Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 54(5) (2022) 241-244
DOI: 10.22060/mej.2022.20401.7226

Investigation of 2D Melting Process within a Porous Medium Considering Local Thermal Nonequilibrium Condition in the Presence of Sinusoidal Boundary Condition by Lattice Boltzmann Method

M. Taghilou, S. A. Safavi

Department of Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

ABSTRACT: This paper investigates the local temperature difference between the phase change material and porous medium during the two-dimensional melting process by considering natural convection and applying sinusoidal boundary condition. Hence, the density distribution function is used to solve momentum equations and two separate distribution functions are used to solve energy equations to calculate the local temperature difference and liquid fraction of the phase change material. Also, the effect of parameters such as amplitude and frequency of oscillation and Sparrow number on the percentage of local temperature difference and comparison of liquid fraction in the presence and absence of natural convection, are studied. Results show that with increasing frequency from 1 to 3, the percentage of local temperature difference increased from 41.44% to 67.53%, and with increasing oscillation amplitude from 1 to 3, the percentage of local temperature difference is reduced from 41.44% to 20.56%. Also, by increasing the Sparrow number from 322 to 6000, the percentage of local temperature difference decreases from 41.44% to 4.21%. Also, it is observed that by changing oscillation frequency, liquid fraction does not change much compared to the conditions of pure conduction; however, as the amplitude of oscillation increases, the percentage of deviation of liquid fraction from the pure conduction increases.

Review History:

Received: Aug. 13, 2021
Revised: Jan. 09, 2022
Accepted: Feb. 17, 2022
Available Online: Feb. 17, 2022

Keywords:

Melting process
Porous medium
Local temperature difference
Sinusoidal boundary temperature
Lattice Boltzmann method

1- Introduction

In the present paper, the process of simultaneous melting and solidification within a square porous medium with sinusoidal boundary condition is investigated. The existence of oscillation in the temperature field and also a large difference between the conductivity coefficients of the phase change material and the porous medium, has made it necessary to apply the local thermal nonequilibrium condition [1-3]. Also, considering the effect of natural convection in the process of phase change and the development of analytical models in the pure conduction conditions, it is one of the objectives of this article to investigate the necessary conditions to ignore the effects of natural convection. Accordingly, the enthalpy method based on the Boltzmann equation has been used to solve the momentum and energy equations. Numerical results show the effect of parameters such as frequency and amplitude of boundary oscillation and Sparrow number on the local temperature difference between the phase change material and the porous medium as well as the difference of liquid fraction in the presence and absence of natural convection.

2- Problem Definition

The geometry of the problem is a square enclosure with dimensions of 150×150, which is completely filled by the porous medium as shown in Fig. 1. The boundary condition for the upper and lower wall is insulation and the boundary condition for the left and right wall is considered as a specific temperature with oscillating values according to Eq. (1).

$$T_w^* = \frac{-A\,T_m}{T_{in} - T_m} sin\left(2\,\pi f Fo\right) \tag{1}$$

3- Governing Equations

Due to the presence of the local thermal nonequilibrium condition, it is necessary to solve two energy equations, one for the phase change material (liquid phase) and the other for the porous medium (solid phase). Macroscopic equations of energy for phase change material and porous medium are expressed by Eqs. (2) and (3), respectively [4]:

$$\varepsilon \frac{\partial En_f}{\partial t} + \nabla.\left[\left(\rho c_p\right)_{fl} \mathbf{u} T_f\right] = k_{e,f} \nabla^2 T_f + h_v \left(T_s - T_f\right) \tag{2}$$

$$\left(1-\varepsilon\right)\frac{\partial En_s}{\partial t} = k_{e,s} \nabla^2 T_s + h_v \left(T_f - T_s\right) \tag{3}$$

*Corresponding author's email: taghilou@znu.ac.ir

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

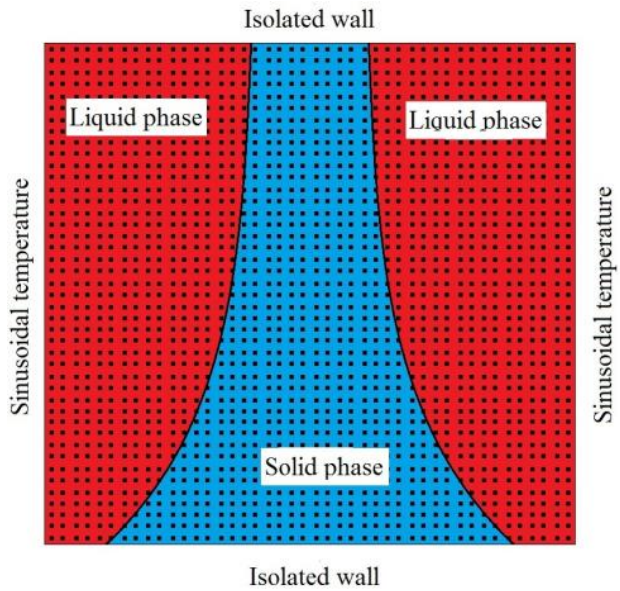


Fig. 1. Schematic of the melting problem with sinusoidal boundary condition.

where u, T, and c_p, show the velocity field, temperature, and specific heat capacity, respectively. Also, En_f is the total enthalpy for phase change material, En_s expresses the total enthalpy for porous medium, ε is the porosity of the medium, k_e is the effective conductivity and h_v is the convective coefficient between the porous medium and the liquid phase of the phase change material per unit volume. In Eqs. (2) and (3), the indices of f, s, and fl indicate the phase change material, the porous medium, and the liquid phase of the phase change material.

Mass and momentum conservation equations are written on a macroscopic scale for a porous medium according to Eqs. (4) and (5) [4]:

$$\nabla.\mathbf{u} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}.\nabla)(\frac{\mathbf{u}}{\varepsilon}) = -\frac{1}{\rho_{fl}}\nabla(\varepsilon p) + \upsilon\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{F} \tag{5}$$

In Eqs. (4) and (5), p and v are pressure and kinematic viscosity, respectively. **F** represents the total volumetric forces created by the porous medium and other external forces.

The non-dimensional numbers controlling the fluid flow problem along with the heat transfer and the phase change phenomenon are: Prandtl number Pr, Rayleigh number Ra, Darcy number Da, Stephen number Ste, Nusselt number Nu_d and the porosity ε which are defined by:

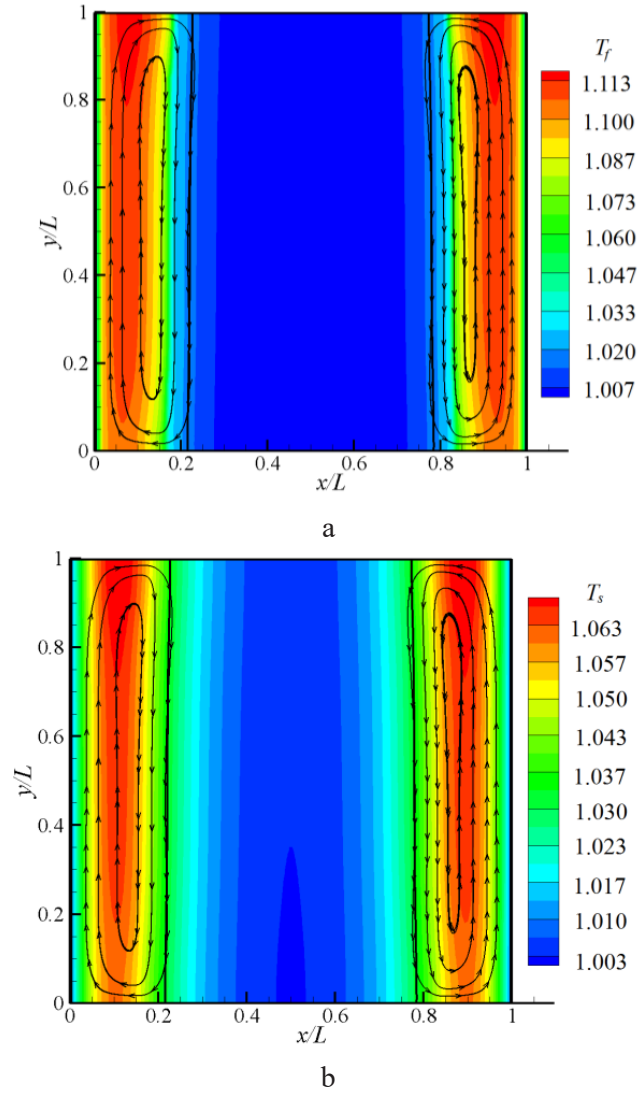


Fig. 2. Nondimensional temperature contours and streamlines along with the melting front position for the base state, a) phase change material b) porous medium

$$\mathrm{Pr} = \frac{\upsilon}{\alpha_{fl}}, \mathrm{Ra} = \frac{g\beta\Delta T L^3}{\upsilon\alpha_{fl}}, \mathrm{Da} = \frac{K}{L^2}, \mathrm{Ste} = \frac{c_{p,f}\Delta T}{L_a}$$
$$\mathrm{Nu_d} = \frac{h_v d_p^2}{k_l}, \varepsilon = \frac{V_{empty}}{V_{total}}, T^* = \frac{T - T_{in}}{T_m - T_{in}}, \mathrm{Fo} = \frac{\alpha_f t}{L^2} \tag{6}$$

The dimensionless number that controls the local thermal nonequilibrium condition is the Sparrow number. The Sparrow number and the equivalent thermal conductivity of the porous medium are defined according to Eqs. (7) and (8), respectively [1]:

$$\mathrm{Sp} = \frac{h_v L^3}{k_e r_h} \tag{7}$$

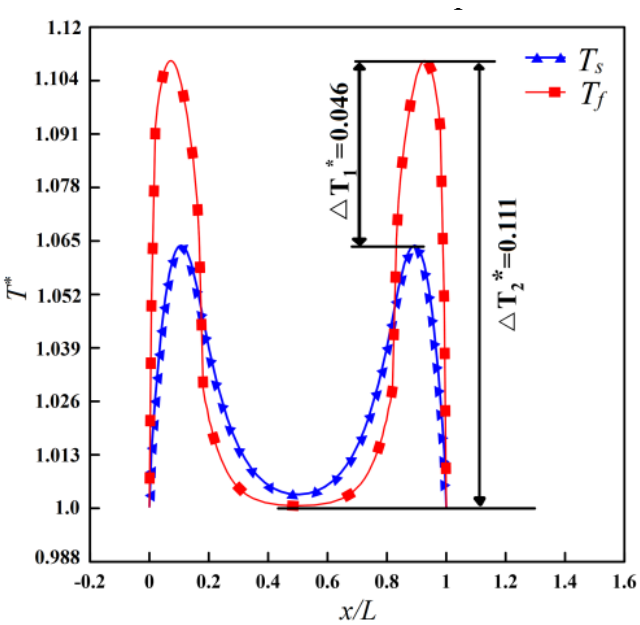


Fig. 3. Temperature distribution of phase change material and porous medium for the base conditions, f=1, A = 1, and Sp = 322.

$$k_e = \varepsilon k_f + (1-\varepsilon) k_s \tag{8}$$

The macroscopic equations are solved by the lattice Boltzmann method [4].

4- Results and Discussion

After ensuring the accuracy of numerical modeling, the results are reported. Fig. 2 shows the temperature field of the phase change material and the porous medium along with the streamlines and the position of the melting front at *Fo*=0.002 and *Sp*=322, which is in accordance with the base conditions.

Fig. 3 shows the dimensionless temperature distribution of the phase change material and the porous medium in the middle position of the enclosure for the base state. For the base case, the percentage of local temperature difference is equal to 41.44%.

5- Conclusion

1- As the frequency of oscillation increases, the percentage of local temperature difference increases, so that with increasing the frequency from 1 to 3 the percentage of local temperature difference increases from 41.44% to 67.53%.

2- Numerical results show that with increasing the amplitude of dimensionless oscillation from 1 to 3, the percentage of local temperature difference decreases from 41.41% to 20.56%. Therefore, by increasing the amplitude of the boundary temperature oscillation, the necessity of applying the local thermal nonequilibrium is reduced. As the amplitude of the oscillation increases, the position of the melting front also becomes curved and becomes flat, which indicates an increase in the effects of natural convection.

3- Oscillation frequency has little effect on the liquid fraction of the phase change material so that the maximum value of this deviation is equal to 0.58%.

References

[1] W. Minkowycz, A. Haji-Sheikh, K. Vafai, On departure from local thermal equilibrium in porous media due to a rapidly changing heat source: the Sparrow number, International journal of heat and mass transfer, 42(18) (1999) 3373-3385.

[2] A. Nakayama, F. Kuwahara, M. Sugiyama, G. Xu, A two-energy equation model for conduction and convection in porous media, International journal of heat and mass transfer, 44(22) (2001) 4375-4379.

[3] X. Zhang, G. Su, J. Lin, A. Liu, C. Wang, Y. Zhuang, Three-dimensional numerical investigation on melting performance of phase change material composited with copper foam in local thermal non-equilibrium containing an internal heater, International Journal of Heat and Mass Transfer, 170 (2021) 121021.

[4] D. Gao, F.-B. Tian, Z. Chen, D. Zhang, An improved lattice Boltzmann method for solid-liquid phase change in porous media under local thermal non-equilibrium conditions, International Journal of Heat and Mass Transfer, 110 (2017) 58-62.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

M. Taghilou, S. A. Safavi, Investigation of 2D Melting Process within a Porous Medium Considering Local Thermal Nonequilibrium Condition in the Presence of Sinusoidal Boundary Condition by Lattice Boltzmann Method , Amirkabir J. Mech Eng., 54(5) (2022) 241-244.

DOI: 10.22060/mej.2022.20401.7226

This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۴، شماره ۵، سال ۱۴۰۱، صفحات ۱۱۸۱ تا ۱۱۹۸
DOI: 10.22060/mej.2022.20401.7226

بررسی فرآیند ذوب دوبعدی درون محیط متخلخل با اعمال شرط عدم تعادل دمای محلی در حضور شرط مرزی سینوسی با روش بولتزمن شبکه‌ای

محمد تقیلو*، سید علیرضا صفویی

دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران .

خلاصه: مقاله حاضر، به بررسی اختلاف دمای محلی، میان ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل دوبعدی طی فرآیند ذوب با نظر گرفتن جابجایی طبیعی و شرط مرزی سینوسی، می‌پردازد. بدین منظور از تابع توزیع چگالی، برای حل معادله تکانه و از دو تابع توزیع جداگانه برای حل معادلات انرژی جهت محاسبه اختلاف دمای محلی و کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده، استفاده شده است. بررسی تأثیر پارامترهایی نظیر دامنه و فرکانس نوسان و عدد اسپارو بر درصد اختلاف دمای محلی و مقایسه کسر مایع در دو حالت حضور و عدم حضور جابجایی طبیعی، از اهداف این مقاله است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش فرکانس نوسان از ۱ به ۳، درصد اختلاف دمای محلی از ۴۱/۴۴ ٪ به ۶۷/۵۳ ٪ افزایش یافته و با افزایش دامنه نوسان از ۱ به ۳، درصد اختلاف دمای محلی از ۴۱/۴۴ ٪ به ۲۰/۵۶ ٪ کاهش می‌یابد. همچنین، با افزایش عدد اسپارو از ۳۲۲ به ۶۰۰۰، درصد اختلاف دمای محلی از ۴۱/۴۴ ٪ به ۴/۲۱ ٪ کاهش می‌یابد. از سوی دیگر، مشاهده می‌شود که با تغییر فرکانس نوسان، کسر مایع نسبت به شرایط رسانش محض تغییر چندانی نمی‌کند؛ حال آنکه با افزایش دامنه نوسان، درصد انحراف کسر مایع نسبت به رسانش محض، افزایش می‌یابد.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۴۰۰/۰۵/۲۲
بازنگری: ۱۴۰۰/۱۰/۱۹
پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۲۸
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۱۲/۰۸

کلمات کلیدی:
فرآیند ذوب
محیط متخلخل
اختلاف دمای محلی
دمای مرز سینوسی
روش بولتزمن شبکه‌ای

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، محققین و مهندسان توجه بسیاری به بررسی فرآیند ذوب و انجماد ماده تغییر فاز دهنده[1] به منظور طراحی سیستم‌های ذخیره انرژی گرمایی نهان[2]، کرده‌اند. در این بررسی‌ها، مقادیر کم ضریب رسانندگیِ ماده تغییر فاز دهنده به عنوان یک عامل کاهنده در آهنگ انتقال گرما و تغییر فاز شناخته شده است. از این‌رو، روش‌های مختلفی از قبیل افزودن پره [۱ و ۲]، استفاده از نانوذرات [۳] و نیز استفاده از محیط متخلخل [۴]، به منظور افزایش ضریب انتقال گرمای مؤثر و جبران مقادیر کم ضریب رسانندگی، پیشنهاد شده است. در بررسی فرآیند تغییر فاز درون محیط متخلخل، عمدتاً از فرض تعادل دمای محلی[3] در فصل مشترک محیط متخلخل و ماده تغییر فاز دهنده استفاده شده است. با این حال، در بسیاری از کاربردها شرط تعادل دمای محلی برقرار نخواهد بود [۵]. بطور خلاصه، هنگام بررسی انتقال حرارت سریع در محیط متخلخل [۶]، یا زمانی‌که حرارت قابل توجهی در داخل محیط متخلخل تولید شود [۷] و یا اختلاف قابل توجهی بین ضرایب رسانش حرارتی سیال و محیط متخلخل وجود داشته باشد [۸]، نرخ تغییر دمای محلی برای دو فاز جامد و مایع برابر نخواهد بود؛ و فرض تعادل دمای محلی باید کنار گذاشته شود. استخراج م-یدان دما تحت شرط عدم تعادل دمای محلی[4] نیازمند حل همزمان دو معادله انرژی، یکی برای فاز جامد و دیگری برای فاز مایع است.

روش بولتزمن شبکه‌ای[5]، به عنوان یک روش توانمند برای مطالعه جریان سیال، انتقال گرما و سایر فیزیک‌های پیچیده ظاهر شده است. در مقایسه با روش‌های دینامیک سیال محاسباتی[6]، این روش مزایای بسیاری دارد؛ که از جمله آن می‌توان به کدنویسی ساده، قابلیت موازی‌سازی و قابلیت اعمال بر هندسه‌ها و شرایط مرزی پیچیده، مانند جریان در محیط متخلخل، اشاره کرد [۹]. در سال‌های اخیر، از روش بولتزمن شبکه‌ای برای شبیه سازی

1 Phase Change Material (PCM)
2 Latent Heat Thermal Storage (LHTS)
3 Local Thermal Equilibrium (LTE)
4 Local Thermal Nonequilibrium (LTNE)
5 Lattice Boltzmann Method (LBM)
6 Computational Fluid Dynamics (CFD)

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: taghilou@znu.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

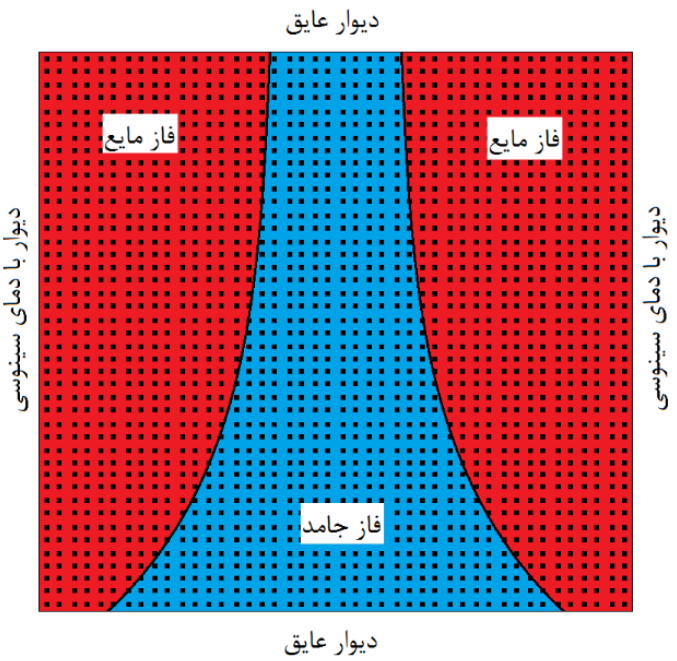
فرآیند تغییر فاز تحت هر دو شرط تعادل دمای محلی و عدم تعادل دمای محلی، استفاده شده است. گائو و همکاران [۱۰] به بررسی فرآیند ذوب داخل یک محیط متخلخل و تحت شرط عدم تعادل دمای محلی به روش بولتزمن شبکه‌ای پرداختند. ایشان نشان دادند که در صورت وجود اختلاف زیاد بین ضرایب رسانش حرارتی محیط متخلخل و سیال، شرط تعادل دمای محلی دیگر برقرار نخواهد بود. ایشان در پژوهشی دیگر [۱۱]، یک روش بهبود یافته بر اساس بولتزمن شبکه‌ای برای مسئله تغییر فاز جامد–مایع در محیط متخلخل تحت شرط عدم تعادل دمای محلی ارائه دادند. یکی از مزایای این مدل‌سازی، کاهش فرآیند تکرار در روند حل و افزایش پایداری عددی است. مینکوویچ و همکاران [۶]، انحراف از حالت تعادل دمای محلی در اثر تغییر سریع شار حرارتی تولیدی در یک محیط متخلخل را مورد بررسی قرار دادند. بر این اساس، عدد بی‌بعد اسپارو جهت مطالعه شرایط وجود تعادل و یا عدم تعادل دمای محلی معرفی گردید.

وجود نوسان دما در سیستم‌های ذخیره انرژی بویژه در شرایط مرزی، یکی از عوامل مهم توجیه استفاده از مواد تغییر فاز دهنده است؛ چراکه در چنین شرایطی امکان ذوب و انجماد متوالی و تکمیل چرخه ذخیره و تخلیه انرژی فراهم می‌شود. در این راستا، مطالعات بسیاری با اعمال شرایط مرزی نوسانی صورت پذیرفته است. ساوویچ و کالدول [۱۲]، مسئله‌ی ذوب یک بعدی (مسئله‌ی استفان) را با شرط مرزی نوسانی به روش اختلاف محدود بررسی کردند. ایشان نشان دادند که اندازه دامنه‌ی نوسان دما، تأثیر زیادی بر توزیع دمای محفظه و سرعت حرکت جبهه‌ی ذوب دارد. هو و چو [۱۳]، فرآیند ذوب و انجماد متناوب در حضور دمای نوسانی مرز را درون یک محفظه مربعی مورد بررسی قرار دادند. به منظور حل معادله انرژی و موقعیت‌یابی جبهه ذوب، از روش آنتالپی استفاده شد. همچنین، اثرات جابجایی طبیعی توسط فرض بوزینسک اعمال گردید. نتایج آن‌ها نشان داد که در شرایط پایا، فرآیند ذوب به صورت متناوب تکرار می‌شود. همچنین، نشان داده شد که فرکانس ذوب و آهنگ انتقال گرما مشابه فرکانس دمای اعمال شده در مرز سیستم است، که اندکی اختلاف فاز دارد. صادقی و همکاران [۱۴] با اعمال روش اجزای محدود، فرآیند ذوب و انجماد چند لایه مواد تغییر فاز دهنده درون استوانه‌های هم محور با شرایط مرزی متناوب را بررسی کردند. آن‌ها اثرات جابجایی طبیعی را اعمال و با مدل کارمن–کوزنی[1] میدان سرعت در مناطق جامد و مایع را کنترل نمودند. نتایج نشان می‌دهد که بر خلاف بخش بیرونی، قسمت داخلی بیشتر تحت تأثیر دمای سیال حرارتی داغ[2] قرار دارد. راجیو [۱۵] مسئله ذوب ماده تغییر فاز دهنده را به همراه ضریب رسانش متغیر و شرایط مرزی متناوب به صورت عددی بررسی کرد. در این بررسی از روش اختلاف محدود استفاده شد؛ و نتایج آن با نتایج حل تحلیلی در شرایط خاص مقایسه گردید. بر این اساس، مشاهده گردید که موقعیت جبهه ذوب و پروفیل دما وابسته به عدد استفان، عدد پکلت و ضریب رسانندگی است. سعدون و همکاران [۱۶] روش انتگرالی تصفیه شده[3] را برای بررسی مسئله استفان یک‌بعدی به همراه شرایط مرزی وابسته به زمان اصلاح کردند. شرط مرزی به کار رفته در کار آن‌ها به صورت خطی و سینوسی بوده و اثر عدد بی‌بعد استفان بر موقعیت جبهه انجماد، بررسی شده است. تقیلو و همکاران [۱۷] فرآیند ذوب و انجماد ماده تغییر فاز دهنده را در یک مبدل حرارتی دولوله‌ای با در نظر گرفتن شرط مرزی زمانمند بررسی کردند. بر این اساس، آن‌ها از شرط مرزی نوع سوم به همراه دمای محیط و ضریب جابجایی سینوسی، استفاده نمودند. همچنین از دو نوع ماده تغییر فاز دهنده به نام‌های آر–تی–۲۸[4] و آر–تی–۳۵[5] به طور همزمان استفاده گردید. نتایج نشان داد که نوسان دمای محیط تأثیر زیادی بر فرآیند ذوب دارد، اما نوسان ضریب جابجایی تأثیر قابل توجهی بر کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده ندارد. تقیلو و طلعتی [۱۸] یک مدل تحلیلی به منظور بررسی میدان دما و موقعیت جبهه انجماد در یک مخزن دوبعدی حاوی پره به همراه شرایط مرزی زمان‌مند ارائه کردند. فرضیات مدل ارائه شده شامل رسانش محض، خواص ترموفیزیکی ثابت و انتقال گرمای یک بعدی است. تغییرات دمای مرز در دو حالت خطی و سینوسی تعریف شده است. نتایج مدل ارائه شده با نتایج عددی بدست آمده با روش بولتزمن شبکه‌ای همخوانی دارد.

در مقاله حاضر، فرآیند ذوب و انجماد همزمان درون یک محیط متخلخل مربعی با اعمال شرط مرزی سینوسی، بررسی شده است. وجود نوسان در میدان دما و نیز اختلاف زیاد میان ضرایب رسانش ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل، سبب لزوم اعمال شرط عدم تعادل دمای محلی شده است. همچنین، با توجه به تأثیر جابجایی طبیعی در فرآیند تغییر فاز و توسعه مدل‌های تحلیلی در شرایط رسانش محض، بررسی شرایط لازم جهت صرف نظر کردن از اثرات جابجایی طبیعی، از اهداف این مقاله است. بر این اساس، از روش آنتالپی بر پایه معادله بولتزمن به منظور حل معادلات تکانه و انرژی استفاده شده است. نتایج عددی، تأثیر پارامترهایی نظیر فرکانس و دامنه‌ی

1 Carman Kozeny

2 Hot heat transfer fluid
3 Refined integral method
4 RT28
5 RT35



شکل ۱. طرحواره مسئله ذوب با شرط مرزی سینوسی.

Fig. 1. Schematic of melting problem with sinusoidal boundary condition.

نوسان دمای مرز و عدد اسپارو را بر اختلاف دمای محلی بین ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل و نیز اختلاف کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده در حضور و عدم حضور جابجایی طبیعی را نشان می‌دهند.

۲- معرفی مسئله

هندسه‌ی مسئله مورد بررسی، یک محفظه‌ی مربعی با ابعاد ۱۵۰×۱۵۰ واحد بوده، که به صورت کامل توسط محیط متخلخل مطابق شکل ۱، پر شده است. شرط مرزی برای دیوار بالا و پایین عایق می‌باشد و شرط مرزی برای دیوار سمت چپ و راست به صورت دما مشخص با مقادیر نوسانی مطابق رابطه‌ی (۱) در نظر گرفته شده است.

$$T_w^* = \frac{-A\,T_m}{T_{in} - T_m} \sin\left(2\,\pi f Fo\right) \qquad (۱)$$

که در آن T_w^* دمای بی‌بعد دیوار، A، دامنه نوسان بی‌بعد دما، T_m دمای ذوب، T_{in} دمای اولیه، f فرکانس بی‌بعد تغییرات دما و Fo زمان بی‌بعد است. در ابتدا ماده تغییر فاز دهنده در فاز جامد قرار داشته، که ناگهان دمای هر دو دیواره سمت چپ و راست به T_w^* تغییر پیدا می‌کنند. توجه شود که استفاده از شرط مرزی سینوسی به منظور بررسی اثرات دامنه و فرکانس دمای مرز بر اختلاف دمای محلی به جهت بررسی لزوم اعمال شرط عدم تعادل دمای محلی است. از منظر کاربردی، تحلیل چنین شرایطی می‌تواند به طور کیفی رفتار سیستم‌های ذخیره انرژی که در طول یک شبانه روز کار می‌کنند را پیش‌بینی نماید.

به منظور ساده‌سازی و اجتناب از محاسبات غیر ضروری، مدل عددی از مفروضات زیر بهره می‌برد:

۱- از تراکم پذیری جریان صرف نظر می‌شود. برای در نظر گرفتن اثرات جابجایی طبیعی، از تقریب بوزینسک استفاده می‌شود. برای اطمینان از صحت فرض بوزینسک، باید اطمینان حاصل کرد که تغییرات چگالی نسبت به دما خطی هستند. نتایجی که توسط [۱۹] گزارش شده است، خطی بودن تغییرات چگالی فاز مایع را در محدوده دمایی ۳۰۰ تا ۳۵۰ کلوین تضمین می‌کند.

۲- ماده تغییر فاز دهنده ایده آل فرض می‌شود. ایده آل بودن ماده تغییر فاز دهنده به این معنی است که رفتار آن همسانگرد و عاری از ناخالصی است.

۳- خواص ترموفیزیکی هر فاز متفاوت از فاز دیگر در نظر گرفته می‌شود، اما مستقل از دما است.

۳- معادلات حاکم

۳- ۱- بقای انرژی و تکانه برای ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل

با توجه به حضور شرط عدم تعادل دمای محلی، نیاز است که دو معادله انرژی، یکی برای ماده تغییر فاز دهنده (فاز مایع) و دیگری برای محیط متخلخل (فاز جامد)، به طور همزمان حل شود. معادلات ماکروسکوپی انرژی برای ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل، به ترتیب با روابط (۲) و (۳) بیان می‌شوند [۱۱]:

$$\varepsilon\frac{\partial\left[\left(\rho c_p\right)_f T_f\right]}{\partial t}+\nabla.\left[\left(\rho c_p\right)_{fl}\mathbf{u}T_f\right]= k_{e,f}\nabla^2T_f+h_v\left(T_s-T_f\right)-\varepsilon\rho_{fl}L_a\frac{\partial f_l}{\partial t} \quad (۲)$$

$$\left(1-\varepsilon\right)\frac{\partial\left[\left(\rho c_p\right)_s T_s\right]}{\partial t}=k_{e,s}\nabla^2T_s+h_v\left(T_f-T_s\right) \quad (۳)$$

که در آن ρ، $\mathbf{u}$، T، c_p، L_a و f_l به ترتیب چگالی، میدان سرعت، دما، ظرفیت گرمایی ویژه، گرمای ویژه ذوب و کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده را نشان می‌دهند. همچنین ε میزان تخلخل محیط، k_e رسانندگی مؤثر و h_v ضریب جابجایی میان محیط متخلخل و فاز مایع ماده تغییر فاز دهنده بر واحد حجم است. در روابط (۲) و (۳) زیر نویس‌های f ، s و fl به ترتیب بیانگر ماده تغییر فاز دهنده، محیط متخلخل و فاز مایع ماده تغییر فاز دهنده هستند. آنتالپی کل برای ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل به ترتیب با روابط (۴) و (۵) داده می‌شود:

$$En_f=\left(\rho c_p\right)_f T_f+\rho L_a f_l \quad (۴)$$

$$En_s=\left(\rho c_p\right)_s T_s \quad (۵)$$

با استفاده از روابط (۴) و (۵)، روابط (۲) و (۳) به صورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\varepsilon\frac{\partial En_f}{\partial t}+\nabla.\left[\left(\rho c_p\right)_{fl}\mathbf{u}T_f\right]=k_{e,f}\nabla^2T_f+h_v\left(T_s-T_f\right)$$
$$\left(1-\varepsilon\right)\frac{\partial En_s}{\partial t}=k_{e,s}\nabla^2T_s+h_v\left(T_f-T_s\right) \quad (۶)$$

$$\left(1-\varepsilon\right)\frac{\partial En_s}{\partial t}=k_{e,s}\nabla^2T_s+h_v\left(T_f-T_s\right) \quad (۷)$$

معادلات بقای جرم و تکانه در مقیاس ماکروسکوپی برای محیط متخلخل طبق روابط (۸) و (۹) نوشته می‌شوند [۱۱]:

$$\nabla.\mathbf{u}=0 \quad (۸)$$

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}+(\mathbf{u}.\nabla)(\frac{\mathbf{u}}{\varepsilon})=-\frac{1}{\rho_{fl}}\nabla(\varepsilon p)+\upsilon\nabla^2\mathbf{u}+\mathbf{F} \quad (۹)$$

در روابط (۸) و (۹)، p و ν به ترتیب فشار و لزجت سینماتیکی می‌باشند. $\mathbf{F}$ نمایانگر کل نیروهای حجمی است که توسط محیط متخلخل و دیگر نیروهای خارجی ایجاد می‌شود و طبق رابطه‌ی (۱۰) بیان می‌شود [۱۱]:

$$\mathbf{F}=-\frac{\varepsilon\upsilon_{fl}}{K}\mathbf{u}-\frac{\varepsilon F_\varepsilon}{\sqrt{K}}|\mathbf{u}|\mathbf{u}+\varepsilon\mathbf{g}\beta(T_f-T_{ref}) \quad (۱۰)$$

در رابطه‌ی (۱۰) ν_{fl}، F_ε، K، β، T_{ref} و $\mathbf{g}$ به ترتیب لزجت سینماتیکی فاز مایع ماده تغییر فاز دهنده، ضریب فورچمیر، نفوذ پذیری محیط متخلخل، ضریب انبساط حجمی، دمای مرجع و شتاب گرانش می‌باشند.

اعداد بی بعد کنترل کننده مسئله‌ی جریان سیال به همراه انتقال حرارت و پدیده‌ی تغییر فاز به ترتیب عبارت‌اند از: عدد پرانتل Pr، عدد رایلی Ra، عدد دارسی Da، عدد استفان Ste، عدد ناسلت Nu_d و نسبت تخلخل ε که در رابطه‌ی (۱۱) تعریف شده‌اند [۱۱].

$$Pr=\frac{\upsilon}{\alpha_{fl}},Ra=\frac{g\beta\Delta TL^3}{\upsilon\alpha_{fl}},Da=\frac{K}{L^2},Ste=\frac{c_{p,f}\Delta T}{L_a}$$
$$Nu_d=\frac{h_v d_p^2}{k_l},\varepsilon=\frac{V_{empty}}{V_{total}},T^*=\frac{T-T_{in}}{T_m-T_{in}},Fo=\frac{\alpha_f t}{L^2} \quad (۱۱)$$

که در رابطه‌ی فوق L، d_p، V_{empty}، V_{total}، T^* و t به ترتیب بیانگر طول مشخصه‌ی محفظه، قطر فضاهای خالی محیط متخلخل، حجم قسمت خالی محیط متخلخل، حجم کل محیط، دمای بی‌بعد و زمان می‌باشند. همچنین، α ضریب پخش حرارتی و ΔT اختلاف میان دمای ذوب و دمای اولیه است.

۳- ۲- شرط عدم تعادل دمایی

همانطور که در قسمت مقدمه بیان شد، در مسئله‌ی پیش‌رو شرط عدم تعادل دمای محلی برقرار است. عدد بی بعد کنترل کننده شرط عدم تعادل دمایی عدد اِسپارو است. عدد اسپارو و ضریب هدایت حرارتی معادل محیط متخلخل به ترتیب طبق روابط (۱۲) و (۱۳) تعریف می‌شوند [۶]:

$$Sp=\frac{h_v L^3}{k_e r_h} \quad (۱۲)$$

$$k_e=\varepsilon k_f+(1-\varepsilon)k_s \quad (۱۳)$$

که در این رابطه r_h شعاع هیدرولیکی منافذ موجود در محفظه است. عدد ناسلت بر اساس شعاع هیدرولیکی منافذ، Nu_{r_h} با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$Nu_{r_h}=h_v r_h^2/k_f \quad (۱۴)$$

در این صورت معادله‌ی (۱۲) به معادله‌ی (۱۵) تبدیل می‌شود.

$$Sp=Nu_{r_h}(\frac{k_f}{k_e})(\frac{L}{r_h})^3 \quad (۱۵)$$

۴- روش بولتزمن شبکه‌ای

۴- ۱- معادلات بولتزمن برای میدان جریان

معادله‌ی بولتزمن برای میدان سرعت، طبق رابطه‌ی (۱۶) گسسته می‌شود [۱۱]:

$$f_i(\mathbf{r}+\mathbf{e}_i\Delta t,t+\Delta t)-f_i(\mathbf{r},t)=-\frac{1}{\tau}\left[f_i(\mathbf{r},t)-f_i^{eq}(\vec{r},t)\right]+\Delta tF_i \quad (۱۶)$$

که در رابطه‌ی فوق، f_i تابع توزیع میدان سرعت با سرعت‌های میکروسکوپی گسسته شده $\mathbf{e}_i$، در مکان $\mathbf{r}$ و زمان t است و Δt نشانگر گام زمانی است. f_i^{eq} تابع توزیع تعادلی چگالی است که طبق رابطه‌ی (۱۷) تعریف می‌شود [۱۱]:

$$f_i^{eq}=w_i\rho[1+\frac{\mathbf{e}_i.\mathbf{u}}{c_s^2}+\frac{(\mathbf{e}_i.\mathbf{u})^2}{2\varepsilon c_s^4}-\frac{\mathbf{u}^2}{2\varepsilon c_s^2}] \quad (۱۷)$$

در رابطه‌ی (۱۷)، w نمایانگر ضریب وزنی تابع توزیع چگالی است. همچنین $c_s=1/\sqrt{3}$ سرعت صوت شبکه است. نیروی حجمی گسسته شده F_i نیز طبق رابطه‌ی (۱۸) محاسبه می‌گردد [۱۱]:

$$F_i=w_i(1-\frac{1}{2\tau})\rho\left[\frac{\mathbf{e}_i.\mathbf{F}}{c_s^2}+\frac{\mathbf{uF}:\mathbf{e}_i\mathbf{e}_i}{\varepsilon c_s^4}-\frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{F}}{\varepsilon c_s^2}\right] \quad (۱۸)$$

چگالی ماکروسکوپی سیال را می‌توان طبق رابطه‌ی (۱۹) محاسبه کرد [۱۱].

$$\rho(\mathbf{r},t)=\sum_i f_i(\mathbf{r},t) \quad (۱۹)$$

سرعت سیال $\mathbf{u}$ را نیز می‌توان با تعریف یک سرعت واسط $\mathbf{v}$ طبق رابطه‌ی (۲۰) و (۲۱) بدست آورد [۱۱].

$$\mathbf{v}=\sum_i \frac{\mathbf{e}_i f_i}{\rho}+\frac{\Delta t}{2}\varepsilon\left[\mathbf{g}\beta(T_f-T_{ref}\right] \quad (۲۰)$$

$$\mathbf{u}=\frac{\mathbf{v}}{d_0+\sqrt{d_0^{\,2}+d_1|\mathbf{v}|}} \quad (۲۱)$$

در رابطه‌ی (۲۱)، d_0 و d_1 به ترتیب طبق معادلات (۲۲) و (۲۳) داده شده‌اند:

$$d_0=\frac{1}{2}\left(1+\frac{\varepsilon\Delta t\,\upsilon_{fl}}{2K}\right) \quad (۲۲)$$

$$d_1=\frac{\varepsilon\Delta t F_\varepsilon}{2\sqrt{K}} \quad (۲۳)$$

در این مقاله، از مدل دوبعدی و نُه‌سرعته[1] استفاده شده است. زمان استراحت τ نیز طبق رابطه‌ی (۲۴) به لزجت سینماتیکی ارتباط پیدا می‌کند [۱۱]:

$$\tau=\frac{\upsilon}{c_s^2\Delta t}+0.5 \quad (۲۴)$$

۴- ۲- معادلات بولتزمن برای میدان دمای ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل

معادله گسسته شده بولتزمن برای پوشش معادلات انرژی ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل به ترتیب طبق روابط (۲۵) و (۲۶) بیان می‌شوند [۱۱]:

$$\begin{aligned} g_{i,f}\left(\mathbf{r}+\mathbf{e}_i\Delta t,t+\Delta t\right)-g_{i,f}\left(\mathbf{r},t\right)= \\ -\frac{1}{\tau_{t,f}}\left[g_{i,f}\left(\mathbf{r},t\right)-g_{i,f}^{eq}\left(\mathbf{r},t\right)\right] \\ +\left(\Delta t+\frac{\Delta t^2}{2}\partial t\right)Sr_{i,f}+\Delta t Su_{i,f} \end{aligned} \quad (۲۵)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\tau_{t,s}}\left[g_{i,s}\left(\mathbf{r},t\right)-g_{i,s}^{eq}\left(\mathbf{r},t\right)\right] \\ +\left(\Delta t+\frac{\Delta t^2}{2}\partial t\right)Sr_{i,s} \end{aligned} \quad (۲۶)$$

در روابط (۲۵) و (۲۶) $g_{i,f}$ و $g_{i,f}$ به ترتیب توابع توزیع انرژی و $\tau_{t,f}$ و $\tau_{t,s}$ زمان رهاسازی برای توابع توزیع انرژی ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل می‌باشند.

$$\tau_{t,f}=\frac{\alpha_f}{c_s^2}+0.5 \quad (۲۷)$$

$$\tau_{t,s}=\frac{\alpha_s}{c_s^2}+0.5 \quad (۲۸)$$

همچنین $g_{i,f}^{eq}$ و $g_{i,s}^{eq}$ به ترتیب توابع توزیع تعادلی انرژی برای ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل هستند که در روابط (۲۹) و (۳۰) داده شده‌اند [۱۱]:

$$g_{i,f}^{eq}=\begin{cases}\varepsilon En_f-\gamma_f T_f+w_i\gamma_f T_f & ,\ i=0\\ w_i T_f\left(\gamma_f+\left(\rho c_p\right)_{fl}\dfrac{e_i.\vec{u}}{c_s^2}\right) & ,\ i\neq 0\end{cases} \quad (۲۹)$$

$$g_{i,s}^{eq}=\begin{cases}\left(1-\varepsilon\right)En_s-\gamma_s T_s+w_i\gamma_s T_s & ,\ i=0\\ w_i\gamma_s T_s & ,\ i\neq 0\end{cases} \quad (۳۰)$$

1 D2Q9

در روابط (۲۹) و (۳۰)؛ γ_f و γ_s به ترتیب دو پارامتر آزاد برای ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل هستند. در روابط (۲۵) و (۲۶)، Sr و Su دو چشمه حرارتی می‌باشند که به ترتیب برای اعمال شرط عدم تعادل دمای محلی و اصلاح بقا انرژی اعمال شده‌اند [۱۱]:

$$Sr_{i,f} = w_i h_v \left(T_s - T_f\right) \tag{۳۱}$$

$$Sr_{i,s} = w_i h_v \left(T_f - T_s\right) \tag{۳۲}$$

$$Su_{i,f} = w_i \left(1 - \frac{1}{2\tau_{t,f}}\right) \frac{\mathbf{e}_i}{c_s^2} \cdot \frac{\partial\left[\left(\rho c_p\right)_{fl} T_f \mathbf{u}\right]}{\partial t} \tag{۳۳}$$

از دو معادله (۲۹) و (۳۰)، می‌توان آنتالپی کل ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل را با دو رابطه‌ی زیر محاسبه کرد [۱۱]:

$$En_f = \sum_i \frac{g_{i,f}^{eq}}{\varepsilon} \tag{۳۴}$$

$$En_s = \sum_i \frac{g_{i,s}^{eq}}{1-\varepsilon} \tag{۳۵}$$

در ادامه با داشتن آنتالپی کل ماده تغییر فاز دهنده، دمای T_f و کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده f_l توسط دو رابطه‌ی (۳۶) و (۳۷) قابل محاسبه خواهند بود [۱۱]:

$$T_f = \begin{cases} T_{begin} - \dfrac{En_{begin} - En_f}{\left(\rho c_p\right)_f} & , \\ En_f \le En_{begin} & \\ \dfrac{En_{end} - En_f}{En_{end} - En_{begin}} T_{begin} + \dfrac{En_f - En_{begin}}{En_{end} - En_{begin}} T_{end} & , \\ En_{begin} < En_f < En_{end} & \\ T_{end} + \dfrac{En_f - En_{end}}{\left(\rho c_p\right)_f} & , \\ En_f \ge En_{end} & \end{cases} \tag{۳۶}$$

$$f_l = \begin{cases} 0 & , \quad En_f \le En_{begin} \\ \dfrac{En_f - En_{begin}}{En_{end} - En_{begin}} & , \quad En_{begin} < En_f < En_{end} \\ 1 & , \quad En_f \ge En_{end} \end{cases} \tag{۳۷}$$

در روابط (۳۶) و (۳۷) T_{begin} و T_{end} به ترتیب دمای شروع و پایان فرآیند ذوب است. همچنین، آنتالپی کل در ابتدای فرآیند تغییر فاز، En_{begin} و آنتالپی کل در انتهای فرآیند تغییر فاز، En_{end} توسط روابط (۳۸) و (۳۹) محاسبه می‌شوند.

$$En_{begin} = \left(\rho c_p\right)_f T_{begin} \tag{۳۸}$$

$$En_{end} = \left(\rho c_p\right)_f T_{end} + \rho_{fl} L_a \tag{۳۹}$$

۵- نتایج و بحث

۵- ۱- صحت سنجی

در این بخش، نتایج مطالعه گائو و همکاران [۱۱] به منظور صحت سنجی کد نوشته شده، مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای این کار از یک هندسه مربعی حاوی ماده تغییر فاز دهنده، استفاده شده است. دیواره‌های بالا و پایین محفظه آدیاباتیک بوده و دیواره‌های سمت چپ و راست به ترتیب شامل شرط مرزی دما ثابت T_L و T_R ($T_L > T_R$) هستند. در ابتدای فرآیند، ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل هر دو در دمای $T_{in} = T_m$ قرار دارند. در زمان $t = ۰$، ناگهان دمای دیواره‌ی سمت چپ به T_L افزایش پیدا کرده و ماده تغییر فاز دهنده شروع به ذوب می‌کند. همچنین، دمای

جدول ۱. مقادیر اعداد بی بعد و پارامترهای عددی مورد استفاده شده در مسئله [۱۱]

Table 1. The values of dimensionless numbers and numerical parameters used in the problem [11].

ε	d_p / L	Pr	Da	Ra	Ste	Sp	F_ε
۰/۸	۰/۰۱۳۵	۵۰	$۱۰^{-۴}$	$۱۰^{۸}$	۱	۳۲۲	۰/۰۶۸
$(\rho c_p)_s / (\rho c_p)_{fl}$	Nu_d	$Nx \times Ny$	$T^*_{v,m}$	$\tau_{t,f}$	f	A	
۱	۵/۹	۱۵۰×۱۵۰	۰/۳	۰/۵۰۱	۱	۱	

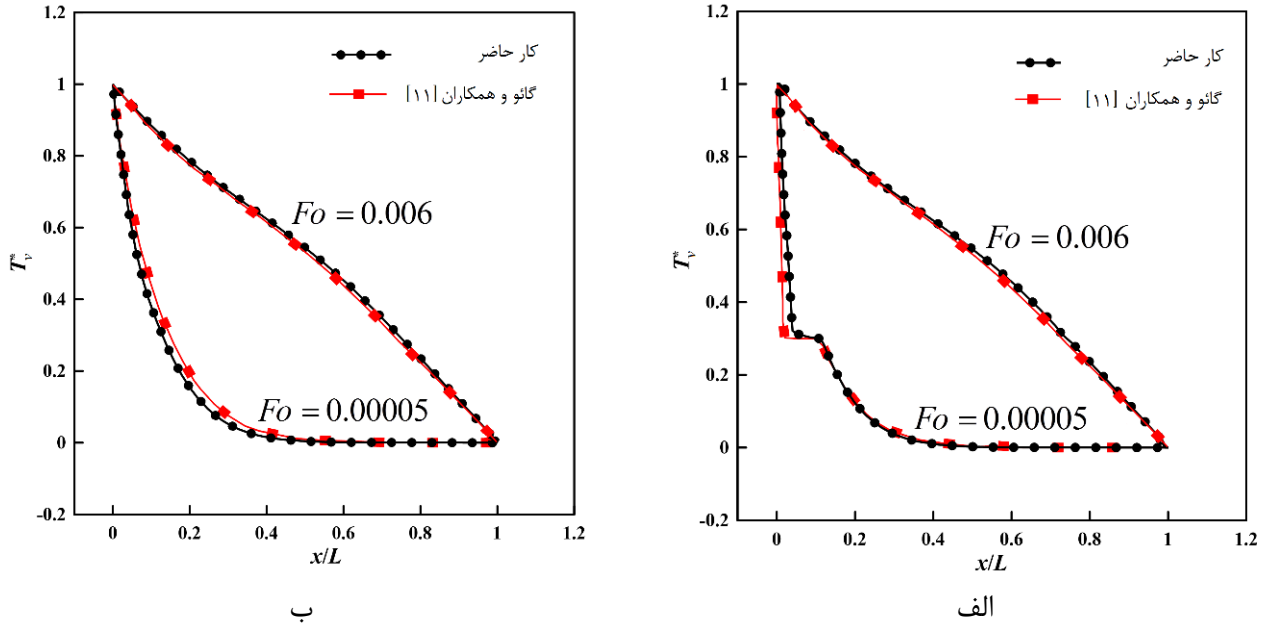
بی‌بعد جهت صحت سنجی T_v^*، مطابق تعریف انجام شده در مرجع [۱۱] به صورت زیر تعریف شده است:

$$T_v^* = \frac{T - T_R}{T_L - T_R} \tag{۴۰}$$

بر این اساس دمای ذوب بی‌بعد در قسمت صحت سنجی با عبارت $T^*_{v,m}$ نشان داده می‌شود. دقت شود که در قسمت نتایج از تعریف ارائه شده در رابطه (۱۱) جهت بی‌بعد کردن دما استفاده شده است. اعداد بی‌بعد و پارامترهای عددی مورد استفاده در قسمت صحت سنجی و نتایج، مطابق جدول ۱ هستند [۱۱]، که در صورت تغییر، مورد اشاره قرار خواهند گرفت. همچنین این پارامترها به عنوان پارامترهای شرایط مبنا شناخته خواهند شد.

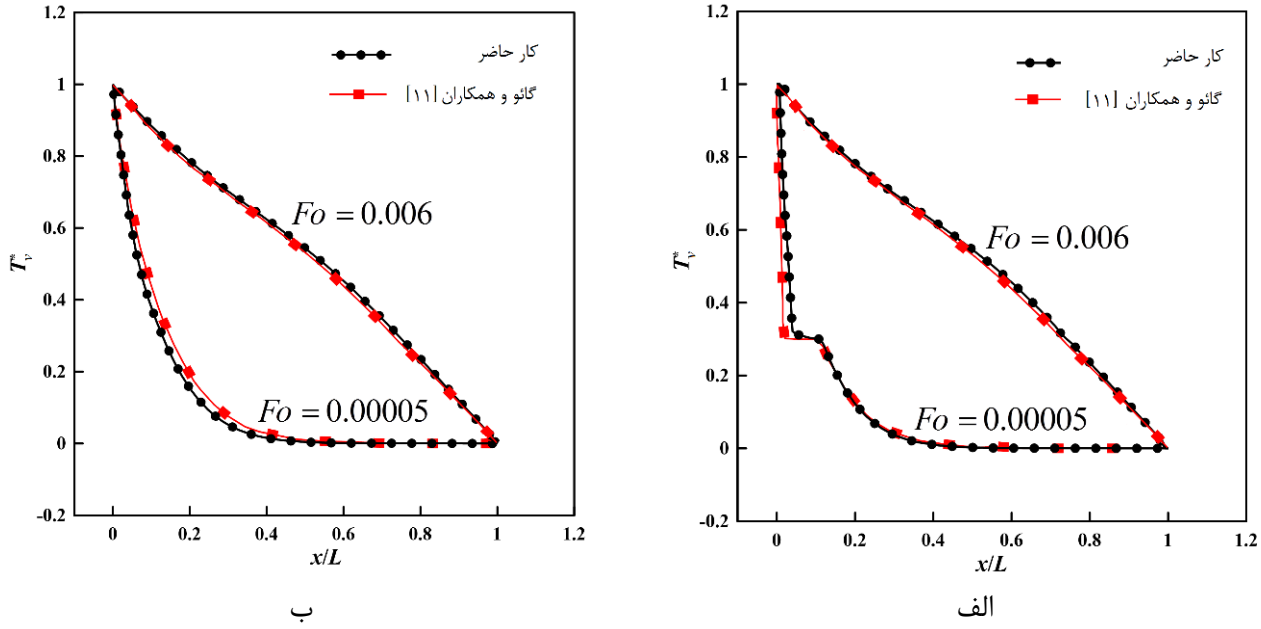
قابل ذکر است که در شبیه‌سازی به روش بولتزمن شبکه‌ای بررسی استقلال از شبکه و زمان معمولاً گزارش نمی‌شود. دلیل این موضوع ثابت بودن مقادیر گام زمانی و مکانی است؛ به‌طوری که با افزایش تعداد شبکه و یا تغییر زمان رهاسازی، تنها مقیاس‌های بُعددار تغییر کرده و از این رو تغییر ابعاد شبکه و زمان رهاسازی، نمی‌تواند مفهوم بررسی استقلال از شبکه و زمان را تداعی نماید. با این حال، برای اطمینان از صحت نتایج و عدم تغییر آن با تغییر پارامترهای مسئله، تراکم‌ناپذیری جریان باید تضمین گردد. برای اطمینان از تراکم‌ناپذیری جریان، عدد ماخ موضعی در هر نقطه از جریان باید به میزان کافی کوچک باشد. در جریان‌های ناشی از جابجایی طبیعی، شاخص مورد استفاده جهت اطمینان از تراکم‌ناپذیری جریان به صورت $g\beta\Delta TH < ۰/۱$ معرفی شده است [۲۰]. بر این اساس، تا زمانی‌که شرط مورد اشاره برقرار باشد، نتایج عددی حاصل از حل معادله بولتزمن تغییری نخواهند کرد. شکل ۲-الف عدم تغییر موقعیت جبهه ذوب را با تغییر ابعاد شبکه نشان می‌دهد. همچنین شکل ۲-ب تأثیر تغییرات ضریب رهاسازی را بر موقعیت جبهه ذوب نشان می‌دهد. در این شکل، برای حالت τ=۰/۵۱ شرط $g\beta\Delta TH < ۰/۱$ ارضا نشده است؛ اما برای سایر مقادیر τ این شرط محقق شده است. مشابه با حالت قبلی، مشاهده می‌شود که با تغییر ضریب رهاسازی در محدوده $\tau < ۰/۵۰۲$، نتایج تغییر چندانی نکرده و بنابراین می‌توان از صحت حل معادلات اطمینان داشت. مقایسه موقعیت جبهه ذوب در دو شکل ۲-الف و ۲-ب با نتایج گائو و همکاران [۱۱] در زمان $Fo = ۰/۰۰۶$، اختلاف اندکی را در پیش‌بینی موقعیت ذوب نشان می‌دهد. این اختلاف می‌تواند به دو دلیل رخ داده باشد. دلیل نخست وجود مشتق زمانی در معادلات (۲۵) و (۲۶) است. در مقاله حاضر از روش پیش‌رو مرتبه دوم (مرحله اول از پیش‌رو مرتبه اول) استفاده شده است، در حالی که در مقاله [۱۱] به روش مشتق‌گیری اشاره نشده است. دلیل دوم نیز می‌تواند به ارضای شرایط تراکم‌ناپذیری مرتبط شود، که این موضوع نیز در مقاله گائو و همکاران مورد توجه قرار نگرفته است.

شکل ۳-الف توزیع دمای بی‌بعد ماده تغییر فاز دهنده و شکل ۳-ب توزیع دمای بی‌بعد محیط متخلخل را بر حسب طول محفظه، در ارتفاع میانه‌ی محفظه $y/l = ۰/۵$ و در دو زمان بی‌بعد $Fo = ۰/۰۰۰۰۵$ و $Fo = ۰/۰۰۶$ نشان می‌دهند. با توجه به این دو شکل، مشاهده می‌شود که توزیع دمای ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل، تطابق مناسبی با نتایج گائو و همکاران دارد.



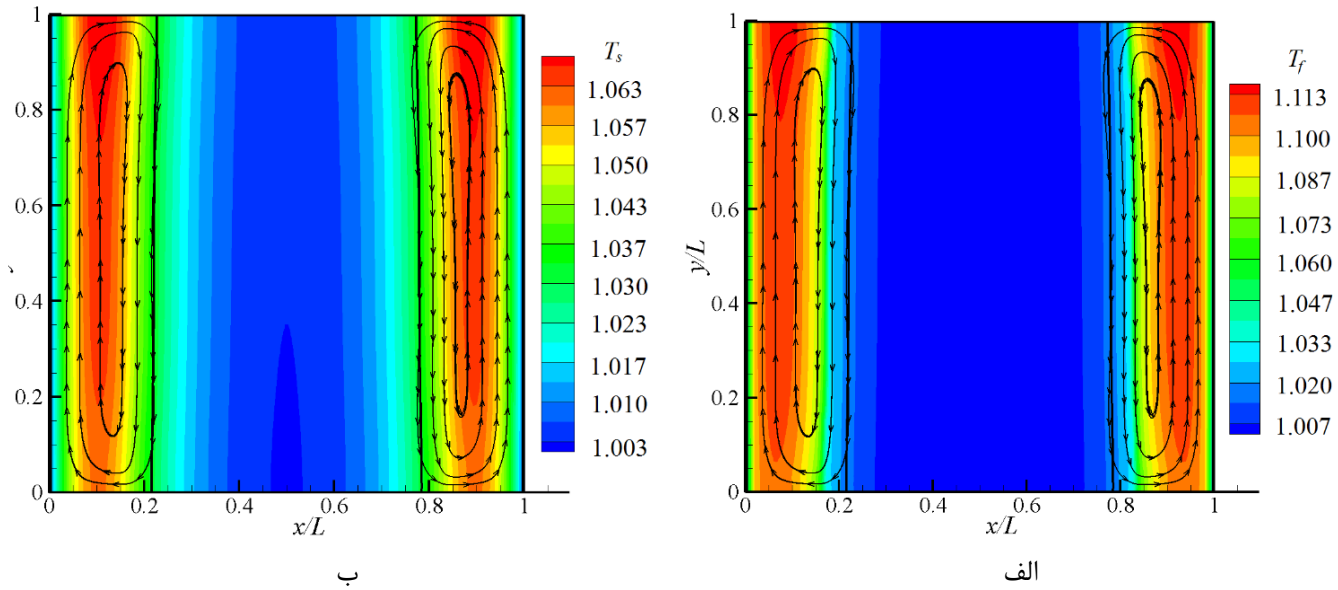
شکل ۲. موقعیت جبهه‌ی ذوب در زمان $Fo = ۰/۰۰۶$ در کار حاضر و مقایسه آن با نتایج کار گائو و همکاران [۱۱]. الف) تأثیر تغییرات ابعاد شبکه، ب) تأثیر تغییرات ضریب رهاسازی.

Fig. 2. The position of the melting front at in the present work and its comparison with the results of Gao et al. [11]. a) The effect of changes in dimension size, b) The effect of changes in relaxation time.



شکل ۳. توزیع دمای الف) ماده تغییر فاز دهنده و ب) محیط متخلخل در دو زمان بی‌بعد $Fo = ۰/۰۰۰۰۵$ و $Fo = ۰/۰۰۶$ در کار حاضر و کار گائو و همکاران [۱۱].

Fig. 3. Temperature distribution of a) the phase change material and b) the porous medium at two dimensionless times of and in the present work and the work of Gao et al. [11]



شکل ۴. الف) کانتور دمای بی‌بعد ماده تغییر فاز دهنده و خطوط جریان به همراه موقعیت جبهه ذوب برای حالت مبنا ب) کانتور دمای بی‌بعد محیط متخلخل و خطوط جریان به همراه موقعیت جبهه ذوب برای حالت مبنا.

Fig. 4. a) Nondimensional temperature contours of phase change material and streamlines along with the melting front position for the base state b) Nondimensional temperature contours of the porous medium and streamlines along with the melting front position for the base state.

۵- ۲- تأثیر فرکانس و دامنه نوسان دمای مرز بر شرط عدم تعادل دمای محلی

شکل ۴ میدان دمای ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل به همراه خطوط جریان و موقعیت جبهه ذوب در زمان $Fo = ۰/۰۰۲$ و عدد اسپاروی $Sp = ۳۲۲$ که مطابق با شرایط مبنا است را نشان می‌دهد.

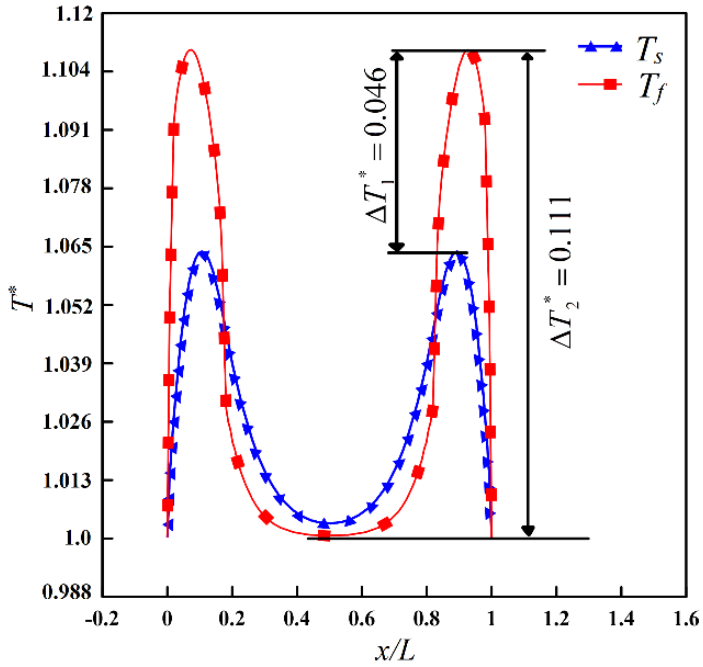
با توجه به این شکل و محدوده دمایی نشان داده شده، مشاهده می‌شود که دمای بی‌بعد فاز مایع ماده تغییر فاز دهنده همواره بزرگ‌تر از یک است. که این موضوع با توجه به تعریف دمای بی‌بعد (معادله (۱۱))، قابل توجیه است. از سوی دیگر، دما در هر دو قسمت، یعنی ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل دارای نوسان است؛ به‌طوریکه دما در لحظه نشان داده شد در قسمت میانی فاز مایع بیشتر از نقاط مرزی و مجاور فاز جامد است، که این موضوع به دلیل اعمال شرط مرزی سینوسی است.

شکل ۵ توزیع دمای بی‌بعد ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل را در موقعیت میانی محفظه برای حالت مبنا ترسیم کرده است. این نمودار شامل دو اختلاف دمای بی‌بعد $\Delta T_۱^*$ و $\Delta T_۲^*$ است. با توجه به شکل، $\Delta T_۱^*$ نشان دهنده بیشینه اختلاف دمای بی‌بعد بین ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل است؛ و $\Delta T_۲^*$ نمایانگر بیشینه تغییرات دمای بی‌بعد سیال در داخل محفظه است. با تعریف درصد اختلاف دمای محلی مطابق رابطه‌ی (۴۱)، می‌توان به بررسی تأثیر تغییرات فرکانس و دامنه‌ی نوسان بر روی شرط عدم تعادل دمای محلی پرداخت.

$$D_T = \frac{\Delta T_1^*}{\Delta T_2^*} \times 100 \qquad (۴۱)$$

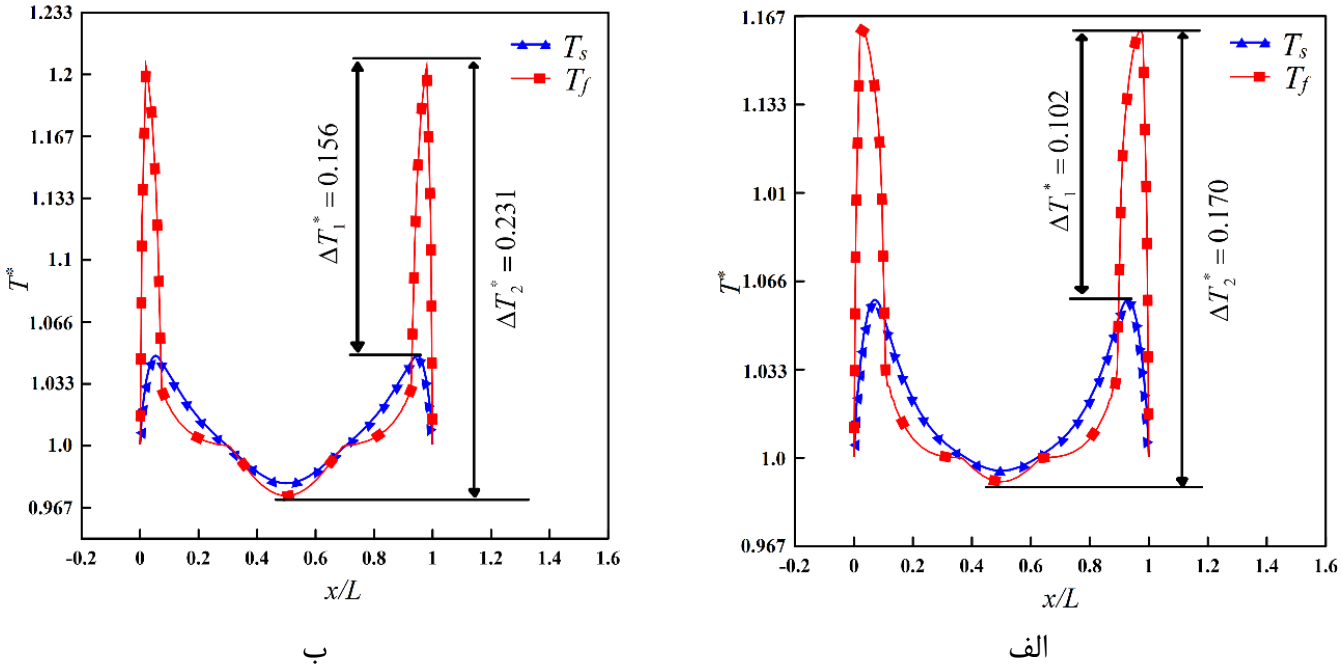
برای حالت مبنا، درصد اختلاف دمای محلی، معادل $D_T = ۴۱/۴۴\%$ بدست می‌آید. با مقایسه مقدار D_T در شرایط مبنا با حالت‌های دیگر، می‌توان به تأثیر تغییرات فرکانس و دامنه نوسان دمای مرز بر شرط عدم تعادل دمای محلی پی برد.

شکل ۶-الف و ۶-ب توزیع دمای بی‌بعد ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل را به ترتیب برای فرکانس بی‌بعد $f = ۲$ و $f = ۳$ نشان می‌دهد. با توجه به این دو شکل و مقایسه آن‌ها با شکل ۵ مشاهده می‌شود که با افزایش فرکانس بی‌بعد به $f = ۲$ درصد اختلاف دمای محلی به $D_T = ۶۰\%$ و با افزایش مجدد آن به $f = ۳$، درصد اختلاف دمای محلی به $D_T = ۶۷/۵۳\%$ افزایش پیدا کرده است. این موضوع نشان می‌دهد که با افزایش فرکانس نوسان دما در مرز سیستم، اختلاف دمای محلی میان فاز مایع و جامد افزایش یافته و شرط تعادل دمای محلی داخل محفظه تضعیف می‌شود. مشابه حالت مبنا، کانتورهای دمای بی‌بعد به



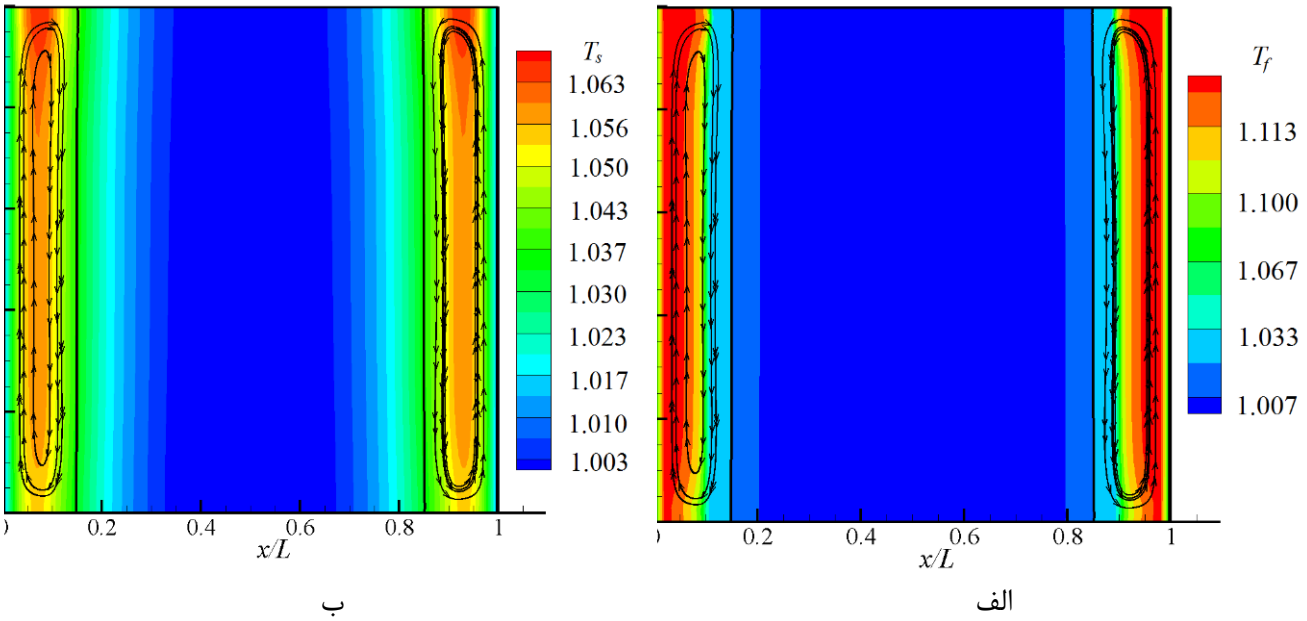
شکل ۵. توزیع دمای ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل برای شرایط مبنا، $f = ۱$ و $A = ۱$ و $Sp = ۳۲۲$.

Fig. 5. Temperature distribution of phase change material and porous medium for the base conditions, $A = 1$, $f = 1$ and $Sp = 322$.



شکل ۶. توزیع دمای ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل برای شرایط A=۱ و Sp=۳۲۲ به ترتیب برای الف) $f = ۲$ و ب) $f = ۳$.

Fig. 6. Temperature distribution of phase change material and porous medium for the case of $A = 1$ and $Sp = 322$ for a) $f = 2$ and b) $f = 3$, respectively



شکل ۷. الف) کانتور دمای بی‌بعد ماده تغییر فاز دهنده و خطوط جریان به همراه موقعیت جبهه ذوب در شرایط f = ۲ ، ب) کانتور دمای بی‌بعد محیط متخلخل و خطوط جریان به همراه موقعیت جبهه ذوب در شرایط f = ۲ .

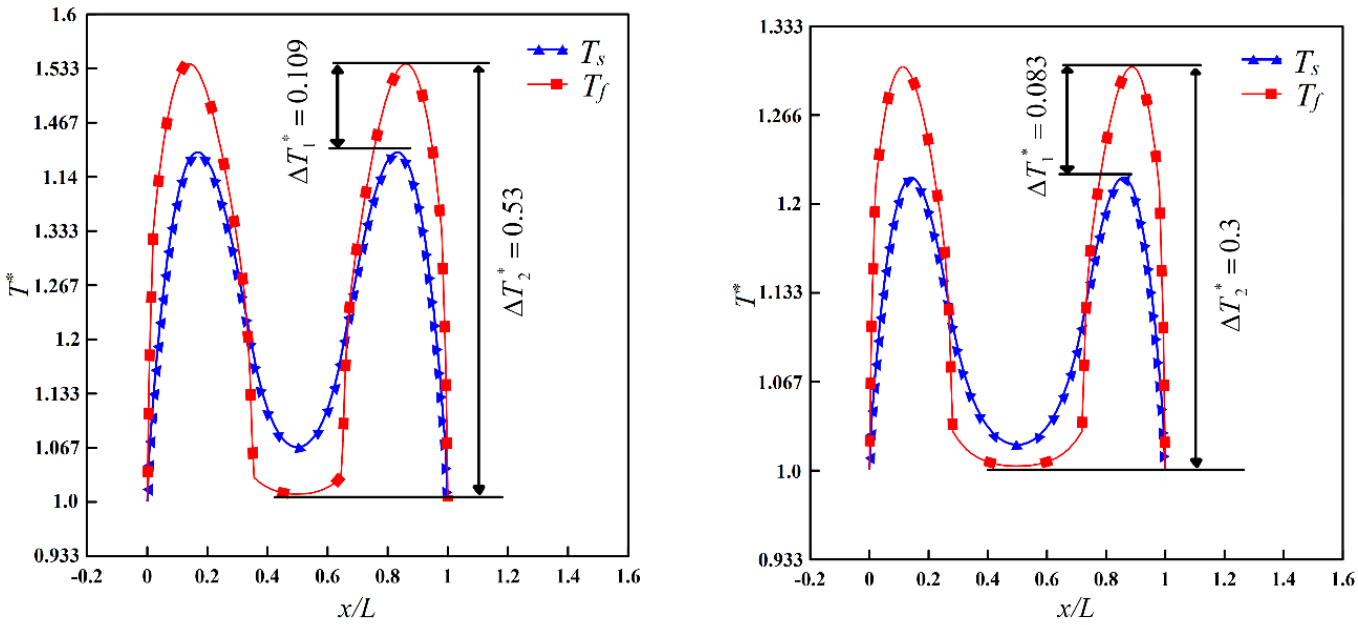
Fig. 7. a) Nondimensional temperature contours of phase change material and streamlines with melting front position for , b) Nondimensional temperature contours of porous medium and streamlines with melting front position for .

همراه خطوط جریان و موقعیت جبهه ذوب برای حالت $f = ۲$ در شکل ۷ آورده شده است. مقایسه دو شکل ۴ و ۷ نشان می‌دهد که با افزایش فرکانس نوسان آهنگ ذوب کاهش می‌یابد، به‌طوریکه موقعیت جبهه ذوب در $f = ۲$ نسبت به $f = ۱$ عقب‌تر قرار گرفته است.

شکل‌های ۸-الف و ۸-ب توزیع دمای ماده بی‌بعد ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل را به ترتیب برای دامنه نوسان بی‌بعد $A = ۲$ و $A = ۲$ نشان می‌دهند. با توجه به شکل ۸، مشاهده می‌شود که با افزایش دامنه نوسان، هر دو پارامتر $\Delta T_۱^*$ و $\Delta T_۲^*$ افزایش یافته‌اند. درباره چرایی افزایش مقدار $\Delta T_۲^*$ می‌توان به تأثیر مستقیم دامنه نوسان بر مقادیر بیشینه و کمینه دما در میدان اشاره کرد. به عبارت دیگر، با افزایش دامنه، مقدار دمای بیشینه و کمینه مرز افزایش یافته و آن نیز سبب افزایش اختلاف دما درون ماده تغییر فاز دهنده شده است. همچنین، با توجه به افزایش اختلاف دما درون ماده تغییر فاز دهنده می‌توان انتظار داشت که به دلیل افزایش گرادیان دما، آهنگ انتقال گرما نیز افزایش یابد. این موضوع نیز سبب تضعیف بیشتر فرض تعادل دمای محلی شده است. در مجموع نتایج نشان می‌دهد که درصد اختلاف دمای محلی برای $A = ۲$ به $D_T = ۲۴/۶۷\%$ و برای $A = ۳$ به $D_T = ۲۰/۵۶\%$ کاهش می‌یابد. در نتیجه انتظار می‌رود که با افزایش دامنه نوسان دمای مرز، از اهمیت فرض عدم تعادل دمای محلی کاسته شود.

۵- ۳- تأثیر عدد اسپارو بر شرط عدم تعادل دمای محلی

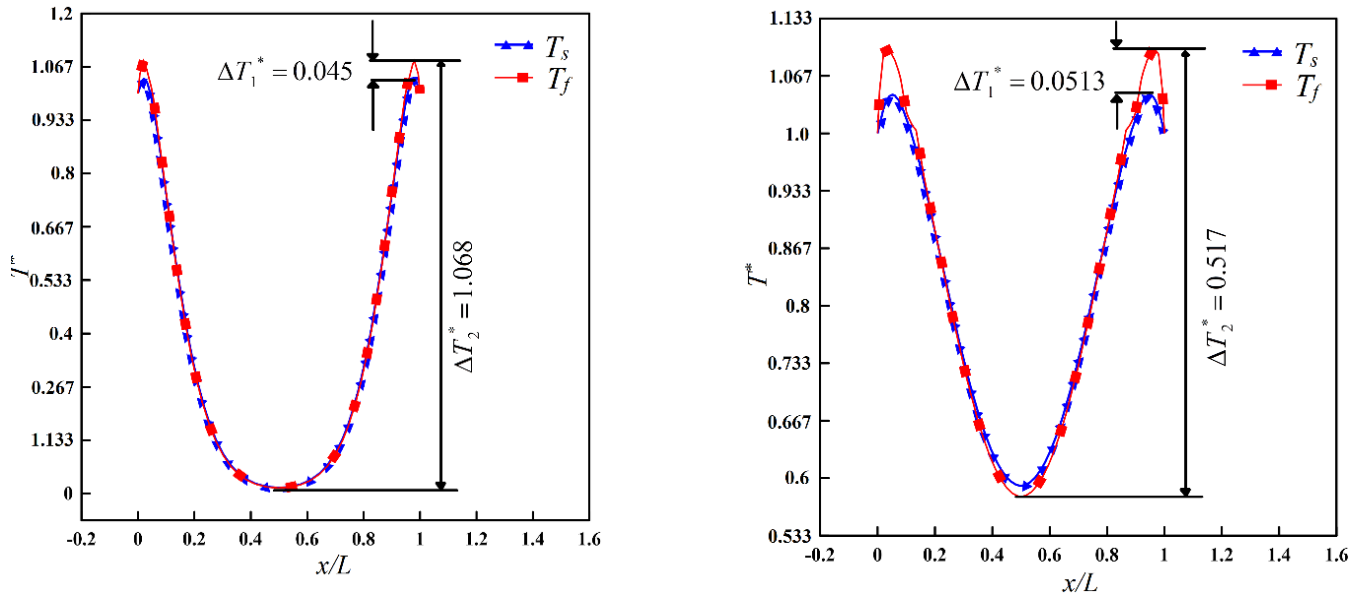
همانطور که در قسمت مقدمه بیان شد، عدد اسپارو معیاری برای بررسی شرایط حضور و یا عدم حضور تعادل دمای محلی است. در این قسمت، تأثیر عدد اسپارو بر شرط عدم تعادل دمای محلی بررسی می‌شود. شکل‌های ۹-الف و ۹-ب توزیع دمای بی‌بعد را برای ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل به ترتیب برای $Sp = ۱۰۰۰$ و $Sp = ۶۰۰۰$ نشان می‌دهند. در این حالت، فرکانس و دامنه نوسان بی‌بعد برابر با یک هستند. با توجه به شکل ۹ مشاهده می‌شود که با افزایش عدد اسپارو از ۱۰۰۰ به ۶۰۰۰ درصد اختلاف دمای محلی از ۹/۹۲ ٪ به ۴/۲۱ ٪ کاهش یافته است. مقایسه نتایج این قسمت با نتایج حالت مبنا نشان می‌دهد که افزایش عدد اسپارو سبب کاهش اختلاف دمای محلی بین ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل می‌گردد. به عبارت دیگر، شرط تعادل دمای محلی در داخل محفظه با افزایش عدد اسپارو تقویت شده است. این موضوع با توجه به تعریف عدد اسپارو قابل توجیه است؛ چراکه عدد اسپارو نسبت آهنگ انتقال گرمای جابجایی به آهنگ انتقال گرمای رسانشی است، و با افزایش عدد اسپارو توانایی مکانیزم جابجایی افزایش یافته و اختلاف دمای محلی بین محیط متخلخل و ماده تغییر فاز دهنده، کاهش می‌یابد.



الف ب

شکل ۸. توزیع دمای بی‌بعد ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل برای شرایط $f = ۱$ و $Sp = ۳۲۲$ به ترتیب برای الف) $A = ۲$ و ب) $A = ۳$.

Fig. 8. Nondimensional temperature distribution of phase change material and porous medium for the case of $f = 1$ and $Sp = 322$ for a) $A = 2$ and b) $A = 3$.



الف ب

شکل ۹. توزیع دمای بی‌بعد ماده تغییر فاز دهنده و محیط متخلخل برای شرایط در $f = ۱$ و $A = ۱$ به ترتیب برای الف) $Sp = ۱۰۰۰$ و ب) $Sp = ۶۰۰۰$.

Fig. 9. Nondimensional temperature distribution of phase change material and porous medium for the case of $f = 1$ and $A = 1$ for a) $Sp = 1000$ and b) $Sp = 6000$.

جدول ۲. خلاصه نتایج مربوط به تغییرات درصد اختلاف دمای محلی در اثر شرط عدم تعادل دمای محلی.

Table 2. Summary of results related to the changes in the percentage of local temperature difference due to the local thermal nonequilibrium condition.

f=۱ A=۳ Sp=۳۲۲	f=۱ A=۲ Sp=۳۲۲	f=۳ A=۱ Sp=۳۲۲	f=۲ A=۱ Sp=۳۲۲	f=۱ A=۱ Sp=۶۰۰۰	f=۱ A=۱ Sp=۱۰۰۰	f=۱ A=۱ Sp=۳۲۲	
۲۰/۵۶	۲۷/۶۷	۶۷/۵۳	۶۰	۴/۲۱	۹/۹۲	۴۱/۴۴	D_T%

به منظور جمع‌بندی نتایج مربوط به تأثیر پارامترهای مختلف بر شرط عدم تعادل دمای محلی، خلاصه نتایج مربوط به تغییرات درصد اختلاف دمای محلی، در جدول ۲ آورده شده است. بر این اساس، افزایش فرکانس دمای مرز سبب تقویت شرط عدم تعادل دمای محلی و افزایش دامنه نوسان دمای مرز و عدد اسپارو سبب تضعیف شرط عدم تعادل دمای محلی می‌گردند.

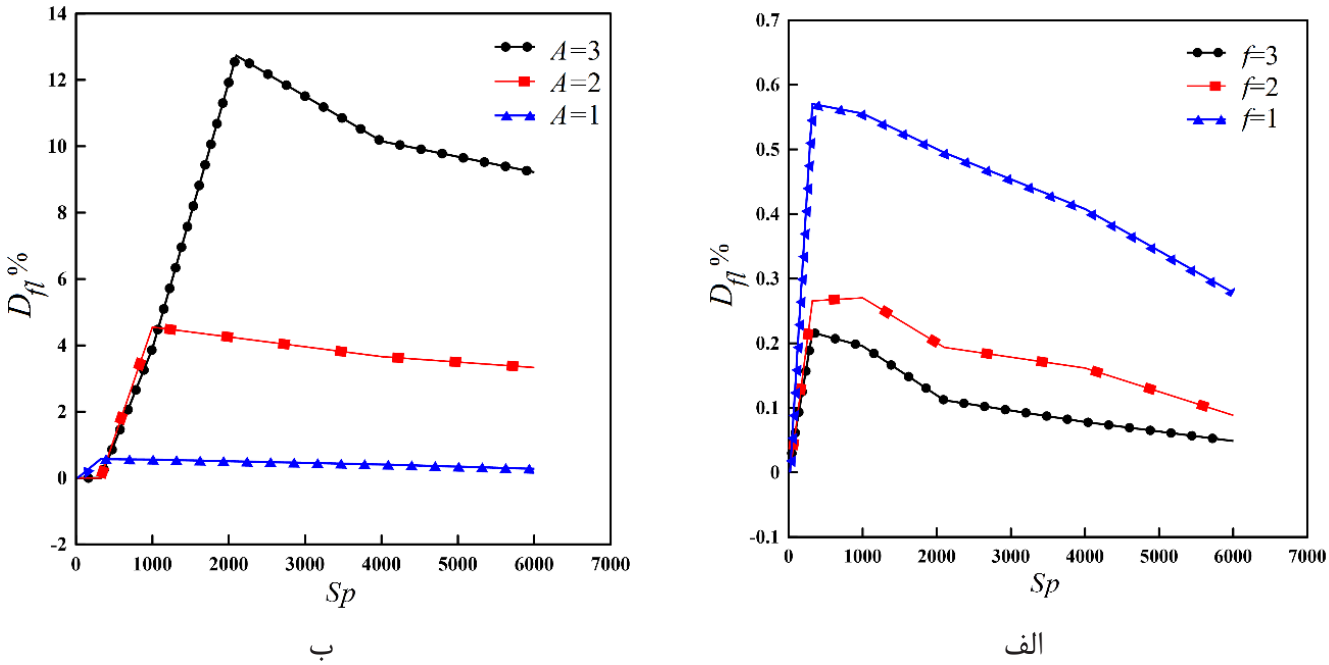
۵- ۴- کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده

با توجه به توضیحاتی که در قسمت مقدمه بیان شد، یکی از اهداف مقاله حاضر بررسی تأثیرات جابجایی طبیعی بر کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده است. از این‌رو در این قسمت به بررسی درصد انحراف کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده نسبت به حالت رسانش محض، پرداخته می‌شود. رابطه (۴۲)، درصد انحراف کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده نسبت به حالت رسانش محض D_{fl} را ارائه می‌دهد.

$$D_{fl} = \frac{f_l^{\,n} - f_l^{\,c}}{f_l^{\,c}} \times 100 \qquad (۴۲)$$

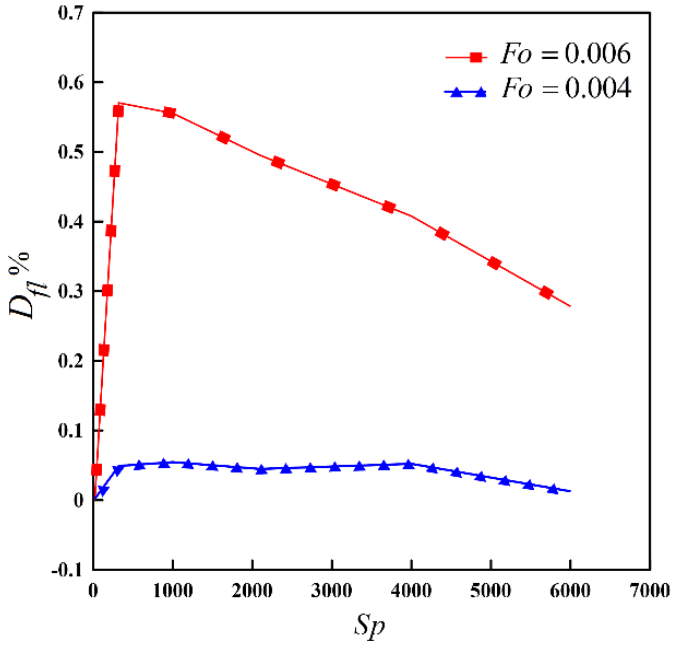
در رابطه (۴۲) $f_l^{\,n}$ کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده در حضور جابجایی طبیعی و $f_l^{\,c}$ کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده بدون حضور جابجایی طبیعی است. شکل‌های ۱۰-الف و ۱۰-ب درصد انحراف کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده را به ترتیب برای فرکانس و دامنه نوسان‌های مختلف نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۰-الف مشاهده می‌شود که تغییر فرکانس، انحراف چندانی بر روی کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده ندارد؛ به‌طوریکه بیشینه مقدار این انحراف برابر با ٪ ۰/۵۸ است. همچنین با توجه به شکل ۱۰ مشاهده می‌شود که با افزایش فرکانس نوسان، درصد انحراف کسر مایع کاهش می‌یابد. دلیل این امر آن است که با افزایش فرکانس نوسان، تغییرات دما سریع‌تر می‌شود و در نتیجه فرصت ایجاد جریان سیال در داخل ماده تغییر فاز دهنده مایع کم شده و از شدت جابجایی طبیعی کاسته می‌شود. بنابراین انتقال گرما در فاز مایع به رسانش محض نزدیک‌تر می‌شود. این نکته از مقایسه نتایج دو شکل ۷ و ۴ نیز بدست می‌آید، چراکه با افزایش فرکانس به $f = ۲$، موقعیت جبهه ذوب همچنان به صورت تخت بوده و انحنای آن در مقایسه با حالت $f = ۱$ کاهش یافته است. به عبارت دیگر، با افزایش فرکانس نوسان، اثرات جابجایی تضعیف شده و می‌توان انتقال گرمای محفظه را به صورت یک بعدی تصور کرد.

شکل ۱۰-ب درصد انحراف کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده را نسبت به حالت رسانش محض برای دامنه نوسان‌های مختلف نشان می‌دهد. با توجه به شکل، مشخص می‌شود که با افزایش دامنه نوسان، درصد انحراف کسر مایع نیز افزایش می‌یابد. مقایسه دو شکل ۱۱ و شکل ۴ نیز به خوبی افزایش انحراف کسر مایع را با افزایش دامنه نوسان از $A = ۱$ به $A = ۳$ را نشان می‌دهد، به‌طوری که با افزایش دامنه نوسان، علاوه بر افزایش کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده، موقعیت جبهه ذوب نیز دچار انحنا شده و از حالت تخت بودن خارج می‌شود. این موضوع حاکی از افزایش اثرات جابجایی طبیعی و تقویت اثرات دوبعدی در انتقال گرما بوده است. برای توجیه این مسئله توجه شود که با افزایش دامنه نوسان، بیشینه اختلاف دما بین دیواره و جبهه ذوب، افزایش یافته و سازوکار جابجایی طبیعی در داخل محفظه تقویت می‌گردد؛ که این موضوع باعث افزایش درصد انحراف کسر مایع نسبت به رسانش محض می‌گردد. این موضوع، همچنین در درصد انحراف دمای محلی، D_T نیز مشاهده شد؛ چراکه با افزایش دامنه نوسان و تقویت سازوکار جابجایی طبیعی، انتقال حرارت بین محیط متخلخل و سیال مجاور آن تقویت شده و بنابراین شرط تعادل دمای محلی در داخل محفظه تقویت می‌گردد.



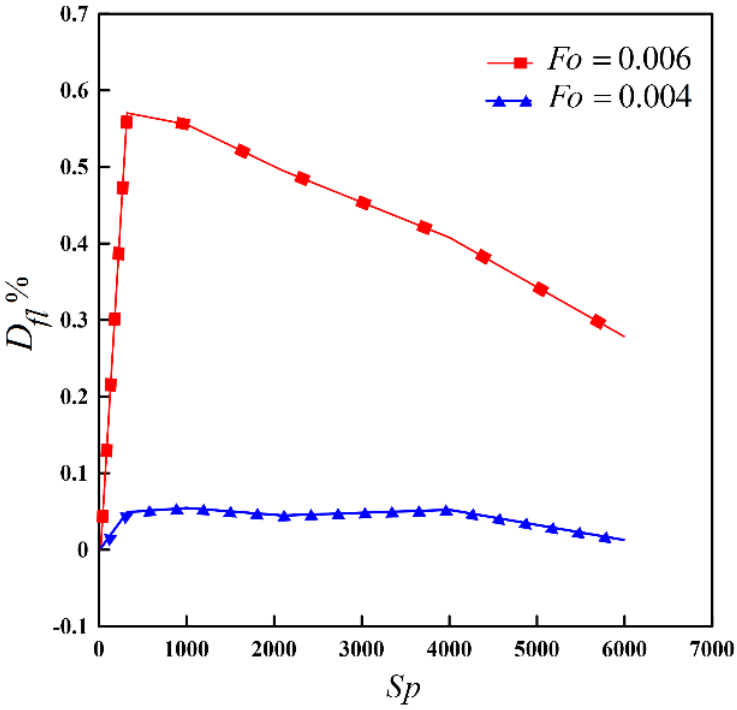
شکل ۱۰. تغییرات درصد انحراف کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده بر حسب عدد اسپارو نسبت به حالت رسانش محض برای الف) فرکانس‌های مختلف و ب) دامنه نوسان های مختلف.

Fig. 10. Changes in the percentage of liquid fraction deviation in terms of the Sparrow number relative to the pure conduction state for a) different frequencies and b) different amplitudes of oscillations.



شکل ۱۱. الف) کانتور دمای ماده تغییر فاز دهنده و خطوط جریان به همراه موقعیت جبهه ذوب در شرایط $A = ۳$ ب) کانتور دمای محیط متخلخل و خطوط جریان به همراه موقعیت جبهه ذوب در شرایط $A = ۳$.

Fig. 11. a) Temperature contour of the phase change material and streamlines with the position of the melting front in conditions of $A = 3$, b) Temperature contour of the porous medium and streamlines with the position of the melting front in conditions of $A = 3$.



شکل ۱۲. تغییرات درصد انحراف کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده برحسب عدد اسپارو نسبت به حالت رسانش محض برای دو زمان بی‌بعد $Fo = ۰/۰۰۴$ و $Fo = ۰/۰۰۶$ در $A = ۱$ و $f = ۱$.

Fig. 12. Changes in the percentage of liquid fraction deviation in terms of Sparrow number relative to the pure conduction for two nondimensional times of $Fo = 0.004$ and $Fo = 0.006$ at $A = 1$ and $f = 1$.

شکل ۱۲ نمودار درصد انحراف کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده نسبت به حالت رسانش محض را در دو زمان بی‌بعد نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که با افزایش زمان، درصد انحراف نیز افزایش پیدا کرده است. این نتیجه، نشانگر آن است که آهنگ ذوب توسط سازوکار جابجایی طبیعی بیشتر از رسانش محض است. در هر سه شکل ۱۰-الف، ۱۰-ب و شکل ۱۲، نمودار یک مقدار بیشینه دارد و پس از آن شروع به کاهش می‌کند. علت این امر آن است که با افزایش بیش از حد عدد اسپارو، طبق رابطه (۱۵)، ضریب رسانش محیط متخلخل، با ثابت بودن دیگر پارامترها، کاهش بیشتری پیدا می‌کند؛ به طوری که دیگر نمی‌تواند به خوبی حرارت را از جبهه ذوب به ماده تغییر فاز دهنده جامد هدایت کند؛ و گویی عامل کنترل کننده ذوب، بعد از یک مقدار مشخص عدد اسپارو، سازوکار رسانش محض است. بنابراین پس از یک عدد اسپاروی مشخص، درصد انحراف کسر مایع کاهش می‌یابد.

۶- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر فرآیند ذوب ماده تغییر فاز دهنده داخل یک محیط متخلخل به همراه جابجایی طبیعی و تحت شرایط عدم تعادل دمای محلی با دمای دیواره سینوسی، به روش بولتزمن شبکه‌ای مورد بررسی قرار گرفت. خلاصه نتایج حاصل از این مقاله در ادامه آورده شده است.

- با افزایش فرکانس بی‌بعد نوسان، درصد اختلاف دمای محلی افزایش می‌یابد، به‌طوریکه با افزایش فرکانس بی‌بعد از $f = ۱$ به $f = ۳$، درصد اختلاف دمای محلی از $D_T = ۴۱/۴۴\%$ به $D_T = ۶/۵۳\%$ افزایش پیدا می‌کند. به عبارت دیگر، با افزایش فرکانس نوسان دمای مرز، شرط تعادل دمای محلی داخل محفظه تضعیف می‌شود.
- نتایج عددی نشان می‌دهند که با افزایش دامنه نوسان بی‌بعد از $A = ۱$ تا $A = ۳$، درصد اختلاف دمای محلی از $D_T = ۴۱/۴۴\%$ به $D_T = ۲۰/۵۶\%$ کاهش می‌یابد. بنابراین با افزایش دامنه نوسان

دمای مرز، از ضرورت اعمال فرض عدم تعادل دمای محلی کاسته می‌شود.

- بر اساس نتایج عددی، با افزایش عدد اسپارو از ۱۰۰۰ به ۶۰۰۰ درصد اختلاف دمای محلی از ۹/۹۲ ٪ به ۴/۲۱ ٪ کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، شرط تعادل دمای محلی در داخل محفظه با افزایش عدد اسپارو تقویت می‌گردد.
- تغییر فرکانس نوسان، تأثیر چندانی بر روی کسر مایع ماده تغییر فاز دهنده ندارد؛ به‌طوریکه بیشینه مقدار این انحراف برابر با ۰/۵۸ ٪ است. همچنین، نتایج نشان می‌دهند که با افزایش دامنه نوسان، درصد انحراف کسر مایع نیز افزایش می‌یابد؛ به‌طوری که با افزایش دامنه نوسان، موقعیت جبهه ذوب نیز دچار انحنا شده و از حالت تخت بودن خارج می‌شود، که نشان دهنده افزایش اثرات جابجایی طبیعی و تقویت اثرات دوبعدی در انتقال گرما است.

۷- فهرست علائم

منابع

[1] A. Kumar, R. Kothari, S.K. Sahu, S.I. Kundalwal, M.P. Paulraj, Numerical investigation of cross plate fin heat sink integrated with phase change material for cooling application of portable electronic devices, International Journal of Energy Research, 45(6) (2021) 8666-8683.

[2] M. Taghilou, E. Khavasi, Thermal behavior of a PCM filled heat sink: The contrast between ambient heat convection and heat thermal storage, Applied Thermal Engineering, 174 (2020) 115273.

[3] P.M. Kumar, D. Sudarvizhi, P.M.J. Stalin, A. Aarif, R. Abhinandhana, A. Renuprasanth, V. Sathya, N.T. Ezhilan, Thermal characteristics analysis of a phase change material under the influence of nanoparticles, Materials Today: Proceedings, 45 (2021) 7876-7880.

[4] P. Talebizadeh Sardari, G.S. Walker, M. Gillott, D. Grant, D. Giddings, Numerical modelling of phase change material melting process embedded in porous media: Effect of heat storage size, Proceedings of the institution of mechanical engineers, Part A: journal of power and energy, 234(3) (2020) 365-383.

[5] M. Kaviany, Thermal nonequilibrium between fluid and solid phases, in: Principles of Heat Transfer in Porous Media, Springer, 1995, pp. 391-425.

[6] W. Minkowycz, A. Haji-Sheikh, K. Vafai, On departure from local thermal equilibrium in porous media due to a rapidly changing heat source: the Sparrow number, International journal of heat and mass transfer, 42(18) (1999) 3373-3385.

[7] A. Nakayama, F. Kuwahara, M. Sugiyama, G. Xu, A two-energy equation model for conduction and convection in porous media, International journal of heat and mass transfer, 44(22) (2001) 4375-4379.

[8] X. Zhang, G. Su, J. Lin, A. Liu, C. Wang, Y. Zhuang, Three-dimensional numerical investigation on melting performance of phase change material composited with copper foam in local thermal non-equilibrium containing an internal heater, International Journal of Heat and Mass Transfer, 170 (2021) 121021.

[9] M.C. Sukop, D.T. Thorne, LBM for macroscopic porous media, Lattice Boltzmann Modeling: An Introduction for Geoscientists and Engineers, (2006) 145-155.

[10] D. Gao, Z. Chen, L. Chen, A thermal lattice Boltzmann model for natural convection in porous media under local thermal non-equilibrium conditions, International Journal of Heat and Mass Transfer, 70 (2014) 979-989.

[11] D. Gao, F.-B. Tian, Z. Chen, D. Zhang, An improved lattice Boltzmann method for solid-liquid phase change in porous media under local thermal non-equilibrium conditions, International Journal of Heat and Mass Transfer, 110 (2017) 58-62.

[12] S. Savović, J. Caldwell, Finite difference solution of one-dimensional Stefan problem with periodic boundary conditions, International journal of heat and mass transfer, 46(15) (2003) 2911-2916.

[13] C. Ho, C. Chu, Periodic melting within a square enclosure with an oscillatory surface temperature, International journal of heat and mass transfer, 36(3) (1993) 725-733.

[14] H.M. Sadeghi, M. Babayan, A. Chamkha, Investigation of using multi-layer PCMs in the tubular heat exchanger

with periodic heat transfer boundary condition, International Journal of Heat and Mass Transfer, 147 (2020) 118970.

[15] A. Kumar, A Stefan problem with moving phase change material, variable thermal conductivity and periodic boundary condition, Applied Mathematics and Computation, 386 (2020) 125490.

[16] N. Sadoun, E.-K. Si-Ahmed, P. Colinet, On the refined integral method for the one-phase Stefan problem with time-dependent boundary conditions, Applied mathematical modelling, 30(6) (2006) 531-544.

[17] M. Taghilou, A.M. Sefidan, A. Sojoudi, S.C. Saha, Solid-liquid phase change investigation through a double pipe heat exchanger dealing with time-dependent boundary conditions, Applied Thermal Engineering, 128 (2018) 725-736.

[18] M. Taghilou, F. Talati, Analytical and numerical analysis of PCM solidification inside a rectangular finned container with time-dependent boundary condition, International Journal of Thermal Sciences, 133 (2018) 69-81.

[19] M. Faden, S. Höhlein, J. Wanner, A. König-Haagen, D. Brüggemann, Review of Thermophysical Property Data of Octadecane for Phase-Change Studies, Materials, 12(18) (2019) 2974.

[20] X. He, S. Chen, G.D. Doolen, A novel thermal model for the lattice Boltzmann method in incompressible limit, Journal of computational physics, 146(1) (1998) 282-300.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Taghilou, S. A. Safavi, Investigation of 2D Melting Process within a Porous Medium Considering Local Thermal Nonequilibrium Condition in the Presence of Sinusoidal Boundary Condition by Lattice Boltzmann Method , Amirkabir J. Mech Eng., 54(5) (2022) 1181-1198.

DOI: 10.22060/mej.2022.20401.7226