



# Numerical Study of Natural Convection Heat Transfer inside a Triangular Cavity with Flexible Sidewalls Containing a Cylindrical Heat Source

A. Chidan, A. Raisi\*, B. Ghasemi

Department of Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

**ABSTRACT:** In this study, the natural convection heat transfer within a triangular cavity with elastic diagonal walls containing a cylindrical heat source is investigated. The assumed fluid inside the cavity is air. The flexible diagonal walls of the cavity are considered to be at a constant cold temperature of  $T_c$  and the cylindrical heat source is at the hot temperature of  $T_h$ . In this study, the interaction of fluid and solid fields and the effect of cylindrical heat source position on flow and temperature fields are examined. For this purpose, the effect of Rayleigh number and changing the position of the heat source along the vertical centerline on the deformation of flexible walls, flow and temperature fields, and heat transfer rate are investigated. The results show that for a fixed position of the heat source, an increase in the Rayleigh number increases the maximum of the stream function, the average Nusselt number, and the deformation of the flexible walls. Also, the results show that the position of the heat source depending on the Rayleigh number has different effects on the temperature and flow fields. As the heat source moves to the bottom of the cavity, the average Nusselt number for Rayleigh numbers of 104 and 105 decreases, and Rayleigh number of 106 first increases and then decreases.

## Review History:

Received: Feb. 24, 2021  
Revised: Jun. 01, 2021  
Accepted: Jul. 16, 2021  
Available Online: Jul. 29, 2021

## Keywords:

Natural convection  
Triangular cavity  
Cylindrical heat source  
Fluid-structure interaction  
Flexible wall.

## 1- Introduction

The fluid-structure interaction affects the performance of many scientific, engineering, and natural systems. Failure to consider this fundamental interaction between the solid and fluid domains can have devastating consequences. Ghalebaz et al. [1] numerically analyzed the convection heat transfer inside an L-shaped enclosure with a flexible blade at its middle. By examining the effects of Rayleigh number and modulus of elasticity, they found that with increasing Rayleigh number, heat transfer rate increases, and the modulus of elasticity affects the flow pattern as well as the isotherms inside the enclosure. Based on this, increasing the elastic modulus reduces the heat transfer. Raisi and Arvin [2] examined natural convection heat transfer inside a square enclosure with a flexible upper wall and containing a flexible blade. They found that increasing the Rayleigh number, in addition to increasing the natural convection heat transfer inside the enclosure, caused a significant deformation in the upper wall and the flexible blade. Also, they showed that the outward movement of the flexible wall reduces the strength of the vortex formed inside the enclosure, and the inwards movements increase it. In addition to the above, they found that increasing the blade length for both flexible and rigid systems in very large and small amounts of the Rayleigh number increases and decreases the average Nusselt number, respectively.

## 2- Problem Statement and Governing Equations

Fig. 1 shows a schematic diagram of the enclosure examined in this paper. The diagonal walls of the triangular enclosure are flexible and the horizontal wall is rigid, and a cylindrical heat source is installed inside the enclosure.

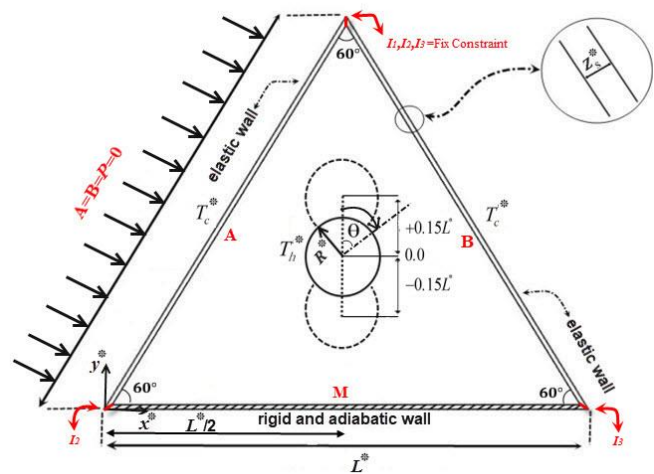


Fig. 1. The geometry of the present study

\*Corresponding author's email: raisi@sku.ac.ir

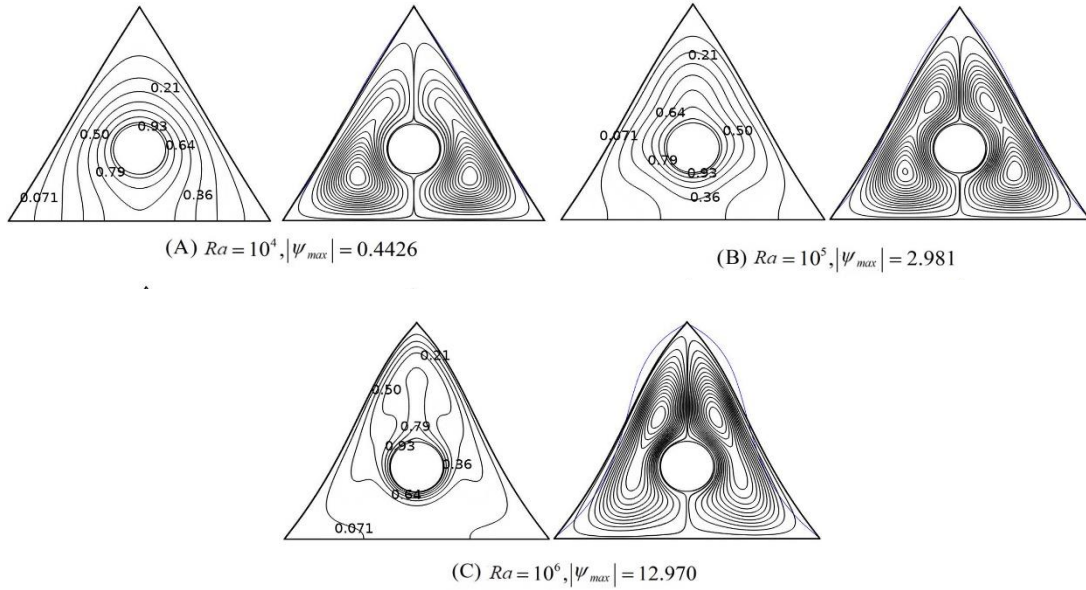


Fig. 2. Isotherms (left) and streamlines (right) for different values of Rayleigh number

The fluid-structure interaction equation includes equations of the fluid and structure, which include continuity, momentum, and energy for fluid domain and linear momentum equations for solid domain [3]:

$$\frac{\partial u_f^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v_f^*}{\partial y^*} = 0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_f^*}{\partial t} + (u_f^* - u_g^*) \cdot \frac{\partial u_f^*}{\partial x^*} + (v_f^* - v_g^*) \cdot \frac{\partial u_f^*}{\partial y^*} = \\ -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P_f^*}{\partial x^*} + \nu_f \left( \frac{\partial^2 u_f^*}{\partial x^{2*}} + \frac{\partial^2 u_f^*}{\partial y^{2*}} \right) \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_f^*}{\partial t} + (u_f^* - u_g^*) \cdot \frac{\partial v_f^*}{\partial x^*} + (v_f^* - v_g^*) \cdot \frac{\partial v_f^*}{\partial y^*} = \\ -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P_f^*}{\partial y^*} + \nu_f \left( \frac{\partial^2 v_f^*}{\partial x^{2*}} + \frac{\partial^2 v_f^*}{\partial y^{2*}} \right) + \beta_f g (T^* - T_c^*) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t} + (u_f^* - u_g^*) \cdot \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + (v_f^* - v_g^*) \cdot \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = a_f \left( \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{2*}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{2*}} \right) \tag{3}$$

$$\rho_s \frac{d^2 d_s^*}{dt^2} - \nabla^* \sigma^* = F_v^* \tag{4}$$

### 3- Results and Discussion

Fig. 2 shows the Rayleigh number effect  $Ra=10^4, 10^5, 10^6$  on isotherms, streamlines, and deformation of flexible walls for  $\delta=0$ . As can be seen, for the density of streamlines at the top of the enclosure is less than at the bottom of the enclosure due to the weak strength of the vortices formed. As the Rayleigh

number increases, the buoyant force increases, and the role of the convection mechanism in heat transfer increases. Therefore, the strength of the vortices increases, and the core of the vortices moves to the top of the enclosure. As a result, the density of streamlines at the top of the enclosure increases compared to the  $Ra=10^4$ .

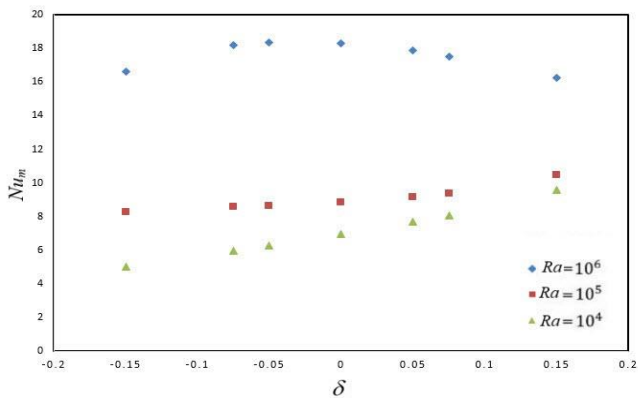
In addition, as the buoyant force increases, the hydrodynamic force applied to the flexible diagonal walls of the chamber increases and causes a very noticeable deformation in the walls. The pattern of isotherms shows that in low Rayleigh numbers, conduction is the dominant heat transfer mechanism and in high Rayleigh numbers, natural convection is the dominant heat transfer mechanism.

In Table 1 the steady-state average Nusselt number on the cylindrical heat source surface has been presented at different values of Rayleigh number for both flexible and rigid systems.

As the Rayleigh number increases, the buoyant force increases, and the vortices are strengthened. As a result, the temperature gradient near the cold and hot surfaces increases, and the average Nusselt number enhancements. The results presented in Table 1 show that the average Nusselt number of the flexible system has increased slightly compared to the average Nusselt number of a rigid system. This slight increase in the average Nusselt number

Table 1. The steady-state average Nusselt number on the cylindrical heat source surface

Ra	Nu <sub>m</sub>		
	10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>6</sup>
Elastic walls	6.9643	8.8580	18.299
Rigid walls	6.9332	8.7698	18.013



**Fig. 3. Variations of the average Nusselt number of the heat source surface for the flexible system for different values of Ra and  $\delta$**

is due to the fact that when the enclosure walls are deformed, the streamlines adjacent to these walls become in more coordination with the boundaries and the formed vortex penetrates better into the corners of the enclosure.

Fig. 3 shows the variations of the average Nusselt number on the cylindrical heat source surface in terms of the position of the heat source for different values of the Rayleigh number. At low Rayleigh numbers ( $Ra=10^4, 10^5$ ) conduction is the main heat transfer mechanism. Therefore, by moving the heat source to the top of the enclosure, the distance between the hot surface of the heat source and the cold surfaces of the enclosure decreases, and the heat transfer rate increases.

At  $Ra=10^6$ , convection plays a major role in heat transfer, so the position of the heat source affects the strength of the vortices on the one hand and the space that the vortices have for rotation on the other.

#### 4- Verification

The natural convection heat transfer was analyzed by considering flexible diagonal walls for a Triangular Cavity enclosure with an internal isotherm heat source.

Increasing the Rayleigh number increased the strength of the vortices formed inside the enclosure and thus increased the rate of heat transfer as well as the deformation of the flexible walls. Also, changing the position of the heat source inside the enclosure had an effect on the heat transfer rate and the average Nusselt number depending on the value of the Rayleigh number

#### References

- [1] M. Ghalambaz, S. Mehryan, A.I. Alsabery, A. Hajjar, M. Izadi, A. Chamkha, Controlling the natural convection flow through a flexible baffle in an L-shaped enclosure, *Meccanica*, 55(8) (2020) 1561-1584.
- [2] A. Raisi, I. Arvin, A numerical study of the effect of fluid-structure interaction on transient natural convection in an air-filled square cavity, *International Journal of Thermal Sciences*, 128 (2018) 1-14.
- [3] S. Mehryan, M. Ghalambaz, R.K. Feeoj, A. Hajjar, M. Izadi, Free convection in a trapezoidal enclosure divided by a flexible partition, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 149 (2020) 119186.

#### HOW TO CITE THIS ARTICLE

A. Chidan, A. Raisi, B. Ghasemi, Numerical Study of Natural Convection Heat Transfer inside a Triangular Cavity with Flexible Sidewalls Containing a Cylindrical Heat Source, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53(11) (2022) 1377-1380.

DOI: 10.22060/mej.2021.19669.7087







## بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون یک محفظه مثلثی با دیوارهای جانبی انعطاف‌پذیر حاوی یک منبع گرمای استوانه‌ای

عادل چیدان، افراسیاب رئیسی\*، بهزاد قاسمی

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۰۶  
بازنگری: ۱۴۰۰/۰۳/۱۱  
پذیرش: ۱۴۰۰/۰۴/۲۵  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۵/۰۷

### کلمات کلیدی:

انتقال حرارت  
محفظة مثلثی  
منبع گرم استوانه‌ای  
برهمکنش سازه و سیال  
دیوارهای انعطاف‌پذیر.

**خلاصه:** در این پژوهش، انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون یک محفظه مثلثی حاوی یک منبع گرمای استوانه‌ای با دیوارهای مورب انعطاف‌پذیر بررسی می‌شود. سیال فرض شده درون محفظه، هوا است. دیوارهای مورب انعطاف‌پذیر محفظه در دمای ثابت سرد  $T_c$  قرار دارند و منبع گرم استوانه‌ای در دمای  $T_h$  قرار دارد. معادلات با استفاده از روش المان محدود گالرکین گسسته می‌شوند و به منظور توصیف حرکت سیال از دیدگاه اوپلری\_لاگرانژی دلخواه استفاده می‌شود. در این پژوهش تأثیر متقابل میدان سیال و میدان جامد روی یکدیگر و اثر موقعیت منبع گرمای استوانه‌ای شکل بر میدان سیال و دما بررسی می‌شود. به همین منظور، اثر پارامترهای مختلفی همچون عدد رابلی ( $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ ) تغییر موقعیت منبع گرمای ( $-0.15 \leq \delta \leq +0.15$ ) در راستای خط عمودی گذرنده از مرکز سطح محفظه، روی تغییر شکل دیوارهای انعطاف‌پذیر، میدان‌های جریان و دما و نرخ انتقال حرارت مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج حاصل نشان می‌دهد که در یک موقعیت ثابت منبع گرم، با افزایش عدد رابلی، اندازه تابع جریان ماکزیمم، عدد ناسلت متوسط و تغییر شکل دیوارهای انعطاف‌پذیر افزایش می‌یابند. همچنین، نتایج حاصل نشان می‌دهد که موقعیت منبع گرمای اثر قابل توجهی بر میدان دما و جریان دارد. به طوری که با حرکت کردن منبع گرمای به سمت پایین محفظه، عدد ناسلت متوسط برای اعداد رابلی  $10^4$  و  $10^5$  کاهش و برای عدد رابلی  $10^6$  در ابتدا افزایش و سپس کاهش پیدا می‌کند.

### ۱- مقدمه

باعث کاهش اندازه کلی سیستم می‌شود. همرفت طبیعی درون محفظه‌های بسته کاربردهای بسیار زیادی در زمینه‌های مختلف مهندسی از جمله، کلکتورهای خورشیدی، فناوری‌های خشک‌کن مواد غذایی، مهندسی کوره، انرژی هسته‌ای، خنک‌کننده‌های دستگاه‌های الکترونیکی و غیره دارد [۱ و ۲]. برهمکنش بین سیال و جامد در عملکرد بسیاری از سیستم‌های علمی، مهندسی و طبیعی نقش دارد و در نظر نگرفتن این تعامل اساسی و اصلی بین دو حوزه جامد و سیال می‌تواند عواقب ویرانگری را در پی داشته باشد. این پدیده، برهمکنش میان یک سازه متحرک یا تغییر شکل یافته را با سیال محاط یا احاطه شده (توسط سازه) مورد بررسی قرار می‌دهد. در این گونه مسائل رفتار جریان به شکل سازه و حرکت آن وابسته بوده و حرکت و تغییر شکل ساختار نیز به نیروهای مکانیکی سیالی که بر سازه وارد می‌شود بستگی دارد. از جمله زمینه‌های مختلف مهندسی که در زمینه تعامل سازه و سیال می‌توان به آن اشاره نمود، مهندسی: هوا و فضا، زیست پزشکی، اقیانوس، انرژی و غیره است [۳ و ۴].

امروزه به دلیل استفاده زیاد از قطعات الکترونیکی در محفظه‌های با حجم‌های کمتر، بررسی انتقال حرارت در محفظه‌ها بیشتر مورد توجه محققان قرار گرفته و بررسی این موضوع از اهمیت بیشتری برخوردار شده است. توجه به این موضوع زمانی بیشتر می‌شود که به اهمیت این نوع جریان‌ها در بسیاری از کاربردهای صنعتی و مهندسی پی برده می‌شود. در انتقال حرارت جابجایی اجباری به دلیل استفاده از منبع برق و مدارهای الکتریکی و ساختار پیچیده جهت تنظیمات چنین سیستم‌هایی و خطرهای ناشی از نقص‌های مکانیکی و قابلیت اطمینان دستگاه، به صرفه نبوده و به همین دلیل سعی در استفاده از سیستم‌هایی می‌شود که پیچیده نبوده و به صرفه‌تر باشند. به همین منظور استفاده از سیستم‌هایی که از انتقال حرارت جابجایی طبیعی استفاده می‌کنند بسیار به صرفه بوده و علاوه بر مزیت خودبه‌خودی بودن همرفت طبیعی، خطرهای ناشی از نقص‌های مکانیکی، استفاده از منبع برق، استفاده از مدارهای الکتریکی پیچیده، تعمیرات و نگهداری از بین رفته و



یکی از کاربردهای جدید مسائل برهمکنش بین سیال و جامد استخراج انرژی از یک جسم جامد ارتجاعی است که بر اثر نیروهای وارد شده از طرف سیال دچار ارتعاش شده است. می‌توان کرنش‌های به وجود آمده در آن را از طریق مواد پیزو الکترونیک به نیروی پتانسیل الکتریکی تبدیل کرد. این تولید انرژی به این گونه است که پیزو الکترونیک‌ها از طریق جریان الکتریکی از خود ارتعاش نشان می‌دهند، پس می‌توان با ارتعاشی کردن پیزو الکترونیک‌ها در اثر حرکت مکانیکی اختلاف ولتاژ تولید نمود که انتقال حرارت جابجایی آزاد می‌تواند گزینه‌ی قابل بررسی برای تولید انرژی الکتریکی باشد [۵].

قلمباز و همکاران [۶] انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه‌ای L شکل که یک پره انعطاف‌پذیر در مرکز آن وجود دارد را به صورت عددی بررسی کردند. محفظه مورد نظر شامل دو ضلع گرم، دو ضلع سرد و دو ضلع عایق بود و پره انعطاف‌پذیر در دمای سرد قرار داشت. آن‌ها با بررسی اثر پارامترهای عدد رایلی و مدول الاستیسیته متوجه شدند با افزایش عدد رایلی انتقال حرارت افزایش می‌یابد و مدول الاستیسیته روی الگوی جریان و همچنین خطوط دما ثابت درون محفظه تأثیر می‌گذارد. به طوری که افزایش مدول الاستیسیته انتقال حرارت کاهش می‌یابد.

قلمباز و همکاران [۷] در پژوهشی دیگر انتقال حرارت جابجایی آزاد سیال غیرنیوتنی را در درون محفظه‌ای مربعی شکل که دیواره سمت چپ و راست آن در دمای پایین و دیواره بالا و پایین آن در حالت عایق قرار دارند را با استفاده از روش‌های عددی بررسی کردند. از آنجا که هدف اصلی پژوهش آن‌ها مطالعه سیال و سازه بود، آن‌ها یک پره الاستیک در دمای بالا را در مرکز محفظه مربعی قرار دادند. آن‌ها با افزایش عدد رایلی بین  $10^3$  تا  $10^6$  دریافتند که افزایش عدد رایلی همواره باعث افزایش انتقال حرارت می‌شود. نتایج همچنین نشان داد که افزایش شاخص تابع نمایی نیز به بهبود انتقال حرارت کمک می‌کند و از سوی دیگر باعث افزایش تنش بر روی پره انعطاف‌پذیر می‌شود.

مهریان و همکاران [۸] به صورت عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه‌ای دوزنقه‌ای شکل که ضلع سمت چپ و راست آن به ترتیب دارای دمای گرم و سرد بود را مطالعه کردند. محفظه دوزنقه‌ای مورد نظر توسط یک دیوار انعطاف‌پذیر عمودی به دو قسمت تقسیم شده بود. در این پژوهش، اثر پارامترهای مختلفی همچون عدد رایلی، عدد پرناتل و زاویه دیوارهای کناری دوزنقه‌ای بررسی شد. نتایج نشان داد با افزایش عدد رایلی از  $10^4$  به  $10^7$ ، نرخ انتقال حرارت ۸ برابر می‌شود. همچنین با تغییر زاویه دوزنقه مشخص شد زمانی که زاویه دوزنقه به اندازه‌ای تغییر کند تا به مربع

تبدیل شود، باعث بهبود ۱۵ درصدی در انتقال حرارت می‌شود.

مهریان و همکاران [۹] در پژوهشی دیگر اثرات نانوسیال هیبریدی آب-مس آلومینا و آب-آلومینا را بر انتقال حرارت جابجایی ترکیبی داخل یک محفظه بسته مربعی حاوی یک استوانه گرم نوسانی بررسی کردند. در مطالعه آن‌ها اثرات پارامترهای مختلف همچون کسر حجمی نانوسیال، عدد رایلی، دامنه نوسان و دوره نوسان استوانه بررسی شد. آن‌ها در اعداد رایلی پایین با حرکت استوانه نوسانی به سمت دیوارهای پایین و بالای محفظه دریافتند که عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. همچنین وجود نانو ذرات منجر به افزایش مقادیر عدد ناسلت متوسط در اعداد رایلی پایین می‌شود. علاوه با افزایش کسر حجمی هر دو نانو ذره، برای مقادیر پایین عدد رایلی، سرعت انتقال حرارت در طی یک دوره نوسان افزایش می‌یابد.

صابری و همکاران [۱۰] با استفاده از روش المان محدود تعامل سیال و سازه را در درون محفظه متوازی‌الاضلاعی که یک پره انعطاف‌پذیر در وسط آن قرار داشت را به منظور بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد شبیه‌سازی کردند. در مطالعه آن‌ها دیوار سمت راست کاملاً در دمای سرد قرار داشت درحالی‌که تنها یک سوم دیوار سمت چپ محفظه در دمای گرم قرار گرفته بود و سایر مرزها به صورت عایق در نظر گرفته شد. آن‌ها با بررسی پارامترهای نسبت ضریب هدایت و مدول یانگ پره الاستیک نشان دادند که افزایش نسبت ضریب هدایت باعث افزایش انتقال حرارت می‌شود، همچنین سفتی مدول یانگ به بهبود انتقال حرارت همرفتی کمک می‌کند.

صالح و همکاران [۱۱] با در نظر گرفتن اثرات برهمکنش میان سیال و جامد به بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون یک محفظه بسته حاوی دو پره انعطاف‌پذیر و یک منبع گرمایی دما ثابت پرداختند. منبع حرارتی در مرکز محفظه و پره‌ها به صورت عمودی به دیوار بالایی محفظه متصل بودند. نتایج آن‌ها حاکی از آن بود که نوسانات بسیار کوچک پره انعطاف‌پذیر تأثیر قابل توجهی بر نرخ انتقال حرارت، عدد ناسلت متوسط، الگوهای خطوط جریان و دما دارد. همچنین، افزایش طول و دامنه نوسانات پره، انتقال حرارت جابجایی بر روی دیواره سرد را کاهش داده و باعث افزایش انتقال حرارت جابجایی بر روی منبع گرم می‌شود.

جام سحر و همکاران [۱۲] با بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی گذرا را در یک محفظه‌ی مربعی با دیوارهای عمودی سمت چپ و راست به ترتیب گرم و سرد بررسی کردند. محفظه توسط یک غشای نازک انعطاف‌پذیر به دو مثلث مساوی تقسیم شده بود و یک قسمت کوچک از دیوارهای عمودی باز بود. آن‌ها دریافتند که نیروی‌های شناوری و وزنی بر روی تغییر شکل



افزایش و کاهش انتقال حرارت در مقایسه با پره صلب را به همراه خواهد داشت. همچنین، بیشترین تغییرات عدد ناسلت متوسط در حالت پایا ۴/۵ درصد و کمترین آن ۱۵/۴- درصد است. علاوه بر مورد فوق، استفاده از پره صلب زمان پایا شدن حل را حدود ۹ درصد کاهش می‌دهد.

خسروی [۱۶] به بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون یک محفظه بسته مربعی پر شده از سیال هوا که در درون محفظه یک منبع گرم قرار گرفته بود، پرداخت. ایشان با در نظر گرفتن سیال با عدد پرانتل ۰/۷۱ و ابعاد مختلفی از منبع گرم و محفظه به این نتیجه دست یافت که با افزایش عدد رایلی، عدد ناسلت متوسط سطوح منبع گرم و اندازه تابع جریان ماکزیمم افزایش می‌یابد. همچنین، کاهش ابعاد منبع باعث افزایش عدد ناسلت متوسط و اندازه تابع جریان ماکزیمم می‌شود. علاوه بر موارد فوق، عدد ناسلت متوسط برای مقادیر مختلف عدد رایلی با افزایش نسبت منظری از ۰/۴ به ۲/۵ افزایش می‌یابد.

سون و همکاران [۱۷] به بررسی انتقال حرارت اجباری از یک دایره مدور با باله‌ی انعطاف‌پذیر در داخل یک کانال با جریان آرام و عدد رینولدز ۲۰۰ و عدد پرانتل ۰/۷ پرداختند. آن‌ها دریافتند هنگامی که فرکانس گردابه به وجود آمده با فرکانس طبیعی باله انعطاف‌پذیر نزدیک می‌شود، فرکانس باله بر روی فرکانس طبیعی قفل می‌شود و دامنه ارتعاشی باله انعطاف‌پذیر تا حد زیادی تقویت می‌شود و میزان انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. هنگامی که باله انعطاف‌پذیر خارج از رژیم قفل شده است، دامنه جریان ناشی از لرزش باله بسیار کوچک بوده و میزان انتقال حرارت به نسبت قبل بسیار کمتر می‌شود. جانی و همکاران [۱۸] با در نظر گرفتن یک پره رسانای متصل به دیواره سرد سمت راست یک محفظه مستطیلی شکل که دیواره روبه روی آن در دمای گرم و دیواره‌های افقی آن به صورت عایق حرارتی بودند، به بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی پرداختند. آن‌ها با بررسی پارامترهای مختلفی همچون طول و محل پره، نسبت ابعاد محفظه، مقادیر مختلف عدد رایلی و عدد پرانتل دریافتند که در اعداد رایلی با مقادیر کوچک‌تر، اثر پره در افزایش انتقال گرما برای اعداد پرانتل کوچک‌تر بیشتر از اعداد پرانتل بزرگ‌تر است. همچنین مشاهده شد که در اعداد رایلی بالا، قرار دادن پره بلندتر در وسط دیواره سمت راست اثر قابل توجه‌تری در انتقال حرارت در داخل محفظه دارد. علاوه بر این مشخص شد که تأثیر پره در محفظه‌های باریک‌تر بیشتر است. نادا [۱۹] به صورت آزمایشگاهی به بررسی اثر موقعیت، طول و تعداد پره متصل به دیواره گرم محفظه‌های بسته مستطیلی شکل افقی و عمودی پرداخت. ایشان با بررسی طیف وسیعی از اعداد رایلی به این نتیجه

غشای انعطاف‌پذیر بسیار تأثیر می‌گذارد و نمی‌توان از آن‌ها چشم‌پوشی کرد. همچنین، استفاده از یک غشای نازک انعطاف‌پذیر نسبت به یک غشای صلب، تأثیر بیشتری بر انتقال حرارت درون محفظه دارد و باعث بهبود عملکرد حرارتی محفظه می‌شود.

رئییسی و آروین [۱۳] با در نظر گرفتن یک محفظه مربعی با دیوارهای عمودی دارای اختلاف دما و دیوار بالایی انعطاف‌پذیر که در درون محفظه یک پره انعطاف‌پذیر نیز قرار گرفته بود، به بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه پرداختند. دیواره‌های افقی به صورت عایق حرارتی و سیال درون محفظه هوا در نظر گرفته شده بود. آن‌ها با بررسی تغییر عدد رایلی در بازه  $10^3$  تا  $10^6$  دریافتند که افزایش عدد رایلی علاوه بر افزایش انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه باعث تغییر شکل قابل توجهی در دیوار بالایی و پره انعطاف‌پذیر می‌شود. همچنین، حرکت دیواره انعطاف‌پذیر به سمت بیرون محفظه باعث کاهش قدرت گردابه و هنگام برگشت دیواره به سمت داخل محفظه باعث تقویت قدرت گردابه می‌شود. علاوه بر موارد فوق، افزایش طول پره برای هر دو حالت سیستم انعطاف‌پذیر و صلب در مقادیر بسیار بزرگ و کوچک عدد رایلی به ترتیب باعث افزایش و کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود.

باساک و همکاران [۱۴] با در نظر گرفتن دو دمای یکنواخت و غیر یکنواخت برای دیواره پایین یک محفظه مربعی شکل که دیواره افقی بالایی به صورت عایق حرارتی و دو دیواره عمودی آن در دمای سرد قرار گرفته بودند، به بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی آزاد پرداختند. آن‌ها با بررسی پارامترهای مختلفی همچون عدد رایلی در بازه‌ی  $10^3 - 10^5$  و عدد پرانتل در بازه‌ی  $10^{-7} - 10$  به این نتایج دست یافتند که تشکیل لایه مرزی حرارتی هنگامی که عدد رایلی  $10^3$  است، برای گرمایش یکنواخت ۸۰ درصد و برای گرمایش غیر یکنواخت حدوداً ۶۰ درصد است. همچنین برای تمام اعداد رایلی گرمایش غیر یکنواخت دیواره پایینی نرخ انتقال حرارت بیشتری را در مرکز دیواره پایین نسبت به گرمایش یکنواخت ایجاد می‌کند. با این حال میانگین عدد ناسلت نرخ انتقال حرارت کمتری را برای گرمایش غیریکنواخت نشان می‌دهد.

حیدری و شاطری [۱۵] به بررسی اثر یک پره انعطاف‌پذیر بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون یک محفظه بسته مربعی پرداختند. آن‌ها با در نظر گرفتن سیال هوا و دیواره‌های عمودی دارای اختلاف دما و دیواره‌های افقی عایق حرارتی و گستره اعداد رایلی  $10^3$  تا  $10^6$  دریافتند که استفاده از پره انعطاف‌پذیر در بین حالت‌های مورد بررسی به ترتیب ۲۵ تا ۳۵ درصد

خورشیدی، مبدل‌های حرارتی، دستگاه‌های پیزو الکترونیک، طراحی راکتور، موشک و ماهواره برها دارند و از اهمیت به سزایی برخوردار هستند، در پژوهش حاضر به این موضوع پرداخته شده است و مشکل نقض شدن قانون بقای جرم در خصوص استفاده از دیواره‌های ارتجاعی برای محفظه‌های بسته نیز برطرف شده است.

## ۲- بیان مسئله

شکل ۱، طرح شماتیکی از محفظه مورد بررسی در این مقاله را نشان می‌دهد. دیواره‌های مورب محفظه مثلثی شکل (A, B) قابل انعطاف و دیوار افقی آن (M) صلب است و یک منبع گرمای استوانه‌ای شکل درون محفظه تعبیه شده است. از نظر حرارتی، دیواره‌های مورب محفظه (A, B) در دمای ثابت سرد  $T_c^*$ ، دیوار افقی آن (M) عایق حرارتی و منبع گرمازا در دمای گرم ثابت  $T_h^*$  قرار دارد. دیواره‌های محفظه در طول و ضخامت به ترتیب برابر با  $L^*$  و  $Z_s^*$  و شعاع منبع گرمازا دارای مقدار  $R^*$  است. منبع گرمازا در مرکز محفظه (مرکز سطح) قرار دارد. جهت حرکت منبع گرم در راستای محور  $Y$  است. لازم به ذکر است به دلیل کوچک بودن ضخامت دیوارها و همچنین با فرض بزرگ بودن ضریب هدایت حرارتی دیوارها، از انتقال حرارت هدایتی در دیوارها صرف نظر می‌شود. همچنین بر روی دیواره‌های مورب محفظه شرط مرزی فشار ثابت  $P = 0$  اعمال شده است. علاوه بر این سه محل تلاقی دیواره‌های محفظه (نیز  $I_1, I_2, I_3$ ) ثابت در نظر گرفته شده است.

## ۳- معادلات

برای حل مسائل برهمکنش میان سیال و جامد با توجه به این موضوع که دو حوزه سیال و جامد هیچ همپوشانی بر یکدیگر نداشته و تنها در مرز مشترکشان با یکدیگر جفت شده‌اند، باید مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل پاره‌ای و شرایط مرزی که مربوط به هر دو حوزه سیال و جامد است به طور هم‌زمان حل شوند و به منظور توصیف حرکت میدان سیال و جامد از دیدگاه اویلری-لاگرانژی دلخواه استفاده شده است [۲۲]. در ادامه به بررسی معادلات حاکم بر هر دو میدان سیال و جامد پرداخته می‌شود و فرضیات و شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای حل معادلات نیز بیان می‌شود.

### ۳-۱- معادلات حاکم بر میدان سیال

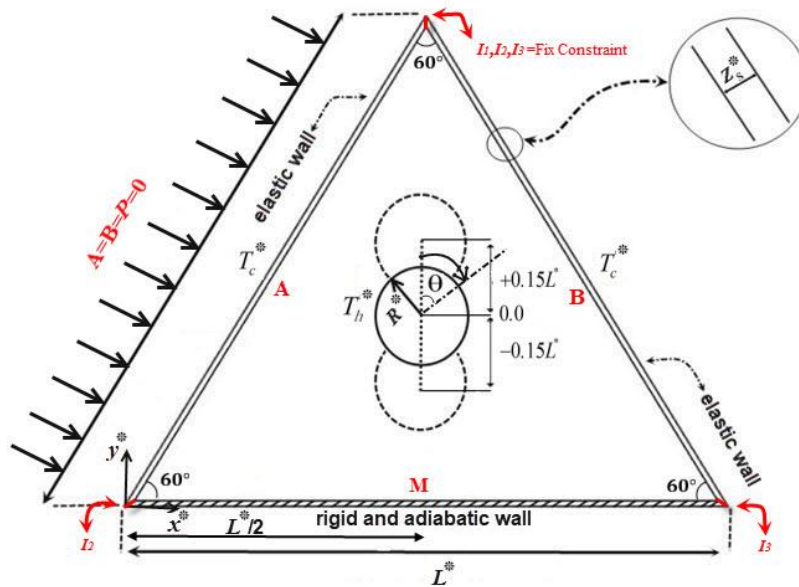
معادلات حاکم بر میدان سیال شامل معادلات بقای جرم، بقای مومنتوم

دست‌یافت که عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد رایلی برای هر هندسه‌ای از پره‌ها باعث افزایش آن می‌شود. همچنین، قرار دادن پره با هر هندسه و آرایه سرعت انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. علاوه بر موارد فوق، اثر بخشی هندسه برای دامنه مشخصی از اعداد رایلی کاهش می‌یابد.

کیم و همکاران [۲۰] به بررسی اثر یک منبع گرمازا دایره‌ای شکل بر جابجایی طبیعی درون محفظه‌ای مربعی شکل با دیواره‌های سرد پرداختند. هدف آن‌ها بررسی اثر موقعیت منبع گرم بر الگوهای جریان و دما و عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف اعداد رایلی از  $10^4$  تا  $10^6$  بود. آن‌ها ادعان داشتند که در مقدارهای پایین عدد رایلی چهار گردابه متقارن ضعیف در اطراف منبع گرم و در مقدارهای بالای عدد رایلی دو گردابه قوی در اطراف منبع گرم به وجود می‌آید. همچنین با حرکت کردن منبع گرم به سمت پایین محفظه، عدد ناسلت متوسط در مقدارهای مختلف عدد رایلی  $10^4$  تا  $10^6$  دارای یک تغییرات سهمی شکل متقارن نسبت به مرکز محفظه داشت و در عدد رایلی  $10^6$  رفتار تغییرات عدد ناسلت متوسط نامتقارن بود.

سورتیچی و همکاران [۲۱] به بررسی اثر پارامترهای مختلفی همچون کسر حجمی نانو سیال، عدد رایلی، شعاع منبع حرارتی بر جابجایی طبیعی در محفظه‌ای با مقطع مثلثی پر شده از نانو سیال آب-مس حاوی یک منبع حرارتی داخلی پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش شعاع منبع حرارتی مقدار عدد ناسلت متوسط در مقدارهای بسیار بزرگ عدد رایلی افزایش و در مقدارهای پایین عدد رایلی کاهش می‌یابد. همچنین آن‌ها نشان دادند که افزودن ذرات نانو به سیال پایه باعث افزایش انتقال حرارت درون محفظه می‌شود که درصد این افزایش در اعداد رایلی پایین قابل توجه‌تر بود. امروزه تنها به کارگیری حوزه مکانیک سیالات و مکانیک جامدات به منظور بررسی پدیده‌های گوناگون فیزیکی کافی نیست و هر دو آن‌ها اثرات متقابلی همچون تغییر شکل ساختار جامد به دلیل انبساط گرمایی و نیروهای وارد از طرف سیال و موارد دیگر بر یکدیگر دارند. با توجه به مقالات بررسی‌شده پیشین، تاکنون اغلب کارها در رابطه با انتقال حرارت جابجایی طبیعی داخل محفظه‌های مربعی و مستطیلی با دیواره‌های صلب همراه با پره یا بدون پره انجام شده است و در مواردی که برای محفظه‌های بسته مربعی و مستطیلی شکل دیواره‌ها به صورت ارتجاعی در نظر گرفته شده، با فرض تراکم ناپذیر بودن سیال، قانون بقای جرم نقض شده و تاکنون به این موضوع پرداخته نشده است. حال با توجه به این موضوع که محفظه‌های بسته مثلثی شکل کاربردهای فراوانی در صنعت (محفظه‌های پارتیشن‌بندی شده حاوی قطعات الکترونیکی) و همچنین فضا‌های زیرشیروانی، کلکتورهای





شکل ۱. هندسه پژوهش حاضر

Fig. 1. The Geometry of the present study

$$\frac{\partial T^*}{\partial t} + (u_f^* - u_g^*) \cdot \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + (v_f^* - v_g^*) \cdot \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \alpha_f \left( \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (3)$$

در روابط قبل،  $U_f^* = (u_f^*, v_f^*)$  و  $W_g^* = (u_g^*, v_g^*)$  به ترتیب سرعت سیال و شبکه متحرک در دو جهت  $(x^*, y^*)$  است. همچنین  $P^*$ ،  $T^*$ ،  $\hat{a}_f$ ،  $\hat{\delta}_f$ ،  $\hat{\alpha}_f$ ،  $\hat{n}_f$ ،  $\hat{g}$ ، ضریب انبساط حرارتی، لزجت سینماتیکی، ضریب پخش حرارتی و دمای سیال است. شتاب گرانش و اندیس‌های  $c$  و  $h$  مربوط به دیواره سرد و منبع گرم است.

### ۳-۲- معادلات حاکم بر میدان جامد

با قرار گرفتن تغییر شکل دیوارها در محدود الاستیک و رفتار خطی مادی و همچنین با در نظر گرفتن دیواره به صورت همسانگرد و همگن، معادله‌ی مومنتوم حاکم بر دیوارهای غیر صلب که تغییر ساختار الاستو-دینامیکی (ساختار غیرخطی هندسی) دیوارها نیز در این معادلات گنجانده شده و به صورت رابطه (۴) نوشته می‌شود [۸]:

$$\rho_s \frac{d^2 d_s^*}{dt^2} - \nabla^* \sigma^* = F_v^* \quad (4)$$

و بقای انرژی است. در این پژوهش سیال به صورت نیوتنی، تراکم ناپذیر و تمامی خواص به جز چگالی ثابت در نظر گرفته شده است. جریان گذرا با زمان، دوبعدی و در ناحیه رژیم آرام قرار دارد. همچنین از ترم اتلاف حرارتی لزجت صرف نظر شده است. با در نظر گرفتن فرضیات بالا معادلات حاکم بر میدان سیال به صورت زیر نوشته می‌شود [۸ و ۲۳]:

$$\frac{\partial u_f^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v_f^*}{\partial y^*} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x : \frac{\partial u_f^*}{\partial t} + (u_f^* - u_g^*) \cdot \frac{\partial u_f^*}{\partial x^*} + \\ (v_f^* - v_g^*) \cdot \frac{\partial u_f^*}{\partial y^*} = \\ - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P_f^*}{\partial x^*} + \nu_f \left( \frac{\partial^2 u_f^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u_f^*}{\partial y^{*2}} \right) \\ y : \frac{\partial v_f^*}{\partial t} + (u_f^* - u_g^*) \cdot \frac{\partial v_f^*}{\partial x^*} + \\ (v_f^* - v_g^*) \cdot \frac{\partial v_f^*}{\partial y^*} = - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P_f^*}{\partial y^*} + \\ \nu_f \left( \frac{\partial^2 v_f^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v_f^*}{\partial y^{*2}} \right) + \beta_f g (T^* - T_c^*) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\mu_1 = \frac{E_c^*}{2(1+\nu)} \quad (11)$$

ماتریس جاکوبین،  $\nabla^* d_s^*$ ، گرادیان جابجایی،  $\tilde{e}_1$  و  $\tilde{i}_1$  به ترتیب ضریب لامه<sup>۳</sup> اول و ضریب لامه دوم،  $I_1$  اولین تانسور تغییر شکل گاوچی-گرین<sup>۴</sup> است.

### ۳-۳- شرایط مرزی و اولیه

دیوارهای مورب انعطاف‌پذیر محفظه (A,B) در دمای ثابت سرد  $T_c^*$ ، دیواره افقی صلب (M) به صورت عایق حرارتی و منبع گرمازا در دمای ثابت گرم  $T_h^*$  است. از جمله فرضیاتی که برای این پژوهش در نظر گرفته شده، شرط عدم لغزش و عدم نفوذ بین سیال و دیواره است. مطابق زیر می‌توان روابط را بازنویسی کرد:

شرایط مرزی:

دیوارهای گرم و سرد

$$T^*|_{h,t} = T_h^*, \quad T^*|_{c,t} = T_c^* \quad (12)$$

دیواره افقی عایق و صلب

$$\left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{(x^*,0,t)} = 0, \quad \frac{\partial d_s^*}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

در رابطه (۱۳)،  $\mathbf{h}$  و  $\mathbf{c}$  به ترتیب بیانگر دمای دیوارهای سرد مورب محفظه مثلثی شکل و منبع گرم دما ثابت دایره‌ای شکل هستند.

شرط عدم نفوذ و عدم لغزش سیال روی دیواره

$$U_f^* \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0, \quad U_f^* \cdot \hat{\mathbf{t}} = 0 \quad (14)$$

در رابطه (۱۴)،  $\hat{\mathbf{t}}$  و  $\hat{\mathbf{n}}$  به ترتیب بردار عمود و بردار مماسی بر مرز مشترک سیال و دیواره است. تنش‌های فشاری و برشی اعمال شده از سمت سیال برابر با تنش وارد شده بر دیوارهای غیر صلب خواهد بود. در مرز

در رابطه (۴)،  $\tilde{n}_s^*$ ،  $d_s^*$ ،  $\tilde{o}^*$  و  $F_v^*$  به ترتیب چگالی دیواره، بردار جابجایی دیواره، تنش در دیواره و برآیند نیروهای حجمی (نیروی وزنی دیواره و نیروی شناوری سیال) وارد شده به دیواره است. برآیند نیروهای حجمی ( $F_v^*$ ) وارد شده به دیواره از رابطه (۵) قابل استنتاج است:

$$F_v^* = \frac{-mg + \rho_f \zeta g}{\zeta} = \frac{-\rho_f \zeta g + \rho_s \zeta g}{\zeta} = (\rho_s - \rho_f) \cdot g \quad (5)$$

در رابطه (۵)،  $\rho_s$ ،  $\zeta$ ،  $m$  به ترتیب حجم، چگالی و جرم دیواره و  $\rho_f$  چگالی سیال است. با اعمال نمودن اثرات هندسه غیرخطی تانسور و با در نظر گرفتن دیواره به عنوان یک ماده‌ای با خاصیت هایپر الاستیک<sup>۱</sup> معادله‌ی تنش را به صورت رابطه (۶) می‌توان بازنویسی

$$\sigma^* = J^{-1} F S F^{tr} \quad (6)$$

کرد. از مدل نئو-هوگین<sup>۲</sup> [۲۴] برای تانسور تنش  $\hat{\mathbf{O}}^*$  در این پژوهش استفاده شده است.

در رابطه (۶)،  $J = \det(F)$  و  $S = \frac{\partial W_s}{\partial \hat{\mathbf{a}}}$  و  $F = (I + \nabla^* d_s^*)$  هستند. در روابط قبل کرنش،  $F$  تانسور گرادیان تغییر فرم،  $W_s$  تابع چگالی انرژی کرنشی و  $S$  تانسور تنش مرتبه دوم پیولا-کیرشهف است که به صورت زیر با پارامتر کرنش ارتباط می‌یابند و تعریف می‌شوند [۲۴]:

$$s = c : (\varepsilon) \quad (7)$$

$$w_s = \frac{1}{2} \mu_1 (J^{-1} I_1 - 3) - \mu_1 \ln(J) + \frac{1}{2} \lambda_1 (\ln(J))^2 \quad (8)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\nabla^* d_s^* + \nabla^* d_s^{*tr} + \nabla^* d_s^{*tr} \nabla^* d_s^*) \quad (9)$$

$$\lambda_1 = \frac{E_c^* \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (10)$$

3 Lamé

4 Cauchy-Green

1 Hyper-Elastic

2 Neo-Hookean

مشترک سیال و دیوارهای انعطاف پذیر می توان نوشت:

۱-۱- معادلات بی بعد میدان سیال

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial d_s^*}{\partial t} = U_f^* , \quad \sigma^* . n_i^* = [-P^* I + \mu_f \nabla^* U_f^*] . n_i^* \quad (15)$$

$$\frac{\partial u_f}{\partial x} + \frac{\partial v_f}{\partial y} = 0 \quad (18)$$

دمای اولیه سیال

معادله مومنتوم در دو جهت X , Y :

$$T_{initial} = T_c^* \quad (16)$$

$$\begin{aligned} x: \quad & \frac{\partial u_f}{\partial t} + (u_f - u_g) . \frac{\partial u_f}{\partial x} + (v_f - v_g) . \frac{\partial u_f}{\partial y} = \\ & - \frac{\partial P_f}{\partial x} + Pr \left( \frac{\partial^2 u_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_f}{\partial y^2} \right) \\ y: \quad & \frac{\partial v_f}{\partial t} + (u_f - u_g) . \frac{\partial v_f}{\partial x} + (v_f - v_g) . \frac{\partial v_f}{\partial y} = \\ & - \frac{\partial P_f}{\partial y} + Pr \left( \frac{\partial^2 v_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_f}{\partial y^2} \right) + PrRaT \end{aligned} \quad (19)$$

معادله انرژی:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (u_f - u_g) . \frac{\partial T}{\partial x} + (v_f - v_g) . \frac{\partial T}{\partial y} = \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (20)$$

در معادلات بازنویسی شده قبیل، Pr و Ra به ترتیب عدد پرانتل و عدد رایلی می باشند که به فرم رابطه (۲۱) نوشته می شوند:

$$Ra = \frac{g\beta L^3 (T_h^* + T_c^*)}{v_f \alpha_f} , \quad Pr = \frac{v_f}{\alpha_f} \quad (21)$$

۳-۵- معادلات بی بعد میدان جامد

با بکارگیری رابطه (۱۷) معادله بی بعد میدان جامد به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\frac{1}{\rho_R} \frac{d^2 d_s}{dt^2} - E_\tau \nabla \sigma = E_\tau F_v \quad (22)$$

۳-۴- بی بعد سازی معادلات حاکم

با بی بعد سازی معادلات حاکم بر میدان های سیال و جامد، متغیرهای موجود در معادلات در قالب بدون بعد ظاهر می شوند که از یک مرتبه هستند و می توان طیف وسیعی از مواد و حالت های مختلف جریان را تنها در قالب یک مسئله کلی بررسی کرد. بدین منظور از رابطه (۱۷) جهت بی بعد سازی معادلات حاکم بر میدان سیال (یعنی معادلات (۱) تا (۳)) و میدان جامد (یعنی معادلات (۴) تا (۱۱)) و شرایط مرزی و اولیه (یعنی روابط (۱۲) تا (۱۶)) استفاده می شود:

$$\begin{aligned} X = \frac{x^*}{L^*} , \quad Y = \frac{y^*}{L^*} , \quad z_s = \frac{z_s^*}{L^*} , \quad R = \frac{R^*}{L^*} , \\ \tau = \frac{t a_f}{L^{*2}} , \quad \sigma = \frac{\sigma^*}{E} , \quad P = \frac{\bar{P} L^{*2}}{\rho_f \alpha_f^2} , \\ T = \frac{T^* + T_c^*}{T_h^* - T_c^*} , \quad u_f = \frac{u_f^* L^*}{\alpha_f} , \quad v_f = \frac{v_f^* L^*}{\alpha_f} \\ \rho_R = \frac{\rho_f}{\rho_s} , \quad d_s = \frac{d_s^*}{L^*} , \quad \sigma = \frac{\sigma^*}{E_\tau^*} , \quad u_g = \frac{u_g^* L^*}{\alpha_f} , \\ v_g = \frac{v_g^* L^*}{\alpha_f} , \quad \nabla = \frac{\nabla^*}{1/L^*} , \quad \nabla^2 = \frac{\nabla^{*2}}{1/L^{*2}} , \\ E_\tau = \frac{E_\tau^* L^{*2}}{\rho_f \alpha_f^2} , \quad F_v = \frac{(\rho_f - \rho_s) L^* g}{E_\tau^*} \end{aligned} \quad (17)$$

در روابط (۱۷)،  $\bar{P}$  و  $z_s$  به ترتیب ضخامت بی بعد دیوارها و فشار تعدیل شده است. فشار تعدیل شده به صورت  $\bar{P} = \frac{P^*}{\rho_f g L^*}$  محاسبه می گردد. با بکارگیری پارامترهای موجود در رابطه (۱۷) معادلات بی بعد حاکم بر میدان سیال و جامد و شرایط مرزی و اولیه یاد شده در قبیل به صورت زیر بازنویسی می شوند:

۲-۱- شرایط مرزی و اولیه بی‌بعد

دیوارهای گرم و سرد

$$Nu = \frac{hL}{K_f} \quad (30)$$

$$T|_{h, \tau} = 1, T|_{c, \tau} = 0 \quad (23)$$

در معادله‌ی (۳۰)،  $K_f$  و  $h$  به ترتیب بیانگر ضریب هدایت حرارتی و ضریب انتقال حرارت جابجایی سیال است. با استفاده از رابطه (۱۷) و با نوشتن معادله بالانس انرژی روی دیواره  $h(T_h^* - T_c^*) = -K_f \frac{\partial T^*}{\partial n}$  رابطه بی‌بعد عدد ناسلت محلی به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

دیواره افقی صلب

$$Nu_{local} = -\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right) \quad (31)$$

$$\frac{\partial d_s}{\partial \tau} = 0 \quad (24)$$

دیواره افقی عایق حرارتی

در رابطه (۳۱)،  $\Pi$  جهت نرمال متناظر با سطح منبع دایره‌ای شکل است. عدد ناسلت متوسط با انتگرال‌گیری روی دیواره منبع گرم به صورت رابطه (۳۲) نوشته می‌شود:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = 0 \quad (25)$$

دیوارهای مورب غیر صلب

$$Nu_m = \frac{1}{W_R} \int_W Nu_1 dS \quad (32)$$

$$U_f = W_g \quad (26)$$

که  $W_R$  سطح منبع استوانه‌ای شکل است.

مرز مشترک

۴- روش حل عددی، مطالعه شبکه محاسباتی و گام زمانی

۴-۱- روش حل عددی

مسائل برهمکنش میان سیال و جامد تنها با استفاده از قوانین و معادلات چندین رشته فیزیکی قابل محاسبه هستند. به مواردی این گونه که در آن مسئله چند فیزیک مختلف وجود دارد و آن‌ها را نمی‌توان مستقل حل کرد، مسائل چند فیزیکی گفته می‌شود. معادلات حاکم بیان‌کننده مسائل برهمکنش میان سیال و جامد به طور کلی معادلات دیفرانسیل جزئی، غیرخطی، متغیر با زمان هستند. برای حل این‌گونه مسائل باید مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل پاره‌ای و شرایط مرزی مربوط به هر دو حوزه سیال و جامد به طور هم زمان حل شوند. این دو حوزه هیچ هم‌پوشانی بر یکدیگر نداشته و تنها در مرز مشترک میان سیال و جامد با یکدیگر جفت شده‌اند. در مطالعه حاضر حرکت میدان سیال با استفاده از روش شبکه متحرک اویلری-لاگرانژی دلخواه توصیف شده است و معادلات دیفرانسیل میدان سیال به روش المان محدود باقی‌مانده وزنه‌ای (گالرکین) گسسته سازی شده است

$$\frac{\partial d_s}{\partial \tau} = U_f, E_\tau \cdot \sigma \cdot n = [-P + Pr \nabla U_f] \quad (27)$$

سرعت و دمای بی‌بعد اولیه نیز به صورت روابط (۲۸) و (۲۹) نوشته می‌شوند:

$$u_f(x, y, 0) = v_f(x, y, 0) = 0 \quad (28)$$

$$u_g(x, y, 0) = v_g(x, y, 0) = 0$$

$$T(x, y, 0) = 0 \quad (29)$$

یکی از مهم‌ترین پارامترهای مورد بررسی در مسائل انتقال حرارت، عدد بی‌بعد ناسلت است که تعریف عمومی عدد ناسلت به صورت رابطه (۳۰) نوشته می‌شود:

جدول ۱. تأثیر تعداد المان شبکه بر ناسلت متوسط سطح گرم و سرعت سیال در  $Ra = 10^6$  و  $R = 0.1$

Table 1. The effect of the network elements on the average Nusselt of hot surface and fluid velocity for  $Ra=10^6$ ,  $R=0.1$

استقلال حل از شبکه محاسباتی				
شبکه	تعداد المان شبکه محاسباتی	عدد ناسلت متوسط	سرعت	زمان محاسبه توسط نرم افزار
۱	۲۱۳۴۸	۲۰/۸۱۵	۲۲/۶۱۸	۲۱/۱۱ دقیقه
۲	۴۱۱۷۷	۱۸/۴۹۸	۱۸/۶۵۷	۳۹/۳۱ دقیقه
۳	۷۵۲۸۶	۱۸/۲۹۹	۱۵/۷۹۸	۵۹/۱۲ دقیقه
۴	۹۸۹۶۲	۱۸/۳	۱۵/۷۹۹	۷۸/۰۷ دقیقه

برای تمامی تغییر پارامترهای دو میدان سیال و جامد خطای محاسباتی در شبکه و گام زمانی را به حداقل رسانده و روند حل عددی معادلات به درستی انجام شود. با توجه به این موضوع که بیشترین نوسانات دیواره انعطاف پذیر ناشی از بیشترین نیروی شناوری و در نتیجه بیشترین نیروی هیدرودینامیکی وارد شده از طرف سیال به دیوارهای محفظه است، به همین منظور از عدد رایلی  $10^6$  جهت بررسی استقلال حل از گام زمانی و شبکه محاسباتی استفاده شده است. در این مقاله از شبکه مثلثی بی‌سازمان به همراه المان‌ها لایه‌مرزی در مجاورت دیوارهای داخلی محفظه استفاده شده است. به منظور بررسی استقلال حل، نتایج مقادیر عدد ناسلت متوسط سطح گرم و بزرگی سرعت سیال (در نقطه‌ی با مختصات  $x = 0.7$  و  $y = 0.5$ ) در مقادیرهای مختلف تعداد المان شبکه محاسباتی و گام زمانی در جدول‌های ۱ و ۲ آورده شده است. با توجه به نتایج جدول‌های ۱ و ۲ می‌توان دریافت که برای شبکه‌ی با تعداد المان بیشتر از ۷۵۲۸۶ و گام زمانی بیشتر از  $0.00001$ ، نتایج تغییر قابل ملاحظه‌ای نمی‌کنند و تنها هزینه‌های محاسباتی و زمانی حل بیشتر می‌شود. به همین منظور از تعداد المان شبکه و گام زمانی نام برده شده در قبل جهت مدل کردن مسئله استفاده می‌شود. شکل‌های ۲ و ۳ نمایی از شبکه‌بندی مورد استفاده را نشان می‌دهد.

[۲۵]. دیدگاه اوپلری-لاگرانژی ترکیبی از دو دیدگاه، اوپلری و لاگرانژی است. در این دیدگاه شبکه محاسباتی می‌تواند همانند دیدگاه لاگرانژی منطبق بر نقاط مادی حرکت کرده و یا با توجه دیدگاه اوپلری ساکن مانده و ناظر حرکت نقاط مادی باشد و یا ترکیبی از هر دو دیدگاه را به کار گیرد و به صورت دلخواه حرکت کند. در این روش یک سرعت نسبی (سرعت ماده نسبت به سرعت المان‌های شبکه متحرک) در ترم جابجایی معادلات بقا روابط (۲) و (۳) که در قبل آورده شده است، ظاهر می‌شود [۲۲]. در این پژوهش معادلات حاکم بر میدان‌های فیزیکی مختلف به عنوان یک سیستم معادلات واحد بزرگ در نظر گرفته شده و به روش یک پارچه حل شده‌اند [۲۲]. به منظور حل معادلات جبری در نرم افزار کامسول و از حلگر متغیر متن باز و زیر بخش دیفرانسیلی-جبری ضمنی<sup>۱</sup> استفاده شده است و مقدار خطای مجاز برای همگرایی مسئله  $10^{-6}$  در نظر گرفته شده است [۲۶].

#### ۴-۲- شبکه محاسباتی و گام زمانی

به منظور اطمینان از صحت نتایج به دست آمده از حل نرم‌افزار، ابتدا باید استقلال نتایج را از شبکه محاسباتی و گام زمانی به دست آوریم. به همین منظور شبکه محاسباتی و گام زمانی به گونه‌ای انتخاب گردیده که بتواند

جدول ۲. تأثیر گام زمانی بر ناسلت متوسط به ازای  $R=0.1$ ،  $Ra=10^6$

Table 2. The effect of step time on the average Nusselt number for  $R=0.1$ ,  $Ra=10^6$

استقلال حل از گام زمانی		
گام زمانی	مقدار گام زمانی	عدد ناسلت متوسط
۱	۰/۰۰۱	۱۸/۹۸۶
۲	۰/۰۰۰۱	۱۸/۳۸
۳	۰/۰۰۰۰۱	۱۸/۲۹۹
۴	۰/۰۰۰۰۰۱	۱۸/۲۹۹

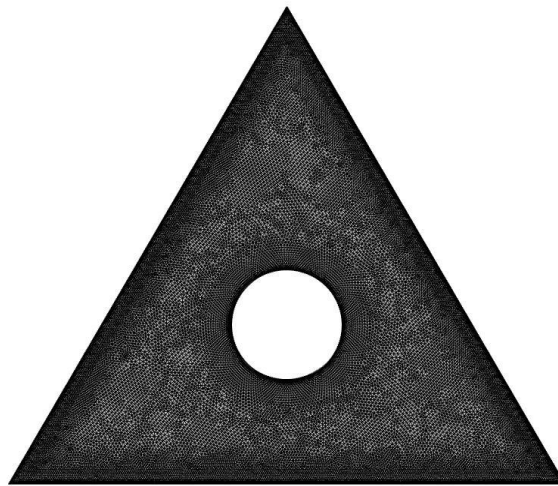


Fig. 2. The network of the present study

شکل ۲. شبکه بندی مطالعه حاضر

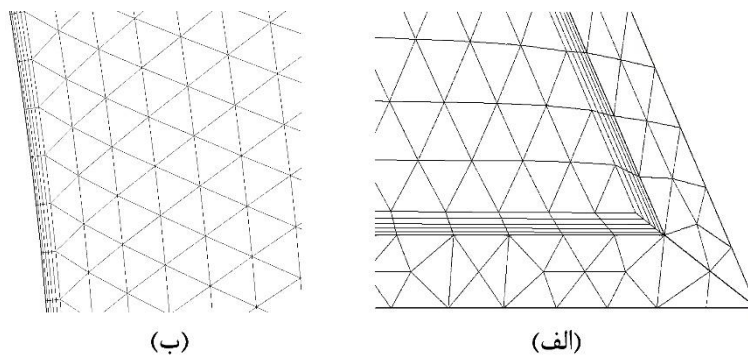


Fig. 3. Network details in the corner of the chamber (A) and the areas adjacent to the heating source (B)

شکل ۳: جزئیات شبکه بندی در گوشه ی محفظه (الف) و نواحی مجاور منبع گرمازا (ب)



جدول ۳. اعتبارسنجی نتایج عدد ناسلت متوسط پژوهش حاضر با دیگر پژوهش‌ها

Table 3. Validation of the results of average nusselt number of present study with other researches

عدد ناسلت متوسط روی سطح گرم ( $Nu$ )							
اعداد راییلی	پژوهش حاضر	کیم و همکاران [۲۷]	درصد خطا	رحمان نژاد و میربزرگی [۲۸]	درصد خطا	لی و همکاران [۲۹]	درصد خطا
۱۰ <sup>۳</sup>	۵/۰۲۴	۵/۰۹۳	+۱/۳۵	۵/۰۲۵	+۰/۰۲	۵/۱۰۷	+۱/۶۲
۱۰ <sup>۴</sup>	۵/۱۱۶	۵/۱۰۸	-۰/۱۶	۵/۱۲۷	+۰/۰۲۲	۵/۱۰۹	-۰/۱۴
۱۰ <sup>۵</sup>	۷/۷۸۳	۷/۷۶۱	-۰/۲۸	۷/۷۲۱	-۰/۰۸	۷/۷۶۷	-۰/۲۱
۱۰ <sup>۶</sup>	۱۴/۱۱۲	۱۴/۱۱۰	-۰/۰۱۴	۱۴/۱۰۲	-۰/۰۷	۱۴/۰۶۴	-۰/۳۴

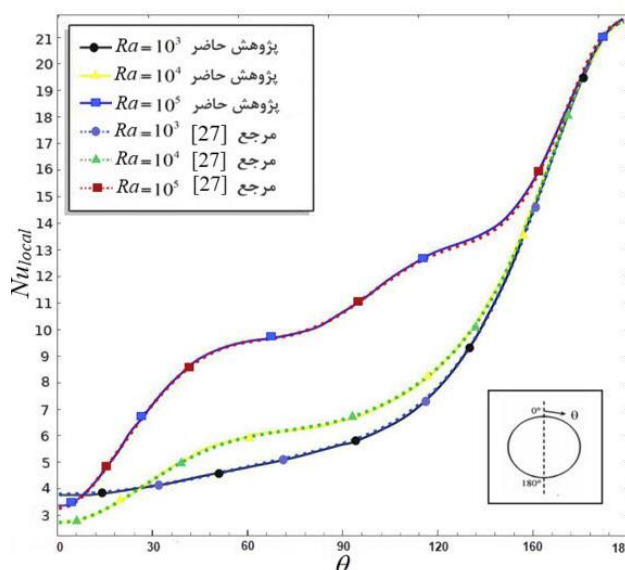


Fig. 4. Comparison of the local Nusselt number of the present study with the reference [27]

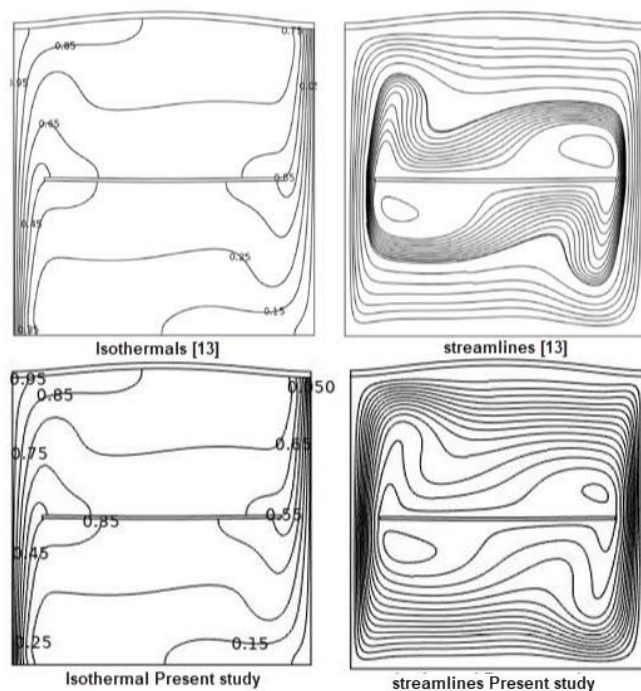
شکل ۴. مقایسه ناسلت محلی پژوهش حاضر با مرجع [۲۷]

با مرجع [۲۷] انجام شده است.

به عنوان آخرین اعتبار سنجی، نتایج پژوهش رئیسی و آروین [۱۳] با پژوهش حاضر مقایسه شده است. آن‌ها با در نظر گرفتن اثرات برهمکنش میان سیال و جامد، به بررسی اثر یک پره و دیواره انعطاف‌پذیر بر انتقال حرارت جابجایی آزاد و تأثیر متقابل میدان سیال بر میدان جامد پرداختند. مدل مورد بررسی آن‌ها یک محفظه بسته مربعی پر شده از سیال هوا با دیواره بالای ارتجاعی و یک پره داخلی ارتجاعی بود. دیواره‌های عمودی چپ و راست به ترتیب در دمای ثابت گرم  $T_h$  و سرد  $T_c$  و دیوارهای افقی عایق حرارتی بودند. تمامی دیوارها به جز دیواره بالایی به صورت صلب در نظر گرفته شده بود. با در نظر گرفتن عدد راییلی  $Ra = 10^6$  و طول بی‌بعد

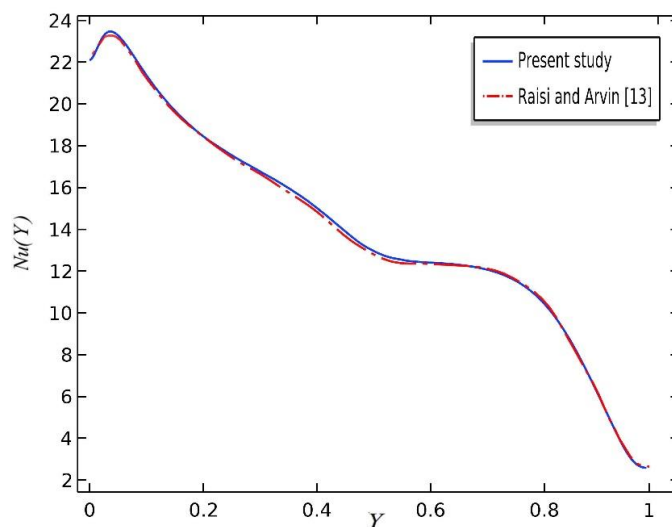
## ۵- اعتبارسنجی

به منظور ارزیابی از صحت عملکرد نرم‌افزار مقایسه‌ای بین نتایج مطالعه حاضر با نتایج ارائه شده در پژوهش‌های معتبر گذشته انجام گردیده است. در زمینه انتقال حرارت جابجایی طبیعی، مقایسه‌ای بین نتایج عدد ناسلت متوسط یک منبع گرم استوانه‌ای شکل داخلی که توسط کیم و همکاران [۲۷]، رحمان نژاد و میربزرگی [۲۸] و لی و همکاران [۲۹] به دست آمده با نتایج مطالعه حاضر انجام شده است. مدل مورد بررسی یک محفظه مربعی با دیوارهای صلب دما ثابت سرد است که در مرکز محفظه یک منبع استوانه‌ای شکل با دمای ثابت گرم قرار دارد. نتایج این مقایسه در جدول ۳ نشان داده شده است. در شکل ۴ نیز مقایسه‌ای بین عدد ناسلت محلی پژوهش حاضر



شکل ۵. مقایسه نمودارهای خطوط جریان و خطوط همدمای پژوهش حاضر با مرجع [۱۳]

Fig. 5. Comparison of streamlines and isotherms diagrams of the present study with the reference [13]



شکل ۶. مقایسه ناسلت محلی پژوهش حاضر با مرجع [۱۳]

Fig. 6. Comparison of local Nusselt number of the present work with the reference [13]

حاضر با مرجع [۱۳] پی‌برد. در شکل‌های ۵ و ۶ الگوهای خطوط همدمای و خطوط جریان و عدد ناسلت محلی دیواره گرم عمودی نشان داده شده است ابتدا و انتهای دیواره ارتجاعی و پره ارتجاعی ثابت در نظر گرفته شده است.

پره  $0/8$  و مدول الاستیسیته بی‌بعد  $E^* = 8 \times 10^3$  و  $\rho_s^* = 6000$  در زمان بی‌بعد رسیدن حل به حالت پایا  $\tau = 0/19$ ، نتایج با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج این مقایسه در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است که با مشاهده آن‌ها می‌توان به دقت و تشابه بالای نتایج به دست آمد از پژوهش

جدول ۴. مقایسه بین مقادیر عدد ناسلت متوسط سطح گرم در  $\delta = 0$  و  $R = 0.1$  در دو حالت دیوارهای صلب و انعطاف پذیر

Table 4. Comparison between the average Nusselt number values of the hot surface in for elastic and rigid walls ( $R = 0.1, \delta = 0$ )

$Nu_m$			$Ra$
$10^6$	$10^5$	$10^4$	
۱۸/۲۹۹	۸/۸۵۸۰	۶/۹۶۴۳	دیوارها ارتجاعی
۱۸/۰۱۳	۸/۷۶۹۸	۶/۹۳۳۲	دیوارها صلب

### ۶- نتایج و بحث

مورب انعطاف پذیر محفظه بیشتر شده و باعث ایجاد تغییر شکل کاملاً مشهود در دیوارها می شود. در  $Ra = 10^4$ ، خطوط همدم، تقریباً به طور منظم در اطراف منبع گرم استوانه‌ای شکل و مجاور دیوارهای سرد مورب محفظه مثلثی شکل قرار گرفته‌اند و اعوجاج زیادی ندارند. در این حالت گرادیان دما ثابت بوده و این خود دلیلی بر غالب بودن مکانیزم هدایت بر انتقال حرارت است. در اعداد رایلی  $10^5$  و  $10^6$ ، با بیشتر شدن نیروی شناوری و تقویت قدرت گردابه‌ها، تراکم خطوط همدم در اطراف سطح منبع گرم و بالای محفظه بیشتر می شود. این افزایش تراکم خطوط همدم باعث افزایش موضعی عدد ناسلت روی این نواحی می شود. همچنین افزایش عدد رایلی سبب شده است که خطوط همدم از آن الگوی منظمی که در عدد رایلی پائین دارند، خارج شوند. تغییر الگوی خطوط همدم نشان از تغییر مکانیزم غالب انتقال حرارت دارد. در واقع با افزایش عدد رایلی، جابجایی نقش مؤثرتری نسبت به هدایت پیدا می کند. با توجه به اینکه جریان سیال تراکم ناپذیر فرض شده است، تغییر شکل دیوارهای مورب به گونه است که حجم محفظه ثابت باقی می ماند و یا به عبارت دیگر پس از تغییر شکل دیوارها، قانون بقای جرم برقرار است.

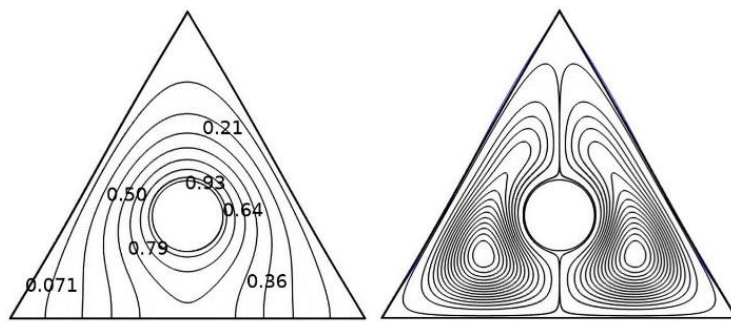
جدول ۴ مقایسه بین عدد ناسلت متوسط سطح منبع گرم استوانه‌ای شکل را در مقدارهای مختلف عدد رایلی برای دو سیستم انعطاف پذیر و صلب در زمان پایا شدن حل نشان می دهد. منبع گرمازا در  $\delta = 0$  قرار دارد. با افزایش عدد رایلی، گرادیان دما در سیال بیشتر شده و باعث تغییرات شدیدتر چگالی و در نتیجه افزایش قدرت جریان چرخشی می شود. به همین دلیل، تابع جریان ماکزیمم مطابق شکل ۷ افزایش می یابد و باعث افزایش سرعت‌های ماکزیمم عمودی و افقی درون محفظه و در نتیجه بیشتر شدن عدد ناسلت متوسط مطابق جدول ۴ می شود.

در مطالعه حاضر نتایج ارائه شده به فرم پارامترهای بی بعد گزارش می شود و با فرض  $Pr = 0.71$ ،  $E_r = 1/7 \times 10^{12}$ ،  $F_v = 0$ ،  $R = 0.1$  و  $Z_s = 0.02L$  نتایج به دست آمده‌اند.

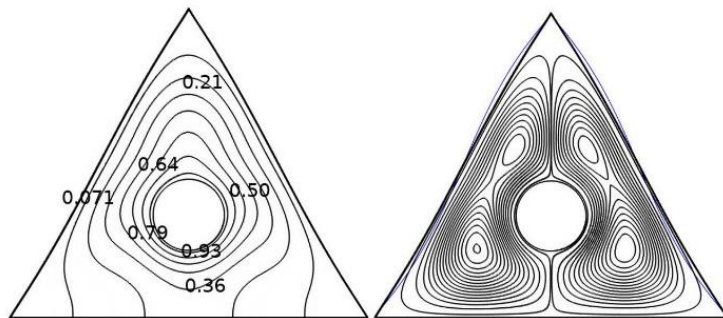
### ۶-۱ اثر عدد رایلی

در این بخش منبع گرمازا در مرکز محفظه قرار دارد و موقعیت آن ثابت است و با تغییر عدد رایلی در بازه  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ ، اثر تغییرات این پارامتر بر روی خطوط جریان، خطوط همدم، نرخ انتقال حرارت و تغییر شکل دیوارهای انعطاف پذیر بررسی می شود.

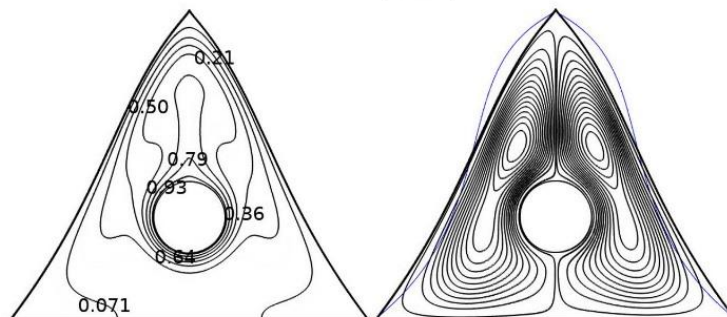
در شکل ۷ اثر عدد رایلی ( $10^4, 10^5, 10^6$ ) بر الگوهای خطوط همدم و خطوط جریان و تغییر شکل دیوارها در  $\delta = 0$  نشان داده شده است. به منظور درک بهتر از تغییر شکل دیوارها، خطوط آبی رنگ با مقیاس دو برابری تغییر شکل دیوارها نشان داده شده است. مطابق شکل ۷، در  $Ra = 10^4$ ، به دلیل پایین بودن نیروی شناوری و غالب بودن مکانیزم هدایت، یک جفت گردابه متقارن (یکی ساعتگرد و دیگری پادساعتگرد) در پایین محفظه ایجاد می شود. در این عدد رایلی ( $Ra = 10^4$ ) تراکم خطوط جریان در بالای محفظه کمتر از پایین محفظه است. دلیل این امر ضعیف بودن قدرت گردابه‌های تشکیل شده می باشد. با افزایش عدد رایلی ( $10^5, 10^6$ )، گرادیان دما و ترم اختلاف دمای موجود در سیال افزایش می یابد. به همین علت مقدار نیروی شناوری بیشتر شده و نقش مکانیزم جابجایی در انتقال حرارت بیشتر می شود. بنابراین، با بیشتر شدن نیروی شناوری، قدرت جریان چرخشی درون محفظه افزایش یافته، هسته اصلی گردابه‌ها به سمت بالای محفظه حرکت کرده و تراکم خطوط جریان در بالای محفظه نسبت به عدد رایلی  $10^4$  بیشتر شده است. علاوه بر موارد فوق، با بیشتر شدن نیروی شناوری، نیروی هیدرودینامیکی وارد شده به دیوارهای



(الف)  $Ra = 10^4$  و  $|\psi_{max}| = 0.14426$



(ب)  $Ra = 10^5$  و  $|\psi_{max}| = 2.981$



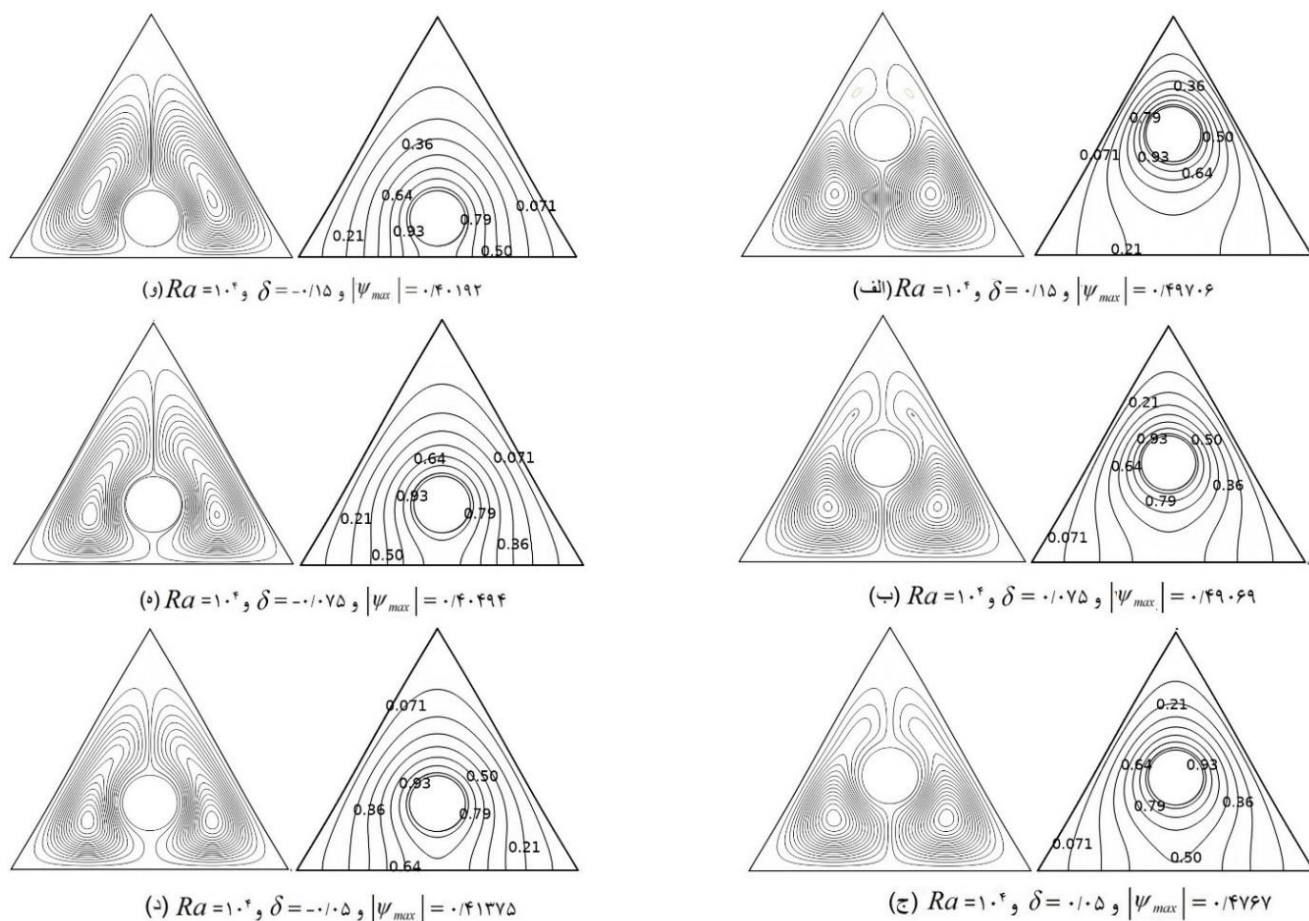
(ج)  $Ra = 10^6$  و  $|\psi_{max}| = 12.970$

شکل ۷. نمودارهای خطوط همدم (سمت چپ) و خطوط جریان (سمت راست) برای مقادیر مختلف عدد رایلی ( $R = 0.1, \delta = 0$ )

Fig. 7. Isotherms (left) and streamlines (right) for different values of Rayleigh number ( $R = 0.1, \delta = 0$ )

می‌کند و گردابه تشکیل شده بهتر به گوشه‌های محفظه نفوذ می‌کند. افزایش عدد رایلی، در حالت دیوارهای ارتجاعی، باعث تغییر شکل بیشتر دیوارها و همچنین افزایش بیشتر ناسلت متوسط نسبت به محفظه صلب می‌شود.

با مشاهده نتایج ارائه شده در جدول ۴، برای حالتی که دیوارهای محفظه انعطاف‌پذیر هستند، عدد ناسلت متوسط اندکی بیشتر از حالتی است که دیوارهای محفظه صلب می‌باشند. این افزایش جزئی عدد ناسلت متوسط به این دلیل است که وقتی دیوارهای محفظه تغییر شکل پیدا می‌کنند، خطوط جریان در مجاورت این دیوارها هماهنگی بیشتری با مرزها پیدا



شکل ۸. نمودارهای خطوط همدمای و خطوط جریان در های مختلف در  $Ra = 10^4$   
**Fig. 8. Isotherms and streamlines for different values of  $\delta$  at  $Ra=10^4$**

منبع گرم استوانه‌ای شکل تشکیل شده‌اند نیز نشان می‌دهند هدایت مکانیزم مؤثر انتقال حرارت است. مطابق شکل ۸، ماکزیمم تابع جریان در این عدد رایلی با تغییر موقعیت منبع گرم تغییر چندانی ندارد و فقط با حرکت کردن به سمت پایین از قدرت گردابه‌های تشکیل شده در محفظه اندکی کاسته می‌شود. دلیل این امر، افزایش فاصله سطوح سرد و گرم از یکدیگر است. همچنین، با حرکت رو به پایین منبع گرم، تراکم خطوط همدمای اطراف و مجاورت سطوح سرد و گرم به صورت موضعی کاهش می‌یابد و این به دلیل کاهش نقش مکانیزم هدایت است. از این رو، می‌توان توقع داشت با افزایش فاصله سطوح سرد و گرم از یکدیگر عدد ناسلت متوسط کاهش پیدا کند.

۶-۲- اثر تغییر هم زمان عدد رایلی و موقعیت منبع گرمازا  
 در این قسمت به طور همزمان موقعیت منبع گرمازا بر روی خط مرکزی عمودی در بازه  $-0.15 \leq \delta \leq 0.15$  و عدد رایلی در بازه  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$  تغییر داده می‌شوند و اثرات تغییر این پارامترها بر روی میدان جریان، میدان دما، عدد ناسلت و تغییر شکل دیوارهای انعطاف‌پذیر بررسی می‌شود.  
 شکل ۸ اثر موقعیت منبع گرم را در  $Ra = 10^4$  نشان می‌دهد. در  $Ra = 10^4$ ، جابجایی طبیعی تحت تأثیر نیروی شناوری ضعیف است و مکانیزم غالب بر انتقال حرارت درون محفظه از نوع هدایت است. با توجه به شکل ۸، خطوط همدمای که به موازات و در مجاورت دیوارهای سرد و اطراف



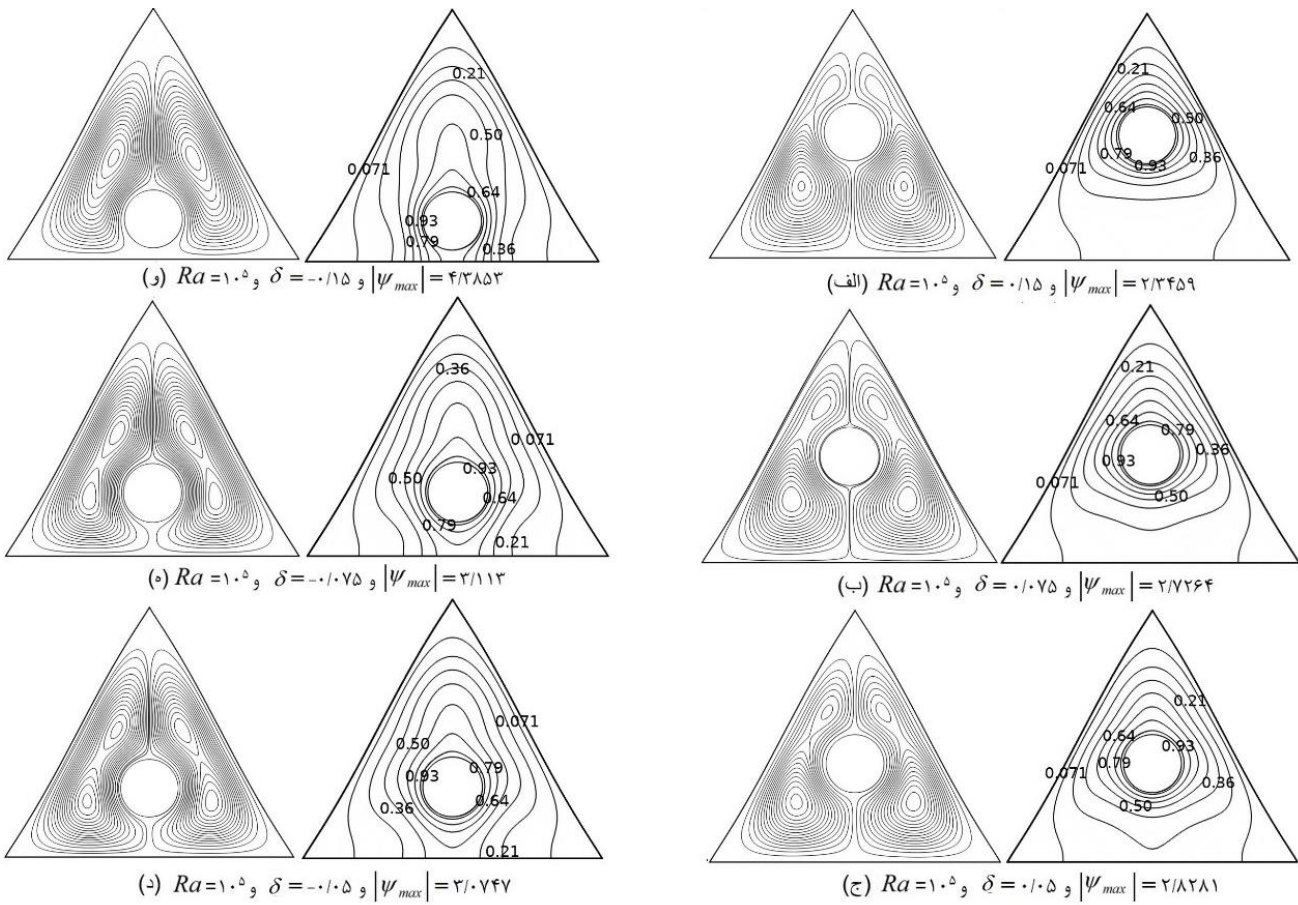


Fig. 9. Isotherms and streamlines for different values of  $\delta$  at  $Ra=10^5$

شکل ۹. نمودارهای خطوط همدمای و خطوط جریان در های مختلف و در  $Ra=10^5$

جابجایی دارد. در  $Ra=10^5$ ، با قرارگیری منبع گرم در بالای محفظه، می‌توان مشاهده نمود که خطوط همدمای به طور منظم در اطراف و مجاور منبع گرم قرار گرفته‌اند. این الگوی منظم نشان می‌دهد که هنوز هدایت مکانیزم اصلی انتقال حرارت در محفظه است. اما با جابجا شدن منبع به سمت پایین، هم اعوجاج خطوط همدمای و کشیدگی آن‌ها در مجاور سطح بالای منبع گرم بیشتر می‌شود و هم خطوط همدمای از حالت موازی بودن با سطوح سرد و گرم خارج می‌شوند، که این نشان از کاهش نقش مکانیزم هدایت و تشدید مکانیزم همرفت دارد.

شکل ۹ اثر موقعیت منبع گرم بر خطوط همدمای و خطوط جریان را در  $Ra=10^5$  نشان می‌دهد. با افزایش عدد رایلی از  $10^4$  به  $10^5$ ، سهم همرفت در تبادل گرما بیشتر شده و برای هر موقعیتی از منبع گرم، قدرت گردابه‌ها در مقایسه با  $Ra=10^4$  افزایش می‌یابند. همچنین، با حرکت منبع گرم به سمت پایین، فضای چرخشی جریان افزایش یافته و منجر به تشدید نیروی شناوری و در نتیجه افزایش قدرت گردابه‌های موجود در محفظه می‌شود. ادغام دو جفت گردابه متقارن (دوتا ساعتگرد و دوتای دیگر پادساعتگرد) در یک جفت گردابه متقارن (یکی ساعتگرد و دیگری پاد ساعتگرد) درون محفظه، با حرکت منبع گرمازا به سمت پایین، نشان از بهبود مکانیزم



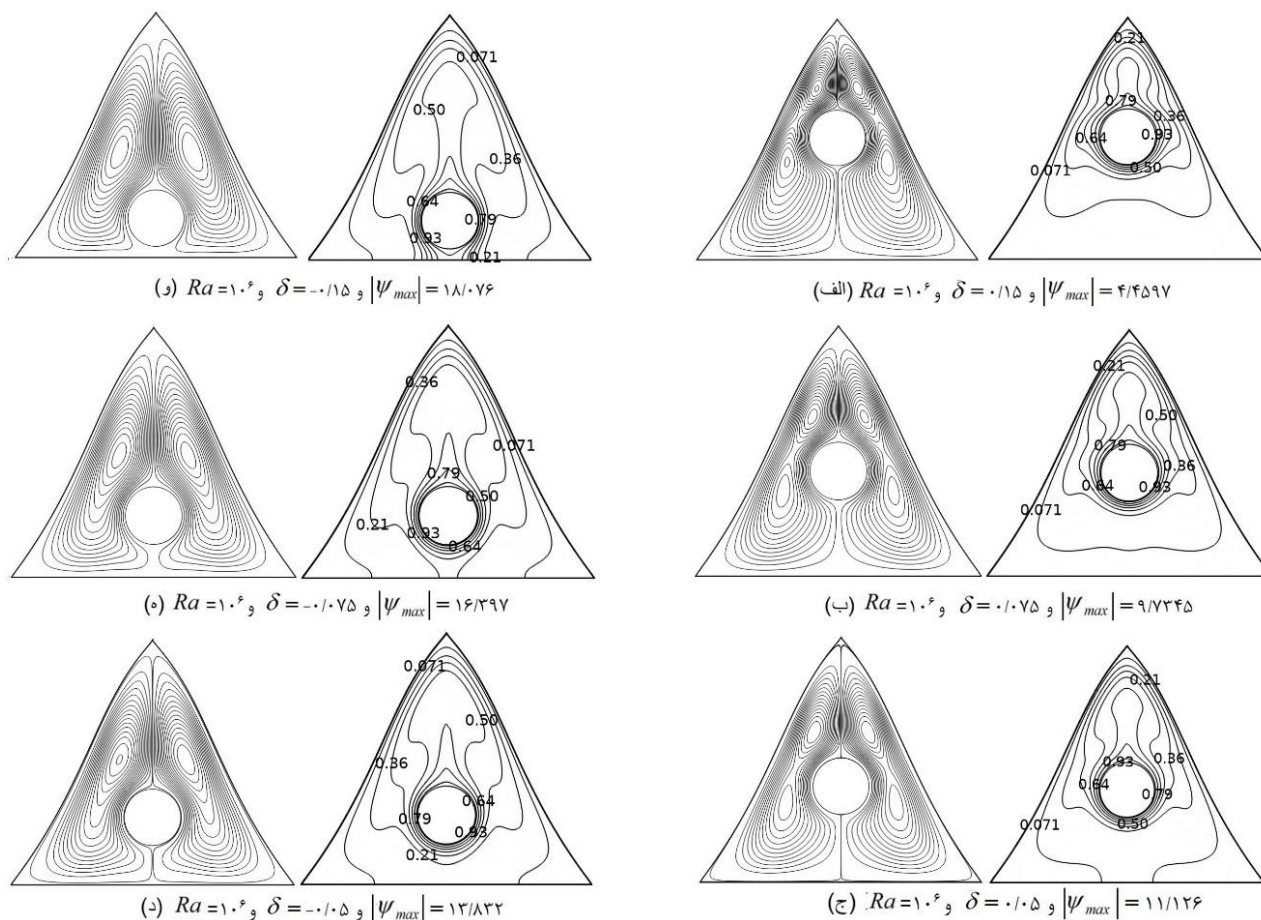


Fig. 10. Isotherms and streamlines for different values of  $\delta$  at  $Ra=10^6$

شکل ۱۰. نمودارهای خطوط همدم و خطوط جریان دردهای مختلف در  $Ra = 10^6$

گردابه‌ها تمایل به حرکت به سمت بالای محفظه را دارند و باعث اعوجاج بیشتر خطوط همدم می‌شوند. ادغام دو جفت گردابه متقارن در یک جفت گردابه درون محفظه، در  $Ra = 10^6$ ، به ازای  $\delta \leq -0.15$  انجام می‌شود، در حالی که برای  $Ra = 10^5$ ، به ازای  $\delta \leq -0.15$  انجام می‌شود و این نشان از افزایش نیروی شناوری و افزایش قدرت جریان چرخشی درون محفظه دارد. با بیشتر شدن نیروی شناوری ناشی از افزایش عدد رایلی، نیروی هیدروپنماتیکی وارد شده به دیوارهای محفظه نیز افزایش یافته و باعث افزایش تغییر شکل در دیوارها می‌شود.

شکل ۱۰ رفتار خطوط همدم و خطوط جریان را با تأثیر گرفتن از موقعیت منبع گرم در  $Ra = 10^6$  نشان می‌دهد. با افزایش عدد رایلی تا  $10^6$  و غالب شدن مکانیزم جابجایی، قدرت گردابه‌ها نسبت به مقادیرهای کمتر عدد رایلی، بیشتر شده است. همچنین با حرکت منبع گرم به سمت پایین محفظه، افزایش قدرت گردابه‌ها بسیار چشمگیرتر از  $Ra = 10^5$  است. علاوه بر موارد فوق، با مشاهده الگوی خطوط همدم، به ازای هر موقعیتی از قرارگیری منبع گرم، جابجایی مکانیزم اصلی انتقال حرارت بوده و گردابه‌های داخل محفظه به خوبی به گوشه بالایی محفظه نفوذ می‌کنند. از این رو، عمده حرکت جریان سیال به سمت بالای محفظه خواهد بود و هسته اصلی

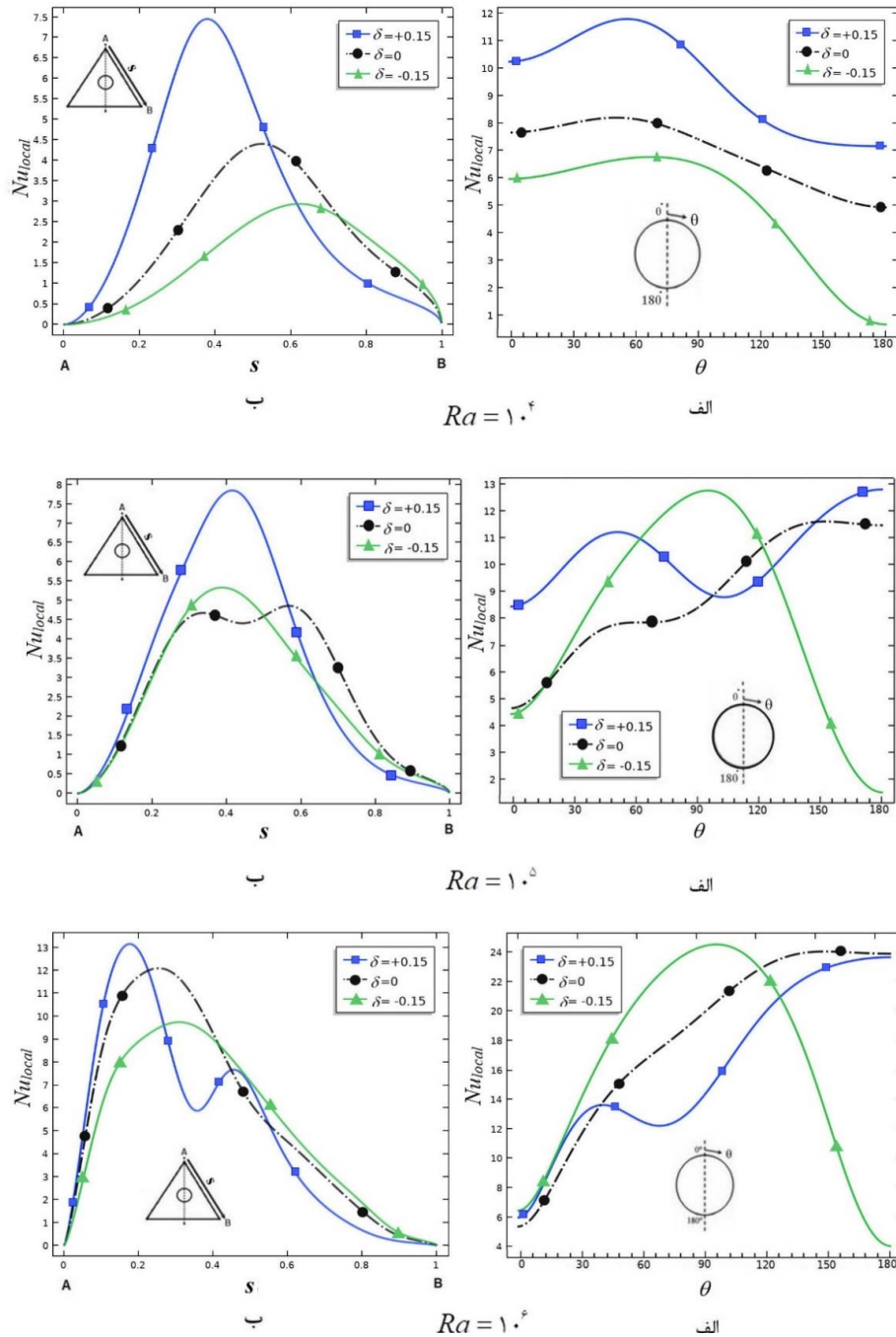


Fig. 11. Local Nusselt number distribution: (a) on the heat source surface (b) on the cold wall of the enclosure for different positions of the heat source and for different values of the Rayleigh number

شکل ۱۱: توزیع عدد ناسلت محلی: (الف) بر روی منبع گرمازا (ب) بر روی دیوار سرد محفظه برای موقعیت‌های مختلف منبع گرمازا و برای مقادیر مختلف عدد رایلی

فاصله بین سطح منبع گرم و دیوار سرد وابسته است و هرچه قدر این فاصله کمتر شود، گرادیان دما در اطراف منبع گرم و در مجاورت دیوار سرد بیشتر می‌شود و از این رو عدد ناسلت محلی افزایش می‌یابد. با توجه به شکل ۱۱ برای  $Ra = 10^4$ ، تغییرات عدد ناسلت موضعی بر روی سطح مکنع گرم و

در شکل ۱۱ تغییرات عدد ناسلت محلی روی سطح منبع گرم و همچنین روی سطح دیوار مورب محفظه (دیوار سرد) برای مقادیر مختلف عدد رایلی و در موقعیت‌های مختلف قرارگیری منبع گرم نشان داده شده است. برای  $Ra = 10^4$  که هدایت مکانیزم اصلی انتقال حرارت است، نرخ انتقال گرما به

همچنین بر روی سطح دیوار سرد، در موقعیت‌های مختلف قرارگیری منبع گرم دارای یک مقدار بیشینه است. این مقدار بیشینه مربوط به نقاطی است که فاصله بین دو سطح دارای کمترین مقدار است. با توجه به شکل ۱۱ برای  $Ra = 10^4$  همچنین مشاهده می‌شود که مقدار بیشینه عدد ناسلت موضعی با حرکت منبع گرم به سمت پائین، کاهش می‌یابد. این رفتار بدان دلیل است که به حرکت منبع گرم به سمت پائین، فاصله بین سطوح گرم و سرد افزایش می‌یابد و گرادیان دما کاهش می‌یابد.

با افزایش عدد رایلی، رفتار جریان جابجایی طبیعی درون محفظه تغییر می‌کند. با توجه به شکل ۱۱ دیده شد که برای  $10^4, 10^5, 10^6$  بر خلاف عدد رایلی  $10^4$  با حرکت منبع گرم به سمت پائین نیروی شناوری افزایش می‌یابد و جابجایی طبیعی تقویت می‌شود. البته برای  $Ra = 10^5$  گرچه با حرکت منبع گرم به سمت پائین قدرت گردابه‌ها افزایش می‌یابد، اما این افزایش چشمگیر نیست و مکانیزم هدایت و جابجایی هر دو در انتقال حرارت نقش دارند. بنابراین برای  $Ra = 10^5$  کاهش فاصله بین سطوح سرد و گرم هدایت را تقویت می‌کند و گرادیان دما و عدد ناسلت موضعی را افزایش می‌دهد و از طرف دیگر حرکت به سمت پائین منبع گرم نیز جابجایی را تقویت می‌کند و در این حالت افزایش عدد ناسلت موضعی به دلیل افزایش قدرت گردابه صورت می‌گیرد.

برای  $Ra = 10^6$ ، به طور کامل جابجایی طبیعی مکانیزم غالب انتقال حرارت است و گردابه‌های تشکیل شده در بالای منبع گرم دارای بیشترین قدرت هستند. از این رو عدد ناسلت موضعی روی دیوار مورب محفظه در موقعیتی بالای منبع دارای بیشترین مقدار است. در این حالت در فضای زیر منبع گرم جریان دارای سرعت کمی است و قسمتی از دیوار مورب که پائین‌تر از منبع گرم قرار می‌گیرد نقش کمی در فرایند انتقال حرارت دارد. برای  $Ra = 10^6$  هنگامی که منبع حرارتی به سمت پائین حرکت می‌کند قدرت گردابه‌ها به مقدار قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد و عدد ناسلت موضعی اطراف منبع گرم زیاد می‌شود.

به منظور بررسی اثر موقعیت منبع گرم بر عدد ناسلت متوسط سطح گرم، نتایج به دست آمده برای دو حالت دیوارهای مورب انعطاف‌پذیر و صلب در بازه اعداد رایلی  $10^4$  تا  $10^6$  در جدول ۵ ارائه شده است. همانگونه که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، عدد ناسلت متوسط شدیداً به موقعیت منبع گرم بستگی دارد. در اعداد رایلی پایین ( $Ra = 10^4$ ) که هدایت مکانیزم اصلی انتقال حرارت است، با دور شدن منبع گرم از دیوارهای سرد محفظه عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. با افزایش عدد رایلی از  $10^4$  به  $10^5$ ، نقش

مکانیزم همرفت بهبود یافته و باعث افزایش نیروی شناوری و در نتیجه افزایش عدد ناسلت متوسط نسبت به اعداد رایلی کمتر از خود در تمامی  $\delta$  های بررسی شده می‌شود. در  $Ra = 10^5$  نیز همانند  $Ra = 10^4$ ، با دور شدن منبع گرم از نیمه بالای دیوارهای مورب محفظه، عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. دلیل این امر، دور شدن سطوح سرد و گرم از یکدیگر و کاهش تراکم خطوط همدم است. در  $Ra = 10^6$ ، گرادیان دمای ایجاد شده در محفظه به شدت افزایش می‌یابد. همچنین، با افزایش عدد رایلی، تأثیر نقش مکانیزم جابجایی ایجاد شده در محفظه بر میدان‌های جریان و دما بسیار بیشتر می‌شود. علاوه بر موارد فوق، با افزایش عدد رایلی، همرفت سهم بیشتری در تبادل گرما پیدا می‌کند. به همین علت، در  $Ra = 10^6$ ، عدد ناسلت متوسط نسبت به  $Ra = 10^4$  و  $Ra = 10^5$  بیشتر افزایش یافته است. در این عدد رایلی ( $Ra = 10^6$ )، با حرکت منبع گرم از  $\delta = 0/15$  تا  $\delta = -0/05$ ، عدد ناسلت متوسط افزایش یافته است. دلیل این امر، افزایش قدرت گردابه ناشی از افزایش فضای چرخشی جریان درون محفظه است. اما، با پایین‌تر آمدن منبع گرم ( $\delta < -0/05$ )، هم حجم سیال زیر منبع استوانه‌ای شکل کاهش پیدا می‌کند که باعث کاهش سطح تماس منبع گرم با جریان چرخشی قوی‌تری در این ناحیه می‌شود و هم با افزایش فاصله سطوح سرد و گرم از یکدیگر نرخ انتقال حرارت کاهش می‌یابد که باعث کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود. با مقایسه نتایج ارائه شده بین دو سیستم صلب و ارتجاعی می‌توان مشاهده نمود که به ازای تمام  $\delta$  های بررسی شده در مقادیر مختلف عدد رایلی، استفاده از دیوارهای مورب انعطاف‌پذیر، باعث بهبود جزئی عدد ناسلت متوسط شده است. در اعداد رایلی کم ( $10^4, 10^5$ )، عدد ناسلت متوسط در حالت دیوارهای انعطاف‌پذیر نسبت به دیوارهای صلب به طور خیلی جزئی افزایش پیدا کرده است. دلیل این امر، تغییر شکل بسیار کم دیوارهای انعطاف‌پذیر و سهم ناچیز تأثیر گذاری میدان‌های جامد و سیال بر یکدیگر است. اما، در  $Ra = 10^6$ ، به دلیل افزایش نیروی هیدرودینامیکی سهم اثرگذاری دو میدان سیال و جامد بر یکدیگر افزایش می‌یابد. به همین دلیل، عدد ناسلت متوسط، نسبت به حالت دیوارهای صلب در مقادیر مختلف عدد رایلی افزایش بیشتری پیدا می‌کند.

به منظور درک بهتر تغییرات عدد ناسلت متوسط سطح گرم در حالت دیوارهای انعطاف‌پذیر به ازای موقعیت‌های مختلف منبع گرم، نتایج ارائه شده در جدول ۵ به صورت نمودار در شکل ۱۲ نشان داده شده است. در شکل ۱۲ نیز دیده می‌شود برای مقادیر کوچک عدد رایلی با حرکت

برای  $Ra = 10^6$ ، به طور کامل جابجایی طبیعی مکانیزم غالب انتقال حرارت است و گردابه‌های تشکیل شده در بالای منبع گرم دارای بیشترین قدرت هستند. از این رو عدد ناسلت موضعی روی دیوار مورب محفظه در موقعیتی بالای منبع دارای بیشترین مقدار است. در این حالت در فضای زیر منبع گرم جریان دارای سرعت کمی است و قسمتی از دیوار مورب که پائین‌تر از منبع گرم قرار می‌گیرد نقش کمی در فرایند انتقال حرارت دارد. برای  $Ra = 10^6$  هنگامی که منبع حرارتی به سمت پائین حرکت می‌کند قدرت گردابه‌ها به مقدار قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد و عدد ناسلت موضعی اطراف منبع گرم زیاد می‌شود.

به منظور بررسی اثر موقعیت منبع گرم بر عدد ناسلت متوسط سطح گرم، نتایج به دست آمده برای دو حالت دیوارهای مورب انعطاف‌پذیر و صلب در بازه اعداد رایلی  $10^4$  تا  $10^6$  در جدول ۵ ارائه شده است. همانگونه که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، عدد ناسلت متوسط شدیداً به موقعیت منبع گرم بستگی دارد. در اعداد رایلی پایین ( $Ra = 10^4$ ) که هدایت مکانیزم اصلی انتقال حرارت است، با دور شدن منبع گرم از دیوارهای سرد محفظه عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. با افزایش عدد رایلی از  $10^4$  به  $10^5$ ، نقش

جدول ۵: عدد ناسلت متوسط بر روی سطح منبع حرارتی برای محفظه‌های صلب و ارتجاعی در  $\delta$ ها و  $Ra$ های مختلف

Table 5. The average Nusselt number on the heat source surface for rigid and elastic enclosures at different values of  $\delta$  and  $Ra$

عدد ناسلت متوسط سطح منبع گرم							
$Nu_m$							
$\delta = 0.15$	$\delta = 0.075$	$\delta = 0.05$	$\delta = 0$	$\delta = -0.05$	$\delta = -0.075$	$\delta = -0.15$	$Ra$ دیوارها
۹/۵۷۸۱	۸/۰۹۰۹	۷/۶۹۲۳	۶/۹۶۴۳	۶/۲۹۰۶	۵/۹۶۴۸	۵/۰۱۴۲	۱۰ <sup>۴</sup> ارتجاعی
۹/۵۴۵۸	۸/۰۷۵۵	۷/۶۶۹۷	۶/۹۳۳۲	۶/۲۵۶۶	۵/۹۳۰۹	۴/۹۸۳۹	صلب
۱۰/۴۸۶	۹/۳۷۶۴	۹/۱۶۰۹	۸/۸۵۸	۸/۶۶۱۷	۸/۵۸۵۴	۸/۲۷۱۰	۱۰ <sup>۵</sup> ارتجاعی
۱۰/۳۹۸	۹/۳۷۳۰	۹/۱۲۸۴	۸/۷۸۹۸	۸/۵۹۸۲	۸/۵۳۵۱	۸/۲۵۴۶	صلب
۱۶/۲۶۰	۱۷/۵۰۱	۱۷/۸۶۱	۱۸/۲۹۹	۱۸/۳۳۰	۱۸/۱۶۲	۱۶/۶۰۰	۱۰ <sup>۶</sup> ارتجاعی
۱۵/۹۰۴	۱۷/۱۹۱	۱۷/۵۹۷	۱۸/۰۳۳	۱۸/۰۴۱	۱۷/۸۷۱	۱۶/۳۶۱	صلب

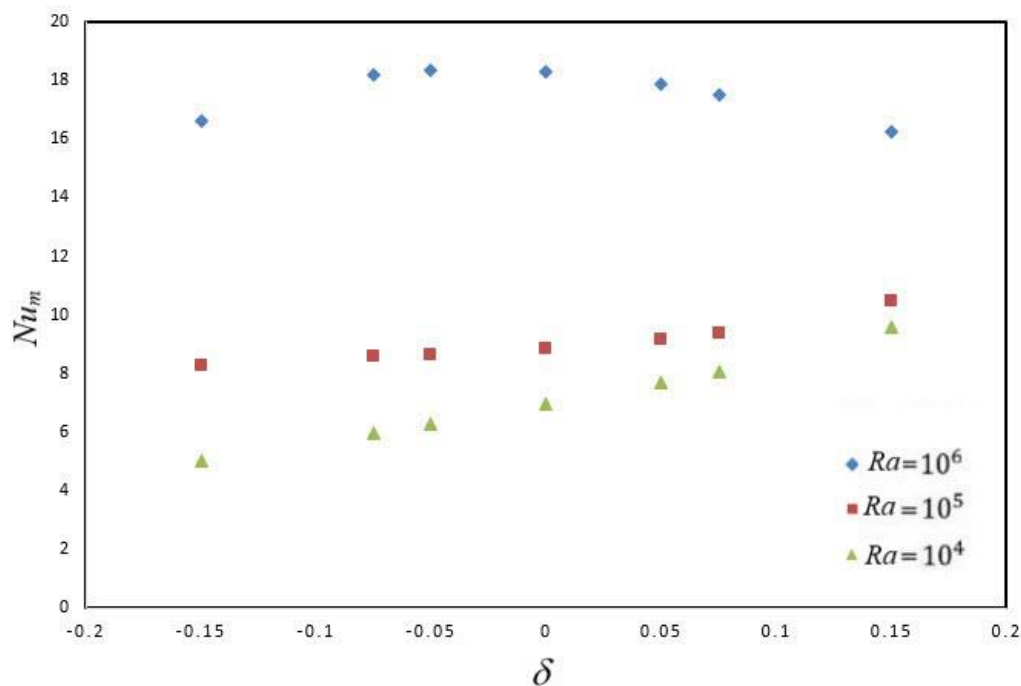


Fig. 12. Variations of the average Nusselt number of the heat source surface for the flexible system for different values of  $Ra$  and  $\delta$

شکل ۱۲. تغییرات عدد ناسلت متوسط منبع حرارتی برای محفظه ارتجاعی به ازای مقادیر مختلف عدد رابلی و  $\delta$

## ۸- فهرست علائم

علائم انگلیسی	
$d_s^*$	بردار جابجایی، m
$E$	مدول بی بعد یانگ
$E^*$	مدول یانگ، $N/m^2$
$F_v^*$	نیروی حجمی، N
$g$	شتاب جاذبه، $m^2/s$
$h$	ضریب انتقال حرارت جابجایی، $W/m^2.K$
$I$	ماتریس واحد
$k$	ضریب انتقال حرارت هدایتی، $W/m.K$
$L$	طول ضلع بی بعد محفظه
$L^*$	طول ضلع محفظه، m
$Nu_{local}$	عدد ناسلت محلی
$Nu_m$	عدد ناسلت متوسط
$P$	فشار بی بعد
$P^*$	فشار، $N/m^2$
$\bar{P}$	فشار تعدیل شده، $(P^* + \rho_f g y^*)$
$R$	شعاع منبع گرم، m
$R^*$	شعاع بی بعد منبع گرم
$Ra$	عدد رایلی
$t$	زمان، s
$T$	دمای بی بعد
$T_c$	دمای بی بعد اولیه
$T^*$	دما، K
$T_c^*$	دمای اولیه، K
$u_o$	سرعت بی بعد اولیه
$u_o^*$	سرعت اولیه، m/s
$u_f^*, v_f^*$	سرعت سیال در دو جهت $y, x$ ، m/s

منبع به سمت پائین و فاصله گرفتن منبع گرم از دیوارهای مورب، عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد، در حالی که در  $Ra = 10^6$  با حرکت به سمت پائین منبع حرارتی، قدرت گردابه‌ها افزایش می‌یابد که منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود. برای  $Ra = 10^6$  هنگامی که منبع حرارتی به دیوار عایق افقی نزدیک می‌شود، چنانچه منبع باز هم به سمت پائین جابجا شود، عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد.

## ۷- نتیجه گیری

با در نظر گرفتن دیوارهای مورب انعطاف‌پذیر برای یک محفظه بسته مثلی شکل در حضور یک منبع گرم‌مازای دما ثابت داخلی، به بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد درون محفظه پرداخته شد. دیوارهای مورب محفظه در دمای ثابت سرد  $T_c$  و دیوار افقی محفظه به صورت عایق در نظر گرفته شد. هدف از مطالعه حاضر، بررسی اثر دو میدان جامد و سیال روی یکدیگر و همچنین اثر موقعیت منبع گرم روی میدان‌های دما و جریان و نرخ انتقال حرارت در اعداد رایلی مختلف ( $Ra = 10^4, 10^5, 10^6$ ) بود. در ابتدا معادلات حاکم و شرایط مرزی متناظر با دو میدان سیال و جامد بیان شد، سپس با در نظر گرفتن پارامترهای بی‌بعد، معادلات بی‌بعد شدند و سپس با استفاده از نرم‌افزار کامسول به روش المان محدود حل شدند. مهم‌ترین نتایج به‌دست‌آمده در مطالعه حاضر را می‌توان به صورت زیر جمع‌بندی کرد:

- افزایش عدد رایلی باعث افزایش سرعت جریان و نرخ انتقال حرارت از منبع گرم به سیال درون محفظه می‌شود.
- افزایش عدد رایلی موجب تغییر شکل اولیه بیشتر دیوارهای انعطاف‌پذیر و در نتیجه باعث بهبود جزئی عدد ناسلت متوسط نسبت به دیوارهای صلب به ازای تمام موقعیت‌های بی‌بعد منبع گرم می‌شود.
- با حرکت منبع گرم به سمت پایین محفظه، در مقدارهای پایین و بالای عدد رایلی به ترتیب تابع جریان ماکزیمم، کاهش و افزایش پیدا می‌کند. همچنین، در مقدارهای بالای عدد رایلی، با حرکت منبع گرم به سمت پایین، اعوجاج خطوط هم‌دما افزایش می‌یابد.

با حرکت منبع گرم به سمت پایین، عدد ناسلت متوسط، در اعداد رایلی  $10^4$  و  $10^5$  به ترتیب حدود ۴۸ درصد و ۲۱ درصد کاهش و در  $Ra = 10^6$ ، از موقعیت  $\delta = 0/15$  تا  $\delta = -0/05$  حدود ۱۲ درصد افزایش و سپس از  $\delta = -0/05$  تا  $\delta = -0/15$  حدود ۹ درصد کاهش می‌یابد.

## منابع

- [1] A. Bañri, E. Zarco-Pernia, J.-M.G. De María, A review on natural convection in enclosures for engineering applications. The particular case of the parallelogrammic diode cavity, *Applied Thermal Engineering*, 63(1) (2014) 304-322.
- [2] A. Rahimi, A.D. Saeed, A. Kasaeipoor, E.H. Malekshah, A comprehensive review on natural convection flow and heat transfer, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, (2019).
- [3] K. Khanafer, K. Vafai, A critical review on the applications of fluid-structure interaction in porous media, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, (2019).
- [4] M.A. Nizamani, Z. Nizamani, A. Nakayama, M. Osman, Review of Fluid-structure Interaction Model in a Numerical Wave Tank with Offshore Structures Near the Free Surface, (2020).
- [5] O. Doaré, S. Michelin, Piezoelectric coupling in energy-harvesting fluttering flexible plates: linear stability analysis and conversion efficiency, *Journal of Fluids and Structures*, 27(8) (2011) 1357-1375.
- [6] M. Ghalambaz, S. Mehryan, A.I. Alsabery, A. Hajjar, M. Izadi, A. Chamkha, Controlling the natural convection flow through a flexible baffle in an L-shaped enclosure, *Meccanica*, 55(8) (2020) 1561-1584.
- [7] M. Ghalambaz, S. Mehryan, R.K. Feeoj, A. Hajjar, I. Hashim, R.B. Mahani, Free convective heat transfer of a non-Newtonian fluid in a cavity containing a thin flexible heater plate: an Eulerian-Lagrangian approach, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, (2020) 1-16.
- [8] S. Mehryan, M. Ghalambaz, R.K. Feeoj, A. Hajjar, M. Izadi, Free convection in a trapezoidal enclosure divided by a flexible partition, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 149 (2020) 119186.
- [9] S. Mehryan, E. Izadpanahi, M. Ghalambaz, A. Chamkha, Mixed convection flow caused by an oscillating cylinder in a square cavity filled with Cu-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water hybrid nanofluid, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*,

سرعت حرکت شبکه در دو جهت $x, y$ ، m/s	$u_g^*, v_g^*$
بردار سرعت بی‌بعد حرکت شبکه	$W_g$
مختصات بی‌بعد کارترین	$x, y$
مختصات کارترین، m	$x^*, y^*$
ضخامت بی‌بعد دیوارهای انعطاف‌پذیر، $N/m^2$	$Z_s$
ضخامت دیوارهای انعطاف‌پذیر، m	$Z_s^*$

## علائم یونانی

ضریب نفوذ حرارتی، $m^2/s$	$\alpha$
ضریب انبساط حرارتی، $1/K$	$\beta$
کرنش	$\varepsilon$
ضریب لامه اول	$\lambda_1$
ضریب لامه دوم	$\mu_1$
ویسکوزیته سینماتیک، $m^2/s$	$\nu$
چگالی، $kg/m^3$	$\rho$
زمان بی‌بعد	$\tau$
تانسور تنش، Pa	$\sigma$

## زیرنویس

سرد	$c$
سیال	$f$
شبکه	$g$
گرم	$h$
متوسط	$m$

## بالانویس

با بعد	*
--------	---



- with a Fin on the Cold Wall, *The Journal Of Energy: Engineering & Management*, 2(4) (2012) 58-69.
- [19] S. Nada, Natural convection heat transfer in horizontal and vertical closed narrow enclosures with heated rectangular finned base plate, *International journal of heat and mass transfer*, 50(3-4) (2007) 667-679.
- [20] B.-S. Kim, D.-S. Lee, H.-S. Yoon, H.-G. Lee, M.-Y. Ha, A numerical study of natural convection in a square enclosure with a circular cylinder at different vertical locations, *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers B*, 31(3) (2007) 273-282.
- [21] E. Sourtiji, D. Ganji, S. Seyyedi, Free convection heat transfer and fluid flow of Cu–water nanofluids inside a triangular–cylindrical annulus, *Powder Technology*, 277 (2015) 1-10.
- [22] T. Richter, Numerical methods for fluid-structure interaction problems, Institute for Applied Mathematics, University of Heidelberg, Germany, (2010).
- [23] M. Ghalambaz, S.M.H. Zadeh, S. Mehryan, I. Pop, D. Wen, Analysis of melting behavior of PCMs in a cavity subject to a non-uniform magnetic field using a moving grid technique, *Applied Mathematical Modelling*, 77 (2020) 1936-1953.
- [24] R.W. Ogden, Non-linear elastic deformations, Courier Corporation, 1997.
- [25] J. Donea, A. Huerta, J.-P. Ponthot, A. Rodriguez-Ferran, Arbitrary lagrangian-eulerian methods, volume 1 of encyclopedia of computational mechanics, chapter 14, John Wiley & Sons Ltd, 3 (2004) 1-25.
- [26] A.C. Hindmarsh, P.N. Brown, K.E. Grant, S.L. Lee, R. Serban, D.E. Shumaker, C.S. Woodward, SUNDIALS: Suite of nonlinear and differential/algebraic equation solvers, *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 31(3) (2005) 363-396.
- [27] B. Kim, D. Lee, M. Ha, H. Yoon, A numerical study of natural convection in a square enclosure with a circular cylinder at different vertical locations, *International journal of heat and mass transfer*, 51(7-8) (2008) 1888-1906.
- 137(3) (2019) 965-982.
- [10] A. Alsabery, M. Sheremet, M. Ghalambaz, A. Chamkha, I. Hashim, Fluid-structure interaction in natural convection heat transfer in an oblique cavity with a flexible oscillating fin and partial heating, *Applied Thermal Engineering*, 145 (2018) 80-97.
- [11] H. Saleh, Z. Siri, I. Hashim, Role of fluid-structure interaction in mixed convection from a circular cylinder in a square enclosure with double flexible oscillating fins, *International Journal of Mechanical Sciences*, 161 (2019) 181-187.
- [12] E. Jamesahar, M. Ghalambaz, A.J. Chamkha, Fluid–solid interaction in natural convection heat transfer in a square cavity with a perfectly thermal-conductive flexible diagonal partition, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 100 (2016) 303-319.
- [13] A. Raisi, I. Arvin, A numerical study of the effect of fluid-structure interaction on transient natural convection in an air-filled square cavity, *International Journal of Thermal Sciences*, 128 (2018) 1-14.
- [14] T. Basak, S. Roy, A. Balakrishnan, Effects of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(23-24) (2006) 4525-4535.
- [15] E. Heydari, A. Shatery, Investigation of the effects of two-way interaction between fluid and solid on transient natural displacement inside a square chamber with an elastic blade, *Mechanical Engineering modares*, 15(9) (2016) 396-406. (in persian)
- [16] m. Khosravy, Investigation of free heat transfer within a chamber using the Boltzmann lattice method, Ministry of Science, Research and Technology - Shahrekord University - School of Engineering, 2012.
- [17] X. Sun, Z. Ye, J. Li, K. Wen, H. Tian, Forced convection heat transfer from a circular cylinder with a flexible fin, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 128 (2019) 319-334.
- [18] S. Jani, M. Mahmoodi, M. Amini, Natural Convection at Different Prandtl Numbers in Rectangular Cavities

[29] J. Lee, M. Ha, H. Yoon, Natural convection in a square enclosure with a circular cylinder at different horizontal and diagonal locations, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(25-26) (2010) 5905-5919.

[28] J. Rahman Nezhad, S.A. Mirbozorgi, Numerical simulation of free convection around a stationary cylinder with constant heat flux and different diagonal locations using IB-LBM, *Modares Mechanical Engineering*, 17(4) (2017) 419-430.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Chidan, A. Raisi, B. Ghasemi, *Numerical Study of Natural Convection Heat Transfer inside a Triangular Cavity with Flexible Sidewalls Containing a Cylindrical Heat Source*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(11) (2022) 5461-5484.

DOI: 10.22060/mej.2021.19669.7087

