



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

دوره چهل و هفت، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۸۱ تا ۹۰
Vol. 47, No. 1, Summer 2015, pp. 81-90



نشریه علمی - پژوهشی امیرکبیر (مهندسی مکانیک)
Amirkabir Journal of Science & Research (Mechanical Engineering)
(AJSR - ME)

مطالعه عددی اثرات گرمای ژول بر جریان الکترواستمیتیک درون یک ریزمجرا با سطح مقطع مثلثی

محمد مهدی افسری^{۱*}، سید علی میربزرگی^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

۲- استادیار گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

(دریافت ۱۳۹۰/۱۰/۲۴، پذیرش ۱۳۹۴/۴/۲۲)

چکیده

در مقاله حاضر اثرات گرمای ژول بر جریان الکترواستمیتیک درون یک ریزمجرا با سطح مقطع مثلثی شکل و دیواره دما ثابت به روش عددی بررسی شده است. معادله انرژی برای توزیع دما، معادله ناویر استوکس برای توزیع سرعت و یک معادله پواسون برای توزیع پتانسیل الکتریکی به روش حجم محدود در مختصات عمومی حل شده‌اند. در عین حال خواص ترموفیزیکی سیال نظیر لزجت دینامیکی و رسانندگی الکتریکی تابع تغییرات دما در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش عدد ژول موجب افزایش دما، سرعت و دبی در عدد ای‌دی‌ال ثابت می‌شود. در یک عدد ژول ثابت، افزایش عدد ای‌دی‌ال موجب افزایش دبی می‌شود. با افزایش زاویه بین ساق‌ها و قاعده در یک عدد ژول معین، دمای میانگین و سرعت میانگین کاهش می‌یابند.

کلمات کلیدی

جریان الکترواستمیتیک، گرمای ژول، ریزمجرای مثلثی شکل، دیواره دما ثابت.

* نویسنده مسئول و عهده دار مکاتبات Email: MMAfsari@yahoo.com

۱- مقدمه

اعمالی می باشد.

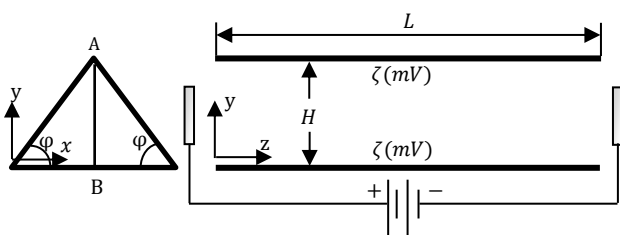
از سوی دیگر مروری بر مقالات مختلف نشان می دهد اگرچه مطالعات زیادی روی ریزمجراهای با مقاطع مختلف انجام شده است [۱۳-۱۷] اما تاکنون اثرات گرمای ژول بر جریان الکترواستمیتیک درون ریزمجرای مثلثی با تغییرات زاویه مقطع بررسی نشده است، بنابراین در مقاله حاضر این اثرات مورد مطالعه قرار گرفته است. حل تحلیلی جریان های الکترواستمیتیک درون ریزمجراهای مثلثی شکل بسیار مشکل است. برای اینگونه جریان ها معادلات ناویراستوکس برای جریان محلول الکترولیت قویاً با معادله انرژی و معادله حاکم بر پتانسیل الکتریکی وابسته می باشد. در این مقاله این معادلات با استفاده از روش حجم محدود در مختصات عمومی مقطع حل شده اند.

۲- مدل ریاضی

شکل ۱ حوزه هندسی یک ریزمجرای مثلثی شکل را با مختصات کارتزین نصب شده در یکی از رئوس مقطع نشان می دهد. ارتفاع ریزمجرا ثابت فرض شده است، از این رو با معین شدن زاویه φ ، هندسه ای یکتا مشخص می شود. طول ریزمجرا در جهت جریان به قدر کافی بزرگ است به طوری که جریان در طول کانال توسعه یافته ی هیدرودینامیکی می باشد. در کار حاضر فرضیات پایدار، آرام و غیر قابل تراکم بودن جریان در نظر گرفته شده اند بنابراین معادله حاکم بر جریان به صورت زیر می باشد.

که در آن μ لزجت دینامیکی، w مولفه سرعت سیال در جهت Z و f_z نیروی حجمی الکترواستمیتیک ناشی از اثرات الکتروکینتیک بر جریان الکترولیت می باشد و برابر است با:

$$f_z = \rho_e E \quad (2)$$



شکل (۱): هندسه جریان و مختصات در نظر گرفته شده

در رابطه (۲)، ρ_e چگالی خالص بار الکتریکی و E مولفه میدان الکتریکی خارجی در جهت Z می باشد. رابطه چگالی بار خالص الکتریکی با پتانسیل الکتریکی $\psi(x, y)$ در ناحیه ای دیال

$$\nabla^2 \psi = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0 \epsilon} \quad (3)$$

براساس یک معادله پواسون به صورت زیر بیان می شود:

ریزیسیالها^۱ با توجه به کاربردهایی که در علوم پزشکی، بیولوژیکی و شیمی تحلیلی دارند یکی از شاخه های رو به گسترش سیستم های ریزالکترومکانیکی^۲ می باشند [۱-۳]. یکی از اجزای اساسی اینگونه سیستم ها، ریزمجرا می باشد. عموماً مجراهایی با ابعاد یا قطرهایی حدود میکرو، ریزمجرا نامیده می شود که معمولاً نسبت سطح به حجم آن ها زیاد است، لذا برخی از فرایندهای فیزیکی که در مجراهای بزرگ مهم نمی باشند، در این ریزمجراها پدیده غالب خواهند بود. یکی از چنین فرایندها که به بارهای الکترواستاتیکی موجود در دیواره ها وابسته است، جریان های الکترواستمیتیک^۴ می باشد [۴].

به طور کلی نشان داده شده است که جریان های الکترواستمیتیک به وسیله اعمال میدان الکتریکی خارجی بر لایه بارداری که توسط برهم کنش میان یون های موجود در محلول الکترولیت و بارهای ساکن روی دیواره ها شکل گرفته، ایجاد می شود. این لایه به همراه لایه بردار روی دیواره اصطلاحاً لایه دوگانه الکتریکی (ای دی ال)^۵ نامیده می شود [۵].

از طرف دیگر در اثر اعمال میدان الکتریکی خارجی بر یون های باردار، گرمایی موسوم به گرمای ژولدر سیال تولید می گردد. اثرات حرارتی این پدیده می تواند روی خواص ترموفیزیکی سیال موثر باشد به ویژه در حین انجام فعالیت های بیوشیمیایی این حرارت منشأ قابل توجهی می باشد [۶].

مطالعات اولیه روی جریان الکترواستمیتیک توسط رایس و وایت هد [۷] انجام شده است. آن ها جریان پایدار سیال درون لوله استوانه ای موئین را بررسی نموده اند. همچنین برگین و ناکاکه [۸] جریان الکترواستمیتیک درون ریزمجرای موئین با سطح مقطع مستطیلی را به صورت تحلیلی مدل کرده اند. هوریوچی و دوتا [۹] توزیع دما، ضریب انتقال حرارت و عدد ناسلت یک جریان الکترواستمیتیک درون ریزمجرای تخت را به صورت دوبعدی ارائه نموده اند. لیاو و همکاران [۱۰، ۱۱] با استفاده از روش گالرکین جریان های آمیخته الکترواستمیتیک و فشارمحرک را در ریزمجراهای مثلثی شکل مطالعه نموده اند.

آن ها نشان دادند که افزایش عدد ژول موجب افزایش میدان سرعت و میدان دما محلول الکترولیت در ریزمجراهای مثلثی شکل می شود. پراشاننا دوتا و همکاران [۱۲] جریان های آمیخته الکترواستمیتیک و فشارمحرک در یک ریزمجرای مستقیم دوبعدی را حل نموده اند و نشان دادند عدد ناسلت این جریان مستقل از عدد پکلت حرارتی برای یک گرمای ژول مشخص و شار حرارتی

باشد که در آن U_{ref} سرعت هلمهلتز-اسمولوکفسکی^۷ و برابر $U_{ref} = -\frac{\varepsilon \varepsilon_0 E}{\mu_0}$ است. $\Psi = \psi/\zeta$ و $\theta = \frac{T-T_0}{T_0}$ به ترتیب پتانسیل الکتریکی بی‌بعد و دمای بی‌بعد و $\beta = \frac{H}{L}$ نسبت ارتفاع به طول ریزمجرا می‌باشد.

در این پژوهش لزجت دینامیکی و رسانندگی الکتریکی به ترتیب با روابط $\mu = 2.761 * 10^{-6} \exp\left(\frac{1713}{T}\right)$ و $\sigma = \sigma_0(1 + 0.025(T - T_0))$ [۱۸، ۱۹] وابسته به دما تعریف شده‌اند که در آن $T_0 = 298 K$ دمای مرجع، T بر حسب کلوین و $\sigma_0 = 0.1264 (\Omega^{-1}m^{-1})$ می‌باشند.

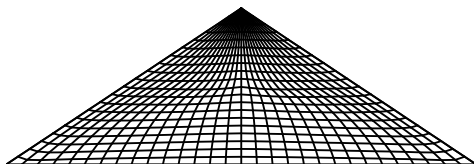
در رابطه با معادله انرژی (۱۰) باید گفت که با توجه به فرض $\frac{H}{L} \ll 1$ و $Pe \in (1-10)$ جملات مربوط به تغییرات دما در راستای جریان قابل نظر کردن بوده و حذف شده‌اند، علی‌رغم اینکه جریان فرض‌های توسعه‌یافتگی حرارت را نداشته است. بنابراین معادله انرژی به صورت زیر ساده می‌شود.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + J_u(1 + \xi\theta) = 0 \quad (11)$$

که در آن پارامتر بی‌بعد $J_u = \sigma_0 D_h^2 E^2 / k T_0$ عدد ژول نامیده شده و بیان‌کننده نسبت حرارت تولیدی ناشی از گرمای ژول به حرارت ناشی از پخش یا هدایت می‌باشد و $\xi = 0.025 T_0$ ضریب بی‌بعد دمایی رسانندگی الکتریکی می‌باشد.

با توجه به شکل معادلات حاکم در شرایط مسئله و یکسان بودن مشخصات دینامیکی جریان در راستای جریان می‌توان سه معادله کاملاً وابسته بهم را در قالب معادله پواسون به روش حجم محدود در مختصات عمومی هر مقطع حل نمود و صرفاً نتایج مربوط به یک سطح مقطع دلخواه را به عنوان نماینده تمام مقاطع استخراج و گزارش نمود.

در مقاله حاضر، از شبکه بندی غیرمتعامد تولید شده به روش جبری استفاده شده است. در شکل ۲ یک شبکه درشت نشان داده شده است.



شکل (۲): نمونه شبکه تولید شده به روش جبری

$$\rho_e = 2n_{\infty} z e \sinh\left(\frac{-\psi}{k_b T / z e}\right) \quad (4)$$

که ε_0 و ε به ترتیب ثابت گذردهی خلأ و ثابت گذردهی محلول الکترولیت می‌باشند. در حالت توسعه‌یافته یونی توزیع ρ_e توسط توزیعی نمایی موسوم به توزیع بولتزمن بیان می‌شود. که n_{∞} ، k_B ، z ، e به ترتیب غلظت توده‌ای یون‌ها در محلول الکترولیت، عدد والانس یون‌ها، ثابت بولتزمن و بار الکترون می‌باشند.

در صورتی که پتانسیل الکتریکی بسیار کوچکتر از انرژی گرمایی یون‌ها باشد ($z e \ll k_B T$) رابطه (۴) با استفاده از تقریب دیبای-هوکل^۶ به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\rho_e = -\frac{2n_{\infty} z^2 e^2 \psi}{k_b T} \quad (5)$$

معادلات (۱) و (۳) به دما وابسته‌اند از این رو برای حل این معادلات ابتدا لازم است توزیع دمای محلول به دست آید. به وضوح مشخص است که دمای محلول به گرمای ژول و انتقال حرارت در جریان الکترواستاتیکی وابسته است. در این حالت معادله انرژی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\rho c_p w \frac{\partial T}{\partial z} = k(\nabla^2 T) + \dot{q} \quad (6)$$

که در آن چگالی سیال، c_p گرمای ویژه سیال، k رسانندگی حرارتی و \dot{q} منبع حرارتی ناشی از مقاومت الکتریکی الکترولیت در برابر میدان الکتریکی خارجی می‌باشد و اصطلاحاً به آن گرمای ژول گفته می‌شود. گرمای ژول بر اساس قانون اهم از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\dot{q} = \sigma E^2 \quad (7)$$

که در رابطه (۷)، σ رسانندگی الکتریکی سیال می‌باشد. فرم بی‌بعد معادلات حاکم به صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\kappa^2 \Psi}{\eta(\theta + 1)} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} - \frac{\kappa^2 \Psi}{\theta + 1} = 0 \quad (9)$$

$$Pe \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} + \frac{D_h^2 E^2 \sigma}{k T_0} \quad (10)$$

که در این روابط $\kappa = KH$ پارامتر ضخامت ای‌دی‌ال، $K = \sqrt{\frac{2n_{\infty} z^2 e^2}{\varepsilon \varepsilon_0 k_b T_0}}$ و $\eta = \mu / \mu_0$ لزجت دینامیکی بی‌بعد و پارامتر دیبای-هوکل که معرف عکس ضخامت ای‌دی‌ال می‌باشد. همچنین $Z = z/L$ ، $Y = y/H$ ، $X = x/H$ مختصات کارتزین بی‌بعد و $W = w/U_{ref}$ سرعت بی‌بعد می‌-

۳- شرایط مرزی

با توجه به فرض توسعه یافتگی هیدرودینامیکی و یونی در معادلات (۸) و (۹)، نیازی به شرایط مرزی در ورودی و خروجی نیست. روی دیواره‌ها شرط عدم لغزش در نظر گرفته شده است. دیواره‌ها دما ثابت و پتانسیل الکتریکی دیواره‌ها ثابت و به اندازه $\zeta(V)$ می‌باشد. بنابراین شرایط مرزی به قرار زیر می‌باشند.

$$w = 0; T = T_0; \psi = \zeta \quad (12)$$

۴- نتایج

در مطالعه حاضر، سیال عامل یک الکترولیت با یون‌های K^+ و Cl^- است. خواص ترموفیزیکی و ثابت‌های مورد استفاده در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول (۱): مقادیر خواص و ثابت‌های مورد استفاده در پژوهش حاضر

مقادیر مورد استفاده [واحد]	پارامتر
$10 [\mu m]$	ارتفاع ریزمجره (H)
$5 \sim 100 [mV]$	زتا پتانسیل (ζ)
$1/06 \times 10^{-16} [C]$	بار الکتریکی واحد (e)
$1/38 \times 10^{-23} [J/K]$	ثابت بولتزمن (k_B)
۸۰	ثابت گذردهی (ϵ)
$8/854 \times 10^{-12} [C/V.m]$	گذردهی الکتریکی خلا (ϵ_0)
۱	عدد والانس (z)
$1 \times 10^{-3} [Pa.s]$	لزجت دینامیکی (μ_0)
$1 \times 10^3 [kg/m^3]$	چگالی (ρ)

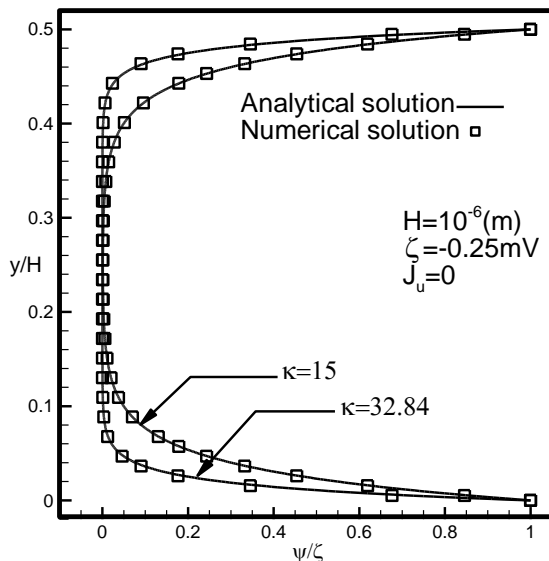
اعتبارسنجی کد نوشته شده با مقایسه نتایج حل عددی جریان الکترواستمیک بین دو صفحه موازی و حل تحلیلی موجود بررسی و دقت نتایج تا مرتبه 10^{-14} گزارش شده است. معادلات ۱۳ و ۱۴ حل تحلیلی موجود برای توزیع سرعت و پتانسیل الکتریکی را نشان می‌دهند [۴].

$$\frac{\psi}{\zeta} = \frac{\cosh(\kappa(y/H - 1/2))}{\cosh(\kappa)} \quad (13)$$

$$\frac{w}{U_{ref}} = 1 - \frac{\cosh(\kappa(y/H - 1/2))}{\cosh(\kappa)} \quad (14)$$

شکل ۳ و ۴ تطبیق مناسب نتایج تحلیلی و عددی مربوط به توزیع پتانسیل الکتریکی و توزیع سرعت جریان الکترواستمیک بین دو صفحه موازی را نشان می‌دهد. نکته‌ای که در اینجا باید بیان شود آنست که همواره میدان الکتریکی اعمالی در جریان الکترواستمیک موجب پدید آمدن گرمای ژول می‌شود اما از آنجا

که این حرارت تولیدی در میدان‌های الکتریکی کوچک ناچیز است، می‌توان از آن

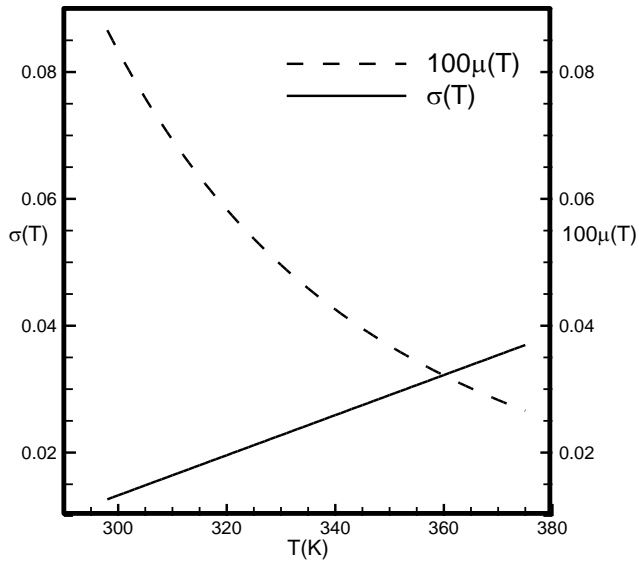


شکل (۳): توزیع پتانسیل الکتریکی در راستای خط AB برای جریان الکترواستمیک بین دو صفحه موازی با $\zeta = -25 mV$.

$$\kappa = 32/84 \text{ و } \kappa = 15$$

آن صرف نظر نمود و تأثیرات دما را در معادله ممنوم و معادله حاکم بر پتانسیل الکتریکی در نظر نگرفت. در اینجا عبارت $J_u = 0$ معادل در نظر نگرفتن این اثرات حرارتی می‌باشد.

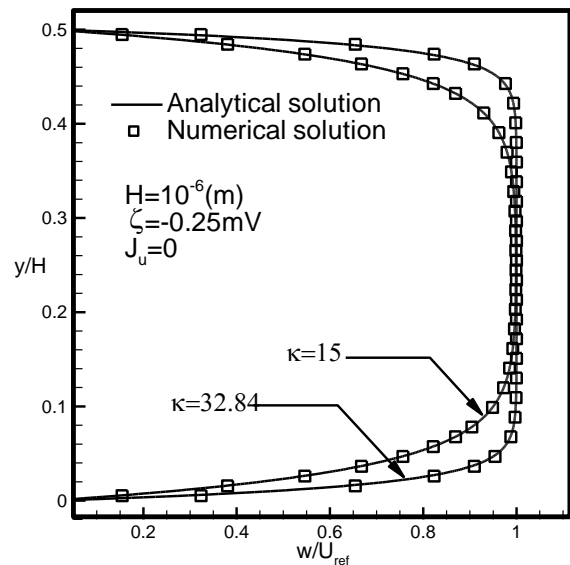
شکل ۵ تغییرات لزجت دینامیکی و رسانندگی الکتریکی سیال (الکترولیت) را با دما نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود افزایش دما موجب کاهش نمایی لزجت و افزایش خطی رسانندگی الکتریکی شده است. کاهش لزجت با افزایش دما امری بدیهی است و افزایش رسانندگی الکتریکی به دلیل حرکت آسانتر یون‌ها در الکترولیت گرمتر توجیه‌پذیر است. کاهش لزجت یکی از عوامل افزایش سرعت در ریزمجره می‌باشد و افزایش رسانندگی الکتریکی، افزایش تولید گرمای ژول را در پی دارد.



شکل (۵): تغییرات لزجت دینامیکی و رسانندگی الکتریکی بر حسب تغییرات دما

مثلی در حالت بدون اثرات گرمای ژول $J_u = 0$ مطابق شکل ۵ ، $1/15$ شده است. جالب است که در این حالت چنانچه E افزایش یابد، در معادله ممنوم اگرچه سرعت جریان بیشتر خواهد شد اما توزیع بی بعد سرعت همواره ثابت خواهد بود.

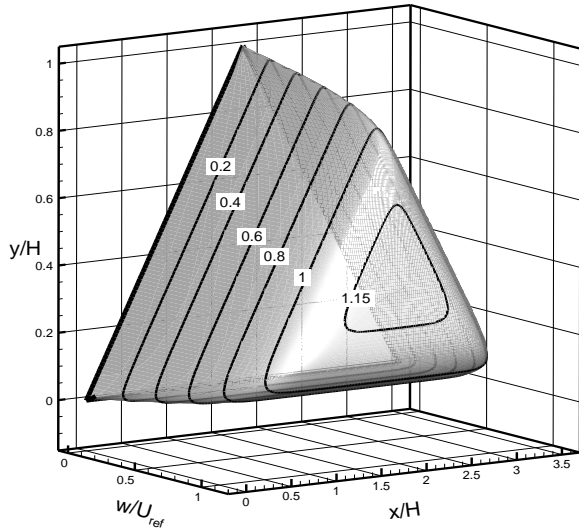
شکل ۸ توزیع سرعت در ریزمجرای مثلثی شکل را با در نظر گرفتن اثرات گرمای ژول نشان می دهد. در نظر گرفتن این اثرات موجب افزایش سرعت نسبت به حالت بدون این اثرات شده است. در نظر گرفتن اثرات گرمای مطابق شکل ۹ موجب افزایش دمای سیال شده است. خطوط همتراز دما نشان می دهد که با دور شدن از دیواره ها دما افزایش می یابد و بیشینه دما در ناحیه مرکزی ریزمجرا رخ داده است. با توجه به اثر مستقیم دما در معادله ممنوم و لزجت دینامیکی، این افزایش دما موجب می شود سرعت بی بعد نسبت به حالت بدون اثرات گرمای ژول افزایش یابد.



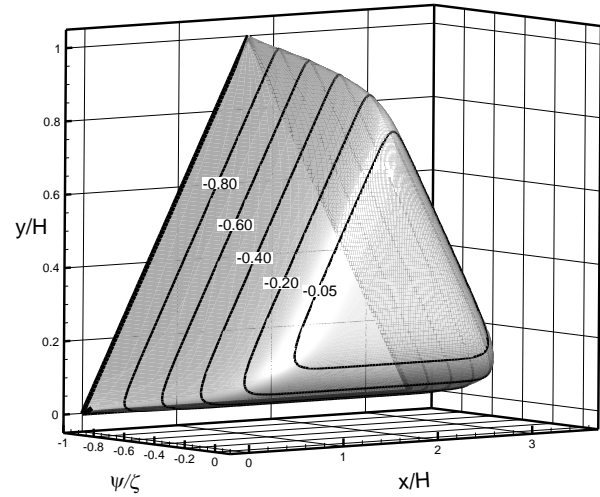
شکل (۴): توزیع سرعت در راستای خط AB برای جریان الکترواستمیتیک بین دو صفحه موازی با $\zeta = -25 \text{ mV}$ و $\kappa = 15$ و $\kappa = 32.84$

شکل ۶ توزیع پتانسیل الکتریکی در ریزمجرای مثلثی شکل را بدون لحاظ اثرات گرمای ژول نشان می دهد. مشاهده می شود خطوط هم تراز در ناحیه مرکزی مقطع مثلثی کاملاً تخت می باشد. پتانسیل الکتریکی در ناحیه مرکزی ریزمجرا به صفر میل می کند حال آنکه کنار دیواره ها مقدار بی بعد -1 را دارد.

شکل ۷ توزیع سرعت در ریزمجرای مثلثی شکل را بدون لحاظ اثرات گرمای ژول نشان می دهد. خطوط هم تراز در ناحیه مرکزی مقطع مثلثی کاملاً تخت هستند و سرعت در این ناحیه بیشینه مقدار خود را دارا می باشد. تختگون بودن خطوط هم تراز سرعت نشان می دهد که در ناحیه مرکزی ریزمجرا تقریباً یک جریان غیرلزج در جریان است. در اینجا سرعت ها با سرعت هلمهلتز-اسمولوکفسکی بی بعد شده اند و این در حالی است که این سرعت، بیشینه سرعت جریان الکترواستمیتیک بین دو صفحه موازی است بنابراین بیشینه سرعت بی بعد شده در ریزمجرای

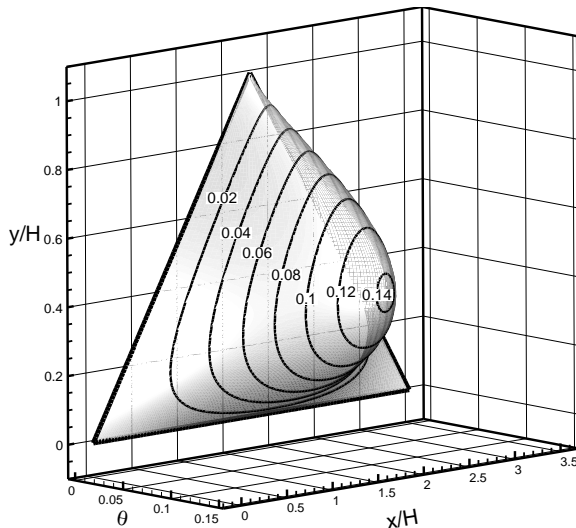


شکل (۷): توزیع سرعت با $\kappa = 20$, $J_u = 0$ و $\varphi = 30$

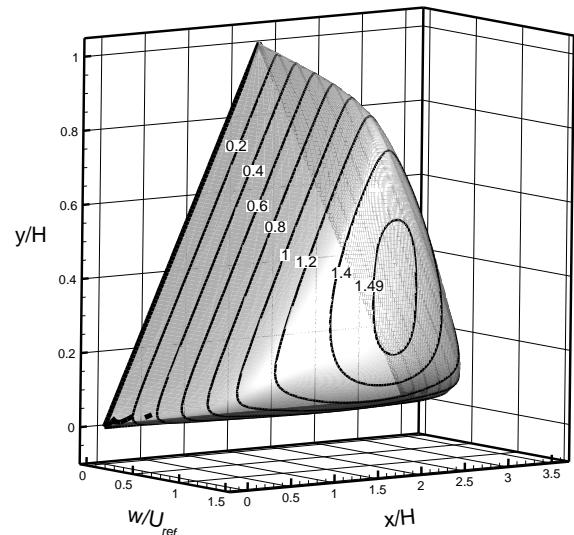


شکل (۶): توزیع پتانسیل الکتریکی با $\kappa = 20$, $\zeta = -25mV$ و $J_u = 0$

$$\varphi = 30 \text{ و } J_u = 0$$



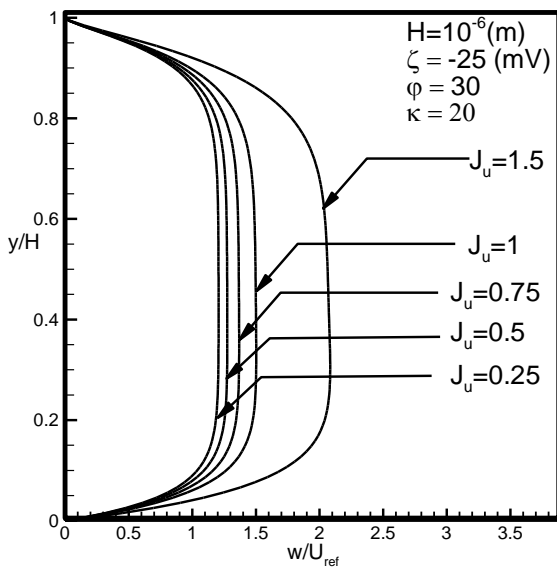
شکل (۹): توزیع دما با $\kappa = 20$, $J_u = 1$ و $\varphi = 30$



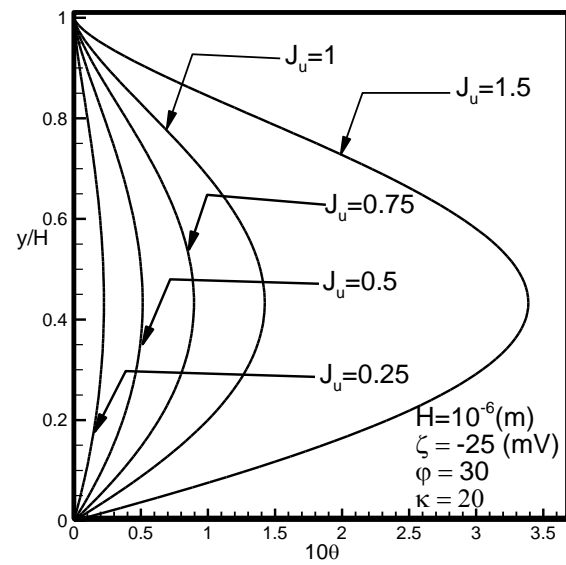
شکل (۸): توزیع سرعت با $\kappa = 20$, $J_u = 1$ و $\varphi = 30$

می‌تواند از طریق افزایش نیروی حجمی یا کاهش لزجت صورت پذیرد. مطابق شکل ۱۲ توزیع پتانسیل الکتریکی که یکی از عوامل اصلی در تولید نیروی حجمی الکترواستاتیک می‌باشد با افزایش دما تغییرات ناچیزی داشته است و نباید موجب این تغییرات شدید سرعت شده باشد. آنچه که موجب این تغییرات شده است لزجت دینامیکی سیال بوده است که عاملی مقاوم در برابر حرکت سیال می‌باشد و با افزایش دما کاهش یافته است.

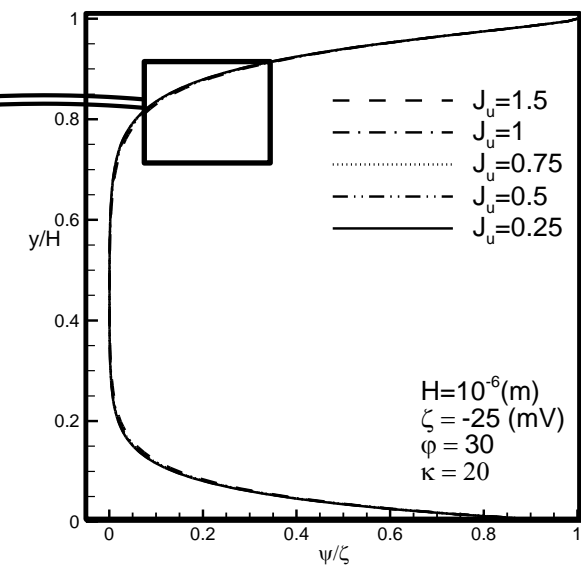
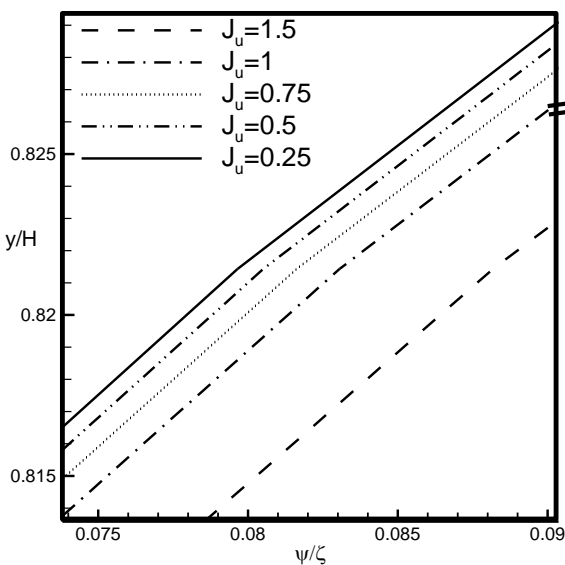
شکل ۱۰ و ۱۱ به ترتیب، توزیع دما و توزیع سرعت در راستای خط AB از مقطع ریزمجرا را (رجوع شود به شکل ۱) بر حسب تغییرات عدد ژول در $\kappa = 20$ و $\varphi = 30$ نشان می‌دهند. مطابق شکل ۸ افزایش عدد ژول تأثیر بسیار زیادی در افزایش دما دارد به گونه‌ای که بیشینه دمای بی‌بعد در حالت $J_u = 1/5$ حدود 0.3 می‌باشد، بدان معنا که دمای مرکز ریزمجرا $1/4$ برابر دمای دیواره‌ها یعنی دمای مرجع شده است. لازم به ذکر است که این افزایش دما بر اساس تعریف عدد ژول از طریق افزایش میدان الکتریکی E صورت پذیرفته است و با توجه به معادله انرژی، افزایش E در جمله چشمه موجب افزایش دما گردیده است. مطابق شکل ۹ توزیع سرعت با افزایش دما، افزایش بسیار زیادی پیدا کرده است. افزایش سرعت با توجه به معادله ممنوم



شکل (۱۱): توزیع سرعت در راستای خط AB بر حسب تغییرات عدد ژول در $\phi = 30$ و $\kappa = 20$



شکل (۱۰): توزیع دما در راستای خط AB بر حسب تغییرات عدد ژول در $\phi = 30$ و $\kappa = 20$



شکل (۱۲): الف) توزیع پتانسیل الکتریکی در راستای خط AB بر حسب تغییرات عدد ژول در $\phi = 30$ و $\kappa = 20$ و ب) بزرگنمایی شده ناحیه مشخص شده در شکل الف

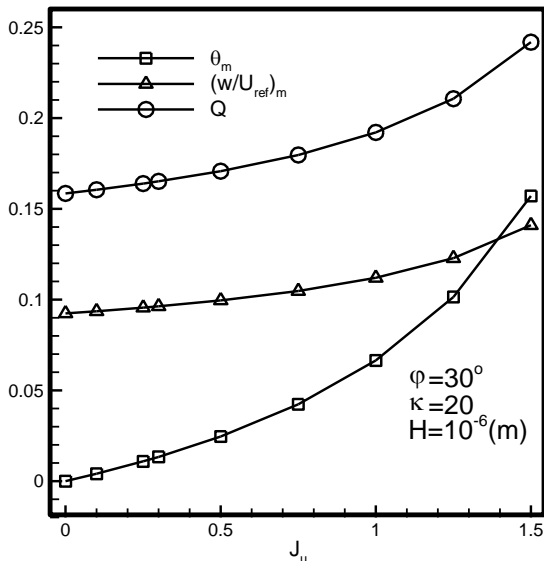
افزایش دما موجب کاهش شدید لزجت شده است و این کاهش، افزایش سرعت میانگین را نتیجه می‌دهد. در یک سطح مقطع ثابت، افزایش سرعت میانگین، به معنای افزایش دبی خواهد بود. علت تفاوت میزان تغییرات متغیر دمای میانگین با سرعت میانگین و دبی در ماهیت معادله انرژی می‌باشد. این معادله مستقل از معادله ممنتوم می‌باشد و این در حالی است که معادله ممنتوم به دما وابسته است بدین منظور میزان تغییرات دما و سرعت با افزایش عدد ژول متفاوت است اما از آنجا که سطح

شکل ۱۳ تغییرات دمای میانگین، سرعت میانگین و دبی را با دما در $\kappa = 20$ و $\phi = 30$ نشان می‌دهد. دمای میانگین از رابطه $\theta_m = \frac{\int u(x,y)\theta(x,y)dA}{\int u(x,y)dA}$ محاسبه شده است. مشاهده می‌شود که نرخ تغییرات سرعت میانگین و دبی تقریباً برابر است اما دمای میانگین با نرخ بیشتری افزایش یافته است. طبق معادله انرژی افزایش عدد ژول به معنای افزایش مقدار جمله چشمه می‌باشد و بدین ترتیب دما در ریزمجرای افزایش داشته است.

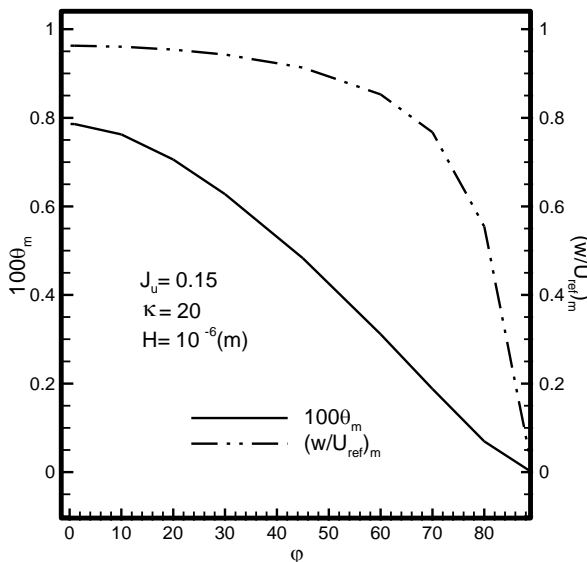
مقطع ثابت و سیال عامل تراکم‌ناپذیر است طبق تعریف دبی حجمی تغییرات سرعت و دبی با ضریبی ثابت به هم وابسته‌اند بنابراین میزان تغییرات آنها با افزایش عدد ژول یکسان است شکل ۱۲ تغییرات دمای میانگین و سرعت میانگین در $\kappa = 20$ و $J_u = 0.15$ را با زاویه φ نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت منظری دمای میانگین و سرعت میانگین کاهش می‌یابد. میزان حرارت تولیدی ناشی از گرمای ژول درون ریزمجرا برابر $\dot{q} = LA\sigma E^2$ است. این حرارت تولیدی از طریق جابجایی طبق رابطه $\dot{q} = hS(T_{ave} - T_{wall})$ از سطح جانبی ریزمجرا خارج شود. که در این روابط A سطح مقطع و S سطح جانبی ریزمجرا می‌باشند. دمای میانگین از برابری این دو مقدار به صورت $T_{ave} = T_{wall} + \frac{LA(\sigma E^2)}{hS}$ حاصل می‌شود. از آنجا که دمای دیواره‌ها T_{wall} و مقدار $\frac{L(\sigma E^2)}{h}$ ثابت است بنابراین مقدار دمای میانگین با نسبت سطح مقطع به سطح جانبی ریزمجرا $\frac{A}{S}$ متناسب است. از سوی دیگر مقدار $\frac{A}{S}$ از رابطه زیر بدست می‌آید:

طبق رابطه (۱۵) با توجه به ثابت بودن ارتفاع ریزمجرا H با افزایش نسبت منظری، مقدار $\frac{A}{S}$ کاهش می‌یابد و در نتیجه دمای میانگین مقطع کاهش خواهد یافت. کاهش دمای میانگین موجب افزایش لزجت دینامیکی و کاهش چگالی خالص بار الکتریکی به عنوان یک عامل تولید نیروی حجمی می‌شود و در نتیجه سرعت سیال کاهش می‌یابد.

شکل ۱۳ تغییرات دبی حجمی با عدد ای‌دی‌ال را در $\varphi = 30^\circ$ و دو عدد ژول ثابت نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش عدد ای‌دی‌ال در $J_u = 0$ دبی جریان افزایش یافته است. افزایش عدد ای‌دی‌ال در یک سطح مقطع ثابت ناشی از کاهش ضخامت ای‌دی‌ال می‌باشد. هرچه ضخامت ای‌دی‌ال کاهش یابد نیروی حجمی وارد بر الکترولیت افزایش می‌یابد و مطابق شکل ۱۶ اگرچه که بیشینه سرعت ثابت است اما توزیع سرعت افزایش یافته است. از آنجا که سطح مقطع ثابت است، افزایش سرعت سیال به معنای افزایش دبی خواهد بود. افزایش عدد ژول از ۰ به ۱ موجب می‌شود دمای سیال افزایش یابد و در نتیجه این افزایش دما، لزجت نسبت به حالت در نظر نگرفتن اثرات حرارتی ($J_u = 0$) به ویژه در ناحیه مرکزی ریزمجرا که افزایش دما بیشتر است، کاهش یابد. طبق معادله ممنوم، عامل حرکت



شکل (۱۲): تغییرات دبی، دمای میانگین و سرعت میانگین بر حسب تغییرات عدد ژول در $\kappa = 20$ و $\varphi = 30^\circ$



شکل (۱۴): تغییرات دمای میانگین، سرعت میانگین و سطح مقطع با تغییرات زاویه φ

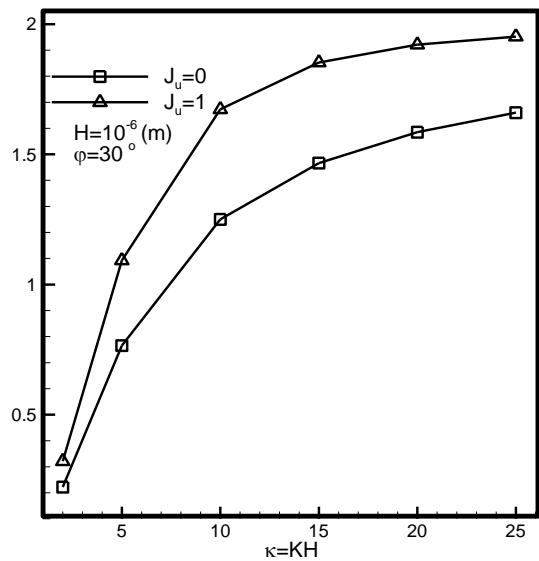
لزجت و در نتیجه افزایش سرعت و دبی در یک زاویه و عدد ای-دی ال ثابت می‌شود در حالی که اثر ناچیزی بر توزیع پتانسیل الکتریکی یا به عبارت بهتر بر نیروی حجمی دارد. افزایش زاویه بین ساق‌ها و قاعده مقطع در یک عدد ای-دی ال ثابت، موجب کاهش دمای میانگین و سرعت میانگین می‌شود. همچنین افزایش عدد ای-دی ال، افزایش دبی را در یک سطح مقطع ثابت در پی دارد.

۶- فهرست علائم

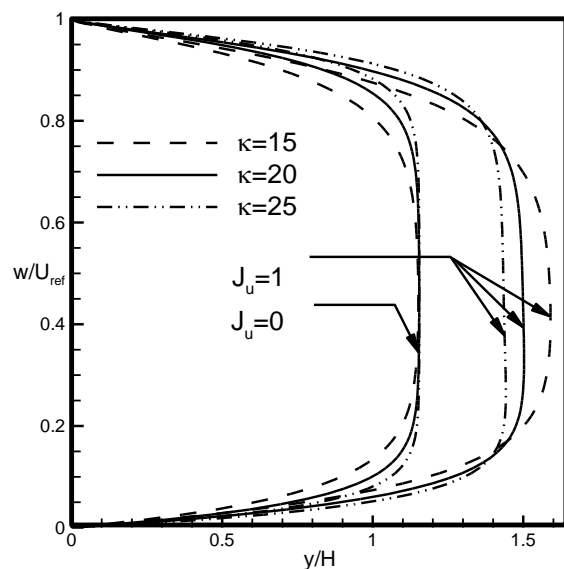
z	عدد والانس یونها
e	بار الکترون $[C]$
E	شدت میدان الکتریکی اعمالی $[V/m]$
f_z	نیروی حجمی $[N/m^3]$
J_u	عدد ژول
k	رسانندگی حرارتی سیال $[W/m.K]$
k_b	ثابت بولتزمن $[J/K]$
n_0	غلظتیونی محلول $[ions/m^3]$
K	پارامتر دبیای - هوکل
Q	دبی حجمی بی‌بعد
\dot{q}	منبع حرارتی $[W/m^3]$
T	دما $[K]$
U_{ref}	سرعت هلموهلتز - اسمولو کفسکی $[m/s]$
H	ارتفاع ریزمجرا
w, W	سرعت بی‌بعد و بعددار
x, y, z	مختصات کارتزین $[K]$
X, Y, Z	مختصات کارتزین بی‌بعد

علائم یونانی

σ, σ_0	رسانندگی الکتریکی $[1/\Omega m]$
β	نسبت طول ریزمجرا به قطر هیدرولیکی آن
μ	ضریب لزجت دینامیکی $[Pa.s]$
ρ	چگالی سیال $[kg/m^3]$
θ	دمای بی‌بعد
ε	ثابت دی‌الکتریک محلول الکترولیت
ε_0	ضریب گذردهی خلأ $[C/v.m]$
ζ	پتانسیل زتا $[V]$
ξ	ضریب بی‌بعد دمایی رسانندگی الکتریکی
ρ_e	چگالی خالص بار الکتریکی $[C/m^3]$
ψ, Ψ	پتانسیل الکتریکی بی‌بعد و با بعد
κ	عدد ای-دی ال $[1/m]$



شکل (۱۵): تغییرات دبی بر حسب عدد ای-دی ال در $\phi = 30^\circ$



شکل (۱۶): توزیع سرعت در راستای خط AB بر حسب تغییرات عدد ای-دی ال در $\phi = 30^\circ$

۵- نتیجه گیری

در این مقاله اثرات گرمای ژول در جریان الکترواستاتیک درون یک ریزمجرای مثلثی شکل بررسی شد. نتایج نشان داد که در نظر گرفتن اثرات ژول موجب تولید حرارت می‌شود و این تولید حرارت افزایش دما را در پی دارد. افزایش دما خواص ترموفیزیکی سیال را تحت تاثیر قرار می‌دهد به گونه‌ای که لزجت نمایی کاهش یافته درحالی که رسانندگی الکتریکی خطی افزایش می‌یابد. افزایش عدد ژول موجب افزایش دما، کاهش

۷- مراجع

- Q.Liao, X. Zhu, T.Y. Wen, "Numerical investigation of electro-osmotic flows in triangle microchannels", *J. Applied Thermal Engineering*, No, 28, pp 1463-1470, 2007. [۱۱]
- Prashata Dutta, Keisuke Horiuchi, Akram Hossain, "Joule-heating effects in mixed electro-osmotic and d pressure-driven microflows under constant wall heat flux", *J. Engineering Mathematics*, No, 54, pp 159-180, 2005. [۱۲]
- J.T. Dickey, T.T. Lam, "Heat transfer in triangular microchannels", *Adv. Electron. Packag*, No. 2 ,pp. 303-307, 2003. [۱۳]
- P. Talukdar, M. Shah, "Analysis of Laminar Mixed Convective Heat Transfer in Horizontal Triangular Ducts", *Numer. Heat Transfer A: Appl*, No. 54, pp 1148-1168, 2008. [۱۴]
- M. Renksizbulut, H. Niazmand, "Laminar flow and heat transfer in the entrance region of trapezoidal channels with constant wall temperature", *J. Heat Transfer*, No. 128, pp. 63-74, 2006. [۱۵]
- H. Niazmand, M. Renksizbulut, E. Saedi, "Developing slip-flow and heattransfer in trapezoidal microchannels", *Int. J. Heat Mass Transf*, No, 51, pp. 6126-613, 2008. [۱۶]
- R. Sadasivam, R.M. Manglik, M.A. Jog, "Fully developed forced convection through trapezoidal and hexagonal ducts", *Int. J. Heat Mass Transfer* , No, 42, pp. 4321-4331, 1999. [۱۷]
- Z.L. Guo, T.S. Zhao, Y. Shi, "A lattice Boltzmann algorithm for electro-osmotic flows in microfluidic devices", *J. Chem. Phys* , Vol. 122, pp. 144907-1-144907-10 [۱۸]
- T.S. Zhao, Q. Liao, "Thermal effects on electro-osmotic pumping of liquids in microchannels", *J. Micromech.Microeng*, No. 12, pp. 962-970, 2002. [۱۹]
- J.P. Kutter, "Current developments in electrophoretic and chromatographic separation methods on microfabricated devices", *Trac-Trends in Analyt.Chem.*, No, 19, pp. 352-363, 2000. [۱]
- J. Yang, C.W. Li and M.S. Yang, "Lab-on-a-chip (microfluidics) technology", *ActaBioch. Biop.Sin*, No, 34, pp. 117-123, 2002. [۲]
- E. Verpoorte, "Microfluidic chips for clinical and forensic analysis", *Electrophoresis*, No, 23, pp. 677-712, 2002. [۳]
- S. A. Mirbozorgi, H. Niazmand, M. Renksizbulut, "Electro-osmotic flow in reservoir-connected flat microchannels with non-uniform zeta potential", *J. Fluids Engineering*, No, 128, pp. 1133-1143, 2006. [۴]
- M. Wang, J.K. Wang, S.Y. Chen, N. Pan, "Electrokinetic pumping effects of charged porous media in microchannels using the lattice Poisson-Boltzmann method", *J. Colloid Inter f. Sci*, No. 304, pp246-253, 2006. [۵]
- George Karniadakis, Ali Beskok, Narayan Aluru, "Microflows and Nanoflows Fundamentals and Simulation", Springer, 2005. [۶]
- Rice, C. L., and Whitehead, R., "Electrokinetic Flow in a Narrow Cylindrical Capillary", *J. Phys. Chem*, No, 69, pp 4017-4023, 1965. [۷]
- Burgreen, D., and Nakache, F. R., "Electrokinetic Flow in Ultra Fine Capillary Slits", *J. Phys. Chem.*, No. 68, pp 1084-1091, 1964. [۸]
- Keisuke Horiuchi, PrashantaDutta, "Joule heating effects in electroosmotically driven microchannel flows", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, No, 47, pp 3085-3095, 2004. [۹]
- Q.Liao, X. Zhu, T.Y. Wen, "Thermal effects on mixed electro-osmotic and pressure driven flows in triangle microchannels", *App. Thermal Engineering*, No, 29, pp 807-814, 2008. [۱۰]

۸- زیر نویس

- ¹ Microfluidic
- ² Micro Electro Mechanical Systems
- ³ Microchannel
- ⁴ Electroosmotic flow
- ⁵ EDL: Electric Debye Layer
- ⁶ Debye - Huckle
- ⁷ Helmholtz-smoluchowski