



تحلیل دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده تحت فشار داخلی متحرک

رضا عرب، حسین لکزین*

مجتمع دانشگاهی مواد و فناوری‌های ساخت، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۳۰

بازنگری: ۱۴۰۰/۰۴/۱۷

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۰۶

ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۸/۱۰

کلمات کلیدی:

پوسته استوانه‌ای

تقویت‌کننده‌های متعامد

ارتعاش آزاد

تحلیل دینامیکی

فشار داخلی متحرک

خلاصه: پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده کاربرد فراوانی در بسیاری از شاخه‌های مهندسی از قبیل کشتی‌ها، زیردریایی و مخازن سوخت هواپیما دارد. در اکثر این موارد پوسته تحت بارهای دینامیکی قرار می‌گیرد. یکی از بارهای دینامیکی که می‌تواند به این پوسته‌ها وارد شود فشار داخلی متحرک می‌باشد. تحلیل پوسته استوانه‌ای تقویت شده تحت فشار داخلی متحرک در این پژوهش مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات حرکت بر اساس تئوری کلاسیک پوسته با استفاده از روش همیلتون استخراج شده‌اند. شرایط مرزی پوسته دو سر ساده در نظر گرفته شده است. مؤلفه‌های جابه‌جایی با توجه به شرایط مرزی به صورت بسط سری فوریه دوگانه نوشته شده‌اند. برای بدست آوردن فرکانس طبیعی و پاسخ پوسته استوانه‌ای تحت بارگذاری متحرک داخلی معادلات حرکت با استفاده از روش توابع وزنی گالرکین حل شده‌اند. برای بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی و پاسخ زمانی پوسته کدهایی به زبان فرترن نوشته شده‌اند و نتایج با پاسخ مراجع دیگر و پاسخ نرم افزار آباکوس مقایسه شده‌اند و در نهایت تأثیر پارامترهای هندسی بر فرکانس‌های طبیعی و پاسخ زمانی پوسته استوانه‌ای تقویت شده تحت فشار داخلی متحرک بررسی شده است و نتایج برای پوسته تقویت‌نشده و پوسته تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های مختلف مقایسه شده‌اند.

۱- مقدمه

بدست آورد و از روش انرژی فرکانس‌های طبیعی را به دست آورد. میکولاس و مک المن [۳] با میانگین‌گیری از تأثیر تقویت‌کننده‌ها رابطه‌ای صریح برای بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی پوسته‌های تقویت شده طولی، محیطی و متعامد بدست آوردند. تانگ [۴] اولین تئوری جامع برای پاسخ الاستیک لوله به بار متحرک را ارائه داد. مدلی برای پیش‌بینی رفتار پوسته چدار نازک در نظر گرفت و از تئوری پوسته چدار نازک استفاده نمود. ایگل و سیوال [۵] تقویت‌کننده‌ها را به عنوان المان‌ها مجزا در نظر گرفتند و فرکانس‌های طبیعی را محاسبه کردند. راسمن [۶] پاسخ دینامیکی پوسته استوانه‌ای با بارگذاری داخلی متحرک بررسی نمود. بارگذاری به صورت مورب و با سرعت ثابت حرکت می‌کند. ابتدا ارتعاشات آزاد پوسته را بررسی کرد و سپس با استفاده از آنالیز مودال و فرکانس‌های طبیعی حل دینامیکی برای پوسته را ارائه نمود. دوبینز [۷] بارگذاری استاتیکی و

خطوط لوله، لوله‌های اسلحه و لوله‌های پرتاب موشک سازه‌هایی هستند که تحت فشار داخلی متحرک قرار می‌گیرند که می‌توان از لوله تقویت شده نیز استفاده شود. رفتار دینامیکی این سازه‌ها نیازمند تحقیقات و بررسی‌های فراوانی می‌باشد. ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده و حل دینامیکی پوسته استوانه‌ای در پژوهش‌های قبلی صورت گرفته که به آنها اشاره می‌شود.

هوپمان [۱] ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده متعامد را مورد بررسی قرار داد. او میانگین اثر تقویت‌کننده‌ها را به دست آورد و در معادله ارتعاشات پوسته اضافه نمود و نتایج تئوری را با نتایج آزمایشگاهی خود مقایسه کرد. گلتلی [۲] معادلات انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی پوسته و تقویت‌کننده‌های محیطی را به صورت مجزا

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: lexian@mut.ac.ir



تقویت شده محیطی را با روش‌های تحلیلی، عددی و آزمایشگاهی محاسبه کردند و نتایج حاصل را با یکدیگر مقایسه نمودند. همچنین ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده تحت نیروی محوری و فشار داخلی بررسی کردند. خلیلی و همکاران [۱۷] ارتعاش آزاد و اجباری پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی را تحت بار ضربه‌ای بررسی کردند. معادلات تعادل با روش گلرکین به دست آمده و در آخر اثر جهت الیاف و پارامترهای هندسی بر پاسخ زمانی پوسته بررسی شده است. سوفیه [۱۸] حداکثر جابجایی‌های استاتیکی و دینامیکی پوسته استوانه‌ای مواد طبقه‌بندی شده تابعی^۱ طولی تحت بارهای محوری و فشار داخلی متحرک با سرعت ثابت را ارائه نموده و تأثیر هندسه پوسته و سرعت بار متحرک بر رفتار پوسته را بررسی کرده است. دانگ و نام [۱۹] حل تحلیلی دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی تحت فشار خارجی احاطه شده توسط بستر الاستیک با تقویت کننده فلز را انجام داده‌اند. میرزایی و همکاران [۲۰] مجموعه‌ای از راه حل‌های تحلیلی برای پاسخ الاستودینامیک گذرا از لوله‌های استوانه‌ای تحت فشار در حال حرکت با پروفیل خاص را مورد بررسی قرار دادند. یانگ و همکاران [۲۱] جهت بررسی رفتار ارتعاشی پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی، آنالیز مودال تحت شرایط مرزی دو سر آزاد انجام دادند و جهت پیش‌بینی دمپینگ سازه از روش انرژی کرنشی به همراه مدل المان محدود استفاده نمودند. داک و تانگ [۲۲] با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و تابع تنش به همراه معادلات کامل حرکت به بررسی پاسخ دینامیکی غیر خطی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت شده پرداخته‌اند. کینا و همکاران [۲۳] با استفاده از روش آنالیز هندسی به بررسی رفتار ارتعاشی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده پرداخت. او به این منظور از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول استفاده نمود. حسرتی و همکاران [۲۴] یک حل عددی برای ارتعاشات آزاد و اجباری غیر خطی پوسته‌های استوانه‌ای ارائه نموده‌اند. معادلات حرکت براساس اصل همپلتون و گسسته‌سازی از روش دیفرانسیل تعمیم‌یافته به دست آمده و پاسخ فرکانسی برای شرایط مرزی مختلف ارائه شده است و در آخر تأثیر پارامترهای هندسی بر رفتار ارتعاشی غیر خطی پوسته را بررسی کرده‌اند.

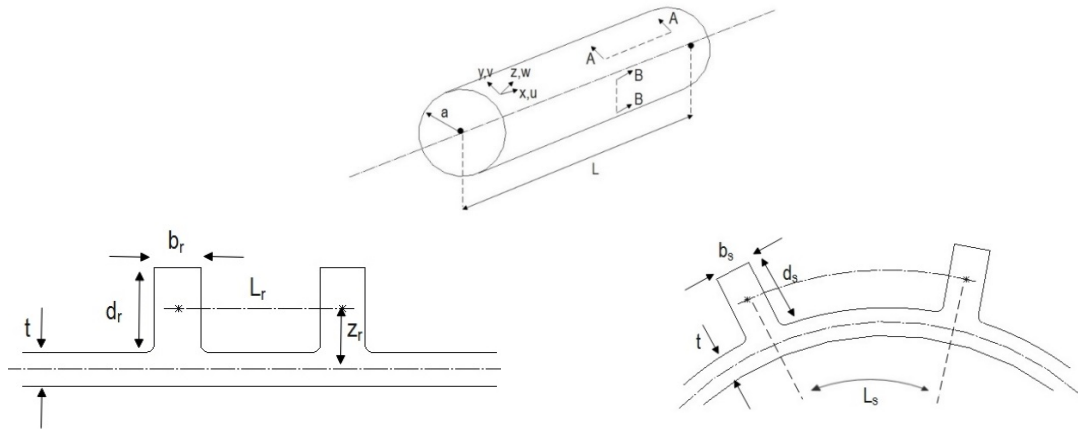
آرزم و همکاران [۲۵] پاسخ دینامیکی برای استوانه متقارن محوری تحت بارگذاری خارجی متحرک بررسی کردند. بارگذاری

دینامیکی بر روی صفحه را بررسی نمود. ابتدا فرکانس‌های طبیعی را به دست آورد و از آن برای پاسخ زمانی استفاده نمود. شیوا کاوا [۸] حل پاسخ دینامیکی برای پوسته استوانه با بارگذاری نقطه‌ای متحرک را ارائه نمود. ابتدا فرکانس‌های طبیعی پوسته را به دست آورد و در آخر به حل دینامیکی پوسته برای بارگذاری متحرک پرداخت.

سدریام و هلر [۹] تحلیل دینامیکی برای پوسته استوانه‌ای تحت بار دینامیکی ارائه نمودند. بارگذاری دینامیکی به صورت یک خط در طول استوانه می‌باشد. با داشتن معادلات حرکت با استفاده از روش گلرکین ارتعاشات آزاد پوسته بررسی شده و با استفاده از آنالیز مودال و بهره‌گیری از فرکانس‌های طبیعی حل دینامیکی انجام شده است. مصطفی و علی [۱۰] تقویت‌کننده‌ها را به عنوان المان‌های مجزا در نظر گرفتند و معادلات انرژی‌های جنبشی و پتانسیل را برای پوسته‌ها و تقویت‌کننده‌های طولی و محیطی به طور مجزا استخراج نمودند، در این معادلات اینرسی انتقالی پوسته و تقویت‌کننده‌ها در سه جهت و اینرسی چرخشی تقویت‌کننده‌ها در تابع انرژی وارد شده‌اند. لی و لی [۱۱] ارتعاشات آزاد و پاسخ دینامیکی پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی تحت بار ضربه‌ای را مورد مطالعه قرار دادند. تکیه‌گاه را به صورت استوانه دو سر ساده در نظر گرفتند. برای حل تحلیلی از روش آنالیز مودال استفاده شده به طوری که ابتدا از حل ارتعاشات آزاد فرکانس‌های طبیعی را به دست آورده و به کمک آنها و آنالیز مدال پاسخ دینامیکی پوسته را تحت بارگذاری ضربه‌ای به دست آورد. وانگ و همکاران [۱۲] معادلات انرژی پوسته و تقویت‌کننده‌های محیطی را از تحقیقات پیشین استخراج نمودند و با به‌کارگیری اصل همپلتون و اعمال روش ریتز، معادلات حرکت و در نهایت فرکانس‌های طبیعی را نیز محاسبه نمودند. برخلاف تحقیقات انجام شده قبلی، در این تحقیق توزیع موقعیت مکانی و توزیع فاصله خارج از مرکزی تقویت‌کننده‌ها به طور دلخواه و غیریکنواخت در نظر گرفته شده است.

روتولو [۱۳] مقایسه‌ای بین انواع تئوری‌های پوسته‌های نازک که در تحقیقات پیشین به کار برده شده است انجام داد. ژائو و ليو [۱۴] تحلیل ارتعاشی پوسته‌های استوانه‌ای چندلایه‌ای دوار با تکیه‌گاه ساده و تقویت‌کننده‌های طولی و محیطی را با استفاده از روش انرژی انجام دادند. اثر تقویت‌کننده‌ها به دو روش مدل‌سازی شده است. یک بار روش متوسط‌گیری و بار دیگر روش المان مجزا استفاده شده است. جعفری و باقری [۱۵] و [۱۶] فرکانس‌های طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای

1 Functionally Graded Material (FGM)



شکل ۱. هندسه پوسته و تقویت کننده‌ها [۱۰]
Fig. 1. Geometry of shell & stiffeners

۲- معادلات حرکت

برای به دست آوردن معادلات حرکت از روش همیلتون استفاده می‌شود. در شکل ۱ پوسته استوانه‌ای تقویت شده همراه با تقویت کننده‌ها نشان داده شده است. همان طور که در شکل دیده می‌شود ضخامت پوسته t است و ارتفاع و عرض رینگ و استرینگر به ترتیب با d_r و b_r و d_s و b_s نشان داده شده است. که مختصات استوانه‌ای هستند در شکل نشان داده شده است. اگر جابجایی‌های u, v, w نقطه‌ای دلخواه روی پوسته باشد و u, v, w جابجایی‌های لایه میانی پوسته باشند ارتباط هندسی آنها به صورت زیر می‌باشد.

$$u_0 = u - zW_{,x} \quad v_0 = \frac{a+z}{a}v - \frac{z}{a}W_{,\phi} \quad (1)$$

$$w_0 = w$$

کرنش‌های متناظر نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\varepsilon_x = u_{0,x} \quad \varepsilon_\phi = \frac{1}{a+z}(v_{0,\phi} + w_0) \quad (2)$$

$$\varepsilon_{x_\phi} = v_{0,x} + \left(\frac{1}{a+z}\right)u_{0,\phi}$$

با استفاده از رابطه بین تنش و کرنش صفحه‌ای، تنش‌ها به صورت زیر به دست می‌آیند.

با سرعت ثابت حرکت می‌کند، و در آخر پاسخ زمانی را با نتایج تجربی مقایسه نمودند. سوفیه و پاشا [۲۶] ارتعاش اجباری استوانه تقویت شده توسط نانولوله‌های کربنی تحت بار متحرک بررسی کردند. فشار داخلی به صورت حلقوی و با سرعت ثابت حرکت می‌کند. خواص مکانیکی تقویت کننده‌های کربنی به صورت خطی در راستای ضخامت متغیر می‌باشد. تأثیر هندسه، سرعت بار داخلی و نحوه توزیع خواص مکانیکی تقویت کننده‌ها بر پاسخ دینامیکی بررسی شده است. رضایی و میرزایی [۲۷] راه‌حل‌های تحلیلی برای پاسخ دینامیکی گذرای پوسته‌های استوانه‌ای ضخیم تحت فشارهای داخلی متحرک منفرد و پی‌درپی ارائه کردند. نتایج برای شرایط مرزی دو سر ساده و دو سر گیردار بیان شده است. در آخر نتایج با نتایج تجربی و شبیه‌سازی المان محدود مقایسه شده‌اند. ایپک چی و محبوبی [۲۸] روش ریاضی برای مطالعه رفتار ارتعاشی پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی تحت فشار داخلی متحرک ارائه کرده‌اند. پوسته شامل سه لایه است که در آن لایه‌های داخلی و خارجی دارای خواص ایزوتروپیک می‌باشد و لایه میانی دارای نسبت پواسون منفی است. فرکانس طبیعی و پاسخ دینامیکی ارائه شده است. برای تأیید روش تحلیلی نتایج با نتایج اجزای محدود مقایسه شده‌اند.

در این پژوهش یک حل تحلیلی برای ارتعاشات آزاد و پاسخ دینامیکی پوسته استوانه‌ای تقویت شده با تقویت کننده‌های محیطی و طولی به صورت جدا و همراه با هم با شرایط مرزی دو سر ساده تحت فشار داخلی متحرک با تابع فشار و سرعت کاملاً عمومی ارائه شده که قبلاً مورد توجه نبوده است.

$$+ \frac{z^2}{(a+z)^2} w_{,x\varphi}^2] (a+z) d_x d_\varphi d_z$$

رابطه بین جابجایی‌های تقویت‌کننده محیطی که با فاصله x در راستای طولی و فاصله z در راستای شعاعی از صفحه میانی است با جابجایی‌های صفحه میانی به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} u_r &= u - zw_{,x} \\ v_r &= \frac{a+z}{a} v - \frac{z}{a} w_{,\varphi} - \frac{x}{a} u_{,\varphi} \\ w_r &= w \end{aligned} \quad (۶)$$

کرنش محیطی تقویت‌کننده محیطی نیز از رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$\varepsilon_{r\varphi} = \frac{1}{a+z} \left(\frac{a+z}{a} v_{,\varphi} - \frac{z}{a} w_{,\varphi\varphi} - \frac{x}{a} u_{,\varphi\varphi} + w \right) \quad (۷)$$

انرژی کرنشی کل برای k رینگ به صورت زیر به دست می‌آید. که در آن dA_{rk} مساحت k امین المان در نظر گرفته شده رینگ می‌باشد و $(GJ)_{rk}$ سفتی پیچشی k امین رینگ می‌باشد [۱۰].

$$\begin{aligned} U_r &= \sum_{k=1}^k \frac{E_{rk}}{2} \int_0^{2\pi} \int_{A_k} \varepsilon_{r\varphi}^2 (a+z) dA_{rk} d_\varphi \\ &+ \sum_{k=1}^k \frac{(GJ)_{rk}}{2a^2} \int_0^{2\pi} w_{,x\varphi}^2 d_\varphi \end{aligned} \quad (۸)$$

با جایگذاری کرنش محیطی از رابطه (۷) در رابطه (۸) انرژی کرنش تقویت‌کننده‌های محیطی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} U_r &= \sum_{k=1}^k \frac{E_{rk}}{2} \int_0^{2\pi} \int_{A_k} \left[\frac{a+z}{a^2} v_{,\varphi}^2 + \frac{z^2}{a^2(a+z)} w_{,\varphi\varphi}^2 + \right. \\ &\left. \frac{x^2}{a^2(a+z)} u_{,\varphi\varphi}^2 + \frac{w^2}{(a+z)} + \frac{2}{a} wv_{,\varphi} - \frac{2z}{a^2} v_{,\varphi} w_{,\varphi\varphi} \right] dA_{rk} d_\varphi \end{aligned} \quad (۹)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_\varphi) \quad (۳)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_\varphi + \nu\varepsilon_x)$$

$$\sigma_{x\varphi} = \frac{E}{2(1+\nu)\rho} \varepsilon_{x\varphi}$$

انرژی کرنشی نیز پوسته به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۰].

$$u_c = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{1}{2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_\varphi \varepsilon_\varphi + \sigma_{x\varphi} \varepsilon_{x\varphi}) (a+z) d_x d_\varphi d_z \quad (۴)$$

با جایگذاری تنش‌ها بر حسب کرنش و کرنش‌ها بر حسب میدان‌های جابجایی انرژی کرنشی پوسته به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} u_c &= \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{E_C}{2(1-\nu^2)} [u_{,x}^2 - 2zu_{,x} w_{,xx} + z^2 w_{,xx}^2 + \\ &\frac{1}{a^2} v_{,\varphi}^2 - \frac{2z}{a^2(a+z)} v_{,\varphi} w_{,\varphi\varphi} + \frac{z^2}{a^2(a+z)^2} w_{,\varphi\varphi}^2 \\ &- \frac{2z}{a(a+z)^2} w w_{,\varphi\varphi} + \frac{w^2}{(a+z)^2} + 2\frac{\nu}{a} u_{,x} v_{,\varphi} - \\ &\frac{2\nu z}{a(a+z)} u_{,x} w_{,\varphi\varphi} + \frac{2\nu}{(a+z)} w u_{,x} - \frac{2z}{a} v_{,\varphi} w_{,xx} \\ &+ \frac{2z^2}{a(a+z)} w_{,xx} w_{,\varphi\varphi} - \frac{2\nu z}{(a+z)} w w_{,xx} + \\ &\frac{1-\nu}{2} \left[\frac{(a+z)^2}{a^2} v_{,x}^2 + \frac{z^2}{a^2} w_{,x\varphi}^2 - \frac{2z(a+z)}{a^2} v_{,x} w_{,x\varphi} \right. \\ &\left. + \frac{2}{a} v_{,x} u_{,\varphi} - \frac{2z}{a} v_{,x} w_{,x\varphi} - \frac{2z}{a(a+z)} u_{,\varphi} w_{,x\varphi} + \right. \\ &\left. \frac{2z^2}{a(a+z)} w_{,x\varphi}^2 + \frac{1}{(a+z)^2} u_{,\varphi}^2 - \frac{2z}{(a+z)^2} u_{,\varphi} w_{,x\varphi} \right] \end{aligned} \quad (۵)$$

$$T_c = \frac{1}{2} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^l \rho_c (\dot{u}_0^2 + \dot{v}_0^2 + \dot{w}_0^2) (a+z) d_x d_\phi d_z \quad (14)$$

با جایگذاری معادلات (۱) در انتگرال فوق انرژی جنبشی پوسته به صورت رابطه (۱۶) به دست می‌آید.

$$T_c = \frac{1}{2} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^l \rho_c (\dot{u}^2 + z^2 \dot{w}_{,x}^2 - 2z \dot{u} \dot{w}_{,x} + \frac{(a+z)^2}{a^2} \dot{v}^2 + \frac{z^2}{a^2} \dot{w}_{,\phi}^2 - 2z \frac{(a+z)}{a^2} \dot{v} \dot{w}_{,\phi} + \dot{w}^2) (a+z) d_x d_\phi d_z \quad (15)$$

انرژی جنبشی تقویت‌کننده‌های محیطی را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱۰].

$$T_r = \frac{1}{2} \sum_1^k \rho_{rk} \int_0^{2\pi} \int_{A_k} (\dot{u}_r^2 + \dot{v}_r^2 + \dot{w}_r^2) (a+z) d_\phi dA_{rk} \quad (16)$$

با جایگذاری معادلات (۶) در انتگرال فوق انرژی جنبشی تقویت‌کننده‌های محیطی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$T_r = \frac{1}{2} \sum_1^k \rho_{rk} \int_0^{2\pi} \int_{A_k} (\dot{u}^2 + z^2 \dot{w}_{,x}^2 - 2z \dot{u} \dot{w}_{,x} + \frac{(a+z)^2}{a^2} \dot{v}^2 + \frac{z^2}{a^2} \dot{w}_{,\phi}^2 + \frac{x^2}{a^2} \dot{u}_{,\phi}^2 - 2z \frac{(a+z)}{a^2} \dot{v} \dot{w}_{,\phi} - 2x \frac{(a+z)}{a^2} \dot{v} \dot{u}_{,\phi} + 2 \frac{xz}{a^2} \dot{u}_{,\phi} \dot{w}_{,\phi} + \dot{w}^2) (a+z) d_\phi dA_{rk} \quad (17)$$

انرژی جنبشی تقویت‌کننده‌های طولی را نیز می‌توان به صورت زیر نوشت [۱۰].

$$T_s = \frac{1}{2} \sum_1^p \rho_{sp} \int_0^l \int_{A_{sp}} (\dot{u}_s^2 + \dot{v}_s^2 + \dot{w}_s^2) d_x dA_{sp} \quad (18)$$

$$- \frac{2z}{a(a+z)} w w_{,\phi\phi} - \frac{2x}{a^2} v_{,\phi\phi} u_{,\phi\phi} + \frac{2xz}{a^2(a+z)} u_{,\phi\phi} w_{,\phi\phi} - \frac{2x}{a(a+z)} w u_{,\phi\phi} d_\phi dA_{rk} + \sum_{k=1}^k \frac{(GJ)_{rk}}{2a} \int_0^{2\pi} w_{,x\phi}^2 d_\phi$$

رابطه بین جابجایی‌های تقویت‌کننده طولی که بافاصله y در راستای محیطی و فاصله z در راستای شعاعی از صفحه میانی، با جابجایی‌های صفحه میانی به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} u_s &= u - z w_{,x} - y v_{,x} \\ v_s &= \frac{a+z}{a} v - \frac{z}{a} w_{,\phi} \\ w_s &= w \end{aligned} \quad (10)$$

کرنش طولی تقویت‌کننده طولی^۱ نیز از رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$\epsilon_{sx} = u_{,x} - y v_{,xx} - z w_{,xx} \quad (11)$$

شبهه به انرژی کرنش تقویت‌کننده‌های محیطی، انرژی کرنش تقویت‌کننده‌های طولی به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۰].

$$U_s = \sum_{p=1}^p \int_0^l \int_{A_{sp}} \frac{E_{sp} \epsilon_{sx}^2}{2} dA_{sp} d_x + \sum_{p=1}^p \frac{(GJ)_{sp}}{2a^2} \int_0^l w_{,x\phi}^2 d_x \quad (12)$$

با جایگذاری کرنش طولی از رابطه (۱۱) در رابطه (۱۲) انرژی کرنش تقویت‌کننده‌های محیطی به صورت رابطه (۱۳) به دست می‌آید.

$$U_s = \sum_{p=1}^p \int_0^l \int_{A_{sp}} (u_{,x}^2 + y^2 v_{,xx}^2 + z^2 w_{,xx}^2 - 2z u_{,x} w_{,xx} - 2y u_{,x} v_{,xx} + 2y z v_{,xx} w_{,xx}) dA_{sp} d_x + \sum_{p=1}^p \frac{(GJ)_{sp}}{2a^2} \int_0^l w_{,x\phi}^2 d_x \quad (13)$$

انرژی جنبشی پوسته بر حسب جابجایی‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود. مشتق جابجایی‌ها نسبت به زمان هستند.

1 Stringers

$$\begin{aligned}
 &+2c_{28}w_{,\varphi\varphi}-(c_{29}+c_{34})w_{,xx\varphi\varphi}-2c_{32}w_{,xxxx}+c_{33}u_{,xxx} \quad (22) \\
 &=-2(h_2+h_9+h_{17})\ddot{w}_{,xx}+(h_3+h_{10}+h_{19})\ddot{u}_{,x} \\
 &+(h_6+h_{14}+h_{22})\ddot{v}_{,\varphi}-2(h_5+h_{12}+h_{21})\ddot{w}_{,\varphi\varphi}+ \\
 &2(h_7+h_{15}+h_{23})\ddot{w}
 \end{aligned}$$

ارتعاشات آزاد بدون در نظر گرفتن نیروی خارجی در راستای شعاعی و با در نظر گرفتن میدان‌های جابجایی به صورت زیر که شرایط مرزی دو سر تکیه گاه ساده را ارضا می‌کند قابل حل است.

$$\begin{aligned}
 u &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos \frac{m\pi}{l} x \cos n\varphi e^{i\omega_{mn}t} \quad (23) \\
 v &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \sin \frac{m\pi}{l} x \sin n\varphi e^{i\omega_{mn}t} \\
 w &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \sin \frac{m\pi}{l} x \cos n\varphi e^{i\omega_{mn}t}
 \end{aligned}$$

با جایگذاری میدان‌های جابجایی در معادلات حرکت و به کارگیری روش گلرکین ماتریس ضرایب به صورت زیر ظاهر می‌شود.

$$\begin{bmatrix} K_{11}-\omega^2 M_{11} & K_{12} & K_{13}-\omega^2 M_{13} \\ K_{12} & K_{22}-\omega^2 M_{22} & K_{23}-\omega^2 M_{23} \\ K_{13}-\omega^2 M_{13} & K_{23}-\omega^2 M_{23} & K_{33}-\omega^2 M_{33} \end{bmatrix}_{mn} \times \begin{bmatrix} A_{mn} \\ B_{mn} \\ C_{mn} \end{bmatrix} \quad (24)$$

برای داشتن یک حل غیربدیهی از ضرایب‌های A_{mn} و B_{mn} و C_{mn} دترمینان ماتریس ضرایب آن‌ها برابر با صفر قرار داده می‌شود و فرکانس‌های طبیعی به دست می‌آیند. (ضرایب K_{ij} و M_{ij} در پیوست ۲ آورده شده‌اند).

۳- فشار داخلی متحرک و حل دینامیکی

همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود فشار داخلی به صورتی می‌باشد که با گذشت زمان از ابتدای استوانه شروع شده و در پایان زمان تمام استوانه تحت فشار قرار می‌گیرد. بنابراین برای تعریف آن از تابع پله استفاده می‌شود.

با جایگذاری معادلات (۱۰) در انتگرال فوق انرژی جنبشی تقویت‌کننده‌های طولی به صورت زیر به دست می‌آید.

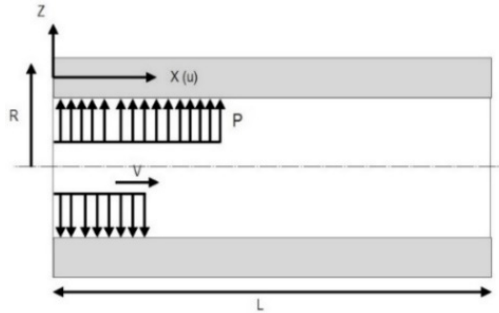
$$\begin{aligned}
 T_s &= \frac{1}{2} \sum_1^p \rho_{sp} \int_0^{2\pi} \int_{A_{sp}} (\dot{u}^2 + z^2 \dot{w}_{,x}^2 + y^2 \dot{v}_{,x}^2 - \\
 &2z \dot{u} \dot{w}_{,x} - 2y \dot{u} \dot{v}_{,x} + 2yz \dot{v}_{,x} \dot{w}_{,x} + \\
 &\frac{(a+z)^2}{a^2} \dot{v}^2 + \frac{z^2}{a^2} \dot{w}_{,\varphi}^2 \\
 &- 2z \frac{(a+z)}{a^2} \dot{v} \dot{w}_{,x} + \dot{w}^2) d_x dA_{sp} \quad (19)
 \end{aligned}$$

اگر معادله (۵) در راستای ضخامت و معادلات (۹) و (۱۳) حول مساحت تقویت‌کننده‌ها انتگرال‌گیری شود ضرایب $(c_1 \dots c_{34})$ ظاهر می‌شوند. (در پیوست ۱ آورده شده‌اند) و اگر معادله (۱۵) در راستای ضخامت و معادلات (۱۷) و (۱۹) حول مساحت تقویت‌کننده‌ها انتگرال‌گیری شود ضرایب $(h_1 \dots h_{23})$ ظاهر می‌شوند. (در پیوست ۱ آورده شده‌اند). اگر $q(x,t)$ بار خارجی در راستای شعاعی باشد، با به کارگیری روش همیلتون معادلات حرکت به صورت زیر ظاهر می‌شوند.

$$\begin{aligned}
 &2c_1 u_{,xx} - c_2 w_{,xxx} + c_9 v_{,x\varphi} + c_{10} w_{,x} + c_{16} v_{,x\varphi} + \\
 &2c_{19} u_{,\varphi\varphi} - c_{20} w_{,x\varphi\varphi} + 2c_{30} u_{,xx} - c_{33} w_{,xxx} - c_{24} u_{,\varphi\varphi\varphi} \quad (20) \\
 &= 2(h_1 + h_8 + h_{16})\ddot{u} - (h_3 + h_{10} + h_{19})\ddot{w}_{,x} - 2h_{13}\ddot{u}_{,\varphi\varphi}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &2c_4 v_{,\varphi\varphi} + c_5 w_{,\varphi} + c_9 u_{,x\varphi} + c_{11} w_{,xxx} + 2c_{13} v_{,xx} - \\
 &c_{15} w_{,xx\varphi} + c_{16} u_{,x\varphi} - c_{17} w_{,xxx} + 2c_{22} v_{,\varphi\varphi} + c_{26} w_{,\varphi} \\
 &- c_{27} w_{,\varphi\varphi} - 2c_{31} v_{,xxx} = 2(h_4 + h_{11} + h_{20})\ddot{v} - \\
 &(h_6 + h_{14} + h_{22})\ddot{w}_{,\varphi} - 2h_{18}\ddot{v}_{,xx} \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &c_2 u_{,xxx} - 2c_3 w_{,xxx} - 2c_5 v_{,\varphi} - 2c_6 w_{,\varphi\varphi\varphi} + \\
 &2c_7 w_{,\varphi\varphi} - 2c_8 w - c_{10} u_{,x} + c_{11} v_{,x\varphi} \\
 &- 2(c_{12} + c_{14} + c_{18} + c_{21})w_{,xx\varphi\varphi} + (c_{15} + c_{17})v_{,xx\varphi} \\
 &+ c_{20} u_{,\varphi\varphi\varphi} - 2c_{23} w_{,\varphi\varphi\varphi} - 2c_{25} w - c_{26} v_{,\varphi} + c_{27} v_{,\varphi\varphi\varphi}
 \end{aligned}$$



شکل ۲. فشار داخلی متحرک

Fig. 2. Moving internal pressure

$$P_{m0} = \frac{2}{l} \int_0^l q(x) \sin \frac{m\pi}{l} x dx = \frac{2}{l} \int_0^l U(x_0(t) - x) \sin \frac{m\pi}{l} x dx = \frac{2}{l} \int_0^{x_0(t)} \sin \frac{m\pi x}{l} dx = \frac{2}{m\pi} \left(1 - \cos \left(\frac{m\pi}{l} x_0(t) \right) \right) \quad (29)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود حل دینامیکی برای مُد محیطی $n=0$ انجام می‌شود. برای مُد محیطی $n=0$ میدان جابجایی محیطی صفر می‌باشد بنابراین معادلات حرکت به صورت معادلات (۳۰) و (۳۱) کاهش می‌یابد.

$$2c_1 u_{,xxx} - c_2 w_{,xxx} + c_{10} w_{,x} + 2c_{30} u_{,xx} - c_{33} w_{,xxx} = 2(h_1 + h_8 + h_{16}) \ddot{u} - (h_3 + h_{10} + h_{19}) \ddot{w}_{,x} \quad (30)$$

$$c_2 u_{,xxx} - 2c_3 w_{,xxx} - 2c_8 w - c_{10} u_{,x} - 2c_{25} w - 2c_{32} w_{,xxx} + c_{33} u_{,xxx} = -2(h_2 + h_9 + h_{17}) \ddot{w}_{,xx} + (h_3 + h_{10} + h_{19}) \ddot{u}_{,x} + 2(h_7 + h_{15} + h_{23}) \ddot{w} - a q(x, t) \quad (31)$$

توابع جابجایی نیز برای مُد محیطی $n=0$ به صورت رابطه (۳۲) در نظر گرفته می‌شود.

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} A_{m0} \sin \frac{m\pi}{l} x T_{m0}(t) w = \sum_{m=1}^{\infty} C_{m0} \sin \frac{m\pi}{l} x T_{m0}(t) \quad (32)$$

$$q(x, t) = p(t) U(x_0(t) - x) \quad (25)$$

برای حل دینامیکی $q(x, t)$ نیروی خارجی نیز در راستای شعاعی در معادلات حرکت آورده شده و میدان‌های جابجایی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos \frac{m\pi}{l} x \cos n\varphi T_{mn}(t) \quad (26)$$

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \sin \frac{m\pi}{l} x \sin n\varphi T_{mn}(t)$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \sin \frac{m\pi}{l} x \cos n\varphi T_{mn}(t)$$

اگر فشار داخلی به صورت سری دوپل فوریه در نظر گرفته شود (متناظر با جابجایی در نظر گرفته شده در راستای شعاعی) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$q(x, t) = q(x) p(t) = \left[\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{mn} \sin \frac{m\pi}{l} x \cos n\varphi \right] p(t) \quad (27)$$

که در آن

$$P_{mn} = \frac{2}{\pi l} \int_0^l \int_0^{2\pi} q(x) \sin \frac{m\pi}{l} x \cos n\varphi dx d\varphi = 0 \quad (28)$$

برای حل معادله دیفرانسیل (۳۷) از تبدیل لاپلاس^۱ و انتگرال کانولوشن^۲ استفاده شده و حاصل به صورت زیر است.

$$T_{m0}(t) = \frac{C_{m0}}{\omega_{m0} Z_{m0}} \int_0^t \frac{2a}{m\pi} \times \left(1 - \cos\left(\frac{m\pi}{l} x_0(t)\right)\right) p(t) \sin(\omega_{m0}(t-\tau)) d\tau \quad (39)$$

تابع $x(t)$ بیانگر موقعیت فشار داخلی بر حسب زمان می‌باشد. تابع $p(t)$ بیانگر مقدار فشار داخلی بر حسب زمان می‌باشد. همچنین تابع $x(t)$ به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$x_0(t) = a_0 \left(e^{b_0(t-t_0)} \right) \quad (40)$$

و $p(t)$ به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$p(t) = \begin{cases} f \times e^{\frac{t-t_s}{c_1}} \dots \dots \dots; 0 \leq t \leq \frac{t_0}{3} \\ f \times e^{\frac{t_s-t}{c_2}} \dots \dots \dots; \frac{t_0}{3} \leq t \leq t_0 \end{cases} \quad (41)$$

که نمودار آن‌ها در شکل ۳ آورده شده است. برای حل انتگرال معادله (۳۹) $p(t)$ به صورت سری فوریه زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$p(t) = \sum_{n'=1}^{\infty} a_{n'} \frac{\sin \frac{n'\pi t}{t_0}}{t_0} \quad (42)$$

$$a_{n'} = \frac{fc_1 t_0 \left[\pi c_1 n' e^{\frac{-t_0}{3c_1}} \right]}{\pi^2 c_1^2 n'^2 + t_0^2} + \frac{fc_1 t_0 \left[t_0 \sin \frac{n'\pi}{3} - \pi c_1 n' \cos \frac{n'\pi}{3} \right]}{\pi^2 c_1^2 n'^2 + t_0^2} + \frac{fc_2 t_0 \left[\pi c_2 n' \cos \frac{n'\pi}{3} + t_0 \sin \frac{n'\pi}{3} \right]}{\pi^2 c_2^2 n'^2 + t_0^2} + \frac{fc_2 t_0 \left[-\pi c_2 n' e^{\frac{-2t_0}{3c_2}} \cos n'\pi - t_0 e^{\frac{-2t_0}{3c_2}} \sin n'\pi \right]}{\pi^2 c_2^2 n'^2 + t_0^2} \quad (43)$$

با استفاده از معادلات (۳۲) و روش گالرکین سمت راست تساوی‌های معادلات حرکت (۳۰) و (۳۱) که شامل مشتقات زمانی هستند به صورت روابط (۳۳) و (۳۴) به دست می‌آید.

$$\ddot{T}_{m0}(t) \left[\begin{aligned} & \left[2(h_1 + h_8 + h_{16}) \right] A_{m0} l / 2 - \\ & \left[(h_3 + h_{10} + h_{19}) \right] (m\pi / l) C_{m0} l / 2 \end{aligned} \right] \quad (33)$$

$$\ddot{T}_{m0}(t) \left[- \left[(h_3 + h_{10} + h_{19}) \right] (m\pi / l) \right] A_{m0} l / 2 + \left[\begin{aligned} & \left[2(h_2 + h_9 + h_{17}) \right] (m\pi / l)^2 + \\ & \left[2(h_7 + h_{15} + h_{23}) \right] \end{aligned} \right] C_{m0} l / 2 - a q(x, t) \quad (34)$$

با کمک حل ارتعاشات آزاد که $T_m(t) = e^{i\omega_m t}$ می‌باشد سمت چپ معادلات حرکت (۳۰) و (۳۱) نیز به صورت رابطه (۳۵) و (۳۶) حاصل می‌شود.

$$-\omega_{m0}^2 T_{m0}(t) \left[\begin{aligned} & \left[2(h_1 + h_8 + h_{16}) \right] A_{m0} l / 2 - \\ & \left[(h_3 + h_{10} + h_{19}) \right] (m\pi / l) C_{m0} l / 2 \end{aligned} \right] \quad (35)$$

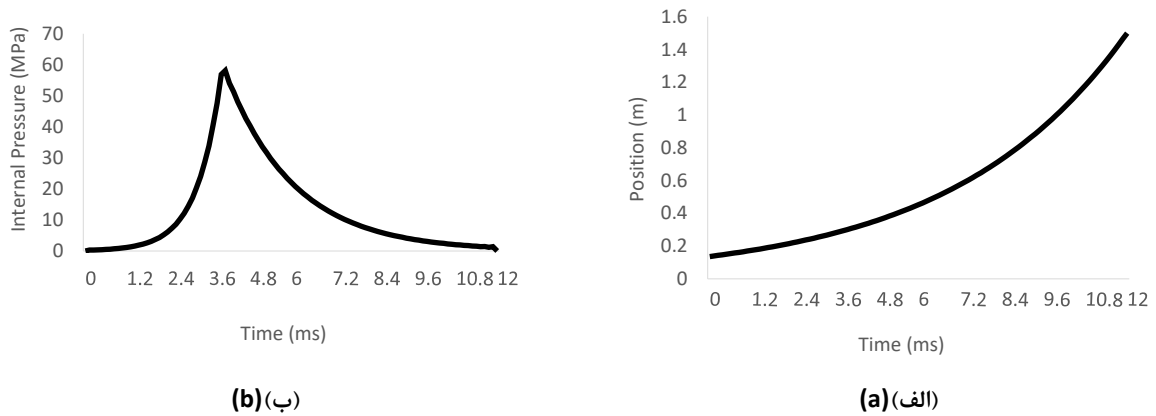
$$-\omega_{m0}^2 T_{m0}(t) \left[- \left[(h_3 + h_{10} + h_{19}) \right] (m\pi / l) \right] A_{m0} l / 2 + \left[\begin{aligned} & \left[2(h_2 + h_9 + h_{17}) \right] (m\pi / l)^2 \\ & + \left[2(h_7 + h_{15} + h_{23}) \right] C_{m0} l / 2 \end{aligned} \right] \quad (36)$$

با تساوی سمت چپ و راست معادلات حرکت، ساده سازی و جمع آنها با یکدیگر معادله دیفرانسیل زیر حاصل می‌شود. ($Z_m(t)$ در پیوست ۳ آورده شده است).

$$\ddot{T}_{m0}(t) + \omega^2 T_{m0}(t) = G_{m0}(t) \quad (37)$$

$$G_{m0}(t) = \frac{2a}{m\pi} \frac{\left(1 - \cos\left(\frac{m\pi}{l} x_0(t)\right)\right) p(t) C_{m0}}{Z_{m0}} \quad (38)$$

1 Laplace transform
2 Convolution integral



شکل ۳. (الف) نمودار فشار بر حسب زمان $C_2=0.002$ $C_1=0.0007$ $t_s=0.004$ $f=6 \times 10^7$ (ب) موقعیت فشار داخلی در استوانه $t_0=0.012$ $b_0=200$ $a_0=1.5$

شکل ۳. (الف) نمودار فشار بر حسب زمان $C_2=0.002$ $C_1=0.0007$ $t_s=0.004$ $f=6 \times 10^7$ (ب) موقعیت فشار داخلی در استوانه $t_0=0.012$ $b_0=200$ $a_0=1.5$

$$\begin{aligned}
 & -\sin\left(\frac{m\pi t a_x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \left(\pi^2 t_0^2 l^4 n'^2 \omega_{m0}^2\right) \\
 & +2 \sin\left(\frac{m\pi t a_x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \left(\pi^2 t_0^3 l^4 n'^2 m_0^3\right) \\
 & + \cos\left(\frac{m\pi t a_x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \left(t_0^5 l^4 \omega_{m0}^5\right) \\
 & - \sin\left(\frac{m\pi t a_x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \left(t_0^5 l^4 \omega_{m0}^5\right) \\
 & +2 \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \sin(\omega_{m0} t) \left(\pi^3 t_0^2 l^4 m^2 n'^3 \omega_{m0}^2\right) \\
 & - \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \sin(\omega_{m0} t) \left(\pi t_0^4 l^4 n' \omega_{m0}^4\right) \\
 & - \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \sin(\omega_{m0} t) \left(\pi^3 t_0^4 l^2 m^2 n' \omega_{m0}^2 a_x^2\right) \\
 & +2 \sin\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \cos(\omega_{m0} t) \left(\pi^4 t_0^2 l^3 n'^3 m \omega_{m0} a_x\right) \\
 & - \cos\left(\frac{m\pi t a_x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \left(\pi^2 t_0^5 l^2 m^2 a_x^2 \omega_{m0}^3\right) \\
 & + \sin\left(\frac{m\pi t a_x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) \sin\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \left(\pi^2 t_0^5 l^2 m^2 a_x^2 \omega_{m0}^3\right) \\
 & +2 \sin\left(\frac{m\pi t a_x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \left(\pi^2 t_0^4 l^3 n' m a_x \omega_{m0}^3\right) \\
 & + \cos\left(\frac{m\pi t a_x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \left(\pi^4 t_0^3 l^2 \omega_{m0} m^2 n'^2 a_x^2\right) \\
 & -2 \cos\left(\frac{m\pi t a_x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) \sin\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \left(\pi^4 t_0^2 l^3 n'^3 m \omega_{m0} a_x\right)
 \end{aligned}$$

و $x(t)$ نیز به یکصد تابع خطی تقسیم شده است. به این ترتیب این حل به صورت عمومی برای هر بارگذاری با توابع $x(t)$ و $p(t)$ مختلف ارائه شده است به این صورت که سری فوریه $p(t)$ محاسبه شده و $x(t)$ به چند تابع خطی تقسیم شود و در روابط جایگذاری شوند. بنابراین انتگرال معادله (۳۹) به صورت زیر حاصل می‌شود و با استفاده از نرم افزار میپل^۱ قابل محاسبه است ω_m فرکانس طبیعی متناظر می‌باشد).

$$T_{m0}(t) = \frac{C_{m0}}{\omega_{m0} Z_{m0}} \sum_{n'=1}^{\infty} a_{n'} \int_0^t \frac{2a}{m\pi} \left(1 - \cos\left(\frac{m\pi}{l}(a_x \tau + b_x)\right) \right) \sin\left(\frac{n'\pi \tau}{t_0}\right) \sin(\omega_{m0}(t-\tau)) d\tau \quad (44)$$

حاصل این انتگرال به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned}
 T_{m0}(t) = & \quad (45) \\
 & \frac{2aC_{m0}}{m\pi\omega_{m0}Z_{m0}} \sum_{n'=1}^{\infty} a_{n'} \left[\cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \sin(\omega_{m0} t) \right] \left(\pi^5 t_0^2 l^2 m^2 n'^3 a_x^2\right) \\
 & \frac{2aC_{m0}}{m\pi\omega_{m0}Z_{m0}} \sum_{n'=1}^{\infty} a_{n'} \left[\cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \sin(\omega_{m0} t) \right] \left(\pi^5 t_0^2 l^2 m^2 n'^3 a_x^2\right) \\
 & -2 \cos\left(\frac{m\pi t a_x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \left(\pi^2 t_0^2 l^4 n'^2 \omega_{m0}^2\right)
 \end{aligned}$$

1 Maple

جدول ۱. هندسه و خواص پوسته و تقویت کننده‌ها

Table 1. Geometry and properties of shells and stiffeners

M_f	M_r	M_s	M_1	واحد	پارامتر
۱/۵	۱/۵	۱/۵	۰/۳۹۴۴۶	m	طول
۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۴۹۷۵۸	m	شعاع
۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۱۶۵۱	m	ضخامت
۲۰۷	۲۰۷	۲۰۷	۶۸/۹۵	GPa	مدول یانگ
۷۷۷۰	۷۷۷۰	۷۷۷۰	۲۷۶۲	kg/m ^۳	چگالی
۰/۳	۰/۳	۰/۳	۰/۳	-----	ضریب پواسون
۰/۰۱	—	۰/۰۱	۰/۰۰۵۳۳	m	ارتفاع تقویت کننده محیطی d_r
۰/۰۰۷	—	۰/۰۰۷	۰/۰۰۳۱۷۵	m	عرض تقویت کننده محیطی b_r
۰/۰۱	۰/۰۱	—	—	m	ارتفاع تقویت کننده طولی d_s
۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	—	—	m	عرض تقویت کننده طولی b_s
۹	۰	۱۴	۱۹		تعداد تقویت کننده محیطی
۹	۹	۰	۰		تعداد تقویت کننده طولی

پاسخ‌های زمانی نیز به صورت زیر نوشته می‌شوند (ضرایب A_m و C_m ضرایب حاصل شده از مدهای نرمالایز شده نسبت به ماتریس جرم $[M]$ می‌باشند).

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} A_{m0} \sin \frac{m\pi}{l} x T_{m0}(t) \quad (۴۶)$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} C_{m0} \sin \frac{m\pi}{l} x T_{m0}(t)$$

۴- نتایج و تحلیل آن

برای بررسی ارتعاشات آزاد، مدل M_1 و برای بررسی حل دینامیکی مدل‌های M_r ، M_s و M_f در جدول ۱ آورده شده‌اند. در جدول ۲ برخی از فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از حل تحلیلی برای مدل M_1 با نتایج مرجع [۱۵] که در آن از روش ریتز برای حل ارتعاشات آزاد استفاده شده است و نتایج مدل‌سازی آباکوس^۱ مقایسه شده است.

حل دینامیکی این مسئله با کُد نویسی زبان فرترن انجام شده و برای صحت‌سنجی با نتایج مدل شبیه‌سازی شده در نرم افزار آباکوس

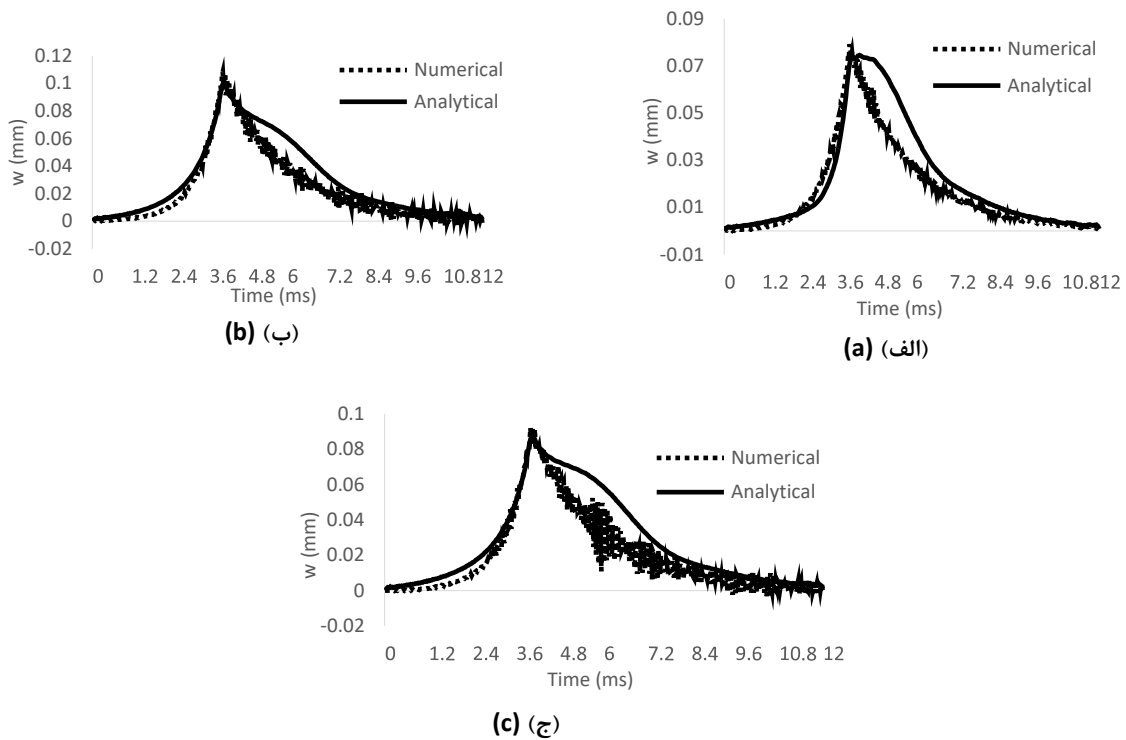
$$\begin{aligned} &+2 \cos\left(\frac{m\pi t a_x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) \sin\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) (\pi^2 t_0^4 l^3 n' m a_x \omega_{m0}^3) \\ &-2 \sin\left(\frac{m\pi t a_x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) (\pi^4 t_0^2 l^3 n'^3 m \omega_{m0} (a_x) \\ &-\sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) (\pi^4 t_0^5 \omega_{m0} m^4 a_x^4) - \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) (\pi^4 t_0 l^4 n'^4 \omega_{m0}) \\ &+2 \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) (\pi^2 t_0^3 l^4 n'^2 \omega_{m0}^3) + 2 \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) (\pi^2 t_0^5 l^2 m^2 a_x^2 \omega_{m0}^3) \\ &-2 \sin(\omega_{m0} t) (\pi^5 t_0^2 l^2 m^2 n'^3 a_x^2) + \sin(\omega_{m0} t) (\pi^5 l^4 n'^5) \\ &+ \sin(\omega_{m0} t) (\pi^5 t_0^4 m^4 n' a_x^4) - 2 \sin(\omega_{m0} t) (\pi^3 t_0^2 l^4 m^2 n'^3 \omega_{m0}^2) \\ &+ \sin(\omega_{m0} t) (\pi t_0^4 l^4 n' \omega_{m0}^4) - 2 \sin(\omega_{m0} t) (\pi^3 t_0^4 l^2 m^2 n' \omega_{m0}^2 a_x^2) \\ &+ \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) (t_0^5 l^4 \omega_{m0}^5) - \cos\left(\frac{m\pi b_x}{l}\right) \sin(\omega_{m0} t) (\pi^4 l^4 n'^5) \\ &+ 2 \sin\left(\frac{\pi n' t}{t_0}\right) (\pi^4 t_0^3 l^2 \omega_{m0} m^2 n'^2 a_x^2) / \\ &(\pi^6 t_0^4 m^4 n'^2 a_x^4 - \pi^4 t_0^6 m^4 \omega_{m0}^2 a_x^4 \\ &- 2\pi^6 t_0^2 l^2 m^2 a_x^2 n'^4 + 2\pi^2 t_0^6 l^2 m^2 a_x^2 \omega_{m0}^4 + \\ &\pi^6 l^4 n'^4 - 3\pi^4 t_0^2 l^4 n'^4 \omega_{m0}^4 \\ &+ 3\pi^2 t_0^4 l^4 n'^2 \omega_{m0}^4 - t_0^6 l^4 \omega_{m0}^4) \end{aligned}$$

1 ABAQUS

جدول ۲. مقایسه فرکانس‌های طبیعی پوسته تقویت‌شده مدل M_1 با نوزده تقویت‌کننده محیطی با مرجع [۱۵] و نتایج آباکوس

Table 2. Comparison of natural frequencies of M_1 stiffened shell with nineteen rings, with reference [15] and Abacus results

M_1						
خطا % (آباکوس)	خطا % [۱۵]	آباکوس	مرجع [۱۵]	حل تحلیلی	n	m
۳	۰/۵	۱۵۰۲	۱۵۶۴	۱۵۵۶	۲	۱
۲/۹	۰/۷	۴۲۳۲	۴۳۸۸	۴۳۵۷	۳	
۲	۰/۲	۲۰۸۰	۲۱۱۸	۲۱۲۳	۲	۲
۲/۹	۱	۴۲۲۶	۴۴۰۰	۴۳۴۹	۳	
۱/۶	۰/۳	۳۳۴۳	۳۴۰۹	۳۳۹۷	۲	
۱/۴	۰/۸	۴۴۵۹	۴۶۰۷	۴۵۶۷	۳	۳
-	۲	-	۸۴۴۹	۸۲۷۵	۴	



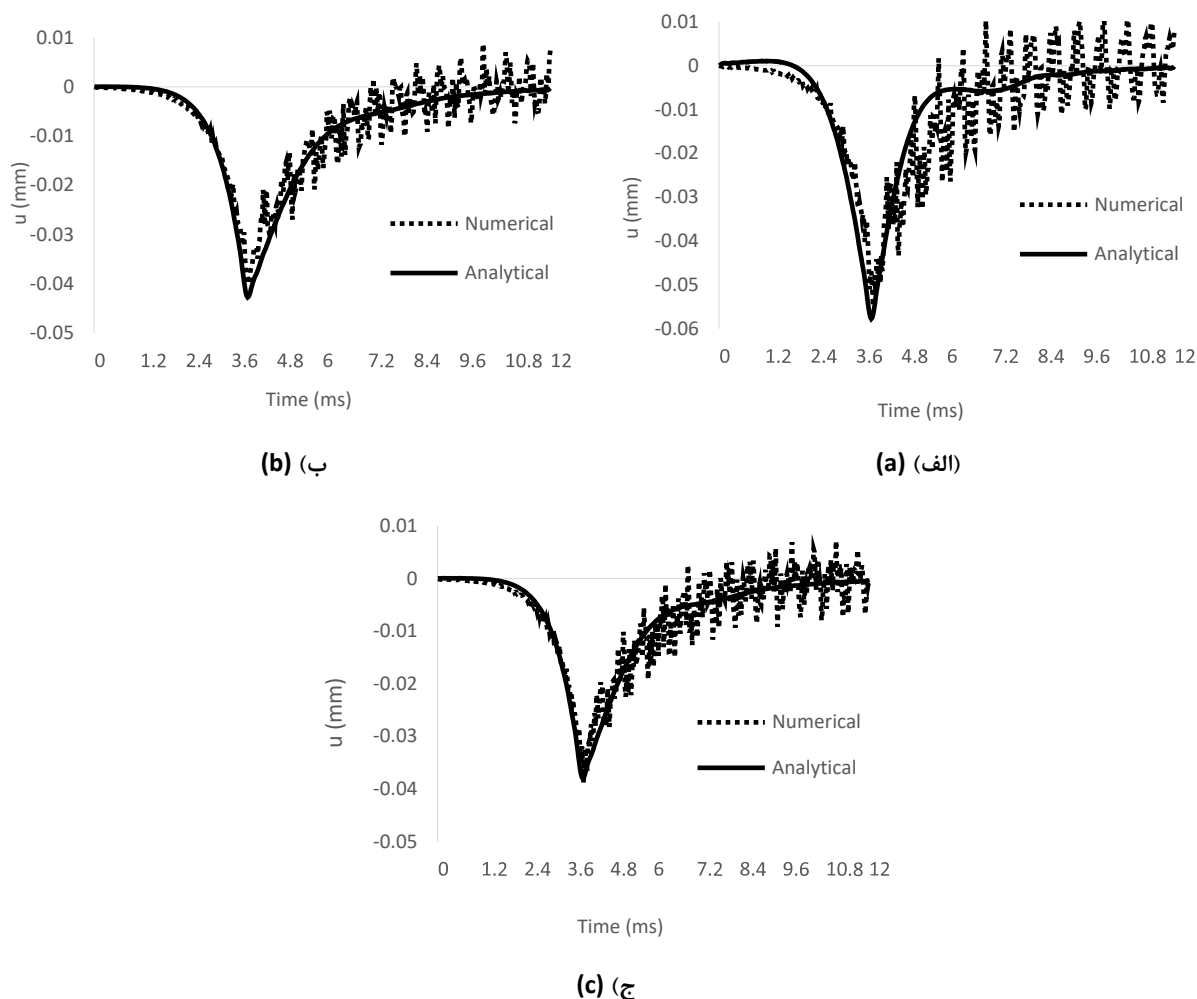
شکل ۴. مقایسه جابجایی شعاعی در نقطه‌ای به فاصله ۰/۱۲ متر از ابتدای استوانه تقویت شده بین نتیجه تحلیلی و نتیجه حاصل از نرم افزار آباکوس برای (الف) مدل M_2 با چهارده تقویت‌کننده محیطی (ب) مدل M_3 با نه تقویت‌کننده طولی و نه تقویت‌کننده محیطی (ج) مدل M_4 با نه تقویت‌کننده طولی و نه تقویت‌کننده محیطی و نه تقویت‌کننده شعاعی. در شکل ۴ نتایج حل تحلیلی جابجایی شعاعی با نتایج آباکوس

Fig. 4. Comparison of radial convection at a point with a distance of 0.12 (m) from the beginning of the reinforced cylinder, between the analytical result and the result obtained from ABAQUS software for (a) model M_2 with fourteen rings (b) model M_3 with nine stringers (c) Model M_4 with nine stringers and nine rings

نویسی^۲ استفاده شده است.

در شکل ۴ نتایج حل تحلیلی جابجایی شعاعی با نتایج آباکوس

مقایسه شده است. مدل استفاده شده در نرم افزار آباکوس به صورت پوسته^۱ بوده و برای شبیه‌سازی فشار داخلی متحرک از سابروتین

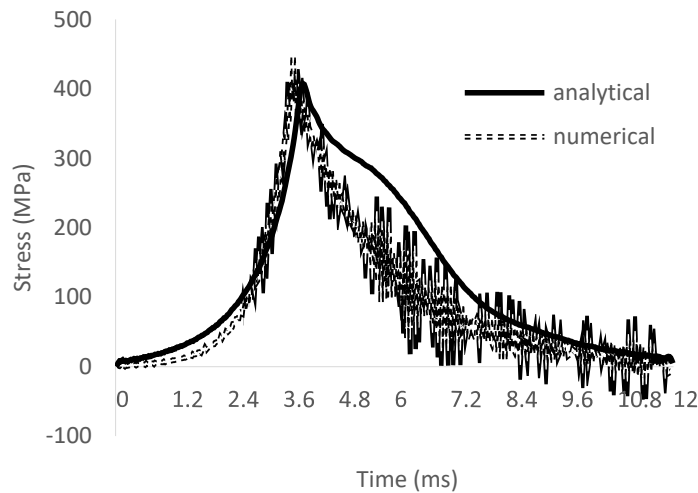


شکل ۵. مقایسه جابجایی طولی در نقطه‌ای به فاصله ۰/۱۲ متر از ابتدای استوانه تقویت شده بین نتیجه تحلیلی و نتیجه حاصل از نرم افزار آباکوس برای (الف) مدل M_2 با چهارده تقویت کننده محیطی (ب) مدل M_3 با نه تقویت کننده طولی (ج) مدل M_4 با نه تقویت کننده محیطی و نه تقویت کننده طولی. **Fig. 5. Comparison of longitudinal convection at a point with a distance of 0.12 (m) from the beginning of the reinforced cylinder, between the analytical result and the result obtained from ABAQUS software for (a) model M_2 with fourteen peripheral amplifiers (b) model M_3 with nine Longitudinal amplifier (c) Model M_4 with nine longitudinal and nine Longitudinal amplifier**

در این فاصله از ابتدای استوانه از لحظه آغاز تا پایان فرآیند تحت فشار داخلی قرار دارد در صورتی که نقاط جلوتر از ابتدای فرآیند تحت فشار داخلی قرار ندارند و با گذشت زمان فشار داخلی متحرک به نقاط جلوتر می‌رسد.

در شکل ۵ نتایج حل تحلیلی جابجایی طولی با نتایج آباکوس برای مدل‌های ذکر شده آورده شده است. جابجایی طولی پوسته در نقطه‌ای به فاصله ۰/۱۲ متر از ابتدای پوسته برای استوانه تقویت شده با تقویت کننده محیطی، استوانه تقویت شده با تقویت کننده طولی و استوانه تقویت شده با هر دو نوع تقویت کننده آورده شده‌اند.

برای مدل‌های ذکر شده آورده شده است. جابجایی شعاعی پوسته در نقطه‌ای به فاصله ۰/۱۲ متر از ابتدای پوسته برای استوانه تقویت شده با تقویت کننده محیطی، استوانه تقویت شده با تقویت کننده طولی و استوانه تقویت شده با هر دو نوع تقویت کننده آورده شده‌اند که تطابق قابل قبولی با نتایج آباکوس دارند. همانطور که مشاهده می‌شود مشابه نمودار فشار نسبت به زمان که در لحظه ۴ میلی‌ثانیه بیشترین مقدار را دارد بیشترین جابجایی شعاعی نیز در این زمان رخ می‌دهد. همچنین در موقعیت ۰/۱۲ متر از ابتدای استوانه، تقریباً می‌توان گفت از آغاز نمودار فشار نسبت به زمان در معرض فشار قرار می‌گیرد یعنی



شکل ۶. مقایسه تنش محیطی در نقطه‌ای به فاصله ۰/۱۲ متر از ابتدای استوانه تقویت‌شده مدل M_4 با نه تقویت‌کننده محیطی و نه تقویت‌کننده طولی بین نتیجه تحلیلی و نتیجه حاصل از نرم‌افزار آباکوس

Fig. 6. Comparison of conventional stress at a point with a distance of 0.12 (m) from the beginning of the stiffened cylinder Model M_4 with nine rings and nine stringers between the analytical result and the result obtained from ABAQUS software

جابجایی طولی می‌شوند.

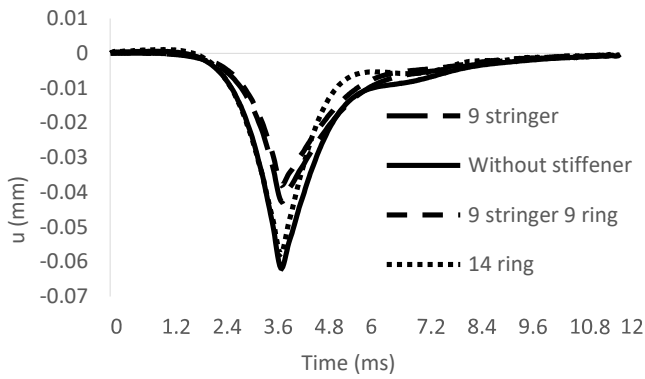
در شکل ۸ جابجایی‌های شعاعی و پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده با چهارده تقویت‌کننده محیطی مدل M_4 با پوسته تقویت نشده که هم وزن مدل M_4 می‌باشد و جابجایی‌های طولی پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده با نه تقویت‌کننده طولی مدل M_4 با پوسته تقویت نشده که هم وزن مدل M_4 می‌باشد به طوری که پوسته تقویت نشده با افزایش ضخامت به وزن پوسته تقویت‌شده رسیده است مقایسه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود تقویت‌کننده‌های محیطی در کاهش جابجایی‌های شعاعی و تقویت‌کننده‌های طولی در کاهش جابجایی‌های طولی تأثیر بیشتری نسبت به افزایش ضخامت در کاهش جابجایی‌ها دارند.

در شکل ۹ جابجایی‌های شعاعی پوسته مدل M_4 تقویت شده با چهارده تقویت‌کننده محیطی و جابجایی‌های شعاعی پوسته مدل M_4 تقویت شده با نه تقویت‌کننده طولی برای فواصل مختلف از ابتدای پوسته آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود برای هر نقطه از استوانه تا زمانی که فشار داخلی متحرک به آن نقطه اعمال نشده جابجایی شعاعی تقریباً صفر بوده و به محض رسیدن فشار متحرک به آن نقطه بلافاصله جابجایی شعاعی افزایش یافته و پس از آن از الگوی تغییر شکل نقاط قبلی آن تبعیت می‌کند.

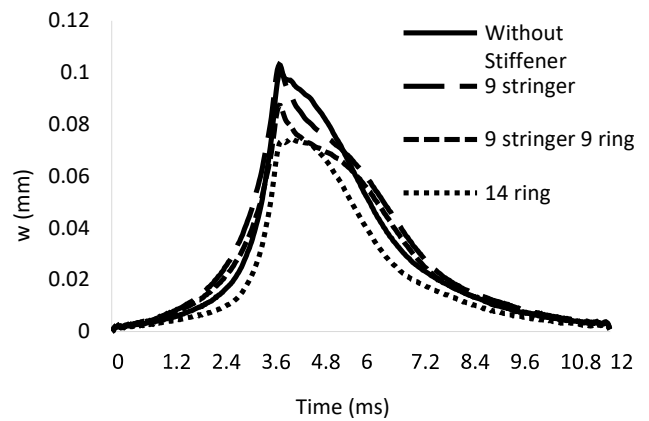
همان‌طور که مشاهده می‌شود مشابه نمودار فشار نسبت به زمان که در لحظه ۴ میلی‌ثانیه بیشترین مقدار را دارد بیشترین جابجایی طولی نیز در این زمان رخ می‌دهد. فشار داخلی متحرک باعث می‌شود که جابجایی شعاعی مقداری مثبت و جابجایی طولی مقداری منفی داشته باشد یعنی فشار داخلی متحرک در راستای طولی موجب جمع شدن پوسته استوانه‌ای می‌شود.

با استفاده از رابطه‌های (۲) و (۳) تنش محیطی پوسته تقویت شده قابل محاسبه است. در شکل ۶ مقایسه نتیجه تحلیلی و نتیجه حاصل از نرم افزار آباکوس برای تنش محیطی نقطه‌ای به فاصله ۰/۱۲ متر از ابتدای استوانه برای پوسته تقویت شده با نه تقویت‌کننده محیطی و نه تقویت‌کننده طولی مدل M_4 آورده شده است. تنش محیطی نیز مانند نمودار فشار-زمان، تا زمان ۴ میلی‌ثانیه روند صعودی دارد و تقریباً به مقدار ۴۰۰ مگا پاسکال نزدیک می‌شود و با گذشت از این لحظه که فشار روند کاهشی دارد تنش محیطی نیز تا پایان فرآیند روند نزولی خود را طی می‌کند تا به صفر برسد.

در شکل ۷ جابجایی‌های شعاعی و طولی استوانه بدون تقویت‌کننده با مدل‌های ذکر شده مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تقویت‌کننده‌های شعاعی موجب کاهش جابجایی شعاعی شده و در جابجایی طولی تأثیر چندانی ندارند و تقویت‌کننده‌های طولی در جابجایی شعاعی تأثیر چندانی ندارند و موجب کاهش



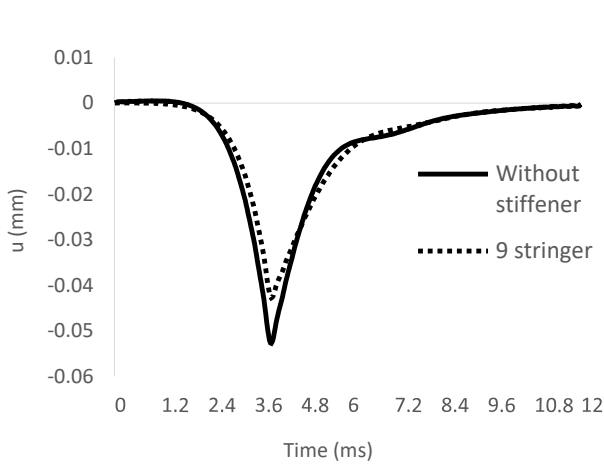
(ب) (ب)



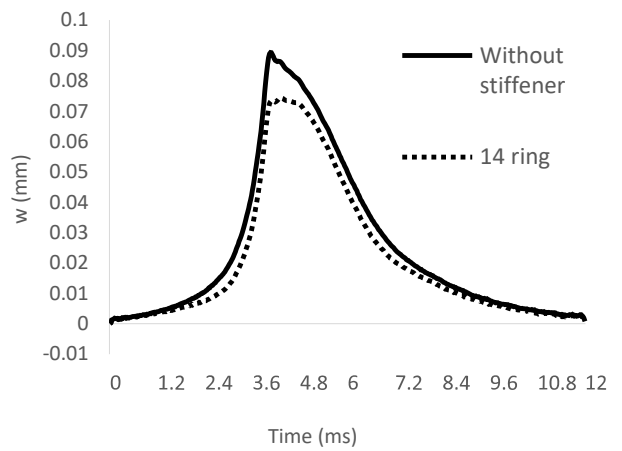
(الف) (الف)

شکل ۷. (الف) بررسی تأثیر انواع تقویت‌کننده‌ها بر جابجایی شعاعی پوسته استوانه‌ای (ب) بررسی تأثیر انواع تقویت‌کننده‌ها بر جابجایی طولی پوسته استوانه‌ای

Fig. 7. (a) Analysis of the effect of different types of stiffener on the radial convection of the cylindrical shell (b) Analysis of the effect of different types of stiffener on the longitudinal convection of the cylindrical shell



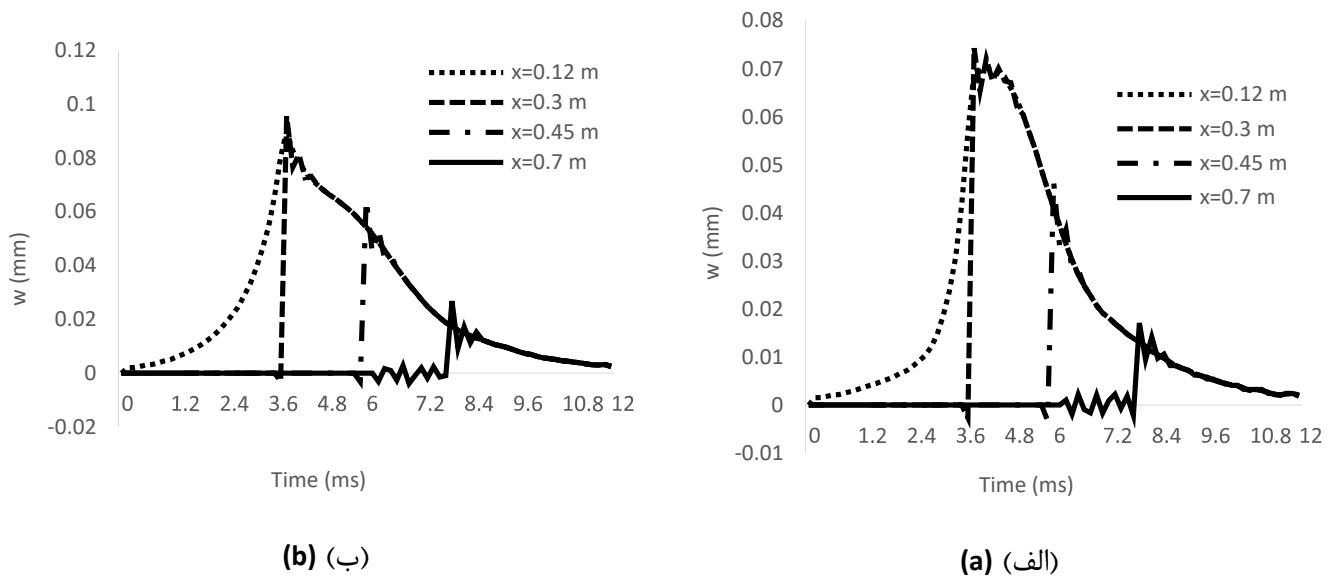
(ب) (ب)



(الف) (الف)

شکل ۸. (الف) مقایسه جابجایی شعاعی مدل M_2 تقویت شده با چهارده تقویت کننده محیطی با پوسته تقویت نشده هم وزن با پوسته تقویت شده (ب) مقایسه جابجایی طولی مدل M_3 تقویت شده با نه تقویت کننده طولی با پوسته تقویت نشده هم وزن با پوسته تقویت شده

Fig. 8. (a) Comparison of radial convection of model M_2 stiffened with fourteen rings with unreinforced shell equal in weight to reinforced shell (b) Comparison of radial convection of model M_3 stiffened with nine stringers with unreinforced shell equal in weight to reinforced shell



شکل ۹. جابجایی شعاعی استوانه تقویت شده در فواصل مختلف از ابتدای استوانه برای (الف) مدل M_2 (ب) مدل M_3

Fig. 9. Radial convection of a stiffened cylinder with at different distances from the beginning of the cylinder for (a) Model M_2 (b) Model M_3

۵- نتیجه گیری

یک حل تحلیلی برای پاسخ دینامیکی پوسته استوانه تقویت شده تحت فشار داخلی متحرک ارائه شد. نتایج برای مدل‌های فرض شده نشان می‌دهد که:

۱- مشابه نمودار فشار نسبت به زمان شکل ۴ که در لحظه ۴ میلی‌ثانیه بیشترین مقدار را دارد بیشترین جابجایی شعاعی و طولی نیز در این زمان رخ می‌دهد.

۲- با توجه به اینکه بارگذاری حالت شوک دارد در نتیجه بارگذاری بازه وسیعی از فرکانس‌ها را در برداشته و موجب تحریک سازه در فرکانس‌های طبیعی آن می‌شود.

۳- تقویت‌کننده‌های محیطی در کاهش جابجایی‌های شعاعی پوسته استوانه‌ای تحت بارگذاری متحرک داخلی مؤثرند و در جابجایی طولی تأثیر کمی دارند. تقویت‌کننده‌های طولی در جابجایی شعاعی تأثیر کمی دارند و در کاهش جابجایی طولی مؤثرند به طوری که جابجایی شعاعی در نقطه‌ای به فاصله ۰/۱۲ متر از ابتدای استوانه تقویت‌شده مدل M_3 (تقویت شده با چهارده تقویت‌کننده محیطی) نسبت به جابجایی شعاعی پوسته تقویت نشده در همان نقطه ۰/۷۲ برابر شده و جابجایی طولی در نقطه‌ای به فاصله ۰/۱۲ متر از ابتدای استوانه تقویت‌شده مدل M_3 (تقویت شده با نه تقویت‌کننده طولی)

نسبت به جابجایی طولی پوسته تقویت نشده در همان نقطه ۰/۶۸ برابر شده است.

۴- تأثیر تقویت‌کننده‌های محیطی نسبت به افزایش ضخامت در حالتی که پوسته تقویت نشده و پوسته تقویت‌شده با تقویت‌کننده محیطی هم وزن می‌باشند در کاهش جابجایی‌های شعاعی بیشتر می‌باشد و تأثیر تقویت‌کننده‌های طولی نسبت به افزایش ضخامت در حالتی که پوسته تقویت نشده و پوسته تقویت‌شده با تقویت‌کننده طولی هم وزن می‌باشند در کاهش جابجایی‌های طولی بیشتر می‌باشد به طوری که جابجایی شعاعی در نقطه‌ای به فاصله ۰/۱۲ متر از ابتدای استوانه تقویت‌شده مدل M_3 (تقویت شده با چهارده تقویت‌کننده محیطی) نسبت به جابجایی شعاعی پوسته تقویت‌شده هم وزن با جابجایی شعاعی پوسته تقویت‌شده هم وزن با جابجایی شعاعی پوسته تقویت‌شده در همان نقطه ۰/۸۳ برابر می‌باشد و جابجایی طولی در نقطه‌ای به فاصله ۰/۱۲ متر از ابتدای استوانه تقویت‌شده مدل M_3 (تقویت شده با نه تقویت‌کننده طولی) نسبت به جابجایی طولی پوسته تقویت‌شده هم‌وزن در همان نقطه ۰/۸۷ برابر می‌باشد.

۵- برای هر نقطه از استوانه تا زمانی که فشار داخلی متحرک به آن نقطه اعمال نشده جابجایی شعاعی تقریباً صفر بوده و به محض رسیدن فشار متحرک به آن نقطه بلافاصله جابجایی شعاعی افزایش یافته و پس از آن از الگوی تغییر شکل نقاط قبلی آن تبعیت می‌کند.

علائم و نمادها

جرم نرمالیزه شده	Z_m		
ثابت برای تعریف تابع زمانی فشار داخلی	f	ثابت شکل مود پوسته در جهت محوری	A_{mn}
ثابت برای تعریف تابع زمانی فشار داخلی	t_s	ثابت شکل مود پوسته در جهت محیطی	B_{mn}
زمان کلی فشار داخلی متحرک	t	ثابت شکل مود پوسته در جهت شعاعی	C_{mn}
ثابت برای تعریف تابع موقعیت فشار داخلی	a	سطح مقطع تقویت کننده محیطی (رینگ)	A_r
ثابت برای تعریف تابع موقعیت فشار داخلی	b	سطح مقطع تقویت کننده طولی (استرینگر)	A_s
انرژی جنبشی تقویت کننده‌های طولی (استرینگر)	T_s	مدول یانگ پوسته	E_c
شعاع سطح میانی پوسته	a	مدول یانگ تقویت کننده محیطی (رینگ)	E_r
طول پوسته استوانه‌ای	l	مدول یانگ تقویت کننده طولی (استرینگر)	E_s
فاصله رینگ‌ها با یکدیگر	l_r	مدول برشی	G
فاصله استرینگرها با یکدیگر	l_s	اینرسی جرمی	I
جابجایی طولی	u	اینرسی قطبی	J
جابجایی محیطی	v	ماتریس سختی	$[K]$
جابجایی شعاعی	w	ماتریس جرم	$[M]$
ضخامت پوسته	t	ماتریس ضرایب	$[\Omega]$
عرض تقویت کننده محیطی (رینگ)	b_r	انرژی کرنشی پوسته	U_c
عرض تقویت کننده طولی (استرینگر)	b_s	انرژی کرنشی پوسته	U_r
ارتفاع تقویت کننده محیطی (رینگ)	d_r	انرژی کرنشی پوسته	U_s
ارتفاع تقویت کننده طولی (استرینگر)	d_s	انرژی جنبشی پوسته	T_c
تعداد نیم‌موج‌های طولی	m	انرژی جنبشی تقویت کننده‌های محیطی (رینگ)	T_r
تعداد نیم‌موج‌های شعاعی	n		
ضریب پواسون	ν	مؤلفه‌های تنش	$\sigma_x, \sigma_\varphi, \sigma_{x\varphi}$
چگالی پوسته	ρ_c	فرکانس‌های طبیعی	ω_{mn}
چگالی تقویت کننده طولی (استرینگر)	ρ_s	تابع فشار داخلی برحسب زمان	$p(t)$
چگالی تقویت کننده طولی (استرینگر)	$\varepsilon_x, \varepsilon_\varphi, \varepsilon_{x\varphi}$	تابع موقعیت فشار داخلی در استوانه	$x.(t)$
		ضرایب فوریه برای فشار داخلی	$P_{mn}, P_m.$
		ضریب فوریه برای تابع زمانی فشار داخلی	a_n'
		پاسخ زمانی	$T_m.(t)$

مراجع

[1] Hoppmann WH, Some characteristics of the flexural vibrations of orthogonally stiffened cylindrical shells,

- Mechanics, 42 (1997) 134-123
- [13] Ruotolo R, A comparison of some thin shell theories used for the dynamic analysis of stiffened cylinders, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 5(243) (2001) 860-847,
- [14] Zhao X and Liew KM, Vibration of rotating cross-ply laminated circular cylindrical shells with stringer and ring stiffeners, *Journal of Solids and Structures* 39 (2002), 545-529
- [15] Jafari AA and Bagheri M, Free vibration of non-uniformly ring stiffened cylindrical shells using analytical, experimental and numerical methods, *Journal of Thin Walled Structures* 44 (2006) 90-89
- [16] Bagheri M and Jafari AA, Analytical and experimental modal analysis of nonuniformly ring-stiffened cylindrical shells, *Archive of Applied Mechanics*, 75 (2006) 191-177
- [17] S.M.R. Khalili, R. Azarafza and A. Davar, Transient dynamic response of initially stressed composite circular cylindrical shells under radial impulse load, *Journal of Composite Structures*, 89 (2009) 284-275
- [18] A. Sofiyev, Dynamic response of an FGM cylindrical shell under moving loads, *Journal of Composite Structures*, 93 (2010) 66-58
- [19] Dao Van Dung and Vu Hoai Nam, Nonlinear dynamic analysis of eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical thin shells under external pressure and surrounded by an elastic medium, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2014(46) 53-42
- [20] M. Mirzaei, M. T. Asadi and R. Akbari, vibrational behavior of pulse detonation engine tubes, *Aerospace Science and Technology*, 47 (2015) 190-177
- [21] yang,j, Xiong,J.,Ma,L., NaFeng,L and YangWang,S.,ZhiWu,L., Modal Response of All-Composite Corrugated Sandwich Cylindrical Shells, *Composites Science and Technology*, *Journal of the Acoustical Society of America*, (1958) 30 82-77
- [2] Galletly GD, On the in-vacuo vibrations of simply supported, ring-stiffened cylindrical shells, *U.S. National Congress of Applied Mechanics* (1995) 231-225
- [3] Martin M.Mikulas.Jr and McElman, On free vibration of eccentrically stiffened cylindrical shells and plates, *NASA Technical Note D-3010* 24 (1965)
- [4] s.Tang, Dynamic Response of a Tube under moving pressure, *Proceeding of American Society of Civil Engineers*, 5 (1965) 122-97
- [5] Egle DM and Sewall JL, Analysis of free vibration of orthogonally stiffened cylindrical shells with stiffeners treated as discrete elements, *Journal of AIAA*, 6 (3) (1968) 526-518
- [6] Rasmann. H, Response of a cylindrical shell to an inclined, moving pressure discontinuity (shock wave), *Journal of Sound and Vibration*, 255-240 (1968) (2) ,8
- [7] Dobyns. A. L, Analysis of Simply-Supported Orthotropic Plates Subject to Static and Dynamic Loads, *AIAA Journal*, vol.650-642 (1981) (5) 19
- [8] Shirakawa. K, Dynamic response of a pre-stressed cylindrical shell to a moving load, *Journal of Sound and Vibration*, 273-263 (1983) (2),90
- [9] Cederbaum. G and Heller. R. A, Dynamic deformation of orthotropic cylinders, *Journal of Pressure Vessel Technology. Transactions of the ASME*, (1989) (2) 111 101-97
- [10] Mustafa B.A.J and Ali R, An energy method for free vibration analysis of stiffened circular cylindrical shells, *Journal of Computers and Structures*, 32 (2) (1989) 363-335
- [11] Y.S.Lee and K.D. Lee, On the dynamic response of laminated circular cylindrical shells under impulse loads, *computers and structures*, 157-149 (1997) 63
- [12] Wang CM. Swaddiwudhipong and Tian J, Ritz method for vibration analysis of cylindrical shells with ring stiffeners *Journal of Engineering*

behavior investigation of axially functionally graded cylindrical shells under moving pressure, *Acta Mechanica*, 3234-3221 (2019) 230

[26] A. Sofiyev, R. Pasha, The forced vibration of infinitely long cylinders reinforced by carbon nanotubes subjected to combined internal and ring-shaped compressive pressures, *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 12-1 (2020) 1

[27] H. Ramezani, M. Mirzaei, Transient elastodynamic behavior of cylindrical tubes under moving pressures and different boundary conditions, *Applied Mathematical Modeling* 949-934 (2020) 77,

[28] H. Eipakchi, F. Mahboubi, Vibrational behavior of composite cylindrical shells with auxetic honeycombs core layer subjected to a moving pressure, *Composite Structures*, 2020) 254)

2015)115) 20-9

[22] Duc.N.D and Thang.P.T, Nonlinear Dynamic Response and Vibration of Shear Deformable Imperfect Eccentrically Stiffened S-FGM Circular Cylindrical Shells Surrounded on Elastic Foundations, *j.ast*, 40 (2015) 127-115

[23] Qina.X.C, Wangb.F.and Gonga.Y.P, Free Vibration Analysis of Isogeometric Curvi Linearly Stiffened Shells, *ThinWalled Structures*, 116 (2017) 135-124

[24] E.Hasrati,R.Ansari and J. Torabi, A novel numerical solution strategy for solving nonlinear free and forced vibration problems of cylindrical shells, *Applied Mathematical Modelling*, 32 (2018) -30 45

[25] M Arazm.H Eipakchi and M Ghannad, Vibrational

پیوست ۱

$$c_1 = at$$

$$c_2 = \frac{t^3}{6}$$

$$c_3 = \frac{at^3}{12}$$

$$c_4 = \frac{t}{a}$$

$$c_5 = \frac{2t}{a}$$

$$c_6 = \left[\text{Ln} \left(\frac{a + \frac{t}{2}}{a - \frac{t}{2}} \right) - ta \right]$$

$$c_7 = \left[\text{Ln} \left(\frac{a - \frac{t}{2}}{a + \frac{t}{2}} \right) + t \right]$$

$$c_8 = \left[\text{Ln} \left(\frac{a + \frac{t}{2}}{a - \frac{t}{2}} \right) \right]$$

$$c_9 = 2vt$$

$$c_{10} = 2vt$$

$$c_{11} = \frac{t^3}{6a}$$

$$c_{12} = \frac{t^3}{6a}$$

$$c_{13} = \frac{(1-\nu)}{2} \left(at + \frac{t^3}{4a} \right)$$

$$c_{14} = \frac{(1-\nu)}{24a} t^3$$

$$c_{15} = \frac{(1-\nu)}{6a} t^3$$

$$c_{16} = (1-\nu)t$$

$$c_{17} = \frac{(1-\nu)}{6a} t^3$$

$$c_{18} = \frac{(1-\nu)}{6a} t^3$$

$$c_{19} = \frac{(1-\nu)}{2} \left[\text{Ln} \left(\frac{a + \frac{t}{2}}{a - \frac{t}{2}} \right) \right]$$

$$c_{20} = (1-\nu) \left[a \text{Ln} \left(\frac{a - \frac{t}{2}}{a + \frac{t}{2}} \right) + t \right]$$

$$c_{21} = \frac{(1-\nu)}{2l} \left[a^2 \text{Ln} \left(\frac{a + \frac{t}{2}}{a - \frac{t}{2}} \right) - ta \right]$$

$$c_{22} = \left(\frac{A_r}{a} + \frac{I_r^1}{a^2} \right) \frac{E_r}{2l_r}$$

$$c_{23} = \frac{f_7 E_r}{2a^2 l_r}$$

$$c_{24} = \frac{I_{zr}^2 E_r}{2a^3 l_r}$$

$$c_{25} = \frac{E_r f_5}{2l_r}$$

$$c_{26} = \frac{E_r A_r}{al_r}$$

$$c_{27} = \frac{E_r I_r^1}{a^2 l_r}$$

$$c_{28} = \frac{E_r f_6}{al_r}$$

$$c_{29} = \frac{G_r J_r}{2al_r}$$

$$c_{30} = \frac{E_s A_s}{2l_s}$$

$$c_{31} = \frac{E_s I_{zs}^2}{2l_s}$$

$$c_{32} = \frac{E_s I_s^2}{2l_s}$$

$$c_{33} = \frac{E_s I_s^1}{l_s}$$

$$c_{34} = \frac{G_s J_s}{2a^2 l_s}$$

$$f_5 = \int_d \frac{b_r}{a+z} dz$$

$$f_6 = \int_d \frac{b_r}{a+z} z dz$$

$$f_7 = \int_d \frac{b_r}{a+z} z^2 dz$$

$$I_{r,s}^1 = \int_d b_{r,s} z dz$$

$$I_{r,s}^2 = \int_d b_{r,s} z^2 dz$$

$$I_{r,s}^3 = \int_d b_{r,s} z^3 dz$$

$$I_{zs}^2 = \int_b d_s y^2 dy$$

$$I_{zr}^2 = \int_b d_r x^2 dx$$

$$h_1 = \frac{at\rho}{2}$$

$$h_2 = \frac{at^3\rho}{24}$$

$$h_3 = \frac{t^3\rho}{12}$$

$$h_4 = \frac{t^3\rho}{8a} + \frac{at\rho}{2}$$

$$h_5 = \frac{t^3\rho}{24a}$$

$$h_6 = \frac{t^3\rho}{6a}$$

$$h_7 = \frac{at\rho}{2}$$

$$h_8 = \frac{aA_r\rho}{2l_r} + \frac{I_r^1\rho}{2l_r}$$

$$h_9 = \frac{aI_r^2\rho}{2l_r} + \frac{I_r^3\rho}{2l_r}$$

$$h_{10} = \frac{aI_r^1\rho}{l_r} + \frac{I_r^2\rho}{2l_r}$$

$$h_{11} = \frac{aA_r\rho}{2l_r} + \frac{3I_r^1\rho}{2l_r} + \frac{3I_r^2\rho}{2al_r} + \frac{I_r^3\rho}{2a^2l_r}$$

$$h_{12} = \frac{I_r^2\rho}{2l_r} + \frac{I_r^3\rho}{2a^2l_r}$$

$$h_{14} = \frac{I_r^1\rho}{l_r} + \frac{I_r^3\rho}{a^2l_r} + \frac{2I_r^2\rho}{al_r}$$

$$h_{15} = \frac{aA_r\rho}{2l_r} + \frac{I_r^1\rho}{2l_r}$$

$$h_{16} = \frac{A_s\rho}{2l_s}$$

$$h_{17} = \frac{I_s^2\rho}{2l_s}$$

$$h_{18} = \frac{I_{zs}^2\rho}{2l_s}$$

$$h_{19} = \frac{I_s^1\rho}{l_s}$$

$$h_{20} = \frac{A_s\rho}{2l_s} + \frac{I_s^2\rho}{2a^2l_s} + \frac{I_s^1\rho}{al_s}$$

$$h_{21} = \frac{I_s^2\rho}{2a^2l_s}$$

$$h_{22} = \frac{I_s^2\rho}{a^2l_s} + \frac{I_s^1\rho}{al_s}$$

$$h_{23} = \frac{A_s\rho}{2l_s}$$

$$k_{11} = 2\left(c_1 \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 + c_{19} (n)^2 + c_{24} (n)^4 + c_{30} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2\right) \quad k_{12} = c_9 \left(\frac{m\pi}{L}\right)(n) + c_{16} \left(\frac{m\pi}{L}\right)(n)$$

$$k_{13} = c_2 \left(\frac{m\pi}{L}\right)^3 + c_{10} \left(\frac{m\pi}{L}\right) + a_{20} \left(\frac{m\pi}{L}\right)(n)^2 + c_{33} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^3 \quad k_{22} = -2(c_4 (n)^2 + c_{13} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 (n) + c_{22} (n)^2 + c_{31} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^4)$$

$$k_{23} = c_5 (n) + c_{15} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 (n) + a_{17} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 (n) + c_{26} (n) + c_{22} (n)^3$$

$$k_{33} = -2\left[c_3 \left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 + c_6 (n)^4 + c_7 (n)^2 + c_8 + (c_{12}\right.$$

$$\left. + a_{14} + c_{29} + c_{34} + a_{18} + a_{21}\right) \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 (n)^2 + c_{23} (n)^4 + c_{25} + c_{28} (n)^2 + c_{32} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 \Big]$$

$$M_{11} = -2(h_1 + h_8 + h_{16}) - 2h_{13} (n)^2$$

$$M_{12} = 0$$

$$M_{13} = (h_3 + h_{10} + h_{19}) \left(\frac{m\pi}{L}\right)$$

$$M_{22} = -2(h_4 + h_{11} + h_{20}) - 2h_{18} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2$$

$$M_{23} = -(h_6 + h_{14} + h_{22})(n)$$

$$M_{33} = -2[(h_2 + h_9 + h_{17}) \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 + (h_7 + h_{12} + h_{21}) + (h_{16} + h_{20} + h_{22})(n)^2]$$

$$Z_{m0} = [2(h_1 + h_8 + h_{16})] A_{m0}^2 - [2(h_3 + h_{10} + h_{19})] + [[2(h_2 + h_9 + h_{17})(m\pi / l)^2] + [2(h_7 + h_{15} + h_{23})] C_{m0}^2]$$

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم
R. Arab, H. Iexian, Free and Forced Vibration Analysis of Stiffened Cylindrical Shells under Moving Internal Pressure, Amirkabir J. Mech Eng., 53(12) (2022) 5867-5886.

DOI: 10.22060/mej.2021.19846.7138

