

## بررسی اثر مدل‌های ساختاری مختلف بر حد شکل‌دهی ورق تحت مسیر کرنش غیرخطی

سهیلا سجودی، علی باستی\*، سید رضا فلاحتگر، سیده مریم میرفلاح نصیری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۶/۲۱  
بازنگری: ۱۴۰۰/۱۰/۱۷  
پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۱۵  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۱۱/۲۱

### کلمات کلیدی:

نمودار حد شکل‌دهی  
توابع تسلیم مختلف  
مسیر کرنش غیرخطی  
نمودار حد تنش شکل‌دهی  
مستقل از مسیر بارگذاری

**خلاصه:** نمودار حد شکل‌دهی معیاری جهت پیش‌بینی وقوع گلوبی به منظور طراحی بهینه در محصولات فلزی است. در این مقاله از تئوری ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی جهت تعیین حد شکل‌دهی ورق آلومینیوم ۴۳-T ۶۱۱۱-AA استفاده شده است. همچنین معیارهای تسلیم ناهمسانگرد هیل ۴۸، Gotoh و Yld ۲-۲۰۰۰D برای توصیف رفتار تسلیم آلیاژ مورد بررسی قرار می‌گیرند و پارامترهای ثابت این توابع با در دسترس بودن مقادیر حاصل از آزمون کشش تک‌محوره و تست بالج محاسبه می‌شوند. در نهایت، نمودارهای حد شکل‌دهی با بکارگیری توابع تسلیم مختلف و روابط کارسختی مناسب ترسیم و با نتایج تجربی در دسترس مقایسه می‌شوند. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که کرنش‌های حدی حاصل از بکارگیری تابع تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰D و مدل سخت‌شوندگی سوئیفت مطابقت بهتری با نتایج تجربی دارند. از آنجا که در فرایندهای شکل‌دهی پیچیده، بندرت مسیر کرنش خطی است، بررسی نمودارهای حد شکل‌دهی با در نظر گرفتن مسیر کرنش‌های غیرخطی حائز اهمیت است. در فرایندهای شکل‌دهی چند مرحله‌ای، در حالی که کرنش‌های حدی بشدت تحت تأثیر مسیر کرنش می‌باشند، نمودار حد تنش شکل‌دهی وابستگی کمتری به مسیر بارگذاری دارد. هرچند که وابستگی تنش‌های حدی به مسیر کمتر از کرنش‌های حدی است، ولی این نمودارها در مقادیر پیش‌کرنش بالا کاملاً مستقل از مسیر بارگذاری نیستند و این وابستگی تنش‌های حدی به مسیر کرنش علاوه بر مقدار پیش‌کرنش به روابط کارسختی و معیار تسلیم بکارگرفته شده نیز بستگی دارد که این موضوع در این مقاله با جزئیات مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### ۱- مقدمه

ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی پرداختند. آن‌ها برای محاسبه ضرایب ثابت معیار تسلیم از روش نیوتن-رافسون جهت به حداقل رساندن توابع خطا استفاده کردند. بارلات و همکاران [۳] تابع تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰D را یک معیار مناسب برای پیش‌بینی رفتار تسلیم آلیاژهای آلومینیوم در حالت تنش صفحه‌ای معرفی کردند و به بیان روابط جهت تعیین ضرایب ثابت معیار جدیدشان پرداختند و تابع خطا مربوط به آن را بر اساس نتایج خروجی از آزمون کشش ساده و تست هیدرولیکی بالج در مقاله‌شان ارائه دادند. بانابیک و واس [۴] مقادیر تنش‌های تسلیم و ضرایب ناهمسانگرد حاصل از نتایج آزمایشگاهی خود را در جهت‌های مختلف برای آلیاژ ۴۳-T ۶۱۱۱-AA بدست آوردند و به تعیین تئوری و تجربی حد شکل‌دهی ورق پرداختند. آرتز و بارلات [۵] معیارهای تسلیم Yld ۱۸-۲۰۱۱ p و Yld ۲۷-۲۰۱۱ p را معرفی و پارامترهای ثابت این معیارهای تسلیم را برای آلیاژ H ۱۹ ۳۱۰۴-AA، AA ۳-T ۲۰۹۰ و AA ۴۰۹ L محاسبه کردند. نصیری و

یکی از ابزارهای مهم در طراحی فرایندهای شکل‌دهی ورق فلزی، نمودارهای حد شکل‌دهی است که با پیش‌بینی دقیق آن‌ها می‌توان از وقوع گلوبی در ورق جلوگیری کرد. تئوری‌های زیادی جهت تعیین حد شکل‌دهی آلیاژهای فلزی ارائه شد که یکی از پرکاربردترین آن‌ها مدل ارائه شده توسط مارسینیاک و کوزینسکی است که به تئوری M-K معروف شد [۱]. پیش‌بینی دقیق رفتار گلوبی آلیاژ فلزی علاوه بر تئوری ناپایداری مناسب، به استفاده از روابط ساختاری مناسب نیز نیاز دارد. به همین دلیل ارائه مدل‌های کارسختی و معیارهای تسلیم جدید و پیشرفته و تعیین پارامترهای ثابت آنها همواره مورد توجه دانشمندان حوزه شکل‌دهی فلزات، است. بوتوک و همکاران [۲] با بکارگیری دو معیار تسلیم Yld ۹۶ و BBC ۲۰۰۲ به تعیین نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ AA ۵ XXX با استفاده از تئوری

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: basti@guilan.ac.ir

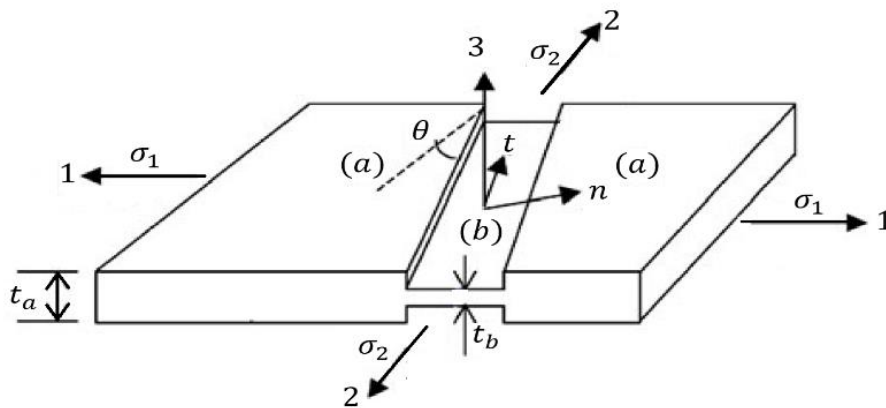


به بررسی اثر مسیر کرنش بر حد تنش و کرنش شکل‌دهی ورق پرداختند و مستقل یا وابسته به مسیر کرنش بودن تنش‌های حدی را در مقادیر پیش‌کرنش مختلف مورد ارزیابی قرار دادند. آن‌ها همچنین با بکارگیری تابع تسلیم هیل ۴۸ و هاسفورد ۷۹، حد شکل‌دهی ورق تحت بارگذاری غیرخطی را بررسی کردند و نشان دادند که تابع تسلیم غیر درجه دو هاسفورد ۷۹ معیار مناسبی برای پیش‌بینی حد شکل‌دهی ورق نسبت به تابع درجه دوم هیل ۴۸ است [۱۷]. ژاله‌فر و همکاران [۱۸] بطور آزمایشگاهی و تئوری به تعیین حد شکل‌دهی ورق AA ۵۰۸۳ در فرایند با بارگذاری تناسبی و غیر تناسبی پرداختند و در آن نمودارهای حد تنش و کرنش شکل‌دهی را مورد بررسی قرار دادند و تنش حد شکل‌دهی را مستقل از مسیر بارگذاری و شاخصی مناسب در بررسی شکل‌دهی فرایندهایی مانند هیدروفورمینگ معرفی کردند. وانگ و همکاران [۱۹] حد شکل‌دهی ورق آلومینیوم AA ۵۷۵۴-O را با بکارگیری تابع تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰-D در فرایندهای با بارگذاری غیرتناسبی و چندمرحله‌ای تعیین کردند و نشان دادند که کرنش‌های حدی در مقایسه با تنش‌های حدی، وابستگی بیشتری به مسیر کرنش دارند و منحنی حد تنش شکل‌دهی را در مقادیر با پیش‌کرنش گذاری بالا مورد ارزیابی قرار دادند. عرفانیان و هاشمی [۲۰] با بکارگیری تابع تسلیم Yld ۲۰۱۱ به پیش‌بینی نمودارهای حدی با در نظر گرفتن مسیر کرنش، تنش نرمال و تنش مماسی بین ضخامت برای آلیاژ AA ۲۰۰۸-T ۴ پرداختند. سجودی و همکاران [۲۱] با تعیین ضرایب مدل کارسختی اصلاح شده کیم-توان اثر تنش نرمال و پیش‌کرنش را بر حد شکل‌دهی ورق AA ۵۷۵۴-O بررسی کردند. در ادامه آنها به بررسی اثر تنش نرمال فشاری بر مستقل از مسیر بودن نمودار حد تنش شکل‌دهی و همچنین اثر پیش‌کرنش بر وابستگی کرنش‌های حدی به تنش نرمال پرداختند.

در این مقاله هدف، بررسی اثر الگوهای کارسختی و معیارهای تسلیم مختلف بر حد شکل‌دهی ورق در شرایط بارگذاری غیرخطی است. در ابتدا، پارامترهای ثابت توابع تسلیم هیل ۴۸، Gotoh و Yld ۲-۲۰۰۰ d، با فرمولبندی مستقیم و روش کمینه تابع خطا، برای آلیاژ AA ۶۱۱۱-T ۴۳ محاسبه می‌شوند و برای سنجش صحت ضرایب، سطح تسلیم، مقادیر تنش تسلیم و ضریب ناهمسانگردی بر حسب زاویه نورد، برای هر تابع تسلیم با نتایج تجربی در دسترس مقایسه می‌شوند. سپس، با بکارگیری مدل‌های کارسختی سوئیفت و وس و معیارهای تسلیم مختلف، حد شکل‌دهی ورق در شرایط بارگذاری خطی تعیین و با نتایج تجربی مرجع [۴] مقایسه می‌شوند و دقیق‌ترین مدل انتخاب می‌شود. در ادامه مقاله، منحنی‌های حد کرنش

همکاران [۶] با استفاده از معیار تسلیم Yld ۱۸- ۲۰۱۱ p به بررسی اثر تنش نرمال فشاری بر حد شکل‌دهی ورق AA ۳۱۰۴-H ۱۹ پرداختند. همچنین با توجه به فرمولبندی سه بعدی Yld ۱۸-۲۰۱۱ p، نمودار حد شکل‌دهی را در حالت جامع تعیین کردند و اثر تنش نرمال فشاری و تنش مماسی بین ضخامت را نیز مورد بررسی قرار دادند [۷]. وانگ و همکاران [۸] با استفاده از معیارهای تسلیم فون میزز، هیل ۴۸، بارلات ۸۹، Gotoh و Yld ۲-۲۰۰۰-D به بررسی نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیوم AA ۲۰۲۴-O در دماهای مختلف پرداختند. آپولاری و هلم [۹] با بکارگیری دو دستاورد مستقیم و معکوس، ضرایب معیار تسلیم درجه چهارم Gotoh را بدست آوردند و با مقایسه نمودارهای حاصل از مدل‌های ارائه شده با نتایج تجربی، صحت ضرایب پیش‌بینی شده در توصیف رفتار تسلیم آلیاژ را مورد تأیید قرار دادند. علاوه بر تنش تسلیم، روابط کارسختی مختلف نیز می‌تواند بر دقت حد شکل‌دهی مؤثر باشد، بر این اساس همواره روابط کارسختی جدیدی برای افزایش دقت محاسبات ارائه می‌شود. فام و همکاران [۱۰] مدل سخت شوندگی کیم-توان را برای آلیاژ DP ۹۸۰ و AA ۵۰۵۲-O معرفی کردند و در مقاله‌ای دیگر، از این مدل کارسختی برای تعیین حد شکل‌دهی آلیاژ تیتانیوم استفاده کردند [۱۱]. آن‌ها همچنین مدل اصلاح شده کیم-توان را برای توصیف رفتار پلاستیک آلیاژ تیتانیوم تجاری ارائه دادند [۱۲].

با توجه به اینکه در فرایندهای مختلف شکل‌دهی، مسیر کرنش نقاط مختلف ورق لزوماً خطی نیست، استفاده از منحنی‌های حد شکل‌دهی که از مسیرهای خطی بدست آمده‌اند، دقت کافی را ندارند. اما با تغییر مسیر کرنش با استفاده از پیش‌کرنش گذاری مناسب ورق در فرایندهای شکل‌دهی می‌توان دقت حد شکل پذیرگی پیش‌بینی شده ورق را بهبود بخشید. گراف و هاسفورد [۱۳] بطور آزمایشگاهی به بررسی اثر مسیر کرنش بر حد شکل‌دهی ورق AA ۲۰۰۸-T ۴ پرداختند و تأثیر محسوس پیش‌کرنش گذاری در راستای کشش تک‌محوره، دومحوره و کرنش صفحه‌ای بر نمودار حد شکل‌دهی را تأیید کردند. یوشیدا و همکاران [۱۴] نمودار حد تنش شکل‌دهی را بعنوان یک معیار ارزشمند برای پیش‌بینی آسیب در ورق‌ها و لوله‌های فلزی معرفی کردند. آن‌ها پیش‌بینی حد تنش شکل‌دهی را بدلیل مستقل از مسیر بارگذاری بودن، در فرایندهای پیچیده صنعتی و چند مرحله‌ای، پرکاربرد دانستند. هر چند که بعدها یوشیدا و کووایا [۱۵] اعلام کردند که تنش‌های حد شکل‌دهی بطور کامل مستقل از مسیر نیستند و این وابستگی حد تنش شکل‌دهی در فرایندهای با بارگذاری چند مرحله‌ای به رفتار سخت شوندگی ماده بستگی دارد. نورچشمه و گرین [۱۶] با بکارگیری نتایج آزمایشگاهی در دسترس،



شکل ۱. نمایش مدل ناپایداری M-K

Fig. 1. A View of the M-K instability model

در شکل ۱ نشان داده شده است، ناحیه سالم با  $a$  و ناحیه شیار با  $b$  نامگذاری می‌شود. فاکتور نقص مفروض در این تئوری ناشی از عیوب میکروساختاری است که در ورق، قبل از شکل‌دهی وجود داشته است. در این مدل، عامل نقص اولیه بصورت نسبت ضخامت ناحیه شیار به ناحیه سالم، مطابق رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$f_0 = \frac{t_0^b}{t_0^a} \quad (1)$$

که  $t$  ضخامت ورق و زیر نویس  $\bullet$  نشانه حالت اولیه ورق است. عامل نقص در طی مراحل حل، مطابق با رابطه زیر تغییر می‌کند:

$$\frac{df}{f} = d\varepsilon_3^b - d\varepsilon_3^a \Rightarrow f = f_0 \exp(\varepsilon_3^b - \varepsilon_3^a) \quad (2)$$

که  $\varepsilon_3$  کرنش ضخامتی ورق است.

مطابق شکل ۱، چرخش زاویه شیار نسبت به راستای اصلی ورق باید در تحلیل مورد بررسی قرار گیرد. در مدل M-K مقدار اولیه دلخواهی برای زاویه  $\theta$  در نظر گرفته می‌شود و در هر نمو تغییر شکل این مقدار زاویه مطابق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

شکل‌دهی، در حالت بارگذاری غیرخطی با پیش‌کرنش گذاری در سه جهت تک‌محوره، دومحوره و کرنش صفحه‌ای رسم می‌شوند. در نهایت، وابستگی تنش‌های حدی به مسیر کرنش برای مقادیر مختلف پیش‌کرنش در راستای کشش تک‌محوره تحلیل می‌شود و اثر مدل‌های سخت‌شوندگی و توابع تسلیم بکار رفته بر مستقل از مسیر بودن تنش‌های حدی با جزئیات مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین، مقدار پیش‌کرنش بحرانی برای هر مدل ساختاری که تعیین‌کننده مستقل از مسیر بودن تنش‌های حدی است، محاسبه شده است.

## ۲- تعیین نمودار حد شکل‌دهی

در این مقاله از توابع تسلیم هیل ۴۸، Gotoh و Yld ۲۰۰۰-D جهت توصیف رفتار تسلیم ماده و از روابط کارسختی سوئیفت و وس برای بیان رفتار پلاستیک آلایز آلومینیوم ۴۳ AA ۶۱۱۱-T استفاده می‌شود. پارامترهای ثابت معیارهای تسلیم با استفاده از ضرایب ناهمسانگرد تجربی تعیین می‌شوند. تعیین تئوری حد شکل‌دهی ورق با بکارگیری مدل ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی انجام می‌شود و تأثیر پارامترهایی همچون روابط کارسختی و توابع تسلیم مختلف بر نمودارهای حد شکل‌دهی مورد بررسی قرار می‌گیرند.

### ۲-۱ تئوری ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی

آنالیز مارسینیاک-کوزینسکی با فرض وجود یک ناهمگنی اولیه در ضخامت ورق، که بصورت یک شیار است، ارائه شد. در این مدل همانطور که

است. معادلات تعادل با بکارگیری عامل نقص بصورت زیر استخراج می‌شود:

$$\tan(\theta + d\theta) = \frac{1 + d\varepsilon_1^a}{1 + d\varepsilon_2^a} \tan(\theta) \quad (3)$$

$$\begin{cases} F_{nm}^a = F_{nm}^b \\ F_{nt}^a = F_{nt}^b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{nm}^a t^a = \sigma_{nm}^b t^b \\ \sigma_{nt}^a t^a = \sigma_{nt}^b t^b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{nm}^b = \sigma_{nm}^a / f \\ \sigma_{nt}^b = \sigma_{nt}^a / f \end{cases} \quad (8)$$

در رابطه بالا  $d\varepsilon_1^a$  و  $d\varepsilon_2^a$  بترتیب کرنش‌های اصلی بیشینه و کمینه در ناحیه سالم هستند که مطابق با قوانین شارش بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4)$$

به این ترتیب با در نظر گرفتن مدل M-K، معادلات حاکم بین دو ناحیه تعیین می‌شوند که برای حل دستگاه معادلات از روش نیوتن-رافسون در هر مرحله‌ی کرنش‌گذاری استفاده می‌شود. با اعمال کرنش‌های متوالی مشاهده می‌شود که نمو کرنش در ناحیه شیار بیشتر از ناحیه سالم می‌شود و هنگامی که نمو کرنش مؤثر در ناحیه شیار ۱۰ برابر ناحیه سالم شود ( $d\varepsilon^b / d\varepsilon^a \geq 10$ ) گلولی آغاز می‌شود. در این هنگام عملیات حل متوقف و کرنش‌های متناظر برای ناحیه سالم ( $\varepsilon_1^a, \varepsilon_2^a$ ) ثبت می‌شود. این عمل برای نسبت کرنش‌های  $0.5 \leq \rho \leq 1$  تکرار می‌شود و کرنش‌های حدی در نمودار ترسیم می‌گردند [۱۶].

$\bar{\sigma}$  تابع تسلیم انتخاب شده برای ورق است و  $d\lambda$  ضریب ثابت لحظه‌ای است که بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$d\lambda = d\varepsilon \quad (5)$$

## ۲-۲- مدل‌های کارسختی

قوانین سخت شونده‌گی در واقع روابطی ریاضی جهت توصیف رفتار تغییر شکل پلاستیک ماده هستند که دقت این توابع در پیش‌بینی حد شکل‌دهی نیز بسیار مؤثر است. در این مقاله جهت بررسی اثر روابط کارسختی بر نمودار حد شکل‌دهی، مدل‌های سخت شونده‌گی سوئیفت و وس، مطابق روابط زیر برای توصیف رفتار مکانیکی آلیاژ آلومینیوم AA ۶۱۱۱-T ۴۳ مورد استفاده قرار می‌گیرند [۴ و ۲۲].

در حل به روش M-K، با در نظر گرفتن یک نسبت کرنش  $\rho$  یا نسبت تنش  $\alpha$ ، نمو کرنش مؤثر  $d\varepsilon$  به ناحیه سالم اعمال می‌شود.

$$\rho = \frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} = \frac{\partial \bar{\sigma} / \partial \sigma_2}{\partial \bar{\sigma} / \partial \sigma_1}, \quad \alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (6)$$

با بکارگیری روابط سخت شونده‌گی و توابع تسلیم برای مقدار وارد شده  $d\varepsilon$ ، مقادیر تنش و نمو کرنش در جهات اصلی در ناحیه سالم تعیین می‌شوند. بعد از تعیین مجهولات ناحیه سالم با بکارگیری معادلات سازگاری و معادلات تعادل، به تعیین مجهولات در ناحیه شیار پرداخته می‌شود. معادله سازگاری در تحلیل M-K عبارتست از:

$$d\varepsilon_{tt}^a = d\varepsilon_{tt}^b \quad (7)$$

$$\bar{\sigma} = K (\bar{\varepsilon} + \varepsilon_0)^n \quad (9)$$

$$\bar{\sigma} = A - B e^{-c\bar{\varepsilon}} \quad (10)$$

در رابطه بالا  $\bar{\sigma}$  تنش مؤثر،  $\bar{\varepsilon}$  کرنش مؤثر پلاستیک،  $\varepsilon$  مقدار کرنش قبل تسلیم،  $K$  و  $n$  ثابت‌های ماده در مدل کارسختی سوئیفت و  $A$ ،  $B$  و  $c$  پارامترهای ثابت مدل وس می‌باشند که مقادیر مربوط به آن‌ها برای آلیاژ آلومینیوم AA ۶۱۱۱-T ۴۳ در جدول ۱ آورده شده است.

که  $d\varepsilon_{tt}^a$  و  $d\varepsilon_{tt}^b$  مقادیر کرنش مماسی در راستای شیار در ناحیه  $a$  و  $b$

جدول ۱. پارامترهای ثابت مدل‌های کارسختی سوئیفت و وس برای آلیاژ ۴۳-T AA ۶۱۱۱ [۴]

Table 1. The constant parameters of the Swift and Voce hardening models for AA6111-T43 alloy [4]

سوئیفت			وس		
$K$ Mpa	$\epsilon$	$n$	$A$ Mpa	$B$ Mpa	$C$
۵۲۰	.	۰/۲۷	۳۷۲/۲۵	۲۳۰/۳۶	۹/۹۰۱

برای پیش‌بینی رفتار تسلیم ماده است که در حالت سه بعدی بصورت زیر بیان می‌شود [۸]:

$$\bar{\sigma}^2 = F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2(L\sigma_{yz}^2 + M\sigma_{zx}^2 + N\sigma_{xy}^2) \quad (12)$$

معیار تسلیم هیل ۴۸ در حالت تنش صفحه‌ای بصورت زیر ساده می‌شود:

$$\bar{\sigma}^2 = (G + H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (F + H)\sigma_y^2 + 2N\sigma_{xy}^2 \quad (13)$$

در رابطه بالا  $F$ ،  $G$ ،  $H$  و  $N$  پارامترهای ناهمسانگرد تابع تسلیم هیل ۴۸ هستند که با استفاده از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$F = \frac{r_0}{(1+r_0)r_{90}}, \quad G = \frac{1}{1+r_0} \quad (14)$$

$$H = \frac{r_0}{1+r_0}, \quad N = \frac{(1+2r_{45})(r_0+r_{90})}{2(1+r_0)r_{90}}$$

$r_\phi$  ضرایب ناهمسانگرد در جهت‌های مختلف هستند که مقادیر مربوط به آن برای آلیاژ آلومینیوم ۴۳-T AA ۶۱۱۱ در جدول ۲ آورده شده است. همچنین ضرایب ثابت محاسبه شده برای تابع هیل ۴۸ نیز در جدول ۳ ارائه شده است.

### ۲-۳- معیارهای تسلیم

توابع تسلیم، معیاری جهت تعیین شروع تغییر شکل پلاستیک مواد هستند که در پیش‌بینی حد شکل‌دهی ورق فلزی بسیار حائز اهمیت می‌باشند. به همین دلیل، تلاش‌های متعددی صورت گرفته تا با ارائه روابط تئوری مختلف، امکان توصیف ریاضی رفتار تسلیم به نحوی مناسب فراهم گردد. سطح تسلیم معمولاً بصورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\phi(\bar{\sigma}, Y) = \bar{\sigma} - Y = 0 \quad (11)$$

که در رابطه بالا  $\bar{\sigma}$  تنش مؤثر و یک تابع اسکالر از تانسور انحرافی تنش و  $Y$  مقدار تنش تسلیم بدست آمده از آزمون تجربی است [۶]. در این مقاله جهت بررسی اثر معیار تسلیم بر نمودار حد شکل‌دهی، توابع هیل ۴۸، Gotoh و Yld ۲-۲۰۰۰-D برای پیش‌بینی رفتار تسلیم ورق آلومینیوم ۴۳-T AA ۶۱۱۱ مورد استفاده قرار می‌گیرند. پارامترهای ثابت هریک از توابع تسلیم با استفاده از مقادیر تنش تسلیم ( $\sigma_\phi$ ) و ضرایب ناهمسانگردی ( $r_\phi$ ) در جهت‌های مختلف نسبت به راستای نورد ورق که در جدول ۲ آورده شده است، تعیین می‌شوند. بنابر گزارش ارائه شده در مرجع [۴]، در میان هشت داده جدول ۲، شش داده ( $r_x, r_{45}, r_{90}, \sigma_x, \sigma_{45}, \sigma_{90}$ ) حاصل آزمون کشش ساده و دو داده ( $r_b, \sigma_b$ ) حاصل تست بالچ هستند که برای هر آزمایش، پنج نمونه ورق آلومینیومی ۴۳-T AA ۶۱۱۱، با ضخامت ۰/۹۹ میلی‌متر مورد استفاده قرار گرفت و میانگین نتایج حاصل از پنج نمونه در جدول ۲ مشاهده می‌شود.

### ۲-۳-۱- معیار تسلیم هیل ۴۸

تابع تسلیم درجه دو هیل ۴۸، یکی از ساده‌ترین و متداول‌ترین توابع

جدول ۲. مقادیر تنش‌های تسلیم و ضرایب ناهمسانگرد r در جهت‌های مختلف ورق برای آلیاژ AA ۶۱۱۱-T ۴۳ [۴]

Table 2. Yield stress and r-value in different directions for AA6111-T43 alloy [4]

$\sigma$ Mpa	$\sigma_{\phi 45}$ Mpa	$\sigma_{90}$ Mpa	$\sigma_b$ Mpa	$r$	$r_{\phi 45}$	$r_{90}$	$r_b$
۱۴۰/۱	۱۳۳/۹	۱۳۱/۴	۱۴۰	۰/۸۸۴	۰/۷۰۸	۰/۷۲	۱/۲۲۵

جدول ۳. پارامترهای ثابت تابع تسلیم هیل ۴۸ برای آلیاژ AA ۶۱۱۱-T ۴۳

Table 3. The constant parameters of the Hill48 yield function for AA6111-T43 alloy

F	G	H	N
۰/۶۵۱۷	۰/۵۳۰۸	۰/۴۶۹۲	۱/۴۲۸۴

جدول ۴. پارامترهای ثابت تابع تسلیم Gotoh برای آلیاژ AA ۶۱۱۱-T ۴۳

Table 4. The constant parameters of the Gotoh yield function for AA6111-T43 alloy

$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$	$A_9$
۱	-۱/۸۷۶۹	۲/۷۵۱۳	-۲/۱۶۳۹	۱/۲۹۲۳	۶/۳۷۸۴	-۴/۴۰۷۳	۷/۲۵۰۱	۸/۹۵۱۶

۲-۳-۲ معیار تسلیم Gotoh:

از آنجایی که تابع درجه دوم هیل ۴۸ دارای محدودیت‌هایی است، ادامه تابع چندجمله‌ای درجه چهارم Gotoh مورد بررسی قرار می‌گیرد. این تابع تسلیم برای پیش‌بینی آغاز رفتار پلاستیک ماده در حالت تنش صفحه‌ای فرمول‌بندی شده است. رابطه معیار تسلیم Gotoh بصورت زیر بیان می‌شود [۲۳]:

$$\bar{\sigma}^4 = A_1 \sigma_x^4 + A_2 \sigma_x^3 \sigma_y + A_3 \sigma_x^2 \sigma_y^2 + A_4 \sigma_x \sigma_y^3 + A_5 \sigma_y^4 + (A_6 \sigma_x^2 + A_7 \sigma_x \sigma_y + A_8 \sigma_y^2) \sigma_{xy}^2 + A_9 \sigma_{xy}^4 \quad (15)$$

$A_1$  تا  $A_9$  پارامترهای ثابت ماده در تابع تسلیم Gotoh هستند که با استفاده از داده‌های  $(r, r_{\phi 45}, r_{90}, r_b, \sigma, \sigma_{\phi 45}, \sigma_{90}, \sigma_b)$  و روابط مستقیم زیر محاسبه می‌شوند [۹].

$$A_1 = 1, A_2 = -\frac{4r_0}{1+r_0},$$

$$A_4 = -\frac{4r_{90}}{1+r_{90}} \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \right)^4, A_5 = \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \right)^4$$

$$A_3 = \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_b} \right)^4 - (A_1 + A_2 + A_4 + A_5), \quad (16)$$

$$A_9 = \frac{16r_{45}}{1+r_{45}} \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^4 + \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_b} \right)^4$$

$$A_6 = \frac{1+5r_0}{1+r_0} + 4 \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^4 - \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \right)^4,$$

$$A_8 = \frac{1+5r_{90}}{1+r_{90}} \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \right)^4 + 4 \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^4 - 1$$

$$A_7 = \frac{16}{1+r_{45}} \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^4 - 2 \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_b} \right)^4 - A_6 - A_8$$

پارامترهای ثابت معیار تسلیم Gotoh برای آلیاژ آلومینیوم AA ۶۱۱۱-T ۴۳ مطابق روابط بالا تعیین و در جدول ۴ نمایش داده شده‌اند.

جدول ۵. داده‌های مورد نیاز جهت تعیین پارامترهای ثابت تابع تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰-D [۲۵]

Table 5. Required data to determine the parameters of the Yld2000-2d yield function [25]

$q_{yj}$	$q_{xj}$	$\delta_j$	$\gamma_j$	$j$	راستای کشش ورق
$2+r_1$	$1-r_1$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	۱	۰°
$1-r_2$	$2+r_2$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	۲	۹۰°
$2+r_b$	$1+2r_b$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	۳	دو محوره

۳-۳-۲ معیار تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰-D

تابع تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰-D یک معیار مناسب برای توصیف رفتار ناهمسانگرد ورق‌های آلومینیومی در حالت تنش صفحه‌ای است. روابط مربوط به این تابع تسلیم بصورت زیر بیان می‌شوند [۲۴]:

$$\begin{bmatrix} L_{11}' \\ L_{12}' \\ L_{21}' \\ L_{22}' \\ L_{66}' \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2 & 2 & 8 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & -4 & 4 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 8 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_8 \end{bmatrix} \quad (22)$$

در روابط (۲۱) و (۲۲)،  $\alpha_1$  تا  $\alpha_8$ ، هشت ثابت ناهمسانگرد برای معیار تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰ d هستند که برای تعیین آنها باید مقادیر تنش تسلیم  $(r_1, r_2, r_b, r_{\Delta}, r_{\Delta}, r_{\Delta}, r_{\Delta}, r_b)$  و ضرایب ناهمسانگردی  $(\sigma_x, \sigma_{\Delta}, \sigma_{\Delta}, \sigma_b, \sigma_b)$  در معادلات زیر قرار گیرند [۳]:

$$F = \phi - 2 \left( \frac{\bar{\sigma}}{\sigma} \right)^a = 0 \quad (23)$$

$$G = q_x \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{xx}} - q_y \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{yy}} = 0 \quad (24)$$

$$\phi = |\alpha_1 \gamma - \alpha_2 \delta|^a + |\alpha_3 \gamma + 2\alpha_4 \delta|^a + |2\alpha_5 \gamma + \alpha_6 \delta|^a \quad (25)$$

در روابط بالا  $\gamma$  و  $\delta$  مقادیر ثابت هستند و  $q$  تابع ضریب ناهمسانگردی است که روابط مربوط به آن‌ها با جزئیات در جدول ۵ نمایش داده شده است.

در نهایت با قرار دادن مقدار تابع  $\phi$  از رابطه (۲۵) در روابط (۲۳) و (۲۴)، معادلات اصلی جهت تعیین پارامترهای ثابت معیار تسلیم Yld ۲۰۰۰-۲ d بصورت زیر تعیین می‌شوند [۲۵]:

$$\phi = \phi' + \phi'' = 2\bar{\sigma}^a \quad (17)$$

$$\phi' = |X'_1 - X'_2|^a, \quad \phi'' = |2X''_2 + X''_1|^a + |2X''_1 + X''_2|^a \quad (18)$$

در روابط بالا  $\bar{\sigma}$  تنش مؤثر و  $a$  پارامتر ماده است که برای مواد با ساختار FCC،  $a = 8$  پیشنهاد می‌شود.  $\phi$  حاصل جمع دو معادله همسانگرد و  $X'_i$  و  $X''_j$  مقادیر اصلی ماتریس‌های  $X'$  و  $X''$  هستند.  $X'$  و  $X''$  مطابق روابط زیر بدست می‌آیند:

$$X' = L' \cdot \sigma \quad (19)$$

$$X'' = L'' \cdot \sigma \quad (20)$$

$L'$  و  $L''$  طبق روابط زیر با هشت ثابت  $\alpha_1$  تا  $\alpha_8$  بیان می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} L_{11}' \\ L_{12}' \\ L_{21}' \\ L_{22}' \\ L_{66}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_7 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} x_1'' &= \frac{\alpha_3 + 2\alpha_4 + 2\alpha_5 + \alpha_6}{9}, \\ x_2'' &= \frac{2\alpha_5 + \alpha_6 - \alpha_3 - 2\alpha_4}{3} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\bar{V}' = a \left( \frac{\sqrt{x_2''^2 + 4\alpha_7^2}}{2} \right)^{a-1} \quad (32)$$

$$\bar{V}'' = a \left( \frac{3x_1'' - \sqrt{x_2''^2 + 4\alpha_7^2}}{4} \right) \left| \frac{3x_1'' - \sqrt{x_2''^2 + 4\alpha_7^2}}{4} \right|^{a-2} \quad (33)$$

$$\bar{W}'' = a \left( \frac{3x_1'' + \sqrt{x_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right) \left| \frac{3x_1'' + \sqrt{x_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right|^{a-2} \quad (34)$$

در نهایت با داشتن هشت معادله غیرخطی و بکارگیری روش نیوتن-رافسون برای به حداقل رساندن توابع خطا، مقادیر ثابت معیار تسلیم Yld ۲۰۰۰D تعیین می‌شوند. پارامترهای ثابت محاسبه شده تابع تسلیم d Yld ۲۰۰۰D برای آلیاژ AA ۶۱۱۱-T ۴۳ در جدول ۶ آورده شده است. در ادامه جهت بررسی صحت پارامترهای ثابت تعیین شده، ابتدا سطح تسلیم توابع برحسب تنش‌های اصلی رسم می‌شوند. خواص مکانیکی در دسترس آلیاژ AA ۶۱۱۱-T ۴۳ در جدول ۲ و پارامترهای ثابت معیارهای تسلیم هیل ۴۸، Gotoh و Yld ۲۰۰۰D بترتیب در جداول ۳، ۴ و ۶ آورده شده‌اند. شکل ۲ سطح تسلیم معیارهای مختلف را در مقایسه با نتایج تجربی حاصل از آزمون کشش ساده در جهت‌های مختلف نورد نشان می‌دهد. برای رسم این توابع، تنش‌های صفحه‌ای بر حسب زاویه  $\theta$  بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_\theta \cos^2 \theta, \quad \sigma_y = \sigma_\theta \sin^2 \theta, \\ \sigma_{xy} &= \sigma_\theta \cos \theta \sin \theta \end{aligned} \quad (35)$$

همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، هرچند که سطح تسلیم

$$\begin{aligned} F_j &= |\alpha_1 \gamma_j - \alpha_2 \delta_j|^a + |\alpha_3 \gamma_j + 2\alpha_4 \delta_j|^a + \\ &|2\alpha_5 \gamma_j + \alpha_6 \delta_j|^a - 2 \left( \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_j} \right)^a = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} F_4 &= \left| \frac{\sqrt{x_2''^2 + 4\alpha_7^2}}{2} \right|^a + \left| \frac{3x_1'' - \sqrt{x_2''^2 + 4\alpha_7^2}}{4} \right|^a + \\ &\left| \frac{3x_1'' + \sqrt{x_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right|^a - 2 \left( \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{45}} \right)^a = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} G_j &= (\alpha_1 q_{xj} + \alpha_2 q_{yj}) (\alpha_1 \gamma_j + \alpha_2 \gamma_j) |\alpha_1 \gamma_j + \alpha_2 \gamma_j|^{a-2} + \\ &(\alpha_3 q_{xj} - 2\alpha_4 q_{yj}) (\alpha_3 \gamma_j + 2\alpha_4 \delta_j) \\ &|\alpha_3 \gamma_j + 2\alpha_4 \delta_j|^{a-2} + (2\alpha_5 q_{xj} - \alpha_6 q_{yj}) \\ &(2\alpha_5 \gamma_j + \alpha_6 \delta_j) |2\alpha_5 \gamma_j + \alpha_6 \delta_j|^{a-2} = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} G_4 &= \bar{V}' \frac{x_2''^2}{\sqrt{x_2''^2 + 4\alpha_7^2}} + \frac{3}{2} x_1'' (\bar{V}'' + \bar{W}'' ) + \\ &\frac{1}{2} \frac{x_2''^2}{\sqrt{x_2''^2 + 4\alpha_8^2}} (\bar{W}'' - \bar{V}'') - \frac{2a}{1+r_{45}} \left( \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{45}} \right)^a = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

در روابط بالا، سه معادله برای هر  $F_j$  و  $G_j$  متناظر با  $j = 1, 2, 3$  وجود دارد که با قرار دادن مقادیر  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}, r_x, r_y, r_{45}$  از جدول ۲ در آنها، شش معادله تعیین می‌شوند و همچنین با جایگذاری دو مقدار  $r_{45}$  و  $\sigma_{45}$  در روابط  $F_4$  و  $G_4$ ، دو معادله دیگر نیز بدست می‌آیند. در معادلات بالا مقادیر  $\gamma, \delta$  و  $q$  متناظر با هر  $j$  در جدول ۵ نمایش داده شده است، همچنین بقیه مقادیر مورد نیاز در معادلات  $F_4$  و  $G_4$  نیز مطابق روابط زیر محاسبه می‌شوند [۲۵].

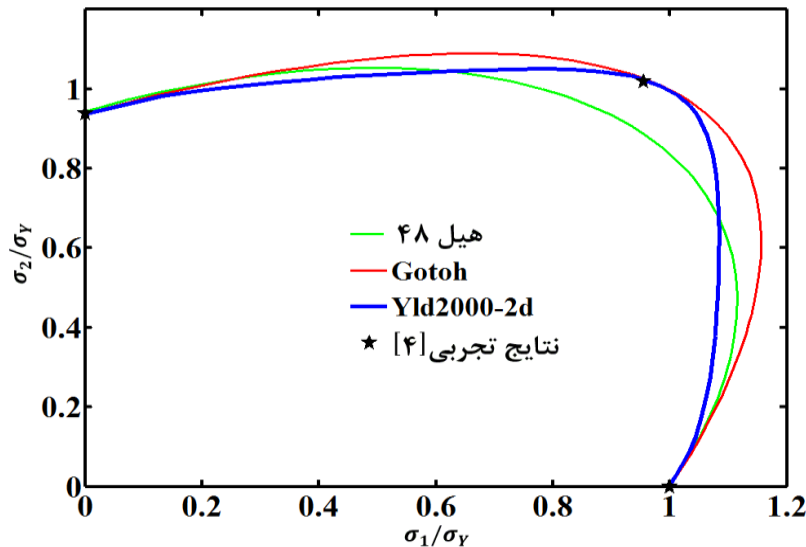
$$x_1' = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{3}, \quad x_2' = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{3} \quad (30)$$



جدول ۶. پارامترهای ثابت معیار تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰-D برای آلیاژ آلومینیوم ۴۳-T ۶۱۱۱-AA

Table 6. The constant parameters of the Yld2000-2d yield function for AA6111-T43 alloy

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$
۰/۹۳۴۶	۰/۰۸۱۴	۰/۹۱۴۱	۱/۰۴۸۹	۱/۰۰۶۱	۰/۹۸	۱/۰۰۷۵	۱/۱۵۳۱



شکل ۲. مقایسه سطح تسلیم پیش‌بینی شده براساس توابع تسلیم مختلف با نتایج تجربی

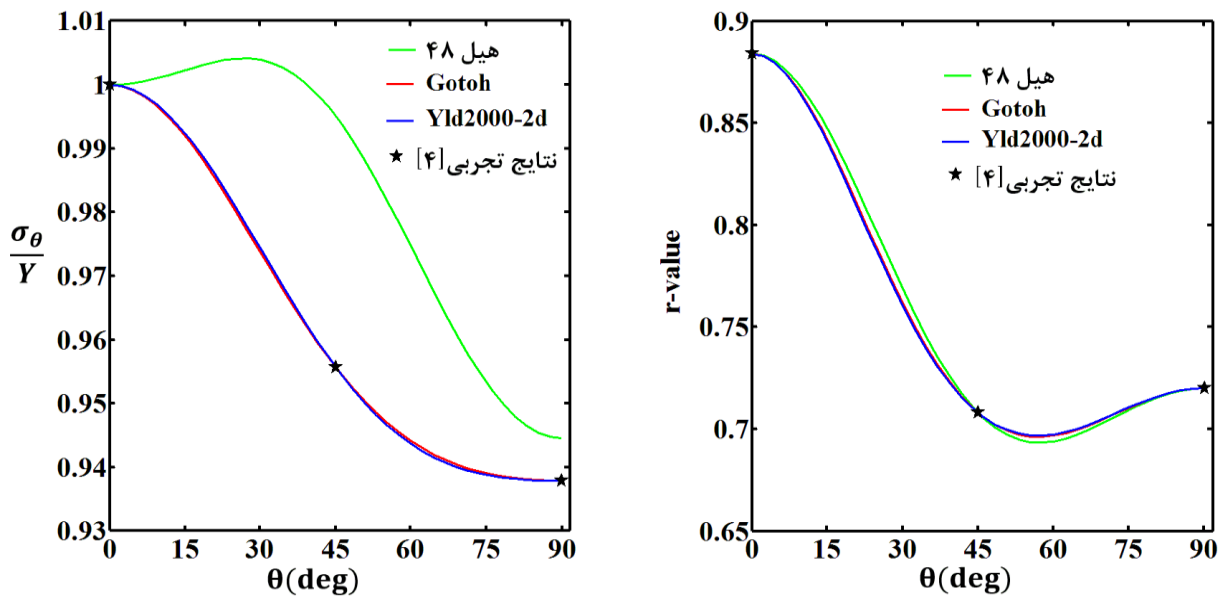
Fig. 2. comparison between the yield surface based on different yield functions and experimental results

$$r_\theta = - \frac{\sin^2 \theta \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_x} - \frac{1}{2} \sin 2\theta \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{xy}} + \cos^2 \theta \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_y}}{\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_x} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_y}} \quad (37)$$

شکل ۳ مقایسه تنش‌های تسلیم نرماله شده و ضرایب ناهمسانگردی در راستاهای مختلف نورد با داده‌های آزمایشگاهی را نشان می‌دهند. هر چند که هر سه تابع تسلیم، مقدار ضریب ناهمسانگردی  $r$  را بخوبی پیش‌بینی می‌کنند، ولی در پیش‌بینی مقادیر تنش تسلیم در راستاهای مختلف، معیار هیل ۴۸ انحراف قابل ملاحظه‌ای را از خود نشان می‌دهد. از آنجایی که طبق رابطه (۱۴)، ضرایب معیار تسلیم هیل ۴۸، براساس مقادیر  $r$  محاسبه می‌شوند، در پیش‌بینی تنش تسلیم تک‌محوره با این تابع، خطا قابل ملاحظه است. بنابراین با توجه به شکل‌های ۲ و ۳ ملاحظه می‌شود که معیار هیل ۴۸

پیش‌بینی شده با معیارهای Gotoh و Yld ۲-۲۰۰۰-D در بعضی نقاط، اختلاف قابل ملاحظه‌ای با یکدیگر دارند ولی هر دو تابع مطابقت خوبی با داده‌های تجربی دارند. در مقابل سطح تسلیم پیش‌بینی شده با معیار تسلیم هیل ۴۸ علاوه بر اینکه با دو معیار دیگر همپوشانی ندارد، با نتایج تجربی نیز کمی اختلاف دارد. در ادامه، مقادیر تنش تسلیم نرماله شده و ضریب ناهمسانگردی برحسب زاویه نورد نیز مورد سنجش قرار می‌گیرد. این مقادیر برای تنش‌های تسلیم مختلف مطابق روابط زیر محاسبه می‌شوند [۵]:

$$\frac{\sigma_\theta}{Y} = \frac{1}{\bar{\sigma}(1, \theta)} \quad (36)$$



شکل ۳. مقایسه تنش تسلیم نرماله شده و ضریب ناهمسانگردی براساس توابع تسلیم مختلف با نتایج تجربی

Fig.3. comparison between normalized yield stress and r-values based on the different yield functions and experimental results

می‌گیرد. شکل‌های ۴ و ۵ حد شکل‌دهی ورق آلومینیوم AA ۶۱۱۱-T ۴۳ را برحسب مدل‌های سخت‌شوندگی سوئیفت و وس نشان می‌دهند و در آن اثر توابع تسلیم هییل ۴۸، Gotoh و Yld ۲-۲۰۰۰-D بر کرنش‌های حدی مورد بررسی قرار می‌گیرد و با نتایج تجربی حاصل از آزمون هکر در مرجع [۴] مقایسه می‌شود.

در آزمون هکر، نمونه‌های با پهنای متفاوت ولی طول یکسان، برای در نظر گرفتن مسیرهای کرنش مختلف در منحنی، بریده می‌شوند. روی نمونه‌ها، شبکه‌ی دایره‌ای حک شده است تا بتوان پس از تغییر شکل، کرنش‌ها را اندازه‌گیری کرد. تجهیزات آزمون شامل یک سنبه نیمه کروی، قالب، ورقگیر و نیروسنج است که بر روی دستگاه پرس نصب شده‌اند. بخشی از ورق که در دهانه قالب قرار دارد، توسط سنبه تغییر شکل داده می‌شود. پرس به سنسورهای نیروسنج و اندازه‌گیری جابجایی مجهز است و آزمون‌ها به محض اینکه نیرو یکباره کاهش پیدا می‌کند، متوقف می‌شوند. کاهش یکباره نیرو در حین فرایند شکل‌دهی، نشان‌دهنده پاره شدن ورق است. دایره‌هایی که در معرض تغییر شکل هستند، پس از انجام فرایند به شکل بیضی در می‌آیند و می‌توان با اندازه‌گیری قطرهای آنها، مقدار کرنش را اندازه‌گیری کرد. این شکل‌ها بر حسب موقعیت در یکی از سه ناحیه ایمن، ناحیه گلوبی و ناحیه شکست، در نمودار قرار می‌گیرند.

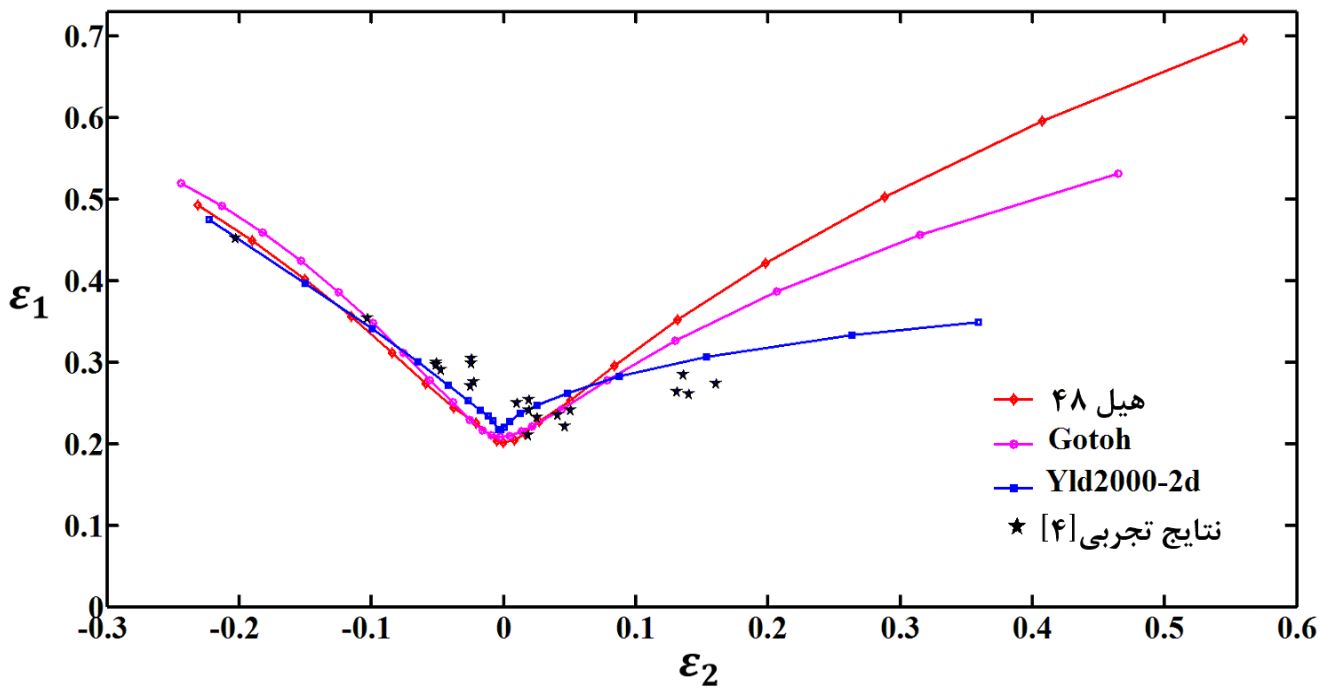
نسبت به دو معیار دیگر در پیش‌بینی رفتار تسلیم آلیاژ AA ۶۱۱۱-T ۴۳، قدری ضعیف‌تر است که در بخش بعدی مقاله نیز این اختلاف در پیش‌بینی حد شکل‌دهی مشاهده خواهد شد.

### ۳- نتایج و بحث

در فرایندهای مختلف شکل‌دهی تعیین نمودارهای حد شکل‌دهی با هدف بررسی حد تحمل ورق در برابر کرنش‌های مختلف بسیار حائز اهمیت است. در این مقاله ابتدا به بررسی اثر معادلات ساختاری در تعیین حد شکل‌دهی ورق در شرایط بارگذاری خطی پرداخته می‌شود و سپس کرنش‌های حدی در شرایط بارگذاری غیرخطی محاسبه می‌شوند و در ادامه با توجه به اهمیت تنش‌های حدی در فرایندهای پیچیده و چند مرحله‌ای، مستقل از مسیر بودن این نمودارها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

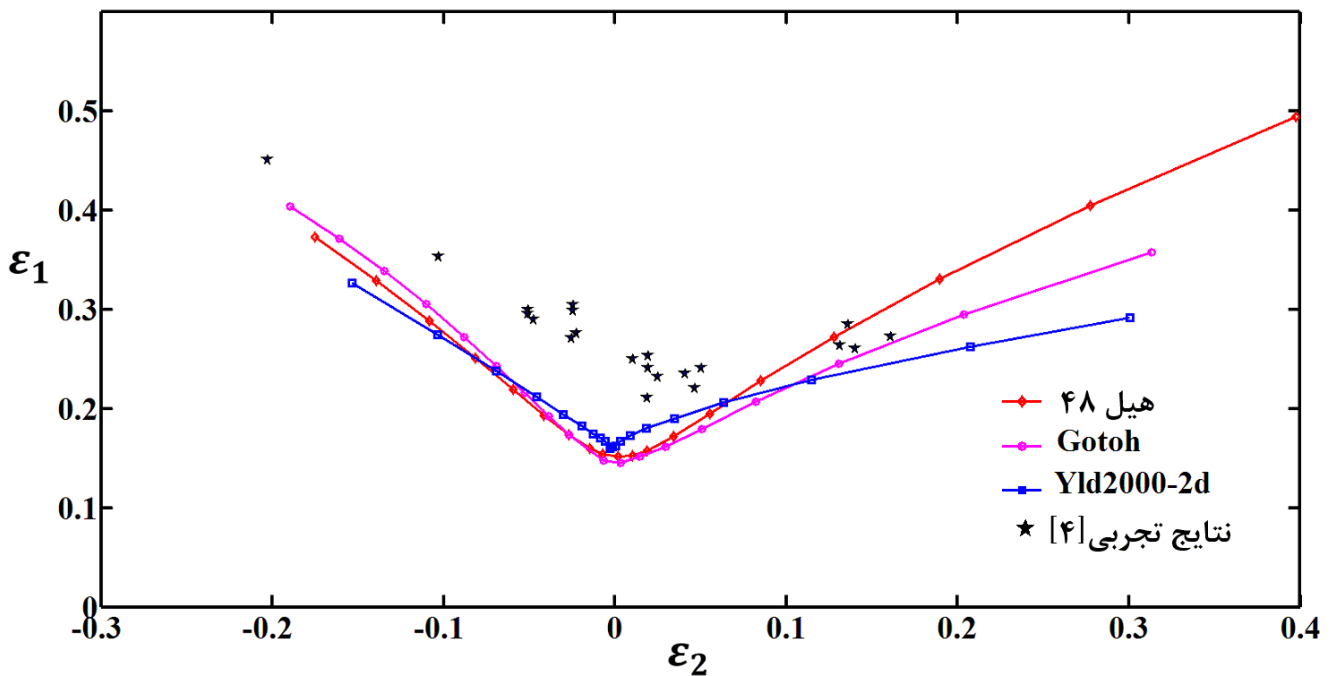
#### ۳-۱- نمودار حد شکل‌دهی در شرایط بارگذاری خطی

مطالعات زیادی در بررسی اثر مدل‌های ساختاری بر نمودارهای حد شکل‌دهی گزارش شده است. در این مقاله نیز کرنش‌های حدی با استفاده از تئوری ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی و با بکارگیری توابع تسلیم و روابط کارسختی مختلف تعیین می‌شوند و صحت نتایج مورد بررسی قرار



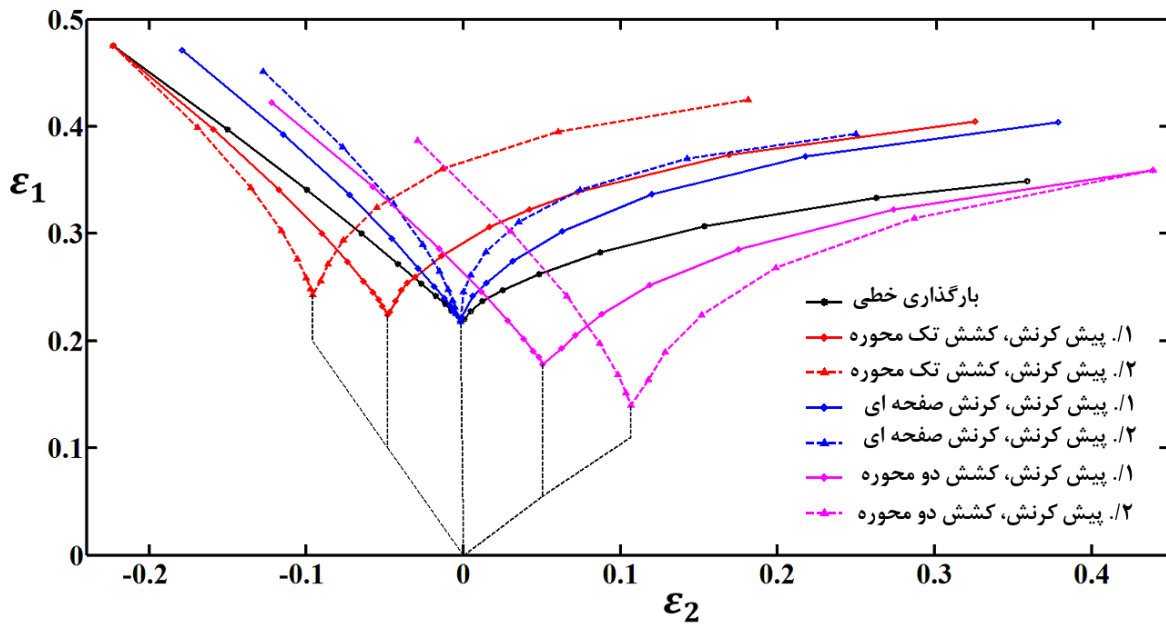
شکل ۴. مقایسه نمودارهای حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده براساس توابع تسلیم مختلف و مدل کارسختی سوئیفت با نتایج تجربی

Fig. 4. Comparison between experimental results and predicted forming limit diagrams based on the different yield functions and Swift hardening model



شکل ۵. مقایسه نمودارهای حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده براساس توابع تسلیم مختلف و بکارگیری مدل کارسختی وس با نتایج تجربی

Fig. 5. Comparison between experimental results and predicted forming limit diagrams based on the different yield functions and Voce hardening model



شکل ۶. نمودارهای حد شکل‌دهی با در نظر گرفتن مقادیر مختلف پیش‌کرنش در راستای کشش تک‌محوره  $\rho = +0.5$ ، کرنش صفحه‌ای  $\rho = 0$  و کشش دو‌محوره  $\rho = 1$

Fig. 6. Forming limit diagrams based on different pre-strains along uniaxial tension, plane strain direction and equi-biaxial tension

$$err(\%) = \frac{|\varepsilon_1^{cal} - \varepsilon_1^{exp}|}{\varepsilon_1^{exp}} \times 100 \quad (38)$$

$\varepsilon_1^{cal}$  مقادیر کرنش‌های اصلی محاسبه شده از روابط ساختاری مختلف و  $\varepsilon_1^{exp}$  مقادیر کرنش حاصل از نتایج آزمایشگاهی مرجع [۴] است. با استفاده از رابطه بالا درصد خطا برای نقاط مختلف تعیین می‌شود و سپس میانگین خطای سمت راست، چپ و کل نمودار حد شکل‌دهی برای هر الگوی ساختاری محاسبه می‌شود که این مقادیر در جدول ۷ آورده شده است. براساس مقادیر جدول ۷ مشاهده می‌شود که مقدار میانگین خطا در سمت چپ و راست نمودار، برحسب رابطه کارسختی سوئیفت کمتر از رابطه کارسختی وس است. در بررسی خطا با الگوی سخت شونده سوئیفت هم مشاهده می‌شود که کمترین خطا مربوط به تابع تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰ d است، این معیار تسلیم هر دو سمت نمودار را با دقت بالاتری نسبت به دو مدل دیگر پیش‌بینی می‌کند.

مطابق شکل ۴ که براساس مدل کارسختی سوئیفت است، مشاهده می‌شود که هر سه تابع تسلیم، سمت چپ و تا حدودی سمت راست نمودار حد شکل‌دهی را بخوبی پیش‌بینی می‌کنند. ولی در مقادیر کرنش کمینه بالاتر از ۰/۱، کرنش‌های پیش‌بینی شده با معیار تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰ D، مطابقت بهتری با نتایج تجربی دارند و این تابع تسلیم، کرنش‌های حدی را با دقت قابل قبولی پیش‌بینی می‌کند. همچنین در این ناحیه نمودار رسم شده با معیار تسلیم Gotoh دقت بالاتری نسبت به معیار هیل ۴۸ دارد.

در ادامه، با مقایسه شکل‌های ۴ و ۵ می‌توان به عدم توانایی مدل کرنش سختی وس در مقایسه با مدل سوئیفت در پیش‌بینی حد شکل‌دهی این آلیاژ اشاره کرد. همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، نمودارهای رسم شده با توابع تسلیم مختلف در مدل وس فقط در بخشی از ناحیه با کشش دو‌محوره با نتایج تجربی مطابقت دارد و بخش‌های دیگر نمودارهای حاصل از معیارهای تسلیم، همخوانی قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی در دسترس ندارد. جهت اعتبارسنجی نتایج و بررسی کمی اثر روابط ساختاری بر حد شکل‌دهی، درصد خطای مقدار کرنش اصلی  $\varepsilon_1$  برای مدل‌های مختلف محاسبه می‌شود. برای تعیین مقدار مطلق درصد خطای کرنش اصلی از رابطه زیر استفاده می‌شود:

جدول ۷. تخمین درصد خطای حد شکل دهی های تئوری محاسبه شده برای مدل های ساختاری مختلف آلیاژ AA ۶۱۱۱-T ۴۳

Table 7. Percentage of the error for theoretical forming limits based on different constitutive models for AA6111-T43 alloy

مدل کار سختی	تابع تسلیم	سمت راست منحنی (%)	سمت چپ منحنی (%)	کل منحنی (%)
سوئیفت	هیل ۴۸	۱۷/۲۲	۱۳/۵۸	۱۵/۶۶
	Gotoh	۱۳/۱۲	۱۲/۹۹	۱۳/۰۶
	Yld۲۰۰۰-۲d	۹/۷۵	۷/۵۸	۸/۸۲
وس	هیل ۴۸	۲۱/۲۳	۳۱/۶۱	۲۵/۶۸
	Gotoh	۲۲/۷۹	۳۰/۲۷	۲۵/۹۹
	Yld۲۰۰۰-۲d	۱۷/۶۳	۲۸/۴۹	۲۲/۲۸

حدی تحت پیش کرنش ۰/۱ و ۰/۲ در راستای کرنش صفحه ای را نمایش می دهد. مشاهده می شود که حد شکل دهی در همه نواحی بجز نقطه کرنش صفحه ای افزایش می یابد. در این نوع پیش کرنش گذاری، بطور کلی شکل پذیری بهبود می یابد و فقط مقدار کرنش حدی در حالت کرنش صفحه ای که به نقطه  $\bullet$ FLD معروف است، ثابت می ماند.

در شکل ۶ نمودارهای ارغوانی رنگ، کرنش های حدی را نشان می دهد که به مقدار ۰/۱ و ۰/۲ در راستای کشش دومحوره پیش کرنش گذاری شده اند. مطابق شکل قسمتی از نمودار که در سمت چپ تقاطع قرار دارد به سمت بالا و بقیه نمودار به سمت پایین حرکت می کند و همچنین این نوع پیش کرنش گذاری سبب حرکت نمودار به سمت راست نیز می شود. بطور کلی شکل ۶ نشان می دهد که پیش کرنش گذاری بطور چشمگیری بر کرنش های حدی اثر می گذارد، بنابراین در فرایندهای پیچیده شکل دهی، فرض مسیر کرنش خطی در محاسبه حد شکل دهی، فرض درستی نیست.

۳-۳- نمودار حد تنش شکل دهی

همانطور که در بخش قبلی نشان داده شد، وابستگی نمودارهای حد کرنش شکل دهی به مسیر کرنش محسوس است. بنابراین در فرایندهای شکل دهی پیچیده، مسیر کرنش به شدت بر کرنش های حدی اثر می گذارد و این وابستگی نمودارهای حد شکل دهی به مسیر کرنش سبب شده تا در فرایندهای با بارگذاری ترکیبی و چند مرحله ای این منحنی کارایی چندانی نداشته باشد. بنابراین با استفاده از قوانین پلاستیسیته، مقادیر کرنش حدی به تنش حدی تبدیل و نمودار حد تنش شکل دهی رسم می شود. هر چند که

بنابراین با مقایسه نمودارهای شکل ۴ و ۵ و جدول ۷، می توان مدل سخت شوندگی سوئیفت و تابع تسلیم  $Yld\ 2-2000D$  با پارامترهای ثابت محاسبه شده در آن را بعنوان یک مدل ایده آل و دقیق جهت پیش بینی حد شکل دهی آلیاژ AA ۶۱۱۱-T ۴۳ معرفی کرد.

۳-۲- نمودار حد شکل دهی در شرایط بارگذاری غیر خطی

در این بخش، تئوری ناپایداری M-K توسعه داده می شود و به بررسی حد شکل دهی در شرایط با بارگذاری غیرخطی پرداخته می شود. در بررسی اثر پیش کرنش بر کرنش های حدی از مدل سخت شوندگی سوئیفت و تابع تسلیم  $Yld\ 2-2000D$  استفاده شده است. در فرایندهای با بارگذاری چندمرحله ای ابتدا قطعه کار تحت مقدار مشخصی پیش کرنش در یکی از سه راستای کشش تک محوره، دومحوره و راستای کرنش صفحه ای قرار می گیرد. در مرحله دوم حد شکل دهی در امتداد پیش کرنش اولیه در مسیر کرنش بین حالت کشش تک محوره تا دومحوره ( $0 \leq \rho \leq 1$ ) رسم می شود. شکل ۶ اثر مسیر کرنش بر حد شکل دهی ورق AA ۶۱۱۱-T ۴۳، تحت مقادیر مختلف پیش کرنش در راستاهای مختلف را نمایش می دهد.

نمودارهای رنگ قرمز در شکل ۶ اثر مقادیر مؤثر پیش کرنش ۰/۱ و ۰/۲ در راستای کشش تک محوره را بر حد شکل دهی ورق نشان می دهد. در مقایسه با حالت بارگذاری خطی این نوع پیش کرنش گذاری سبب بالا رفتن کرنش های حدی سمت راست نمودار و حرکت رو به پایین سمت چپ نمودار می شود. همچنین این نوع پیش کرنش گذاری نمودار را به جهت منفی کرنش کمینه حرکت می دهد. نمودارهای آبی رنگ در شکل ۶ مقادیر کرنش های

بحرانی باشد، نمودارهای حد تنش شکل‌دهی بر هم منطبقند و پیش‌کرنش گذاری تأثیری بر تنش‌های حدی ندارد و می‌توان نمودار تنش حدی را مستقل از مسیر دانست. ولی اگر مقدار مؤثر پیش‌کرنش بیشتر از حد کرنش مؤثر پلاستیک در حالت کرنش صفحه‌ای یا همان مقدار بحرانی باشد، تنش‌های حدی به مسیر کرنش وابسته خواهند بود و همانطور که در شکل ۷ دیده می‌شود، در این حالت نمودار در ناحیه کرنش صفحه‌ای قدری بالاتر رفتگی نسبت به بقیه تنش‌های حدی دارد. در فرایندهای بارگذاری چندمرحله‌ای، برای پیش‌بینی رفتار نمودارهای تنش حدی، مقادیر کرنش مؤثر بحرانی باید اندازه‌گیری شود که این مقدار بحرانی برای مدل سخت شونده‌گی وس ۰/۱۷۲ و برای مدل سوئیفت ۰/۲۳۷ است. منحنی‌های شکل ۷ نیز درستی این مقادیر را ثابت می‌کنند، چون نمودارهای حد تنش شکل‌دهی با مقادیر پیش‌کرنش مؤثر بالاتر از ۰/۱۷۲ برای مدل وس و بالاتر از ۰/۲۳۷ برای الگوی سوئیفت، رفتار وابسته به مسیر بارگذاری را نشان می‌دهند.

### ۳-۳-۲- بررسی وابستگی تنش‌های حدی به مسیر کرنش با در نظر گرفتن توابع تسلیم مختلف

در این بخش برای بررسی وابستگی تنش‌های حدی به مسیر کرنش از تئوری ناپایداری M-K و مدل سخت شونده‌گی سوئیفت استفاده می‌شود و اثر توابع تسلیم مختلف بر نمودارهای حد تنش شکل‌دهی، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. شکل ۸ نمودار حد تنش شکل‌دهی برای ورق آلومینیوم AA ۶۱۱۱-T ۴۳ تحت مقادیر مختلف پیش‌کرنش در راستای کشش تک‌محوره را نشان می‌دهد. با توجه به مطالب ارائه شده در بخش قبل، در این بخش ابتدا مقادیر حد کرنش مؤثر پلاستیک در حالت کرنش صفحه‌ای تعیین می‌شوند.

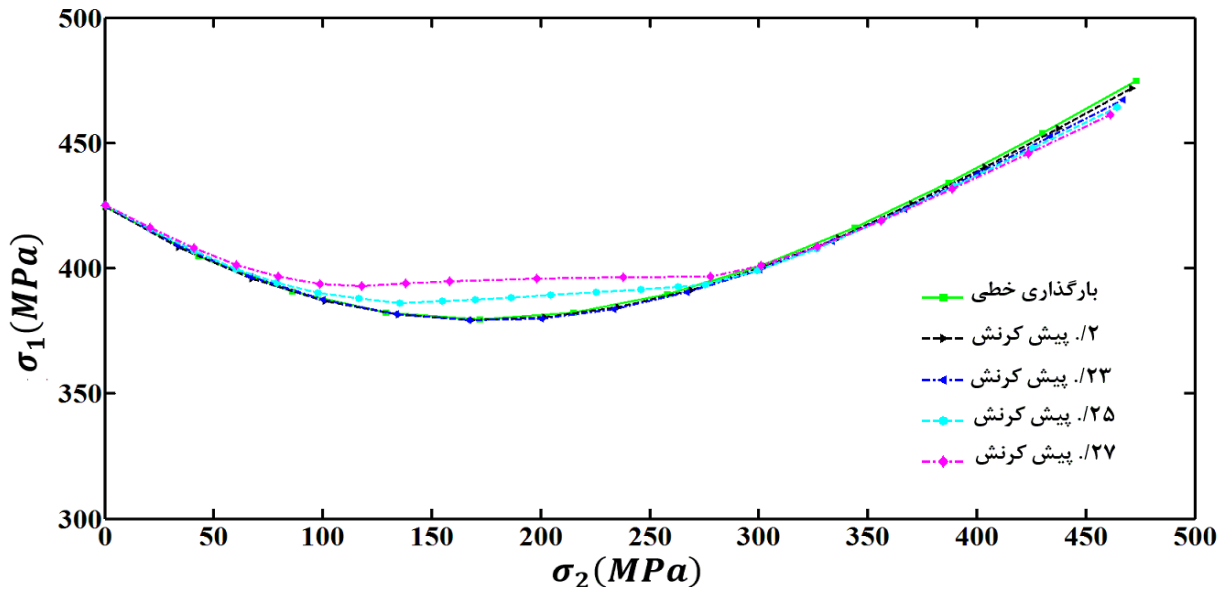
کرنش‌های مؤثر بحرانی برای توابع تسلیم هیل ۴۸، Gotoh و Yld ۲-۲۰۰۰D با بکارگیری مدل سخت شونده‌گی سوئیفت به ترتیب ۰/۲۲۵، ۰/۲۳۴ و ۰/۲۳۷ اندازه‌گیری شده‌اند. ملاحظه می‌شود که مقادیر بحرانی سه معیار بسیار بهم نزدیک هستند و نمودارهای شکل ۸ نیز این مطلب را بخوبی نمایش می‌دهند. تنش‌های حدی پیش‌بینی شده با توابع Gotoh و Yld ۲-۲۰۰۰D در مقادیر ۰/۱۵، ۰/۲ و ۰/۲۳ مستقل از مسیر و مقدار پیش‌کرنش هستند و تفاوت آنها با تابع هیل ۴۸ در مقدار پیش‌کرنش ۰/۲۳ است که در مدل هیل ۴۸ تنش‌های حدی حاصل از این مقدار پیش‌کرنش، وابسته به مسیر بارگذاری هستند، چون مقدار کرنش بحرانی پیش‌بینی شده با این تابع تسلیم، ۰/۲۲۵ است.

وابستگی تنش‌های حدی به مسیر کرنش کمتر از کرنش‌های حدی است ولی این نمودارها نیز در مقادیر با پیش‌کرنش بالا، وابسته به مسیر بارگذاری هستند. همچنین این وابستگی تنش‌های حدی به مسیر کرنش علاوه بر مقدار پیش‌کرنش به روابط کارسختی و معیار تسلیم بکارگرفته شده نیز بستگی دارد. در ادامه این بخش، به بررسی مستقل از مسیر بودن تنش‌های حدی با اعمال مقادیر مختلف پیش‌کرنش بر اساس روابط مختلف کارسختی و معیارهای تسلیم پرداخته می‌شود.

### ۳-۳-۱- بررسی وابستگی تنش‌های حدی به مسیر کرنش با در نظر گرفتن مدل‌های کارسختی مختلف

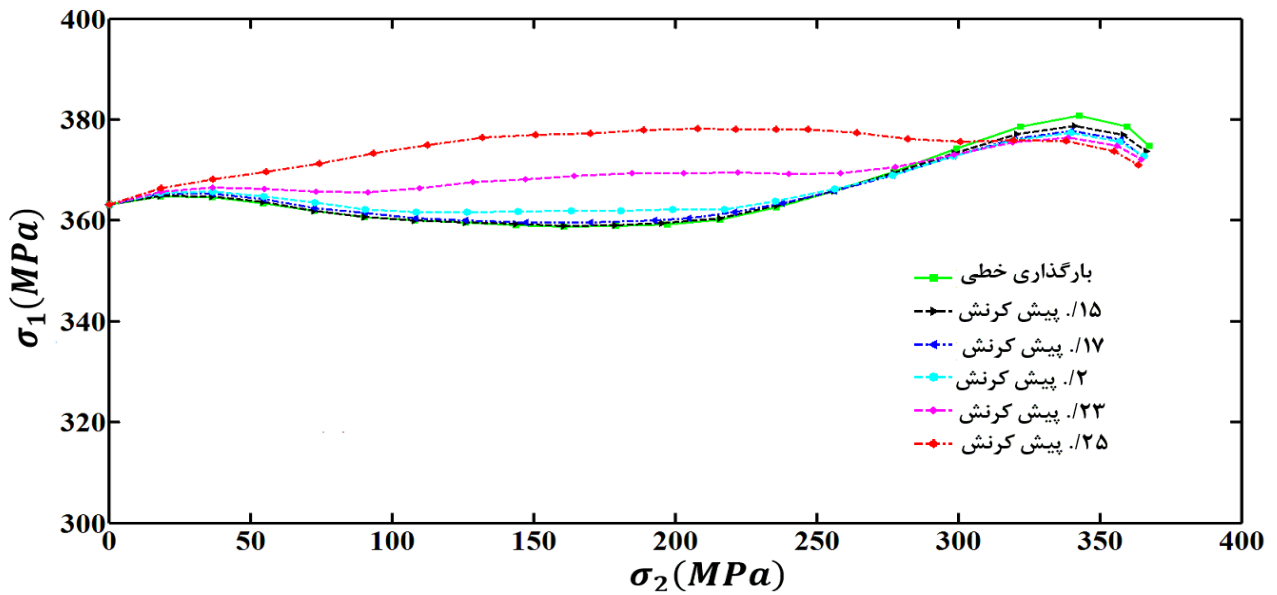
در این بخش برای بررسی مستقل از مسیر بودن تنش‌های حدی، نمودارهای حد تنش شکل‌دهی آلیاژ AA ۶۱۱۱-T ۴۳ با بکارگیری معیار تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰D و دو مدل سخت شونده‌گی سوئیفت و وس رسم می‌شوند. شکل ۷ الف تنش‌های حدی را برای مقادیر ۰/۲، ۰/۲۳، ۰/۲۵ و ۰/۲۷ پیش‌کرنش مؤثر ورق در راستای کشش تک‌محوره با بکارگیری مدل سخت شونده‌گی سوئیفت نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که نمودار بازای مقادیر پیش‌کرنش ۰/۲ و ۰/۲۳ مستقل از مسیر بارگذاری است و تنش‌های حدی پیش‌بینی شده توسط آنها با حالت کرنش گذاری خطی مطابقت دارد و منحنی‌ها تقریباً یک نوار باریک ایجاد می‌کنند. ولی تنش‌های حدی رسم شده با مقادیر پیش‌کرنش ۰/۲۵ و ۰/۲۷ به مسیر کرنش وابسته هستند و هر یک از این مقادیر پیش‌کرنش، نمودارهای مختص خود را تشکیل می‌دهند. حال آنکه، مطابق شکل ۷ ب تنش‌های حدی تولیدی توسط مدل کارسختی وس برای مقادیر ۰/۲، ۰/۲۳ و ۰/۲۵ وابستگی نمودار را به مسیر بارگذاری نشان می‌دهند و نمودارهای متفاوتی را تولید می‌کنند. مقایسه دو نمودار شکل ۷ نشان می‌دهد که وابستگی نمودارهای حد تنش شکل‌دهی به مسیر کرنش با بکارگیری مدل وس بیشتر از مدل سوئیفت است. یعنی در حالیکه تنش‌های حدی پیش‌بینی شده توسط مدل وس در مقادیر پیش‌کرنش ۰/۲ و ۰/۲۳ وابسته به مسیر کرنش هستند، در مدل سوئیفت مستقل از مسیر بارگذاری بوده و نمودارهای تولیدی بر هم منطبق هستند.

علت این رفتار تنش‌های حدی به مقدار کرنش مؤثر حدی در حالت کرنش صفحه‌ای در بارگذاری خطی مربوط می‌شود. این مقدار که در واقع یک مقدار بحرانی در تعیین مقدار پیش‌کرنش معادل با مستقل از مسیر بودن تنش‌های حدی است را می‌توان برای هر مدل ساختاری بکار رفته تعیین کرد. اگر مقدار مؤثر پیش‌کرنش در بارگذاری غیر تناسبی کمتر از این مقدار



(الف)

(b)

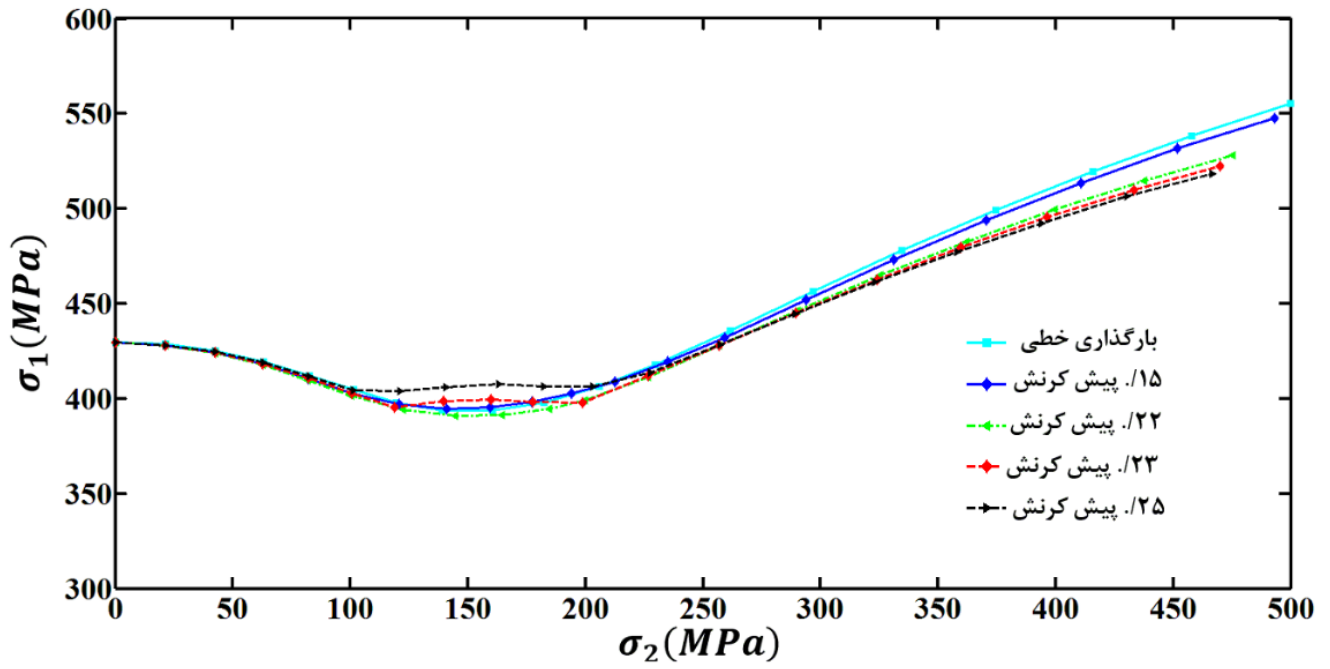


(ب)

(b)

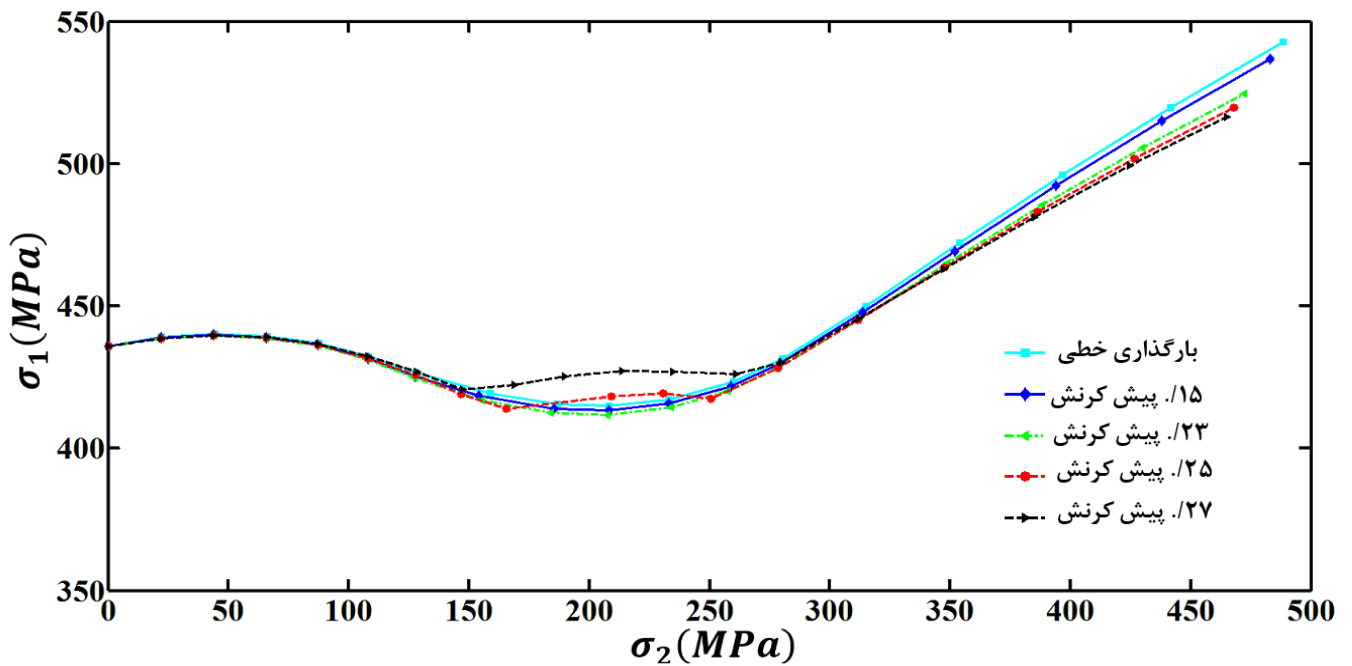
شکل ۷. نمودارهای حد تنش شکل‌دهی ورق با در نظر گرفتن مقادیر مختلف پیش‌کرنش در راستای کشش تک‌محوره و بکارگیری تابع تسلیم Yld2000-2d و مدل‌های کارسختی الف: سوئیفت ب: ویس

Fig. 7. Forming limit stress diagrams based on different pre-strains along uniaxial tension by applying Yld2000-2d yield function and (a) Swift (b) Voce hardening model



(الف)

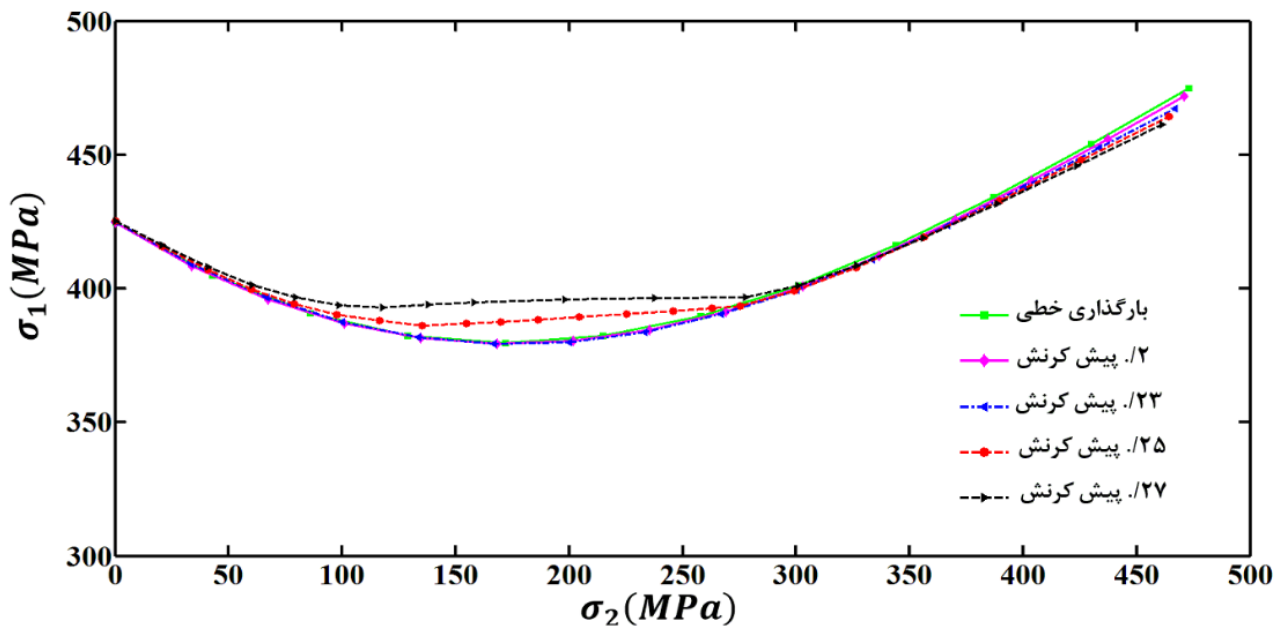
(a)



(ب)

(b)





(ج)

(c)

شکل ۸. نمودارهای حد تنش شکل‌دهی با در نظر گرفتن مقادیر مختلف پیش‌کرنش در راستای کشش تک‌محوره و بکارگیری مدل سخت‌شوندگی سوئیفت و توابع تسلیم الف: هیل ۴۸ ب: Gotoh ج: Yld ۲-۲۰۰۰D

Fig. 8. Forming limit stress diagrams by considering different pre-strains along uniaxial tension by applying Swift hardening model and (a) Hill48 (b) Gotoh (c) Yld2000-2d yield functions

#### ۴- نتیجه‌گیری

سوئیفت، کرنش‌های حدی حاصل از بکارگیری تابع تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰D با نتایج آزمایشگاهی مطابقت بهتری دارند. بنابراین می‌توان مدل کارسختی سوئیفت و تابع تسلیم Yld ۲-۲۰۰۰D با ضرایب تعیین شده آن در این مقاله را بعنوان یک مدل ایده‌آل در پیش‌بینی حد شکل‌دهی ورق AA ۶۱۱۱-T ۴۳ معرفی کرد.

۳- نمودار حد شکل‌دهی در شرایط بارگذاری غیرخطی با اعمال پیش‌کرنش‌گذاری در سه جهت کشش تک‌محوره، دوماحوره و حالت کرنش صفحه‌ای مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان دادند که متناسب با مقدار و راستای پیش‌کرنش‌گذاری، نمودارهای حد شکل‌دهی مجزایی تشکیل می‌شوند که این نمودارها وابستگی کرنش‌های حدی به مسیر کرنش را ثابت می‌کنند.

۴- اگرچه وابستگی نمودارهای حد تنش شکل‌دهی به مسیر کرنش همچون کرنش‌های حدی نیست، ولی تنش‌های حدی نیز در مقادیر با

در این مقاله نمودارهای حد شکل‌دهی در شرایط بارگذاری خطی و غیرخطی با استفاده از تئوری ناپایداری M-K تعیین می‌شوند که در آن اثر توابع تسلیم و مدل‌های کارسختی مختلف با جزئیات مورد بررسی قرار می‌گیرد که مهم‌ترین نتایج به شرح زیر است:

۱- در بررسی معیارهای تسلیم بکارگرفته شده در این مقاله، مشاهده می‌شود که تابع تسلیم هیل ۴۸، پیش‌بینی مناسبی را در توصیف رفتار تسلیم آلیاژ AA ۶۱۱۱-T ۴۳ ارائه نمی‌دهد. در حالی که توابع Gotoh و Yld ۲-۲۰۰۰D، سطح تسلیم، تنش تسلیم تک‌محوره نرماله شده و ضرایب ناهمسانگردی را بخوبی برای آلیاژ مربوطه پیش‌بینی کردند.

۲- نتایج نشان می‌دهد که مدل سخت‌شوندگی سوئیفت، کرنش‌های حدی دقیق‌تری را نسبت به مدل وس پیش‌بینی می‌کند و همچنین در بررسی اثر معیارهای تسلیم بر حد شکل‌دهی با استفاده از مدل کارسختی

## منابع

- [1] Z. Marciniak, K. Kuczyński, Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal, *International journal of mechanical sciences*, 9(9) (1967) 609-620.
- [2] M. Butuc, D. Banabic, A.B. da Rocha, J. Gracio, J.F. Duarte, P. Jurco, D. Comsa, The performance of Yld96 and BBC2000 yield functions in forming limit prediction, *Journal of materials processing technology*, 125 (2002) 281-286.
- [3] F. Barlat, J. Brem, J.W. Yoon, K. Chung, R. Dick, D. Lege, F. Pourboghra, S.-H. Choi, E. Chu, Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part 1: theory, *International Journal of Plasticity*, 19(9) (2003) 1297-1319.
- [4] D. Banabic, M. Vos, Modelling of the forming limit band—a new method to increase the robustness in the simulation of sheet metal forming processes, *CIRP annals*, 56(1) (2007) 249-252.
- [5] H. Aretz, F. Barlat, New convex yield functions for orthotropic metal plasticity, *International Journal of non-linear mechanics*, 51 (2013) 97-111.
- [6] S. Mirfalah-Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, Forming limit curves analysis of aluminum alloy considering the through-thickness normal stress, anisotropic yield functions and strain rate, *International Journal of Mechanical Sciences*, 117 (2016) 93-101.
- [7] S.M. Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, A. Darvizeh, Effects of normal and through-thickness shear stresses on the forming limit curves of AA3104-H19 using advanced yield criteria, *International Journal of Mechanical Sciences*, 137 (2018) 15-23.
- [8] C. Wang, Y. Yi, S. Huang, F. Dong, H. He, K. Huang, Y. Jia, Experimental and theoretical investigation on the forming limit of 2024-O aluminum alloy sheet at cryogenic temperatures, *Metals and Materials International*, 27(12) (2021) 5199-5211.
- [9] R. Uppaluri, D. Helm, A convex fourth order yield function for orthotropic metal plasticity, *European*

پیش کرنش بالا وابسته به مسیر بارگذاری هستند. در فرایندهای با بارگذاری چند مرحله‌ای، اگر مقدار مؤثر پیش کرنش از مقدار کرنش مؤثر حالت کرنش صفحه‌ای در بارگذاری خطی بیشتر شود، تنش‌های حدی وابسته به مسیر بارگذاری خواهند بود و دیگر نمودار حد تنش شکل‌دهی مستقل از مسیر کرنش نیست.

۵- در محاسبه مقدار کرنش مؤثر بحرانی که تعیین کننده مستقل از مسیر بودن تنش‌های حدی است، مدل ساختاری مورد استفاده نیز مؤثر است. در این مقاله اثرات مدل‌های کارسختی بکار رفته در تعیین وابستگی نمودار حد تنش شکل‌دهی به مسیر کرنش، بیشتر از توابع تسلیم انتخابی است. بنابراین مستقل از مسیر بودن تنش‌های حدی در محاسبات، علاوه بر مقدار پیش کرنش به مدل کارسختی و معیار تسلیم بکار گرفته شده نیز بستگی دارد.

## ۵- فهرست علائم

تعریف	نماد
پارامترهای ثابت مدل سخت شونده‌ی وس	$A, B, c$
پارامترهای ثابت معیار تسلیم Gotoh	$A_{1-9}$
توان معیار تسلیم Yld2000-2d	$a$
عامل نقص اولیه	$f$
عامل نقص	$f$
پارامترهای ثابت معیار تسلیم هیل ۴۸	$F, G, H, L, M, N$
توابع خطا در تعیین ضرایب معیار Yld2000-2d	$F_j, G_j$
پارامترهای ثابت مدل سخت شونده‌ی سوئیفت	$K, n$
ضرایب تابع تسلیم Yld2000-2d	$L', L''$
تانسورهای تبدیل یافته تنش انحرافی	$X', X''$
ضخامت اولیه	$t$
ضریب ناهمسانگردی تحت زاویه $\theta$ نسبت به راستای نورد	$r_\theta$
نسبت تنش‌ها	$\alpha$
پارامترهای ثابت معیار تسلیم Yld2000-2d	$\alpha_{1-8}$
کرنش اولیه	$\epsilon$
نموکرنش مؤثر	$d\bar{\epsilon}$
کرنش در راستای ضخامت ورق	$\epsilon_\parallel$
مؤلفه‌های نمو کرنش اصلی	$d\epsilon_1, d\epsilon_2, d\epsilon_3$
مؤلفه‌های نمو کرنش در مختصات شیار	$d\epsilon_{nn}, d\epsilon_{tt}, d\epsilon_{nt}$
زاویه راستای شیار با راستای تنش اصلی ماکزیمم	$\theta$
نسبت کرنش‌ها	$\rho$
تنش مؤثر	$\bar{\sigma}$
مقدار تنش تسلیم تحت زاویه $\theta$ نسبت به راستای نورد	$\sigma_\theta$
مؤلفه‌های تنش اصلی	$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$
تنش در راستای شیار	$\sigma_{nn}, \sigma_{tt}, \sigma_{nt}$
تابع تسلیم	$\phi$

- change effect on forming limit diagram of AA5083, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 76(5) (2015) 1343-1352.
- [19] H. Wang, Y. Yan, F. Han, M. Wan, Experimental and theoretical investigations of the forming limit of 5754O aluminum alloy sheet under different combined loading paths, *International Journal of Mechanical Sciences*, 133 (2017) 147-166.
- [20] M. Erfanian, R. Hashemi, A comparative study of the extended forming limit diagrams considering strain path, through-thickness normal and shear stress, *International Journal of Mechanical Sciences*, 148 (2018) 316-326.
- [21] S. Sojodi, A. Basti, S.R. Falahatgar, S.M.M. Nasiri, Investigation on the forming limit diagram of AA5754-O alloy by considering strain hardening model, strain path, and through-thickness normal stress, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 113(9) (2021) 2495-2511.
- [22] Z. Hou, Z. Liu, M. Wan, X. Wu, B. Yang, X. Lu, An investigation on anisotropy behavior and forming limit of 5182-H111 aluminum alloy, *Journal of Materials Engineering and Performance*, 29(6) (2020) 3745-3756.
- [23] B. Sener, E.S. Kilicarslan, M. Firat, Modelling anisotropic behavior of AISI 304 stainless steel sheet using a fourth-order polynomial yield function, *Procedia Manufacturing*, 47 (2020) 1456-1461.
- [24] B. Ma, M. Wan, Z. Cai, W. Yuan, C. Li, X. Wu, W. Liu, Investigation on the forming limits of 5754-O aluminum alloy sheet with the numerical Marciniak–Kuczynski approach, *International Journal of Mechanical Sciences*, 142 (2018) 420-431.
- [25] F. Barlat, J.W. Yoon, O. Cazacu, On linear transformations of stress tensors for the description of plastic anisotropy, *International Journal of Plasticity*, 23(5) (2007) 876-896.
- Journal of Mechanics-A/Solids*, 87 (2021) 104196.
- [10] Q.-T. Pham, S.-H. Oh, Y.-S. Kim, An efficient method to estimate the post-necking behavior of sheet metals, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 98(9) (2018) 2563-2578.
- [11] K. Young-Suk, L. Bong-Hyun, Y. Seung-Han, Prediction of forming limit curve for pure titanium sheet, *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 28(2) (2018) 319-327.
- [12] Q.T. Pham, M.G. Lee, Y.S. Kim, Characterization of the isotropic-distortional hardening model and its application to commercially pure titanium sheets, *International Journal of Mechanical Sciences*, 160 (2019) 90-102.
- [13] A. Graf, W. Hosford, Effect of changing strain paths on, *Metallurgical transactions A*, 24(11) (1993) 2503-2512.
- [14] K. Yoshida, T. Kuwabara, K. Narihara, S. Takahashi, Experimental verification of the path-independence of forming limit stresses, *Int J Form Process*, 8(SI) (2005) 283-298.
- [15] K. Yoshida, T. Kuwabara, Effect of strain hardening behavior on forming limit stresses of steel tube subjected to nonproportional loading paths, *International journal of plasticity*, 23(7) (2007) 1260-1284.
- [16] M. Nurcheshmeh, D.E. Green, Investigation on the strain-path dependency of stress-based forming limit curves, *International journal of material forming*, 4(1) (2011) 25-37.
- [17] M. Nurcheshmeh, D.E. Green, Prediction of forming limit curves for nonlinear loading paths using quadratic and non-quadratic yield criteria and variable imperfection factor, *Materials & Design*, 91 (2016) 248-255.
- [18] F. Zhalehfar, R. Hashemi, S.J. Hosseinipour, Experimental and theoretical investigation of strain path

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Sojodi, A. Basti, S. R. Falahatgar, S. M. Mirfalah Nasiri, *Investigation on the Effect of Different Constitutive Models on the Forming Limit of the Sheet under Nonlinear Strain Path*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 54(4) (2022) 925-944.

DOI: 10.22060/mej.2022.20519.7256

