشتق مکانی وجود ندارد و این مزیت باعث می‌گردد معادلات حرکت در تمام نقاط جسم از جمله ناپیوستگی‌ها و ترک‌ها قابل استفاده باشد.

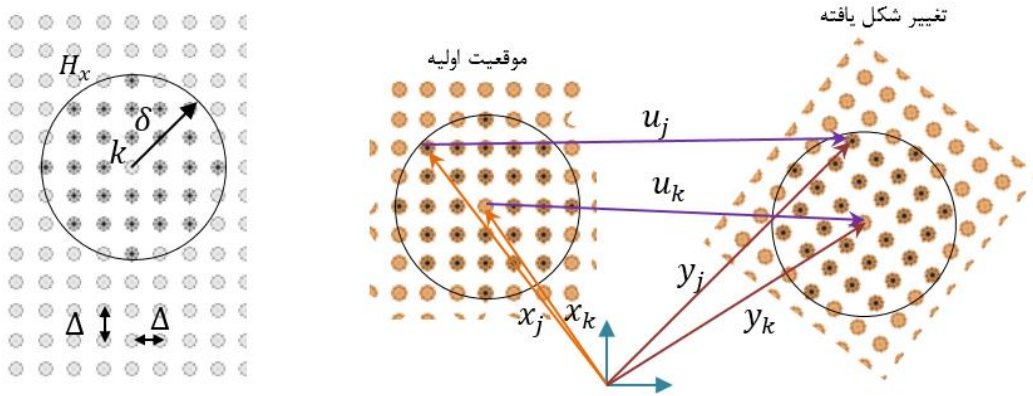
در پری‌داینامیک برهم‌کنش بین دو ذره، با تابعی که به خصوصیات مواد ارتباط دارد، توصیف می‌شود. این فرمولاسیون، مدل‌سازی انواع گوناگون مواد در ابعاد مختلف را امکان‌پذیر می‌کند. سیلینگ [۷] نشان داد که پری‌داینامیک به درستی می‌تواند پدیده‌های فیزیکی و رفتار مواد را مدل‌سازی کند. در اولین فرمولاسیون این تئوری که بعداً به پری‌داینامیک بر پایه اتصال معروف شد، برهم‌کنش بین ذرات با استفاده از تابع برهم‌کنش مدل‌سازی شد. این فرض نیازمند این بود که بردار نیروی بین دو ذره هم اندازه و در جهت مخالف هم باشند. این فرض باعث می‌شود که ضریب پواسون در پری‌داینامیک بر پایه اتصال به عدد یک چهارم محدود گردد. همچنین، در پری‌داینامیک بر پایه اتصال، نمی‌توان تغییر شکل حجمی را از تغییر شکل اعوجاجی مجزا نمود. به همین دلیل این فرمولاسیون برای در نظر گرفتن غیر

1 Peridynamic

قابل تراکم بودن منطقه پلاستیک مناسب نیست [۸]. برای حل این محدودیت‌ها، سیلینگ و همکاران [۹] یک فرمولاسیون جامع‌تر برای پری‌داینامیک معرفی کردند که پری‌داینامیک بر پایه حالت نام‌گذاری شد. در این نوع پری‌داینامیک، بردار نیروی بین دو ذره در جهت مخالف هم هستند ولی دیگر لازم نیست دارای اندازه یکسان باشند. این امر قابلیت مدل‌سازی رفتار مواد الاستیک غیر خطی، پلاستیک، ویسکو الاستیک و ویسکو پلاستیک را فراهم می‌نماید.

تحقیقات محدودی در خصوص استفاده از پری‌داینامیک جهت مدل‌سازی میکرومکانیکی مواد چند فازی وجود دارد. انبارلویی و همکاران [۱۰]، خرابی را برای فولاد دو فاز (که شامل فاز نرم فریت و فاز سخت مارتنزیت هست) را با استفاده از پری‌داینامیک مدل‌سازی نمودند. مواد در ابعاد میکرو به صورت دو بعدی و با استفاده از توزیع حقیقی ذرات مدل‌سازی شده است. در این تحقیق از پری‌داینامیک بر پایه اتصال استفاده شده و رفتار پلاستیک مدل‌سازی نشده است. در این تحقیق نشان داده شده است که رفتار خرابی پیش‌بینی شده دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی است. همچنین در تحقیقی مشابه [۱۱] رفتار جابجایی پلاستیک و خرابی فولاد دو فاز با استفاده از پری‌داینامیک بر پایه اتصال مدل‌سازی شده است. در این تحقیق نشان داده شده است که پری‌داینامیک بر پایه اتصال به شکل بهتری می‌تواند نمودار تنش-کرنش را پیش‌بینی نماید.

در تحقیقات انجام شده، مدل‌سازی میکرومکانیکی کامپوزیت‌های ذره‌ای با استفاده از روش‌های المان محدود دارای مشکلات در همگرایی هنگام مدل‌سازی رشد خرابی، به دست آوردن پارامترهای معیار رشد خرابی با استفاده از خواص ماده یا آزمون تجربی و مدل‌سازی ایجاد و رشد خرابی در چندین نقطه به صورت هم‌زمان می‌باشد. تئوری پری‌داینامیک با برطرف کردن این مشکلات، روش مناسبی برای مدل‌سازی خرابی مخصوصاً در میکروساختار مواد کامپوزیتی می‌باشد. در این پژوهش، با توجه به اهمیت به کارگیری توزیع و شکل واقعی ذرات کاربید تیتانیوم، تصویر از سطح نمونه گرفته شده و با استفاده از پردازش تصویر موقعیت ذرات به دست آورده شد. با توجه به قابلیت پری‌داینامیک جهت مدل‌سازی خرابی پیش‌رونده، از نوع برپایه‌ی حالت آن استفاده گردید تا رفتار پلاستیک و خرابی غیرخطی را بتوان مدل‌سازی نمود. برای مدل‌سازی میکرومکانیکی مواد تشکیل‌دهنده، اعمال شرایط مرزی و تعیین پارامترهای پری‌داینامیک مدل توسعه



شکل ۱. توزیع ذرات و پارامترهای پری‌دینامیک

Fig. 1. Material points and Peridynamic parameters

یک و برای برهم‌کنش خراب شده دارای مقدار صفر می‌باشد [۱۲]. معادله حرکت را می‌توان به صورت:

$$\rho_{(k)} \ddot{u}_{(k)} = \sum_{j=1}^N \mu_{(k)(j)} (t_{(k)(j)} - t_{(j)(k)}) V_{(j)} + b_{(k)} \quad (2)$$

نوشت که در آن چگالی نیرو  $t_{(k)(j)}$  به صورت:

$$t_{(k)(j)} = \frac{1}{V_{(j)}} \frac{\partial W_{(k)}}{\partial (|y_{(j)} - y_{(k)}|)} \frac{y_{(j)} - y_{(k)}}{|y_{(j)} - y_{(k)}|} \quad (3)$$

تعریف می‌گردد که  $W_{(k)}$  چگالی انرژی کرنشی پری‌دینامیک است. چگالی انرژی کرنشی را می‌توان به دو جزء:

$$W_{(k)}^k = a_k \theta_{(k)}^2 \quad (4)$$

و

$$W_{(k)}^\mu = \left\{ b \sum_{j=1}^N \delta |x_{(j)} - x_{(k)}| S_{(k)(j)}^2 V_{(j)} - a_\mu \theta_{(k)}^2 \right\} \quad (5)$$

تقسیم کرد که در آن:

$$\theta_{(k)} = d \sum_{j=1}^N \delta s_{(k)(j)} \frac{y_{(j)} - y_{(k)}}{|y_{(j)} - y_{(k)}|} V_{(j)} \quad (6)$$

و  $S_{(k)(j)}$  که متغییر کشش نامیده می‌شود و به صورت:

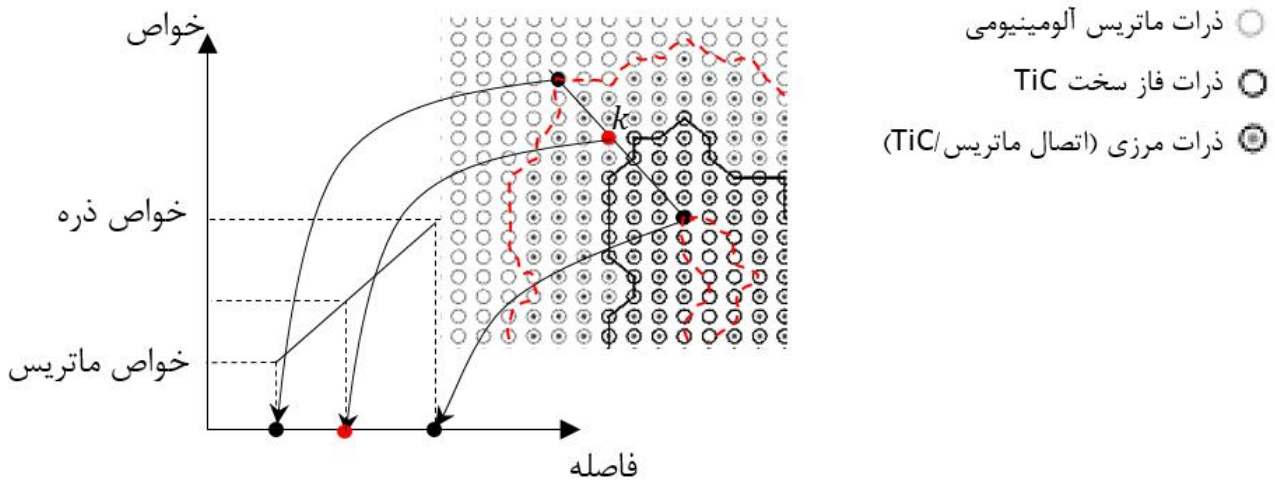
داده شد. نتایج مدل‌سازی به دست آمده با نتایج تجربی حاصل از آزمون کشش، تصاویر میکروسکوپ الکترونی از سطح شکست و پژوهش‌های مشابه مقایسه و مورد تحلیل قرار گرفت. بدین وسیله، نشان داده شد که مدل توسعه‌یافته پری‌دینامیک، می‌تواند به خوبی رفتار میکروساختار کامپوزیت ذره‌ای را تحت بارگذاری شبه استاتیکی پیش‌بینی نماید.

## ۲- تئوری پری‌دینامیک

در تئوری پری‌دینامیک، جسم  $B$  به تعداد  $N$  ذره تبدیل می‌گردد. هر ذره  $k$  با ذرات  $j$  موجود در افق خود دارای برهم‌کنش می‌باشد (شکل ۱). ذرات  $j$  خانواده‌ی ذره  $k$  نامیده می‌شوند. متداول‌ترین نوع افق  $(H_x)$ ، دایره‌ای به شعاع سه برابر فاصله ذرات می‌باشد. موقعیت اولیه هر ذره  $k$  با  $x_{(k)}$  و موقعیت تغییر شکل یافته آن با  $y_{(k)}$  تعریف می‌شود. هر ذره، دارای حجم  $V_{(k)}$  و چگالی جرمی  $\rho(x_{(k)}, t)$ ، جابجایی  $u_{(k)}(x_{(k)}, t)$  و نیروی حجمی  $b_{(k)}(x_{(k)}, t)$  می‌باشد. معادله حرکت پری‌دینامیک به صورت:

$$\rho(x) \ddot{u}(x, t) = \int_H \mu(x - x', t) (t(u - u', x - x', t) - t(u' - u, x' - x, t)) dH + b(x, t) \quad (1)$$

می‌باشد که در آن  $\mu$  یک تابع دو مقداری خرابی برهم‌کنش میان ذره  $k$  و  $j$  است. برای برهم‌کنش سالم،  $\mu$  دارای مقدار



شکل ۲. اختصاص خواص ذره  $k$  واقع در منطقه‌ی ماتریس/ذره  
**Fig. 2. Assign material properties for material point  $k$**

جنس متفاوت در افقشان هستند. در این تحقیق، برای ذره  $k$  واقع شده در این مناطق، هر یک از خواص ماده متناسب با فاصله‌ی ذره از مرز دو ماده به دست آورده می‌شود (شکل ۲).

با قراردادن رابطه‌ی (۵) در رابطه‌ی (۳) چگالی نیرو به صورت:

$$t_{(k)(j)} = (a_x - a_G) 2\delta d \frac{\Lambda_{(k)(j)}}{|x_{(j)} - x_{(k)}|} \theta_{(k)} + 2\delta b s_{(k)(j)} \quad (9)$$

حاصل می‌گردد که در آن:

$$\Lambda_{(k)(j)} = \frac{x_{(j)} - x_{(k)}}{|x_{(j)} - x_{(k)}|} \cdot \frac{y_{(j)} - y_{(k)}}{|y_{(j)} - y_{(k)}|} \quad (10)$$

در پری‌دینامیک بر پایه حالت، برخلاف پری‌دینامیک بر پایه اتصال،  $t_{(k)(j)}$  دارای رفتار غیر خطی می‌باشد. این موضوع، امکان مدل‌سازی جابجایی پلاستیک را فراهم می‌نماید.

از آنجایی که محاسبه‌ی تنش به صورت مستقیم در پری‌دینامیک امکان‌پذیر نمی‌باشد، برای محاسبه‌ی آن یک برش در نمونه زده شده و تمام برهم‌کنش‌های قطع شده توسط این برش مشخص می‌گردد. سپس مجموع نیروی برآیند در جهت افقی از رابطه‌ی:

$$F = \sum (t_{kj}^x - t_{jk}^x) \cdot V_{(k)}^2 \quad (11)$$

به دست می‌آید که در آن  $t_{kj}^x$ ، تصویر  $t_{kj}$  بر محور افقی می‌باشد.

$$S_{(k)(j)} = \frac{|y_j - y_{(k)}| - |x_{(j)} - x_{(k)}|}{|x_{(j)} - x_{(k)}|} \quad (7)$$

تعریف می‌گردد. پارامترهای  $a_k$ ،  $a_G$ ،  $d$  و  $b$  تابعی از خواص مواد هستند و برای مدل‌سازی دو بعدی با افق دایره‌ای به صورت:

$$d = \frac{2}{\pi h \delta^3}, \quad b = \frac{6G}{\pi h \delta^4}, \quad a_k = \kappa \quad \text{and} \quad a_G = 2G \quad (8)$$

محاسبه می‌شوند [۱۲]. در این رابطه  $G$  مدول برشی بوده و پارامترهای  $b$  و  $d$  به اندازه‌ی افق بستگی دارند. بنابراین، استفاده از رابطه‌ی (۸) زمانی صحیح می‌باشد که ذره‌ی  $k$  در نزدیکی مرز جسم یا مرز دو ماده نباشد. روند اصلاح این پارامترها برای ماده‌ی همگن در نزدیکی مرز جسم در مرجع [۱۲] ارائه شده است. در جسم دارای دو ماده‌ی متفاوت، علاوه بر مرز جسم در منطقه‌ی مرزی دو ماده هم باید این پارامترها اصلاح گردند.

در شکل ۲ ذرات به سه گروه ذرات ماتریس، ذرات کاربید تیتانیوم و ذرات مرزی تقسیم شده‌اند. در ذرات ماتریس و ذرات کاربید تیتانیوم، ذره‌ی  $k$  و همه‌ی خانواده‌اش به ترتیب در ماتریس و کاربید تیتانیوم قرار دارند. در ذرات مرزی ذره‌ی  $k$  در ماتریس بوده ولی حداقل یکی از خانواده‌اش در کاربید تیتانیوم است یا به صورت برعکس ذره‌ی  $k$  در TiC بوده ولی حداقل یکی از خانواده‌اش در ماتریس می‌باشد. منطقه‌ی مرزی دو ماده، شامل ذراتی است که دارای ذرات با



با به دست آمدن نیروی برآیند  $F$ ، تنش در جهت افقی با تقسیم  $F$

برای به دست آوردن توزیع تنش در جسم، با استفاده از رابطه (۱۲) تنش معادل را می‌توان به صورت:

$$\sigma_{(k)} = \sqrt{6\mu W_{(k)}^G (S_{(k)(j)}^e)} \quad (17)$$

به دست آورد. برای به دست آوردن کمیتی برای بررسی رفتار پلاستیک ماده متغیر  $S_p$  به صورت:

$$S_p = \frac{\sum S_{(k)(j)}^p}{28 N} \quad (18)$$

تعریف گردید که حاصل جمع  $S_{(k)(j)}^p$  برای تمام برهم‌کنش‌ها بوده و بر عدد ۲۸ (تعداد نقاط در همسایگی هر نقطه) و  $N$  تقسیم شده است.

## ۲-۲ مدل‌سازی خرابی

برای تعریف معیار خرابی، کار لازم برای از بین رفتن تمام برهم‌کنش‌های یک ذره را می‌توان به نرخ بحرانی انرژی رها شده نسبت داد [۱۳]. نرخ انرژی رها شده ( $J_{(k)(j)}$ ) در پری‌داینامیک از رابطه‌ی:

$$J_{(k)(j)} = \frac{1}{(\Delta x)h} w_{(k)(j)} V_{(k)} V_{(j)} \quad (19)$$

به دست می‌آید که در آن:

$$w_{(k)(j)} = \int_0^{S_{(k)(j)}} t_{(k)(j)} |x_j - x_k| dS_{(k)(j)} \quad (20)$$

می‌باشد. چگالی انرژی کرنشی را می‌توان به صورت:

$$W_{(k)} = \frac{1}{4} \sum_{j=1, j \neq k}^{\infty} (w_{(k)(j)} + w_{(j)(k)}) V_{(j)} \quad (21)$$

تعریف کرد؛ بنابراین معیار خرابی به صورت:

$$J_{(k)(j)} \geq \frac{J_C}{N_C} \quad (22)$$

با به دست آمدن نیروی برآیند  $F$ ، تنش در جهت افقی با تقسیم  $F$  بر سطح مقطع برش حاصل می‌گردد.

## ۱-۲ مدل‌سازی رفتار پلاستیک

تسلیم برای ذره  $k$  زمانی اتفاق می‌افتد که  $W_{(k)}^G$  به مقدار انرژی کرنشی متناظر با تنش تسلیم اولیه  $\sigma_1$  برسد:

$$W_{(k)}^G (S_{(k)(j)}^e) = \frac{\sigma_1^2}{6G} \quad (12)$$

تابع تسلیم  $F_{(k)}$  با در نظر گرفتن کار سختی به صورت:

$$F_{(k)} = W_{(k)}^G (S_{(k)(j)}^e) - \frac{(\sigma(S_{(k)}^p))^2}{6G} \quad (13)$$

تعریف می‌گردد که در آن  $\sigma(S_{(k)}^p)$  تنش تسلیم نهایی با توجه به کار سختی و  $S_{(k)}^p$  کشش معادل پلاستیک می‌باشد. تغییرات کشش در هر پله بارگذاری برای برهم‌کنش دو ذره  $k$  و  $j$  برابر با:

$$\Delta S_{(k)(j)} = \Delta S_{(k)(j)}^e + \Delta S_{(k)(j)}^p \quad (14)$$

است. مدنی و همکاران [۱۳] برای محاسبه‌ی  $\Delta S_{(k)(j)}^p$  رابطه‌ی:

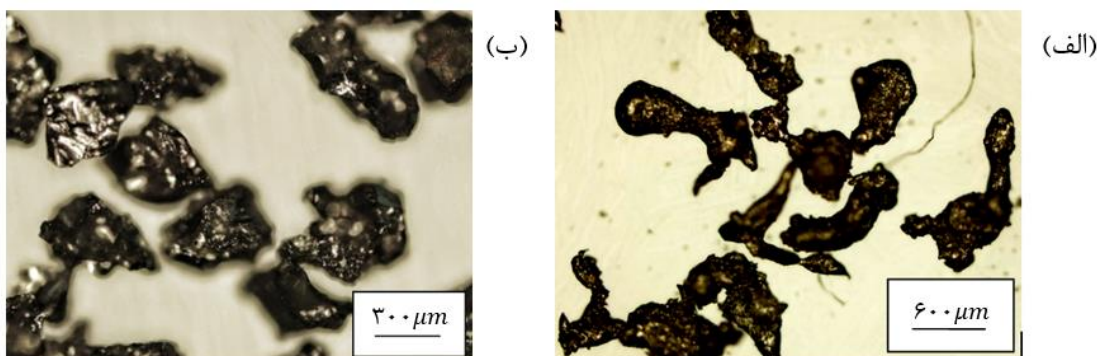
$$\Delta S_{(k)(j)}^p = C_{(k)} \left( \frac{1}{2\delta b} |x_{(j)} - x_{(k)}| t_{(k)(j)} + \frac{d}{b} a_G \left( 1 - \frac{a_x}{a_G} \right) \Lambda_{(k)(j)} \theta_{(k)} \right) \quad (15)$$

را پیشنهاد دادند که این رابطه را می‌توان به صورت زیر ساده نمود:

$$\Delta S_{(k)(j)}^p = C_{(k)} \left( S_{(k)(j)} |x_{(j)} - x_{(k)}| \right) \quad (16)$$

در این رابطه  $C_{(k)}$  با صفر قرار دادند تابع تسلیم به دست می‌آید. با به دست آمدن  $S_{(k)(j)}^p$ ، مقدار  $S_{(k)(j)}^e$  به دست می‌آید.

روابط (۵)، (۶) و (۸) که داری متغیر  $S_{(k)(j)}$  می‌باشند فقط برای محدوده‌ی الاستیک صحیح هستند. برای استفاده از این روابط در محدوده‌ی پلاستیک، باید  $S_{(k)(j)}$  به دو جزء  $S_{(k)(j)}^e$  و  $S_{(k)(j)}^p$  (جزء الاستیک و پلاستیک) تقسیم گردد و در این روابط باید متغیر



شکل ۳. تصویر میکروسکوپ نوری از ذرات پودر آلومینیم خالص (الف) و کاربید تیتانیوم (ب)  
**Fig. 3. Images of aluminum and TiC particles**

تیتانیوم با استفاده از امکانات پژوهشگاه مواد و انرژی تهیه گردید. پودر آلومینیم خالص تهیه شده از مؤسسه شیمیایی پویا مورداستفاده قرار گرفته است که تصویر میکروسکوپ نوری در شکل ۳(الف) نمایش داده شده است. پودر کاربید تیتانیوم ساخت شرکت اوکراینی مورد استفاده قرار گرفته است که تصویر میکروسکوپ نوری از ذرات پودر تیتانیوم کاربرد در شکل ۳(ب) نمایش داده شده است.

یک مخلوط پودری متشکل از ۲۰ درصد وزنی پودر کاربید تیتانیوم و ۸۰ درصد وزنی پودر آلومینیم خالص تهیه شده و سپس جهت ایجاد یک اختلاط مناسب، به مدت ۳۰ دقیقه مخلوط آسیاب گردید. در ادامه مخلوط در محفظه‌های مسی ریخته و پرس خشک انجام شد. در ادامه با استفاده از یک دستگاه اکسترودر گرم، عملیات اکسترودر در دمای ۴۲۰ درجه سانتیگراد انجام شد، میله با قطر ۱۷ میلی‌متر به دست آمد. در نهایت با برش و ماشین‌کاری میله‌ی حاصل شده ۵ نمونه‌ی کشش برای انجام آزمون تهیه گردید. در شکل ۴، توزیع ذرات در ماتریس (آلومینیوم) برای محصول نهایی نمایش داده شده است.

برای انجام آزمون کشش، از دستگاه کشش مدل هیوا، با ظرفیت ۵۰۰ ton با قابلیت تنظیم سرعت بارگذاری ۰/۱ mm/min تا ۵۰۰ mm/min استفاده گردید. در این پژوهش سرعت بارگذاری ۱ mm/min انتخاب شده است. چیدمان آزمون کشش مطابق با شکل ۵ می‌باشد. ساخت نمونه‌ها و روند آزمون کشش مطابق با استاندارد [۱۷] انجام شده است.

#### ۴- مدل‌سازی پری‌دینامیک

خواص مواد مورد استفاده در مدل‌سازی در جدول ۱ نمایش داده

حاصل می‌گردد. در این رابطه  $J_C$  مقدار بحرانی نرخ رهایی انرژی ماده بوده و  $N_C$  تعداد برهم‌کنش‌های حذف شده با ایجاد ترک واحد می‌باشد و برابر ۳۴ در نظر گرفته شد [۱۳]. در این پژوهش مقدار  $J_C$  برای آلومینیوم ۴۲۶ kN/m<sup>۲</sup> [۱۴] و برای ذرات کاربید تیتانیوم ۱۵۷ kN/m<sup>۲</sup> [۱۵] در نظر گرفته شده است. رابطه‌ی (۲۲) را می‌توان به صورت:

$$w_{(k)(j)} \geq \frac{J_C}{N_C (\Delta x)^4} = w_{(k)(j)}^c \quad (23)$$

ساده نمود و در آن  $w_{(k)(j)}^c$  مقدار بحرانی می‌باشد. با مشخص شدن معیار خرابی، پارامتر خرابی ذره  $\phi_{(k)}$ ، به صورت:

$$\phi_{(k)} = 1 - \frac{\sum_j \mu_{(k)(j)} V_{(j)}}{\sum_j V_{(j)}} \quad (24)$$

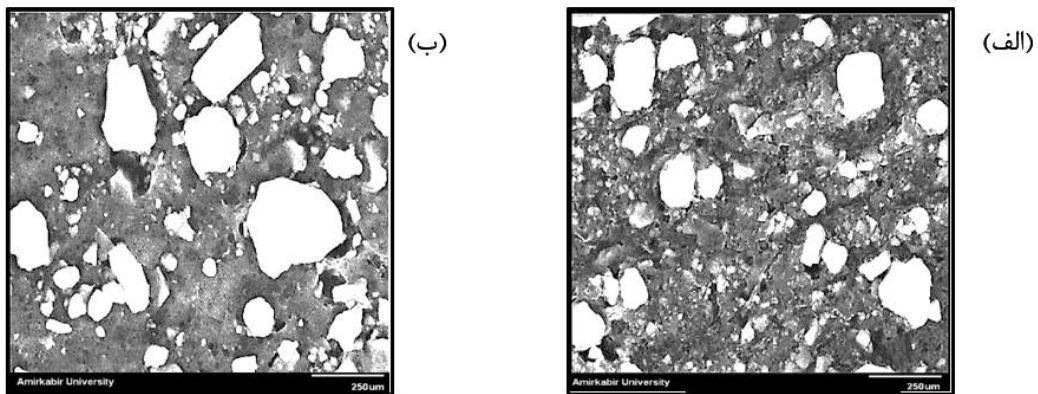
تعریف می‌گردد [۱۶]. برای به دست آوردن کمیتی برای ارزیابی خرابی ماده،  $N_f$  به صورت:

$$N_f = N - \sum_k \sum_j \mu_{(k)(j)} \quad (25)$$

تعریف گردید که حاصل جمع تعداد کل برهم‌کنش‌های خراب شده می‌باشد.

#### ۳- آماده‌سازی نمونه و آزمون

کامپوزیت ذره‌ای زمینه آلومینیومی تقویت شده با ذرات کاربید



شکل ۴ توزیع ذرات در کامپوزیت ذره‌ای Al/TiC  
 Fig. 4. Distribution of particle in Al/TiC composite



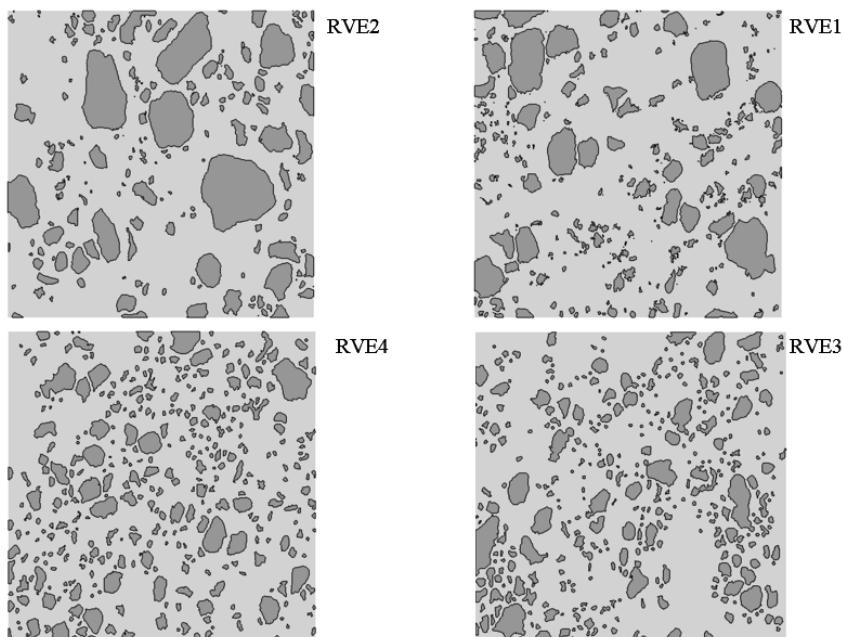
شکل ۵. چیدمان آزمون کشش  
 Fig. 5. Setup of tensile test

جدول ۱. خواص مواد تشکیل دهنده کامپوزیت ذره‌ای  
 Table 1. Material properties of aluminium and TiC

مواد	E (GPa)	$\nu$	$\sigma_y$ (MPa)	$\sigma_t$ (MPa)
آلومینیوم	۷۳	۰/۳۳	۱۲۷	۱۸۲
کاربید تیتانیوم	۴۵۰	۰/۱۴	—	۲۶۰

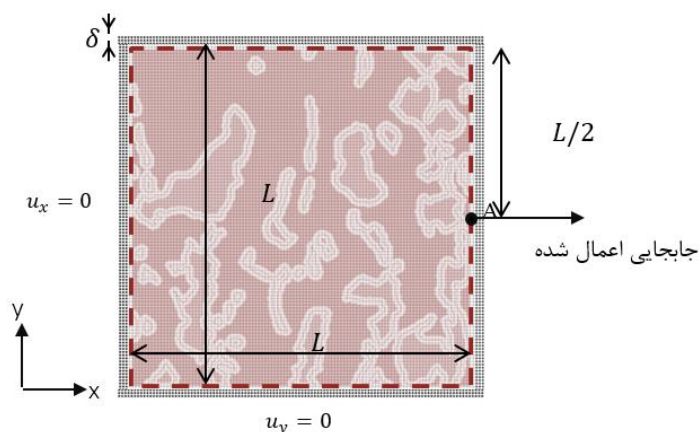
شده است [۱۵ و ۱۸].  
 با استفاده از تصاویر گرفته شده از سطح نمونه‌ها و برنامه‌نویسی در محیط جعبه ابزار پردازش تصویر نرم‌افزار متلب موقعیت ذرات و مرکز آن با زمینه مطابق با شکل ۶ به دست آورده شد.  
 برای اطمینان حاصل کردن از اعمال مطلوب شرایط مرزی به جسم طبق پیشنهاد مدنسی و همکاران [۱۲] سه ردیف ذرات معادل  $\bar{a}$  به جسم اضافه گردید و شرایط مرزی به این لایه‌ی مجازی اعمال شد. ابعاد و شرایط مرزی اعمالی به حجمک نماینده در شکل ۷ نمایش داده شده است.  
 الگوریتم مورد استفاده جهت مدل‌سازی پری‌دینامیک مطابق با

شده است [۱۵ و ۱۸].  
 با استفاده از تصاویر گرفته شده از سطح نمونه‌ها و برنامه‌نویسی در محیط جعبه ابزار پردازش تصویر نرم‌افزار متلب موقعیت ذرات و مرکز آن با زمینه مطابق با شکل ۶ به دست آورده شد.  
 برای اطمینان حاصل کردن از اعمال مطلوب شرایط مرزی به



شکل ۶. موقعیت و مرز ذرات به دست آمده با استفاده از پردازش تصویر

Fig. 6. Position and boundaries of particle given by image processing



شکل ۷. شرایط مرزی اعمالی به حجمک نماینده

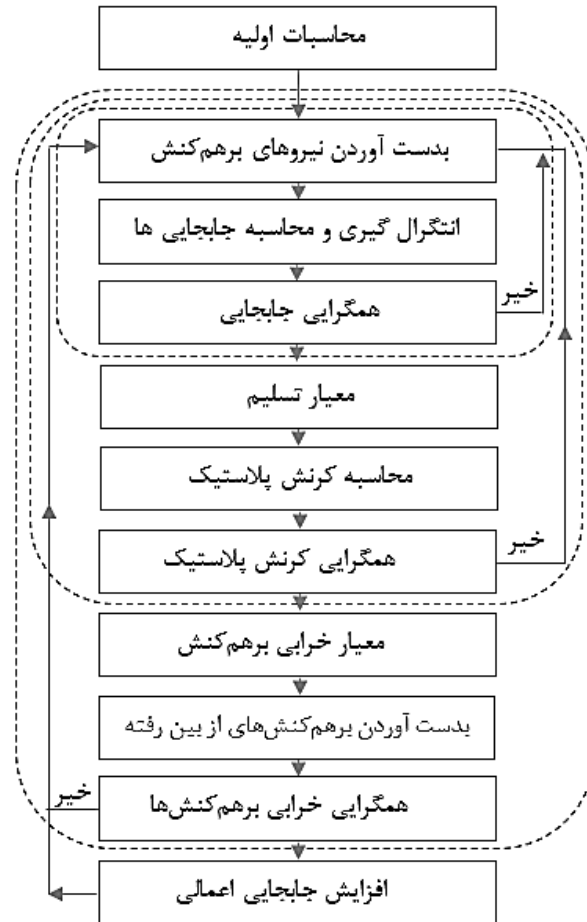
Fig. 7 Boundary condition of RVE

روند شروع و رشد خرابی و زمان اجرای شبیه‌سازی مورد بررسی قرار گرفت. در هر پله بارگذاری، ابتدا در حلقه اول (شکل ۸)، مقادیر جابجایی و بعد از آن در حلقه‌ی دوم، مقادیر جابجایی پلاستیک و در نهایت در حلقه سوم، خرابی محاسبه شده است. بنابراین تأثیر  $N$  و  $T$  بر روی همگرایی سه حلقه مورد بررسی قرار گرفته است.

با بررسی تأثیر مقدار  $N$  بر نتایج، مشخص گردید که به طور کلی با افزایش  $N$ ، برای هر ذره‌ی کاربید تیتانیوم، تعداد نقاط بیشتری اختصاص پیدا می‌کند و بنابراین هندسه ذرات بهتر مدل‌سازی

شکل ۸ می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌گردد سه حلقه اصلی جهت به دست آوردن جابجایی نقاط  $(u_{(k)})$ ، کشش پلاستیک برهم‌کنش‌ها  $(S_{(k)(j)}^p)$  و بررسی خرابی برهم‌کنش‌ها  $(\mu_{(k)(j)})$  تعریف گردیده است. با اجرای حلقه‌های پلاستیک یا خرابی، جابجایی ذرات تغییر می‌کند و نیاز به تکرار حلقه جابجایی می‌باشد. بنابراین حلقه‌ها به صورت سری قرار داده نشده است.

برای به دست آوردن نتایج ارائه شده، تأثیر دو پارامتر  $N$  (تعداد نقاط) و  $T$  (تعداد پله‌های زمانی حل) بر روی نمودار تنش-کرنش،



شکل ۸. فلوچارت مدل سازی پری داینامیک

Fig. 8. Flowchart of peridynamic modeling

هر چه مقدار  $T$  بیشتر شود تعداد دفعات لازم جهت اجرا شدن این دو حلقه به منظور همگرایی کاهش پیدا می کند. از طرف دیگر افزایش  $T$ ، باعث صرف زمان زیاد در اجرای شبیه سازی می گردد. در نهایت مقدار  $T$  برابر با ۲۰۰ در نظر گرفته شد که در این مقدار، تغییرات  $\sigma_e^{\max}$  بر حسب  $T$  کمتر از ۱ درصد به دست آورده شد.

##### ۵- تفسیر و تحلیل نتایج

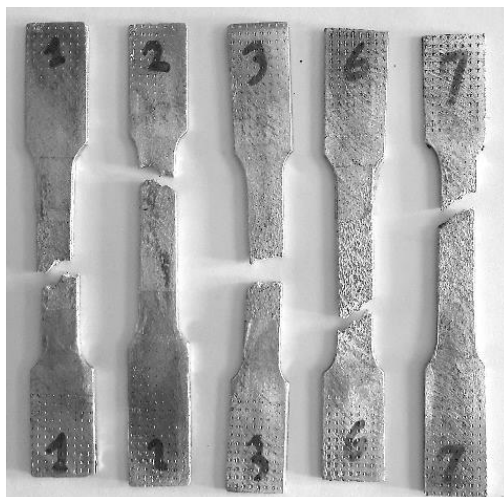
آزمون کشش طبق استاندارد [۱۹] بر روی ۵ نمونه در شرایط یکسان انجام گردید که در شکل ۹ نمونه های بعد از شکست نمایش داده شده است.

در شکل ۱۰ نمودار تنش-کرنش برای نمونه های شماره گذاری شده در شکل ۹، نمایش داده شده است. در قسمت الاستیک پراکندگی نتایج، کم تر بوده و در قسمت شکست، این پراکندگی بیشتر می باشد. با توجه به یکسان بودن شرایط آزمون، بنظر می رسد

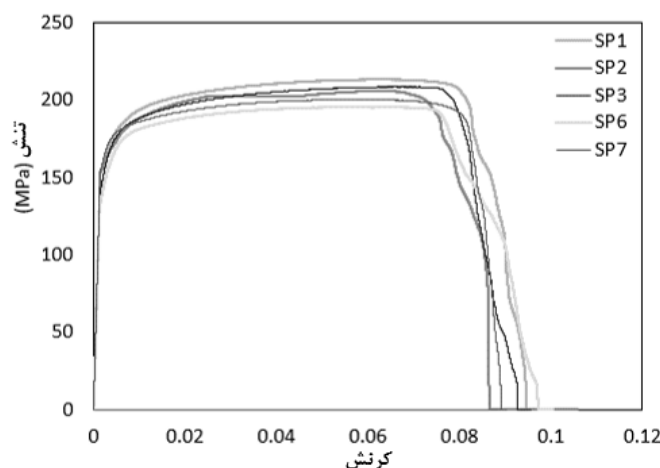
می شود. از طرف دیگر افزایش  $N$ ، تأثیر زیادی بر روی زمان اجرای شبیه سازی دارد. با توجه به حجمک نماینده انتخاب شده، برای مقادیر  $N$  کوچک تر از ۷۰ علاوه بر اینکه امکان اختصاص حداقل یک نقطه به برخی از ذرات وجود نداشته، مقدار تنش به دست آمده نیز با نتایج تجربی مطابقت پیدا نکرد. در نهایت  $N$  برابر با ۱۳۰ در نظر گرفته شد و در این مقدار، تغییرات  $\sigma_e^{\max}$  بر حسب  $N$  کمتر از ۱ درصد به دست آمد. بنابراین تعداد کل ۱۸۴۹۶ نقطه برای مدل سازی در نظر گرفته شد که ۱۶۹۰۰ نقطه برای جسم و ۱۵۹۶ نقطه برای شرایط مرزی اختصاص داده شده است. با توجه به اینکه هر ذره با ۲۸ نقطه ی دیگر برهمکنش دارد، هر یک از متغیرهای اصلی تعریف شده در نرم افزار دارای تعداد  $18496 \times 28$  درایه می باشد.

با بررسی تأثیر مقدار  $T$  بر نتایج، مشخص گردید برای مقادیر  $T$  کمتر از ۸۰ حلقه جابجایی واگرا می شود. با توجه به اینکه در هر پله بارگذاری، حلقه های جابه جایی پلاستیک و خرابی هم باید همگرا شود





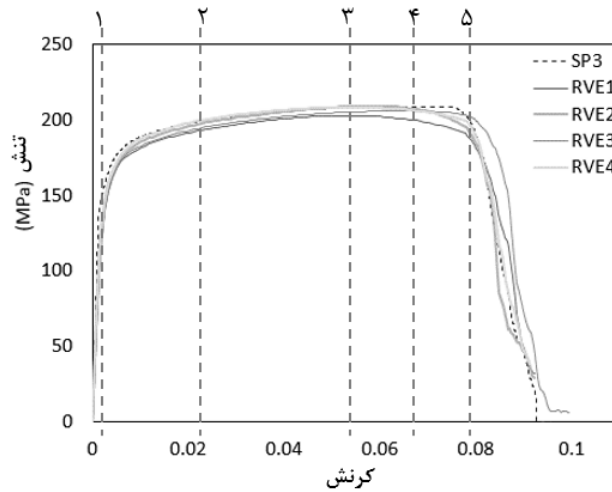
شکل ۹. نمونه‌های کشش بعد از شکست  
Fig. 9. Fractured tensile specimens



شکل ۱۰. نمودار تنش-کرنش حاصل از آزمون کشش برای پنج نمونه  
Fig. 10. Stress-strain curve of specimens

۰/۳ درصد می‌باشد. در شکل ۱۱، پنج کرنش برای بررسی جابجایی و خرابی پیش‌رونده انتخاب گردید و در ادامه تغییر شکل و خرابی در این کرنش‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. در نقطه ۱ (۰/۰۰۲ کرنش)، جسم فقط دارای کرنش الاستیک است. توزیع تنش معادل، برای حجمک نماینده شماره ۴ در شکل ۱۲ نمایش داده شده است. اختلاف مقدار تنش در ذرات و ماتریس توزیع تنش به صورت جداگانه در دو شکل نمایش داده شده است. مقدار تنش در سه منطقه بیشتر از سایر مناطق می‌باشد. این مناطق شامل ماتریس محصور شده بین ذرات نزدیک به هم، مرز بین ماتریس و ذرات و ذرات با عرض کم بوده

تفاوت جزئی در نمونه‌ها بر این قضیه مؤثر می‌باشد. این تفاوت شامل یکسان نبودن توزیع و اندازه ذرات می‌باشد. در شکل ۱۱ نمودار تنش-کرنش به دست آمده از مدل‌سازی پری داینامیک همراه با نمودار تجربی نمونه‌ی سوم نمایش داده شده است. فرضیات در مدل‌سازی شامل دو بعدی فرض کردن، عدم اعمال خرابی‌های اولیه شامل ترک، حفره‌ها و جدایش ذرات از ماتریس جزء عوامل ایجاد خطا می‌باشند. در جدول ۲ چقرمگی (سطح زیر منحنی تنش-کرنش) برای نتایج مدل‌سازی (شکل ۱۱) و نتایج تجربی (شکل ۱۰) نمایش داده شده است. اختلاف متوسط چقرمگی به دست آمده از مدل‌سازی و تجربی

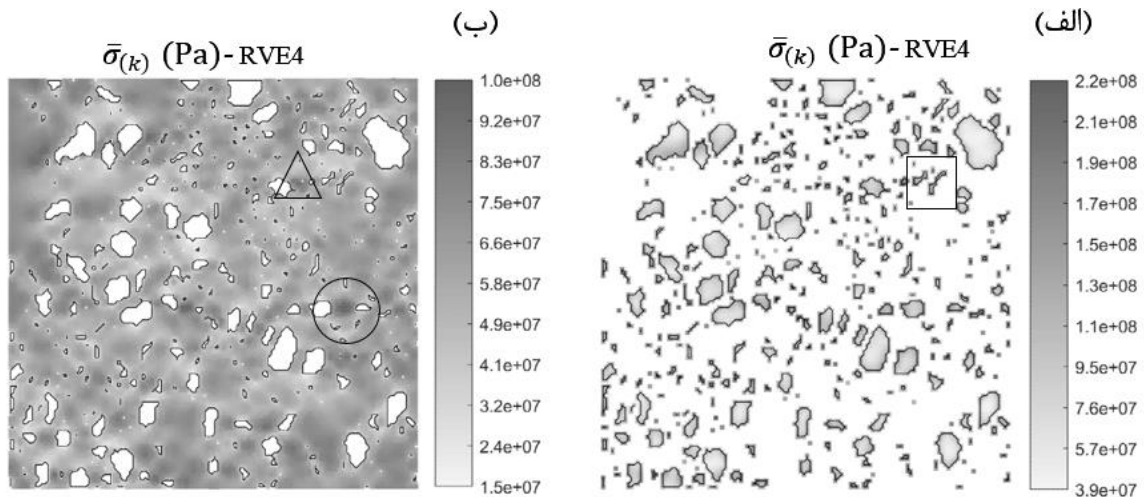


شکل ۱۱. نمودار تنش کرنش حاصل از مدل سازی پری داینامیک و آزمون تجربی نمونه ۳  
 Fig. 11. Stress-strain curve of Peridynamic modeling and specimen 3

جدول ۲. چقرمگی حاصل از مدل سازی و نمونه های تجربی

Table 2. Calculated toughness of material by modeling and experiment

چقرمگی (MJ/m <sup>۳</sup> )					
متوسط		RVE۴	RVE۳	RVE۲	RVE۱
۱۶/۹۰		۱۶/۹۵	۱۷/۲۷	۱۶/۷۸	۱۶/۶۱
متوسط	Sp۷	Sp۶	Sp۳	Sp۲	Sp۱
۱۶/۹۵	۱۷/۰۲	۱۶/۸۶	۱۶/۹۵	۱۶/۹۱	۱۷/۲۱



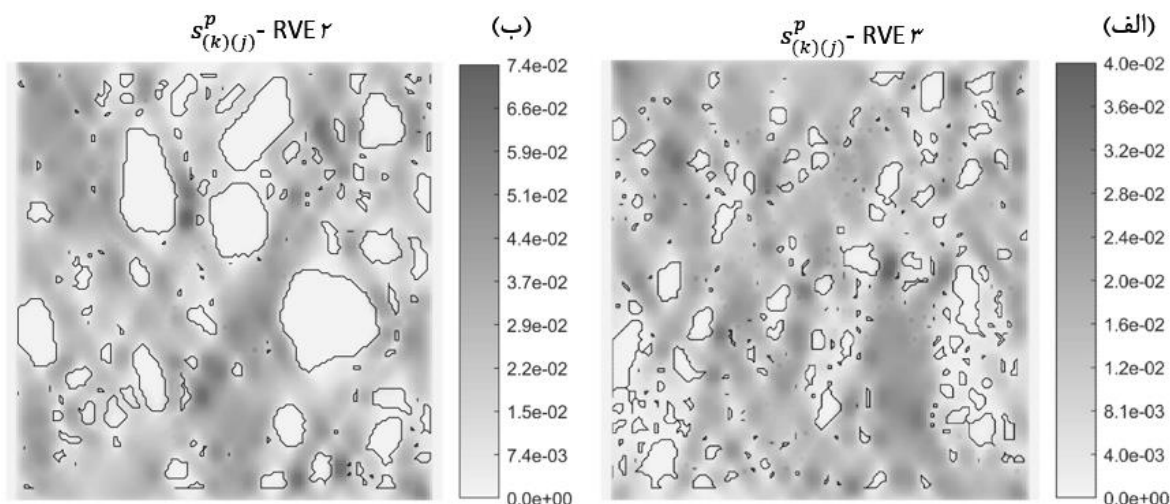
شکل ۱۲. توزیع تنش معادل حجمک نماینده ۴ در منطقه ی الاستیک برای ذرات (الف) و ماتریس (ب) در نقطه ۱ (۰/۰۰۲ کرنش)

Fig. 12. Distribution of equivalent stress for RVE4 at elastic deformation (0.002 strain) for (a)TiC particles (b)matrix

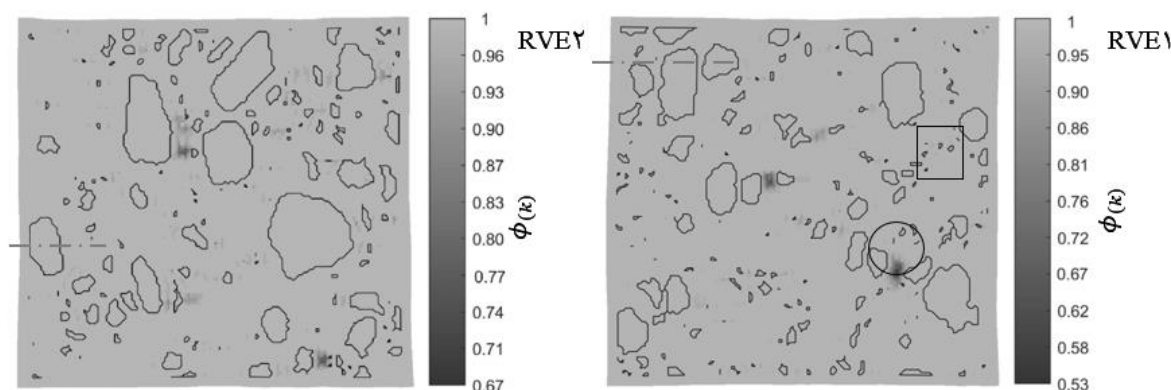
ولی هنوز خرابی در جسم ایجاد نشده است. توزیع کرنش پلاستیک در این نقطه در شکل ۱۳ نمایش داده شده است. همان طور که مشاهده می گردد، کرنش پلاستیک در ذرات صفر بوده و بیشترین مقدار کرنش

که بعنوان مثال به ترتیب این مناطق با اشکال دایره، مثلث و مربع در این شکل نمایش داده شده است.

در نقطه ۲ (۰/۰۲۱ کرنش)، جسم دارای کرنش پلاستیک بوده



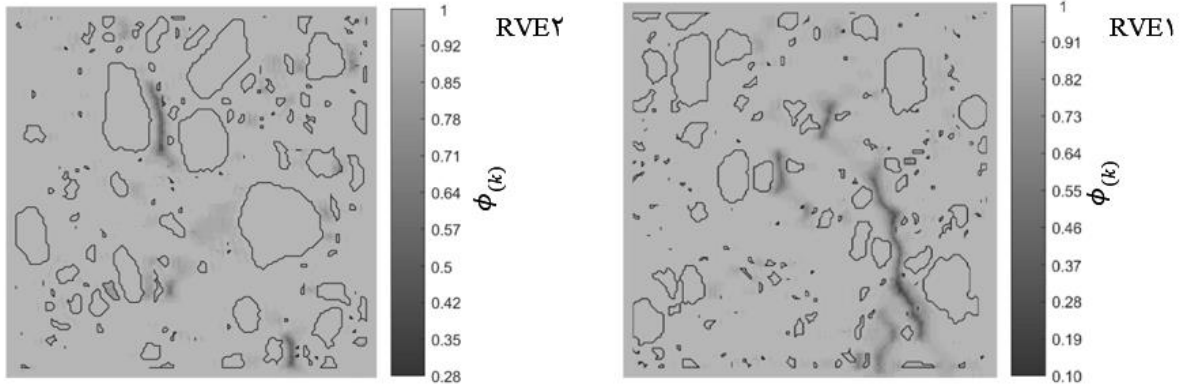
شکل ۱۳. توزیع کرنش پلاستیک قبل از ایجاد خرابی برای حجمک نماینده ۳ (الف) و حجمک نماینده ۲ (ب) در نقطه ۲ (۰/۰۲۱ کرنش)  
**Fig. 13. Distribution of plastic strain before damage initiation (0.021 strain) for (a) RVE 3 (الف) (b) RVE 2 (ب)**



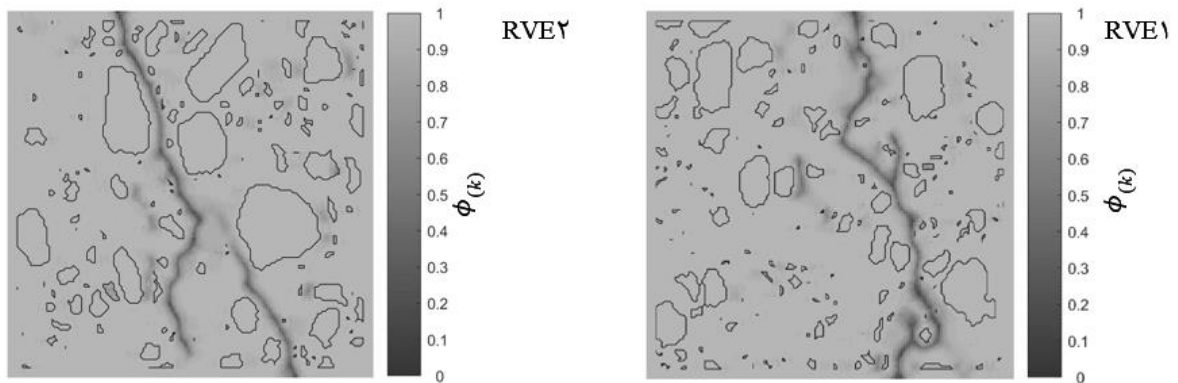
شکل ۱۴. مکانیزم‌های خرابی پیش‌بینی شده توسط مدل‌سازی پری‌دینامیک در نقطه ۳ (۰/۰۵۵ کرنش)  
**Fig. 14. Damage mechanisms predicted by peridynamic modeling at point 3 (0.055 strain)**

دارند (به‌عنوان مثال در خطوط خط‌چین).  
 در نقطه ۴ (۰/۰۶۵ کرنش)، خرابی‌های ایجاد شده در نقاط مختلف حجمک نماینده به یکدیگر متصل می‌شوند و شدت وقوع خرابی افزایش پیدا می‌کند (شکل ۱۵).  
 در نقطه ۵ (۰/۰۸ کرنش)، خرابی‌های به هم متصل شده و شاخه‌های مختلفی ایجاد می‌گردد. یکی از این شاخه‌ها ترک اصلی را تشکیل می‌دهند و در نهایت ترک اصلی رشد می‌کند (شکل ۱۶). اگرچه شکست ذرات مشاهده گردید ولی مسیر رشد خرابی عمدتاً در ماتریس صورت گرفته است و از ذرات عبور نمی‌کند.  
 در شکل ۱۷ تصاویر میکروسکوپ الکترونی سطح شکست نمونه‌ها نمایش داده شده است. سه نوع مکانیزم خرابی شامل جدایش ذرات

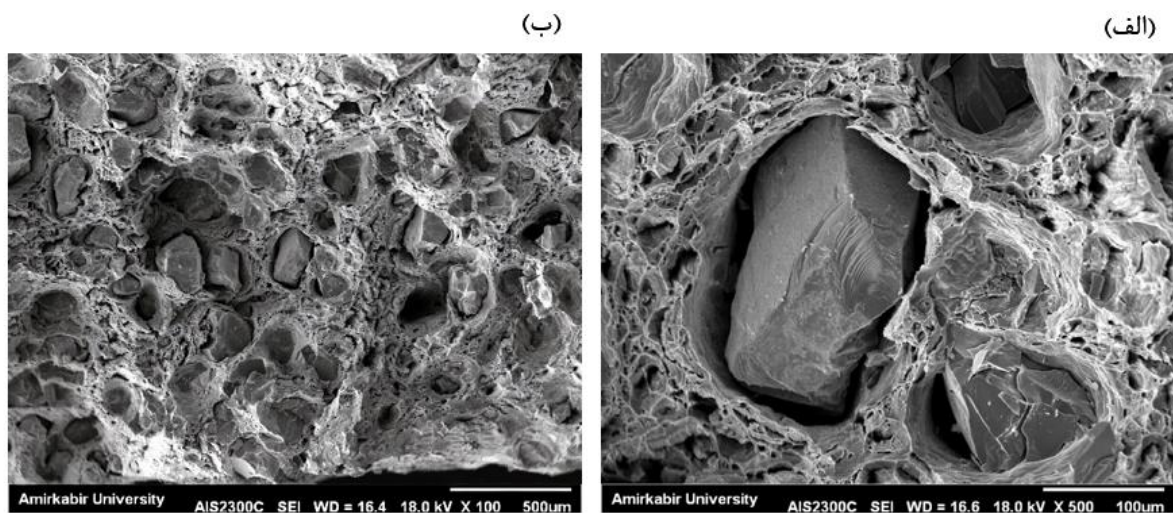
در ماتریس محصور شده بین ذرات نزدیک به هم می‌باشد.  
 در نقطه ۳ (۰/۰۵۵ کرنش)، در مناطق مختلف جسم خرابی ایجاد می‌گردد. با توجه به این که در پری‌دینامیک، هر نقطه با ۲۸ نقطه‌ی دیگر دارای برهم‌کنش می‌باشد، در صورت شکست نیمی از این برهم‌کنش‌ها می‌توان شروع خرابی را برای آن نقطه در نظر گرفت.  
 در شکل ۱۴، مکانیزم‌های خرابی پیش‌بینی شده توسط مدل‌سازی پری‌دینامیک نمایش داده شده است. شروع خرابی بیشتر در مرز ماتریس/ذرات و ذرات کوچک مشاهده گردید.  
 در این شکل برای مشاهده‌ی تغییر شکل مناطق مرزی، موقعیت تغییر شکل یافته‌ی هر ذره لحاظ شده است. مناطق مرزی که در راستای بارگذاری داری ذرات بیشتری هستند، تغییر شکل کمتری



شکل ۱۵. بهم پیوستن خرابی‌های ایجاد شده در نقطه ۴ (۰/۰۶۵ کرنش)  
**Fig. 15. Coalescence of damages at point 4 (0.065 strain)**

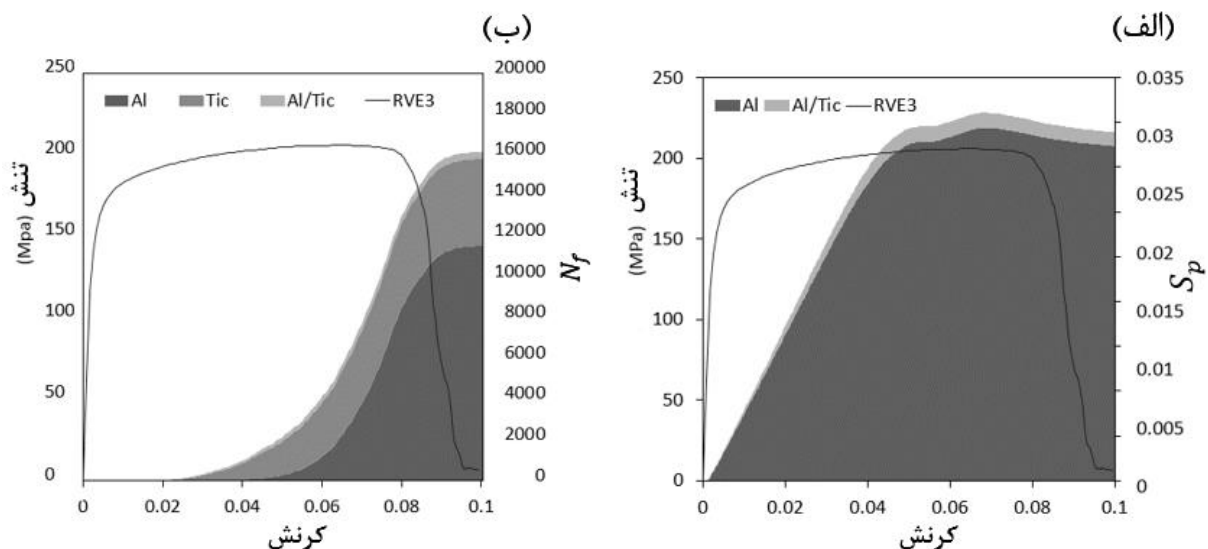


شکل ۱۶. رشد ترک اصلی در نقطه ۵ (۰/۰۸ کرنش)  
**Fig. 16. Propagation of crack at point 5 (0.08 strain)**



شکل ۱۷. میکروسکوپ الکترونی سطح شکست نمونه‌ها  
**Fig. 17. SEM images of fractured surface**





شکل ۱۸. (الف) جمع کرنش پلاستیک همه‌ی برهم‌کنش‌ها (ب) تعداد برهم‌کنش‌های شکسته شده بر حسب کرنش  
**Fig. 18. (a) Cumulative plastic strain of interactions (b) number of damaged interactions**

می‌باشند. در شکل ۱۸ سهم هر یک از این سه دسته برهم‌کنش برای مقادیر  $N_f$  و  $S_p$  مشخص شده است. ابتدا در کرنش  $0.021$  خرابی در مرز ماتریس/ذره و مقدار جرئی خرابی در ذرات اتفاق می‌افتد. در کرنش  $0.04$  خرابی در ماتریس شروع می‌گردد و در کرنش  $0.065$  شیب تعداد برهم‌کنش تخریب شده افزایش پیدا می‌کند. مجموع کرنش‌های پلاستیک تا ایجاد خرابی‌های قابل توجه (به دلیل افزایش کرنش به صورت یکنواخت) دارای شیب تقریباً ثابت می‌باشد.

#### ۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش با مقایسه نتایج تجربی و تحقیقات پیشین نشان داده شده است که مدل میکرومکانیکی توسعه‌یافته پری‌داینامیک به شکل مطلوبی رفتار تغییر شکل و خرابی پشرونده در کامپوزیت ذره‌ای آلومینیوم-کاربید تیتانیوم را پیش‌بینی نماید. نتایج مدل‌سازی شامل نمودار تنش-کرنش کلی، توزیع تنش و کرنش پلاستیک معادل، توزیع پارامتر خرابی، جمع کرنش پلاستیک همه‌ی برهم‌کنش‌ها و تعداد برهم‌کنش‌های شکسته شده برای آنالیز مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به اینکه هندسه‌ی ذرات کاربید تیتانیوم از تصاویر از سطح جسم و پردازش تصویر به دست آمده هندسه مدل نسبت به تحقیقات پیشین دارای دقت مناسبی می‌باشد. در حین بارگذاری، سطح تنش در ذرات (مخصوصاً در ذرات با عرض کمتر) بیشتر بوده و بیشتر تغییر شکل در ماتریس رخ داده است. با بررسی تصاویر میکروسکوپ

از ماتریس، شکست ماتریس و شکست ذرات در این تصاویر مشاهده می‌گردد. در این تصاویر هم مکانیزم شکست ذرات نسبت به دو مکانیزم شکست دیگر، کمتر واقع شده است.

وو و همکاران [۲۰] رشد خرابی با استفاده از روش المان محدود برای کامپوزیت ذره‌ای Al-SiC مدل‌سازی کردند. در این تحقیق ایجاد و رشد فقط یک ترک شبیه‌سازی شده است و مکانیزم‌های خرابی در ماتریس و ذرات مدل‌سازی شده و جدایش ذرات از ماتریس گزارش نشده است. با بررسی سطح جانبی نمونه، آن‌ها گزارش کردند که ترک بیشتر از درون ماتریس و مرز ماتریس/ذره عبور کرده و عبور مسیر شکست از درون ذرات هم به صورت محدود مشاهده شده است. همچنین آن‌ها ایجاد چندین ترک همزمان در نتایج تجربی را گزارش نمودند.

ذره‌ی  $k$  با ذرات خانواده‌اش ( $j$ ) دارای برهم‌کنش می‌باشد. برای بررسی تغییرات کرنش پلاستیک و خرابی برهم‌کنش‌ها در حین بارگذاری دو پارامتر  $N_f$  و  $S_p$  تعریف گردید. تغییرات  $N_f$  و  $S_p$  بر حسب کرنش حجمک نماینده ۳ در شکل ۱۸ نمایش داده شده است. مانند تعریف ذرات در شکل ۲، برهم‌کنش‌ها نیز به سه دسته‌ی برهم‌کنش ماتریس، برهم‌کنش کاربید تیتانیوم و برهم‌کنش اتصال آلومینیوم/کاربید تیتانیوم تقسیم گردید. در برهم‌کنش ماتریس و کاربید تیتانیوم، ذره‌ی  $k$  و  $j$  در یک فاز بوده ولی در برهم‌کنش اتصال آلومینیوم/کاربید تیتانیوم، ذره‌ی  $k$  و  $j$  در دو فاز مختلف



- Fracture Mechanics, 189 (2018) 110-132.
- [6] F. Bobaru, J.T. Foster, P.H. Geubelle, S.A. Silling, Handbook of peridynamic modeling, CRC press, 2016.
- [7] S.A. Silling, Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 48(1) (2000) 175-209.
- [8] Z. Liu, Y. Bie, Z. Cui, X. Cui, Ordinary state-based peridynamics for nonlinear hardening plastic materials' deformation and its fracture process, Engineering Fracture Mechanics, 223 (2020) 106782.
- [9] S.A. Silling, M. Epton, O. Weckner, J. Xu, E. Askari, Peridynamic states and constitutive modeling, Journal of Elasticity, 88(2) (2007) 151-184.
- [10] B. Anbarlooie, H. Hosseini-Toudeshky, Peridynamic micromechanical prediction of nonlocal damage initiation and propagation in DP steels based on real microstructure, International Journal of Mechanical Sciences, 153-154 (2019) 64-74.
- [11] M. Ahmadi, H. Hosseini-Toudeshky, M. Sadighi, Peridynamic micromechanical modeling of plastic deformation and progressive damage prediction in dual-phase materials, Engineering Fracture Mechanics, 235(C) (2020).
- [12] E. Madenci, E. Oterkus, Peridynamic theory and its applications, Springer, 2014.
- [13] E. Madenci, S. Oterkus, Ordinary state-based peridynamics for plastic deformation according to von Mises yield criteria with isotropic hardening, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 86 (2016) 192-219.
- [14] M. Handbook, Vol. 2, Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Special-Purpose Materials, 713 (1990).
- [15] N. Bansal, Handbook of Ceramic Composites; Bansal, NP, Ed, in, Kluwer: Boston, MA, USA, 2005.
- [16] S.A. Silling, E. Askari, A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics, Computers & structures, 83(17-18) (2005) 1526-1535.
- [17] ASTM E8 / E8M-16ae1, Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials, in, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2016.
- الکترونی از سطح شکست، مکانیزم‌های خرابی شکست ماتریس، اتصال ماتریس-ذره و ذره مشاهده گردید. با بررسی تصاویر مشاهده شد که میزان دو مکانیزم شکست ماتریس و جدایش اتصال ماتریس-ذره از شکست ذرات بیشتر بوده است. با بررسی نتایج مدل‌سازی، خرابی در سه منطقه شامل ماتریس محصور شده بین ذرات نزدیک به هم، مرز بین ماتریس و ذرات و ذرات با عرض کم ایجاد شده و رشد خرابی در ماتریس و مرز ماتریس-ذره مشاهده گردید. با ایجاد چندین ترک و رشد آن‌ها، در نهایت ترک اصلی ایجاد شده و از آن به بعد، فقط ترک اصلی تا شکست نهایی رشد کرده است. تأثیر دو پارامتر تعداد نقاط و تعداد پله‌های زمانی بر روی نمودار تنش-کرنش، روند شروع و رشد خرابی و زمان اجرای شبیه‌سازی مورد ارزیابی قرار گرفت و در نهایت مقدار این دو پارامتر با توجه به همگرایی نتایج و مطابقت آن با نتایج تجربی و زمان حل کمتر تعیین گردید.

## مراجع

- [۱] J.N. Dastgerdi, B. Anbarlooie, A. Miettinen, H. Hosseini-Toudeshky, H. Remes, Effects of particle clustering on the plastic deformation and damage initiation of particulate reinforced composite utilizing X-ray CT data and finite element modeling, Composites Part B: Engineering, 153 (2018) 57-69.
- [2] K. Conlon, D. Wilkinson, Effect of particle distribution on deformation and damage of two-phase alloys, Materials Science and Engineering: A, 317(1-2) (2001) 108-114.
- [3] S.-J. Hong, H.-M. Kim, D. Huh, C. Suryanarayana, B.S. Chun, Effect of clustering on the mechanical properties of SiC particulate-reinforced aluminum alloy 2024 metal matrix composites, Materials Science and Engineering: A, 347(1-2) (2003) 198-204.
- [4] J.N. Dastgerdi, G. Marquis, B. Anbarlooie, S. Sankaranarayanan, M. Gupta, Microstructure-sensitive investigation on the plastic deformation and damage initiation of amorphous particles reinforced composites, Composite Structures, 142 (2016) 130-139.
- [5] M. Shakoer, M. Bernacki, P.-O. Bouchard, Ductile fracture of a metal matrix composite studied using 3D numerical modeling of void nucleation and coalescence, Engineering

- Magnesium-alloy Products (metric), ASTM International, 2010.
- [20] Q. Wu, W. Xu, L. Zhang, Microstructure-based modelling of fracture of particulate reinforced metal matrix composites, *Composites Part B: Engineering*, 163 (2019) 384-392.
- [18] J. Kadkhodapour, B. Anbarlooie, H. Hosseini-Toudeshky, S. Schmauder, Simulation of shear failure in dual phase steels using localization criteria and experimental observation, *Computational materials science*, 94 (2014) 106-113.
- [19] A.I.C.B.o.L. Metals, Alloys, Standard Test Methods for Tension Testing Wrought and Cast Aluminum-and

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Ahmadi, H. Hosseini Toudeshky, M. Sadighi, *Micro-Mechanical Damage Analysis of Al-TiC Particulate Reinforced Composites by Peridynamic Theory*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(8) (2021) 4701-4716.

DOI: [10.22060/mej.2021.19143.6958](https://doi.org/10.22060/mej.2021.19143.6958)

