



Theoretical Analysis of the Effects of Hardening Laws, Normal and Through Thickness Shear Stresses on Forming Limit Curves of AA6016-T4

S. Sojodi, A. Basti*, S. R. Falahatgar, S. M. Mirfalah Nasiri²

S. Sojodi, A. Basti, S. R. Falahatgar, S. M. Mirfalah Nasiri

ABSTRACT: Forming limit Curves are one of the common tools to predict the necking in various forming processes. In this study, the Marciniak-Kuczynski instability theory by applying the Gotoh yield function is utilized to estimate the forming limit curves for the AA6016-T4 aluminum sheet in plane stress conditions. Also, the effect of three different hardening models including Swift, Voce, and a linear combination of the Swift and Voce models to determine the limit curves are investigated. The comparison between the theoretical forming limit curves and experimental results from the Nakajima test determines the accuracy of the hardening models in predicting the limit strains. Since in many new forming processes such as hydroforming and incremental sheet forming processes, investigation of the process in plane stress state is not an exact assumption, Therefore, in continuation of the paper, generalized forming limit curves are plotted based on the developed Marciniak-Kuczynski model by extending the Gotoh yield function, and the effect of compressive normal stress and through-thickness shear stress on forming limits of the sheet are investigated. The results indicated that by applying the compressive normal stress and through-thickness shear stresses, the limit strains increase, and the formability is improved, in contrast, limit stresses move down in the diagram.

Review History:

Received: Nov. 22, 2021

Revised: May, 11, 2022

Accepted: May, 12, 2022

Available Online: May, 14, 2022

Keywords:

Forming limit Curve

Gotoh yield function

Developed Marciniak-Kuczynski model

Compressive normal stress

Through-thickness shear stress

1- Introduction

Although plane stress condition is an acceptable assumption to determine the forming limit curve in a lot of metal forming processes, in some industrial applications such as hydroforming and incremental sheet forming processes, the normal stress and shear stress effects should be considered. Banabic and Soare [1] extended the Marciniak-Kuczynski (M-K) instability model to investigate the influences of the normal stress on Forming Limit Diagram (FLD). According to their calculations, by increasing the through-thickness normal stress the formability of sheet metal improves. Alwood and Shouler [2] proposed the generalized forming limit diagram and they proved that both compressive normal and through-thickness shear stresses enhance the forming limit strains. Nasiri et al. [3] analyzed the effect of compressive normal stress and through-thickness shear stress on forming limit diagrams of AA3104-H19 alloy based on different yield functions. It was found that the effect of normal stress on limit strains are more than shear stress. Sojodi et al. [4] developed the M-K instability theory model to investigate the effect of normal stress. The 3D stress state was changed to a plane-stress condition based on the hypothesis that hydrostatic pressure does not have any influence on plastic deformation. In this paper, by applying the Gotoh yield function, the effects of different hardening models on limit strains for AA6016-T4

are investigated. Also, the M-K instability model is extended to determine the influences of the through-thickness normal and shear stresses on forming limit diagrams.

2- Constitutive Model

In this study, the Gotoh yield function is used to predict the yield behavior, and Swift, Voce, and a linear combination of Swift and Voce models (LSV) are selected to describe the plastic behavior of the AA6016-T4 aluminum alloy.

2- 1- Yield functions

Gotoh yield criteria are expressed as:

Where A_{1-9} are the constant parameters for the Gotoh yield function [5].

$$\bar{\sigma}^4 = A_1\sigma_1^4 + A_2\sigma_1^3\sigma_2 + A_3\sigma_1^2\sigma_2^2 + A_4\sigma_1\sigma_2^3 + A_5\sigma_2^4 + (A_6\sigma_1^2 + A_7\sigma_1\sigma_2 + A_8\sigma_2^2)\sigma_{12}^2 + A_9\sigma_{12}^4 \quad (1)$$

2- 2- Work-hardening models

To investigate the influence of the hardening law on the forming limit diagrams, different hardening models are utilized to describe the mechanical behavior of the AA6016-T4 alloy.

*Corresponding author's email: basti@guilan.ac.ir



Swift hardening model:

$$\bar{\sigma} = S_1 (\bar{\varepsilon} + \varepsilon_0)^{S_2} \quad (2)$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + V_1 (1 - e^{-V_2 \bar{\varepsilon}}) \quad (3)$$

$$\bar{\sigma} = X \left(S_1 (\bar{\varepsilon} + \varepsilon_0)^{S_2} \right) + (1 - X) \left(\sigma_0 + V_1 (1 - e^{-V_2 \bar{\varepsilon}}) \right) \quad (4)$$

Where S_1, S_2, V_1, V_2 and X are the constant parameters for different hardening models [6].

3- Marciniak-Kuczynski Model

The M-K theory is one of the most powerful instability theories to determine the onset of localized deformation.

3- 1- M-K model under plane stress condition

This method is based on the existence of the initial imperfection that is characterized by the reduction of thickness in a part of the sheet. In the M-K approach, the equivalent strain increment $d\bar{\varepsilon}$ with a specific stress ratio ($\alpha = \sigma_2 / \sigma_1$) was applied to the safe region and then the other strain and stress component values in this area were computed by using the flow rule, hardening equation, and yield function. The unknown parameters in the groove zone were calculated according to three major assumptions including compatibility condition, geometrical imperfection, and force equilibrium. The Numerical Newton-Raphson method is used to solve the nonlinear set of equations, and the unknown stress and strain components in the defect region are obtained when the effective strain increment in the groove reaches ten times greater than the perfect area. This numerical procedure in

each stress ratio is repeated for different groove directions to determine minimum limit strains [7].

3- 2- Developed M-K model

To solve the M-K model with normal and shear stresses, the 3D stress state should be converted to a 2D stress state based on the principle that the hydrostatic pressure does not affect the plastic deformation [4].

$$P_4^{3D} (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{13}) = P_3^{2D} \left(\sigma_1 - \sigma_3, \sigma_2 - \sigma_3, \sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2} \right) \quad (5)$$

Based on the flow rule, the corresponding strain increments of the safe region are obtained [4]:

$$d\varepsilon_1^a = d\bar{\varepsilon}^a \frac{\partial \bar{\sigma}^a}{\partial (\sigma_1^a - \sigma_3^a)} \quad (6)$$

$$d\varepsilon_2^a = d\bar{\varepsilon}^a \frac{\partial \bar{\sigma}^a}{\partial (\sigma_2^a - \sigma_3^a)} \quad (7)$$

To determine the strain and stress components in the defect region, the below equations must be considered:

$$\sigma_3^b = \sigma_3^a, \quad \sigma_{t3}^b = \sigma_{t3}^a, \quad \sigma_{n3}^b = \sigma_{n3}^a / f \quad (8)$$

the unknown parameters in the defect area are determined according to the explanations in the previous section [3].

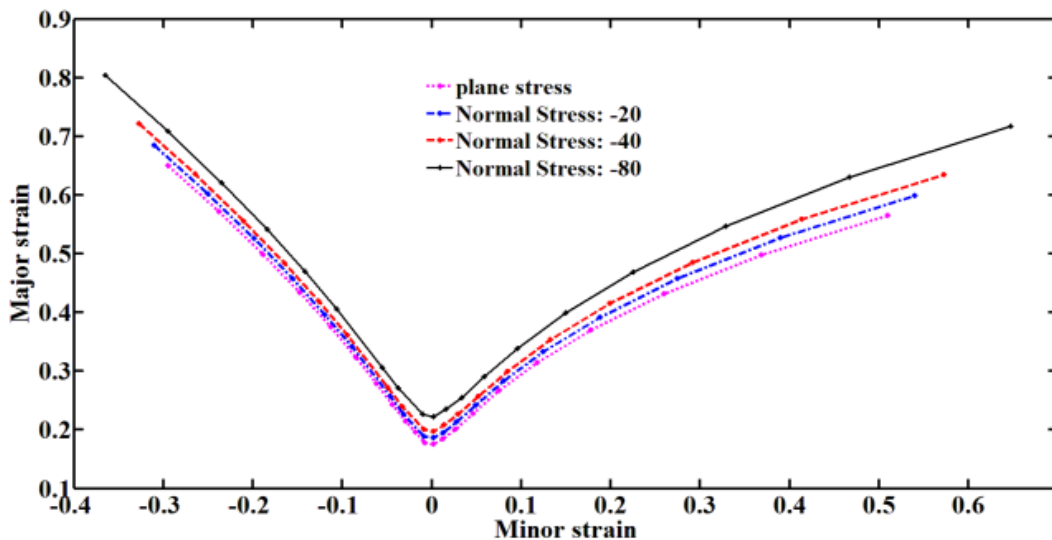


Fig. 1. Forming limit diagrams by considering the compressive normal stress

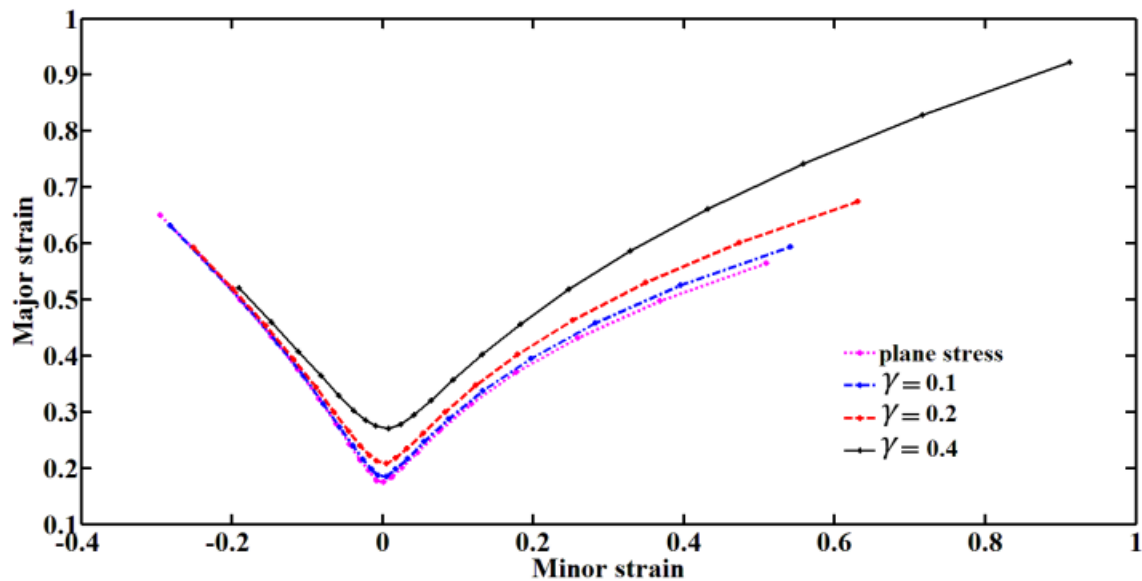


Fig. 2. Forming limit diagrams by considering the through-thickness shear stress

4- Results and Discussion

The M-K criterion code was developed to calculate the theoretical forming limit diagram of AA6016-T4 to consider the through-thickness normal and shear stresses. Fig. 1 shows the influence of different levels of compressive normal stresses on the forming limit diagrams.

As shown in Fig. 1, the formability of the workpiece improves by applying through-thickness normal stress, and the levels of curves are enhanced with an increase in normal stress

In the continuation of this section, the sensitivity of the forming limit curve to the through-thickness shear stress is examined. Fig. 2, indicated the forming limit strains for different amounts of the $\gamma = \sigma_{32} / \sigma_1$. According to Fig. 2 by applying the through-thickness shear stress the formability increases and curves move to the right side of the diagram.

5- Conclusion

The most important consequences of this study are below items:

- By extending the M-K theory, the Gotoh plane stress yield function will be able to determine the limit strains in the 3-D stress state.
- The Formability was improved by increasing the through-thickness normal stress and limiting strains increase.
- Similar to the influences of the normal stress on FLD, limit strains shifted upward by applying through-thickness shear stress.

References

- [1] D. Banabic, M. Vos, Modelling of the forming limit band—a new method to increase the robustness in the simulation of sheet metal forming processes, *CIRP annals*, 56(1) (2007) 249-252.
- [2] J.M. Allwood, D.R. Shouler, Generalised forming limit diagrams showing increased forming limits with non-planar stress states, *International journal of Plasticity*, 25(7) (2009) 1207-1230.
- [3] S.M. Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, A. Darvizeh, Effects of normal and through-thickness shear stresses on the forming limit curves of AA3104-H19 using advanced yield criteria, *International Journal of Mechanical Sciences*, 137 (2018) 15-23.
- [4] S. Sojodi, A. Basti, S.R. Falahatgar, S.M.M. Nasiri, Investigation on the forming limit diagram of AA5754-O alloy by considering strain hardening model, strain path, and through-thickness normal stress, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 113(9) (2021) 2495-2511.
- [5] R. Uppaluri, D. Helm, A convex fourth order yield function for orthotropic metal plasticity, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 87 (2021) 104196.
- [6] Q.-T. Pham, S.-H. Oh, Y.-S. Kim, An efficient method to estimate the post-necking behavior of sheet metals, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 98(9) (2018) 2563-2578.
- [7] S.M. Mirfalah Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, Numerical analysis of the effect of advanced yield criterion on prediction of strains and stresses in anisotropic aluminum sheets, *Modares mechanical engineering*, 15(8) (2015) 393-401(in persian).

HOW TO CITE THIS ARTICLE

S. Sojodi, A. Basti, S. R. Falahatgar, S. M. Mirfalah Nasiri, Theoretical Analysis of the Effects of Hardening Laws, Normal and Through Thickness Shear Stresses on Forming Limit Curves of AA6016-T4, Amirkabir J. Mech Eng., 54(6) (2022) 283-286.

DOI: [10.22060/mej.2022.20811.7318](https://doi.org/10.22060/mej.2022.20811.7318)





تحلیل تئوری اثر قوانین کارسختی، تنش‌های نرمال فشاری و برشی بین ضخامتی بر منحنی‌های حدشکل‌دهی ورق ۴T - AA۶۰۱۶

سهیلا سجودی، علی باستی*، سید رضا فلاحتگر، سیده مریم میرفلاح نصیری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۹/۰۱
بازنگری: ۱۴۰۱/۰۲/۲۱
پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۲۲
ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۲/۲۴

کلمات کلیدی:

منحنی حد شکل‌دهی
تابع تسلیم Gotoh
مدل توسعه یافته مارسینیاک-کوزینسکی
تنش نرمال فشاری
تنش برشی بین ضخامتی

خلاصه: منحنی‌های حد شکل‌دهی یکی از متداولترین ابزارها، در پیش‌بینی وقوع گلوبی در فرایندهای مختلف شکل‌دهی است. در این پژوهش، تئوری ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی با بکارگیری تابع تسلیم Gotoh برای تخمین حد شکل‌دهی ورق آلومینیومی ۴T-AA۶۰۱۶ در شرایط تنش صفحه‌ای، مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین، اثر سه مدل کارسختی مختلف شامل سوئیفت، وس و یک ترکیب خطی از مدل‌های سوئیفت و وس در تعیین منحنی‌های حدی بررسی می‌شود. مقایسه منحنی‌های حد شکل‌دهی تئوری با نتایج تجربی حاصل از آزمون ناکازیم، دقت مدل‌های سخت‌شوندگی را در پیش‌بینی کرنش‌های حدی تعیین می‌کند. از آنجا که در بسیاری از فرایندهای جدید شکل‌دهی همچون هیدروفرمینگ و شکل‌دهی تدریجی، بررسی فرایند در حالت تنش صفحه‌ای، فرض دقیقی نیست، در ادامه این مقاله نمودارهای حد شکل‌دهی در شرایط جامع تنش، براساس مدل توسعه یافته مارسینیاک-کوزینسکی و گسترش تابع تسلیم دوبعدی Gotoh رسم می‌شوند و در آن اثر تنش نرمال فشاری و تنش برشی بین ضخامتی بر حد شکل‌دهی ورق بررسی می‌شود. نمودارهای رسم شده نشان می‌دهد که با اعمال تنش نرمال فشاری و تنش‌های برشی در راستای ضخامت، کرنش‌های حدی افزایش و شکل‌پذیری ورق بهبود می‌یابد و در مقابل، تنش‌های حدی به سمت پایین نمودار حرکت می‌کنند.

۱- مقدمه

ورق می‌باشد. معیارهای تسلیم و روابط سخت‌شوندگی مختلفی برای پیش‌بینی رفتار تسلیم و بعد از تسلیم آلیاژ جهت تعیین حد شکل‌دهی ورق پیشنهاد شده است. گنجیانی و عاصم پور [۳] با استفاده از تئوری ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی و بکاربردن تابع تسلیم هاسفورد^۲ و BBC ۲۰۰۰ به بررسی اثر معیارهای تسلیم در تعیین حد شکل‌دهی آلیاژهای فولاد AK و آلومینیوم XXX۵AA پرداختند. وانگ و همکاران [۴] با اصلاح مدل کارسختی سوئیفت^۳ به مقایسه کرنش‌های حدی پیش‌بینی شده با روابط کارسختی مختلف برای آلیاژ آلومینیوم AA ۵۷۵۴-O پرداخت و ثابت کردند که مدل اصلاح شده سوئیفت، منحنی‌های حد شکل‌دهی دقیق‌تری را برای ورق آلومینیومی بدست می‌آورد. فام و همکاران [۵] با بکارگیری روابط کارسختی متداول و مدل کیم-توان^۴ که ترکیبی جدید از دو مدل سوئیفت و وس^۵ است، کرنش‌های حدی را برای آلیاژهای آلومینیوم پیش‌بینی کردند.

در فرایندهای مختلف شکل‌دهی فلزات، تعیین حد مجاز کرنش قبل از شروع گلوبی در ورق بسیار حائز اهمیت است. برای این منظور نمودار حد شکل‌دهی توسط کیلر و بکهوفن [۱] معرفی شد که در طول سالیان گذشته بسیار مورد توجه پژوهشگران و صنعتگران قرار گرفته است. در این نمودار حدود کرنش‌های اصلی در لحظه گلوبی شدن ورق مشخص شده است. تعیین منحنی حد شکل‌دهی بصورت تئوری و تجربی انجام می‌شود که اغلب روش تجربی مستلزم صرف هزینه و زمان می‌باشد. بنابراین مدل‌های تحلیلی مختلفی در تعیین نمودارهای حد شکل‌دهی پیشنهاد شده است که یکی از پرکاربردترین روش‌ها، مدل مارسینیاک-کوزینسکی^۱ است که بطور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفت [۲].

یکی از مهم‌ترین فاکتورها در بالابردن دقت نمودارهای پیش‌بینی شده، استفاده از روابط ساختاری دقیق و مناسب برای توصیف رفتار پلاستیک

- 2 Hosford yield function
- 3 Swift work hardening model
- 4 Kim-Tuan model
- 5 Voce model

- 1 Marciniak-Kuczynski model (M-K model)

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: basti@guilan.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمایید.



تسلیم بارلات^۲ ۱۹۸۹، هیل^۳ ۱۹۴۸ و Yld ۲۰۰۳ اثر تنش نرمال را مورد بررسی قرار دادند. فاطمی و داربانی [۱۵] با فرض برقراری تمام شرایط بارگذاری ممکن در شکل دهی ورق فلزی، مدل مارسینیاک-کوزینسکی را اصلاح کردند و منحنی حد شکل دهی را برای آلیاژ آلومینیوم تخمین زدند. نصیری و همکاران [۱۶] با بکارگیری تابع تسلیم پیشرفته و سه بعدی Yld ۲۰۱۱-۱۷ به بررسی حد شکل دهی ورق آلومینیوم با در نظر گرفتن تنش نرمال فشاری و تنش برشی بین ضخامت پرداختند آنها در تحقیق خود اعلام کردند که اثر تنش نرمال فشاری بر حد شکل دهی بیش از تنش برشی بین ضخامت است [۱۷]. هو و همکاران [۱۸] با مقایسه دو روش پرتوییشن و تئوری M-K به بررسی اثر تنش نرمال بر حد شکل دهی پرداختند، آن‌ها با تبدیل حالت تنش سه بعدی به حالت تنش صفحه‌ای با استفاده از تابع تسلیم دو بعدی نشان دادند که افزایش مقدار تنش نرمال باعث افزایش شکل پذیری ورق می‌شود. سجودی و همکاران [۱۹] نیز با همین روش و بکارگیری تابع تسلیم دوبعدی Yld ۲۰۰۰-۲۰۰۱ d به بررسی حالت تنش سه بعدی پرداختند و نشان دادند که روابط کارسختی مختلف بر افزایش شکل پذیری ورق با اعمال تنش نرمال فشاری مؤثر است و در بررسی همزمان تنش نرمال و پیش کرنش گذاری بر حد شکل دهی ثابت کردند که پیش کرنش گذاری اثر تنش نرمال را بر کرنش‌های حدی کاهش می‌دهد.

در این مقاله با استفاده از تئوری ناپایداری M-K به بررسی اثر روابط کارسختی بر حد شکل دهی آلیاژ آلومینیوم AA ۶۰۱۶-T ۴ پرداخته می‌شود. همچنین تابع تسلیم تنش صفحه‌ای و درجه چهارم Gotoh برای پیش‌بینی رفتار تسلیم ورق در نظر گرفته شده است که پارامترهای ثابت آن با فرمولبندی مستقیم برای آلیاژ آلومینیومی تعیین می‌شوند. الگوهای کارسختی سوئیفت، وس و ترکیب خطی سوئیفت و وس^۴ در تعیین شکل پذیری ورق مورد بررسی قرار می‌گیرد. از آنجا که در بسیاری از فرایندهای شکل دهی ورق‌های فلزی، فرض شرایط تنش دو بعدی قابل قبول نمی‌باشد، در ادامه این مقاله، با استفاده از تئوری توسعه یافته M-K، نمودارهای حد شکل دهی در حالت جامع با بکارگیری تابع تسلیم دوبعدی Gotoh رسم می‌شوند که اثر تنش‌های نرمال فشاری و برشی بین ضخامت بر کرنش و تنش‌های حدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. به این ترتیب می‌توان این منحنی‌ها را به عنوان معیاری برای پیش‌بینی وقوع گلوپی در فرایندهایی

همچنین کیم و همکاران [۶] نیز همین مدل سخت شوندگی را برای ورق تیتانیومی بکار گرفتند و هر دو گروه نشان دادند که الگوی کیم-توان، مدلی دقیق برای پیش‌بینی شروع گلوپی در ورق است.

تعیین کرنش‌های حدی در شرایط تنش صفحه‌ای بسیار حائز اهمیت است، اما در بسیاری از فرایندهای شکل دهی همچون هیدروفرمینگ وجود تنش نرمال فشاری، قابل چشم پوشی نیست. همچنین در فرایندهایی مانند شکل دهی تدریجی ورق تماس بین ابزار و قطعه کار سبب تولید کرنش‌های برشی قابل توجهی در راستای ضخامت می‌شود که فرض صفحه‌ای بودن تنش در اینگونه فرایندها مناسب نیست [۷]. بنابراین لازم است که در اینگونه موارد از نمودارهای حد شکل دهی توسعه یافته استفاده شود. بانابیک و سوار [۸] مدل ناپایداری M-K را گسترش دادند تا به بررسی اثر تنش نرمال بر حد شکل دهی بپردازند. براساس محاسبات آنها با افزایش تنش نرمال فشاری، شکل پذیری ورق افزایش یافت. آلوود و شولر [۹] نمودار حد شکل دهی جامع^۱ را پیشنهاد دادند که در آن می‌توان اثر هر ۶ مؤلفه تانسور تنش را مورد بررسی قرار داد. نمودار حد شکل دهی جامع نشان داد که هر دو نوع تنش‌های نرمال فشاری و برشی در راستای ضخامت که به قطعه وارد می‌شود، شکل پذیری را افزایش می‌دهد. ایکنز و همکاران [۱۰] تنش‌های برشی بین ضخامت را با بکارگیری تئوری ناپایداری M-K، بر ورق فلزی اعمال کردند و گلوپی شدن موضعی را در فرایند شکل دهی پیش‌بینی کردند و نشان دادند که تنش‌های برشی با به تأخیر انداختن وقوع پدیده گلوپی شدن، قابلیت شکل پذیری آلیاژ را افزایش می‌دهد و در نتیجه حدود شکل دهی را بالا می‌برد. عاصم پور و همکاران [۱۱] مدل اصلاح شده ناپایداری M-K را برای بررسی حالت تنش سه بعدی پیشنهاد دادند و نشان دادند که تنش نرمال فشاری حد شکل دهی ورق را به سمت بالا هدایت می‌کند. نورچشمه و گرین [۱۲] در بررسی اثر تنش نرمال بر حد شکل دهی ورق عواملی همچون مسیر کرنش، ضخامت اولیه ورق مدل‌های کارسختی و نرخ کرنش را نیز مورد بررسی قرار دادند. هاشمی و ابری نیا [۱۳] اثر تنش نرمال را بر حد کرنش و تنش شکل دهی برای فولاد ST ۱۲ بررسی نمودند. آن‌ها همچنین تأثیر مسیر کرنش را بر حد شکل دهی آلیاژ با پیش کرنش گذاری در دو راستای کشش تک‌محوره و دو محوری نشان دادند. ژانگ و همکاران [۱۴] با فرض بی اثر بودن تنش‌های هیدرواستاتیک بر تغییر شکل پلاستیک، با استفاده از معیارهای تسلیم دو بعدی به بررسی حد شکل دهی ورق در حالت سه بعدی پرداختند و بدین ترتیب آنها با بکارگیری حالت دوبعدی توابع

2 Barlat1989

3 Hill1948

4 Linear combination of Swift and Voce models (LSV)

1 Generalized Forming Limit Diagram (GFLD)

همچون هیدروفورمینگ و شکل دهی تدریجی، استفاده کرد.

$$A_2 = -\frac{4r_0}{1+r_0} \quad (۳)$$

$$A_4 = -\frac{4r_{90}}{1+r_{90}} \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \right)^4 \quad (۴)$$

$$A_5 = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \right)^4 \quad (۵)$$

$$A_3 = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_b} \right)^4 - (A_1 + A_2 + A_4 + A_5) \quad (۶)$$

$$A_9 = \frac{16r_{45}}{1+r_{45}} \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^4 + \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_b} \right)^4 \quad (۷)$$

$$A_6 = \frac{1+5r_0}{1+r_0} + 4 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^4 - \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \right)^4 \quad (۸)$$

$$A_8 = \frac{1+5r_{90}}{1+r_{90}} \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \right)^4 + 4 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^4 - 1 \quad (۹)$$

$$A_7 = \frac{16}{1+r_{45}} \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^4 - 2 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_b} \right)^4 - A_6 - A_8 \quad (۱۰)$$

۲- مدل ساختاری ماده

رفتار تسلیم و پسا تسلیم یک ماده، از ویژگی‌های مهم ماده در طی تغییر شکل آن آلیاژ است. همچنین یک مدل ساختاری دقیق و مناسب، یک گام مهم در پیش‌بینی دقیق منحنی حد شکل دهی است. در این مطالعه از معیار تسلیم Gotoh برای پیش‌بینی رفتار تسلیم ماده و از مدل‌های کارسختی سوئیفت، وس و LSV برای توصیف رفتار پلاستیک ماده استفاده شده است. که در بخش بعدی، اثر این روابط در پیش‌بینی حد شکل دهی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۱- معیار تسلیم

بررسی رفتار تسلیم آلیاژ آلومینیوم، به دلیل خصوصیات ناهمسانگردی که در اثر فرایند نورد سرد در ورق رخ می‌دهد، بسیار حائز اهمیت است و این ناهمسانگردی تأثیر مهمی در شکل پذیری ورق دارد. معیار تسلیم چندجمله‌ای Gotoh توسط محقق ژاپنی، Gotoh، ارائه شد که این معیار در حالت کلی برای پیش‌بینی رفتار تسلیم در شرایط تنش صفحه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد و به صورت زیر بیان می‌شود [۲۰]:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^4 = & A_1 \sigma_1^4 + A_2 \sigma_1^3 \sigma_2 + A_3 \sigma_1^2 \sigma_2^2 + \\ & A_4 \sigma_1 \sigma_2^3 + A_5 \sigma_2^4 + \\ & (A_6 \sigma_1^2 + A_7 \sigma_1 \sigma_2 + A_8 \sigma_2^2) \sigma_{12}^2 + A_9 \sigma_{12}^4 \end{aligned} \quad (۱)$$

در رابطه بالا، زیرنویس ۱ و ۲ بترتیب بر راستاهای طولی و عرضی نورد منطبق هستند. $\bar{\sigma}$ تنش مؤثر و ضرایب A_1 تا A_9 ، پارامترهای ثابت معیار تسلیم Gotoh هستند که با استفاده از نتایج حاصل از تست کشش ساده در جهت‌های ۰، ۴۵ و ۹۰ درجه نسبت به راستای نورد ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{45}, \sigma_{90}, r_0, r_{45}, r_{90}$) و مقدار تنش دومحوره حاصل از تست بالج^۱ (σ_b) تعیین می‌شوند [۲۱]:

$$A_1 = 1 \quad (۲)$$

σ_θ و r_θ مقادیر تنش و ضریب ناهمسانگردی ورق در جهت‌های مختلف نسبت به راستای نورد هستند که در جدول ۱ نمایش داده شده‌اند. ضرایب ثابت تابع تسلیم Gotoh، مقادیر A_1 تا A_9 بدست آمده با روابط بالا، برای آلیاژ آلومینیوم AA ۶۰۱۶-T ۴ در جدول ۲ آورده شده است. بعد از تعیین ضرایب ثابت معیار تسلیم، صحت این پارامترها در ادامه این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد. روابط بین مولفه‌های کرنش و مقدار تنش تک‌محوره در جهت θ که با σ_θ نمایش داده می‌شود، بصورت زیر می‌باشد [۲۱]:

جدول ۱. پارامترهای مربوط به خواص ناهمسانگرد آلیاژ آلومینیومی ۴-T-۶۰۱۶ AA [۵]

Table 1. The parameters to describe the anisotropic properties of the AA6016-T4 aluminum alloy [5]

σ	σ_{ϕ_0}	σ_{ϕ_1}	σ_b	r	r_{ϕ_0}	r_{ϕ_1}
Mpa	Mpa	Mpa	Mpa			
۱۶۱/۵	۱۵۷	۱۵۸	۱۶۵	۰/۸۳	۰/۴۵	۰/۹۵

جدول ۲. ضرایب تابع تسلیم Gotoh برای ورق آلومینیومی ۴-T-۶۰۱۶ AA

Table 2. The coefficients of the Gotoh yield function for AA6016-T4 alloy

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9
۱	-۱/۶۷۴۴	۲/۶۰۸۶	-۱/۹۳۶۰	۱/۰۶۰۲	۶/۱۳۱۰	-۵/۲۵۱۷	۶/۵۱۲۸	۹/۶۱۶۴

مقایسه نمودارهای پیش‌بینی شده حاصل از تابع تسلیم Gotoh و داده‌های تجربی، که در مرجع [۵] در دسترس است، در شکل ۱ آورده شده است. مطابق شکل ۱، سطح تسلیم، ضریب ناهمسانگردی r_θ و تنش تسلیم نرماله پیش‌بینی شده، منطبق بر داده‌های تجربی در سه جهت ۰، ۴۵ و ۹۰ درجه نسبت به راستای نورد می‌باشد. بنابر نتایج حاصل، مطابقت خوبی بین داده‌های تجربی و نمودارهای تئوری وجود دارد که این موضوع نشان دهنده صحت روابط (۲) تا (۱۰) در تعیین ضرایب ثابت معیار تسلیم Gotoh است.

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_\theta \cos^2 \theta, \\ \sigma_y &= \sigma_\theta \sin^2 \theta, \\ \sigma_{xy} &= \sigma_\theta \cos \theta \sin \theta\end{aligned}\quad (11)$$

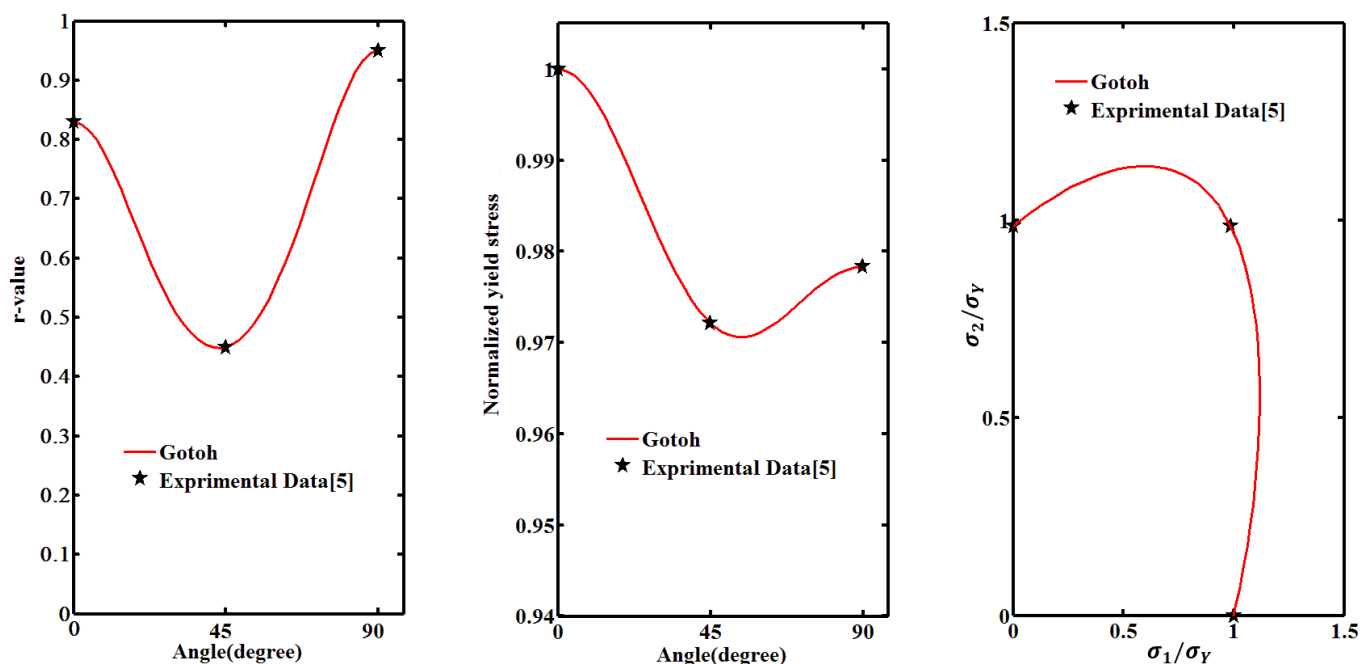
با جایگذاری روابط بالا در رابطه تنش تسلیم و دو رابطه زیر می‌توان نتایج پیش‌بینی شده برای سطح تسلیم، ضریب ناهمسانگردی r و تنش تسلیم نرمالیده شده معیار تسلیم Gotoh را با مقادیر تجربی مقایسه نمود [۲۲].

۲-۲- الگوهای سخت شونده

علاوه بر معیار تسلیم، روابط کارسختی دقیق که رفتار پلاستیک آلیاژ را بخوبی پیش‌بینی کنند، حائز اهمیت است که در این بخش، هدف مقایسه منحنی‌های حد شکل دهی پیش‌بینی شده براساس مدل‌های کارسختی مختلفی است که در ادامه به آن پرداخته می‌شود. سه رابطه کارسختی سوئیفت، وس و ترکیب خطی مدل‌های سوئیفت و وس برای بررسی حد شکل دهی آلیاژ ۴-T-۶۰۱۶ AA با استفاده از تئوری ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

$$\frac{\sigma_\theta}{Y} = \frac{1}{\bar{\sigma}(1, \theta)} \quad (12)$$

$$r_\theta = -\frac{\sin^2 \theta \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_1} - \frac{1}{2} \sin 2\theta \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{12}} + \cos^2 \theta \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_2}}{\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_1} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_2}} \quad (13)$$



شکل ۱. مقایسه ضریب ناهمسانگردی، تنش تسلیم نرماله شده و سطح تسلیم پیش‌بینی شده براساس تابع تسلیم Gotoh با نتایج تجربی

Fig. 1. The comparison between experimental results and predicted r-value, normalized yield stress and yield surface based on the Gotoh yield function

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + V_1(1 - e^{-V_2 \bar{\epsilon}}) \quad (15)$$

که در رابطه بالا V_1 و V_2 پارامترهای ثابت الگوی سخت شونده گوی و س می‌باشند. ضرایب ثابت رابطه تنش- کرنش وس برای آلیاژ آلومینیوم ۴ AA ۶۰۱۶-T در جدول ۳ آورده شده است.

۲-۲-۳ مدل کارسختی LSV

رابطه کارسختی LSV که ترکیبی خطی از مدل سخت شونده گوی و س می‌باشد، در زیر آورده شده است [۵].

$$\bar{\sigma} = X(S_1(\bar{\epsilon} + \epsilon_0)^{S_2}) + (1-X)(\sigma_0 + V_1(1 - e^{-V_2 \bar{\epsilon}})) \quad (16)$$

ضرایب S_1 ، S_2 ، V_1 و V_2 در رابطه بالا مشابه پارامترهای ثابت روابط س و س می‌باشند و برای آلیاژ مورد نظر هستند و تنها ضریب مستقل این رابطه، X است که در جدول ۳ آورده شده است.

۲-۲-۱ مدل کارسختی سوئیفت

مدل کارسختی سوئیفت، یکی از معمول‌ترین و ساده‌ترین الگوها در پیش‌بینی رفتار آلیاژ در ناحیه پلاستیک می‌باشد که بصورت زیر بیان می‌شود [۱۹]:

$$\bar{\sigma} = S_1(\bar{\epsilon} + \epsilon_0)^{S_2} \quad (14)$$

در رابطه بالا $\bar{\sigma}$ تنش مؤثر، $\bar{\epsilon}$ کرنش موثر پلاستیک، ϵ_0 مقدار کرنش قبل تسلیم، S_1 و S_2 ثابت‌های ماده در مدل کارسختی سوئیفت است که مقادیر مربوط به آن‌ها برای آلیاژ آلومینیوم ۴ AA ۶۰۱۶-T در جدول ۳ آورده شده است.

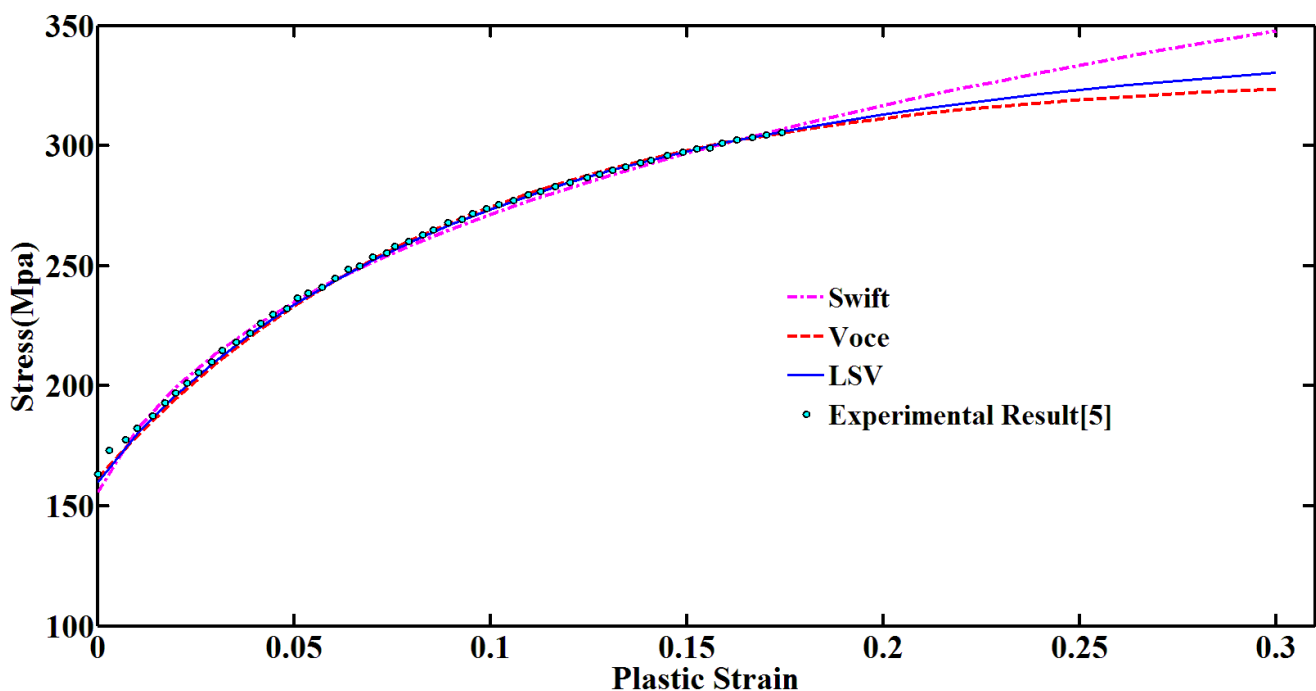
۲-۲-۲ مدل کارسختی وس

رابطه مربوط به کارسختی وس بصورت زیر است [۱۹]:

جدول ۳. پارامترهای ثابت مدل‌های کارسختی مختلف برای ورق آلومینیومی AA ۶۰۱۶-T4 [۵]

Table 3. The constant parameters of different hardening models for AA6016-T4 alloy [5]

سوئیفت		وس		LSV	
S_1	ϵ_s	S_2	V_1	V_2	X
Mpa		Mpa			
۴۶۰/۸۷	۰/۰۱۱۱	۰/۲۴۱	۱۶۷/۹۳	۱۱/۱۶	۰/۲۸۲



شکل ۲. مقایسه رفتار سخت شونده‌گی آلیاژ آلومینیوم AA ۶۰۱۶-T ۴ با روابط کارسختی مختلف و داده‌های تجربی

Fig. 2. Comparison between the behavior of various hardening models and experimental data for AA6016-T4 aluminum alloy

شکل ۲ در بازه‌ی کرنش بالاتر از ۰/۱۸ الگوی سوئیفت بالاترین سطح تنش و الگوی وس سطح پایین‌تری را در مقایسه با مدل‌های دیگر نشان می‌دهد. رابطه کارسختی LSV که ترکیب خطی از دو رابطه سوئیفت و وس است، تنش سیلان را بالاتر از مدل وس و پایین‌تر از مدل سوئیفت پیش‌بینی می‌کند. در بخش‌های بعدی اثرات این رفتار الگوهای کارسختی بر حد شکل دهی ورق آلومینیوم AA ۶۰۱۶-T ۴ مورد بررسی قرار می‌گیرد.

آورده شده‌اند، نمودار تنش-کرنش حاصل از هر سه تابع سخت شونده‌گی در شکل ۲ آورده شده است. مقایسه تنش سیلان پیش‌بینی شده براساس روابط کارسختی مختلف با داده‌های تجربی در دسترس، مطابقت خوبی را بین هر سه نمودار و نتایج آزمایشگاهی، تا بازه حاصل از تست کشش ساده، نشان می‌دهد. ولی با ادامه منحنی‌ها، در بازه فراتر از تست تجربی، مشاهده می‌شود که منحنی‌های تنش-کرنش حاصل از هر یک از روابط کارسختی از یکدیگر دور می‌شوند و مقادیر تنش سیلان متفاوتی را تولید می‌کنند. مطابق

۳- تئوری ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی

تئوری ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی، یکی از پرکاربردترین روش‌های تئوری جهت تعیین شروع گلوبی در ورق است که توسط مارسینیاک و کوزینسکی با فرض وجود یک شیار، که در واقع نوعی تغییر ضخامت ورق است، ارائه شد. در این مقاله، ابتدا، محاسبات حد شکل دهی در شرایط تنش صفحه‌ای و با استفاده از مدل ناپایداری M-K انجام می‌شود و سپس مدل M-K توسعه می‌یابد و از آن برای تعیین منحنی حد شکل دهی در حالت سه بعدی استفاده می‌شود.

۳-۱- مدل مارسینیاک-کوزینسکی در حالت تنش صفحه‌ای

در مدل مارسینیاک-کوزینسکی، ناهمگنی اولیه تحت عنوان ضریب ناهمگنی اولیه f_0 بصورت نسبت ضخامت شیار (b) به ضخامت ناحیه سالم (a) تعریف می‌شود.

$$f_0 = \frac{t_0^b}{t_0^a} \quad (17)$$

در این مدل محاسبات ابتدا با فرض یک مقدار کوچک برای $d\bar{\epsilon}$ در ناحیه خارج شیار، آغاز می‌شود. با جایگذاری این مقدار و در نظر گرفتن نسبت تنش‌های مختلف ($0 \leq \alpha = \frac{\sigma_{\tau}}{\sigma_1} \leq 1$) در روابط کارسختی و استفاده از تابع تسلیم و قوانین شارش، مولفه‌های تنش و نمو کرنش در راستای اصلی برای ناحیه سالم، تعیین می‌شود و سپس با استفاده از ماتریس دوران T ، مقادیر تنش و نمو کرنش در سیستم مختصات شیار، محاسبه می‌شود:

$$T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[\sigma^a]_{nt} = \begin{bmatrix} \sigma_{nn}^a & \sigma_{nt}^a \\ \sigma_{nt}^a & \sigma_{tt}^a \end{bmatrix} = T [\sigma^a]_{12} T^T \quad (19)$$

$$[d\epsilon^a]_{nt} = T [d\epsilon^a]_{12} T^T \quad (20)$$

برای تعیین مجهولات در ناحیه شیار، روابط تعادل نیرو را در راستای عمود (n) و مماس (t) بر شیار، می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} F_{nn}^a = F_{nn}^b \\ F_{nt}^a = F_{nt}^b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{nn}^a t^a = \sigma_{nn}^b t^b \\ \sigma_{nt}^a t^a = \sigma_{nt}^b t^b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{nn}^b = \sigma_{nn}^a / f \\ \sigma_{nt}^b = \sigma_{nt}^a / f \end{cases} \quad (21)$$

با استفاده از معادله سازگاری با در نظر گرفتن کشیدگی یکسان ورق در راستای شیار، خواهیم داشت:

$$d\epsilon_{tt}^a = d\epsilon_{tt}^b \quad (22)$$

رابطه چهارم برای تعیین مجهولات ناحیه شیار، استفاده از معادله انرژی بصورت زیر است:

$$\sigma_{nn}^b d\epsilon_{nn}^b + \sigma_{tt}^b d\epsilon_{tt}^a + \sigma_{nt}^b d\epsilon_{nt}^a = \bar{\sigma}^b d\bar{\epsilon}^b \quad (23)$$

با استفاده از روابط بالا دستگاه معادلات چهار مجهولی تشکیل می‌شود و از روش عددی نیوتن-رافسون مقادیر مجهول ناحیه شیار بدست می‌آید. براساس مدل M-K گلوبی زمانی در ورق رخ می‌دهد که شرط ($d\bar{\epsilon}^b / d\bar{\epsilon}^a \geq 1.0$) در ورق برقرار شود. مقادیر کرنش که در ناحیه سالم در این شرایط بدست می‌آید، کرنش‌های حدی هستند که این کرنش‌ها برای زاویه شیارهای مختلف باید تعیین شوند و در نهایت مقدار کرنش حدی کوچکتر در نمودار، بعنوان حد شکل دهی آلیاژ مربوطه ثبت می‌شود [۲۲].

۳-۲- مدل مارسینیاک-کوزینسکی توسعه یافته

از آنجا که در تعیین حد شکل دهی ورق فلزی در فرایندهایی همچون شکل‌دهی تدریجی ورق و هیدروفورمینگ، بررسی حالت‌های خارج از تنش صفحه‌ای نقش مهمی را ایفا می‌کنند، تلاش‌های زیادی برای گسترش مدل M-K، جهت اندازه‌گیری کرنش‌های حدی در حالت سه بعدی وجود دارد. حالت کلی تعیین حد شکل دهی در حالت جامع، استفاده از توابع تسلیم سه بعدی است، اما پیشنهادات و مطالعاتی نیز جهت گسترش تابع تسلیم دوبعدی

$$d\varepsilon_1^a = d\bar{\varepsilon}^a \frac{\partial \bar{\sigma}^a}{\partial (\sigma_1^a - \sigma_3^a)} \quad (26)$$

$$d\varepsilon_2^a = d\bar{\varepsilon}^a \frac{\partial \bar{\sigma}^a}{\partial (\sigma_2^a - \sigma_3^a)} \quad (27)$$

بعد از تعیین مؤلفه‌های تنش و کرنش در جهات اصلی، از تانسور دوران زیر برای انتقال مؤلفه‌ها به مختصات شیار استفاده می‌شود [۱۶]:

$$T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$[\sigma^a]_{n3} = \begin{bmatrix} \sigma_{nm}^a & \sigma_{nt}^a & \sigma_{n3}^a \\ \sigma_{nt}^a & \sigma_{tt}^a & \sigma_{t3}^a \\ \sigma_{n3}^a & \sigma_{t3}^a & \sigma_3^a \end{bmatrix} = T [\sigma^a]_{123} T^T \quad (29)$$

$$[d\varepsilon^a]_{n3} = T [d\varepsilon^a]_{123} T^T \quad (30)$$

در تعیین مؤلفه‌های تنش و نمو کرنش در ناحیه شیار، به روابط مربوط به تعادل نیرو و معادله سازگاری در بخش قبل، روابط زیر نیز اضافه می‌شوند [۱۷ و ۲۴]:

$$\sigma_3^b = \sigma_3^a, \quad \sigma_{t3}^b = \sigma_{t3}^a, \quad \sigma_{n3}^b = \sigma_{n3}^a / f \quad (31)$$

و سرانجام رابطه انرژی در حالت سه بعدی نیز بصورت زیر در می‌آید:

$$\sigma_{nm}^b d\varepsilon_{nn}^b + \sigma_{tt}^b d\varepsilon_{tt}^b + \sigma_3^b d\varepsilon_3^b + \sigma_{nt}^b d\varepsilon_{nt}^b + \sigma_{t3}^b d\varepsilon_{t3}^b + \sigma_{n3}^b d\varepsilon_{n3}^b = \bar{\sigma}^b d\bar{\varepsilon}^b \quad (32)$$

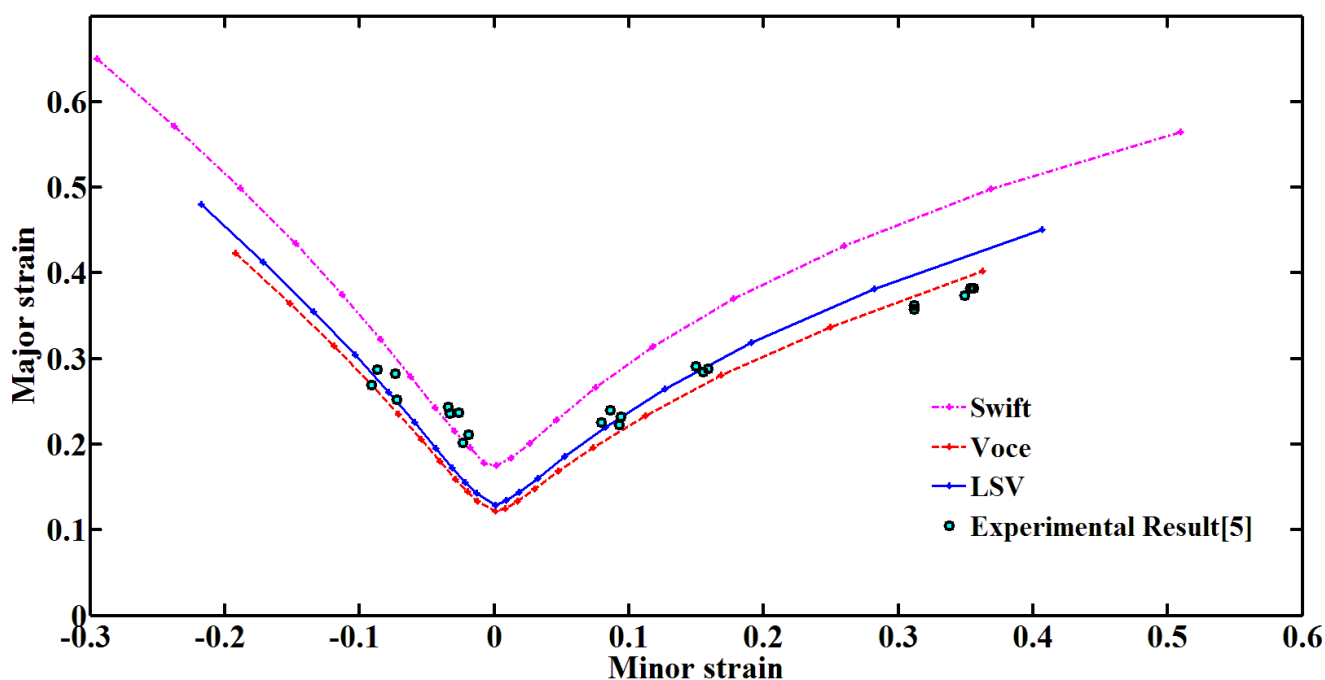
و تبدیل آن به حالت سه بعدی وجود دارد. در این مقاله، با تبدیل حالت سه بعدی تنش به حالت دو بعدی، با این فرض که تنش هیدرواستاتیک تاثیری بر تغییر شکل پلاستیک ندارد، اثر تنش نرمال و تنش برشی بین ضخامتی بر حد شکل دهی، با استفاده از تابع تسلیم تنش صفحه‌ای Gotoh، مورد بررسی قرار می‌گیرد. این دستاورد که بسیار کاربردی و مورد پسند است و یک تابع تسلیم مستقل از فشار تولید می‌کند [۲۱] بصورت زیر است:

$$P_4^{3D}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{13}) = P_3^{2D}(\sigma_1 - \sigma_3, \sigma_2 - \sigma_3, \sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2}) \quad (24)$$

بنابراین در این دستاورد برای بررسی حالت سه بعدی تنش عبارت $(\sigma_1 - \sigma_3, \sigma_2 - \sigma_3, \sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2})$ جایگزین عبارت $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12})$ در تابع تسلیم مربوطه می‌شود که در این حالت معیار تسلیم Gotoh که یک تابع تسلیم دوبعدی بصورت زیر در می‌آید [۲۳]:

$$P_4^{3D}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{13}) = P_3^{2D}(\sigma_1 - \sigma_3, \sigma_2 - \sigma_3, \sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2}) \bar{\sigma}^a = A_1(\sigma_1 - \sigma_3)^4 + A_2(\sigma_1 - \sigma_3)^3(\sigma_2 - \sigma_3) + A_3(\sigma_1 - \sigma_3)^2(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + A_4(\sigma_1 - \sigma_3)(\sigma_2 - \sigma_3)^3 + A_5(\sigma_y - \sigma_3)^4 + \left(A_6(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + A_7(\sigma_1 - \sigma_3) \right) \left((\sigma_2 - \sigma_3) + A_8(\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right) \times (\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2) + A_9(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2)^2 \quad (25)$$

بنابر رابطه بالا، امکان بررسی رفتار ورق با وجود تنش نرمال و برشی بین ضخامتی، با بکارگیری تابع تسلیم Gotoh، نیز وجود دارد. ضرایب A_1 تا A_9 نیز همانند بخش قبل محاسبه می‌شود که این مقادیر در جدول ۲ آورده شده است. در تعیین حد شکل دهی ورق در حالت جامع با استفاده مدل گسترش یافته مارسینیاک-کوزینسکی، محاسبات در نسبت تنش $0 \leq \alpha = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \leq 1$ انجام می‌شود و همچنین قوانین شارش نیز بصورت زیر تغییر می‌کند [۱۸]:



شکل ۳. مقایسه نمودارهای حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده براساس روابط کارسختی مختلف با نتایج تجربی

Fig. 3. Comparison between experimental results and predicted forming limit diagrams based on the different hardening models

۴-۱- تعیین نمودارهای حد شکل‌دهی ورق در شرایط تنش صفحه‌ای در این بخش، مدل M-K با بکارگیری تابع تسلیم چند جمله‌ای Gotoh، جهت تعیین نمودار حد شکل‌دهی ورق AA ۶۰۱۶-T ۴ در شرایط تنش صفحه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. مدل‌های کارسختی سوئیفت، وس و ترکیب خطی از سوئیفت و وس، در بررسی اثر روابط سخت شوندگی در تعیین حد شکل‌دهی انتخاب شده‌اند. شکل ۳، مقایسه نتایج پیش‌بینی شده با الگوهای مختلف کارسختی و نتایج تجربی حاصل از تست ناکازیم^۱ را نشان می‌دهد.

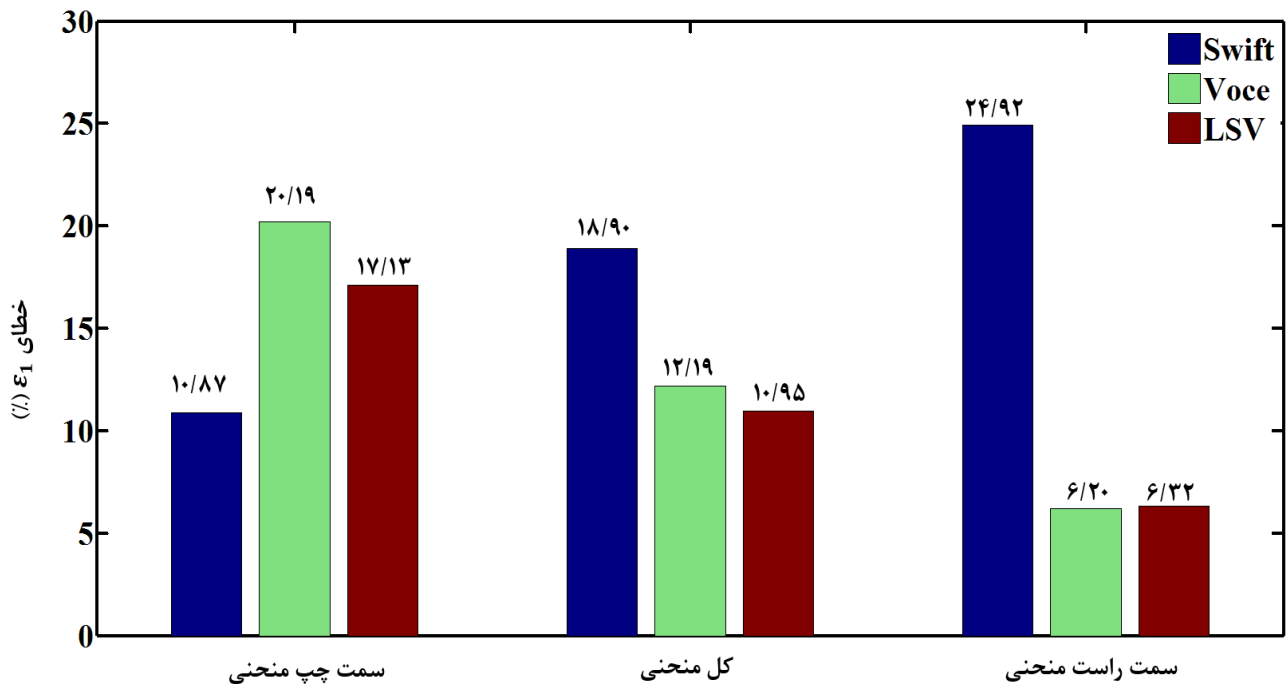
مطابق شکل ۳، نمودارهای رسم شده با مدل سوئیفت، حد شکل‌دهی ورق را در سطح بالاتری نسبت به دو مدل دیگر پیش‌بینی کرده است. همچنین، حد شکل‌دهی بدست آمده با مدل وس نیز نسبت به دو مدل دیگر در سطح پایین‌تری قرار دارد و مدل LSV، که ترکیب خطی از دو مدل سوئیفت و وس است، نموداری بین دو مدل دیگر تولید کرده است که دقت قابل قبولی با نتایج تجربی دارد. این رفتار منحنی حد شکل‌دهی براساس

با اضافه شدن معادلات و مجهولات و استفاده از روش نیوتن-رافسون، مقادیر مجهول در ناحیه شیار تعیین می‌شوند و بقیه مراحل حل، همچون حالت تنش صفحه‌ای انجام می‌شود. به این ترتیب کرنش‌های حادی در حالت تنش سه بعدی با اعمال مقادیر مختلف تنش نرمال فشاری و تنش برشی بین ضخامت بدست می‌آیند [۱۹].

۴- نتایج و بحث

در فرایندهای مختلف شکل‌دهی، تعیین نمودارهای حد شکل‌دهی با هدف بررسی حد تحمل ورق در برابر کرنش‌های مختلف، بسیار حائز اهمیت است. در این تحقیق ابتدا اثر روابط کارسختی مختلف بر حد شکل‌دهی ورق آلومینیوم AA ۶۰۱۶-T ۴ در شرایط تنش صفحه‌ای بررسی می‌شود و سپس کرنش‌ها و تنش‌های حادی با در نظر گرفتن تنش نرمال فشاری محاسبه می‌شوند و در نهایت منحنی‌های حد شکل‌دهی ورق آلومینیومی با حضور تنش برشی بین ضخامت رسم می‌شوند.

1 Nakazima test



شکل ۴. درصد خطای کرنش حدی ϵ_1 پیش‌بینی شده با روابط کارسختی مختلف در نواحی مختلف منحنی حد شکل دهی

Fig. 4. Percentage of the error for predicted limit strain ϵ_1 based on different hardening models in various regions of the diagram

بیشینه پیش‌بینی شده با استفاده از روابط کارسختی مختلف و مقدار کرنش حاصل از نتایج آزمایشگاهی مرجع [۵] هستند. مقادیر خطای کرنش‌های حدی حاصل از الگوهای سخت شونده‌گی مختلف در شکل ۴ نمایش داده شده است که نتایج نشان می‌دهد که مدل سخت شونده‌گی وس سمت راست و مدل سوئیفت سمت چپ منحنی را با دقت بالاتری پیش‌بینی می‌کند. در پیش‌بینی کل منحنی نیز مشاهده می‌شود که الگوی LSV با درصد خطای ۱۰/۹۵ درصد، بیشترین دقت را در پیش‌بینی کرنش‌های حدی دارد.

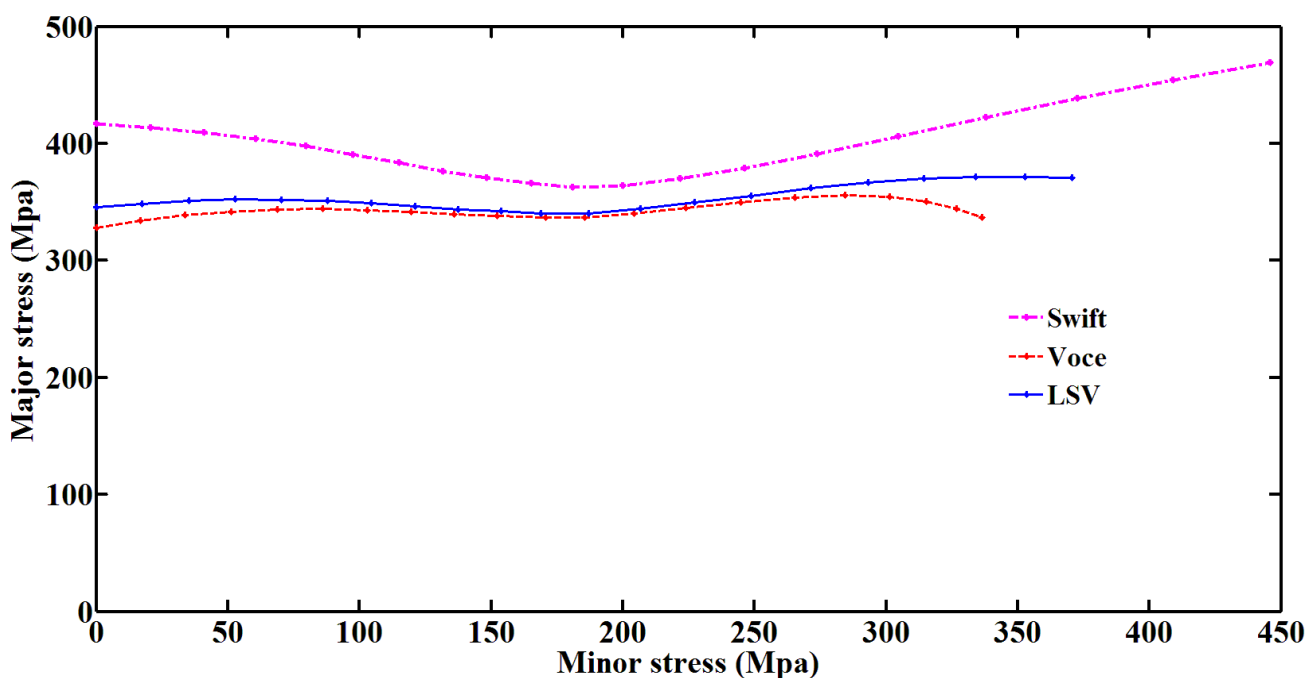
در ادامه این بخش، تنش‌های حد شکل دهی برای آلیاژ ۴-T-۶۰۱۶ AA محاسبه می‌شود که این منحنی‌ها براساس روابط سخت شونده‌گی مختلف، در شکل ۵ دیده می‌شود. همچون کرنش‌های حد شکل دهی، تنش‌های حدی پیش‌بینی شده با مدل سوئیفت در بالاترین سطح و با مدل وس در پایین‌ترین سطح قرار دارد. مطابق شکل ۵، تنش‌های حدی نیز تحت تأثیر مدل سخت شونده‌گی انتخابی برای توصیف رفتار پلاستیک ماده قرار دارند، پس روابط تنش-کرنش مختلف برای آلیاژ می‌تواند نمودارهای حد تنش شکل دهی متفاوتی را تعیین کنند.

روابط کارسختی مختلف، مشابه رفتار منحنی تنش-کرنش شکل ۲ در بازه کرنش بالاتر از ۰/۱۸ است که نشان دهنده تأثیر مقدار تنش سیلان الگوهای کارسختی در بازه کرنش‌های بالاتر از گلوبی بر حد شکل دهی است.

همچنین مطابق شکل ۳ مشاهده می‌شود، نمودارهای حد شکل دهی تعیین شده توسط هر سه مدل کارسختی در سمت چپ، تقریباً از دقت قابل قبولی برخوردار است، ولی در سمت راست نمودار، کرنش‌های حدی حاصل از مدل‌های وس و LSV نسبت به مدل سوئیفت مطابقت بهتری با نتایج تجربی دارند. جهت بیان دقیق‌تر، به بررسی کمی دقت این کرنش‌های حدی با تعیین میانگین درصد خطای مقدار کرنش حدی بیشینه ϵ_1 با استفاده از رابطه زیر پرداخته می‌شود:

$$err(\%) = \frac{|\epsilon_1^{predicted} - \epsilon_1^{experimental}|}{\epsilon_1^{experimental}} \times 100 \quad (33)$$

در رابطه بالا $\epsilon_1^{predicted}$ و $\epsilon_1^{experimental}$ ترتیب معرف مقادیر کرنش



شکل ۵. مقایسه نمودارهای حد تنش شکل دهی پیش‌بینی شده براساس روابط کارسختی مختلف

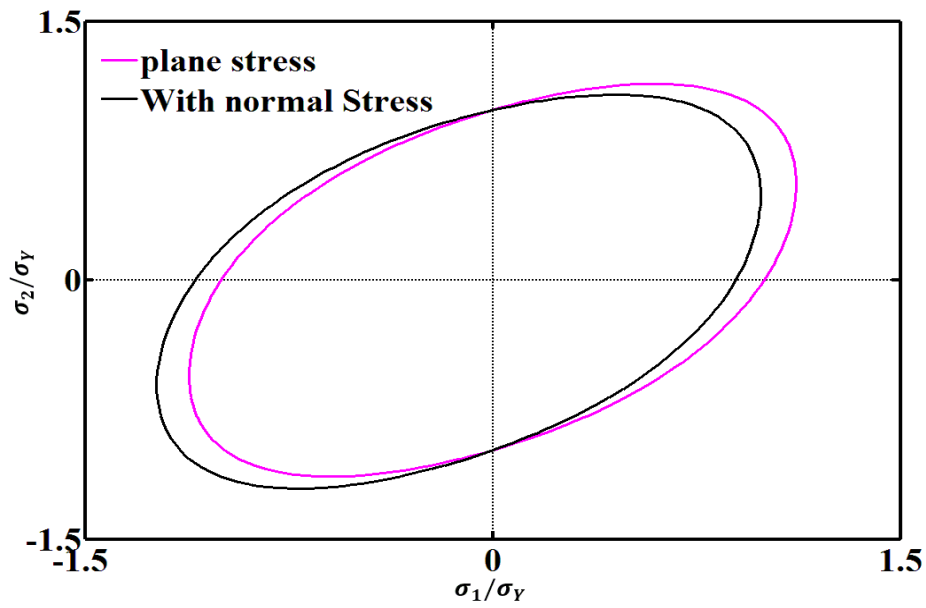
Fig. 5. Comparison between predicted forming limit stress diagrams based on the different hardening models

فشاری را می‌توان در جدول ۴ نیز مشاهده نمود، این جدول در واقع درصد افزایش مقدار کرنش حدی بیشینه ϵ_f ، برای مقادیر مختلف تنش نرمال فشاری در نسبت تنش‌های $\alpha = 0.5/1$ را نشان می‌دهد. مطابق جدول ۴، با اعمال مقدار ثابت تنش نرمال، مشاهده می‌شود که افزایش در نسبت تنش‌های مختلف تقریباً یکسان است، که نشان‌دهنده افزایش نسبتاً یکنواخت حد شکل دهی با اعمال تنش نرمال فشاری است.

در ادامه جهت بررسی اثر تنش نرمال بر تنش‌های حدی که در شکل ۸ آورده شده است، دیده می‌شود که برخلاف کرنش‌های حدی که با اعمال تنش نرمال فشاری افزایش می‌یابند، تنش‌های حدی با افزایش مقدار تنش نرمال، کاهش می‌یابند و علت این رفتار را می‌توان در شکل ۶ مشاهده کرد. در شکل ۶ با افزایش تنش نرمال فشاری، سطح تسلیم اولیه و مقادیر تنش‌های اصلی در فضای کشش-کاهش می‌یابد، بنابراین در نمودار حد تنش شکل دهی، با افزایش تنش نرمال اعمالی، نمودارها به سمت پایین حرکت می‌کنند و تنش‌های حدی کوچکتر می‌شوند.

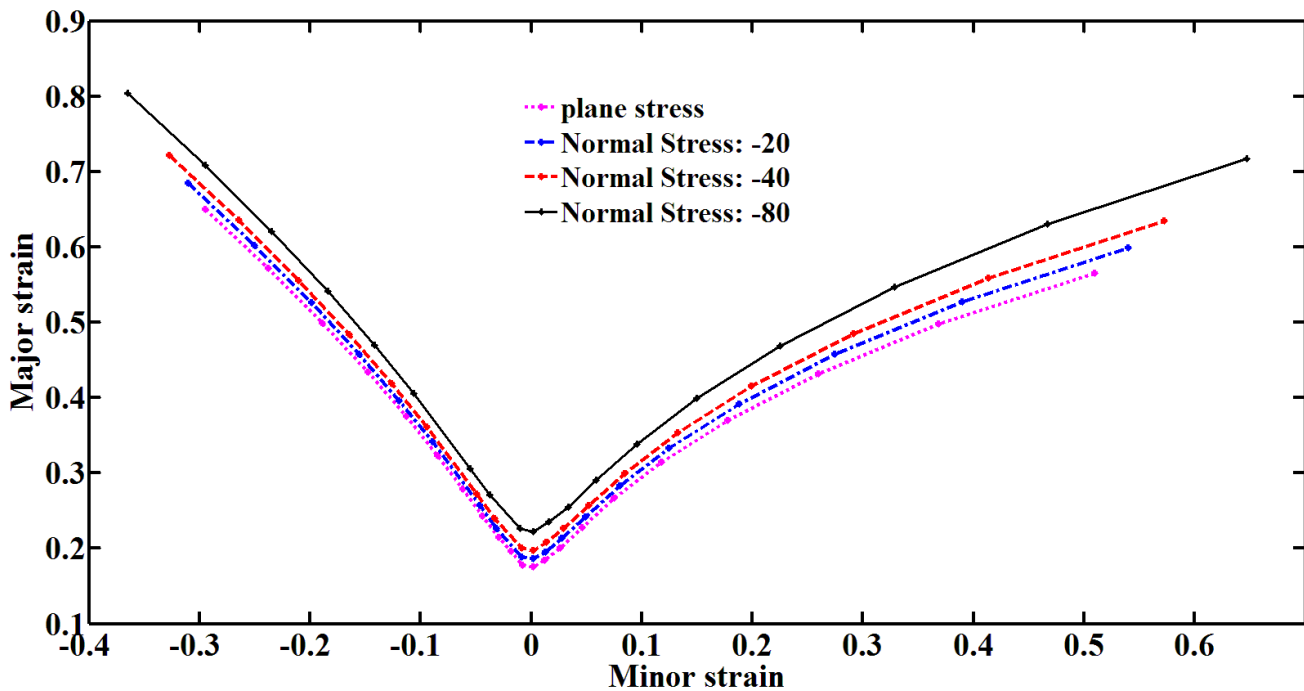
۴-۲- تعیین نمودارهای حد شکل دهی ورق با اعمال تنش نرمال فشاری در این بخش، اثر مقادیر مختلف تنش نرمال فشاری در پیش‌بینی تئوری حد شکل دهی ورق، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این بررسی همانطور که در بخش ۲-۳ توضیح داده شد، مدل M-K توسعه می‌یابد و از تابع تسلیم دوبعدی Gotoh، برای تحلیل حالت سه بعدی تنش استفاده می‌شود. در بررسی تغییرات سطح تسلیم، با اعمال تنش نرمال فشاری σ_p ، مطابق شکل ۶ مشاهده می‌شود که سطح تسلیم ورق تغییر می‌کند و سطح تسلیم ناحیه ربع اول تنش (ناحیه کشش-کشش)، که در تعیین حد شکل دهی ورق اهمیت دارد، کاهش می‌یابد.

شکل ۷، نمودارهای حد شکل دهی را برای ورق آلومینیوم ۴ AA ۶۰۱۶-T با اعمال مقادیر مختلف تنش نرمال فشاری در نسبت تنش‌های $\alpha = \frac{\sigma_T - \sigma_T}{\sigma_1 - \sigma_p} \leq 1$ نشان می‌دهد. مطابق شکل، با افزایش تنش نرمال فشاری، نمودارهای حد شکل دهی بطور یکنواخت برای نسبت تنش‌های مختلف به سمت بالا حرکت می‌کنند و شکل پذیری ورق افزایش می‌یابد. مقادیر کمی این افزایش شکل پذیری با حضور تنش نرمال



شکل ۶. اثر تنش نرمال فشاری بر سطح تسلیم ورق

Fig. 6. Effect of the compressive normal stress on the yield surface of the sheet



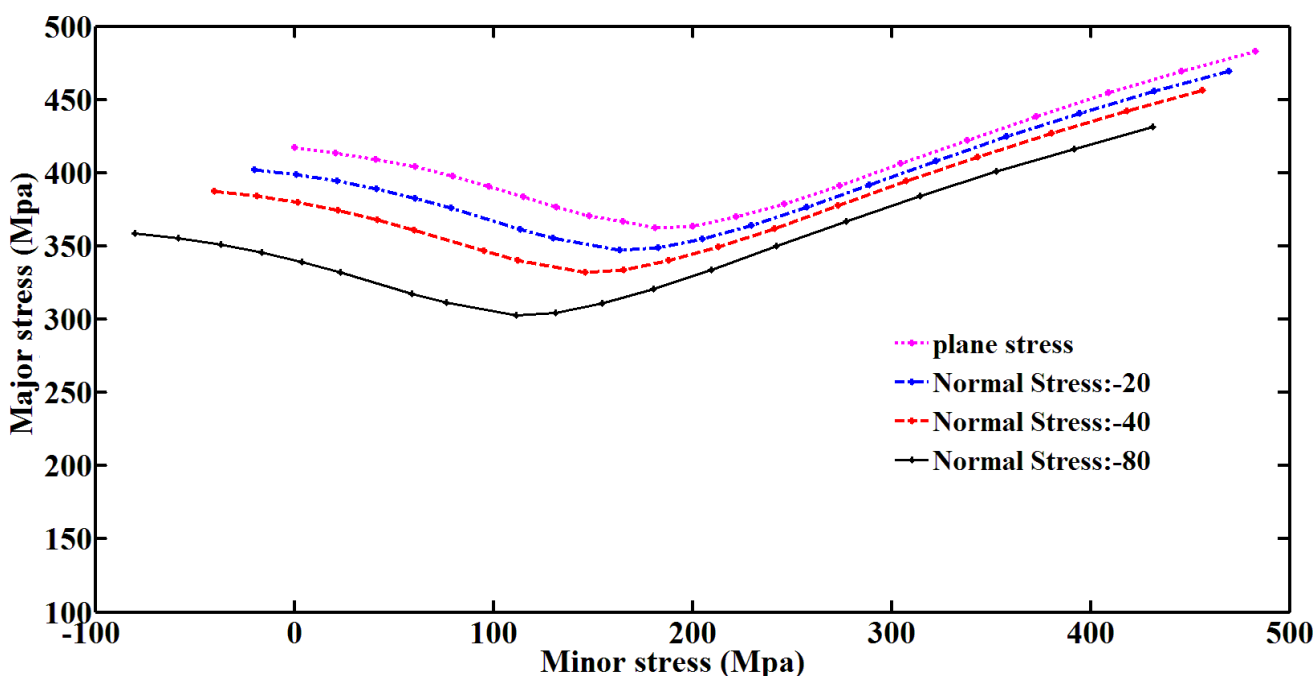
شکل ۷. نمودارهای حد شکل‌دهی با در نظر گرفتن اثر تنش نرمال فشاری

Fig. 7. Forming limit diagrams by considering the compressive normal stress

جدول ۴. درصد افزایش کرنش حدی ϵ_1 با اعمال مقادیر مختلف تنش نرمال فشاری در نسبت تنش‌های مختلف

Table 4. The Percentage of the limit strain ϵ_1 change by applying normal stress for different stress ratios

$\alpha=1$	$\alpha=0.5$	$\alpha=0$	
۶/۰۱	۵/۹۲	۵/۲۳	$\sigma_p = -20 \text{ Mpa}$
۱۲/۲۳	۱۲/۳۶	۱۰/۹۲	$\sigma_p = -40 \text{ Mpa}$
۲۶/۹۶	۲۶/۷۲	۲۳/۶۹	$\sigma_p = -80 \text{ Mpa}$



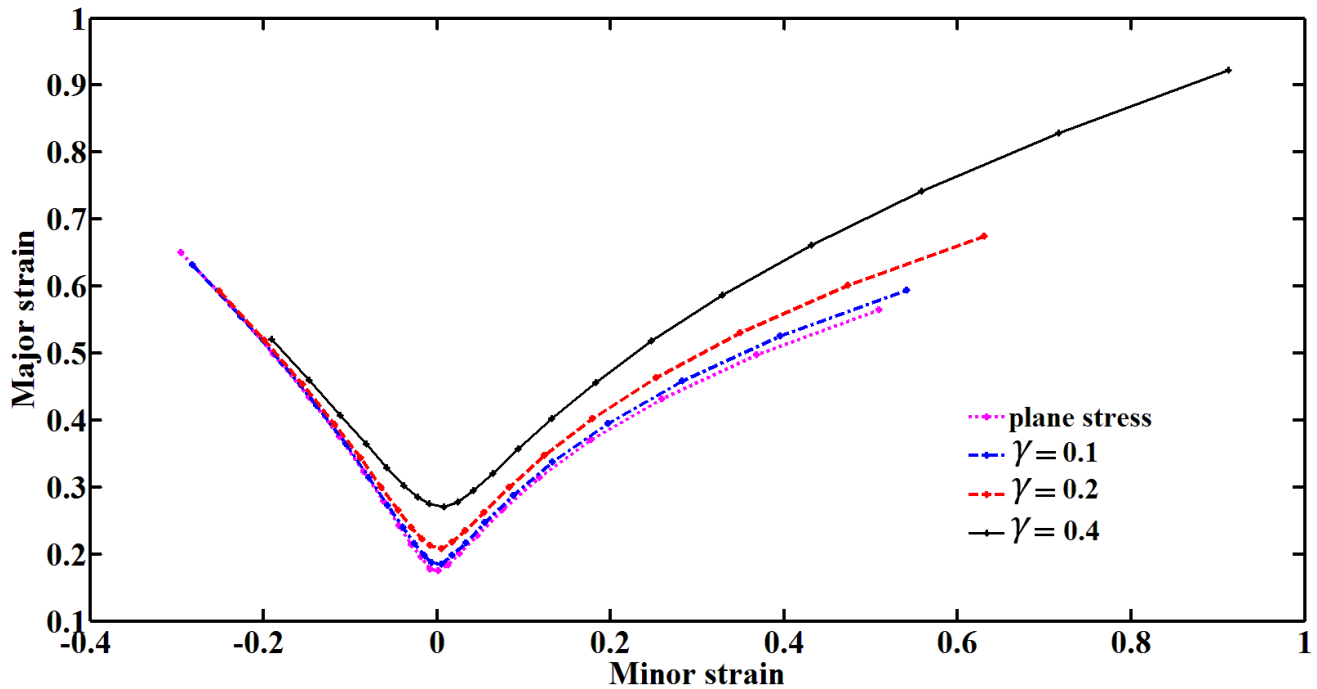
شکل ۸. نمودارهای حد تنش شکل‌دهی با در نظر گرفتن اثر تنش نرمال فشاری

Fig. 8. Forming limit stress diagrams by considering the compressive normal stress

بخش نیز به بررسی اثر تنش برشی بین ضخامت σ_{33} ، بر حد شکل‌دهی ورق برای مقادیر مختلف $\gamma = \frac{\sigma_{22}}{\sigma_1}$ پرداخته می‌شود. همانطور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود، همانند اثر تنش نرمال، با افزایش مقدار تنش برشی، شکل‌پذیری ورق افزایش می‌یابد، همچنین نمودارها قدری به سمت راست حرکت می‌کنند. مطابق شکل ۹، افزایش شکل‌پذیری ورق با اعمال تنش برشی بین ضخامت در طول مسیر یکنواخت نیست و این افزایش حد شکل

۳-۴ تعیین نمودارهای حد شکل‌دهی ورق با اعمال تنش برشی بین ضخامت

شکل ۹، اثر تنش برشی بین ضخامت را بر کرنش‌های حد شکل‌دهی ورق آلومینیوم ۴ AA ۶۰۱۶-T نشان می‌دهد. با توجه به نتایج حاصل از مراجع [۱۰ و ۱۷] که در آنها ثابت شده است که تنش برشی بین ضخامت σ_{33} نسبت به σ_{22} اثر محسوس‌تری بر حد شکل‌دهی ورق دارد، در این



شکل ۹. نمودارهای حد شکل‌دهی با در نظر گرفتن اثر تنش برشی بین ضخامتی

Fig. 9. Forming limit diagrams by considering the through-thickness shear stress

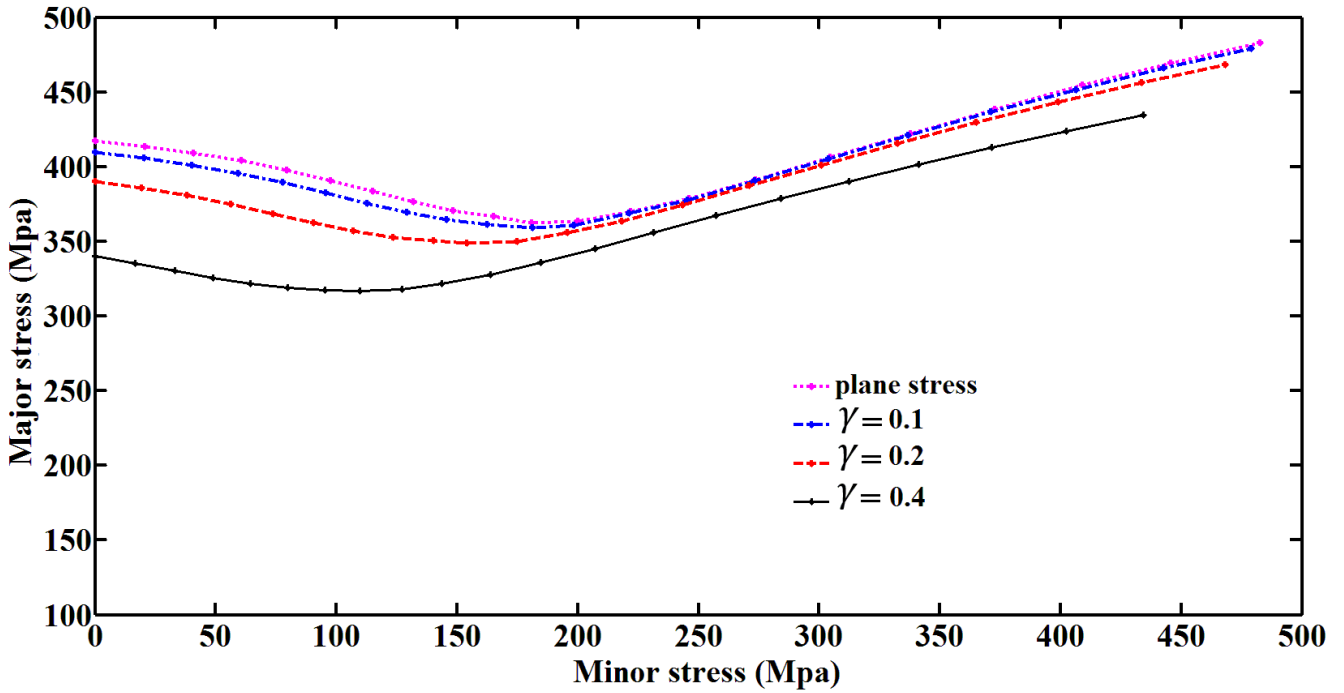
جدول ۵. درصد تغییرات کرنش حدی ϵ_1 برای مقادیر مختلف γ در نسبت تنش‌های مختلف

Table 5. The Percentage of the limit strain ϵ_1 change for different amounts of the

$\alpha = 1$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0$	
۵/۱۴	۵/۲۹	-۲/۷۰	$\gamma = 0.1$
۱۹/۳۹	۱۸/۲۹	-۸/۸۹	$\gamma = 0.2$
۶۳/۲۹	۵۴/۱۸	-۱۹/۹۸	$\gamma = 0.4$

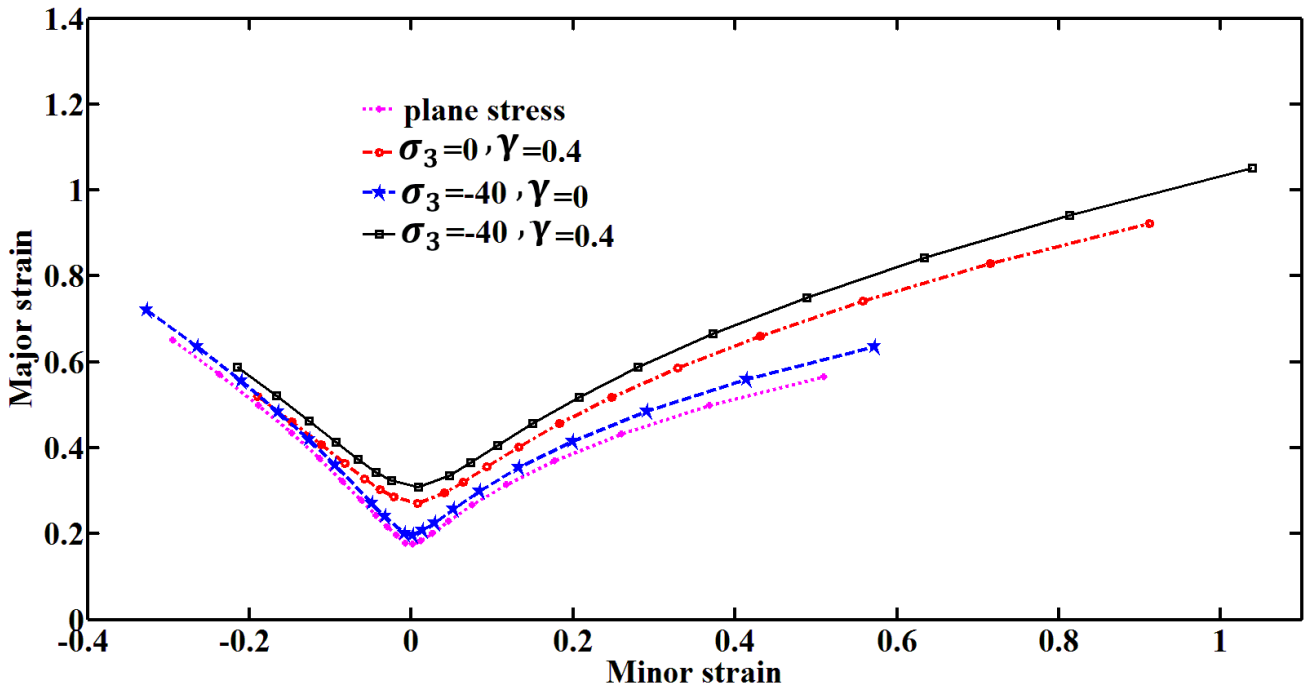
در شکل ۱۰، نمودار حد تنش شکل‌دهی، با اعمال مقادیر مختلف تنش برشی بین ضخامتی، آورده شده است. مشاهده می‌شود که تنش برشی بین ضخامتی همچون تنش نرمال فشاری باعث کاهش تنش‌های حدی می‌شود که این اثرات در مقادیر تنش کمینه پایین‌تر σ_p ، بیشتر و محسوس‌تر است. شکل ۱۱، کرنش‌های حدی را در حالت جامع که تنش‌های نرمال فشاری σ_p و برشی بین ضخامتی σ_{pp} بطور همزمان به قطعه وارد می‌شوند، مورد

دهی در سمت راست منحنی، بیشتر از سمت چپ آن می‌باشد که مقادیر جدول ۵ نیز این مقدار تغییرات غیر یکنواخت کرنش‌های حدی را نشان می‌دهد. هرچند که منحنی‌های حد شکل‌دهی با اعمال تنش برشی بین ضخامتی به سمت بالا حرکت می‌کنند، ولی مقدار کرنش حدی برای نسبت تنش $\alpha = 0$ ، مطابق جدول ۵ کاهش می‌یابد و علامت منفی در مقادیر جدول مشاهده می‌شود.



شکل ۱۰. نمودارهای حد تنش شکل‌دهی با در نظر گرفتن اثر تنش برشی بین ضخامتی

Fig. 10. Forming limit stress diagrams by considering the through-thickness shear stress



شکل ۱۱. نمودارهای حد شکل‌دهی با در نظر گرفتن اثر تنش نرمال فشاری و تنش برشی بین ضخامتی

Fig. 11. Forming limit diagrams by considering the through-thickness compressive normal and shear stresses

بالا و کمی هم به سمت راست حرکت می‌کنند. این تغییر مقدار کرنش‌های حدی، برای نسبت تنش‌های مختلف یکسان نیست و برای مقادیر سمت راست منحنی، بیشتر از کرنش‌های سمت چپ است. اثر تنش برشی بین ضخامتی بر حد تنش شکل دهی هم مشابه تنش نرمال فشاری است، یعنی با اعمال این نوع تنش بر قطعه کار، مقادیر تنش‌های حدی بطور غیریکنواخت کاهش می‌یابد.

۶- فهرست علائم

تعریف	نماد
پارامترهای ثابت معیار تسلیم Gotoh	A_{1-9}
عامل نقص اولیه	f
عامل نقص	f
پارامترهای ثابت مدل سخت شونده‌گی سوئیفت	S_1, S_2
پارامترهای ثابت مدل سخت شونده‌گی وس	V_1, V_2
پارامتر ثابت مدل سخت شونده‌گی LSV	X
ضخامت اولیه	t
ضریب ناهمسانگردی تحت زاویه θ نسبت به راستای نورد	r_θ
نسبت تنش σ_1 به σ_2	α
نسبت تنش σ_{33} به σ_1	γ
کرنش اولیه	ϵ
نمو کرنش مؤثر	$d\bar{\epsilon}$
کرنش در راستای ضخامت ورق	ϵ_p
مولفه‌های نمو کرنش اصلی	$d\epsilon_1, d\epsilon_2, d\epsilon_3$
مولفه‌های نمو کرنش در مختصات شیار	$d\epsilon_{mm}, d\epsilon_{tt}, d\epsilon_{nt},$ $d\epsilon_{n3}, d\epsilon_{t3}$
زاویه راستای شیار با راستای تنش اصلی ماکزیمم	θ
نسبت کرنش‌ها	ρ
تنش مؤثر	$\bar{\sigma}$
مقدار تنش تسلیم تحت زاویه θ نسبت به راستای نورد	σ_θ
مولفه‌های تنش اصلی	$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$
تنش در راستای شیار	$\sigma_{mm}, \sigma_{tt}, \sigma_{nt}, \sigma_{n3}, \sigma_{t3}$

بررسی قرار می‌دهد. همچنین در این شکل رفتارهای مختلف منحنی‌های حد شکل دهی را در برابر اعمال بارهای مختلف می‌توان مقایسه کرد. مشاهده می‌شود که کرنش‌های حدی در هنگام اعمال همزمان هر دو تنش، سطح شکل دهی بالاتری را نسبت به بقیه حالت‌های بارگذاری پیش‌بینی می‌کنند.

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، منحنی‌های حد شکل دهی در شرایط تنش صفحه‌ای، با استفاده از تئوری ناپایداری M-K و تابع تسلیم Gotoh رسم شده‌اند و اثر روابط مختلف تنش-کرنش بر شکل پذیری ورق مورد بررسی قرار گرفت. سپس حد شکل دهی آلیاژ آلومینیوم T ۴-۶۰۱۶ AA، در حالت سه بعدی تعیین شد که در آن، منحنی‌های حد شکل دهی با اعمال تنش نرمال فشاری و تنش برشی بین ضخامتی با جزئیات مورد بررسی قرار گرفت. مهم‌ترین نتایج حاصل از تحقیق بشرح زیر می‌باشند:

۱- در بررسی اثر رفتارهای کارسختی مختلف، سه مدل سخت شونده‌گی سوئیفت، وس و LSV، برای تعیین حد شکل دهی آلیاژ آلومینیوم T ۴-۶۰۱۶ AA پیشنهاد شده است. هر چند که هر سه مدل، کرنش‌های حدی را در حد قابل قبولی پیش‌بینی کردند ولی نتایج پیش‌بینی شده با الگوی کارسختی LSV با درصد خطای ۱۰/۹۵ از دقت بالاتری برخوردار است. همچنین این بررسی روی تنش‌های حدی نیز انجام شد و مشاهده شد که روابط کارسختی مختلف، منحنی‌های حد تنش شکل دهی متفاوتی را تولید می‌کنند.

۲- با استفاده از تئوری توسعه یافته M-K و بکارگیری تابع تسلیم دوبعدی Gotoh، شرایط تنش سه بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد و در آن اثر مقادیر مختلف تنش‌های نرمال فشاری و برشی بین ضخامتی بر کرنش‌ها و تنش‌های حدی ورق آلومینیومی، اندازه گیری می‌شود. بدین ترتیب تابع تسلیم Gotoh، قادر به بررسی رفتار شکل دهی ورق در فرایندهای غیر تنش صفحه‌ای نیز خواهد بود.

۳- با اعمال تنش نرمال فشاری مشاهده شد که منحنی‌های حد کرنش شکل دهی بطور یکنواختی به سمت بالا حرکت کردند و شکل پذیری ورق افزایش می‌یابد، در حالی که مقادیر حد تنش شکل دهی در سراسر مسیر کاهش می‌یابد که این کاهش در مقادیر تنش‌های حدی برای نسبت تنش‌های مختلف ثابت نمی‌باشد.

۴- تنش‌های برشی بین ضخامتی نیز باعث افزایش شکل پذیری ورق می‌شوند، یعنی با اعمال تنش برشی، منحنی‌های حد شکل دهی به سمت

- International Journal of Plasticity, 25(12) (2009) 2249-2268.
- [11] A. Assempour, H.K. Nejadkhaki, R. Hashemi, Forming limit diagrams with the existence of through-thickness normal stress, Computational Materials Science, 48(3) (2010) 504-508.
- [12] M. Nurcheshmeh, D.E. Green, Influence of out-of-plane compression stress on limit strains in sheet metals, International journal of material forming, 5(3) (2012) 213-226.
- [13] R. Hashemi, K. Abrinia, Analysis of the extended stress-based forming limit curve considering the effects of strain path and through-thickness normal stress, Materials & Design (1980-2015), 54 (2014) 670-677.
- [14] F. Zhang, J. Chen, J. Chen, X. Zhu, Forming limit model evaluation for anisotropic sheet metals under through-thickness normal stress, International Journal of Mechanical Sciences, 89 (2014) 40-46.
- [15] A. Fatemi, B. Mollaei Dariani, Forming limit prediction of anisotropic material subjected to normal and through thickness shear stresses using a modified M–K model, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 80(9) (2015) 1497-1509.
- [16] S. Mirfalah-Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, Forming limit curves analysis of aluminum alloy considering the through-thickness normal stress, anisotropic yield functions and strain rate, International Journal of Mechanical Sciences, 117 (2016) 93-101.
- [17] S.M. Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, A. Darvizeh, Effects of normal and through-thickness shear stresses on the forming limit curves of AA3104-H19 using advanced yield criteria, International Journal of Mechanical Sciences, 137 (2018) 15-23.
- [18] Q. Hu, X. Li, J. Chen, Forming limit evaluation by considering through-thickness normal stress: theory and modeling, International Journal of Mechanical Sciences, 155 (2019) 187-196.
- [19] S. Sojodi, A. Basti, S.R. Falahatgar, S.M.M. Nasiri, Investigation on the forming limit diagram of AA5754-O alloy by considering strain hardening model, strain path,
- [1] S.P. Keeler, W.A. Backhofen, Plastic instability and fracture in sheets stretched over rigid punches, Transactions of American Society of Metals, 56 (1964) 25–48.
- [2] Z. Marciniak, K. Kuczyński, Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal, International journal of mechanical sciences, 9(9) (1967) 609-620.
- [3] M. Ganjiani, A. Assempour, An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions, Journal of materials processing technology, 182(1-3) (2007) 598-607.
- [4] H.-b. WANG, W. Min, Y. Yu, Effect of flow stress—strain relation on forming limit of 5754O aluminum alloy, Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 22(10) (2012) 2370-2378.
- [5] Q.-T. Pham, S.-H. Oh, Y.-S. Kim, An efficient method to estimate the post-necking behavior of sheet metals, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 98(9) (2018) 2563-2578.
- [6] K. Young-Suk, L. Bong-Hyun, Y. Seung-Han, Prediction of forming limit curve for pure titanium sheet, Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 28(2) (2018) 319-327.
- [7] J. Zhang, R. Wang, Y. Zeng, Hydroforming rules and quality control parameters analysis for metal bipolar plate, Engineering Failure Analysis, 132 (2022) 105919.
- [8] D. Banabic, S. Soare, On the effect of the normal pressure upon the forming limit strains, in: Hora P (ed) Proceedings of the 7th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes, 2008, pp. 199-204.
- [9] J.M. Allwood, D.R. Shouler, Generalised forming limit diagrams showing increased forming limits with non-planar stress states, International journal of Plasticity, 25(7) (2009) 1207-1230.
- [10] P. Eyckens, A. Van Bael, P. Van Houtte, Marciniak–Kuczynski type modelling of the effect of through-thickness shear on the forming limits of sheet metal,

- [22] S.M. Mirfalah Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, Numerical analysis of the effect of advanced yield criterion on prediction of strains and stresses in anisotropic aluminum sheets, *Modares mechanical engineering*, 15(8) (2015) 393-401(in persian).
- [23] W. Hu, An orthotropic yield criterion in a 3-D general stress state, *International Journal of Plasticity*, 21(9) (2005) 1771-1796.
- [24] M. Erfanian, R. Hashemi, A comparative study of the extended forming limit diagrams considering strain path, through-thickness normal and shear stress, *International Journal of Mechanical Sciences*, 148 (2018) 316-326.
- and through-thickness normal stress, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 113(9) (2021) 2495-2511.
- [20] C. Wang, Y. Yi, S. Huang, F. Dong, H. He, K. Huang, Y. Jia, Experimental and theoretical investigation on the forming limit of 2024-O aluminum alloy sheet at cryogenic temperatures, *Metals and Materials International*, 27(12) (2021) 5199-5211.
- [21] R. Uppaluri, D. Helm, A convex fourth order yield function for orthotropic metal plasticity, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 87 (2021) 104196.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Sojodi, A. Basti, S. R. Falahatgar, S. M. Mirfalah Nasiri, *Theoretical Analysis of the Effects of Hardening Laws, Normal and Through Thickness Shear Stresses on Forming Limit Curves of AA6016-T4*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 54(6) (2022) 1391-1408.

DOI: 10.22060/mej.2022.20650.7287

