

## برداشت انرژی با استفاده از تیر بایمورف متخلخل با لایه پیزوالکتریک تحت ارتعاشات القایی ناشی از جریان سیال خارجی

محسن فلاح<sup>۱\*</sup>، وحید عربملکی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> - دانشکده فنی، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، تبریز، ایران  
<sup>۲</sup> - دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۱/۲۲  
بازنگری: ۱۴۰۰/۰۳/۰۳  
پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۲۹  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۴/۲۵

### کلمات کلیدی:

برداشت انرژی  
تیر بایمورف متخلخل  
ارتعاشات القایی ناشی از سیال  
ناحیه قفل شدگی.

**خلاصه:** در این تحقیق به مطالعه برداشت انرژی توسط تیرهای متخلخل واقع در معرض جریان سیال خارجی پرداخته می‌شود. معادلات دیفرانسیل غیرخطی الکترومکانیکی کوپل حاکم بر رفتار ارتعاشات عرضی تیر متخلخل واقع در معرض جریان سیال خارجی با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی استخراج شده است. تیر متخلخل یکسرگردار با جرم متمرکز در انتهای آن که مجهز به یک لایه پیزوالکتریک در سطح بالایی خود است، به عنوان برداشت کننده انرژی در نظر گرفته شده و بعد از حل عددی معادلات غیرخطی حاکم به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر انرژی تولید شده پرداخته می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که در ناحیه قفل شدگی میزان برداشت انرژی حداکثر مقدار دارد. همچنین، توزیع تخلخل تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر حداکثر دامنه نوسانات و همچنین انرژی برداشت شده توسط تیر متخلخل دارد و ناحیه قفل شدگی برای تیر با توزیع تخلخل متقارن، توزیع تخلخل نامتقارن و توزیع تخلخل یکنواخت در محدود سرعت  $u = 0.15$  می‌باشد. علاوه بر این، به ازای مقاومت الکتریکی  $1000 \text{ k}\Omega$ ، حداکثر ولتاژ تولید شده برای تیر با توزیع تخلخل متقارن به صورت سخت‌شوندگی در جداره، توزیع تخلخل نامتقارن و توزیع تخلخل یکنواخت به ترتیب برابر با  $0.39 \text{ V}$ ،  $0.44 \text{ V}$  و  $0.57 \text{ V}$  می‌باشد که نشان دهنده بیشترین قابلیت برداشت انرژی مربوط به تیر با توزیع تخلخل نوع سوم می‌باشد.

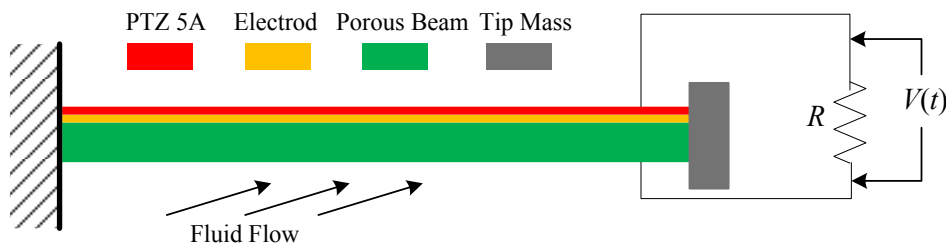
### ۱ - مقدمه

در سال‌های اخیر با گسترش تکنولوژی و نیاز به تأمین انرژی در تجهیزات الکترونیکی کم مصرف نظیر سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، حسگرها، سامانه‌های بی‌سیم و فضاپیماها مورد توجه محققان زیادی قرار گرفته است. برداشت انرژی به مفهوم به کارگیری انرژی اتلافی محیط به عنوان منبعی برای توان الکتریکی است که عموماً از انرژی‌های ارتعاشی [۱۶]، صوتی [۱۹-۱۷] و حرارتی [۲۰-۲۲] موجود در محیط برای این منظور استفاده می‌گردد. هدف از برداشت انرژی، استفاده از منابع انرژی تجدیدپذیر برای تأمین توان الکتریکی لوازم با توان مصرفی پایین، مانند سنسورهای بی‌سیم، سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، سنسورهای پایش وضعیت، انتقال اطلاعات، ایمپلنت‌های پزشکی و برخی از دوربین‌ها می‌باشد. به طور معمول دسترسی به این لوازم سخت بوده و یا امکان استفاده از باتری

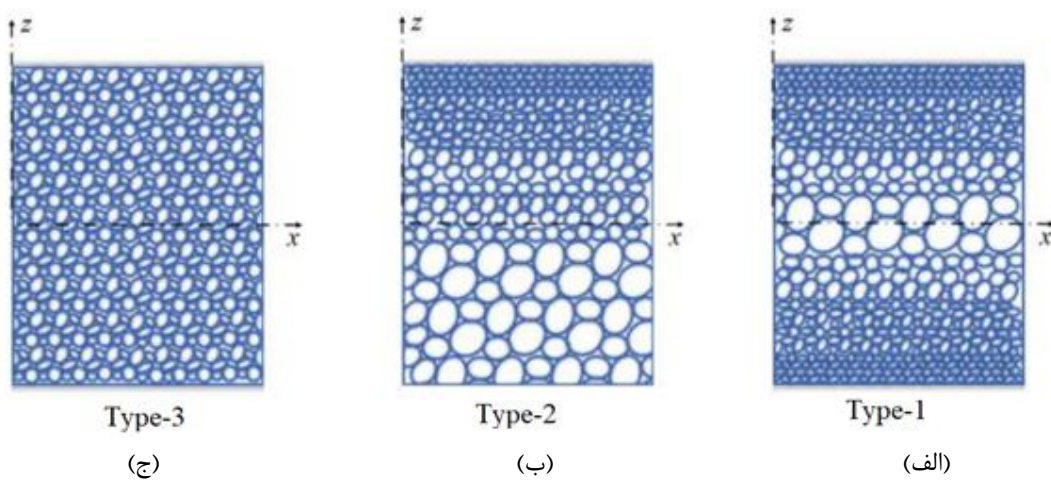
وجود عیوب در سازه‌های مکانیکی یکی از دلایل اصلی در خطای موجود در مدل‌سازی‌های ریاضی سیستم‌های مکانیکی می‌باشند. تخلخل [۱-۳] از رایج‌ترین عیوب موجود در ساختارها می‌باشد. جلوگیری از ایجاد تخلخل در قطعات ساخته شده در فرآیند ساخت افزایشی<sup>۱</sup> توسط پرینترهای سه‌بعدی فلزات که اخیر توسعه زیادی نیز پیدا کرده است اجتناب‌پذیر می‌باشد [۱۵-۱۳]. بر این اساس، در نظر گرفتن این عیوب در مدل‌سازی ریاضی سازه‌های مکانیکی به خصوص تیرها می‌تواند باعث افزایش دقت مدل‌سازی و دستیابی به نتایج منطبق بر داده‌های تجربی بشود.

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mfallah@azaruniv.ac.ir





شکل ۱. پیکربندی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریکی با هسته ساخته شده از مواد متخلخل  
**Fig. 1. Configuration of piezoelectric energy harvesting with core made of porous material**



شکل ۲. سطح مقطع تیر متخلخل با توزیع های مختلف تخلخل،  
 (الف) توزیع تخلخل متقارن (سخت شونده در جداره)، (ب) توزیع تخلخل نامتقارن، (ج) توزیع تخلخل یکنواخت [۳۶]  
**Fig. 2. Cross section of the porous beam with different porous distribution, (a) symmetry (hardening in wall), (b) unsymmetry, (c) uniform distribution [36]**

تحقیقات گسترده‌ای صورت گرفته است [۲۶-۲۸]. ژانگ و همکاران [۲۹] با استفاده از روش المان محدود به مطالعه قابلیت برداشت انرژی از پل پرداختند و اثر عوامل مختلف در برداشت انرژی از جمله محل قرارگیری لایه‌های پیزوالکتریک را مورد مطالعه قرار دادند. دای و همکاران [۳۰] با در نظر گرفتن یک تیر یکسرگیردار استوانه‌ای دارای جرم متمرکز در انتهای آن به بررسی استحصال انرژی ناشی از ارتعاشات القائی ناشی از جریان سیال و تحریک پایه پرداختند. رادگلچین و همکاران [۳۱] در مطالعه خود به بررسی برداشت انرژی الکتریکی در محدوده میکرو تا میلی وات از یک تیر تحت تحریک پایه پرداختند. لی و همکاران [۳۲] با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی به بررسی قابلیت جذب انرژی در میکروتیر یکسرگیردار با جرم متمرکز در انتهای پرداختند. آن‌ها با در نظر گرفتن یک شکل مود ارتعاشی،

برای مدت زمان طولانی کارکرد، امکان پذیر نمی‌باشد. در میان منابع مختلف انرژی، ارتعاشات مکانیکی به دلیل رخداد آن در بسیاری از سازه‌های مکانیکی، کاربرد بسیاری پیدا کرده است. از میان منابع یاد شده استفاده از منابع ارتعاشات مکانیکی آسان تر و در دسترس تر است و یکی از منابع شناخته شده آن ارتعاشات ناشی از جریان است. در این نوع از ارتعاشات جسمی که در برابر جریان سیال قرار می‌گیرد، در جهت عمود بر حرکت سیال می‌تواند ارتعاش کند. ارتعاشات ناشی از گردابه<sup>۱</sup>، فلاتر و گلوپینگ<sup>۲</sup> به عنوان سه مکانیزم اصلی ارتعاشات ناشی از جریان محسوب می‌شوند [۲۳-۲۵]. در زمینه تولید انرژی الکتریکی از ارتعاشات اجباری تیر در ابعاد ماکرو و میکرو

1 Vortex Induced Vibration (VIV)  
 2 Galloping

مذکور از طریق الکترودهایی به یک مدار ساده متصل شده که فقط شامل یک مقاومت الکتریکی به عنوان مصرف کننده توان است. فرض شده است که الکترودها تمام سطح لایه پیزوالکتریک را پوشانده و لایه پیزوالکتریک به طور کامل به سطح تیر چسبیده باشد. در شکل ۱ شماتیکی از تیر متخلخل یکسرگردار واقع در معرض جریان سیال خارجی به منظور تولید انرژی نشان داده شده است. برای یک ماده متخلخل، روابط مختلفی به منظور بیان نحوه توزیع تخلخل در راستای ضخامت ماده ارائه شده است. در این تحقیق، مطابق شکل ۲ سه نوع توزیع تخلخل در سطح تیر در نظر گرفته شده است که عبارت‌اند از [۳۶]:

- نوع ۱ توزیع تخلخل متقارن به صورت سخت‌شوندگی در جداره،
- نوع ۲ توزیع تخلخل نامتقارن
- نوع ۳ توزیع تخلخل یکنواخت.

همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده است، سه توزیع مختلف تخلخل در راستای ضخامت پوسته در نظر گرفته می‌شود. تغییرات پیوسته مدول یانگ ( $E$ )، مدول برشی ( $G$ )، چگالی ( $\rho$ ) و نسبت پواسون ( $\nu$ ) را می‌توان با استفاده از روابط زیر به دست آورد [۳۶]:

$$E(z) = E_{\max} (1 - e_0 q(z)) \quad (1)$$

$$i(z) = 0.221 \tilde{p} + i_{\max} (0.342 \tilde{p}^2 - 1.21 \tilde{p} + 1) \quad (2)$$

$$\tilde{n}(z) = \tilde{n}_{\max} (1 - e_0 q(z)) \quad (3)$$

که در آن تابع  $q(z)$  نشان دهنده تابع توزیع تخلخل در راستای ضخامت صفحه می‌باشد.  $e_0$  ضریب تخلخل پوسته می‌باشد و مقدار آن بین صفر و یک است. افزایش ضریب تخلخل به معنای افزایش حجم حفرات نسبت به فضای کل ماده متخلخل است و  $e = 1 - E_{\min} / E_{\max}$  به ترتیب حداقل و حداکثر مقدار مدول یانگ تیر متخلخل در راستای ضخامت می‌باشد.  $i_{\max}$  و  $\tilde{n}_{\max}$  به ترتیب نشان دهنده حداکثر چگالی و نسبت پواسون بوده و مقدار  $\tilde{p}$  در رابطه (۲) برای ماده متخلخل سلول بسته برابر

پاسخ کوپل الکترومکانیکی حالت پایا را تحت تحریک هارمونیک استخراج کردند. زمانیان و همکاران [۳۳] به مطالعه رفتار استاتیکی و دینامیکی تیر یونی مورف با تحریک هارمونیک پرداختند. نتایج مطالعه آنها نشان می‌دهد که استفاده از شکل موده‌های گسسته برای تیرهای دارای لایه پیزوالکتریک از همگرایی بالایی برخوردار بوده و هزینه محاسباتی را به شدت کاهش می‌دهد. ارتورک و همکاران [۳۴] با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی به ارائه رابطه صریحی برای پاسخ دینامیکی، ولتاژ تولید شده، جریان و توان برداشت شده توسط لایه‌های پیزوالکتریک پرداختند. در یکی از جدیدترین تحقیقات انجام شده در این زمینه، گیو [۳۵] جذب انرژی از تیر یکسرگردار مدرج تابعی را به صورت تحلیلی مطالعه کرد. نتایج مطالعه او نشان می‌دهد که با افزایش ضریب گردایان کرنش الاستیک، فرکانس طبیعی سیستم افزایش می‌یابد در صورتی که حداکثر توان قابل برداشت کاهش می‌یابد.

بررسی تحقیقات انجام شده در زمینه برداشت انرژی نشان می‌دهد که هر چند مطالعات بسیار زیادی در این زمینه صورت پذیرفته است، ولی تاکنون تأثیر عیوب هندسی تخلخل ناشی از فرآیند ساخت بر قابلیت برداشت انرژی از تیرها مطالعه نشده است. برای تیرهای متخلخل، توزیع تخلخل می‌تواند تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر میزان انرژی تولید شده داشته باشد که این هدف در تحقیق حاضر مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. بر این اساس، در این تحقیق با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی و در نظر گرفتن اندرکنش سازه و سیال به استخراج معادلات دیفرانسیل غیرخطی کوپل حرکت حاکم بر رفتار ارتعاشات القایی ناشی از سیال تیر متخلخل دارای لایه‌های پیزوالکتریک به عنوان تولید کننده انرژی، پرداخته می‌شود. معادلات غیرخطی کوپل با استفاده از روش گالرکین گسسته‌سازی شده و در نهایت با حل عددی معادلات گسسته‌سازی شده، تأثیر پارامترهای مختلف مانند سرعت جریان سیال خارجی و نحوه توزیع تخلخل بر مشخصه‌های ارتعاشی و برداشت انرژی این تیرها پرداخته می‌شود.

## ۲- معادلات حرکت

تیر بایمورف تحت بررسی به صورت تیر متخلخل با سطح مقطع مستطیلی بوده و از یک لایه پیزوالکتریک PZT ۵A در سطح بالایی تیر به عنوان لایه‌های برداشت کننده انرژی استفاده شده است. مدل

رسیده می‌شود. بر اساس این مدل، نیروی خارجی اعمالی به تیر از طرف سیال از دو قسمت نیروی لیفت،  $f_L$ ، و نیروی ناشی از میرایی هیدرودینامیک،  $f_D$ ، که در راستای عرضی به تیر اعمال می‌شود، تشکیل می‌شود. با توجه به مطالعات انجام شده توسط فاجینتی و همکاران [۳۸] نیروی برآیند خارجی اعمالی از طرف سیال به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$f(x,t) = f_D(x,t) + f_L(x,t) = \frac{1}{2} C_L \rho_f D U^2 \bar{q}(x,t) - \frac{1}{2} C_D \rho_f D U \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \quad (7)$$

که در آن  $C_D$  ضریب میرایی می‌باشد و مقدار آن وابسته به عدد رینولدز می‌باشد و  $C_L$  ضریب لیفت می‌باشد.  $D$ ،  $\rho_f$  و  $U$  به ترتیب نشان دهنده چگالی سیال، قطر هیدرولیکی معادل و سرعت جریان سیال می‌باشد.  $w(x,t)$  تابع خیز عرضی تیر بوده و  $\bar{q}(x,t)$  ضریب برای نوسانی لحظه‌ای می‌باشد و به صورت معادله وندریل غیرخطی برای شبیه‌سازی نوسانگر سیال استفاده می‌شود که رابطه آن به صورت زیر می‌باشد [۳۸]:

$$\frac{\partial^2 \bar{q}(x,t)}{\partial t^2} + \delta \omega_s [\bar{q}(x,t)^2 - 1] - \frac{\partial \bar{q}(x,t)}{\partial t} + \omega_s^2 \bar{q}(x,t) = \frac{P}{D} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (8)$$

که در آن ثابت  $P$  و  $\delta$  ضریب دمپینگ جریان سیال اضافه شده بوده و مقادیر آنها از برازش داده‌های تجربی به دست می‌آیند [۳۸].  $\omega_s$  فرکانس گردابه‌ها<sup>۱</sup> می‌باشد که با رابطه زیر به سرعت سیال و عددی بی‌بعد اشتروهل وابسته می‌باشد:

$$\omega_s = 2\pi S_f \frac{U}{D} \quad (9)$$

که در آن  $S_f$  عدد بی‌بعد اشتروهل می‌باشد و مقدار آن با توجه به هندسه سطح مقطع جسم تعیین می‌شود [۳۹].

تیر برابر  $h$  باشد، در این صورت تابع توزیع تخلخل برای سه حالت نشان داده شده در شکل ۲ به ترتیب از روابط زیر به دست می‌آید:  
**نوع ۱:** توزیع تخلخل متقارن (سخت‌شوندگی در جداره)

$$q(z) = \cos\left(\frac{\delta z}{h}\right) \quad (4)$$

**نوع ۲:** توزیع تخلخل نامتقارن

$$q(z) = \cos\left(\frac{\delta z}{2h} + \frac{\delta}{4}\right) \quad (5)$$

**نوع ۳:** توزیع تخلخل یکنواخت

$$q(z) = q_0 \quad (6)$$

## ۲-۱- نیروی وارد از طرف جریان سیال بر تیر

ارتعاشات ناشی از گردابه به حرکت اجسامی اطلاق می‌شود که در اثر وجود گردابه در جریان خارجی روی آن‌ها به وجود آمده باشد. وجود جریان روی جسم باعث تشکیل گردابه‌هایی پشت جسم و جدا شدن آن‌ها به صورت متناوب از بالا و پایین جسم می‌شود. اگر جسم مقید شده باشد فرکانس تشکیل گردابه‌ها از قانون اشتروهل پیروی می‌کند. از این پدیده تاکنون به عنوان یک پدیده مخرب نام برده می‌شده اما مدتی است که مطالعاتی در رابطه با استحصال انرژی از این پدیده مطرح شده است. به علت خاصیت غیرخطی این مسئله، همواره مدل‌سازی این پدیده با مشکلات زیادی روبرو بوده است. عموماً مطالعه روی این پدیده به سه روش امکان‌پذیر است. روش اول روش تجربی (انجام آزمایش‌ها) می‌باشد. روش دوم روش شبه تجربی نام دارد. این روش در حقیقت همان روش تحلیلی است با این تفاوت که چون در روش تحلیلی تمام ضرایب قابل استخراج نیست تعدادی از ضرایب به کمک نتایج روش تجربی به دست می‌آید، بنابراین این روش شبه تجربی نام گرفته است. روش آخر نیز روش شبیه‌سازی عددی می‌باشد. در روش‌های تحلیلی بر اساس مدل توسعه داده شده توسط فاجینتی و همکاران [۳۸]، با ارائه یک مدل اصلاح شده که از وجود یک نوسانگر دافینگ بهره می‌برد، به نتایج قابل قبولی

## ۲-۲ اعمال اصل همیلتون

در رابطه فوق  $w$  جابجایی عرضی تیر می‌باشد. با استفاده از معادلات اخیر مؤلفه غیر صفر تانسور کرنش به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon_{xx}(x, t) = u - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (17)$$

با جایگذاری رابطه (۱۷) در معادله (۱۲) خواهیم داشت:

$$\sigma_{xx} = (\lambda(z) + 2\mu(z)) \left( u - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (18)$$

در ادامه، با جایگذاری معادلات (۱۷) و (۱۸) در معادله (۱۱) تغییرات انرژی کرنشی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\delta U = \int_0^L \left[ N_{xx} \frac{\partial(\delta u)}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial(\delta w)}{\partial x} - M_{xx} \frac{\partial^2(\delta w)}{\partial x^2} - P_{xy} \frac{\partial^2(\delta w)}{\partial x^2} \right] dx \quad (19)$$

که در آن  $N_{xx}$ ،  $M_{xx}$  و  $P_{xy}$  منته‌های تنش بوده و به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} N_{xx} &= \int_A \sigma_{xx} dA, & M_{xx} &= \int_A z \sigma_{xx} dA, \\ P_{xy} &= \int_A m_{xy} dA \end{aligned} \quad (20)$$

انرژی جنبشی تیر متخلخل را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$T = \int_V \frac{1}{2} \rho(z) \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dV + \frac{1}{2} M_b \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \delta(x-L) \quad (21)$$

بنابراین، تغییرات انرژی جنبشی تیر اویلر-برنولی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \delta T &= \int_0^L m_0 \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial(\delta w)}{\partial t} dx + \int_0^L m_2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \frac{\partial^2(\delta w)}{\partial t^2} dx \\ &+ M_b \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial(\delta w)}{\partial t} \delta(x-L) \end{aligned} \quad (22)$$

که در آن  $m_0$ ،  $m_1$  و  $m_2$  به صورت زیر به دست می‌آیند:

به منظور استخراج معادلات حرکت از تئوری تیر اویلر-برنولی و مد نظر قرار دادن اندرکنش سازه-سیال و روابط کرنش-جابجایی خطی فون کارمن استفاده می‌شود. معادلات حرکت و شرایط مرزی متناظر را می‌توان با استفاده از اصل همیلتون استخراج نمود [۴۰]:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V + W_{ext}) dt = 0 \quad (10)$$

که در آن  $T$ ،  $V$  و  $W_{ext}$  به ترتیب نشان دهنده انرژی جنبشی، انرژی کرنشی و کار خارجی انجام شده توسط نیروهای خارجی می‌باشد. انرژی کرنشی را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود [۴۰]:

$$V = \frac{1}{2} \iiint (\boldsymbol{\sigma} : \dot{\mathbf{a}}) dV \quad (11)$$

که در آن  $\boldsymbol{\sigma}$  و  $\dot{\mathbf{a}}$  به ترتیب نشان دهنده تانسور تنش و تانسور کرنش می‌باشند که با استفاده از روابط زیر قابل محاسبه هستند [۴۰]:

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda(z) \text{tr}(\dot{\mathbf{a}}) \mathbf{I} + 2\mu(z) \dot{\mathbf{a}} \quad (12)$$

$$\dot{\mathbf{a}} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (13)$$

که در آن  $\lambda$  و  $\mu$  ثوابت لامه هستند که به صورت زیر به دست می‌آیند [۴۰]:

$$\lambda(z) = \frac{E(z)\nu(z)}{(1+\nu(z))(1-2\nu(z))} \quad (14)$$

$$\mu(z) = \frac{E(z)}{2(1+\nu(z))} \quad (15)$$

با توجه به تئوری تیر اویلر-برنولی، جابجایی محوری  $u$  و جابجایی عرضی  $v$  تیر به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} u(x, z, t) &= -u(x, t), \\ v(x, z, t) &= 0, \quad w(x, z, t) = w(x, t) \end{aligned} \quad (16)$$

$$M(x,t) = b \int_{-h_p-h_s/2}^{-h_s/2} E_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z^2 + e_{31} \frac{V(t)}{h_p} dz + \quad (27)$$

$$b \int_{-h_s/2}^{h_s/2} E_s(z) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z^2 dz - b$$

$$\int_{-h_s/2}^{h_p+h_s/2} E_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z^2 + V(t) E_p \frac{d_{31}}{h_p} z dz$$

با ساده‌سازی رابطه اخیر خواهیم داشت:

$$M(x,t) = E_p I_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - E_p A_p \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 9V(t)[H(x) - H(x-L)] \quad (28)$$

که در آن  $H(x)$  تابع پله واحد بوده و کوپل الکترومکانیکی فرض سری بودن مدار الکتریکی خروجی به صورت زیر می‌باشد:

$$\mathfrak{G} = \frac{e_{31} b E_p}{2h_p} \left[ \left( h_p + \frac{h_s}{2} \right)^2 - \frac{h_s^2}{4} \right] \quad (29)$$

و در نهایت، با جایگذاری رابطه (۲۸) و با استفاده از رابطه (۲۴)، معادلات حرکت حاکم بر سیستم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$-(\lambda_2 + E_p I_p) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \lambda_1 \frac{\partial w}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (9V(t)[H(x) - H(x-L)]) \quad (30)$$

$$- E_p A_p \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial w}{\partial x} \right) - (m_0 + M_b \delta(x-L)) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial x^2} = f(x,t)$$

که در آن  $\lambda_i$ ،  $\mu_i$  و  $m_i$  عبارت‌اند از:

$$\lambda_i = b \int_{-h/2}^{h/2} \lambda(z) z^i dz, \quad m_i = b \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) z^i dz, \quad i=0,1,2 \quad (31)$$

### ۲-۳- برداشت انرژی

برای به دست آوردن معادله مدار الکتریکی با کوپلینگ مکانیکی

$$m_i = b \int_{-h_p/2}^{h_p/2} \rho(z) z^i dz, \quad i=0,1,2 \quad (23)$$

در معادله (۲۳)،  $b$  و  $h_p$  به ترتیب نشان دهنده پهنا و ضخامت تیر می‌باشند.

با جایگذاری انرژی کرنشی و انرژی جنبشی در معادله اصل همیلتون و با استفاده از انتگرال گیری جزء به جزء، معادلات حرکت تیر متخلخل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\delta w: - (m_0 + M_b \delta(x-L)) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (M_{xx} + P_{xy}) \quad (24)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left( N_{xx} \frac{\partial w}{\partial x} \right) = f(x,t)$$

با استفاده از روابط ساختاری پیزوالکتریک، ممان خمشی داخلی  $M(x,t)$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$M(x,t) = - \int_{-h_p-h_s/2}^{-h_s/2} T_1^p z dz - \int_{-h_s/2}^{h_s/2} T_1^s z dz - \int_{-h_s/2}^{h_p+h_s/2} T_1^p z dz \quad (25)$$

که در رابطه فوق  $T_1^s$  تنش در تیر و  $T_1^p$  تنش لایه‌های پیزوالکتریک است که به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s = -E_s z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \sigma_p = E_p \varepsilon_p - e_{31} E_3 = -E_p z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{31} \frac{V(t)}{h_p} \quad (26)$$

که در آن  $E_p$  و  $E_s$  به ترتیب مدول یانگ تیر و پیزوالکتریک می‌باشد و  $V$  اختلاف ولتاژ بین لایه‌های پیزوالکتریک می‌باشد.  $e_{31}$  مدول پیزوالکتریسیته و  $E_3$  میدان الکتریکی ایجاد شده در ماده پیزوالکتریک می‌باشد. با جایگذاری روابط تنش پیزوالکتریک در معادله (۲۵) خواهیم داشت:



$$V(t) = Ri(t) =$$

$$-Rb \int_0^L d_{31} E_p \left[ h_{pc} \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right] dx + \frac{b \epsilon_{33}^s L}{h_p} \frac{dV(t)}{dt} \quad (37)$$

در نهایت با مرتب کردن رابطه (۳۷)، معادله مدار الکتریکی به

صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{V(t)}{Rb} - \frac{b \epsilon_{33}^s L}{h_p} \frac{dV(t)}{dt} = - \int_0^L d_{31} E_p \left[ h_{pc} \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right] dx \quad (38)$$

#### ۲-۴- بی‌بعدسازی معادلات

به منظور بی‌بعدسازی معادلات، متغیرهای بی‌بعد به صورت زیر

تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \hat{w} &= \frac{w}{l}, \quad \hat{x} = \frac{x}{l}, \quad \tau = \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{E_s I}{m_0}} t, \quad \hat{U} = Ul \sqrt{\frac{m_0}{E_s I}}, \\ \Omega &= \omega \sqrt{\frac{m_0 l^4}{E_s I}}, \quad \beta = \frac{M_b}{m_0 l} \Omega_s = \omega_s \sqrt{\frac{m_0 l^4}{E_s I}} = \Omega_{0s} u, \\ \Omega_{0s} &= \frac{2\pi l S_t}{D}, \quad c_L = \frac{C_L \rho_f D l}{4 \rho A}, \quad c_D = \frac{C_D \rho_f D l^2}{2 m_0} \\ \alpha_7 &= \frac{1}{l^3} R b d_{31} E_p h_{pc} \sqrt{\frac{E_s I}{m_0}}, \quad \alpha_5 = \frac{E_p A_p l^2}{E_s I}, \\ \alpha_6 &= \frac{m_2}{m_0 l^2}, \quad \alpha_1 = \frac{m_1}{m_0 l}, \quad \alpha_4 = \frac{(2\mu_2 + \lambda_2 + E_p I_p)}{E_s I} \\ \alpha_8 &= \frac{1}{l^2} R b d_{31} E_p \sqrt{\frac{E_s I}{m_0}}, \quad \alpha_9 = \frac{b \epsilon_{33}^s R b}{h l} \sqrt{\frac{E_s I}{m_0}} \end{aligned} \quad (39)$$

با جایگذاری متغیرهای بی‌بعد در روابط (۲)، (۳۰) و (۳۸)،

معادلات غیرخطی حاکم بر رفتار ارتعاشات القائی ناشی از جریان

از روابط پیزوالکتریک به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$D_3 = e_{31} \epsilon_p + \epsilon_{33}^T E_3 \quad (32)$$

که در آن  $D_3$  جابجایی الکتریکی،  $\epsilon_{33}^T$  ظرفیت الکتریکی در تنش ثابت و  $E_3$  میدان الکتریکی است. همچنین، زیرنویس‌های ۱ و ۳ به ترتیب در راستای حوره‌های  $x$  و  $z$  می‌باشند. با استفاده از رابطه (۳۲) را  $E_3(t) = -V(t)/h_p$  و  $\epsilon_{33}^S = \epsilon_{33}^T - d_{31}^2 E_p$  می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$D_3(x, t) = d_{31} E_p \epsilon_p - \epsilon_{33}^T \frac{V(t)}{h_p} \quad (33)$$

با معرفی  $h_{pc}$  به عنوان فاصله مرکز لایه پیزوالکتریک از محور خنثی تیر، کرنش خمشی متوسط لایه پیزوالکتریک به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\epsilon_p = -h_{pc} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (34)$$

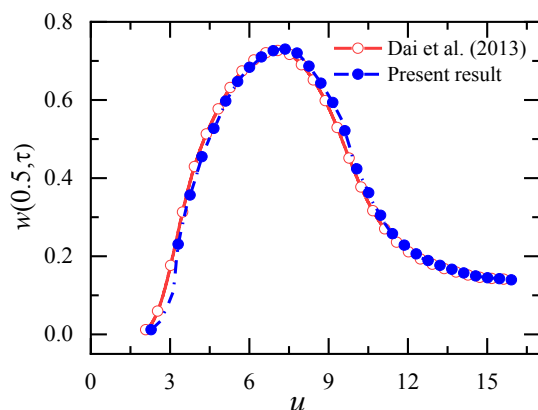
با جایگذاری رابطه (۳۴) در رابطه (۳۳) و انتگرال‌گیری از آن بار الکتریکی  $q(t)$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$q(t) = -b \int_0^L d_{31} E_p \left( \left[ h_{pc} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] + \epsilon_{33}^s \frac{V(t)}{h_p} \right) dx \quad (35)$$

در نتیجه، جریان الکتریکی  $i(t)$  و ولتاژ تولیدی به صورت زیر قابل محاسبه هستند:

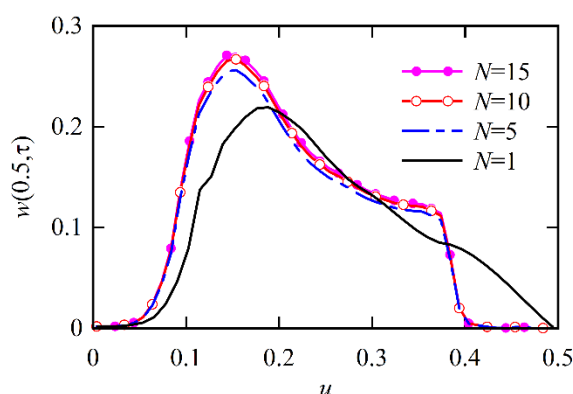
$$i(t) = \frac{\partial q(t)}{\partial t} = -b \int_0^L d_{31} E_p \left[ h_{pc} \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right] dx - \quad (36)$$

$$\frac{b \epsilon_{33}^s L}{h_p} \frac{dV(t)}{dt}$$



شکل ۳. مقایسه حداکثر دامنه نوسانات تیر با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها برحسب سرعت سیال خارجی

**Fig. 3. Comparison of the maximum amplitude of beam oscillations with simple supports at both ends in terms of external fluid velocity**



شکل ۴. منحنی تغییرات حداکثر دامنه نوسانات نقطه میانی تیر متخلخل Type-۳ برحسب سرعت جریان سیال خارجی و با مد نظر قرار دادن تعداد جملات مختلف در روش گالرکین

**Fig. 4. Changes in the maximum amplitude of oscillations of the mid-point of Type-3 porous beam in terms of external fluid flow velocity and considering the number of different sentences in the Galerkin method**

$$\frac{\partial^2 \bar{q}(\hat{x}, \tau)}{\partial \tau^2} + \delta \Omega_{0s} u$$

$$\left[ \bar{q}(\hat{x}, \tau)^2 - 1 \right] \frac{\partial \bar{q}(\hat{x}, \tau)}{\partial \tau} +$$

$$\Omega_{0s}^2 u^2 \bar{q}(\hat{x}, t) = T \frac{\partial^2 \hat{w}(\hat{x}, \tau)}{\partial \tau^2}$$

$$V(\tau) - \alpha_9 \frac{dV(\tau)}{d\tau}$$

$$= - \int_0^1 \left( \alpha_7 \frac{\partial^3 \hat{w}}{\partial \tau \partial \hat{x}^2} + \alpha_8 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \tau \partial \hat{x}} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}} \right) d\hat{x}$$

سیال در تیر متخلخل به عنوان برداشت کننده انرژی برحسب متغیرهای بی‌بعد به صورت زیر به دست می‌آیند:

(۴۱)

$$-\alpha_4 \frac{\partial^4 \hat{w}}{\partial \hat{x}^4} - \alpha_5 \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left( \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}^2} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}} \right)$$

$$+ \hat{\vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \hat{x}^2} (V(t) [H(\hat{x}) - H(\hat{x} - 1)])$$

$$- \alpha_1 \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}} \left( \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}^2} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}} \right)$$

(۴۲)

$$- (1 + \beta \delta (\hat{x} - 1)) \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \tau^2} + \alpha_6 \frac{\partial^4 \hat{w}}{\partial \tau^2 \partial \hat{x}^2} =$$

$$c_L \hat{U}^2 \bar{q} - c_D \hat{U} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \tau}$$

(۴۰)



به ازای مقادیر مختلف از پارامترهای سیستم به دست آمده‌اند. در استخراج نتایج فرض شده است که تیر تحت تأثیر شرایط اولیه جابجایی خالص و به صورت  $\chi_i = \eta_i = 0/0.01$ ,  $i = 1, 2, \dots, 10$  و  $\dot{\chi}_i = \dot{\eta}_i = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, 10$  ارتعاش می‌نماید.

ابتدا به منظور صحت‌سنجی دقت مدل، نتایج عددی برای تیر با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها واقع در معرض جریان سیال بدون اثرات برداشت انرژی با نتایج دای و همکاران [۴۲] در شکل ۲ مقایسه می‌شود. همانطور که نتایج نشان می‌دهد تطابق بسیار قابل قبولی بین نتایج وجود دارد. لازم به ذکر است که این نتایج با در نظر گرفتن چهار شکل مود ارتعاشی اول در روش گالرکین استخراج شده که نشان دهنده کافی بودن تعداد جملات در نظر گرفته شده در این روش می‌باشد. با توجه به شکل ۳ مشاهده می‌شود که ناحیه فقل‌شدگی در محدوده سرعت بی‌بعد  $7/5$  روی می‌دهد که در آن دامنه نوسانات بیشترین مقدار را داشته، اما در ناحیه قبل و بعد از آن، دامنه ارتعاشات کمتر می‌باشد.

به منظور بررسی عدم وابستگی حل به تعداد شکل موده‌های ارتعاشی در نظر گرفته شده در پاسخ فرضی ارائه شده در رابطه (۴۳)، در شکل ۴ منحنی تغییرات حداکثر دامنه نوسانات نقطه میانی تیر متخلخل Type-۳ برحسب سرعت جریان سیال خارجی و با مد نظر قرار دادن یک، ۵، ۱۰ و ۱۵ مود ارتعاشی در روش گالرکین مورد مقایسه قرار داده شده است. همانطور که از نتایج مشاهده می‌شود تقریب مود اول تنها اثر مود اول را در پاسخ در نظر گرفته و همانطور که مشاهده می‌شود خطای پاسخ زیاد می‌باشد. با افزایش تعداد جملات پاسخ تقریبی همگرا شده و پاسخ به دست آمده با استفاده از ۱۰ و ۱۵ جمله تقریباً یکسان می‌باشند. بنابراین می‌توان بیان داشت که در نظر گرفتن ۱۰ جمله با دقت مناسبی رفتار سیستم را در اختیار می‌گذارد. در ادامه نتایج با در نظر قرار دادن ۱۰ جمله ارائه و مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

در ارتعاشات القایی ناشی از سیال، نیروی مقاوم سیال ترکیبی از نیروهای برشی و فشاری است. با افزایش سرعت جریان و در نتیجه عدد رینولدز، ناحیه گردابه‌ای پشت تیر گسترده شده و نیروی درگ اثر غالب در نیروی مقاوم کل و ارتعاشات تیر دارد. بدین جهت در نواحی سرعت‌های پایین این نیرو باعث میرا شدن دامنه ارتعاشات می‌شود. با افزایش بیشتر سرعت سیال، نیروهای اینرسی زیادت

در ادامه به منظور اختصار از علامت بالانویس در معادلات صرف‌نظر می‌شود.

## ۲-۵- حل معادلات

در مقاله حاضر دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی با مشتقات جزئی ارائه شده در روابط (۴۰) تا (۴۲) با استفاده از روش گالرکین گسسته‌سازی می‌شود. بر این اساس پاسخ فرضی معادله دیفرانسیل به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$w(x, \tau) = \sum_{n=1}^N \varphi_n(x) y_n(\tau), \quad (43)$$

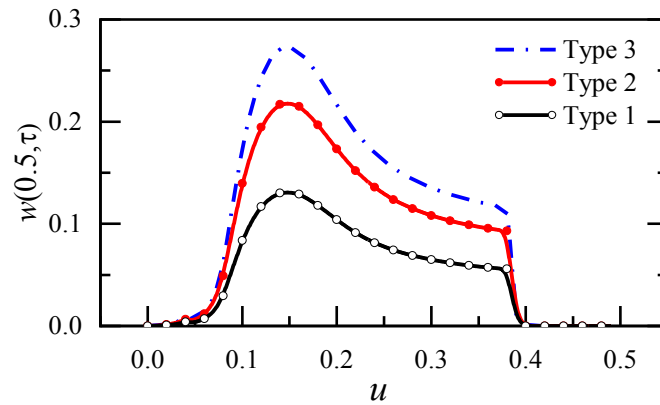
$$\bar{q}(x, \tau) = \sum_{n=1}^N \varphi_n(x) \chi_n(\tau)$$

در رابطه اخیر  $\bar{O}_n(x)$ ،  $\bar{\varphi}_n(x)$  و  $\chi_n(\tau)$  به ترتیب نشان دهنده شکل موده‌های ارتعاشی و مختصه‌های زمانی تعمیم‌یافته می‌باشند. توابع شکل مود  $\bar{O}_n(x)$  بایستی تمام شرایط مرزی سیستم را ارضا کنند. بر این اساس در تحقیق حاضر با توجه به شرایط مرزی یکسرگیردار، این توابع به صورت شکل موده‌های ارتعاشی تیر یکسرگیردار مورد استفاده قرار می‌گیرند.

با جایگذاری رابطه (۴۳) در معادلات (۴۰) تا (۴۲)، دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی با مشتقات معمولی دارای  $2N$  مجهول به دست می‌آیند که می‌بایست به منظور محاسبه پارامترهای مجهول شامل خیز عرضی تیر، ضریب برای نوسانی لحظه‌ای و ولتاژ تولید شده، به صورت عددی حل شوند. با حل این معادلات با استفاده از روش رانگ‌کوتا، در بخش بعد تأثیر پارامترهای مختلف مورد مطالعه قرار گرفته می‌شود.

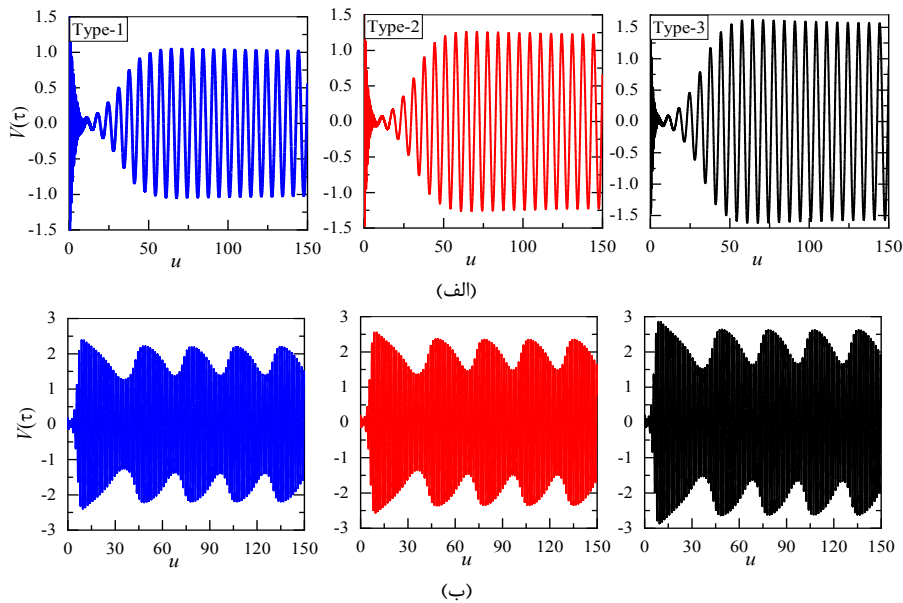
## ۳- بررسی نتایج

در این بخش به مطالعه رفتار ارتعاشات القایی ناشی از سیال و برداشت انرژی توسط تیرهای متخلخل واقع در معرض جریان سیال خارجی با در نظر گرفتن اندرکنش سازه-سیال پرداخته می‌شود. مقادیر ضرایب  $C_D$ ،  $C_L$  و  $S_f$  از مرجع [۴۱] و ضرایب نوسانات ویک  $\delta$  و  $P$  از مقادیر ارائه شده در مرجع [۲۶] مورد استفاده قرار گرفته‌اند. معادلات دیفرانسیل با مشتقات معمولی به دست آمده در روابط (۴۰) تا (۴۲) با استفاده روش رانگ-کوتا حل شده و پاسخ این معادلات

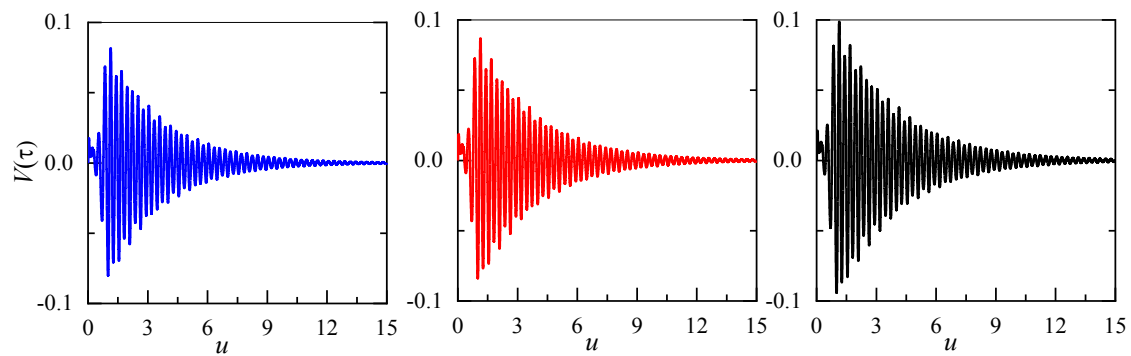


شکل ۵. حداکثر دامنه نوسانات نقطه میانی تیر متخلخل برحسب سرعت جریان سیال خارجی

Fig. 5. Maximum amplitude of oscillations of the midpoint of a porous beam in terms of external fluid flow velocity

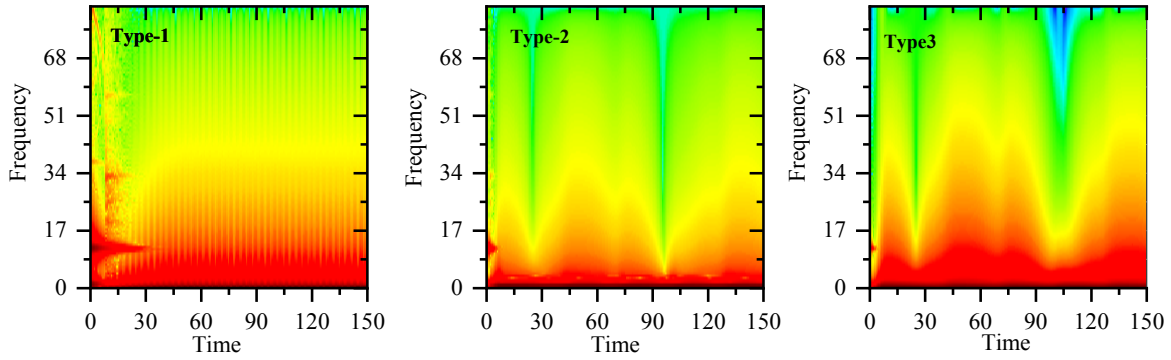


شکل ۶. منحنی‌های پاسخ زمانی تیر متخلخل به ازای سرعت‌های مختلف جریان سیال (الف)  $u=0.015$  و (ب)  $u=0.05$



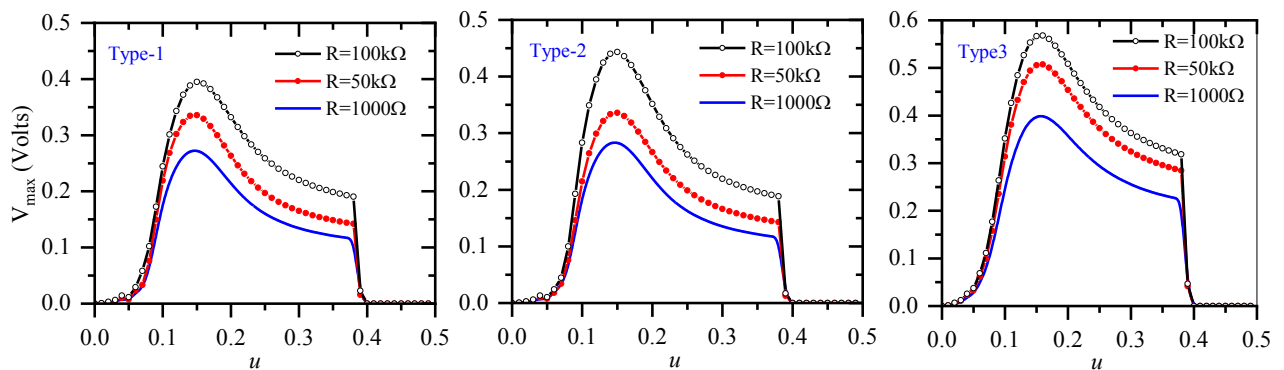
شکل ۷. منحنی‌های پاسخ زمانی تیر متخلخل به ازای سرعت جریان سیال  $u=0.6$

Fig. 7. Time response of porous beam for fluid flow velocity of  $u=0.6$



شکل ۸. تبدیل مورلت پاسخ ارتعاشی تیر متخلخل به ازای سرعت جریان سیال  $u = 0.5$

Fig. 8. Morlett transform of the vibrating response of a porous beam at velocity of the fluid flow of  $u=0.5$



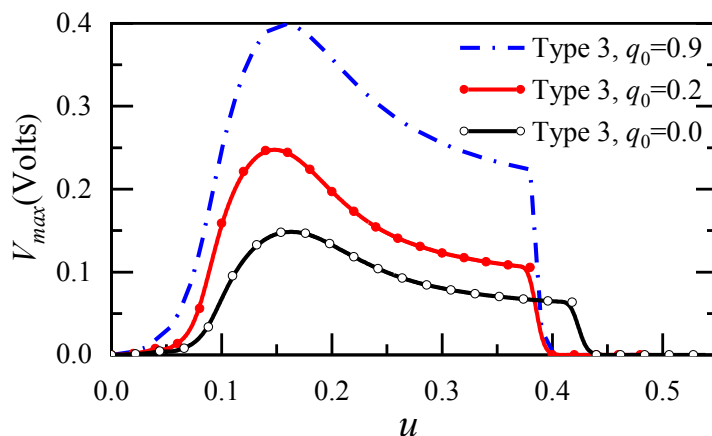
شکل ۹. منحنی تغییرات حداکثر مقدار ولتاژ تولیدی برحسب سرعت جریان سیال برای سه نوع تیر متخلخل

Fig. 9. Changes in the maximum magnitude of output voltage in terms of fluid flow velocity for three types of porous beams

خارجی را نشان می‌دهد، مشاهده نمود. علاوه بر این، نتایج نشان می‌دهد که توزیع تخلخل تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر ناحیه قفل‌شدگی و همچنین حداکثر دامنه نوسانات تیر متخلخل دارد. حداکثر دامنه ارتعاشی برای توزیع تخلخل نوع سوم و در محدود سرعت  $u = 0.15$  اتفاق می‌افتد که مقدار آن برابر  $0.27$  می‌باشد. همچنین، ناحیه قفل‌شدگی برای تیر با دو نوع توزیع تخلخل دیگر نیز در این محدوده سرعت ایجاد می‌شود ولی حداکثر دامنه ایجاد شده متفاوت بوده و برای توزیع نوع اول و دوم به ترتیب برابر  $0.22$  و  $0.13$  می‌باشد.

در شکل‌های ۶ و ۷ ولتاژ تولید شده از تیر متخلخل به ازای سه توزیع مختلف تخلخل و در سرعت‌های بی‌بعد سیال برابر  $u = 0.15$ ،  $u = 0.06$  و  $u = 0.05$  نشان داده شده است. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که در یک سرعت معین سیال، تاریخچه زمانی برداشت انرژی

شده و دیگر قابل صرف‌نظر کردن نمی‌باشند. این امر باعث می‌شود تا در سرعت‌های بالاتر دامنه ارتعاشات سیستم به صورت ناگهانی افزایش یافته و دوباره نوسانات سیستم پایدار شود. این محدوده از سرعت سیال، ناحیه قفل‌شدگی نامیده می‌شود. در ناحیه بعد از ناحیه قفل‌شدگی، افزایش بیشتر سرعت سیال باعث کاهش دامنه نوسانات شده و دامنه حالت پایدار سیستم برخلاف حالت‌های قبل به صفر می‌رسد. در این محدوده نیروهای مقاوم ناشی از سیال بر نیروهای اینرسی و بازگرداننده تیر غالب شده و باعث ساکن شدن تیر می‌شود. همانطور که از نتایج نشان داده شده در شکل ۵ مشاهده می‌شود دامنه ارتعاشات حالت پایدار برای ناحیه قفل‌شدگی بیشتر از دو ناحیه دیگر است. این رفتار سیستم را می‌توان با توجه به شکل ۴ که حداکثر دامنه نوسانات نقطه میانی تیر متخلخل برحسب سرعت جریان سیال



شکل ۱۰. حداکثر ولتاژ تولیدی بر حسب سرعت جریان سیال برای تیر بدون تخلخل و تیر متخلخل با توزیع تخلخل نوع سوم  
**Fig. 10. Maximum output voltage in terms of fluid flow velocity for beam without porosity and porous beam with porosity distribution type III**

پیش‌بینی بود. به هر حال، همان طوری که از این شکل‌ها مشخص است، میزان انرژی قابل استحصال در نواحی قفل‌شدگی به مراتب بیشتر از سایر نواحی است که علت این امر، به وجود آمدن کرنش‌های دینامیکی زیاد در این نواحی است. علاوه بر این نتایج نشان می‌دهد که حداکثر دامنه نوسانات تیر با تخلخل نوع سوم بیشتر از دو نوع توزیع تخلخل دیگر می‌باشد. بر این اساس، می‌توان بیان نمود که نوع توزیع تخلخل به علت تغییر در سفتی معادل سازه و انعطاف‌پذیری آن تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر پاسخ زمانی و همچنین حداکثر دامنه تیرهای متخلخل داشته و می‌تواند برداشت انرژی از این نوع تیرها را تحت تأثیر قرار دهند.

در شکل ۸ منحنی‌های تبدیل موجک مورلت پاسخ‌های زمانی نشان داده شده در شکل ۶ ارائه شده است. نتیجه جالب توجه دیگری که می‌توان مشاهده نمود این است که محتوای فرکانس نوسانات سیستم بر حسب زمان متغیر می‌باشد. به واسطه وجود اثرات جرم افزوده ناشی از حضور جریان سیال خارجی، در سرعت‌های پایین سیال فرکانس‌های نوسانات سیستم کاهش می‌یابد و سپس در سرعت‌های بالاتر به علت تشکیل گردابه‌ها، فرکانس نوسانات افزایش می‌یابد. تبدیل موجک مورلت نشان می‌دهد که در  $u = 0.5$  فرکانس غالب نوسانات ۴ Hz بوده و به سبب وجود تشدید داخلی در سیستم، فرکانس‌های بزرگتری نیز در پاسخ سیستم ظاهر می‌شوند که با گذشت زمان اثر این فرکانس‌ها از پاسخ سیستم حذف می‌شوند. در مقابل، مشاهده می‌شود که میزان قدرت فرکانس تشدید اصلی

به صورت نوسانی می‌باشد. با توجه به شکل ۶ الف مشاهده می‌شود که در سرعت‌های پایین سیال، ولتاژ تولیدی که وابستگی مستقیم به پاسخ سیستم دارد به صورت نوسانی با دامنه ثابت می‌باشد. در این حالت تنها اثر جرم افزوده ناشی از سیال تأثیر گذاشته که این امر باعث کاهش فرکانس طبیعی تیر می‌شود. با افزایش سرعت سیال، جریان سیال اطراف تیر از نوع بسیار آهسته و یا خزشی می‌باشد. با جریان پیدا کردن سیال اطراف تیر، گردابه‌های ون کارمن بر اثر فشار منفی در پشت تیر به صورت متقارن ایجاد شده و سبب وارد کردن نیروهای لیفت و درگ بر تیر شده و در نتیجه باعث افزایش دامنه نوسانات و در نتیجه آن ولتاژ تولیدی می‌شوند. همانطور که در شکل ۶ ب نشان داده شده است در سرعت  $u = 0.5$  سیال اطراف تیر باعث ایجاد رفتاری متفاوت در پاسخ زمانی تیرهای متخلخل می‌شود. همانطور که مشاهده می‌شود در این حالت پدیده ضربان<sup>۱</sup> در پاسخ رخ می‌دهد و دامنه جابجایی تیر با گذشت زمان افزایش و کاهش می‌یابد. در این سرعت، حداکثر ولتاژ تولید شده توسط لایه‌های پیزوالکتریک در حالت پایا برای توزیع‌های تخلخل نوع اول، نوع دوم و نوع سوم به ترتیب برابر  $2/38$  V،  $2/52$  V و  $2/87$  V می‌باشد که نشان دهنده قابلیت بالای تولید انرژی در صورت استفاده از تیرهای متخلخل با توزیع تخلخل یکنواخت (نوع سوم) در آن می‌باشد. با توجه به اینکه حوالی  $u = 0.15$  ناحیه قفل‌شدگی برای تیر با توزیع تخلخل نوع سوم می‌باشد، بنابراین با توجه به شکل ۵ چنین نتیجه‌ای قابل

1 Beating

جدول ۱. مقایسه بین حداکثر ولتاژ برداشت شده توسط تیر بایمورف متخلخل ارائه شده در تحقیق حاضر با برخی از مدل‌های ارائه شده در تحقیقات پیشین

**Table 1. Comparison between the maximum voltages of porous beams presented in the present study with some of the models presented in previous research**

تحقیق حاضر	کوتون و همکاران [۴۶]	محمود و همکاران [۴۵]	خاتمی و همکاران [۴۷]
حداکثر ولتاژ برداشت شده	۱/۰۷ V	۰/۰۵ V	۰/۰۲ V

نوع سوم (Type ۳) آورده شده است. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود که کسر حجمی تخلخل تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر حداکثر ولتاژ تولید شده دارد و با بیشتر شدن تخلخل تیرها، حداکثر ولتاژ نیز افزایش می‌یابد. علاوه بر این، نتایج نشان می‌دهد که حداکثر ولتاژ تیر متخلخل به ازای  $q = ۰/۹$  در حدود ۱/۶ برابر بیشتر از تیر متناظر بدون تخلخل می‌باشد. بر این اساس، می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از تیرهای متخلخل قابلیت برداشت انرژی در اثر ارتعاشات القایی ناشی از سیال را به صورت قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌دهند که این پدیده در اثر انعطاف‌پذیری بالای تیرهای متخلخل می‌باشد. در جدول ۱ مقایسه‌ای بین حداکثر ولتاژ برداشت شده توسط تیر بایمورف متخلخل ارائه شده در تحقیق حاضر با برخی از مدل‌های ارائه شده در تحقیقات پیشین آورده شده است. با توجه به نتایج نشان داده شده در این جدول مشاهده می‌شود که استفاده از تیرهای متخلخل قابلیت بسیار مناسبی در تولید انرژی دارند و می‌تواند جایگزین سیستم‌های مشابه موجود شود.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر به مطالعه تحلیلی تأثیر برداشت انرژی از تیرهای متخلخل واقع در معرض جریان سیال خارجی پرداخته شد. بدین منظور، با در نظر گرفتن اندرکنش سازه-سیال و سه نوع توزیع تخلخل مختلف، معادلات غیرخطی الکترومکانیکی کوپل با استفاده از روش گالرکین گسسته‌سازی شده و سپس با حل عددی آنها تأثیر پارامترهای مختلف بر قابلیت برداشت انرژی از این سازه‌ها مطالعه شد. خلاصه‌ای از نتایج مهم تحقیق حاضر عبارت است از:  
-توزیع تخلخل تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر پاسخ زمانی و همچنین حداکثر دامنه تیرهای متخلخل داشته و برداشت انرژی از این نوع

و انرژی متناظر با آن در طول زمان برای هر سه نوع تخلخل تقریباً ثابت است.

در شکل ۹ منحنی تغییرات حداکثر مقدار ولتاژ تولیدی برحسب سرعت جریان سیال برای سه نوع تیر متخلخل تحت بررسی و همچنین مقادیر مختلف مقاومت الکتریکی نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که میزان برداشت انرژی در نواحی که پدیده قفل‌شدگی اتفاق می‌افتد، بیشترین مقدار را دارد که این نتیجه با نتایج مطالعات قبلی انجام شده در زمینه برداشت انرژی با استفاده از ارتعاشات القایی ناشی از سیال در سازه‌های مختلف نیز سازگاری دارد [۴۳-۴۵]. همچنین، برداشت انرژی وابستگی قابل ملاحظه‌ای به نحوه توزیع تخلخل در تیرها دارد. به عنوان مثال، به ازای مقاومت الکتریکی  $1000 \Omega$ ، حداکثر ولتاژ تولید شده برای تیر با توزیع تخلخل نوع اول، نوع دوم و نوع سوم به ترتیب برابر با  $0/26 V$ ،  $0/28 V$  و  $0/37 V$  می‌باشد که نشان دهنده بیشترین قابلیت برداشت انرژی مربوط به تیر با توزیع تخلخل نوع سوم می‌باشد. علاوه بر این، مشاهده می‌شود که ولتاژ تولید شده وابستگی زیادی به مقاومت الکتریکی دارد و نتایج نشان می‌دهد که برای هر سه نوع توزیع تخلخل، حداکثر مقدار ولتاژ برداشت انرژی مربوط به مقاومت الکتریکی برابر  $100 k\Omega$  می‌باشد. بر این اساس، با توجه به نمودارهای ولتاژ خروجی، اندازه ولتاژ به دست آمده از سیستم رابطه مستقیمی با مقاومت الکتریکی دارد، یعنی با افزایش مقاومت الکتریکی اندازه ولتاژ برداشت شده از سیستم افزایش می‌یابد.

به منظور بررسی وجه تمایز میان عملکرد برداشت انرژی تیرهای متخلخل و تیرهای همگن، در شکل ۱۰ مقایسه منحنی تغییرات حداکثر مقدار ولتاژ تولیدی برحسب سرعت جریان سیال برای تیر همگن بدون تخلخل ( $q = ۰/۱$ ) و تیر متخلخل با توزیع تخلخل

- effects, *Smart Structures and Systems*, 25(5) (2020) 619-630.
- [5] S.S. Mirjavadi, M. Forsat, M.R. Barati, A. Hamouda, Post-buckling of higher-order stiffened metal foam curved shells with porosity distributions and geometrical imperfection, *Steel and Composite Structures*, 35(4) (2020) 567-578.
- [6] E. Salari, S.S. Vanini, A. Ashoori, A. Akbarzadeh, Nonlinear thermal behavior of shear deformable FG porous nanobeams with geometrical imperfection: Snap-through and postbuckling analysis, *International Journal of Mechanical Sciences*, 178 (2020) 603-615.
- [7] Y. Huo, S. Ren, Z. Wei, G. Yi, Standing Wave Binding of Hemispherical Resonator Containing First-Third Harmonics of Mass Imperfection under Linear Vibration Excitation, *Sensors*, 20(19) (2020) 38-54.
- [8] H.B. Khaniki, M.H. Ghayesh, S. Hussain, M. Amabili, Porosity, mass and geometric imperfection sensitivity in coupled vibration characteristics of CNT-strengthened beams with different boundary conditions, *Engineering with Computers*, 45 (2020) 1-27.
- [9] X. Ma, Z. Su, Analysis and compensation of mass imperfection effects on 3-D sensitive structure of bell-shaped vibratory gyro, *Sensors and Actuators A: Physical*, 224 (2015) 14-23.
- [10] B. Zhang, S. Liu, Y.C. Shin, In-Process monitoring of porosity during laser additive manufacturing process, *Additive Manufacturing*, 28 (2019) 497-505.
- [11] W. Meng, Z. Li, F. Lu, Y. Wu, J. Chen, S. Katayama, Porosity formation mechanism and its prevention in laser lap welding for T-joints, *Journal of Materials Processing Technology*, 214(8) (2014) 1658-1664.
- [12] A. Matsunawa, M. Mizutani, S. Katayama, N. Seto, Porosity formation mechanism and its prevention in laser welding, *Welding international*, 17(6) (2003) 431-437.
- [13] R. Fu, S. Tang, J. Lu, Y. Cui, Z. Li, H. Zhang, T. Xu, Z. Chen, C. Liu, Hot-wire arc additive manufacturing of aluminum alloy with reduced porosity and high deposition rate, *Materials & Design*, 199 (2021) 34-51.
- [14] A. Sola, A. Nouri, Microstructural porosity in additive

تیرها را تحت تأثیر قرار دهند.

-نتایج نشان می‌دهد که توزیع تخلخل تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر ناحیه قفل‌شدگی نداشته ولی حداکثر دامنه نوسانات تیر متخلخل را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. ناحیه قفل‌شدگی برای هر سه توزیع تخلخل در حدود  $u = 0.15$  و برای تیر با توزیع تخلخل نوع اول (توزیع تخلخل متقارن به صورت سخت‌شوندگی در جداره)، تیر با توزیع تخلخل نوع دوم (توزیع تخلخل نامتقارن) و تیر با توزیع تخلخل سوم (توزیع تخلخل یکنواخت) حداکثر دامنه بی‌بعد نوسانات ایجاد شده به ترتیب برابر  $0.27$ ،  $0.21$  و  $0.13$  می‌باشد.

- میزان انرژی قابل استحصال در نواحی قفل‌شدگی به مراتب بیشتر از سایر نواحی است که علت این امر، به وجود آمدن کرنش‌های دینامیکی زیاد در این نواحی است.

- نتایج نشان می‌دهد که حداکثر ولتاژ تیر متخلخل در حدود  $1/6$  برابر بیشتر از تیر متناظر بدون تخلخل می‌باشد. بر این اساس، می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از تیرهای متخلخل قابلیت برداشت انرژی در اثر ارتعاشات القائی ناشی از سیال را به صورت قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌دهند که این پدیده در اثر انعطاف‌پذیری بالای تیرهای متخلخل می‌باشد.

## مراجع

- [1] R. Thomson, J. Hancock, Stress and strain fields near a contained porous imperfection in a plastically deforming matrix, *Res mechanica*, 16(2) (1985) 135-146.
- [2] K. Xie, Y. Wang, H. Niu, H. Chen, Large-amplitude nonlinear free vibrations of functionally graded plates with porous imperfection: A novel approach based on energy balance method, *Composite Structures*, 246 (2020) 345-367.
- [3] R. Kumhar, S. Kundu, M. Maity, S. Gupta, Analysis of interfacial imperfections and electro-mechanical properties on elastic waves in porous piezo-composite bars, *International Journal of Mechanical Sciences*, 187 (2020) 105-126.
- [4] L.A.H. Kunbar, L.B. Hamad, R.A. Ahmed, N.M. Faleh, Nonlinear vibration of smart nonlocal magneto-electro-elastic beams resting on nonlinear elastic substrate with geometrical imperfection and various piezoelectric



- Technology Society Journal, 53(4) (2019) 17-25.
- [25] M. Gu, B. Song, B. Zhang, Z. Mao, W. Tian, The effects of submergence depth on Vortex-Induced Vibration (VIV) and energy harvesting of a circular cylinder, *Renewable Energy*, 67 (2019) 67-78.
- [26] L. Chen, S. Pan, Y. Fei, W. Zhang, F. Yang, Theoretical study of micro/nano-scale bistable plate for flexoelectric energy harvesting, *Applied Physics A*, 125(4) (2019) 242-253.
- [27] H. Farokhi, A. Gholipour, M.H. Ghayesh, Efficient Broadband Vibration Energy Harvesting Using Multiple Piezoelectric Bimorphs, *Journal of Applied Mechanics*, 87(4) (2020) 45-56.
- [28] A. Li, W. Zhao, S. Zhou, L. Wang, L. Zhang, Enhanced energy harvesting of cantilevered flexoelectric micro-beam by proof mass, *AIP Advances*, 9(11) (2019) 115305.
- [29] Y. Zhang, S.C. Cai, L. Deng, Piezoelectric-based energy harvesting in bridge systems, *Journal of intelligent material systems and structures*, 25(12) (2014) 1414-1428.
- [30] H. Dai, A. Abdelkefi, L. Wang, Piezoelectric energy harvesting from concurrent vortex-induced vibrations and base excitations, *Nonlinear Dynamics*, 77(3) (2014) 967-981.
- [31] M. Radgolchin, H. Moeenfar, Size-dependent piezoelectric energy-harvesting analysis of micro/nano bridges subjected to random ambient excitations, *Smart Materials and Structures*, 27(2) (2018) 12-24.
- [32] A. Li, W. Zhao, S. Zhou, L. Wang, L. Zhang, Enhanced energy harvesting of cantilevered flexoelectric micro-beam by proof mass, *AIP Advances*, 9 (2019) 23-41.
- [33] M. Zamanian, H. Rezaei, M. Hadilu, S. Hosseini, A comprehensive analysis on the discretization method of the equation of motion in piezoelectrically actuated microbeam, *Smart Structures and Systems*, 16(5) (2015) 891-918.
- [34] A. Erturk, D.J. Inman, A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters, *Journal of vibration and acoustics*, 130(4) (2008) 12-24.
- [35] L. Qi, Energy harvesting properties of the functionally manufacturing: The formation and detection of pores in metal parts fabricated by powder bed fusion, *Journal of Advanced Manufacturing and Processing*, 1(3) (2019) 87-95.
- [15] D. Basu, Z. Wu, J.L. Meyer, E. Larson, R. Kuo, A. Rollett, Entrapped Gas and Process Parameter-Induced Porosity Formation in Additively Manufactured 17-4 PH Stainless Steel, *Journal of Materials Engineering and Performance*, 56 (2021) 1-8.
- [16] A. Erturk, D.J. Inman, *Piezoelectric energy harvesting*, John Wiley & Sons, 2011.
- [17] J. Choi, I. Jung, C.-Y. Kang, A brief review of sound energy harvesting, *Nano energy*, 56 (2019) 169-183.
- [18] N.M. Monroe, J.H. Lang, Broadband, large scale acoustic energy harvesting via synthesized electrical load: I. Harvester design and model, *Smart Materials and Structures*, 28(5) (2019) 55-67.
- [19] M.A. Pillai, E. Deenadayalan, A review of acoustic energy harvesting, *International journal of precision engineering and manufacturing*, 15(5) (2014) 949-965.
- [20] H. Maiwa, Thermal energy harvesting of PLZT and BaTiO<sub>3</sub> ceramics using pyroelectric effects, in: *Nanoscale Ferroelectric-Multiferroic Materials for Energy Harvesting Applications*, Elsevier, 2019, pp. 217-229.
- [21] Q. Wang, C.R. Bowen, R. Lewis, J. Chen, W. Lei, H. Zhang, M.-Y. Li, S. Jiang, Hexagonal boron nitride nanosheets doped pyroelectric ceramic composite for high-performance thermal energy harvesting, *Nano Energy*, 60 (2019) 144-152.
- [22] S. Wu, T. Li, Z. Tong, J. Chao, T. Zhai, J. Xu, T. Yan, M. Wu, Z. Xu, H. Bao, High-Performance Thermally Conductive Phase Change Composites by Large-Size Oriented Graphite Sheets for Scalable Thermal Energy Harvesting, *Advanced Materials*, 31(49) (2019) 23-45.
- [23] C. Williamson, R. Govardhan, A brief review of recent results in vortex-induced vibrations, *Journal of Wind engineering and industrial Aerodynamics*, 96(6-7) (2008) 713-735.
- [24] M.J. Wickett, S. Hindley, M.B. Wickett, WITT: Harvesting Energy From Subsea, Vortex-Induced Vibration, *Marine*



- [42]H. Dai, L. Wang, Q. Qian, Q. Ni, Vortex-induced vibrations of pipes conveying fluid in the subcritical and supercritical regimes, *Journal of Fluids and Structures*, 39 .334-322 (2013)
- [43]Y. Hu, B. Yang, X. Chen, X. Wang, J. Liu, Modeling and experimental study of a piezoelectric energy harvester from vortex shedding-induced vibration, *Energy conversion and management*, .158-145 (2018) 162
- [44]R. Song, X. Shan, F. Lv, T. Xie, A study of vortex-induced energy harvesting from water using PZT piezoelectric cantilever with cylindrical extension, *Ceramics International*, 2015) 41) S-768S.773
- [45]A. Mehmood, A. Abdelkefi, M. Hajj, A. Nayfeh, I. Akhtar, A. Nuhait, Piezoelectric energy harvesting from vortex-induced vibrations of circular cylinder, *Journal of Sound and Vibration*, .4667-4656 (2013) (19)332
- [46]F. Cottone, L. Gammaitoni, H. Vocca, M. Ferrari, V. Ferrari, Piezoelectric buckled beams for random vibration energy harvesting, *Smart materials and structures*, (3)21 .54-34 (2012)
- [47]A. Khatami, Response regime of nonlinear bistable energy harvester, *Modares Mechanical Engineering*, (5)18 .65-57 (2018)
- graded flexoelectric microbeam energy harvesters, *Energy*, 171 (2019) 721-730.
- [36]Z. Zhou, Y. Ni, Z. Tong, S. Zhu, J. Sun, X. Xu, Accurate nonlinear buckling analysis of functionally graded porous graphene platelet reinforced composite cylindrical shells, *International Journal of Mechanical Sciences*, 151 (2019) 537-550.
- [37]P. Jiao, A.H. Alavi, Buckling analysis of graphene-reinforced mechanical metamaterial beams with periodic webbing patterns, *International Journal of Engineering Science*, 131 (2018) 1-18.
- [38]M.L. Facchinetti, E. De Langre, F. Biolley, Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations, *Journal of Fluids and structures*, 19(2) (2004) 123-140.
- [39]E. Ciappi, S. De Rosa, F. Franco, J.-L. Guyader, S.A. Hambric, *Flinovia-Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects*, Springer, 2015.
- [40]N. Shafiei, A. Mousavi, M. Ghadiri, On size-dependent nonlinear vibration of porous and imperfect functionally graded tapered microbeams, *International Journal of Engineering Science*, 106 (2016) 42-56.
- [41] R.D. Blevins, *Flow-induced vibration* 45 (1990) 34-50.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Fallah, V. Arab Maleki, *Piezoelectric Energy Harvesting Using a Porous Beam Under Fluid-Induced Vibrations*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(8) (2021) 4633-4648.

DOI: [10.22060/mej.2021.18200.6780](https://doi.org/10.22060/mej.2021.18200.6780)

