



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

دوره چهل و هفت، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۱ تا ۱۲  
Vol. 47, No. 1, Summer 2015, pp. 1-12



نشریه علمی - پژوهشی امیرکبیر (مهندسی مکانیک)  
Amirkabir Journal of Science & Research (Mechanical Engineering)  
(AJSR - ME)

## بررسی عملکرد مدل‌های مختلف اغتشاشی در تعیین توزیع فشار بر روی سطح یک پره با زاویه چرخش زیاد

رسول صابری<sup>۱</sup>، مانی فتحعلی<sup>۲\*</sup>

۱- کارشناسی ارشد، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

۲- استادیار، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

(دریافت ۱۳۹۰/۴/۲۲، پذیرش ۱۳۹۳/۶/۹)

### چکیده

در این تحقیق، عملکرد مدل‌های مختلف جریان مغشوش برای شبیه سازی جریان سیال در پره استاتور توربین مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور جریان سیال تراکم‌ناپذیر در پره استاتور یک توربین با چرخش زیاد و رینولدز  $2/23 \times 10^5$  به وسیله نرم‌افزار محاسباتی فلوئنت (Fluent) شبیه سازی عددی شده است. در این شبیه سازی، معادلات ناویر-استوکس با روش حجم محدود روی شبکه محاسباتی ترکیبی (Hybrid) گسسته شده است. مدل‌های مختلف اغتشاشی مورد بررسی قرار گرفته عبارتند از مدل تک معادله‌ای Spalart-Allmaras، مدل‌های دو معادله‌ای  $k-\epsilon$ ، Standard  $k-\epsilon$ ، Realizable  $k-\epsilon$ ، RNG  $k-\epsilon$  و SST  $k-\omega$  و مدل پنج معادله‌ای تنش رینولدز (RSM). عملکرد مدل‌های مختلف جریان مغشوش با مقایسه ضریب فشار بدست آمده از حل‌های عددی با نتایج آزمایشگاهی در ۴ ناحیه مختلف پره استاتور انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که دقت یک مدل اغتشاشی در پیش بینی ضریب فشار در نواحی مختلف پره استاتور یکسان نمی‌باشد. اگرچه عملکرد مدل‌های مختلف در نواحی مختلف جریان متفاوت است، تمامی مدل‌ها در پیش بینی ضریب فشار در نواحی گرادیان بالای سرعت از دقت کمتری برخوردارند. با مقایسه عملکرد مدل‌ها در تمامی نواحی مختلف پره استاتور، بهترین توافق بین جواب‌های شبیه سازی و نتایج آزمایشگاهی در دو مدل اغتشاشی SST و RSM مشاهده شد.

### کلمات کلیدی

توربین گاز، مدل‌های اغتشاش، پره با زاویه چرخش زیاد، توزیع فشار سطح پره.

\* نویسنده مسئول و عهده دار مکاتبات Email: manifat@yahoo.com

## ۱- مقدمه

امروزه توربین گاز بطور وسیعی در نیروگاه‌ها، موتور وسایل دریایی و هوایی برای تولید توان استفاده می‌شود [۱]. از این رو افزایش بازدهی توربین به وسیله بهینه‌سازی دمای کاری توربین [۲،۳] و یا بطور ویژه بهینه‌سازی پروفیل پره آن [۴-۷] بسیار مورد مطالعه و تحقیق قرار گرفته است. از طرفی هزینه انجام آزمایشات تجربی در توربین گاز بسیار بالا بوده و از این رو نیاز به کاربرد دینامیک سیالات محاسباتی<sup>۱</sup> (CFD) برای شبیه‌سازی جریان در توربین گاز می‌باشد. از آنجائیکه جریان در توربین گاز دچار اغتشاش و آشفتنگی می‌گردد، نیاز به مدلسازی صحیح اغتشاش وجود دارد. مدل‌های زیادی برای شبیه‌سازی اغتشاش ارائه شده است [۸].

برای شبیه‌سازی جریان در توربین گاز، برخی از محققان از حل کننده ناویر استوکس با مدل‌های اغتشاشی جبری<sup>۲</sup> استفاده کرده‌اند که نتایج خوبی را هم داشته‌اند [۹]. اما این مدل‌ها در پیش‌بینی آنچه در لبه حمله<sup>۳</sup> و به ویژه لبه فرار<sup>۴</sup> به علت جدایش رخ می‌دهد، مناسب نیستند [۱۰]. علاوه بر این، مدل‌های جبری در نواحی رخداد شوک و همچنین با شدت اغتشاش ورودی بالا، دچار مشکل هستند [۱۰].

عملکرد گروه مدل‌های  $k-\varepsilon$  در جریان‌های دارای چرخش و تنش برشی و یا انحنای خطوط جریان (نظیر آنچه در اطراف پره توربین دیده می‌شود) ضعیف است [۵]. مدل  $Standard\ k-\varepsilon$  [۱۱] به علت پایداری عددی و سادگی آن یکی از مدل‌های دو معادله‌ای رایج در کاربردهای صنعتی است [۱۲]. از معایب عمده این مدل این است که در نواحی با انحنای زیاد، نرخ ایجاد انرژی اغتشاشی را بسیار بیشتر از مقدار واقعی آن برآورد می‌کند؛ که این امر باعث بروز خطا در محاسبه لزجت اغتشاشی و تنش‌های مربوط به آن می‌شود [۲]. همچنین این مدل دقت پایینی در شبیه‌سازی لایه مرزی با گرادیان فشار معکوس<sup>۵</sup> دارد [۱۳]. هر چند مدل  $Realizable\ k-\varepsilon$  در جریان‌های چرخشی، لایه مرزی همراه با گرادیان فشار معکوس و نواحی جدایش و گردابی دارای دقت بالاتری نسبت به سایر مدل‌های نوع  $k-\varepsilon$  دارد [۱۴].

مدل دو معادله‌ای  $SST\ k-\omega$  برای شبیه‌سازی جریان در توربوماشین‌ها مناسب است زیرا دقت خوبی در شبیه‌سازی نواحی دارای جدایش و گرادیان معکوس دارد [۱۵]. همچنین به علت سادگی و پایداری عددی و دقت بالا در زیر لایه لزج، بسیار مورد استفاده قرار گرفته است [۱۶].

از طرفی، یکی از پدیده‌های مهم در توربین‌های گاز بوجود آمدن جریان ثانویه<sup>۶</sup> در نتیجه وجود اثرات ویسکوزیته، گرادیان

سرعت و فشار ناشی از لایه مرزی می‌باشد. همچنین، هنگامی که این جریان در مسیر منحنی بین پره‌های توربین حرکت کرده و یا با لبه حمله برخورد داشته باشد، اثرات این پدیده روی الگوی جریان تشدید پیدا می‌کند [۱۷]. افت ناشی از جریان ثانویه موجب ۲ تا ۴٪ کاهش در بازدهی می‌شود [۱۸]. در مطالعات انجام شده قبلی، ضعف مدل  $Bladwin-Lomax$ ، مدل یک معادله‌ای  $Spalart-Allmaras$  و گروه  $k-\varepsilon$  در تعیین پروفیل سرعت در جریان ثانویه مشاهده شده است [۱۹]. این مشاهدات همچنین نشان داده که مدل اغتشاشی  $SST\ k-\omega$  ویژگی‌های جریان ثانویه را با دقت بیشتری پیش‌بینی می‌کند و از این رو مدل مناسبی برای تحلیل این گونه جریانها می‌باشد [۱۹].

مدل پنج معادله‌ای اغتشاش  $RSM$  دارای دقت بالایی در شبیه‌سازی جریان‌های دوار، با انحنای خطوط جریان و با گرادیان معکوس فشار و همچنین جریان‌های ثانویه می‌باشد [۱۶] البته این دقت به ازای افزایش هزینه و زمان محاسباتی خواهد بود. [۱۳].

بسیاری از محققان بطور موفقیت‌آمیزی از کد تجاری فلوئنت برای شبیه‌سازی جریان در توربوماشین‌ها استفاده کرده‌اند. فلوئنت ۶،۳،۲۶ دارای ده مدل اغتشاشی می‌باشد [۲۲] که در این تحقیق ۶ مورد از آنها ( $Spalart-Allmaras$ ,  $Standard\ k-\varepsilon$ ,  $Realizable\ k-\varepsilon$ ,  $RNG\ k-\varepsilon$ ,  $SST\ k-\omega$ ,  $RSM$ ) برای شبیه‌سازی جریان و مقایسه نتایج هر کدام با نتایج تجربی، انتخاب شده‌اند که در نهایت مناسب‌ترین مدل به منظور پیش‌بینی جریان اطراف پره با زاویه پیچش زیاد تعیین خواهد شد. در این تحقیق، توزیع فشار در اطراف پره و همچنین تعیین سرعت در ناحیه گردابی در انتهای پره مورد نظر بوده است. تمام شبیه‌سازی‌های انجام شده، بر روی جریان دو بعدی و پره استاتور می‌باشد. شبکه حل بصورت ترکیبی<sup>۷</sup> بوده که در نواحی نزدیک به دیواره پره، بصورت باسازمان<sup>۸</sup> و در سایر نواحی بصورت بی‌سازمان<sup>۹</sup> می‌باشد. شبکه حل به کمک نرم‌افزار گمبیت ( $GAMBIT$ ) تولید شده است. حل معادلات ناویر استوکس به وسیله نرم‌افزار فلوئنت که از روش حجم محدود<sup>۱۰</sup> استفاده می‌کند، می‌باشد. در تمامی شبیه‌سازی‌ها شدت اغتشاش<sup>۱۱</sup> در ورودی برابر  $0.3\%$  و عدد رینولدز ورودی براساس سرعت جریان آزاد و طول وتر پره برابر  $2/23 \times 10^5$  است که مطابق با اطلاعات جریان در شرایط آزمایش تجربی است [۲۰].

## ۲- مدل هندسی

در این قسمت توضیحات اولیه تجهیزات آزمایشگاهی ارائه شده است. اطلاعات هندسی پره و همچنین شرایط جریان در

جدول (۱) آورده شده است.

پارامترهای هندسی پره در شکل (۱) نشان داده شده‌اند. پروفیل پره استاتور متشکل از ۹۰ نقطه است که در جدول (۲) آورده شده‌اند [۲۰]. این نقاط با کمک نرم‌افزار گمبیت و منحنی نوربس (NURBS) سطح پروفیل را تشکیل می‌دهند.

جدول (۱): مشخصات هندسی پره و شرایط جریان [۲۰]

| پارامتر هندسی               | مقدار (میلیمتر) | پارامتر جریان                 | مقدار                  |
|-----------------------------|-----------------|-------------------------------|------------------------|
| طول وتر (C)                 | ۲۱۷/۸           | زاویه ورودی جریان             | ۵۶/۴ درجه              |
| وتر محوری (C <sub>a</sub> ) | ۱۹۶             | زاویه چرخش جریان              | ۱۱۹ درجه               |
| گام (Pitch)                 | ۱۵۱/۶           | رینولدز ورودی بر اساس طول وتر | ۲/۲۳ × ۱۰ <sup>۵</sup> |
| ارتفاع پره (Span)           | ۳۲۰             | سرعت ورودی جریان              | ۱۵ متر بر ثانیه        |

جدول (۲): پروفیل پره استاتور [۲۰]

| x (mm)   | y (mm)  | x (mm)   | y (mm)   | x (mm)   | y (mm)  |
|----------|---------|----------|----------|----------|---------|
| 0.0000   | 10.1834 | 117.0042 | 3.9683   | 125.9443 | 40.4950 |
| 0.1906   | 7.9113  | 123.7588 | -1.2099  | 120.0646 | 46.6472 |
| 0.7523   | 5.7644  | 130.2259 | -6.7416  | 113.8846 | 52.4990 |
| 1.7164   | 3.8481  | 136.4422 | -12.5543 | 107.3188 | 57.9209 |
| 3.0903   | 2.2739  | 142.4389 | -18.5930 | 100.2683 | 62.6722 |
| 4.8493   | 1.1287  | 148.2358 | -24.8244 | 96.5398  | 64.7196 |
| 6.8639   | 0.3954  | 153.8458 | -31.2248 | 92.6857  | 66.5229 |
| 8.9917   | 0.0316  | 159.2673 | -37.7856 | 88.7204  | 68.0635 |
| 11.1441  | 0.0000  | 164.4993 | -44.4986 | 84.6514  | 69.3008 |
| 13.2569  | 0.2630  | 169.5676 | -51.3352 | 80.4906  | 70.1996 |
| 15.3109  | 0.7793  | 179.3596 | -65.2508 | 76.2729  | 70.7634 |
| 19.2287  | 2.4048  | 188.6603 | -79.5116 | 72.0266  | 70.9844 |
| 22.9231  | 4.5555  | 189.6847 | -80.6090 | 67.7771  | 70.8691 |
| 29.9560  | 9.3400  | 191.0450 | -81.2812 | 63.5485  | 70.4328 |
| 37.2587  | 13.6914 | 192.5393 | -81.3992 | 59.3589  | 69.7034 |
| 41.0767  | 15.5601 | 193.9596 | -80.9595 | 55.2242  | 68.7091 |
| 44.9965  | 17.2017 | 195.1093 | -80.0376 | 51.1574  | 67.4656 |
| 49.0088  | 18.6037 | 195.8481 | -78.7580 | 47.1704  | 65.9847 |
| 53.1008  | 19.7506 | 196.0614 | -77.2540 | 43.2753  | 64.2759 |
| 57.2583  | 20.6284 | 195.7215 | -75.7782 | 35.808   | 60.2095 |
| 61.4647  | 21.2354 | 188.6374 | -60.3020 | 28.8387  | 55.3434 |
| 65.7028  | 21.5719 | 181.2020 | -44.9897 | 22.4041  | 49.7836 |
| 69.9540  | 21.6360 | 173.4330 | -29.8447 | 16.5025  | 43.6562 |
| 74.1989  | 21.4239 | 169.3938 | -22.3534 | 11.0962  | 37.0849 |
| 78.4165  | 20.9264 | 165.2315 | -14.9294 | 6.3869   | 30.0071 |
| 82.5879  | 20.1404 | 156.5483 | -0.2896  | 4.3670   | 26.2827 |
| 86.7056  | 19.0942 | 147.2176 | 13.9448  | 2.6863   | 22.5391 |
| 94.7540  | 16.3416 | 142.2221 | 20.8348  | 1.4157   | 18.7950 |
| 102.5005 | 12.8326 | 137.0059 | 27.5605  | 0.4643   | 14.7128 |
| 109.9220 | 8.6800  | 131.5833 | 34.1209  | 0.0000   | 10.1834 |

### ۳- معادلات حاکم

در این تحقیق از میانگین رینولدز معادلات ناویر استوکس<sup>۱۲</sup> (RANS) استفاده شده است [۱۸].

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (۱)$$

معادله بقای ممنتوم:

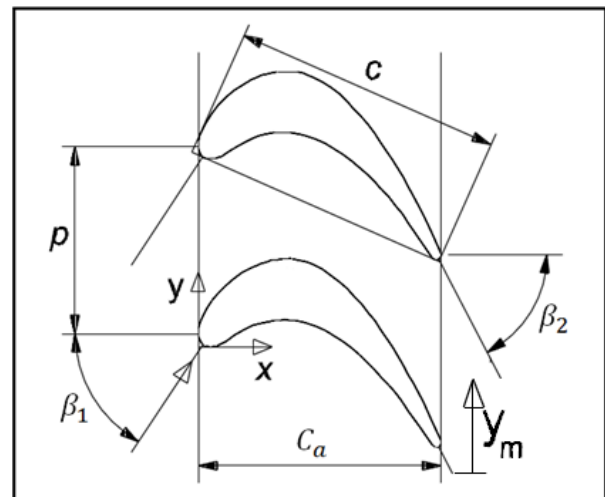
$$\frac{\partial}{\partial t} \langle u_i \rangle + \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_j u_i \rangle = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \langle p \rangle + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_i'' u_j'' \rangle \quad (۲)$$

در این روابط،  $\partial/\partial t$  مشتق زمانی،  $\partial/\partial x_j$  مشتق مکانی در جهت  $i$ ،  $u_i$  مولفه سرعت در جهت  $i$ ،  $P$  فشار،  $\rho$  چگالی و  $\nu$  ضریب لزجت سینماتیکی می‌باشند. همچنین  $\langle \rangle$  نشان دهنده کمیت متوسط گیری شده و علامت پریم نشان دهنده کمیت اغتشاشی می‌باشد. جمله  $\langle u_i'' u_j'' \rangle$  تنش رینولدز است که مدل سازی می‌شود.

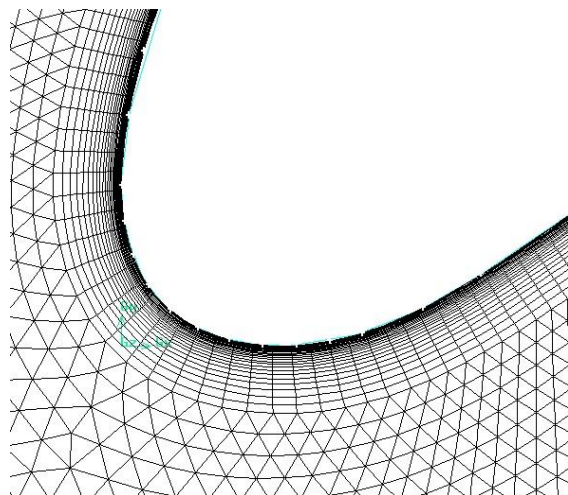
### ۴- روش حل عددی

#### ۴-۱- الگوریتم عددی

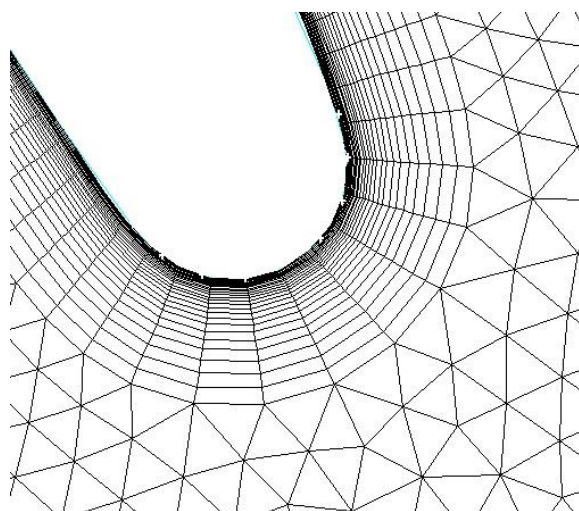
حل جریان بصورت دو بعدی، ضمنی<sup>۱۳</sup>، لزج و به دلیل



شکل (۱): پارامترهای هندسی پره و مختصات  $y_m$  [۲۰]



شکل (۲): لبه حمله و مش ترکیبی در نزدیکی دیواره



شکل (۳): لبه فرار و مش ترکیبی در نزدیکی دیواره

### ۵- شرایط مرزی

شرایط مرزی برای حصول پاسخ‌های دقیق و نزدیک به واقعیت و همچنین همگرایی سریع، بسیار اهمیت دارند. بر اساس فیزیک مسئله در ورودی، سرعت و فشار استاتیک جریان، زاویه ورودی، شدت اغتشاشی و مقیاس طولی اغتشاش ۱۶ داده شده است. تمامی این پارامترها براساس نتایج تجربی تعیین شده است [۲۰]. دیواره (پروفیل پره) بدون لغزش و زبری و بصورت آدیاباتیک در نظر گرفته شده است [۲۰].

سرعت پایین در ورودی بصورت تراکم ناپذیر انجام می‌گیرد. برای حل عددی جریان از کد تجاری فلوئنت استفاده شده است و تکنیک حل بر پایه روش حجم محدود است. برای اینکار می‌بایست میدان حل به حجم‌های کوچکتری تقسیم گردد؛ سپس تمامی معادلات در این حجم‌های کنترل حل می‌شوند. ترم‌های همرفت بر اساس روش جریان از بالادست (upwind) مرتبه دوم ۱۴ گسسته شده‌اند. در داخل سلولها، گرادیان‌ها و مشتقها، با استفاده از اطلاعات مربوط به نقاط شبکه و رابطه گرین-گوس (Green-Gauss node-based) محاسبه شده‌اند و برای حل معادلات حاکم از الگوریتم SIMPLEC<sup>۱۵</sup> استفاده شده است [۱۸].

### ۴-۲- شبکه محاسباتی

دامنه حل عددی متشکل از یک پره استاتور با مرزهای تناوبی در بالا و پایین آن می‌باشد؛ با کمک این مرزهای تناوبی می‌توان ردیف پره را عیناً مدلسازی کرد که به کاهش دامنه حل و زمان محاسبات نیز می‌انجامد [۲، ۱۰، ۱۸]. در مقابل ناحیه استاتور، ناحیه‌ای به عنوان کانال ورودی و درفاصله ۱۲۰ میلیمتری از لبه حمله پره، وجود دارد.

شبکه محاسباتی مورد استفاده از نوع ترکیبی می‌باشد که در نزدیکی دیواره پره از نوع با سازمان بوده و در سایر نقاط شبکه از نوع بی سازمان و مثلثی می‌باشد. مزیت استفاده از شبکه ترکیبی در ریز کردن مش در نواحی مورد نظر و با گرادیان بالاست، بدون اینکه اثر این ریز شدن مش به سایر نواحی سرایت کند [۱۸]. در نزدیکی مرزهای تناوبی و همچنین در کانال ورودی نیازی به ریز کردن بی جهت مش و افزایش زمان محاسبات نداریم. مش با سازمان که در نزدیکی دیواره پره بکار می‌رود در واقع لایه مرزی را نمایش خواهد داد که ساختار آنرا بطور شماتیک در شکل (۵) مشاهده می‌کنید. ریز بودن کافی آن موجب تعیین صحیح گرادیان‌های بالا و جدایش در نزدیکی دیواره می‌شود [۱۸]. نمونه‌ای از این نوع مش ترکیبی را در شکل‌های (۲) و (۳) مشاهده می‌کنید. همچنین در شکل (۴) شبکه حل در اطراف پره استاتور مشخص است.

شبکه انتخابی مستقل باشند [۲۱،۱۰]. برای دستیابی به این منظور، شبکه‌های مختلفی مورد آزمایش قرار می‌گیرد و به مرور شبکه ریزتر می‌شود تا اینکه پاسخ‌ها و حل میدان از شبکه مستقل شود. اینکار برای ۱۲ شبکه مختلف انجام شده است. برای تعیین میزان ریز بودن المان‌های شبکه از پارامتر  $d$  استفاده می‌شود. این پارامتر برای شبکه دو بعدی بصورت زیر تعریف می‌شود [۲۱]:

$$d = \sqrt{\frac{A}{m_{cells}}} \quad (3)$$

که در این رابطه  $A$  برابر مساحت دامنه حل و  $m$  برابر تعداد سلول‌های آن می‌باشد. اطلاعات هندسی شبکه‌های مورد بررسی در جدول (۳) آمده است.

جدول (۳): اطلاعات هندسی شبکه‌های مورد بررسی

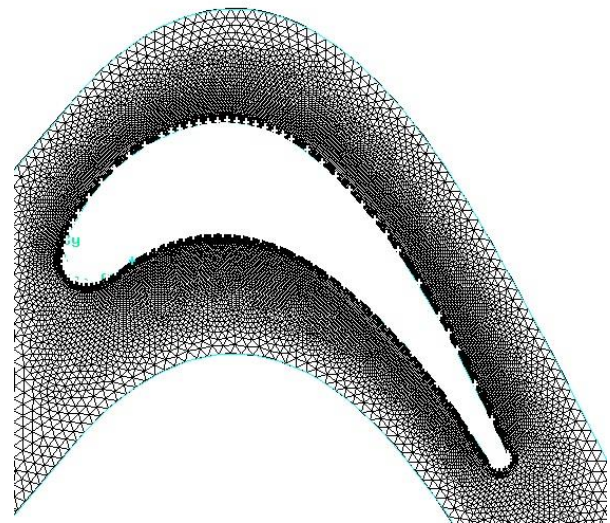
| شماره حالت | d (میلیمتر) | m (cells) |
|------------|-------------|-----------|
| ۱          | ۲/۶۸        | ۴۹۲۴      |
| ۲          | ۲/۱۶        | ۷۵۸۲      |
| ۳          | ۱/۷۷        | ۱۱۲۶۹     |
| ۴          | ۱/۵۱        | ۱۵۴۱۹     |
| ۵          | ۱/۴۲        | ۱۷۴۳۲     |
| ۶          | ۱/۳۲        | ۲۰۲۶۷     |
| ۷          | ۱/۲۱        | ۲۴۰۸۶     |
| ۸          | ۱/۱۰        | ۲۹۳۰۲     |
| ۹          | ۱/۰۴        | ۳۲۷۶۸     |
| ۱۰         | ۰/۹۷        | ۳۷۱۶۷     |
| ۱۱         | ۰/۹۵        | ۳۸۹۸۵     |
| ۱۲         | ۰/۹۱        | ۴۲۲۹۳     |

توزیع فشار استاتیکی بر روی سطح پره با رابطه زیر تعیین می‌شود [۲۰]:

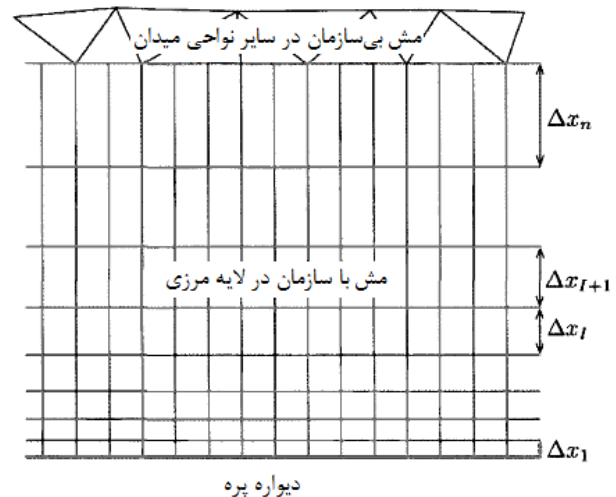
$$C_{ps} = \frac{P_s - P_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2} \quad (4)$$

در شکل (۶) نتایج میانگین سطحی ضریب فشار استاتیکی بر روی پره را برای شبکه‌های محاسباتی مختلف مشاهده می‌کنید.

از ۱۲ شبکه مختلف همگرایی در ۵ شبکه نهایی بطور کامل دیده می‌شود. برای کاهش زمان محاسبات، حالت ۸ انتخاب می‌شود که دارای ۲۹۳۰۲ سلول در ناحیه اطراف پره استاتور می‌باشد. در این شبکه، فاصله اولین نقطه شبکه از دیواره پره برابر ۰/۰۱ میلیمتر می‌باشد. مقدار  $y^+$  در سطح پره مورد بررسی قرار گرفت که در تمامی نقاط کمتر از ۱ بود.



شکل (۴): شبکه حل در اطراف پره استاتور



شکل (۵): استفاده از مش ترکیبی در نزدیکی دیواره [۱۸]

## ۶- مدل‌های اغتشاشی

مدل‌های اغتشاشی مختلف بکار رفته در این تحقیق شامل موارد زیر می‌باشد:

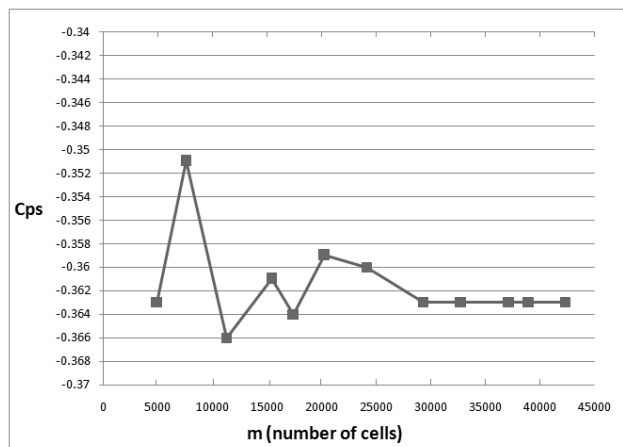
- مدل تک معادله‌ای Spalart-Allmaras
- مدل دو معادله‌ای Standard k-ε
- مدل دو معادله‌ای RNG k-ε
- مدل دو معادله‌ای Realizable k-ε
- مدل دو معادله‌ای SST k-ω
- مدل تنش برشی رینولدز (RSM)

## ۷- بررسی استقلال حل از شبکه محاسباتی

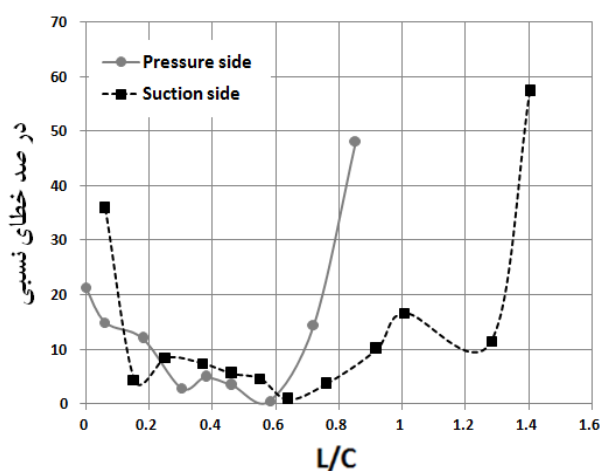
برای دستیابی به شبیه‌سازی صحیح، می‌بایست پاسخ‌ها از

## ۸- نتایج

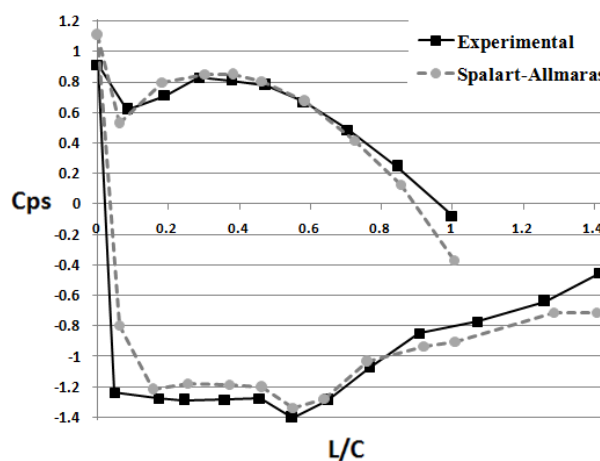
تمامی نتایج برای عدد رینولدز ورودی بر اساس سرعت ورودی جریان و طول وتر پره، برابر  $2/23 \times 10^5$  می‌باشد. نتایج ضریب فشار بر روی سطح پره برای شش مدل اغتشاشی مختلف به همراه درصد خطای نسبی در مقایسه با نتایج تجربی در شکل‌های (۷) تا (۱۲) ارائه شده است.



شکل (۶): منحنی ضریب فشار استاتیکی بر روی سطح پره برای شبکه‌های محاسباتی مختلف

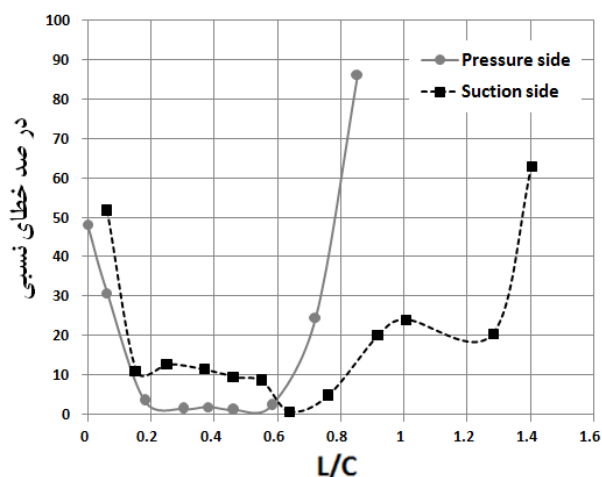


(ب)

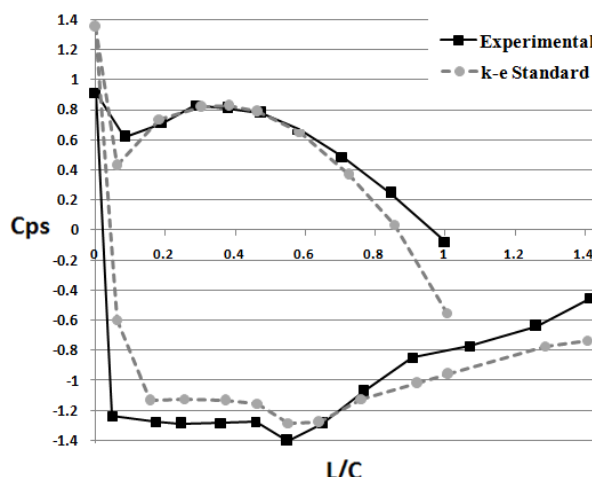


(الف)

شکل (۷): توزیع فشار استاتیکی بر روی سطح پره استاتور (الف) و درصد خطای نسبی آن (ب): مدل Spalart-Allmaras



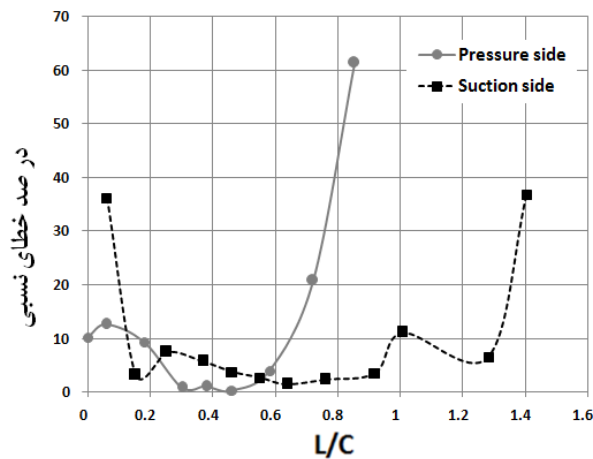
(ب)



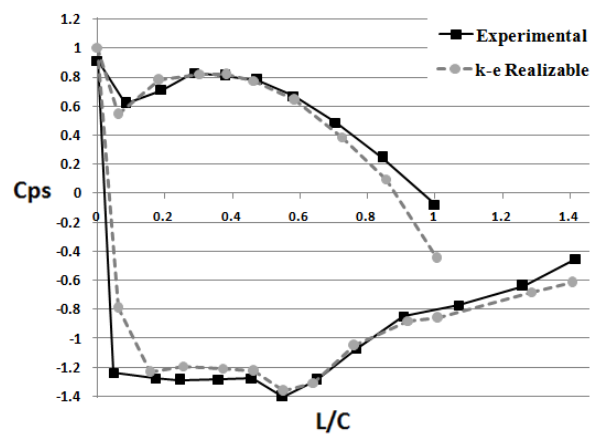
(الف)

شکل (۸): توزیع فشار استاتیکی بر روی سطح پره استاتور (الف) و درصد خطای نسبی آن (ب): مدل Standard k-ε



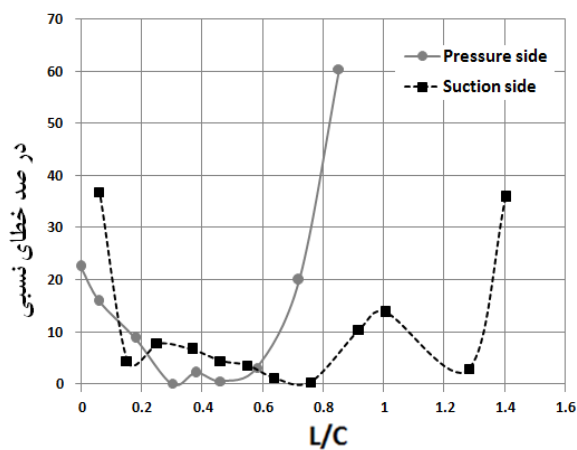


(ب)

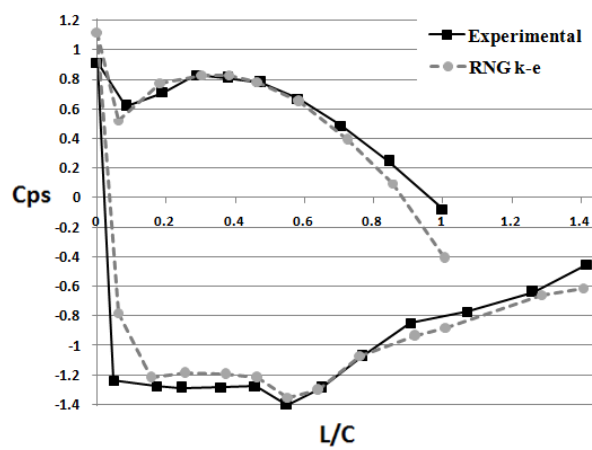


(الف)

شکل (۹): توزیع فشار استاتیکی بر روی سطح پره استاتور (الف) و درصد خطای نسبی آن (ب)؛ مدل Realizable k-ε

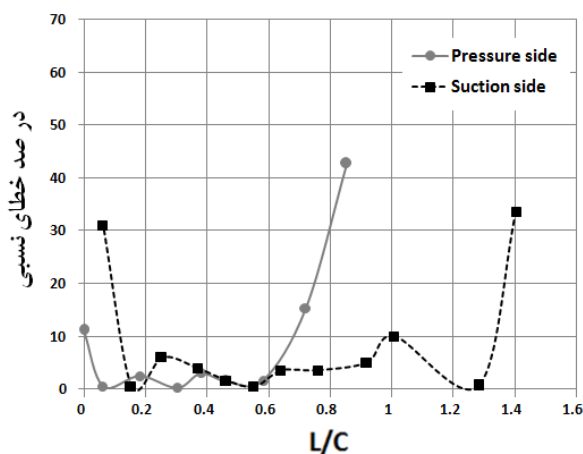


(ب)

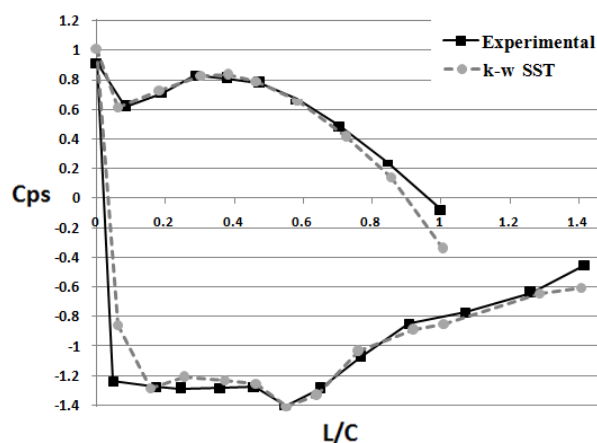


(الف)

شکل (۱۰): توزیع فشار استاتیکی بر روی سطح پره استاتور (الف) و درصد خطای نسبی آن (ب)؛ مدل RNG k-ε

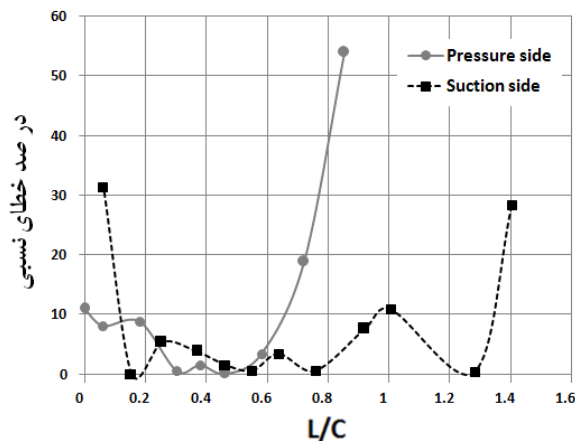


(ب)

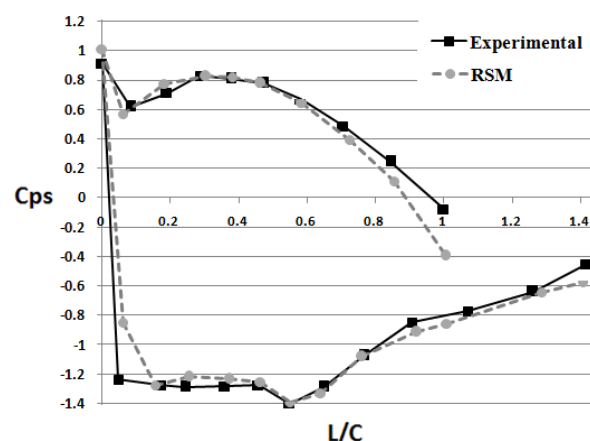


(الف)

شکل (۱۱): توزیع فشار استاتیکی بر روی سطح پره استاتور (الف) و درصد خطای نسبی آن (ب)؛ مدل SST k-ω



(ب)



(الف)

شکل (۱۲): توزیع فشار استاتیکی بر روی سطح پره استاتور (الف) و درصد خطای نسبی آن (ب)؛ مدل RSM

این ناحیه در نزدیکی نقطه سکون بوده و به علت وجود گردآیدان بالای سرعت دارای اهمیت می باشد. همانطور که از جدول (۴) برمی آید، دو مدل اغتشاشی RSM و SST در نواحی مختلف و به ویژه در نواحی ۱ و ۳ پاسخ های بهتر و نزدیکتری به منحنی تجربی دارند. از طرف دیگر مدل اغتشاشی k-ε Standard دارای بیشترین انحراف از نتایج تجربی می باشد. بررسی کیفی عملکرد مدل های اغتشاشی مختلف در جدول (۵) آمده است. در این جدول خطای زیر ۱٪ خیلی خوب، بین ۱ تا ۱۰٪ خوب، بین ۱۰ تا ۳۵٪ متوسط و بالای ۳۵٪ ضعیف قلمداد شده است.

#### ۸-۲- بررسی عملکرد مدل های اغتشاشی در تعیین سرعت در ناحیه گردابی

برای تعیین مدل اغتشاشی مناسب به بررسی مقدار خطای هر مدل در تعیین سرعت جریان، در فاصله ای به میزان ۳۰٪ وتر محوری در پایین دست جریان نیز می پردازیم. نتایج تجربی با حل عددی سرعت در ۳ نقطه  $\frac{y_m}{pitch}$  مساوی با صفر، ۰/۱۵ و ۰/۲۳ در جداول (۶) تا (۸) مقایسه شده است.

#### ۸-۱- بررسی عملکرد مدل های اغتشاشی در نقاط بحرانی

اکنون به بررسی عملکرد مدل های اغتشاشی در نقاطی از سطح پره که دقت محاسبه توزیع فشار در آنها کمتر است پرداخته می شود:

##### - ناحیه ۱) نقطه سکون<sup>۱۷</sup>

فشار سکون با فشار استاتیکی و سرعت جریان رابطه زیر را دارد:

$$P_t = P_s + \frac{1}{2} \rho U^2 \quad (5)$$

طبق (۵)، در نقطه سکون، فشار استاتیکی برابر با فشار کل

می گردد و ضریب فشار معادل ۱ می شود.

##### - ناحیه ۲) ناحیه نزدیک به لبه فرار در سمت مکشی پره (L/C=۱)

در این ناحیه به علت نزدیکی به لبه فرار، جریان دچار آشفتگی بیشتری می باشد و تعیین ضریب فشار با خطای بیشتری خواهد بود.

##### - ناحیه ۳) ناحیه آغاز جدایش در سمت فشاری پره و در L/C=۰/۰۶

این ناحیه همراه با آغاز جدایش جریان از روی سطح پره بوده و به همین دلیل از اهمیت بیشتری برخوردار است.

##### - ناحیه ۴) ناحیه ای در سمت مکشی پره و در L/C=۰/۰۶



جدول (۴): مقایسه ضریب فشار (Cps) مدل‌های اغتشاشی مختلف در نواحی بحرانی با مقدار تجربی آن

| مدل اغتشاشی      | ناحیه ۱ (فشار سکون) |          | ناحیه ۲ |          | ناحیه ۳ |          | ناحیه ۴ |          |
|------------------|---------------------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|
|                  | Cps                 | درصد خطا | Cps     | درصد خطا | Cps     | درصد خطا | Cps     | درصد خطا |
| حالت تجربی       | ۱                   | ---      | ---     | ---      | ۰/۶۲    | ---      | ۱/۲۴    | ---      |
| Spalart-Allmaras | ۱/۱۱                | ۱۱       | ۰/۷۱    | ۵۷/۸     | ۰/۵۳    | ۱۴/۵     | ۰/۸۰    | ۳۵/۵     |
| Standard k-ε     | ۱/۳۵                | ۳۵       | ۰/۷۴    | ۶۴/۴     | ۰/۴۳    | ۳۰/۶     | ۰/۶۰    | ۵۱/۶     |
| k-ε Realizable   | ۱/۰۱                | ۱        | ۰/۶۲    | ۳۷/۸     | ۰/۵۴    | ۱۲/۹     | ۰/۷۹    | ۳۶/۳     |
| k-ε RNG          | ۱/۱۲                | ۱۲       | ۰/۶۱    | ۳۵/۶     | ۰/۵۲    | ۱۶/۱     | ۰/۷۸    | ۳۷/۱     |
| SST k-ω          | ۱/۰۱                | ۱        | ۰/۶۰    | ۳۳/۳     | ۰/۶۲    | ۰        | ۰/۸۵    | ۳۱/۴     |
| RSM              | ۱/۰۱                | ۱        | ۰/۵۸    | ۲۸/۹     | ۰/۵۷    | ۸        | ۰/۸۵    | ۳۱/۴     |

جدول (۵): بررسی کیفی عملکرد مدل‌های اغتشاشی مختلف نسبت به یکدیگر و نتایج تجربی

| مدل اغتشاشی      | ناحیه ۱ (سکون) | ناحیه ۲ | ناحیه ۳ (آغاز جدایش) | ناحیه ۴ |
|------------------|----------------|---------|----------------------|---------|
| Spalart-Allmaras | متوسط          | ضعیف    | متوسط                | ضعیف    |
| Standard k-ε     | ضعیف           | ضعیف    | متوسط                | ضعیف    |
| k-ε Realizable   | خوب            | ضعیف    | متوسط                | ضعیف    |
| k-ε RNG          | متوسط          | ضعیف    | متوسط                | ضعیف    |
| SST k-ω          | خوب            | متوسط   | خیلی خوب             | متوسط   |
| RSM              | خوب            | متوسط   | خوب                  | متوسط   |

جدول (۶): مقایسه نتایج تجربی اندازه‌گیری سرعت بی بعد شده بر اساس سرعت ورودی جریان در ۳۰٪ وتر محوری در پایین دست لبه

فرار با مدل‌های اغتشاشی مختلف برای  $\frac{y_m}{pitch}$  برابر صفر

| مدل اغتشاشی      | $Q/U_\infty$ | در صد خطا |
|------------------|--------------|-----------|
| نتیجه تست تجربی  | ۱/۱          | ---       |
| Spalart-Allmaras | ۱/۰۳         | ۳/۲       |
| Standard k-ε     | ۱/۱۳         | ۱۳/۳      |
| k-ε Realizable   | ۱/۰۴         | ۳/۷       |
| k-ε RNG          | ۰/۹۵         | ۴/۷       |
| SST k-ω          | ۱/۰۱         | ۱/۳       |
| RSM              | ۰/۹۸         | ۱/۷       |

جدول (۷): مقایسه نتایج تجربی اندازه‌گیری سرعت بی بعد شده بر اساس سرعت ورودی جریان در ۳۰٪ وتر محوری در پایین دست لبه

فرار با مدل‌های اغتشاشی مختلف برای  $\frac{y_m}{pitch}$  برابر ۰/۱۵

| مدل اغتشاشی      | $Q/U_\infty$ | در صد خطا |
|------------------|--------------|-----------|
| نتیجه تست تجربی  | ۱/۱          | ---       |
| Spalart-Allmaras | ۱/۲۳         | ۱۱/۹      |
| Standard k-ε     | ۱/۲۵         | ۱۳/۸      |
| k-ε Realizable   | ۱/۲۲         | ۱۱/۱      |
| k-ε RNG          | ۱/۲۳         | ۱۲/۱      |
| SST k-ω          | ۱/۲۱         | ۱۰        |
| RSM              | ۱/۲۱         | ۱۰        |

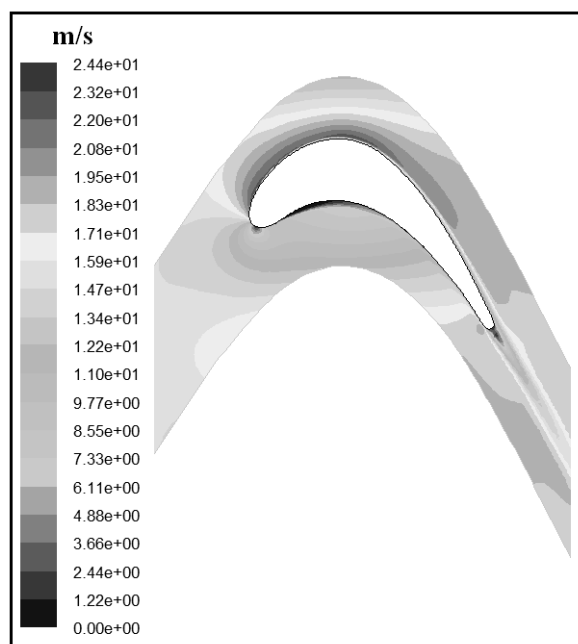
جدول (۸): مقایسه نتایج تجربی اندازه‌گیری سرعت بی بعد شده بر اساس سرعت ورودی جریان در ۳۰٪ وتر محوری در پایین دست لبه

فرار با مدل‌های اغتشاشی مختلف برای  $\frac{y_m}{pitch}$  برابر ۰/۲۳

| مدل اغتشاشی      | $Q/U_\infty$ | در صد خطا |
|------------------|--------------|-----------|
| نتیجه تست تجربی  | ۱/۱          | ---       |
| Spalart-Allmaras | ۱/۰۵         | ۴/۴       |
| Standard k-ε     | ۰/۹۴         | ۱۴/۲      |
| k-ε Realizable   | ۰/۹۵         | ۱۴/۱      |
| k-ε RNG          | ۱/۱۴         | ۳/۴       |
| SST k-ω          | ۱/۱۲         | ۱/۷       |
| RSM              | ۱/۰۱         | ۸/۳       |

با توجه به نتایج جداول (۶) تا (۸) می‌توان دریافت که مدل SST k-ω کمترین خطا را در تعیین سرعت پس از ناحیه جریان دنباله در انتهای لبه فرار دارد. این دقت بالاتر را می‌توان به لحاظ شدن اثرات انتقال تنش در این روش که باعث افزایش دقت در پیش بینی جریان‌اتی با گرادیان معکوس فشار شده است، نسبت داد.

مدل RSM، به دلیل حل مستقیم معادلات تنش رینولدز، دقت بالایی در پیش بینی جریان‌اتی با تغییرات چرخش شدید و نقاط جدایش را دارد. ولی در نزدیک دیوار، به دلیل اثرات دیواره رو ترم‌های فشار-کرنش، دقت این روش می‌تواند کاهش پیدا کند. بنابراین ملاحظه می‌شود که مدل RSM با وجود در نظر



شکل (۱۳): کانتور سرعت در اطراف پره استاتور، مدل انتخابی SST

#### ۹- نتیجه و جمع بندی

شبیه سازی عددی جهت بررسی جریان در اطراف یک پره با زاویه چرخش بالای جریان صورت گرفت. برای دستیابی به شبکه ای مناسب تر جهت انجام شبیه سازی، ابتدا استقلال حل از ابعاد سلولهای شبکه انجام شد. شبکه نهایی از نوع ترکیبی بوده و دارای  $29302$  سلول در ناحیه اطراف پره استاتور است.

مدل های اغتشاشی مختلفی در تعیین توزیع فشار روی سطح پره و همچنین تعیین سرعت در خروجی، بکار رفتند تا مناسب ترین مدل اغتشاشی برای حل جریان در این نمونه انتخاب شود. با بررسی های انجام شده، مدل های اغتشاشی SST و  $k-\omega$  RSM در مقایسه با نتایج تجربی دارای بهترین پاسخ ها بودند؛ که از طرفی مدل اغتشاش دو معادله ای SST  $k-\omega$  دارای زمان شبیه سازی کمتری نسبت به مدل RSM می باشد که مدلی پنج معادله ای می باشد. بنابراین مدل SST بهترین مدل در اینگونه مسائل بوده و استفاده از آن در مسائل مشابه و توربین گاز پیشنهاد می شود.

#### ۱۰- تقدیر و تشکر

جا دارد از آقای دکتر پرهیزگار به خاطر راهنمایی هایی که به اینجانب داشته اند، کمال تشکر را داشته باشم.

گرفتن جزئیات بیشتری از جریان در مقایسه با مدل SST  $k-\omega$ ، دارای خطای بیشتری می باشد که می توان آنرا به حساسیت این روش به اثرات دیواره نسبت داد.

مدل Standard  $k-\epsilon$  دارای بیشترین درصد خطای نسبی در پاسخ هایش می باشد. باید توجه داشت که این جریان بر اساس فرضیات جریان برشی ساده طراحی شده است و تفاوت جریان حاضر با فرضیات این مدل باعث ایجاد این خطا گردیده است. این خطاها تا حدی در مدل  $k-\epsilon$  RNG با لحاظ کردن اثرات ساختار های کوچکتر جریان در لزجت مغشوش بهبود داده شده است.

همچنین مدل  $k-\epsilon$  Realizable نیز دقت بالاتری در مقایسه با مدل Standard  $k-\epsilon$  از خود نشان می دهد که می توان آنرا به وارد کردن اثرات ورتیسیتی در معادله  $\epsilon$  نسبت داد. وارد کردن اثرات ورتیسیتی باعث افزایش دقت روش در پیش بینی جریاناتی با چرخش زیاد و نواحی جدایش می شود.

مدل Spalart-Allmaras با وجود اینکه جریان را در سطح پایین تری نسبت به مدل های  $k-\epsilon$  توصیف می کند اما در بسیاری از موارد دقت بالاتری را نشان می دهد. این دقت بالاتر در حل جریان حول استاتور را می توان به طراحی تخصصی این روش برای کاربردهای آیرودینامیکی نسبت داد. در این روش نیز، وارد کردن اثرات ورتیسیتی به طور مستقیم در مدل باعث افزایش توانایی روش در تقریب لزجت مغشوش در جریان هایی با چرخش زیاد شده است.

در نهایت با توجه به نتایج بدست آمده، به نظر می رسد دو مدل اغتشاشی RSM و SST  $k-\omega$  پاسخ های مناسبتری در این مسئله ارائه می کنند. همچنین مدل اغتشاشی دو معادله ای SST دارای زمان شبیه سازی کمتری نسبت به مدل RSM می باشد که مدلی پنج معادله ای می باشد.

در انتها، جهت مشاهده کیفی الگوی جریان بدست آمده حول پره استاتور، کانتور سرعت جریان در اطراف پره استاتور برای مدل اغتشاشی SST  $k-\omega$  در شکل (۱۳) ارائه شده است. در این شکل ملاحظه می شود که محل نقطه سکون در لبه حمله و همچنین ناحیه گردابی در انتهای لبه فرار به خوبی شبیه سازی شده است.

Stephen B. Pope; Turbulent Flows, 1<sup>st</sup> Edition, [۸]  
Cambridge University Press, 2000

Baldwin, B. S., Lomax, H., "Thin layer [۹]  
approximation and algebraic model for  
separated turbulent flows", AIAA 16<sup>th</sup>  
Aerospace Sciences Meeting, Huntsville, AL,  
January 1978

S. Djouimaa, L. Messaoudi, Paul W. Giel, [۱۰]  
"Transonic turbine blade loading calculations  
using different turbulence models: Effects of  
reflecting and non-reflecting boundary  
conditions", Elsevier journal of Applied  
Thermal Engineering, No. 27, pp. 779-787,  
2007

B. Launder, D. Spalding, "The numerical [۱۱]  
computation of turbulent flows", Comput.  
Meth. Appl. Mech. Eng., pp. 269-289, 1974

F. Menter, "Performance of popular turbulence [۱۲]  
models for attached and separated adverse  
pressure gradient flows", AIAA Journal 30(8),  
pp. 2066-2072, 1992

P. Bradshaw, "Understanding and prediction of [۱۳]  
turbulent flow", International journal of heat  
and fluid flow 18, pp. 45-54, 1997

Shih, W. Liou, A. Shabbir, Z. Yang, J. Zhu, "A [۱۴]  
new k-ε eddy viscosity model for high  
Reynolds number turbulent flows: model  
development and validation, Technical report  
NASA-TM-106721", Institute for  
Computational Mechanics in Propulsion and  
Center for Modeling of Turbulence and  
Transition Lewis Research Center, 1994

F. Menter, "Two-equation eddy-viscosity [۱۵]  
turbulence models for engineering  
applications", AIAA Journal 32(8), pp. 1598-  
1605, 1994

D. Wilcox; Turbulence Modeling for CFD, 2<sup>nd</sup> [۱۶]  
Edition, DCW Industries, 2000

B. Lakshminarayana, "Fluid Dynamic and Heat [۱۷]  
Transfer of Turbomachinery", John Wiley and  
Sons, New York, 1996

D. Lastiwka, "Influence of rotor blade scaling [۱۸]  
on the numerical simulation of a high pressure  
gas turbine" M.A. Thesis, Ottawa-Carleton  
Institute for Mechanical and Aerospace  
Engineering University of Ottawa, Ottawa,  
Ontario, Canada, May 14, 2009

## فهرست علائم (در صورت لزوم)

|                     |   |
|---------------------|---|
| $A$                 | مساحت میدان حل، $\text{mm}^2$                     |
| $C$                 | وتر پره، $\text{mm}$                              |
| $C_a$               | وتر محوری پره، $\text{mm}$                        |
| $C_{ps}$            | ضریب فشار استاتیکی                                |
| $l$                 | فاصله از نقطه سکون بر روی<br>سطح پره، $\text{mm}$ |
| $Q$                 | اندازه سرعت، $\text{m/s}$                         |
| $U_\infty$          | سرعت جریان ورودی، $\text{m/s}$                    |
| $y_m$               | جهت $y$ در شکل (۱)                                |
| <b>علائم یونانی</b> |   |
| $\rho$              | چگالی، $\text{kg/m}^3$                            |

## ۱۱- مراجع

Walsh, P. Fletcher, "Gas turbine performance", [۱]  
2<sup>nd</sup> ed. Fairfield, NJ: Blackwell Science Ltd.  
and ASME Press; 2004 [chapter 1, pp. 1-60,  
chapter 8, pp. 345-366].

M. Mahmoodi, M.R. Ansari, "Numerical [۲]  
investigation of turbine blade trailing edge flow  
ejection effects on mach number distribution of  
gas turbine blade surface: using RNG k-ε  
turbulence model", Mechanical and Aerospace  
Engineering Journal, Vol. 1, No. 2, pp. 47-60,  
2005

K. Takeishi, M. Matsuura, S. Aoki, T. Sato, [۳]  
"An experimental study of heat transfer and  
film cooling on low aspect ratio turbine  
nozzles", Journal of Turbomachinery 112, pp.  
448-496, 1990

S. Burguburu, C. Toussaint, G. Leroy, [۴]  
"Numerical optimization for turbomachinery  
blades aerodynamic design using a gradient  
method coupled with a Navier-Stokes solver",  
ISABE, Vol. 1117, 2001

G. Brereton, T. Shih, "Turbulence modeling in [۵]  
simulation of gas-turbine flow and heat  
transfer", ANNALAS of the New York  
Academy of Sciences journal of Heat Transfer  
in Gas Turbine Systems, Vol. 934, pp. 52-63,  
May 2001

S. Goel, J.I. Cofer, H. Singh, "Turbine airfoil [۶]  
design optimization", ASME paper 96-GT-158,  
1996

S. Y. Cho, E.S. Yoon, B. S. Choi, "A study on [۷]  
an axial-type 2-D turbine blade shape for  
reducing the blade profile loss", KSME  
International Journal, Vol. 16, No.8, pp. 1154-  
1164, 2002

- I. Celik, J. Li, "Assessment of numerical uncertainty for the calculation of turbulent flow over a backward facing step", International Numerical Method in Fluids, No.49, pp. 1015-1031, 2005 [۲۱]
- Ansys (2006), Fluent 6.3 User's Guide, Ansys Inc. [۲۲]
- D. Dunn, Snedden, Von Backstrom, [۱۹]  
"Turbulence model comparisons for a low pressure 1.5 stage test turbine", 19<sup>th</sup> Conference of the International Society for Air Breathing Engines, Montreal, Quebec, Canada, 7-11 September 2009
- S. W. Lee, B. J. Chae, "Effects of squealer rim height on aerodynamic losses downstream of a high-turning turbine rotor blade", Elsevier journal of Experimental Thermal and Fluid Science, doi:10.1016/j.expthermflusci.2008.03.004 [۲۰]

## ۱۲- زیرنویس ها

- <sup>۱</sup> Algebraic models
- <sup>۲</sup> Computational Fluid Dynamic
- <sup>۳</sup> Leading edge
- <sup>۴</sup> Trailing edge
- <sup>۵</sup> Adverse pressure gradient
- <sup>۶</sup> Secondary Flow
- <sup>۷</sup> Hybrid
- <sup>۸</sup> Structured mesh
- <sup>۹</sup> Unstructured mesh
- <sup>۱۰</sup> Finite Volume method
- <sup>۱۱</sup> Turbulent intensity
- <sup>۱۲</sup> Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations
- <sup>۱۳</sup> Implicit
- <sup>۱۴</sup> Second-order Upwind Scheme
- <sup>۱۵</sup> Semi-Implicit Pressure Linked Equations-Consistent
- <sup>۱۶</sup> Turbulent Length Scale
- <sup>۱۷</sup> Stagnation point