



Point to Point Control of a Liquid Carrying Quadrotor

A. Soltani*, A. H. Vahidi Bajestani, M. Goharkhah

Department of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

ABSTRACT: Liquid transport by unmanned aerial vehicles is a necessary task in autonomous firefighting and field spraying missions. On the other hand, transient and residual sloshing of the liquid during and after the movement can cause instability, increase position error and control effort, and create danger or damage if the liquid is flammable. Therefore, in this study, control of a liquid carrier quadrotor has been studied and a controller has been presented that, unlike previous studies, can provide stability in point-to-point transmission without the need to measure or estimate liquid states. For this purpose, a controller is first designed by linearizing the equations of motion of the system and assuming the liquid is rigid via pole placement. On the other hand, in order for the behavior of the system to be similar to the behavior of the design model and to maintain the stability of the system, the liquid sloshing must be reduced as much as possible. Therefore, a command smoother based on the natural frequencies of the liquid sloshing modes is used. The ability of the proposed control system has been investigated, validated, and compared with a similar study by simulation. Also, the simulation results show that the implementation of the designed command smoother can significantly reduce the amplitude of liquid sloshing, the deviation of the system states from the equilibrium state, and the control effort.

Review History:

Received: Oct. 04, 2021

Revised: Dec. 26, 2021

Accepted: Dec. 30, 2021

Available Online: Jan. 17, 2022

Keywords:

Quadrotor

Point to point transport

Pole placement

Command smoother

1- Introduction

Quadrotors have been among the main interests of scientists due to traits such as high maneuverability, the ability to hover, and vertical and take-off and landing [1]. This has caused the quadrotor's field of application to expand greatly. Today, some applications such as agricultural drones, refueling drones, and firefighting drones may demand quadrotors to carry a certain amount of liquid on board. However, as useful as it can be, liquid carrying quadrotors face many difficulties, one of which is the sloshing effect of the onboard liquid. The vibrations caused by the sloshing of the onboard liquid can affect the flight dynamics of the quadrotor and potentially can cause the drone to become unstable [2].

Many studies have been made on the case of suppressing liquid slosh. One approach is to implement passive methods which involve using baffles in liquid containers [3]. However, a study showed that using baffles is not capable of fully suppressing liquid sloshing [4]. Thus, using an active approach is much more suitable. One active method of suppressing liquid sloshing is to use open-loop schemes which involve generating a suitable trajectory that does not agitate the onboard liquid. Command smoothing is one such scheme which involves filtering the desired trajectory from frequencies that can excite the sloshing modes. Zang et al. [5]

showed that using a command smoother to suppress liquid sloshing in containers is very effective.

The main purpose of this paper is to reduce the liquid sloshing while controlling the position of a liquid carrying quadrotor. The combined mathematical model of the liquid and drone was derived using Lagrange equations. This was done while the liquid was modeled as an infinite number of mass-spring-damper. A linear feedback position controller was designed based on the linearized equations of motion. A command smoother was designed based on the first natural frequency of the liquid sloshing to filter the desired command of the controller. In order to confirm the ability of the designed controller and command smoother in reducing the sloshing effects while maintaining the desired values for the quadrotor position, a simulation of the derived equations of motion was done using a combination of step inputs for the desired trajectory. Then, the results of the current simulation were compared to the results of another control scheme which was implemented on a liquid carrying quadrotor. The results of the simulation showed that the presented method can successfully reduce the sloshing effects of the onboard liquid while showing an acceptable performance on trajectory tracking. The results also showed that by reducing the sloshing effects of the liquid, the amount of control input to the system is reduced as well.

*Corresponding author's email: asoltani@sut.ac.ir



2- Methodology

The equations of motion for the liquid carrying quadrotor were derived using Lagrange equations. Assuming small amplitudes of slosh, the liquid can be modeled as an infinite number of mass-spring-dampers [6]. The controller used to track the desired trajectory was designed based on a linear feedback scheme. In order to derive the control rule, the equations of motion had to be linearized around the hover point of the drone. In designing the controller, it was also assumed that the liquid is a solid mass. Controller gains were chosen such that the controller shows desirable trajectory tracking performance and the dominant poles of the closed-loop system become less than the first natural frequency of the liquid slosh. This way the controller is less likely to excite vibration modes of liquid. In order to suppress the sloshing effects of the liquid, a command smoother was designed based on the one presented in Ref. [7]. It uses the first natural frequency of the liquid sloshing and filters all frequencies higher than the first natural frequency. This way, the smoothed command does not excite higher frequencies of liquid sloshing. The command smoother is implemented by putting it before the controller, such that the desired control command is first filtered by the command smoother, then goes through the controller.

3- Results and Discussion

The simulations were done using a set of step inputs for the desired trajectory. The results were also compared with another controller which was used to control a liquid carrying quadrotor in Ref. [8]. The referenced controller was tuned in a way that the step response of the presented controller and the referenced controller are similar. Using the command smoother caused a small delay in the trajectory tracking performance of the controller. The command smoother was successful at reducing the liquid sloshing while the controller presented in Ref. [8], while successful at tracking the desired trajectory, caused a great amount of liquid sloshing. The controller presented in Ref. [8] also caused a great spike in control inputs which is undesirable. While the command smoother reduced the amount of control input by suppressing liquid slosh.

4- Conclusion

The main goal of this study was to reduce the sloshing in the liquid carrying quadrotor using the command smoother

as an open-loop active scheme. The equations of motion were derived using Lagrange equations and a linear feedback controller was designed based on linearized equations of motion. The results of the simulation showed that the command smoother was successful at reducing the amount of liquid slosh. This reduction in slosh, however, comes with a small delay in tracking performance. This small cost is acceptable because reducing the amount of liquid slosh can be much more valuable in some cases. Also, the command smoother was able to reduce the amount of control input by reducing the liquid slosh. This can be very valuable as well since such drones rely heavily on limited energy storage.

References

- [1] R. Amin, L. Aijun, S. Band, A Review of Quadrotor UAV: Control Methodologies and Performance Evaluation, *International Journal of Automation and Control*, 10(2) (2015) 87-103.
- [2] Y. Zang, Z. Zhou, X. Gu, R. Jiang, L. Kong, X. He, X. Luo, Y. Lan, Design and anti-sway performance testing of pesticide tanks in spraying UAVs, *International Journal of Agricultural and Biological Engineering*, 12 (2019) 10-16.
- [3] H. Qin, L. Mu, W. Tang, Z. Hu, Numerical study on structural response of anti-sloshing baffles of different configurations in a sloshing tank considering hydroelasticity, *Ocean Engineering*, 188 (2019) 1-22.
- [4] B. Naseri Soufiani, M.A. Adli, An expanded impedance control scheme for slosh-free liquid transfer by a dual-arm cooperative robot, *Journal of Vibration and Control*, 27(23-24) (2020) 2793-2806.
- [5] Q. Zang, J. Huang, Dynamics and Control of Three-Dimensional Slosh in a Moving Rectangular Liquid Container Undergoing Planar Excitations, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(4) (2015) 2309-2318.
- [6] R.A. Ibrahim, *Liquid sloshing dynamics*, Cambridge University Press, 2005.
- [7] X. Xie, J. Huang, Z. Liang, Vibration reduction for flexible systems by command smoothing, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 39(1-2) (2013) 461-470.
- [8] S. Lee, D.K. Giri, H. Son, Modeling and control of quadrotor UAV subject to variations in center of gravity and mass, in: 2017 14th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI), 2017, pp. 85-90.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

A. Soltani, A. H. Vahidi Bajestani, M. Goharkhah, *Point to Point Control of a Liquid Carrying Quadrotor*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 54(4) (2022) 153-154.

DOI: [10.22060/mej.2022.20628.7281](https://doi.org/10.22060/mej.2022.20628.7281)





کنترل نقطه به نقطه کوادروتور حامل مایع

علی سلطانی*، امیرحسین وحیدی بجستانی، محمد گوهرخواه

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۷/۱۲

بازنگری: ۱۴۰۰/۱۰/۰۵

پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۰۹

ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷

کلمات کلیدی:

کوادروتور

تلاطم مایع

انتقال نقطه به نقطه

جایگذاری قطب

هموارساز فرمان

خلاصه: حمل مایع توسط پهپاد امری ضروری در انجام خودکار ماموریت‌هایی نظیر اطفای حریق و سم پاشی مزارع است. از طرفی، تلاطم گذرا و باقی‌مانده‌ی مایع در حین جابه‌جایی و پس از آن، می‌تواند موجب ایجاد ناپایداری، افزایش خطای موقعیت، افزایش تلاش کنترلی و ایجاد خطر و آسیب در صورت اشتعال‌پذیری مایع، بشود. بنابراین، در این پژوهش کنترل کوادروتور حامل مایع مورد مطالعه قرار گرفته است و کنترل‌کننده‌ای ارائه شده است که بر خلاف مطالعات پیشین، بدون نیاز به اندازه‌گیری یا تخمین حالات مایع می‌تواند پایداری کوادروتور را در انتقال نقطه به نقطه فراهم نماید. بدین منظور، ابتدا یک کنترل‌کننده با خطی‌سازی معادلات حرکت کوادروتور حامل مایع و فرض صلب بودن مایع از طریق جایگذاری مناسب قطب‌ها طراحی شده است. از طرفی، برای این که رفتار سیستم مشابه رفتار مدل طراحی باشد و پایداری سیستم حفظ شود، باید تلاطم مایع تا حد امکان کاهش یابد. برای این منظور، از یک هموارساز فرمان که بر اساس فرکانس‌های طبیعی مودهای تلاطم مایع طراحی شده است، بهره برده شده است. توانایی سیستم کنترلی ارائه شده توسط شبیه‌سازی بررسی، تأیید و با مرجعی مشابه مقایسه گردیده است. همچنین، نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد استفاده از هموارساز فرمان طراحی شده می‌تواند دامنه‌ی تلاطم مایع، انحراف حالات سیستم نسبت به حالت تعادل و تلاش کنترلی را به طور قابل توجهی کاهش دهد.

۱- مقدمه

پرنده هدایت پذیر از دور (پهپاد)، یک وسیله نقلیه هوایی می‌باشد که حامل کاربر انسانی نبوده و قادر به پرواز از طریق کنترل از راه دور یا به صورت خودکار می‌باشد [۱]. یکی از محبوب‌ترین انواع پهپادها، پرنده کوادروتور می‌باشد. از دلایل محبوبیت این پرنده می‌توان به عدم نیاز به باند پرواز و فرود، امکان به پرواز درآمدن و فرود آمدن به شکل عمودی، ساختار مکانیکی ساده، امکان شناوری در هوا و مانورپذیری بالا اشاره کرد [۲]. در گذشته، کاربرد اصلی پهپادها شامل مصارف نظامی، مانند بازرسی بدون سرنشین، نظارت، شناسایی و نقشه‌برداری از مناطق جنگی بود [۳]. اما امروزه، پهپادها جای خود را در میان مصارف شهری و تجاری نیز پیدا کرده‌اند [۴]. از میان این کاربردها می‌توان به نظارت بر امنیت شهری و ملی، نظارت بر حریق جنگل‌ها، تحقیقات زمین شناسی، نمونه‌برداری از گازهای آتشفشانی، نظارت بر نقاط مرزی، نظارت بر خطوط لوله‌های گاز، عکس برداری و فیلم برداری هوایی اشاره کرد [۵]. با این حال، پیشرفت

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: asoltani@sut.ac.ir

روزافزون فن‌آوری حسگرها، مواد اولیه، ابزارهای ذخیره انرژی و ابزارهای مخابراتی سبب شده‌اند تا دامنه کاربرد پهپادها، روز به روز افزایش یابد. یکی از کاربردهای نوین پهپادها و به خصوص پرنده کوادروتور، نظارت و مدیریت بر مزارع کشاورزی می‌باشد. بدین ترتیب که پهپادهای مجهز به حسگرهای مناسب، می‌توانند بسیاری از داده‌های مرتبط با زمین‌های کشاورزی، اعم از رطوبت خاک، رنگ برگ گیاهان و وضعیت آفات را جمع‌آوری کنند و بعد از پردازش آن‌ها، در صورت مجهز بودن به مخزن و دستگاه پاشش، به پاشش کود یا سم به شکل خودکار و بهینه اقدام کنند [۶ و ۷]. همچنین، پهپادها می‌توانند عملیات سوخت‌رسانی برای دیگر وسایل نقلیه هوایی را نیز انجام دهند. هرچند که استفاده از پهپادها برای حمل مایعات مزایای فراوانی دارد، اما با این حال، پهپادهای حامل مایع با چالش‌هایی هم‌رو به رو هستند. یکی از این چالش‌ها، تلاطم مایع موجود در مخزن پرنده می‌باشد.

منظور از تلاطم مایع، هرگونه جابه‌جایی سطح آزاد مایع در ظرف می‌باشد. بدیهی است، حرکت ظرفی که تا حدی از مایع پر شده‌اند، می‌تواند سبب ایجاد این پدیده شود. تلاطم مایع یک پدیده فیزیکی می‌باشد، که



بلکه بایستی از تلاطم بیش از حد مایع نیز جلوگیری نماید [۲۱-۱۹]. در این رویکرد، مایع معمولاً توسط سیستم‌های مکانیکی مدل شده و کنترل‌گر نیز بر طبق مدل به دست آمده طراحی می‌شود. طبیعتاً، رویکرد حلقه-بسته نیازمند پسخوراند وضعیت مایع به کنترل‌گر می‌باشد. بنابراین، یا بایستی از حسگرهای مختلف برای اندازه‌گیری حالات مایع استفاده کرد، یا با طراحی و پیاده‌سازی یک مشاهده‌گر، تخمینی از حالات مایع را در اختیار کنترل‌گر قرار داد. به همین دلیل، به کارگیری رویکرد حلقه-باز در کاهش تلاطم مایع آسان‌تر می‌باشد. چرا که در این رویکرد، نیازی به پسخوراند حالات مایع نبوده و کاهش تلاطم مایع با استفاده از روش‌های پیشخور صورت می‌گیرد. عموماً، این روش‌های پیشخور شامل طراحی یک مسیر مطلوب با تلاطم کمینه یا فیلتر کردن فرمان مطلوب اولیه می‌باشند [۱۲ و ۲۶-۲۲]. طراحی مسیر مطلوب با تلاطم کمینه با استفاده از مدل ساده شده مایع، یعنی همان سیستم معادل مکانیکی، صورت می‌گیرد در حالی که در طراحی فیلترها عموماً از فرکانس‌های طبیعی مودهای ارتعاشی مایع استفاده می‌شود. یکی از انواع این فیلترها در زمینه کاهش ارتعاشات اضافی، هموارساز فرمان [۲۷] می‌باشد. زانگ^۳ و هوانگ [۲۸] نشان دادند که استفاده از هموارساز فرمان در سیستم‌هایی که دارای بیش از یک مود ارتعاشی می‌باشند، مانند سیستم تلاطم مایع، بسیار موثرتر است. چرا که برخلاف بسیاری از فیلترهای مورد استفاده در کاهش ارتعاشات اضافی که تنها قابلیت کاهش ارتعاشات مرتبط با یک مود را دارا می‌باشند، فیلتر هموارساز فرمان توانایی کاهش ارتعاشات ناشی از بینهایت مود ارتعاشی را دارا می‌باشد. همچنین فیلتر هموارساز فرمان، نسبت به نامعینی‌های موجود در مقدار فرکانس‌های طبیعی مورد استفاده در طراحی فیلتر، تا حدودی مقاوم می‌باشد. بنابراین، فیلتر هموارساز فرمان می‌تواند یک ابزار مناسب در کاهش ارتعاشات ناشی از تلاطم مایع در ظروف تا حدی پر باشد.

در زمینه کاهش تلاطم مایع در مخازن متصل به پرنده کوادروتور مطالعات اندکی صورت گرفته است. صیادی و سلطانی [۲۹] به کنترل موقعیت و وضعیت یک مخزن حاوی مایع که از چند پرنده کوادروتور آویزان می‌باشد، پرداختند. آن‌ها مایع موجود در مخزن را با استفاده از سیستم جرم-فنر-میراگر مدل کردند و یک کنترل‌گر به منظور کنترل موقعیت و وضعیت مخزن و همچنین کاهش تلاطم مایع طراحی کردند. نتایج شبیه‌سازی، موفقیت کنترل‌گر ارائه‌شده در ردیابی خروجی مطلوب و کاهش تلاطم مایع را نشان دادند. اما کنترل‌گر ارائه‌شده نیاز به پسخوراند وضعیت مایع داشته

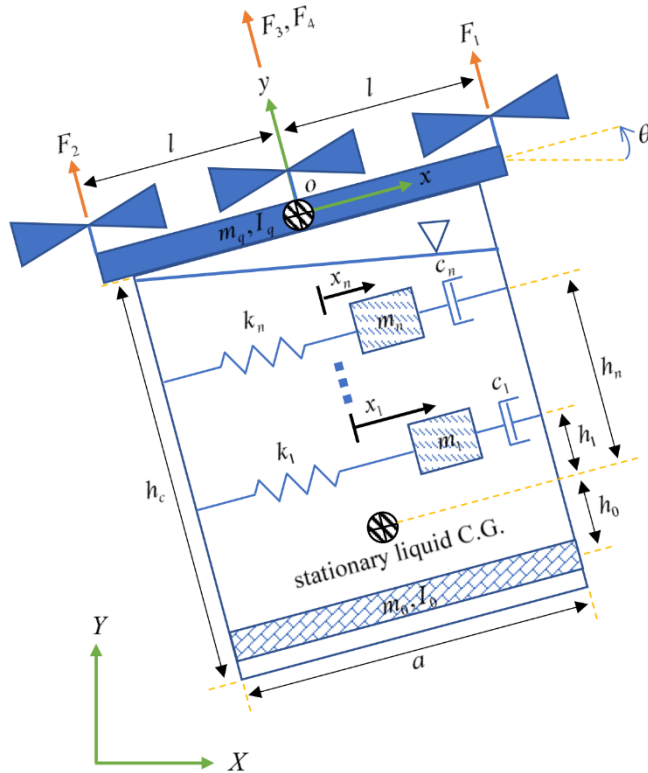
دارای بینهایت مود ارتعاشی بوده و هدف از بررسی آن، تخمین توزیع فشار هیدرودینامیکی، مقدار نیروها و گشتاورهای وارد بر دیواره ظرف از طرف مایع و همچنین فرکانس‌های طبیعی جابه‌جایی سطح آزاد مایع می‌باشد. اثرات مستقیمی که شاخص‌های مذکور بر پایداری و عملکرد دینامیکی ظرف متحرک دارند، سبب افزایش اهمیت این پارامترها می‌شود [۸]. پدیده تلاطم را می‌توان در بسیاری از کاربردهای صنعتی، تجاری و علمی مشاهده کرد. به عنوان مثال، تلاطم مایع در ظروف دربار حامل میعانات مختلف که در خطوط تولید کارخانه‌ها در حال حرکت می‌باشند، ممکن است سبب سرریز محتویات داخل ظروف شود [۹ و ۱۰]. تلاطم مایع در مخزن سوخت فضاپیما نیز می‌تواند هنگام انجام مانورهای سریع، منجر به ناپایداری وسیله نقلیه شود [۱۱-۱۳]. تلاطم مایع در مخازن متصل به پرنده کوادروتور نیز می‌تواند بر دینامیک پرواز پرنده اثر منفی گذاشته و در مواردی سبب ناپایداری پرنده نیز شود [۱۴]. از طرفی، تلاطم مایع قابل اشتعال در مخزن، ممکن است سبب اشتعال مایع و ایجاد خرابی شود. بنابراین، کنترل این پدیده در بسیاری از کاربردها، از اهمیت بالایی برخوردار است.

مطالعات صورت گرفته در زمینه کاهش تلاطم مایع در ظروف تا حدی پر را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم کرد: ۱) مطالعاتی که به منظور کاهش تلاطم مایع از روش‌های غیرفعال^۱ استفاده کرده‌اند و ۲) مطالعاتی که به منظور کاهش تلاطم مایع، روش‌های فعال^۲ را به کار گرفته‌اند. به طور کلی، روش‌های غیرفعال شامل رویکردهایی می‌شوند که در آن با انتخاب مناسب هندسه‌ی ظرف حاوی مایع یا قرار دادن موج‌گیر داخل این ظروف، سعی در کاهش یا دفع تلاطم مایع می‌شود. مطالعات بسیاری در زمینه کاربرد موج‌گیر در کاهش تلاطم مایع در ظروف تا حدی پر صورت گرفته است [۱۵-۱۸]. با این حال، آزمایشات نشان داده‌اند که استفاده از موج‌گیرها، خود به تنهایی قادر نمی‌باشد تا از تلاطم مایع به طور کامل جلوگیری کند [۱۹]. همچنین، استفاده از موج‌گیرها در ظروف حامل مایع، علاوه بر ایجاد هزینه‌های اضافی، می‌تواند سبب افزایش وزن مجموعه شود که این افزایش وزن در بسیاری از کاربردها، مطلوب نمی‌باشد. بنابراین، کاهش مؤثر تلاطم مایع در ظروف، نیازمند به کارگیری روش‌های فعال می‌باشد.

روش‌های فعال نیز خود به دو زیرگروه تقسیم می‌شوند: الف) رویکرد حلقه-بسته و ب) رویکرد حلقه-باز. رویکرد حلقه-بسته شامل طراحی کنترل‌گری برای مجموعه ظرف و مایع می‌باشد، چنان که کنترل‌گر طراحی شده نه تنها بایستی موقعیت و وضعیت ظرف حاوی مایع را کنترل کند،

1 Passive

2 Active



شکل ۱. شماتیک دو بعدی مجموعه پرنده کوادروتور و ظرف حاوی مایع

Fig. 1. 2-D schematic of liquid carrying quadrotor

کاهش تلاطم مایع ارائه شد. در بخش بعدی، یک مدل ریاضی از پرواز پرنده کوادروتور حامل مایع، ارائه می‌شود. در بخش سوم، ساختار کنترل گر موقعیت مجموعه مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش چهارم، نحوه‌ی طراحی فیلتر هموارساز فرمان به منظور کاهش ارتعاشات ناشی از تلاطم مایع شرح داده می‌شود. در بخش پنجم، شرایط و پارامترهای شبیه‌سازی و همچنین نمودارهای حاصل از شبیه‌سازی و مقایسه با مرجع مرتبط ارائه می‌شود. در بخش نهایی نیز، نتیجه‌گیری کلی و پیشنهاداتی برای مطالعات آینده مورد بحث قرار می‌گیرند.

۲- مدل‌سازی ریاضی

شکل ۱ شماتیک دو بعدی مجموعه پرنده کوادروتور و ظرف حامل مایع را نمایش می‌دهد. نحوه اتصال ظرف به کوادروتور از نوع اتصال صلب بوده و ظرف دارای ابعاد $h_c \times a$ می‌باشد. ظرف تا ارتفاع سکون h از مایع پر شده است. محور مختصات $X-Y$ متعلق به دستگاه لخت بوده و محور مختصات $x-y$ متعلق به دستگاه بدنه می‌باشد، به طوری که مرکز

که این ممکن است پیاده‌سازی کنترل‌گر را با مشکل روبه‌رو کند. این در حالی است که استفاده از روش‌های حلقه-باز نیازی به پس‌خوراند حالت مایع ندارند. به این دلیل، در این مطالعه برای کاهش تلاطم مایع در انتقال نقطه به نقطه کوادروتور حامل مایع، ابتدا یک کنترل‌کننده‌ی خطی با پس‌خوراند حالات کوادروتور به روش جایگذاری قطب‌ها طراحی شده است. سپس با توجه به اینکه کنترل‌کننده بر اساس مدل خطی شده‌ی سیستم طراحی شده است، برای کاهش دامنه‌ی تلاطم مایع و افزایش پایداری سیستم، یک هموارساز فرمان بر اساس فرکانس‌های مودهای طبیعی تلاطم مایع ارائه شده است. در واقع، نوآوری این مطالعه در استفاده از روش‌های غیرفعال در کاهش تلاطم مایع موجود در ظرف متصل به پرنده کوادروتور می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی‌های صورت گرفته در این مطالعه نشان دادند که استفاده از هموارساز فرمان همراه با کنترل‌گر خطی طراحی شده، عملکرد مناسبی در کاهش تلاطم مایع موجود در ظرف متصل به پرنده کوادروتور در هنگام جابه‌جایی افقی، از خود نشان دادند.

در این بخش، مقدمه‌ای بر پرنده کوادروتور، تلاطم مایع و روش‌های

حرکت مایع درون ظرف با یک سیستم مکانیکی معادل سازی شده است. این سیستم مکانیکی معادل، شامل یک جرم صلب، که به اندازه h زیر مرکز جرم مایع ساکن قرار گرفته است، و n سیستم جرم-فنر-میراگر، که هر کدام به اندازه h_n بالای مرکز جرم مایع ساکن قرار گرفته است، می‌باشد. هر یک از این سیستم‌های جرم-فنر-میراگر، بیانگر یک مود ارتعاشی سیستم تلاطم مایع می‌باشد [۸]. همانطور که به آن اشاره شد، فرض غیر لزج بودن مایع درون ظرف سبب می‌شود تا از نیروهای بین لایه‌ای صرف نظر شود و نتیجه‌ی این فرض عدم تأثیر جرم-فنر-میراگرها بر هم می‌باشد. پارامترهای سیستم مکانیکی معادل بایستی به گونه‌ای انتخاب شوند تا ویژگی‌های استاتیکی و دینامیکی مایع حفظ شود. برای حفظ خواص استاتیکی، مجموع اجرام m تا m_n بایستی برابر با جرم مایع m_f بوده و مرکز جرم استاتیک سیستم معادل، منطبق بر مرکز جرم استاتیکی مایع باشد. به منظور حفظ خواص دینامیکی، سیستم مکانیکی معادل بایستی قادر باشد تا نیروهای و گشتاورهای وارد بر ظرف را شبیه‌سازی نماید [۳۱].

بنابراین، تعداد درجات آزادی کل مجموعه پرنده کوادروتور و ظرف حاوی مایع برابر با $3 + n$ می‌باشد. بردار مختصات تعمیم یافته برای سیستم نشان داده شده در شکل ۱ به فرم زیر می‌باشد:

$$\mathbf{q} = [X, Y, \theta, \mathbf{x}_n]^T \quad (۳)$$

در رابطه فوق، X جابه‌جایی افقی و Y جابه‌جایی عمودی نقطه O در دستگاه لخت، θ زاویه‌ی بین راستای محور x و محور X و $\mathbf{x}_n = [x_1, \dots, x_n]^T$ بردار جابه‌جایی جرم‌های m_1 تا m_n بوده که نسبت به دستگاه بدنه اندازه‌گیری می‌شود.

به منظور یافتن مدل ریاضی مجموعه نشان داده شده در شکل ۱ با استفاده از روش لاگرانژ، ابتدا بایستی انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم، بر حسب مختصات تعمیم یافته بیان شود. موقعیت نقطه O ، جرم m و جرم m_n در دستگاه مختصات لخت، به ترتیب، به فرم‌های زیر بیان می‌شوند:

$$\mathbf{r}_q = X\hat{\mathbf{i}} + Y\hat{\mathbf{j}} \quad (۴)$$

$$\mathbf{r}_0 = (X + d_0 \sin \theta)\hat{\mathbf{i}} + (Y - d_0 \cos \theta)\hat{\mathbf{j}} \quad (۵)$$

دستگاه بدنه، یعنی نقطه O ، منطبق بر مرکز جرم کوادروتور بدون مایع بوده و محور x آن همواره در راستای بازوی پرنده می‌باشد. در فضای دو بعدی، مجموعه پرنده کوادروتور و ظرف بدون مایع دارای سه درجه آزادی می‌باشد: حرکت انتقالی افقی و عمودی و دوران مجموعه حول محور عمود بر صفحه. به هر چهار گوشه‌ی پرنده یک روتور به فاصله l از نقطه O متصل شده است که دوران هر روتور، سبب تولید نیروی بالابرنده‌ی F در راستای محور γ می‌شود. مقدار این نیروی بالابرنده، با مجذور سرعت دوران هر روتور، Γ ، رابطه‌ای مستقیم داشته و این رابطه به شکل زیر می‌باشد [۳۰]:

$$F = c_\Gamma \Gamma^2 \quad (۱)$$

در رابطه فوق، c_Γ ، ثابت بالابردگی می‌باشد. بین سرعت دورانی هر روتور و مقدار مطلوب این سرعت دورانی که توسط کنترل کننده تعیین می‌شود، یک رابطه دینامیکی وجود دارد که عبارت زیر، تابع تبدیل بیانگر این دینامیک می‌باشد [۳۰]:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_d} = \frac{1}{T_r s + 1} \quad (۲)$$

در عبارت فوق، T_r ثابت زمانی روتور، Γ_d مقدار سرعت دورانی مطلوب روتور و s متغیر لاپلاس می‌باشد.

به منظور مدل سازی حرکت مایع، فرضیات زیر در نظر گرفته می‌شوند. مایع موجود در ظرف یک سیال غیرلزج در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، جریانی که مایع تحت آن قرار می‌گیرد، یک جریان غیر چرخشی می‌باشد. در نتیجه، می‌توان برای حرکت سیال یک تابع پتانسیل سرعت در نظر گرفت. این ساده‌سازی به همراه فرضیه سیال تراکم ناپذیر سبب می‌شوند تا حل معادله پیوستگی برای سیال تبدیل به حل معادله لاپلاس شود. قابل ذکر است که برای حرکت سیالاتی که دارای ویسکوزیته اندک می‌باشند و همچنین حرکت سیال در ظرف با دامنه‌های کوچک صورت گیرد، فرضیات فوق تا حدودی برقرار خواهند بود. از حل معادله لاپلاس و جایگذاری شرایط مرزی مناسب، تابع پتانسیل سرعت که بیانگر حرکت مایع در ظرف می‌باشد، استخراج می‌شود. با توجه به اینکه سیال مفروض در این علمیات، یک سیال غیرلزج می‌باشد، می‌توان از نیروهای لزج که حاصل اثر لایه‌های سیال بر یک دیگر می‌باشند، صرف نظر کرد [۸].

$$R = \sum_n \frac{1}{2} c_n \dot{x}_n^2 \quad (11)$$

$$\mathbf{r}_n = (X + x_n \cos \theta + d_n \sin \theta) \hat{\mathbf{i}} + (Y + x_n \sin \theta - d_n \cos \theta) \hat{\mathbf{j}} \quad (6)$$

$$\mathbf{Q} = [-u \sin \theta, u \cos \theta, \tau, \mathbf{0}_{n \times 1}]^T \quad (12)$$

در روابط فوق، $\hat{\mathbf{i}}$ بردار یکه در جهت محور X و $\hat{\mathbf{j}}$ بردار یکه در جهت محور Y بوده و d و d_n به ترتیب به شکل ریز می‌باشند:

در روابط فوق، C_n ضریب میرایی میراگر متصل به جرم m_n بوده و ورودی‌های کنترلی u و τ به ترتیب، به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$d_0 = h_c - \frac{h}{2} + h_0 \quad (7)$$

$$u = \sum_{j=1}^4 F_j \quad (13)$$

$$d_n = h_c - \frac{h}{2} - h_n \quad (8)$$

$$\tau = (F_1 - F_2)l \quad (14)$$

با مشتق‌گیری نسبت به زمان از روابط (۴) تا (۶)، انرژی جنبشی برای مجموعه نشان داده شده در شکل ۱ به فرم زیر به دست می‌آید:

معادله‌ی لاگرانژ برای مختصه تعمیم‌یافته q_i و نیروی تعمیم یافته Q_i به فرم زیر بیان می‌شود:

$$T = \frac{1}{2} m_q \dot{r}_q^2 + \frac{1}{2} I_q \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_0 \dot{r}_0^2 + \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}^2 + \sum_n \frac{1}{2} m_n \dot{r}_n^2 \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} + Q_i \quad (15)$$

در رابطه فوق، m_q جرم پرنده کوادروتور، I_q گشتاور لختی پرنده کوادروتور در دستگاه بدنه و I گشتاور لختی جرم m می‌باشند. به همین ترتیب، انرژی پتانسیل مجموعه نشان داده شده در شکل ۱ به شکل زیر محاسبه می‌شود:

در رابطه فوق، L تابع لاگرانژ بوده و به شکل زیر استخراج می‌شود:

$$L = T - U \quad (16)$$

$$U = m_q g Y + m_0 g (Y - d_0 \cos \theta) + \sum_n \left(\frac{1}{2} k_n x_n^2 + m_n g (Y + x_n \sin \theta - d_n \cos \theta) \right) \quad (10)$$

بنابراین، با جایگذاری توابع به دست آمده در روابط (۹) تا (۱۱) در معادله لاگرانژ بیان شده در رابطه (۱۵) و همچنین جایگذاری رابطه (۱) به جای ورودی‌های کنترلی، معادلات دینامیکی سیستم نشان داده شده در شکل ۱ به فرم زیر استخراج می‌شوند:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{\Pi} \quad (17)$$

در رابطه فوق، g ثابت گرانش زمین و k_n ثابت فنر متصل به جرم m_n می‌باشند. تابع اتلاف ریلی و بردار نیروهای تعمیم‌یافته نیز به ترتیب، به فرم زیر می‌باشند:

در عبارت فوق، $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ ماتریس جرم بوده و به فرم زیر می‌باشد:

همچنین، بردار Π در رابطه (۱۷)، برداری شامل ورودی‌های کنترلی بوده و به فرم زیر می‌باشد:

$$\Pi = \begin{bmatrix} -c_\Gamma (\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2 + \Gamma_3^2 + \Gamma_4^2) \sin \theta \\ c_\Gamma (\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2 + \Gamma_3^2 + \Gamma_4^2) \cos \theta \\ lc_\Gamma (\Gamma_1^2 - \Gamma_2^2) \\ \mathbf{0}_{n \times 1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

بنابراین، معادلات ریاضی ارائه شده در رابطه (۱۷) به همراه دینامیک روتورها که در رابطه (۲) نشان داده است، بیانگر معادلات دینامیکی مجموعه پرنده کوادروتور و ظرف حامل مایع می‌باشند.

۳- طراحی کنترل‌گر موقعیت

هدف از طراحی کنترل‌گر موقعیت، کنترل موقعیت مرکز جرم کوادروتور یعنی نقطه O ، در حین پایدار نگه‌داشتن وضعیت پرنده می‌باشد. برای طراحی این کنترل‌گر، مایع به شکل صلب در نظر گرفته شده و از تلاطم آن صرف نظر می‌شود و سپس معادلات حرکت بیان شده در رابطه (۱۷)، حول نقطه‌ی تعادل، خطی‌سازی می‌شود. طبق رابطه (۱۷) در حالت تعادل، زاویه‌ی θ و نرخ تغییرات آن برابر صفر است. همچنین، سرعت دوران هر چهار روتور، با هم برابر است و مقدار هر کدام از آن‌ها نیز به صورتی است که نیروی حاصل از هر روتور برابر با یک چهارم وزن مجموعه کوادروتور و مایع باشد. بدین ترتیب، سرعت دورانی هر روتور، در حالت تعادل برابر با عبارت زیر می‌باشد:

$$\Gamma_{hover} = \sqrt{\frac{(m_q + m_f)g}{4c_\Gamma}} \quad (21)$$

حال، با خطی‌سازی معادلات بیان شده در رابطه (۱۷) حول نقطه‌ی تعادل و صرف نظر از تلاطم مایع، یعنی صفر در نظر گرفتن \dot{x}_n و x_n ها، معادلات خطی مجموعه کوادروتور و مایع صلب به شکل زیر استخراج می‌گردند:

$$\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{U}} \quad (22)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{M}_{11} = \begin{bmatrix} m_q + \sum_{i=0}^n m_i & 0 & \sum_{i=0}^n m_i d_i \cos \theta - \sum_{i=1}^n m_i x_i \sin \theta \\ 0 & m_q + \sum_{i=0}^n m_i & \sum_{i=0}^n m_i d_i \sin \theta + \sum_{i=1}^n m_i x_i \cos \theta \\ \sum_{i=0}^n m_i d_i \cos \theta - \sum_{i=0}^n m_i d_i \sin \theta + I_q + I_0 + \sum_{i=0}^n m_i d_i^2 & \sum_{i=1}^n m_i d_i \cos \theta - \sum_{i=1}^n m_i d_i \sin \theta + I_q + I_0 + \sum_{i=0}^n m_i d_i^2 & \sum_{i=1}^n m_i x_i \sin \theta + \sum_{i=1}^n m_i x_i \cos \theta + \sum_{i=1}^n m_i x_i^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{12} = \mathbf{M}_{21}^T = \begin{bmatrix} m_1 \cos \theta & m_2 \cos \theta & \dots & m_n \cos \theta \\ m_1 \sin \theta & m_2 \sin \theta & \dots & m_n \sin \theta \\ m_1 d_1 & m_2 d_2 & \dots & m_n d_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{22} = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_n)$$

در رابطه (۱۷)، بردار $\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ شامل عبارات خطی و غیرخطی معادلات دینامیکی سیستم بوده و به شکل زیر می‌باشد:

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{f}_1 = \begin{bmatrix} -\sum_{i=0}^n m_i d_i \dot{\theta}^2 \sin \theta - \sum_{i=1}^n (2m_i \dot{x}_i \dot{\theta} \sin \theta + m_i x_i \dot{\theta}^2 \cos \theta) \\ \sum_{i=0}^n m_i d_i \dot{\theta}^2 \cos \theta + \sum_{i=1}^n (2m_i \dot{x}_i \dot{\theta} \cos \theta - m_i x_i \dot{\theta}^2 \sin \theta) + \left(m_q + \sum_{i=0}^n m_i \right) g \\ \sum_{i=1}^n (2m_i x_i \dot{x}_i \dot{\theta} + m_i x_i g \cos \theta) + \sum_{i=0}^n m_i d_i g \sin \theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}_2 = \begin{bmatrix} -m_1 x_1 \dot{\theta}^2 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + m_1 g \sin \theta \\ -m_2 x_2 \dot{\theta}^2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 + m_2 g \sin \theta \\ \vdots \\ -m_n x_n \dot{\theta}^2 + c_n \dot{x}_n + k_n x_n + m_n g \sin \theta \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = -\mathbf{K}(\tilde{\mathbf{q}} - \tilde{\mathbf{q}}_d) \quad (25)$$

باشد که در آن، \mathbf{K} ماتریس ضرایب کنترلی و $\tilde{\mathbf{q}}_d$ مقادیر مطلوب حالات سیستم می‌باشند، آن‌گاه معادلات سیستم را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{BK}\tilde{\mathbf{q}}_d \quad (26)$$

در حالت پایدار سیستم، رابطه (۲۶) به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$\tilde{\mathbf{q}}_\infty = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\tilde{\mathbf{q}}_\infty + \mathbf{BK}\tilde{\mathbf{q}}_d \quad (27)$$

در رابطه فوق، زیروند بین‌هایت، بیانگر مقدار آن متغیر در حالت پایدار می‌باشد. از آنجایی که سیستم مورد بحث در این مطالعه، در بطن خود دارای انتگرال‌گیر می‌باشد، مقدار حالت سیستم در بینهایت با مقدار مطلوب سیستم برابر می‌باشد. همچنین، در صورتی که مقادیر مطلوب سیستم به شکل یک سری ورودی‌های پله باشند، آنگاه مقدار مطلوب در حالت پایدار و گذرا با هم برابر می‌باشند. آن‌گاه با کم کردن رابطه (۲۷) از رابطه (۲۶) و تعریف متغیر خطا به شکل $\mathbf{e} = \tilde{\mathbf{q}} - \tilde{\mathbf{q}}_d$ ، معادله دینامیک خطا به شکل زیر استخراج می‌شود:

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{e} \quad (28)$$

حال بایستی ماتریس ضرایب به نحوی تعیین شود تا سیستم بیان شده در رابطه (۲۸) پایدار گشته و عملکرد مطلوبی را از خود نشان دهد. بدین منظور، می‌توان از جایگذاری قطب‌ها استفاده نمود. البته با توجه به این که در مدل طراحی مایع صلب فرض شده است و دینامیک آن در نظر گرفته نشده است، بایستی قطب‌های سیستم مدار بسته با توجه به فرکانس طبیعی موده‌های تلاطم مایع انتخاب شوند.

۴- هموارساز فرمان

اگرچه کنترل‌کننده‌ی ارائه شده بر اساس فرکانس‌های طبیعی موده‌های تلاطم مایع طراحی شده است، اما باید توجه داشت که پایداری سیستم و

در رابطه فوق، $\tilde{\mathbf{q}} = [X, \dot{X}, Y, \dot{Y}, \theta, \dot{\theta}]^T$ و $\Gamma = [\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4]$ می‌باشند. همچنین، ماتریس‌های \mathbf{A} و \mathbf{B} نیز دارای فرم زیر می‌باشند:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_2 & b_2 & b_2 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_3 & -b_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ثوابت موجود در ماتریس‌های بیان شده در رابطه فوق، به عبارت زیر می‌باشند:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{m_f dg}{I_q + I_0 + m_f d^2} \\ b_1 = \frac{2c_f d m_f \Gamma_{hover}}{\Delta} \\ b_2 = \frac{2c_f \Gamma_{hover}}{m_f + m_q} \\ b_3 = \frac{2c_f I \Gamma_{hover} (m_f + m_q)}{\Delta} \\ \Delta = m_f m_q d^2 + I_0 m_f + I_0 m_q + I_q m_f + I_q m_q \end{cases} \quad (24)$$

در عبارات فوق، d فاصله‌ی بین مرکز جرم مایع صلب و مرکز جرم پرنده کوادرتور می‌باشد که مقدار آن برابر با $d = h_c - \frac{h}{4}$ می‌باشد. حال از آنجایی که سیستم در بطن خود دارای انتگرال‌گیر می‌باشد، به منظور طراحی کنترل‌گر خطی برای سیستم ارائه شده در رابطه (۲۲) می‌توان از کنترل‌گر سروو بهره گرفت. در صورتی که قانون کنترلی خطی، شامل پسخوراند حالات سیستم به شکل

$$f(t) = \int_{\delta=0}^{+\infty} \lambda(\delta) \frac{\omega_m}{\sqrt{1-\xi_m^2}} e^{-\xi_m \omega_m (t-\delta)} \sin(\omega_m \sqrt{1-\xi_m^2} (t-\delta)) d\delta \quad (30)$$

در رابطه فوق، ω_m فرکانس طبیعی مدل شده سیستم و ξ_m نسبت میرایی مدل شده سیستم می‌باشد. دامنه نوسان پاسخ سیستم به ورودی ضربه‌ی هموار شده λ را می‌توان به شکل زیر استخراج کرد:

$$A(t) = \frac{\omega_m}{\sqrt{1-\xi_m^2}} e^{-\xi_m \omega_m t} \times \sqrt{[S(\omega_m, \xi_m)]^2 + [C(\omega_m, \xi_m)]^2} \quad (31)$$

در رابطه فوق، $S(\omega_m, \xi_m)$ و $C(\omega_m, \xi_m)$ به ترتیب برابر با عبارات زیر می‌باشند:

$$S(\omega_m, \xi_m) = \int_{\delta=0}^{+\infty} \lambda(\delta) e^{\xi_m \omega_m \delta} \sin(\omega_m \sqrt{1-\xi_m^2} \delta) d\delta \quad (32)$$

$$C(\omega_m, \xi_m) = \int_{\delta=0}^{+\infty} \lambda(\delta) e^{\xi_m \omega_m \delta} \cos(\omega_m \sqrt{1-\xi_m^2} \delta) d\delta \quad (33)$$

در صورتی که روابط (۳۲) و (۳۳) برابر با صفر باشند، فرمان ضربه‌ی هموار شده λ منجر به ارتعاشات اضافی نمی‌شود. با توجه به عدم قطعیت‌های ممکن در مدل‌سازی هر سیستمی، فرکانس طبیعی و نسبت میرایی مدل شده می‌تواند دارای عدم قطعیت باشند. بنابراین، ورودی ضربه‌ی هموار شده‌ی مذکور بایستی به گونه‌ای طراحی شود تا در صورت تغییر این پارامترها، نوسانات کم دامنه‌ای ایجاد کند و یا به عبارت دیگر، کارایی خود را از دست ندهد. بدین منظور، برای مقاوم‌سازی هموارساز نسبت به تغییرات فرکانس

کارایی کنترل‌کننده تنها در صورتی که رفتار سیستم نزدیک به مدل خطی شده حول حالت تعادل باشد، حفظ خواهد شد. بنابراین، کاهش هر چه بیش‌تر دامنه‌ی تلاطم مایع می‌تواند پایداری سیستم را افزایش دهد. همانطور که قبلاً هم به آن اشاره شد، فیلتر هموارساز فرمان، یکی از روش‌های پیشخور در کاهش ارتعاشات اضافی در سیستم‌های دارای چند مود می‌باشد. عملکرد هموارساز فرمان به گونه‌ای است که با گذراندن ورودی یا فرمان سیستم ارتعاشی از این فیلتر، ورودی یا فرمان فیلتر شده سبب تحریک مودهای ارتعاشی سیستم نمی‌شود. هموارساز فرمان ارائه شده در این مطالعه، مطابق با مطالعه ژری و همکاران [۳۲] طراحی شده است.

همانطور که از شکل ۱ مشخص است، سیستم تلاطم مایع را می‌توان با بینهایت نوسانگر ساده‌سازی کرد. هر یک از این نوسانگرها دارای نسبت میرایی ξ_i و فرکانس طبیعی ω_i می‌باشند. با فرض اینکه حرکت دورانی ظرف حاوی مایع با دامنه کم صورت بگیرد و همچنین شتاب ظرف در راستای عمود نسبت به شتاب گرانش ناچیز باشد، فرکانس‌های طبیعی مودهای ارتعاشی تلاطم مایع در ظرف مستطیل شکل که توسط این نوع حرکت تحریک می‌شوند را می‌توان به صورت زیر تخمین زد [۸]:

$$\omega_i^2 = g\pi \frac{(2i-1)}{a} \tanh\left(\pi h \frac{(2i-1)}{a}\right) \quad i=1,2,3,\dots \quad (29)$$

در رابطه فوق، g ثابت گرانش زمین، i شمارنده مثبت، a طول ظرف و h ارتفاع سکون مایع می‌باشد. بنابراین، با حرکت افقی ظرف حاوی مایع، بین‌هایت مود با فرکانس‌های بیان شده در رابطه (۲۹) به نوسان درمی‌آیند. همانطور که از رابطه (۲۹) مشخص است، فرکانس طبیعی سیستم تلاطم مایع به پارامترهایی مانند بعد ظرف در راستای تولید امواج تلاطم و شتاب گرانش وابسته می‌باشد.

ایده اصلی هموارساز فرمان به این صورت است که اگر بتوان ورودی ضربه‌ی هموار شده λ برای یک سیستم را طوری یافت که باعث تحریک فرکانس‌های طبیعی آن سیستم نشود، آن گاه می‌توان با استفاده از پیچش هر فرمان ورودی دیگری با این ورودی هموار، فرمان ورودی را از فرکانس‌های نامطلوب عاری ساخت. اگر یک سیستم را بتوان به شکل یک نوسانگر از رتبه دو مدل‌سازی کرد، آن گاه پاسخ سیستم به ورودی ضربه‌ی هموار شده به شکل زیر خواهد بود:

تابع تبدیل هموارساز در حوزه لاپلاس به شکل زیر می‌باشد:

$$G_S(s) = \frac{(\xi_m \omega_m)^2 (1 - \kappa e^{-T_m s})^2}{(1 - \kappa)^2 (s + \xi_m \omega_m)^2} \quad (39)$$

در واقع، عبارت بیان شده در رابطه (۳۹)، تابع تبدیل بین فرمان اولیه و فرمان هموار شده می‌باشد. بنابراین، فرمان اولیه‌ای که ورودی سیستم کنترلی می‌باشد، بایستی ابتدا از تابع تبدیل هموارساز عبور کرده و سپس وارد کنترل‌گر شود. همانطور که از رابطه (۳۹) مشخص است، تابع تبدیل هموارساز فرمان شامل یک فیلتر پایین-گذر و یک فیلتر چند-شکاف می‌باشد. دامنه فرمان هموار شده در فرکانس‌های شکاف برابر صفر می‌باشد. همچنین وجود یک فیلتر پایین-گذر، سبب می‌شود تا با افزایش فرکانس، دامنه فرمان هموار شده نیز به سمت صفر میل کند. بنابراین، در صورتی که از میان بینهایت جفت فرکانس طبیعی و نسبت میرایی متعلق به بینهایت مود ارتعاشی سیستم، جفت فرکانس طبیعی و نسبت میرایی که دارای کمترین مقدار فرکانس طبیعی می‌باشد به عنوان فرکانس طبیعی مدل شده و نسبت میرایی مدل شده سیستم انتخاب شود، فرمان هموار شده سبب ایجاد ارتعاشات اضافی در سیستم نمی‌شود.

در انتقال نقطه به نقطه‌ی کوادروتور، فرمان‌های ورودی به سیستم کنترلی فرمان موقعیت افقی و فرمان موقعیت عمودی است. با فرض اینکه حرکت دورانی پرنده کوادروتور با دامنه اندک صورت گیرد و همچنین شتاب عمودی پرنده نسبت به شتاب گرانش زمین ناچیز باشد، تنها حرکت افقی پرنده در فضا سبب ایجاد تلاطم مایع در ظرف می‌شود. بنابراین بایستی تنها فرمان موقعیت افقی پرنده از هموارساز فرمان عبور کند.

با توجه به تابع تبدیل هموارساز که در رابطه (۳۹) بیان شده است، این مشخص است که فیلتر کردن فرمان اصلی، سبب ایجاد یک تأخیر زمانی در فرمان مطلوب سیستم می‌شود. میزان این تأخیر، وابسته به دوره‌ی تناوب سیستم مدل شده می‌باشد. بدین ترتیب که هر چه مقدار دوره تناوب سیستم بیشتر باشد، میزان تأخیر زمانی ایجاد شده در فرمان هموار شده نیز افزایش می‌یابد. دوره‌ی تناوب یک سیستم نیز خود وابسته به مقدار فرکانس طبیعی سیستم می‌باشد. بنابراین، با توجه به رابطه (۲۹)، تأخیر ایجاد شده توسط هموارساز فرمان در پاسخ زمانی سیستم، وابسته به مقدار مؤثر شتاب گرانش و طول ظرف در راستای ایجاد امواج تلاطم خواهد بود.

طبیعی و نسبت میرایی مدل شده، بایستی مشتق روابط (۳۲) و (۳۳) نسبت به ω_m و ξ_m را برابر با صفر قرار داد. انجام این عملیات، منجر به قیود زیر برای فرمان هموار λ می‌شود:

$$\int_{\delta=0}^{+\infty} \delta \lambda(\delta) e^{\xi_m \omega_m \delta} \sin(\omega_m \sqrt{1 - \xi_m^2} \delta) d\delta = 0 \quad (34)$$

$$\int_{\delta=0}^{+\infty} \delta \lambda(\delta) e^{\xi_m \omega_m \delta} \cos(\omega_m \sqrt{1 - \xi_m^2} \delta) d\delta = 0 \quad (35)$$

همانطور که قبلاً هم ذکر شد، λ فرمان ضربه‌ی هموار شده است. بنابراین رابطه‌ی

$$\int_{\delta=0}^{+\infty} \lambda(\delta) d\delta = 1 \quad (36)$$

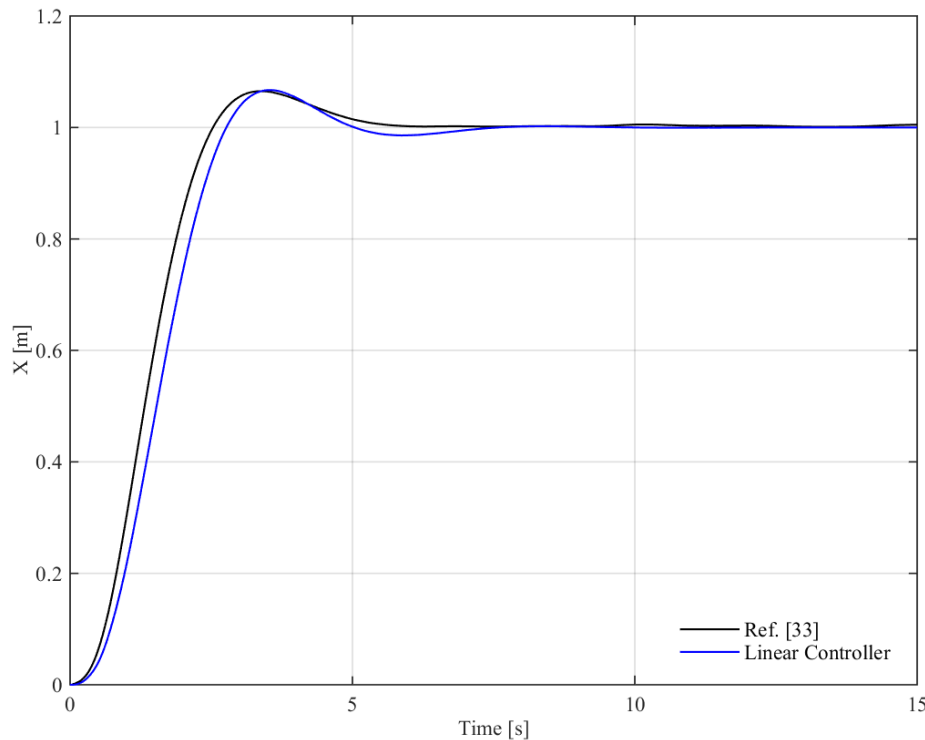
نیز برقرار است. با محدود کردن روابط (۳۲) و (۳۳) به صفر و اعمال قیود بیان شده در روابط (۳۴) تا (۳۶)، تابع ورودی هموار مورد نظر به فرم زیر استخراج می‌شود [۳۲]:

$$\lambda(t) = \begin{cases} t \lambda_0 e^{-\xi_m \omega_m t}, & 0 \leq t < T_m \\ (2T_m - t) \lambda_0 e^{-\xi_m \omega_m t}, & T_m \leq t \leq 2T_m \\ 0, & t > 2T_m \end{cases} \quad (37)$$

در رابطه فوق، T_m دوره‌ی تناوب میرایی مدل شده سیستم و λ به صورت زیر می‌باشد:

$$\lambda_0 = \frac{(\xi_m \omega_m)^2}{(1 - \kappa)^2}, \quad \kappa = \exp\left(\frac{-2\pi \xi_m}{\sqrt{1 - \xi_m^2}}\right) \quad (38)$$

حال اگر فرمان ورودی اصلی سیستم با تابع بیان شده در رابطه (۳۷) پیچانده شود، آن فرمان اولیه از فرکانس‌های تحریک سیستم فیلتر شده و ارتعاشات سیستم تحت آن فرمان کاهش می‌یابد. لذا، با توجه به رابطه (۳۷)،



شکل ۲. نمودار پاسخ زمانی موقعیت افقی پرنده به ورودی پله

Fig. 2. Step response for quadrotor horizontal position

موقعیت عمودی، می‌باشد. مسیر مطلوب موقعیت افقی، با استفاده از یک سری فرمان‌های پله ایجاد شده‌اند. شکل ۲ نمایانگر فرمان موقعیت افقی مطلوب در هر دو حالت هموارنشده و هموارشده می‌باشد. همانطور که از این شکل مشخص است، هموارساختن فرمان اصلی، سبب ایجاد یک تأخیر زمانی در فرمان اصلی شده است. این تأخیر زمانی نیز در عملکرد ردیابی سیستم نیز قابل مشاهده خواهد بود.

پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی برای پرنده کوادرتور [۳۰]، سیستم مکانیکی معادل مایع [۸] و کنترل‌گر خطی موقعیت در جدول ۱ به نمایش درآمده‌اند.

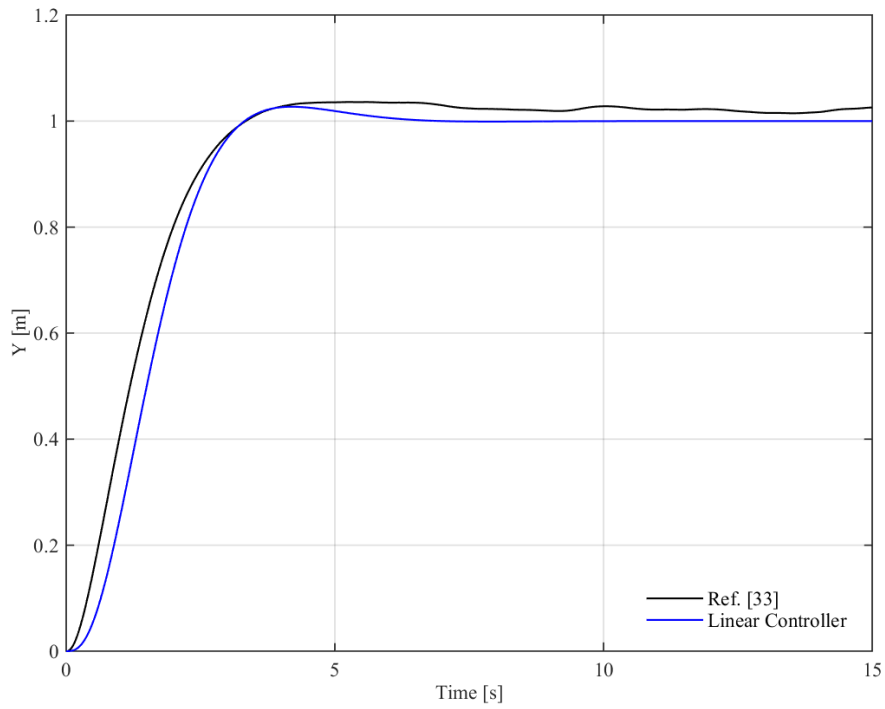
شکل‌های ۵ تا ۱۳، نمایانگر پاسخ زمانی حالات سیستم و ورودی‌های کنترلی برای مأموریت مورد نظر را نشان می‌دهند. هر شکل، پاسخ زمانی آن حالت را هم برای فرمان اصلی، هم برای فرمان هموارشده و همچنین برای کنترل‌گر مرجع [۳۳] نمایش می‌دهد. اولین نکته قابل توجه در شکل ۵ آن است که بین عملکرد کنترل‌گر در ردیابی موقعیت افقی مرکز جرم پرنده

۵- شبیه‌سازی و نتایج

در این بخش، به منظور صحت سنجی عملکرد کنترل‌کننده در انتقال نقطه به نقطه و کارایی هموارساز فرمان در کاهش تلاطم مایع در ظرف متصل به پرنده کوادرتور، معادلات غیرخطی سیستم که در رابطه (۱۷) ارائه شده‌اند، به همراه کنترل‌گر خطی موقعیت، یک بار تحت فرمان اصلی و بار دیگر تحت فرمان هموارشده، شبیه‌سازی شده‌اند.

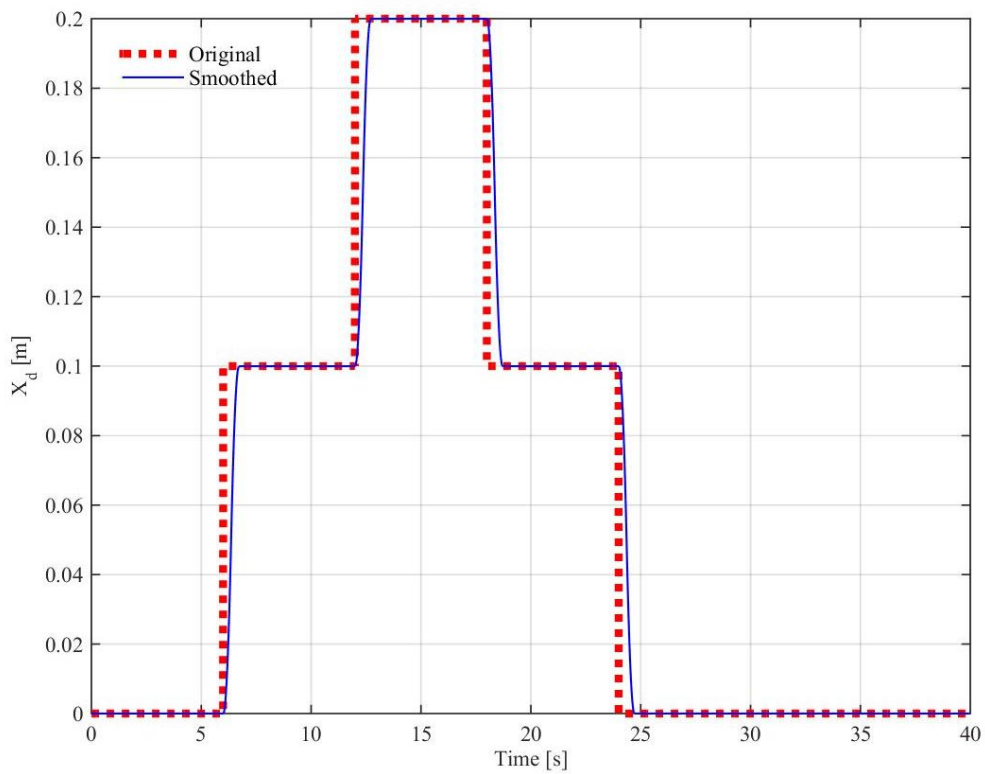
همچنین، نتایج حاصل از کنترل‌گر ارائه‌شده در مطالعه حاضر، با نتایج کنترل‌گری که در مطالعه [۳۳] به منظور کنترل موقعیت پرنده کوادرتور حامل مایع ارائه شده بود، مقایسه گردیده است. به منظور مقایسه مناسب، ضرایب کنترلی مرتبط با کنترل‌گر ارائه شده در مرجع [۳۳] به گونه‌ای انتخاب شده‌اند تا میزان بیشینه فراجهدش و زمان نشست پاسخ زمانی به ورودی پله برای هر دو کنترل‌گر مشابه باشند (شکل‌های ۲ تا ۳).

مأموریت در نظر گرفته شده برای پرنده در شبیه‌سازی‌ها، ردیابی مسیر مطلوب برای موقعیت افقی مرکز جرم کوادرتور در حین ثابت نگه‌داشتن



شکل ۳. نمودار پاسخ زمانی موقعیت عمودی پرنده به ورودی پله

Fig. 3. Step response for quadrotor vertical position



شکل ۴. نمودار فرمان اصلی و هموارشده مطلوب موقعیت افقی نقطه O

Fig. 4. Original and smoothed desired command for horizontal position of point O

جدول ۱. پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی دینامیکی سیستم

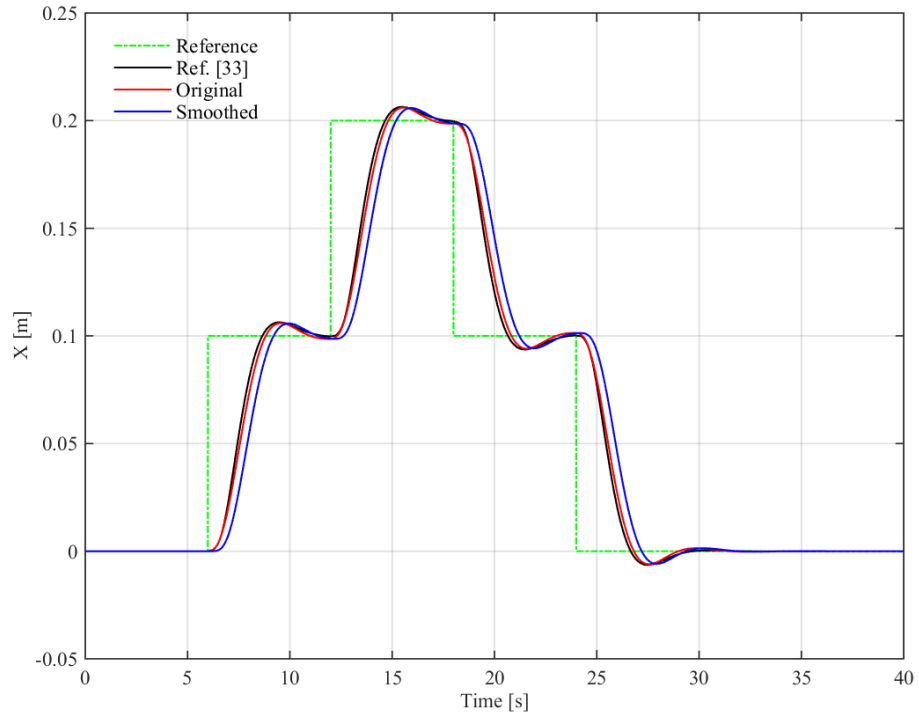
Table 1. Parameters used for dynamic simulation of system

مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر
$0/009 [N.s.m^{-1}]$	c_1	$0/65 [kg]$	m_q
$0/0006 [N.s.m^{-1}]$	c_2	$0/0075 [kg.m^2]$	I_q
$359/3445 [s^{-1}]$	Γ_{hower}	$0/1 [m]$	l
۵	K_X	$3/13 \times 10^{-5} [N.s^2]$	c_Γ
۱	$K_{\dot{X}}$	$0/2 [rad^{-1}]$	T_r
۵	K_Y	$0/2 [m]$	h_c
۱	$K_{\dot{Y}}$	$0/1 [m]$	a
۱۰	K_θ	$0/1 [m]$	h
۵	$K_{\dot{\theta}}$	$0/013 [m]$	h_0
$0/001$	K_{Γ_1}	$0/0354 [m]$	h_1
$0/001$	K_{Γ_2}	$0/0447 [m]$	h_2
$0/001$	K_{Γ_3}	$0/7319 [kg]$	m_0
$0/001$	K_{Γ_4}	$0/2565 [kg]$	m_1
۲	n	$0/0095 [kg]$	m_2
$837/7580 [s^{-1}]$	Γ_{max}	$10^{-6} [kg.m^2]$	I_0
$17/5226 [rad.s^{-1}]$	ω_m	$78/7673 [N.m^{-1}]$	k_1
$0/001$	ξ_m	$8/8175 [N.m^{-1}]$	k_2

شکل ۶ نمایانگر پاسخ زمانی مؤلفه عمودی موقعیت مرکز جرم پرنده می‌باشد که تفاوتی بین عملکرد کنترل کننده در حضور و عدم حضور هموارساز فرمان مشاهده نمی‌شود. علت این است که همانطور که قبلاً هم به آن اشاره شد، در حوزه خطی معادلات کوداروتور، یعنی هنگامی که زاویه θ شامل مقادیر کوچک باشد، حرکت در راستای عمودی سبب تحریک مودهای ارتعاشی سیستم تلاطم مایع نمی‌شود. همچنین، نوسانات ناشی از تلاطم مایع نیز در این راستا بر ظرف نیرویی وارد نمی‌کند.

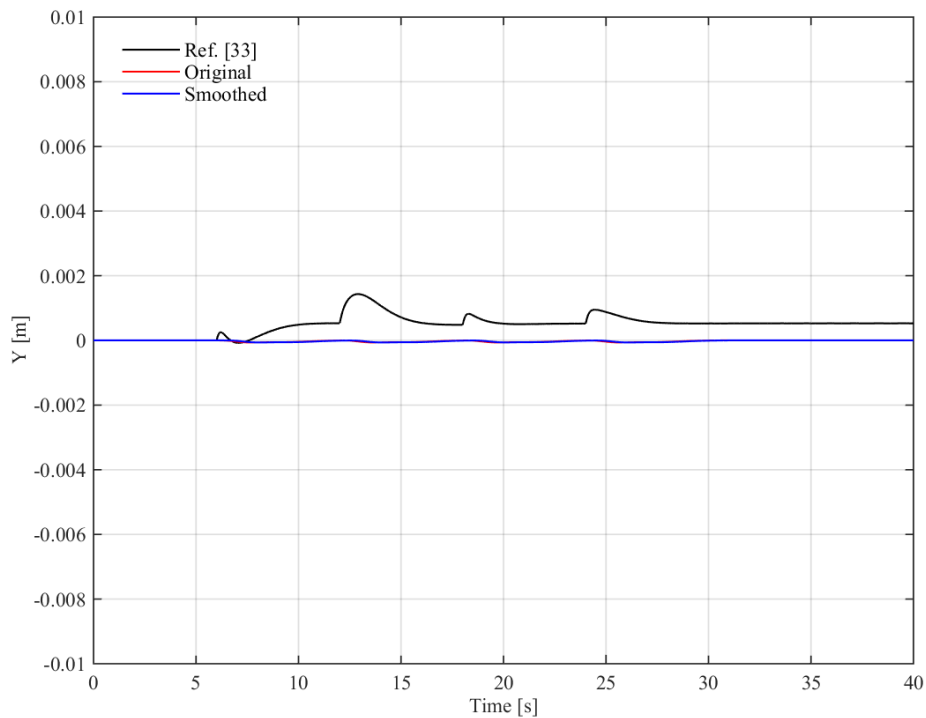
با این حال، پاسخ موقعیت عمودی پرنده تحت کنترل گر مرجع [۳۳] دچار انحرافات می‌باشد. چرا که ساختار سلسله مراتبی کنترل گر مرجع [۳۳] به نوعی است که سبب ایجاد تغییرات زاویه با دامنه نسبتاً بالاتری از کنترل گر خطی ارائه شده، می‌شود (شکل ۷). این در حالی است که کنترل گر ارائه شده، همواره سعی می‌کند تا مقدار زاویه θ را همواره نزدیک به صفر نگه‌دارد.

تحت فرمان اصلی و فرمان هموارشده، تفاوت فاحشی مشاهده نمی‌شود. تنها اختلاف قابل توجه بین این دو پاسخ آن است که فرمان هموارشده سبب شده است تا کمی در زمان خیز پاسخ مربوط به این فرمان، یک تأخیر ایجاد شود. همانطور که قبلاً هم به آن اشاره شد، این تأخیر زمانی به سبب حذف بخشی از طیف فرکانسی فرمان ورودی، توسط هموارساز فرمان ایجاد شده است. در شبیه‌سازی حاضر، با توجه به ابعاد ظرف و مایع در نظر گرفته شده، این تأخیر قابل چشم پوشی بوده می‌باشد. بنابراین، می‌توان بیان کرد که هموارکردن فرمان ورودی، تأثیر به‌سزایی بر عملکرد ردیابی سیستم مورد مطالعه نداشته است. همچنین، قابل ذکر می‌باشد که عملکرد کنترل گر مرجع [۳۳] در ردیابی مسیر مطلوب، کاملاً مشابه کنترل گر ارائه شده می‌باشد. این قابل پیش‌بینی بود، چرا که ضرایب کنترل گر مرجع [۳۳] به گونه‌ای تنظیم شده بود تا پاسخی مشابه با کنترل گر ارائه شده به ورودی پله ایجاد کند.



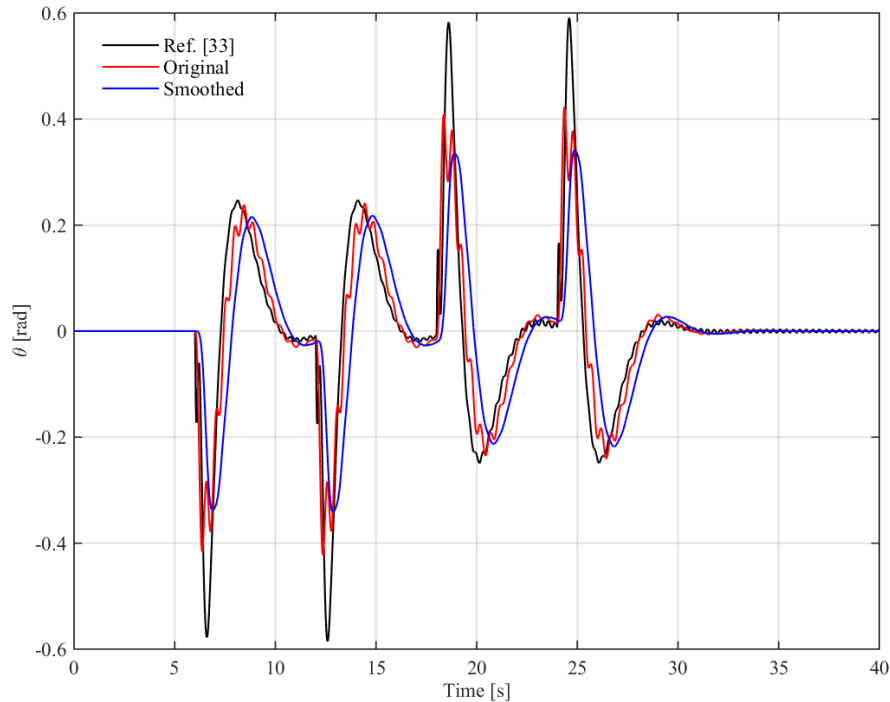
شکل ۵. نمودار پاسخ زمانی موقعیت افقی نقطه O

Fig. 5. Time response of horizontal position of point O



شکل ۶. نمودار پاسخ زمانی موقعیت عمودی نقطه O

Fig. 6. Time response of vertical position of point O



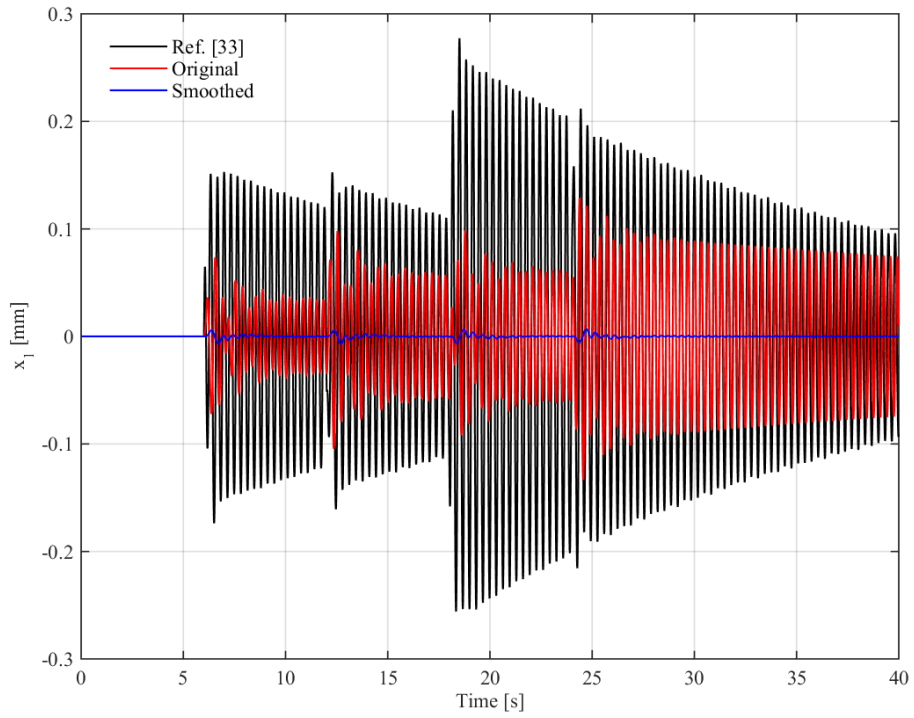
شکل ۷. نمودار پاسخ زمانی وضعیت مجموعه

Fig. 7. Time response of system's attitude

فرمان هموارشده، کاهش چشم‌گیری نسبت به فرمان اصلی داشته‌اند. همان نوسانات اندک نیز خیلی سریع‌تر نسبت به حالت تحت فرمان اصلی نیز میرا شده‌اند. این نشان می‌دهد که هموارساز فرمان توانسته است تا فرمان اصلی را به شکلی فیلتر کند تا فرمان حاصل، در حین اینکه تأثیر چشم‌گیری بر عملکرد ردیابی سیستم کنترلی نداشته باشد، سبب تحریک تمام مودهای تلاطم مایع نشود. از طرفی این کاهش تلاطم باعث می‌شود، رفتار سیستم به رفتار مدل طراحی نزدیک‌تر باشد که باعث اطمینان از حفظ پایداری سیستم خواهد شد. این در حالی است که افزایش دامنه زاویه در کنترل‌گر مرجع [۳۳] سبب افزایش تلاطم گردیده است.

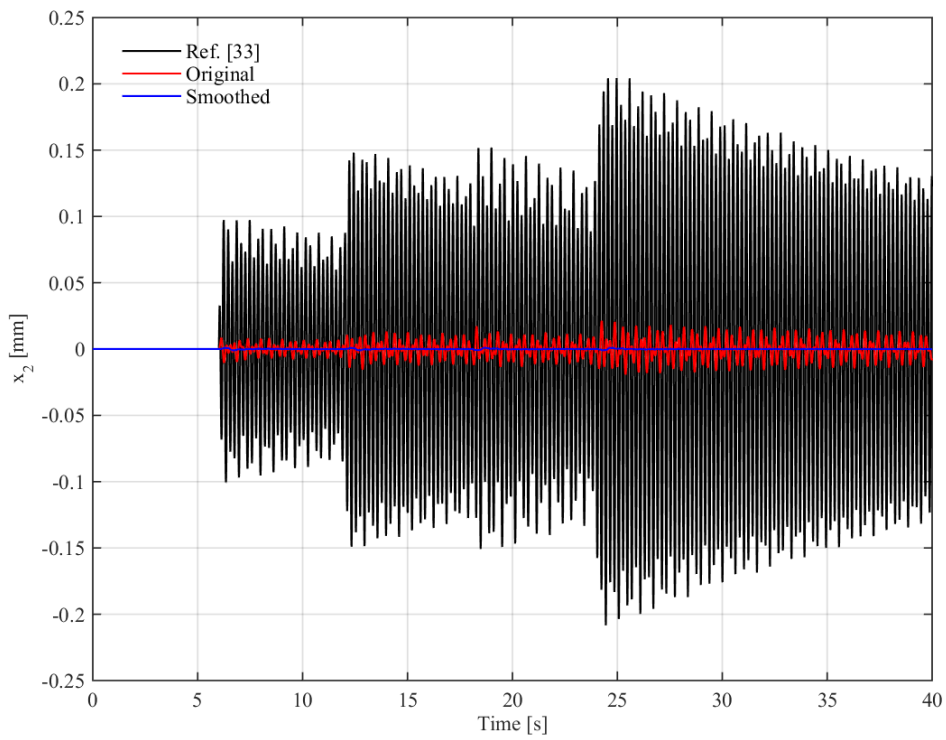
شکل‌های ۱۰ تا ۱۳ شامل سرعت دورانی روتورها در طی مأموریت می‌باشند. از آنجایی که موقعیت عمودی مرکز جرم پرنده در حین مأموریت ثابت باقی مانده است، سرعت دورانی روتورهای ۳ و ۴ مقدار تعادلی خود را برای کنترل‌گر ارائه شده در هر دو حالت حفظ کرده‌اند. این در حالی است که کنترل‌گر مرجع [۳۳] به دلیل اثرپذیری از نیروهای حاصل از تلاطم مایع در حرکت عمودی خود، برای حفظ موقعیت قائم نیاز به ایجاد نیروی کنترلی بیشتری در راستای قائم دارد. از طرفی دامنه سرعت دورانی روتورهای ۱ و

همین انحرافات بیش از اندازه زاویه θ از موقعیت تعادل خود، سبب می‌شوند تا نیروهای حاصل از تلاطم مایع بر حرکت عمودی پرنده تأثیر بگذارند. شکل ۷ نمودار وضعیت مجموعه را در حین انجام مأموریت نمایش می‌دهد. همانطور که از شکل ۵ مشخص است، مقدار دامنه زاویه θ تحت فرمان هموارشده نسبت به فرمان اصلی، کاهش پیدا کرده است. همچنین، نوسانات مقدار این زاویه در محدودهایی که بیشینه یا کمینه مقدار این زاویه اتفاق افتاده است، از بین رفته است. این در حالی است مقدار دامنه نوسانات زاویه θ برای کنترل‌گر مرجع [۳۳] بیشتر از هر دو حالت مذکور می‌باشد. از آنجایی که کنترل‌گر طراحی شده در این مطالعه، یک کنترل‌گر خطی بر اساس مدل خطی‌سازی‌شده پرنده طراحی شده می‌باشد، مطلوب است تا حالات سیستم تا حد امکان به مقادیر مربوط به نقطه تعادل سیستم باقی بماند. بنابراین، کاهش دامنه زاویه θ تحت فرمان هموارشده، سبب می‌شود تا کنترل‌گر کم‌تر از حوزه کاری خود دور شود و پایداری سیستم تضمین شود. شکل‌های ۸ و ۹ به ترتیب نشان‌دهنده پاسخ زمانی نوسانگر نمایانگر مود اول تلاطم مایع و نوسانگر نمایانگر مود دوم تلاطم مایع می‌باشند. همانطور که از شکل مشخص است، دامنه ارتعاشات هر دو مود تحت



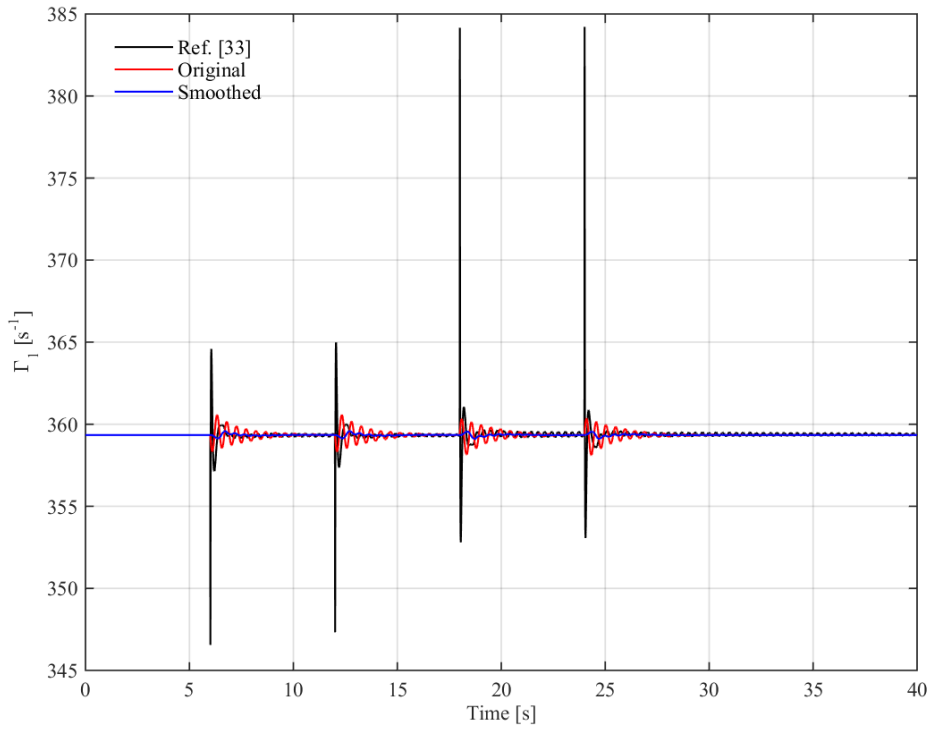
شکل ۸. نمودار پاسخ زمانی نوسانگر منطبق بر مود شماره ۱

Fig. 8. Time response of the oscillator representing the first mode



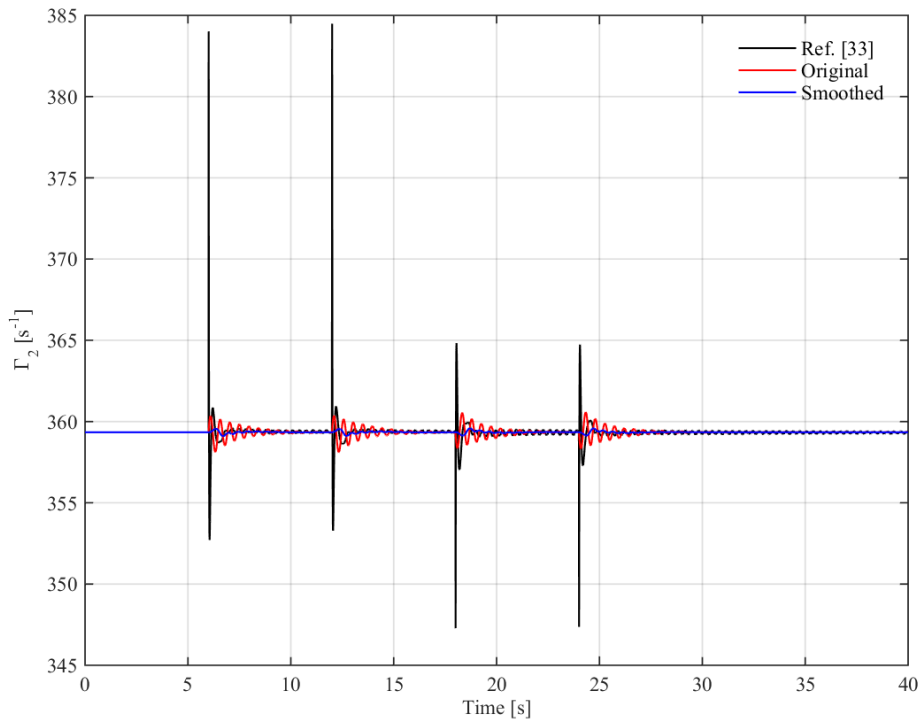
شکل ۹. نمودار پاسخ زمانی نوسانگر منطبق بر مود شماره ۲

Fig. 9. Time response of the oscillator representing the second mode



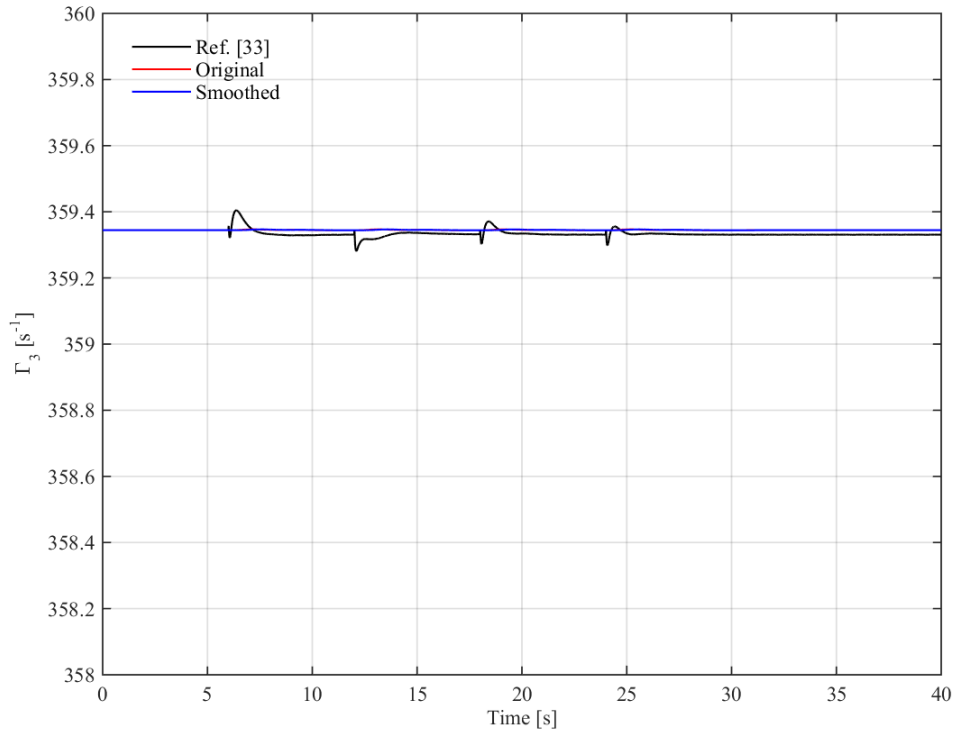
شکل ۱۰. نمودار پاسخ زمانی سرعت دوران روتور شماره ۱

Fig. 10. Rotational speed time response of number 1 rotor



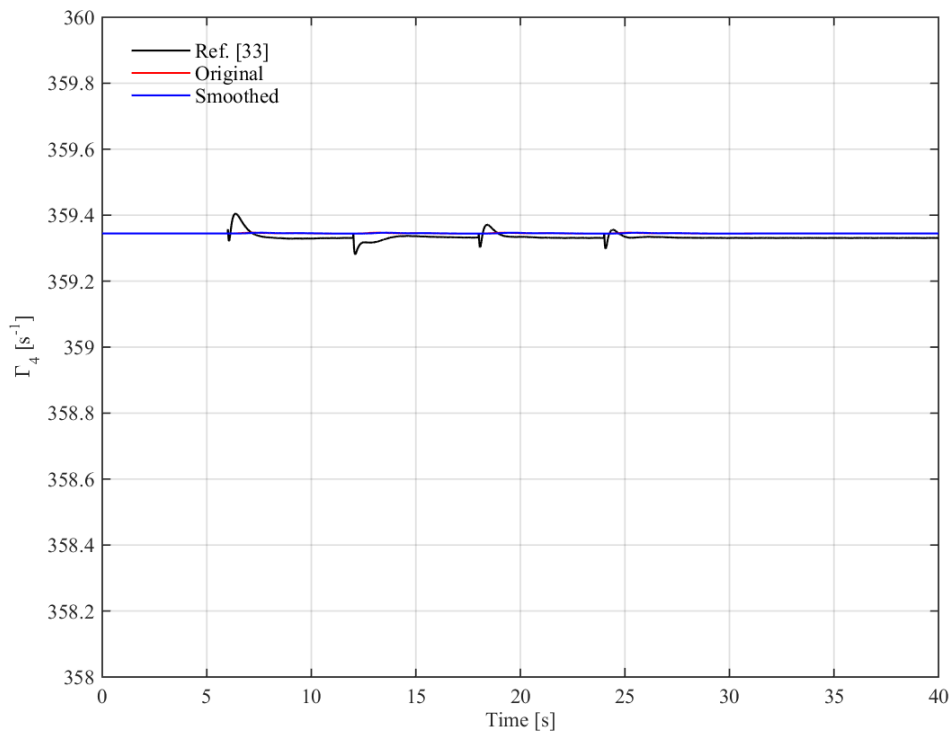
شکل ۱۱. نمودار پاسخ زمانی سرعت دوران روتور شماره ۲

Fig. 11. Rotational speed time response of number 2 rotor



شکل ۱۲. نمودار پاسخ زمانی سرعت دوران روتور شماره ۳

Fig. 12. Rotational speed time response of number 3 rotor



شکل ۱۳. نمودار پاسخ زمانی سرعت دوران روتور شماره ۴

Fig. 13. Rotational speed time response of number 4 rotor

منابع

- ۲ تحت فرمان هموارشده نسبت به فرمان اصلی کاهش پیدا کرده است. این کاهش در دامنه سرعت دورانی روتورهای ۱ و ۲، ارتباط مستقیمی با کاهش تلاطم مایع دارد. از آنجایی که تلاطم مایع سبب ایجاد نیروهای نامطلوب در دیواره‌های ظرف می‌شود، کنترل‌گر بایستی با افزایش تلاش خود، سعی در خنثی کردن این نیروهای اغتشاشی کند. بنابراین، با کاهش میزان تلاطم مایع به وسیله هموارساز، میزان تلاش کنترلی نیز کاهش پیدا کرده و در نتیجه، در مصرف انرژی کنترلی نیز صرفه جویی می‌شود. از طرفی، با توجه به خطی سازی صورت گرفته در مورد نیروها و گشتاورهای حاصل از ورودی‌های کنترلی، تفاوت زیاد ورودی‌های کنترلی نسبت به حالت تعادل خود می‌تواند باعث دور شدن رفتار سیستم از رفتار مدل طراحی نیز بشود. قابل ذکر است که تلاطم بیش از حد مایع تحت کنترل‌گر مرجع [۳۳] سبب ایجاد تغییرات شدیدی در مقدار سرعت دورانی روتورهای ۱ و ۲ گردیده است.
- ۶- جمع بندی**
- در این مطالعه، برای کنترل نقطه به نقطه کوادروتور حامل مایع، ابتدا یک کنترل‌کننده‌ی خطی با خطی‌سازی معادلات حرکت کوادروتور حامل مایع و فرض صلب بودن مایع به روش جایگذاری قطب‌ها بر اساس فرکانس طبیعی مودهای تلاطم مایع طراحی شد. سپس، برای نزدیک ماندن رفتار دینامیکی سیستم و دینامیک مدل طراحی و حفظ پایداری، استفاده از یک هموارساز فرمان که بر اساس فرکانس‌های طبیعی مودهای تلاطم مایع طراحی می‌شود، پیشنهاد شد. نتایج شبیه‌سازی نشان دهنده‌ی کاهش دامنه‌ی تلاطم مایع، کاهش تلاش کنترلی و کاهش انحراف سیستم از حالت تعادل و در نتیجه افزایش کارایی کنترل‌کننده با استفاده از هموارساز فرمان ارائه شده می‌باشد. هم چنین، نتایج شبیه‌سازی حاکی از برتری روش کنترلی پیشنهادی از نظر دامنه‌ی تلاطم ایجاد شده و تلاش کنترلی در مقایسه با کنترل‌کننده‌ی ارائه شده در یکی از مراجع می‌باشد. با توجه به این که در این مطالعه حرکت کوادروتور حامل مایع فقط در صفحه‌ی قائم بررسی شده است، مطالعه‌ی این سیستم در حرکات سه-بعدی، طراحی کنترل‌کننده و هموارساز فرمان تحت چنین شرایطی می‌تواند در ادامه مورد مطالعه قرار بگیرد. هم چنین، انجام شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزارهای دینامیک سیالات محاسباتی می‌تواند موجب افزایش اعتبار صحت سنجی روش کنترلی ارائه شده، بشود.
- [1] Y.B. Sebbane, Smart autonomous aircraft: Flight control and planning for UAV, CRC Press, 2015.
- [2] R. Amin, L. Aijun, S. Band, A Review of Quadrotor UAV: Control Methodologies and Performance Evaluation, International Journal of Automation and Control, 10(2) (2015) 87-103.
- [3] F. Nex, F. Remondino, UAV for 3D mapping applications: a review, Applied Geomatics, 6(1) (2014) 1-15.
- [4] H. Kiaee, H. Heidari, Cooperative path planning for leader – follower formation of Multi UAV based on the minimum energy consumption for load transportation, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, 52(12) (2019) 3327-3340.
- [5] G. Zhou, V. Ambrosia, A.J. Gasiewski, G. Bland, Foreword to the Special Issue on Unmanned Airborne Vehicle (UAV) Sensing Systems for Earth Observations, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 47(3) (2009) 687-689.
- [6] T. Mckinnon, Agricultural Drones : What Farmers Need to Know, Agrobotix, 1 (2016) 1-9.
- [7] P. Garre, A. Harish, Autonomous Agricultural Pesticide Spraying UAV, IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 455 (2018) 12-30.
- [8] R.A. Ibrahim, Liquid sloshing dynamics, Cambridge University Press, 2005.
- [9] M. Grundelius, B. Bernhardsson, Control of liquid slosh in an industrial packaging machine, in: Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications (Cat. No. 99CH36328), IEEE, 1999, pp. 1654-1659.
- [10] C. Troll, S. Tietze, J.-P. Majschak, Controlling Liquid Slosh by Applying Optimal Operating-Speed-Dependent Motion Profiles, Robotics, 9 (2020) 1-18.
- [11] N. Qi, K. Dong, X. Wang, Y. Li, Spacecraft Propellant Sloshing Suppression Using Input Shaping Technique, in: 2009 International Conference on Computer Modeling and Simulation, 2009, pp. 162-166.
- [12] Y. Baozeng, Z. Lemei, Hybrid Control of Liquid-Filled

- by robust input shaping, in: 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), 2010, pp. 2316-2321.
- [23] Q. Zang, J. Huang, Z. Liang, Slosh Suppression for Infinite Modes in a Moving Liquid Container, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(1) (2015) 217-225.
- [24] W. Aribowo, T. Yamashita, K. Terashima, Integrated Trajectory Planning and Sloshing Suppression for Three-Dimensional Motion of Liquid Container Transfer Robot Arm, *Journal of Robotics*, 2015 (2015) 1-15.
- [25] L. Moriello, L. Biagiotti, C. Melchiorri, A. Paoli, Control of liquid handling robotic systems: A feed-forward approach to suppress sloshing, in: 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), IEEE, 2017, pp. 4286-4291.
- [26] L. Biagiotti, D. Chiaravalli, L. Moriello, C. Melchiorri, A plug-in feed-forward control for sloshing suppression in robotic teleoperation tasks, in: 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), IEEE, 2018, pp. 5855-5860.
- [27] X. Xie, J. Huang, Z. Liang, Using continuous function to generate shaped command for vibration reduction, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 227(6) (2013) 523-528.
- [28] Q. Zang, J. Huang, Dynamics and Control of Three-Dimensional Slosh in a Moving Rectangular Liquid Container Undergoing Planar Excitations, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(4) (2015) 2309-2318.
- [29] H. Sayyaadi, A. Soltani, Modeling and control for cooperative transport of a slung fluid container using quadrotors, *Chinese Journal of Aeronautics*, 31(2) (2018) 262-272.
- [30] S. Bouabdallah, *Design and Control of Quadrotors With Application To Autonomous Flying*, 2007.
- [31] F.T. Dodge, "The new" dynamic behavior of liquids in moving containers", Southwest Research Inst. San Antonio, TX, 2000.
- [32] X. Xie, J. Huang, Z. Liang, Vibration reduction for Spacecraft Maneuvers by Dynamic Inversion and Input Shaping, *AIAA Journal*, 52(3) (2014) 618-626.
- [13] N. Coulter, Design of an Attitude Control System for a Spacecraft with Propellant Slosh Dynamics, Master of Sciences, Embry-Riddle Aeronautical University, Daytona Beach, Florida, 2018.
- [14] Y. Zang, Z. Zhou, X. Gu, R. Jiang, L. Kong, X. He, X. Luo, Y. Lan, Design and anti-sway performance testing of pesticide tanks in spraying UAVs, *International Journal of Agricultural and Biological Engineering*, 12 (2019) 10-16.
- [15] W. Wang, Y. Peng, Y. Zhou, Q. Zhang, Liquid sloshing in partly-filled laterally-excited cylindrical tanks equipped with multi baffles, *Applied Ocean Research*, 59 (2016) 543-563.
- [16] I.H. Cho, J.-S. Choi, M.H. Kim, Sloshing reduction in a swaying rectangular tank by an horizontal porous baffle, *Ocean Engineering*, 138(February) (2017) 23-34.
- [17] M.-A. Xue, J. Zheng, P. Lin, X. Yuan, Experimental study on vertical baffles of different configurations in suppressing sloshing pressure, *Ocean Engineering*, 136(March) (2017) 178-189.
- [18] H. Qin, L. Mu, W. Tang, Z. Hu, Numerical study on structural response of anti-sloshing baffles of different configurations in a sloshing tank considering hydroelasticity, *Ocean Engineering*, 188 (2019) 1-22.
- [19] B. Naseri Soufiani, M.A. Adli, An expanded impedance control scheme for slosh-free liquid transfer by a dual-arm cooperative robot, *Journal of Vibration and Control*, 27(23-24) (2020) 2793-2806.
- [20] M. Hamaguchi, T. Taniguchi, Sloshing Damping Control in a Cylindrical Container on a Wheeled Mobile Robot Using Dual-Swing Active-Vibration Reduction, *Journal of Robotics and Mechatronics*, 21(5) (2009) 642-646.
- [21] M. Reyhanoglu, J. Rubio Hervas, Nonlinear modeling and control of slosh in liquid container transfer via a PPR robot, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 18(6) (2013) 1481-1490.
- [22] B. Pridgen, K. Bai, W. Singhose, Slosh suppression

and mass, in: 2017 14th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI), 2017, pp. 85-90.

flexible systems by command smoothing, Mechanical Systems and Signal Processing, 39(1-2) (2013) 461-470.
[33] S. Lee, D.K. Giri, H. Son, Modeling and control of quadrotor UAV subject to variations in center of gravity

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Soltani, A. H. Vahidi Bajestani, M. Goharkhah, Point to Point Control of a Liquid Carrying Quadrotor, Amirkabir J. Mech Eng., 54(4) (2022) 727-746.

DOI: 10.22060/mej.2022.20628.7281

